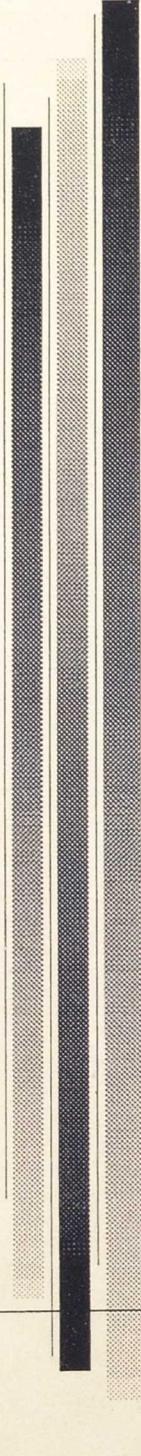


Programa de Nuevas Tecnologías de la Información y de la Comunicación



El ordenador en Matemáticas

PROYECTO
DE LA FASE
DE EXTENSIÓN

CURSO 1993-1994

63221



Ministerio de Educación y Ciencia

Secretaría de Estado de Educación

*Programa de Nuevas Tecnologías
de la Información y Comunicación*

N. I. P. O.: 176-92-007-5

I. S. B. N.: 84-369-2075-9

Depósito legal: M-3889-1992

Imprime: MARIN ÁLVAREZ HNCS.

3456

ÍNDICE

Finalidades e intenciones del proyecto	3
1.- Estadística	5
2.- El estudio de funciones	6
3.- Cálculo de probabilidades	7
4.- Geometría	7
5.- Resolución de problemas	7
Ejemplos de aplicaciones	9
1.- Ejemplo de uso para estudio de funciones	11
2.- Ejemplo de uso de hoja de cálculo para de estudio del límite de una función.	36
Recursos disponibles	62
1.- Materiales disponibles para cada nivel educativo	62
2.- Enumeración y descripción de los materiales	88
Bibliografía	99



BIBLIOMECA



073137



FINALIDADES E INTENCIONES DEL PROYECTO.

En la convocatoria para la selección de centros se indicaban como objetivos del proyecto de matemáticas los siguientes:

- Integrar el uso del ordenador como recurso de apoyo en algunos temas del currículo bajo un enfoque experimental, como pueden ser: La Estadística, el estudio de funciones, el cálculo de probabilidades, la geometría o la resolución de problemas.
- Incluir en el currículo de la asignatura algunos temas relativos a las nuevas tecnologías de la información que corresponden al ámbito de las matemáticas.

Esta propuesta se basa en las recomendaciones que se hacen desde los capítulos correspondientes al área de matemáticas de los documentos del Diseño Curricular Base de Educación Primaria y de Secundaria Obligatoria.

Como ejemplo, podemos citar la indicación que se hace en los capítulos de introducción. En ellos se dice que *"el uso de los nuevos medios tecnológicos ha de tener repercusiones en la manera de enseñar las matemáticas y en la selección de contenidos"*.

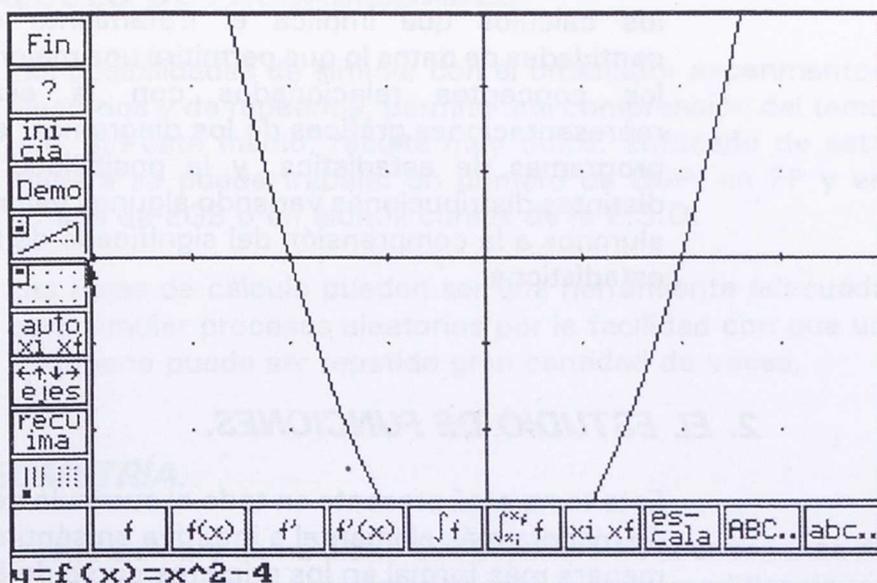
En las mismas páginas se hace notar que existen programas de ordenador que "proporcionan una ayuda inestimable para el aprendizaje de determinados contenidos escolares". La intención de este proyecto es desarrollar esta idea usando esos programas de ordenador.

El Diseño Curricular Base hace también patente la necesidad de fomentar, paralelamente al tipo de pensamiento deductivo, un "razonamiento empírico-inductivo" en el que "los tanteos previos", "la posibilidad de modificar las condiciones iniciales y ver qué sucede, etc." se revalorizan. Basándonos en esto se propone el objetivo de hacer la integración de los ordenadores desde un enfoque experimental.

El trabajo con ordenadores en determinados entornos de aprendizaje en los que se favorezca el desarrollo de distintas estrategias para la resolución de problemas puede apoyar la "finalidad formativa del aprendizaje de las matemáticas" que se menciona en el DCB de Educación Secundaria Obligatoria.

Por último, se trata con este proyecto de poner en práctica las orientaciones didácticas y para la evaluación que con respecto a los ordenadores, se citan en los apartados correspondientes al área de matemáticas de la Educación Primaria y de la Secundaria Obligatoria. En este apartado se incluyen varios párrafos, englobados bajo el título "Los ordenadores", en los que se dan orientaciones para el uso didáctico de estos medios diciendo:

"42. Entre las características del ordenador, hay tres que interesan especialmente desde un punto de vista didáctico, y que el profesor debe valorar para decidir utilizarlo como recurso. Por una parte, el ordenador proporciona una forma cómoda de gestionar y representar la información, permitiendo que el alumno dedique su atención al sentido de los datos y al análisis de los resultados. Otra es la posibilidad de ejecutar órdenes de muy distinto tipo (dibujos, cálculos, decisiones...) con gran rapidez. Por tanto, puede simular experiencias aleatorias que manualmente sería imposible realizar, trazar una o varias gráficas a partir de datos o fórmulas, ejecutar algoritmos de cálculo largos y tediosos o con expresiones complicadas. La tercera característica es la de interaccionar con el usuario, que puede intervenir en determinados momentos proponiendo datos o tareas nuevas en función de los resultados que se van obteniendo, lo que le convierte en un poderoso instrumento de exploración e indagación. Es precisamente esta capacidad de interacción, junto con sus posibilidades de tipo audiovisual, lo que hace que el uso del ordenador en el aula sea motivador en sí mismo.



43... En cualquier caso, a la hora de usar ordenadores, el profesor debe valorar el tiempo que necesitarán sus alumnos para manejar un determinado programa en comparación con la calidad de los aprendizajes que pueden hacer, sin perder de vista el mundo en el que habrán de moverse sus alumnos y la evolución de la informática hacia una forma más natural de interacción con el ordenador."

Basándonos en estas recomendaciones hemos propuesto los temas que se citaban al principio. A continuación se hacen algunas consideraciones sobre cada uno de ellos.

1. ESTADÍSTICA.

Este tema se puede desarrollar con alumnos de séptimo y octavo de EGB y con alumnos de primero de BUP y FP, en general por tanto los distintos cursos de la E.S.O.

El trabajo se podría enfocar desde una perspectiva experimental proponiendo a los alumnos la realización de encuestas y el análisis de las respuestas obtenidas.

El ordenador liberará a los alumnos de la parte mecánica de los cálculos que implica el tratamiento estadístico de cantidades de datos lo que permitirá una mejor adquisición de los conceptos relacionados con la estadística. Las representaciones gráficas de los diagramas, asociadas a los programas de estadística, y la posibilidad de plantearse distintas distribuciones variando algunos valores llevará a los alumnos a la comprensión del significado de los parámetros estadísticos.

2. EL ESTUDIO DE FUNCIONES.

Este tema está presente en todo el currículo de matemáticas, de manera más elemental e intuitiva en séptimo de EGB y de manera más formal en los primeros curso de BUP y FP. En la E.S.O. se contempla, al igual que la estadística, en el bloque de contenidos "**Interpretación, representación y tratamiento de la información**".

El estudio de funciones se puede facilitar usando programas que permitan representar cualquier función, tanto de manera continua como punto a punto.

Las posibilidades gráficas del ordenador hacen que el alumno pueda "ver" la diferencia entre conceptos tales como función lineal y ecuación de primer grado, función cuadrática y ecuación de segundo grado y la similitud entre puntos que pertenecen a dos funciones y resolución del sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.

La representación gráfica de funciones cualesquiera se puede usar para estudiar también conceptos como límite y continuidad, crecimiento y decrecimiento o puntos extremos de una función analizando la gráfica en su conjunto o en los alrededores de un punto.

También se pueden usar modelos de hoja de cálculo para el estudio de estos últimos conceptos.

3. CÁLCULO DE PROBABILIDADES.

Las posibilidades de simular con el ordenador experimentos aleatorios y de repetirlos, permite una comprensión del tema que, sin este medio, resulta muy difícil. Enfocado de esta manera se puede trabajar en primero de BUP, en FP y en octavo de EGB o en algunos cursos de la E.S.O.

Las hojas de cálculo pueden ser una herramienta adecuada para simular procesos aleatorios por la facilidad con que un fenómeno puede ser repetido gran cantidad de veces.

4. GEOMETRÍA.

Desde siempre se ha dicho que el campo de la enseñanza de la geometría es uno de los que más fuertes modificaciones puede sufrir mediante el uso de ordenadores. El lenguaje Logo abrió todo un mundo de exploración geométrica de gran potencia educativa.

Gran cantidad de programas que pueden ser usados en varias áreas (matemáticas, física, visual y plástica, ...) permiten el dibujo y tratamiento de objetos geométricos de forma sencilla y atractiva para el alumnado para paso a la abstracción a través de la manipulación de objetos concretos.

5. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Son varios los programas existentes en el mercado, algunos de ellos profusamente anunciados en medios de comunicación, cuyo objetivo es el de presentar al alumnado una colección de problemas de los más diversos tipos y niveles. Generalmente se pide que el usuario de la solución y disponen de varios niveles de información y ayudas para la resolución. No pocas veces estos programas son de una utilidad muy limitada y de una rigidez excesiva. Habrá que valorar la cantidad y calidad de los problemas propuestos y muy especialmente la posibilidad de que el profesor pueda

modificar los problemas propuestos o incorporar otros nuevos.

2. EL ESTUDIO DE PROBLEMAS

2.1. INTRODUCCIÓN

El estudio de problemas es una actividad fundamental en el aprendizaje de las matemáticas. Consiste en plantear un problema que desafíe al estudiante, permitiéndole aplicar sus conocimientos previos y desarrollar nuevas estrategias de resolución. Este proceso favorece el pensamiento crítico y la creatividad.

El estudio de problemas puede realizarse de diversas formas, desde la resolución individual hasta el trabajo en grupo. Es importante que el docente actúe como un guía, proporcionando apoyo cuando sea necesario, pero permitiendo que los estudiantes encuentren sus propias soluciones.

2.2. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La resolución de problemas es un proceso que implica la identificación del problema, la planificación de una estrategia de solución, la ejecución de dicha estrategia y la verificación de los resultados. Este proceso puede ser guiado por el docente o realizado de forma autónoma por el estudiante. El uso de tecnologías informáticas puede facilitar este proceso al proporcionar herramientas que ayuden a visualizar y manipular los datos del problema.

EJEMPLOS DE APLICACIONES

En este apartado se incluyen dos ejemplos de uso de los programas de que dispone el Programa de Nuevas Tecnologías para trabajar temas de matemáticas. Con estos ejemplos se intentan mostrar algunas de las distintas posibilidades de los programas y servir de modelo para crear otras aplicaciones con otros.

El primer ejemplo está pensado para introducir las funciones en la enseñanza secundaria obligatoria o en el final de la etapa de la actual EGB. Se basa en el uso del programa **CALCULA**, cuya sencillez de manejo lo hace adecuado para este nivel educativo.

En el segundo se hace una propuesta de uso de un modelo de hoja de cálculo hecho para el **Works**, pero puede ser modificado para usarlo con cualquier otra hoja de cálculo. Se pretende dar una idea de cómo se puede usar un programa de propósito general con fines educativos. El nivel educativo en el que se enmarca puede ser el actual segundo de BUP, aunque, con ligeras variaciones se puede adaptar a la E.S.O. en el estudio de las funciones cuando en el D.C.B. habla de "tendencia".

En ambos casos se intenta que el trabajo de los alumnos sea experimental y en grupo. Cada ejemplo va precedido de una pequeña introducción e incluye una "Guía del profesor" y las "hojas de trabajo" para los alumnos.

La propuesta que se hace no es de uso de estos materiales tal como están sino que pensamos que a partir de ellos se puede, sin un esfuerzo excesivo, elaborar otros que se adapten a las necesidades de cada grupo de alumnos.

El elaborar la guía del profesor puede servir para centrar el tipo de trabajo que se pretende hacer y qué es lo que se va a evaluar al final.

Las hojas de trabajo para los alumnos son fundamentales en todas las aplicaciones, ya que, por una parte, ayudan al alumno a entrar en los programas con facilidad y por otra, le centran en las cuestiones más relevantes del tema con el que está trabajando.

La integración del ordenador que proponemos no pretende romper la marcha normal de la asignatura sino ayudar los alumnos a un aprendizaje más significativo de los conceptos. En este sentido, la evaluación de los temas en cuyo aprendizaje se usen ordenadores deberá hacerse igual que la de aquellos en los que no se usen, pues lo que se pretende es que éstos sirvan para un mejor aprendizaje de las matemáticas y no para un aprendizaje del medio ordenador. Sin embargo, no hay que olvidar que el uso de ordenadores obliga a que los alumnos trabajen en grupo y entreguen sus resultados de esta forma. Esto significa que el trabajo en grupo debe formar parte de la evaluación.

Otro cambio que puede provocar en la evaluación el uso de ordenadores viene derivado de la autonomía que da el ordenador a los distintos equipos que, en general, permite al profesor observar el trabajo que están haciendo los alumnos y el proceso que siguen a partir de los mensajes del propio ordenador. El tomar notas de estos procesos, durante o al final de la clase, será una importante fuente de información a la hora de una evaluación continuada en la que lo importante no es el error sino el porqué se ha producido. El ordenador permite en este sentido que los alumnos lleven distintos ritmos, en algunos momentos, y recuperen por su cuenta aquellas cuestiones que les resulten más complicadas.

1. EJEMPLO DE USO PARA EL ESTUDIO DE FUNCIONES (8° DE E.G.B., 1° DE B.U.P. Y E.S.O.)

Básicamente, el trabajo se centra en las ideas generales de funciones, buscando relacionar: **fórmula**, **tabla** y **gráfica**, para un caso cualquiera en el que no necesariamente nos estemos refiriendo a un fenómeno concreto.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

Trabajar con funciones dadas por su expresión algebraica en **casos sencillos**, buscando obtener conocimientos relativos a:

- Tabla de valores como conjunto de parejas de números que dan lugar a puntos del plano.
- Gráfica de la función a partir de la tabla (recta o curva en general).
- Averiguar si un punto pertenece a la curva (gráficamente) o lo que es lo mismo verifica la función (analíticamente).
- Interpretación analítica y gráfica cuando $f(x)$ no está definida para algún valor de x .

Aunque aquí no se incluye el estudio de más propiedades de las funciones, con un sistema similar se pueden elaborar hojas de alumnos para el estudio de:

- Crecimiento o decrecimiento de una función en un punto y en un intervalo (exclusivamente a partir de la gráfica).

- Máximos y mínimos absolutos y relativos (sólo a partir de la gráfica).
- Tendencia y continuidad.
- Periodicidad.

Asimismo podrían ampliarse las actividades a estudiar las funciones lineales, afines y cuadráticas.

MATERIALES INFORMÁTICOS

Como ya hemos apuntado anteriormente, usaremos en las actividades con el alumnado el programa de ordenador: **CALCULA**.

Además de explicar detalladamente las prácticas que con el mismo se proponen para el alumnado, se incorporan hojas de instrucciones para el manejo del programa. Se observará que varias opciones del menú del programa no son usadas en esta aplicación.

Se realizan indicaciones concretas para trabajo con el alumnado, distribuyendo éste en sesiones, con las hojas de alumnos correspondientes.

ACTIVIDADES

■ INTRODUCCIÓN A LAS FUNCIONES

Teniendo en cuenta que para trabajar con el programa Calcula, lo primero será escribir la expresión algebraica de la función en la forma $y=f(x)$, es conveniente al menos una sesión previa en el aula para acostumbrar al alumnado a esta expresión y a su significado.

Dependiendo del nivel de formalización previa de que disponga el alumnado acerca de la idea de función y su representación gráfica, y partiendo de él, puede servir esta aplicación como recopilación, buscando llegar, no necesariamente formal de: **función real**, su **expresión algebraica** y su **representación en los ejes de coordenadas** como una curva.

Para ello, recordaremos que cuando un fenómeno es de tipo causal, y en él se recogen datos referidos a dos aspectos del fenómeno a los que llamamos **variables**, se dice que entre éstas existe una **dependencia funcional**. Se puede establecer la relación que expresa esta dependencia mediante una fórmula.

Si llamamos **x** a una de las variables e **y** a la otra de forma que la relación se establece como **y = (expresión algebraica que incluye a x)**, a **x** se le llama **variable independiente** y a **y** **variable dependiente**.

Así, se pueden establecer por ejemplo las relaciones:

- $y = 8x$, siendo **8 pts** el precio por km. de un billete de tren, **x** el número de kms. recorridos, y por tanto **y** el coste total del viaje.
- $y = 400 + 50x$ en el caso del precio del revelado de las fotos (**x**: número de fotos).
- $y = 600/x$, siendo **x** la velocidad media de un coche en una carrera de 600 km. e **y** el tiempo que emplea en la misma. km.
- $y = 4,9 t^2$ en el caso de la caída de un cuerpo desde un globo (**t**: tiempo).
- $y = 0,082(273 + T)$ la presión de un gas según la temperatura (**T**).

Recuérdese a los alumnos que el símbolo del producto se omite habitualmente al escribir estas expresiones, pero no al usar los programas de ordenador.



Se puede a continuación comentar en cada caso los valores que puede tomar x , observando que en el caso del revelado de las fotos, sólo puede tomar valores naturales, cualquier valor **real** en el del gas y cualquier real positivo en los restantes (ya se ha comentado antes que los alumnos han de saber que en una recta se pueden representar más números que los enteros).

Finalmente nos acercaremos al concepto de función (sin formalizarlo necesariamente), indicando que la fórmula anterior, cuando x puede tomar cualquier valor real, **positivo o negativo** ("atención que sólo una vez en el conjunto de este trabajo se han manejado números negativos"), representa la **expresión algebraica de una función**. En este caso es habitual utilizar la expresión $y = f(x)$ para indicar que y **depende** de x , siendo $f(x)$ la fórmula que expresa esa dependencia. En los casos anteriores, si se tratara de funciones, $f(x)$ sería $8x$, $400 + 50x$, etc.

A partir de ahora trabajaremos con funciones, con la notación $y = f(x)$, fundamentalmente porque es la usada por el programa Calcula.

Además de las sesiones de trabajo de los alumnos en el ordenador, en algún momento se sugiere realizar sesiones en el aula normal de clase, para puesta en común o para formalizar u obtener conclusiones sobre los distintos conceptos.

■ **DESARROLLO PORMENORIZADO DE LAS SESIONES DE TRABAJO**

Proponemos un conjunto de sesiones con el alumnado, la mayor parte de ellas utilizando el ordenador.

Algunas sesiones se propone realizarlas en el aula normal: la primera por tener un marcado carácter introductorio, y alguna intermedia que se puede dedicar a realizar ejercicios de repaso, debate sobre el trabajo en los ordenadores y obtención de conclusiones como resumen de lo estudiado.

En todos los casos, los hojas de trabajo para los alumnos, que llamaremos **hojas de ejercicios**, incluyen, además de los ejercicios a los que han de contestar, casi siempre con ayuda del ordenador, ayudas y conclusiones que van "descubriendo conceptos y propiedades" sobre las funciones. De ahí la importancia que tiene el que dispongan de ellas todos los alumnos y las sigan atentamente.

■ ESTUDIO DE ALGUNAS PROPIEDADES DE LAS FUNCIONES

● 1ª SESIÓN:

Será en el aula habitual, previa a la utilización de la de informática y se dedicará fundamentalmente a sentar las bases para que los alumnos puedan trabajar con el programa de ordenador y las hojas de instrucciones y ejercicios que les proporcionaremos.

En la introducción que se hace a estas actividades, se comentan las nociones de carácter general que deben quedar claras en este momento.

Proponemos también algunos ejercicios en los que, dada la expresión algebraica de una función en la forma $y = f(x)$, se pide realizar una tabla con varios valores para x (positivos, negativos y alguno no entero), y obtengan la gráfica para la función (**1ª hoja de alumnos**).

A la hora de representar los valores de x e y en los ejes de coordenadas, tendrá especial importancia la elección de escala en cada uno de ellos, tanto en el tamaño de la unidad de división en los mismos, como el caso (bastante habitual) en que debamos elegir distinta escala en cada eje (ejercicio 2). Los alumnos deben ser conscientes del efecto visual que ello produce en la curva (**parecerá** más o menos pendiente, según el caso, de lo que en realidad es).

Este efecto es equivalente al que se produce con los cambios de escala en lo que se puede llamar **gráficas engañosas**.

Posteriormente comprobaremos, en la primera sesión sobre el ordenador, que las tablas y gráficas aquí obtenidas, se corresponden con las dibujadas por el programa.

También debemos realizar al alumnado las observaciones de carácter general para el trabajo posterior en el aula de informática.

● **2ª SESIÓN:**

Corresponde a la primera sesión de trabajo con el programa **CALCULA**.

Suponemos que se han formado grupos de 2 a 4 personas por ordenador.

Salvo que los alumnos ya conozcan por experiencias anteriores este programa, esta sesión se dedicará especialmente a tomar contacto con él, algunas de sus opciones esenciales y con el teclado del ordenador en general.

Para comenzar a manejar el programa, una vez arrancado el ordenador, se proporcionarán al alumnado las cuatro primeras páginas de **Instrucciones para trabajar con el programa "Calcula"** indicando que se sigan paso a paso.

Esta sesión estará dedicada a:

- Arrancar el programa y elegir las distintas opciones.
- Escribir la expresión de la función con la sintaxis adecuada.
- Representar la función gráficamente.
- Usar la red en la pantalla
- Salir del programa

Es muy importante que, sobre todo la primera vez que se enfrentan con un programa, los alumnos lean con detenimiento las instrucciones y las sigan, sin dedicarse a investigar o a "jugar" con el ordenador.

Las hojas de trabajo se proporcionarán a todos los alumnos, aunque en el momento de trabajar, es suficiente con que tengan delante una copia por grupo si son de 2-3 personas y 2 copias si son 4 personas.

Suponemos que el alumnado ya conoce, por actividades anteriores, las operaciones básicas de: arranque del ordenador, uso de discos flexibles o disco duro, cambio de unidad de disco, etc. En caso contrario, el profesor realizará las indicaciones para ello.

Además de los ejemplos que se sugiere sean realizados mientras se leen las instrucciones, se propone que los alumnos realicen y **contesten por escrito** a los ejercicios de la **2ª hoja de ejercicios**.

Los ejercicios en esta sesión inciden en la correcta escritura de la función, según la sintaxis del programa (ello conlleva tener en cuenta las prioridades de las operaciones y utilizar correctamente los paréntesis).

Utilizando la red de puntos que presenta el programa, aprovechamos para que identifiquen a simple vista algunos puntos por los que pasa la gráfica y lo comprueben numéricamente.

Nota: Las distintas operaciones que puede realizar este programa, casi siempre se pueden activar, además de eligiendo las opciones del menú de pantalla, pulsando alguna tecla o combinaciones de teclas (Alt+tecla, Ctrl+tecla, ...), sin embargo, en las instrucciones para el alumnado no se incluirán estas opciones salvo en casos muy puntuales.

● **3ª SESIÓN:**

Una vez que el alumnado se ha familiarizado con la escritura y representación de las funciones con el programa, vamos a utilizar otras opciones del mismo para ir trabajando sobre las propiedades generales de una función, tal como se indica en los objetivos específicos.

Concretamente en esta sesión utilizaremos la opción del programa que permite **ver los valores de x, y los correspondientes de y o f(x)**.

Entregaremos a los alumnos la **5ª hoja de instrucciones de Calcula** y la **hoja de ejercicios número 3**.

Obsérvese que una vez escrita la función en la parte inferior de la pantalla, aún sin dibujarla, es posible ver los valores de x y f(x). Naturalmente a los alumnos les indicaremos que primero la dibujen.

Sugerimos ejercicios encaminados a completar tablas de valores (algunas ya las realizaron en la primera sesión sin el ordenador) y a comprobar si la gráfica pasa por un punto (**Ejercicios 1,2,3**).

También se proponen ejercicios de funciones con algún valor de x para el que no existe $f(x)$. El alumno-a observará que la gráfica esta formada por "dos trozos". De todas formas este tipo de funciones es objetivo de una sesión específica (5ª).

Si al programa se le pide el valor de $f(x)$ para un valor de x que hace 0 el denominador, no nos da $f(x)$ y aparece el letrero "división por cero".

De todas formas si con esta opción cambiamos los valores de x moviendo la flecha, en lugar de dárselos directamente, es posible que en alguna función se presente un valor muy alto para $f(x)$ aunque se anule el denominador. Esto es debido a los errores de aproximación en el cálculo.

Se sugiere por tanto que se asignen, al menos de momento, los valores directamente a x . O sea, una vez señalada la opción $f(x)$, pulsar la tecla x y darle el valor deseado.

Aprovechamos esta opción para hacer que el alumnado se fije en las coordenadas de los puntos que están sobre uno de los dos ejes (**Ejercicios 4 y 5**).

● 4ª SESIÓN:

Abordaremos en esta sesión de trabajo algunas opciones del programa que, si bien no son esenciales, sí serán útiles en algunos ejercicios:

- escala,
- movimiento de ejes,
- tipo de trazo de la gráfica,
- iniciar el programa.

Las instrucciones correspondientes para los alumnos se encuentran en las **páginas 6, 7, 8 y 9** de las hojas de instrucciones del programa.

Los ejercicios de prácticas sobre estas opciones se encuentran en la **4ª hoja de ejercicios**.

Mediante los cambios de escala y el movimiento de los ejes, se posibilita ampliar el campo de visión de la gráfica, inicialmente restringido a los intervalos: $(-4, 4)$ para x y $(-2,8, 2,8)$ para y .

Mediante el cambio de **escala** podemos ampliar la visión del eje x hasta $(-24, 24)$ y el eje y hasta $(-16,8, 16,8)$ eligiendo **6 pixels por unidad**. Por contra podemos reducir la amplitud de ejes que vemos hasta valores muy pequeños, ampliando el número de pixels por unidad.

Mediante el **movimiento de los ejes**, podemos "explorar" zonas del plano que inicialmente no vemos en pantalla, sin necesidad de mantener los ejes centrados en la misma. Obsérvese que si se realizan varios movimientos de ejes, puede dar la sensación de "no saber donde estamos", con lo que es muy útil la tecla **inicio** o **home** (dependiendo del teclado del ordenador), que hace que el origen de coordenadas vuelva al centro de la pantalla.

La opción **inicia** del programa, se debe utilizar, en lugar de la ya conocida para borrar la gráfica, cuando se haya cambiado la escala o hecho otras operaciones y queramos volver a la situación inicial, equivalente a arrancar de nuevo.

Los ejercicios que se proponen para esta sesión, son más para manejar estas opciones que para manejo de propiedades de funciones propiamente dichas.

En cualquier caso aprovechamos para que el alumno-a conozca mejor la situación de los puntos en el plano y la posición y orientación respecto a los ejes en general.

Atención: Con escalas muy pequeñas (6 pixels por unidad), en determinadas funciones que tienen una asíntota vertical, puede no dibujarse la función hasta el extremo superior e inferior de la pantalla* (ej: $f(x) = 1/(x-5)$), o incluso aparecer una línea uniendo los extremos inferior y superior de las dos ramas. Se recomienda por tanto que para estas funciones no se elija una escala inferior a 12 o 18.

● **5ª SESIÓN:**

Consideramos que en las 3 sesiones que se han dedicado hasta ahora a trabajar con el programa calcula, el alumnado ha aprendido el manejo adecuado de las opciones del mismo que vamos a utilizar.

Del resto de las opciones, unas no las consideramos necesarias en esta aplicación y otras corresponden a conceptos no adecuados para el nivel del alumnado al que nos dirigimos.

Pasamos ahora a ver algunas propiedades de las funciones, tal y como se proponía en los objetivos específicos.

Concretamente esta sesión la dedicaremos a trabajar con algunos casos de funciones que no existen para algún valor de x (caso de funciones con un polinomio en el denominador) o que no existen en un intervalo (caso de la raíz cuadrada).

De todas formas, no es el objetivo calcular el campo de existencia o dominio de la función, sino **limitarse a identificar estos dos casos en los que para algún valor de x la función no existe y qué pasa con la gráfica en esos puntos.**

Nos limitamos a casos con **denominadores sencillos y raíces cuadradas** (no creemos adecuado usar raíces de índices superiores). Incluso, si el profesor o profesora lo cree conveniente, esta sesión se podría suprimir.

Otro enfoque que se puede dar a este caso es ver la tendencia de los valores de $f(x)$ cuando x se acerca al valor en cuestión y hablar de la continuidad de la gráfica en ese punto. Se puede dedicar después una sesión específica a ello.

Ya comentamos anteriormente el funcionamiento del programa en el caso de la división por cero. En el caso de una raíz cuadrada, al pedirle el valor de $f(x)$ para un valor de x en que no existe, aparecerá el letrero "**la función no está definida**", lo mismo que mientras la intenta dibujar en esa zona.

Se propone para los alumnos la **5ª hoja de ejercicios** en la que se combina el dibujo de funciones de este tipo con la comprobación de valores de $f(x)$ para determinados valores de x , usando el programa y manualmente.

■ **INSTRUCCIONES PARA TRABAJAR CON EL PROGRAMA "CALCULA"**

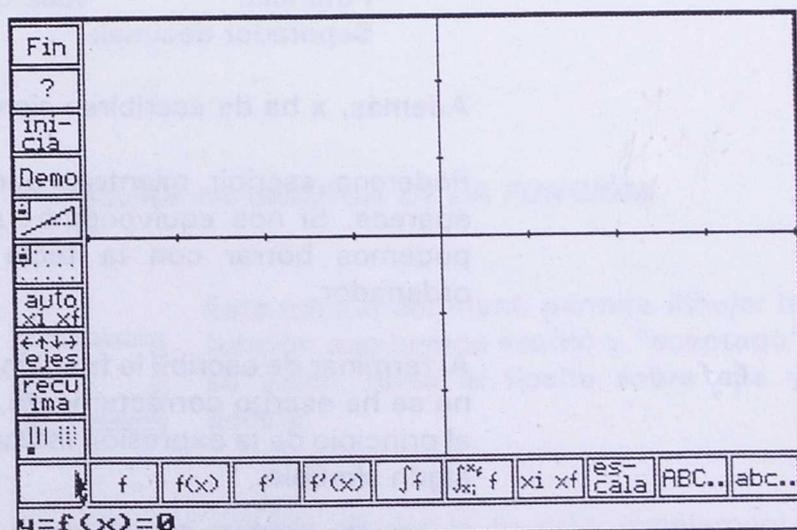
Lee atentamente estas instrucciones antes de arrancar el programa y después síguelas paso a paso.

● **ARRANQUE:**

Suponemos que ya ha sido encendido el ordenador y que estamos situados en la unidad de disco donde esté el programa.

Tecleamos la palabra **Calcula** y a continuación pulsamos la tecla que sirve para aceptar en el ordenador y que llamaremos siempre **<INTRO>**.

Después de varias pantallas de presentación del programa, aparecerá la pantalla siguiente:



Las pequeñas ventanas de **menú** que aparecen a la izquierda y abajo de la pantalla estarán presentes en todo momento y corresponden a la mayor parte de las opciones del programa. Algunas de ellas no las usaremos.

Limitate a usar sólo las opciones que se te indiquen en cada momento.

• **ESCRIBIENDO LA FUNCIÓN:**

En la parte más inferior de la pantalla escribiremos la fórmula que representa la función. Inicialmente observamos que aparece $y = f(x) = 0$. El valor 0 es el que cambiaremos por nuestra función.

Pulsar la **tecla y** o la **tecla f**. En ese momento parpadeará el 0 y podremos escribir la nueva expresión, pero ... "atención a los símbolos que el programa utiliza para las operaciones":

Suma: +	Resta: -
Producto: *	División: /
Potencia: ^	Raíz cuadrada: raíz.
Separador decimal: .	

Además, **x** ha de escribirse siempre con **minúscula**.

Podemos escribir mientras parpadee el cursor que aparece. Si nos equivocamos al escribir la función, podemos borrar con la tecla correspondiente del ordenador.

Al terminar de escribir la función, pulsar **<INTRO>**. Si no se ha escrito correctamente, seguirá parpadeando al principio de la expresión indicando que falta o sobra algún símbolo.

Ejemplo: Para escribir la función $y = 2x^2 - 1$, escribiremos con el programa:

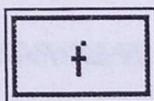
$$y = f(x) = 2 * x ^ 2 - 1.$$

• **MOVIENDO LA FLECHA POR LA PANTALLA:**

La flecha que se ve en la pantalla sirve para elegir las distintas opciones del menú del programa. Se mueve con el ratón, si se dispone de él, o con las flechas del teclado en caso contrario.

Se puede señalar con ella una opción, situándonos en cualquier punto de la ventana correspondiente, y **ejecutarla aceptando con la tecla izquierda del ratón o con la tecla <INTRO> del ordenador**. A partir de ahora a esta operación le llamaremos simplemente **aceptar**.

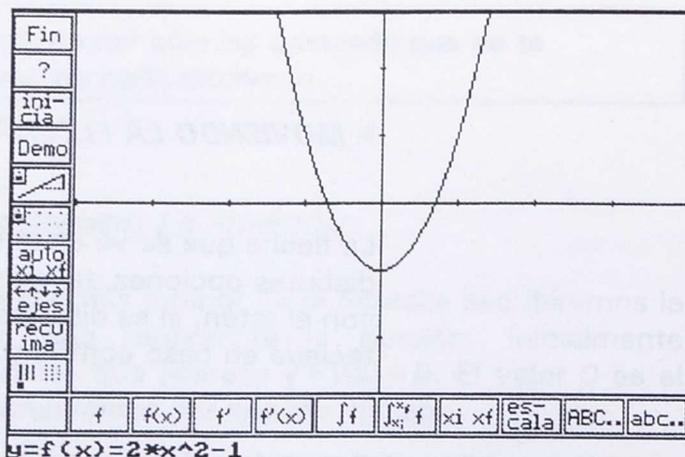
• **DIBUJAR LA GRÁFICA DE LA FUNCIÓN:**



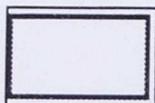
Esta opción del menú permite dibujar la función que hemos escrito y "aceptado" su valor. Sitúa la flecha sobre ella y acepta.

También es posible dibujar la función simplemente pulsando la **barra espaciadora** del teclado.

Ejemplo: Si dibujas la función que antes has escrito, debes obtener la siguiente pantalla. La gráfica que corresponde a esta función se llama **parábola**.



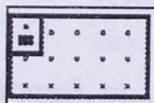
• **BORRADO DE LA GRÁFICA:**



Eligiendo esta opción en el menú del programa se borra de la pantalla **sólo la curva**, pero se mantiene el valor de la función.

Ejemplo: Borra la función que has dibujado y vuévela a dibujar (no habrá que modificar para nada su valor).

• **RED DE PUNTOS EN LA PANTALLA:**

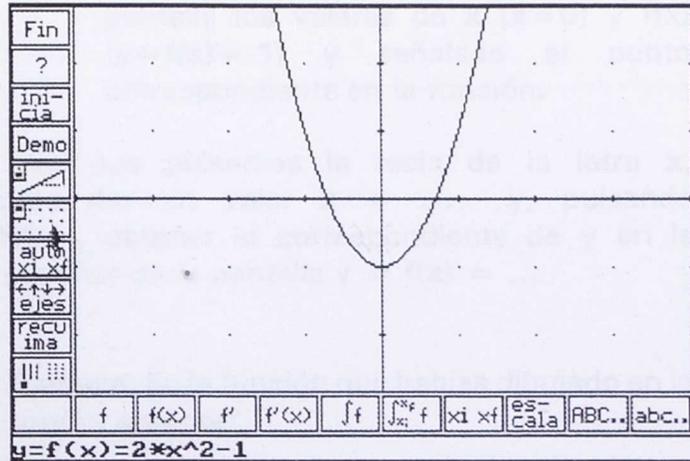


Aceptando esta opción aparece una red de puntos en el plano que coinciden con los puntos de coordenadas enteras.

Esto permite identificar rápidamente algunos puntos de la curva.

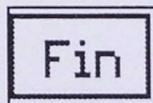
Eligiendo de nuevo esta opción también se desactiva la red.

Ejemplo: Con la función que dibujaste anteriormente y la red activada, se obtendría la siguiente pantalla:



Podemos observar así, que la curva pasa por los puntos (1,1), (-1,1) y (0,-1).

• **SALIR DEL PROGRAMA:**



Una vez decidas terminar el trabajo, eligiendo esta opción saldrás del programa.

También se puede salir pulsando la tecla **Esc**.

Es importante, **antes de apagar el ordenador**, salir siempre de los programas con la opción correspondiente.

Este texto es una reproducción de un documento que también se encuentra en el archivo de imágenes. El archivo de imágenes se encuentra en el directorio de imágenes de este sitio web. El archivo de imágenes se encuentra en el directorio de imágenes de este sitio web. El archivo de imágenes se encuentra en el directorio de imágenes de este sitio web.

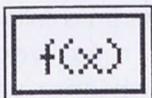


Podemos observar así que la curva pasa por los puntos (0, 1) y (1, 0). El punto (0, 1) es el punto de corte con el eje y y el punto (1, 0) es el punto de corte con el eje x.

El punto (0, 1) es el punto de corte con el eje y y el punto (1, 0) es el punto de corte con el eje x. El punto (0, 1) es el punto de corte con el eje y y el punto (1, 0) es el punto de corte con el eje x.

El punto (0, 1) es el punto de corte con el eje y y el punto (1, 0) es el punto de corte con el eje x. El punto (0, 1) es el punto de corte con el eje y y el punto (1, 0) es el punto de corte con el eje x.

• **VER LOS VALORES DE X, Y LOS CORRESPONDIENTES DE Y O F(X):**



Una vez dibujada la función, se acepta esta opción del menú. Aparecerán en pantalla los valores de x ($x=0$) y $f(x)$ ($y=f(x)=-1$) y señalado el punto correspondiente en la función.

Cada vez que pulsemos la tecla de la letra x , podremos dar un valor $x = \dots$ y, pulsando **<INTRO>**, obtener el correspondiente de y en la parte superior de la pantalla $y = f(x) = \dots$

Ejemplo: En la función que habías dibujado en la sesión anterior:

$f(x) = 2x^2 - 1$, con este procedimiento obtendrás para $x = 1$; $y = f(x) = 1$.

Prueba con otros valores y observa que podemos dar valores a x y obtener los de y **aunque no se vean esos puntos de la curva en la pantalla** (Fijarse en que al principio en la pantalla sólo vemos desde $x = -4$ hasta $x = 4$ y desde $y = -2,8$ hasta $y = 2,8$).

Para abandonar esta opción se pulsa **<INTRO>**, o también **Esc** (en este caso **sólo una vez** ya que si se pulsa Esc de nuevo abandonamos el programa).

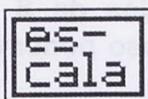
Quizás hayas observado que con esta opción activada, **cuando se mueve el ratón o se pulsan las flechas izquierda y derecha del teclado, van cambiando los valores de x y $f(x)$** (de la posición de la flecha de la pantalla sobre el eje X no debemos fiarnos, porque en algunos momentos no señala el valor real de x).

Cuando estás cambiando los valores de x de esta última forma, estos van variando inicialmente en décimas de unidad. Observa qué pasa si pulsas una o más veces las teclas $+$ ó $-$. Esto permitirá obtener valores de x con la precisión deseada.

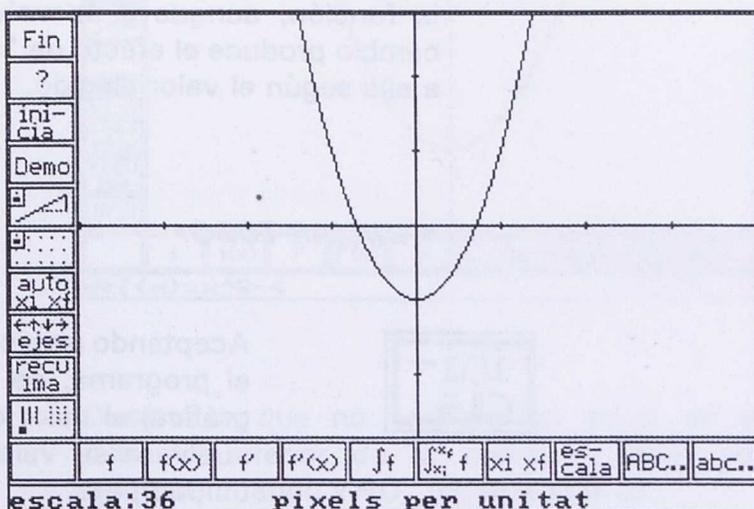
Ejemplo: Si continuamos con la función anterior dibujada ($f(x) = 2x^2 - 1$) obtenemos el valor para $x = 2,1$; $f(x) = 7,82$; si pulsas una vez la tecla $-$ podrás obtener para $x = 2,05$; $f(x) = 7,405$; si pulsas de nuevo la tecla $-$, podrás obtener para $x = 2,015$; $f(x) = 7,12045$.

No olvidar que siempre, pulsando la tecla x , se puede dar el valor deseado, hasta con 6 cifras decimales, y obtener el correspondiente de $f(x)$

● **ESCALAS:**



Aceptando esta opción con la función $f(x) = 2x^2 - 1$ dibujada, obtendrás la siguiente pantalla:



El número 36 para la **escala**, que aparecerá parpadeando, puede ser cambiado, modificando el número de unidades en los ejes y cambiando por tanto su longitud. Si aumentas la escala, aumenta la longitud de la unidad, por lo que habrá menos unidades ("más largas"), lo contrario que si la disminuyes, habrá más unidades en los ejes ("más cortas").

Ejemplo: Con la misma función que tienes dibujada (o con otra), cambia el valor de la escala de 36 a 18, verás en el eje X divisiones desde -8 hasta 8.

Por el contrario, si cambias el valor a 72, sólo verás valores para x desde -2 hasta 2.

Prueba con otros valores y observa que aunque des cualquier valor, realmente el programa siempre toma múltiplos de 6 y, como valor menor, 6 (en cuyo caso podemos ver desde $x = -24$ hasta $x = 24$).

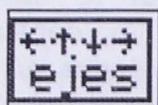
Obsérvese finalmente que al cambiar la escala se borra la función, aunque si la volvemos a dibujar dicho cambio produce el efecto de "alejarnos o acercarnos" a ella según el valor elegido.

• **INICIAR TODO:**



Aceptando esta opción se **inicia** de nuevo el programa, de forma que se borra la gráfica, el valor de la función, la escala vuelve a su valor inicial (36 pixels por unidad), etc.

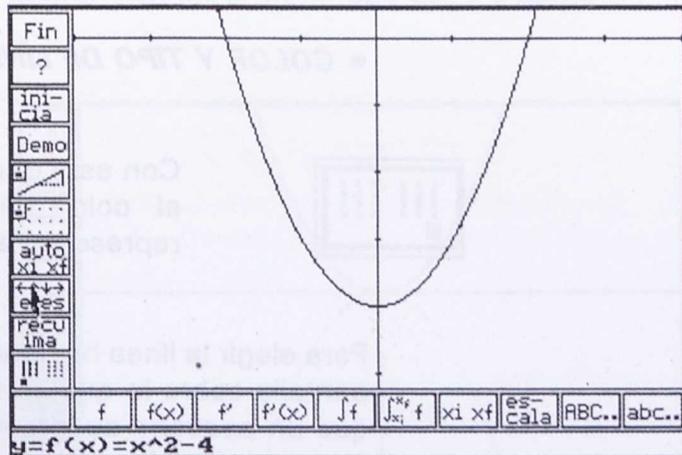
• **MOVIMIENTO DE EJES:**



Esta opción permite desplazar vertical y horizontalmente los ejes de coordenadas. Para ello hay que señalar y aceptar sobre la flecha que indica el movimiento deseado.

El objetivo de esta opción es ver trozos de la curva que inicialmente no se ven, sin modificar el tamaño de las divisiones en los ejes (o sea sin modificar la escala).

Ejemplo: Si dibujamos la función $f(x) = x^2 - 4$, con la escala inicial del programa (escala = 36), veremos la siguiente pantalla.



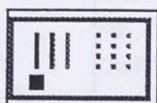
Obsérvese que no aparece un trozo en el extremo inferior de la curva ya que, por ejemplo, cuando $x=0$, ¿cuánto vale y ?

Si movemos los ejes hacia arriba 2 pasos (flecha \uparrow) y volvemos a dibujar la función, veremos la pantalla siguiente, donde ya aparece el punto $(0, -4)$.

Cuando se realizan varios movimientos de los ejes, puede llegar un momento en que el centro de coordenadas esté fuera de la pantalla y "no sepamos donde estamos".

Podemos hacer que todo retorne a la posición inicial pulsando la tecla **inicio** (o **home** dependiendo del ordenador). Esto borrará la gráfica, pero no el valor de la función, ni modificará la escala que tuviéramos establecida.

• **COLOR Y TIPO DE LÍNEA PARA LA GRÁFICA:**



Con esta opción se puede elegir el tipo y el color de la línea con la que se representa la función.

Para elegir la línea hay que situarse con la flecha de la pantalla sobre la que se quiera y aceptar (obsérvese que un pequeño cuadrado blanco señala la línea que tenemos elegida en cada momento).

La utilidad de esta opción es la posibilidad de **dibujar varias funciones en la misma pantalla**, para poder compararlas.

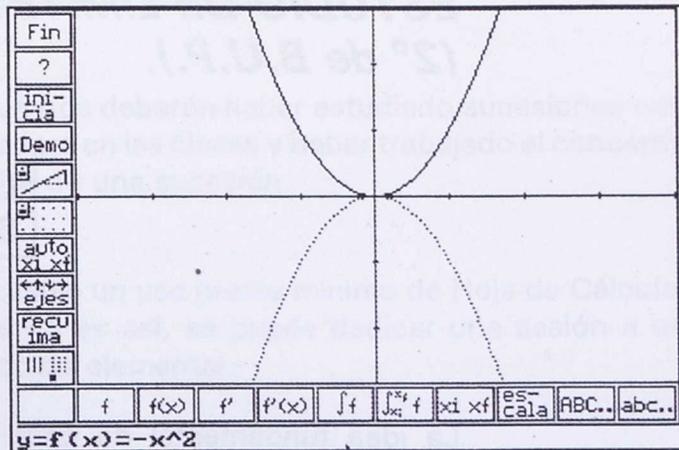
Ejemplo: Inicia el programa con la opción correspondiente y escribe la función $f(x) = x^2$.

Elige uno de los tres primeros tipos de línea (por ejemplo la blanca) y representa la función.

Sin borrar la pantalla, escribe ahora la función $f(x) = -x^2$.

Elige la línea blanca de puntos y representa la función.

Deberás obtener la siguiente pantalla que permite comparar las dos parábolas, que sólo se diferencian en el signo que tiene delante x^2 .



2. EJEMPLO DE USO DE LA HOJA DE CÁLCULO DEL "WORKS" PARA EL ESTUDIO DE LÍMITES DE SUCESIONES (2º de B.U.P.).

LÍMITE DE UNA SUCESIÓN

La idea fundamental de esta experiencia es la de poder efectuar tanteos sobre el valor de "n" para distintos valores de la distancia entre $a(n)$ y el límite, aprovechando la posibilidad de visión parcial de una sucesión que nos dan las Hojas de Cálculo. El objetivo es que los alumnos lleguen a entender la idea de límite de una sucesión a base de experimentar con distintas sucesiones.

Las hojas de cálculo no suelen ser fáciles de manejar, aunque la que se propone (WORKS) es relativamente sencilla. De todas formas, si se decide usarla es conveniente hacerlo en varios temas. Una secuencia posible comenzar con el repaso de progresiones para después continuar con los límites de sucesiones y luego seguir en el segundo y tercer trimestre con modelos sobre logaritmos y derivadas.

Como primer ejemplo se puede utilizar el modelo LIMITE.WKS descrito en el libro WORKS EN LA ENSEÑANZA, dentro del apartado APLICACIONES DIDÁCTICAS DE LA HOJA DE CÁLCULO.

■ **GUÍA DEL PROFESOR:**

● **REQUISITOS PREVIOS:**

Los alumnos deberán haber estudiado sucesiones con calculadora en las clases y haber trabajado el concepto de límite de una sucesión.

Es deseable un uso previo mínimo de Hoja de Cálculo, pero si no es así, se puede dedicar una sesión a un aprendizaje elemental.

● **COMANDOS DE HOJA DE CÁLCULO IMPRESCINDIBLES**

- Manejo de la ENTRADA DE DATOS
- Sintaxis propia de las fórmulas en H.C.
- Usar la opción LLENAR HACIA ABAJO.
- Algunas opciones del menú general de Works, como CALCULO MANUAL, modificar el ANCHO DE COLUMNA, número de DECIMALES las expresiones numéricas... etc.

● **OBJETIVO GENERAL**

Estudio de la definición de límite de una sucesión mediante visualización de sus elementos.

● **OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Saber realizar la traducción de fórmulas abstractas a su realización concreta y a la inversa.
- Visualización de las sucesiones en pantalla como conjuntos ordenados.
- Realización de tablas con las cantidades " ϵ " y " ∞ ", tan importantes en la definición de límite.

● **ACTIVIDADES**

- En un primer momento se le presenta al alumno un modelo con la sucesión ya construida, para que él tan sólo tenga que cambiar el LIMITE y el valor inicial para "n" (INICIO) y SALTO de "n" para obtener los sucesivos términos de la sucesión. Si es necesario, se cargan fórmulas distintas en varios modelos, a fin de evitar, inicialmente, el uso del comando LLENAR HACIA ABAJO.
- Cuando los alumnos sepan escribir fórmulas en la hoja y rehacer la misma para los nuevos valores, se harán ejercicios de confeccionar tablas de "épsilon" para distintos términos generales.
- Si el curso ha aprendido a realizar bien las actividades anteriores, puede emprenderse un trabajo de conjetura de límites en sucesiones definidas por su término general o por recurrencia, cambiando la fórmula y con el comando LLENAR HACIA ABAJO. Si es la primera vez que los alumnos manejan una Hoja de Cálculo, el profesor deberá realizar las primeras operaciones, además de una explicación previa de la sintaxis de las fórmulas

en Hoja de Cálculo e idea general de los comandos.

■ **HOJA DEL ALUMNO:**

● **TECLAS ESPECIALES EN EL TECLADO DEL ORDENADOR**

El programa que vas a usar es el de Hoja de Cálculo . Si no lo has manejado nunca , debes estar atento a cómo se escriben las fórmulas .

Las variables aquí se nombran como en el juego de los "barquitos" : A7 , B12 , C6 ...y algunos signos de operaciones son distintos : * para multiplicar , / para dividir , uso de paréntesis , etc... Tampoco confundas la letra "O" con el número "0".

Estudia con atención las teclas especiales que vas a usar en este programa:

NOMBRE DE LA TECLA

FINALIDAD

INTRO

Ejecutar órdenes o decir "SI".

ESC

No ejecutar una orden.
Decir "NO".

La llamaremos <no ejec>
También significa "VOLVER ATRÁS" si nos hemos equivocado de tecla.

DEL o SUPR	Borrar el carácter en el que está el cursor.
INS	Hacer sitio para INSERTAR otra letra o número en una palabra.
RETROCESO	Desplaza el cursor a la izquierda borrando todo lo que encuentra.
F2	Edita en la línea superior de la pantalla el contenido de una celda de la hoja de cálculo para que pueda ser modificada.
F9	Con esta tecla se RECALCULA de nuevo todo (si en el menú de OPCIONES estamos en la opción de CALCULO MANUAL).
→ ← ↑ ↓	Mueven el CURSOR (el rectángulo azul) a la celda que quieras.

• ARRANQUE DEL PROGRAMA. LEER Y SEGUIR PASO A PASO

1.- Una vez arrancado el ordenador, si el mismo posee disco duro, te aparecerá en pantalla la letra C>. El ordenador está esperando alguna orden.

Si no poseyese disco duro, tendrás que introducir en la unidad A el disco del sistema operativo. Una vez leído el mismo tendrás en pantalla la letra A>.

Supondremos, en lo sucesivo que dispones de un ordenador con disco duro.

2.- Tu profesor te informará de los pasos que debes de seguir para conseguir arrancar el programa **WORKS**.

Supongamos que ya lo has conseguido. Tendrás en la parte superior de la pantalla tres opciones para elegir: **ARCHIVO**, **OPCIONES**, **AYUDA**.

3.- Señalando con el ratón y pulsando la tecla izquierda del mismo, selecciona la opción **ARCHIVO**.

Suponemos por tanto que también dispones del ratón. Si no es así, también puedes hacer lo anterior con el teclado.

Observa que en la parte inferior de la pantalla aparecen las instrucciones precisas para operar sin el ratón. Concretamente pulsando la tecla **ALT** podrás elegir con las flechas del teclado y la tecla **INTRO** las distintas opciones del menú.

4.- Dentro de la opción **ARCHIVO** selecciona a continuación: **ABRIR UN ARCHIVO YA EXISTENTE** y **hoja de cálculo**.

Consulta a tu profesor cómo seleccionar el archivo **LIMITE.WKS**.

Si lo has hecho todo bien , tendrás en pantalla un esquema que te permitirá estudiar las sucesiones .

■ HOJA DEL ALUMNO. DESARROLLO DE LAS ACTIVIDADES

● PRIMERA SESIÓN

Observa bien lo que hay escrito en cada celda del modelo LIMITE que hemos cargado en pantalla e intenta interpretar su significado.

Elegimos un número concreto de decimales (FIJO en OPCIONES del menú), por ejemplo 4.

Observa los cambios de la pantalla. Si en alguna celda aparecieran los símbolos ##### no te asustes, es que la columna no es suficientemente ancha. Puedes cambiar la anchura de las mismas en la opción FORMATO y ANCHO DE COLUMNAS del menú. Se modificará el ancho de la columna en la que estés situado.

La forma de escritura de los números decimales positivos menores que 1 podría extrañarte (escribe ,6534 donde debería escribir 0,6534).

Observa que en la esquina inferior izquierda de la pantalla aparece la celda en la que estamos situado. Con las flechas te moverás de una a otra.

● ¿ En qué celda está la fórmula del término general? _____

● ¿ y en qué columna están los valores de " n " ? _____

● ¿ y los de a(n) ? _____

● ¿ En qué celda está el límite ? _____

Comenta con tu grupo para qué servirá cada dato y ahora nos ponemos a trabajar :

CONJETURA DEL LÍMITE :

En el esquema está representada la sucesión de término general

$$a(n) = \frac{n}{2n+1} \quad \text{¿ Lo ves ?}$$

La columna de a(n) calcula el término general usando esta fórmula.

Vamos a comprobarlo:

Coge un papel y halla el valor de a(3) con esa fórmula.

Escribe aquí los cálculos :

.....
Si n=3 a(3) = = 0,4285
.....

Ahora busca el valor 3 en la primera columna y lee el valor de a(3) que hay al lado . ¡ Es también 0,4285!

Prueba con otros valores : n=4 , n=5 .. ¿ Funciona ?

.....

Lee hacia abajo la columna de a(n):

¿ A qué límite crees que tiende ?

Escríbelo aquí : $L =$

El trabajo de hoy consiste en ver si ese límite cumple la definición que hemos estudiado en clase .

Antes vamos a aprender a escribir en la Hoja . Observa la línea superior de la pantalla. Van apareciendo en ella los valores o fórmulas de las distintas celdas. Observa que si en esta línea aparece una fórmula, en la celda correspondiente aparece el valor correspondiente a la aplicación de la fórmula.

Si pulsas la tecla **F2** podrás moverte por estas fórmulas o valores y corregirlos o escribir otros nuevos.

En la Hoja de la pantalla. Escribiremos el límite en la celda **G3**.

Debes situarte en ella con las flechas del teclado o con el ratón. Verás lo que estás escribiendo en la parte superior de la pantalla antes citada. Para que lo que escribes pase a la celda pulsaras **INTRO**. Escribe por tanto en dicha celda el valor que crees es el límite (1,5 ó 0,35 ... etc).

COMPROBACIÓN DEL LÍMITE :

El modelo está construido para hallar el valor de "n" a partir del cual los términos $a(n)$ se acercan al límite en menos de una distancia fijada por nosotros.

Recuerda bien que esa era la definición de límite .

Por ejemplo , si fijamos una distancia de 0,001 , había que hallar una "n" a partir de la cual $|a(n)-L| < 0,001$. Esto debía ser posible para todas las distancias. Efectuaremos ese "cálculo" (será más bien un tanteo) con este modelo.

Fijamos una distancia de 0,001 para empezar. En la celda de SALTO escribe el valor 100. Ya sabes cómo y si no, pregunta al profesor . En la celda A7, escribe un 1. Esto significa que quieres que la sucesión en pantalla comience por el primer término y salte de 100 en 100. ¿Comprendido ?. Si ya lo has hecho, observarás que los valores de las distintas celdas han cambiado (suponiendo que el programa esté en la forma de CÁLCULO MANUAL no activado (OPCIONES del menú. En caso contrario pulsando F9 lo conseguirás.

Si lo has hecho bien, habrán cambiado casi todos los números, para adaptarse a los nuevos datos que has dado.

¿ Cuánto vale $a(201)$? _____

Lee ahora la tercera columna . ¿ Son sus números cada vez más pequeños ?

¿ Van decreciendo hasta casi llegar a 0 ?.

¡ SI ES ASÍ , HAS ACERTADO EL LÍMITE , Y SI NO , VUELVE A EMPEZAR !

CÁLCULO DE LA "n" :

En la tercera columna están las diferencias $| a(n)-L |$, como ya sabes .

¿A partir de qué lugar esa diferencia es menor que 0,001 ? _____

¿Entre qué dos valores de la primera columna estará la n que estamos buscando?. Escríbelos :

Entre _____ y _____

Ahora afinamos la puntería. Escribe como salto el valor 10 ¿ en qué celda ? y luego como primera n (en A7) el número que tú decidas (es muy fácil).

Recuerda pulsar F9 si el cálculo es manual.

¿ Entre qué dos valores de la primera columna estará ahora la n a partir de la cual la diferencia es menor que 0,001 ?. Escríbelo :

Entre _____ y _____

Sigue así tanteando hasta que encuentres la n , cambiando el SALTO y la n inicial de A7 y RECALCULANDO .

Cuando la sepas , escríbela, n = _____

Hemos dado un primer paso para construir una tabla entre distancias y números.

La completamos :

d	n
0,1	
0,01	
0,001	
0,0001	

¿ Sabrías hacer la demostración con letras ?.

¡ Hazla aquí en ese caso.

● **SEGUNDA SESIÓN:**

En la primera sesión usa os el modelo SUCESIÓN para repasar el concepto de límite y confeccionar una tabla entre distancias y "n".

Hoy manejaremos más sucesiones y adivinaremos algún que otro límite importante.

COMANDO LLENAR HACIA ABAJO:

La primera tarea será la de aprender a escribir fórmulas en la columna B .

Sitúa el cursor en la celda B7 . Observa la fórmula que aparece en la línea superior de la pantalla.

Ves que es: $A7/(2*A7 + 1)$ (si no la ha cambiado alguien).

Es la fórmula de a(n) que usamos el primer día.

Ve bajando por la columna B y encontrarás fórmulas parecidas , pero con la celda cambiada : $A8/(2*A8 + 1)$, $A9/(2*A9 + 1)$,...

Las celdas cambian para ir captando una n distinta .

Ahora cambiaremos la fórmula . Te enseño a hacerlo:

PRIMER PASO :

Hay que escribir la nueva fórmula en B7 , escribiendo en lugar de la n que utilizas para nombrar al término general de la sucesión, el nombre de la celda donde se le dan los distintos valores, en este caso la palabra A7.

Por ejemplo , vamos a escribir en la celda B7 la fórmula:

$$a(n) = \frac{n}{6n-2}$$

que en el lenguaje de la Hoja de Cálculo sería : A7/(6*A7-2).

Recuerda el uso de la tecla F2.

IMPORTANTE: Observa que las fórmulas deben ir precedidas del signo =, mientras que los números no precisan ningún signo delante y las palabras de texto normal lo harán de " .

SEGUNDO PASO :

Cuando hayas escrito la fórmula en B7 , ahora esta fórmula hay que COPIARLA en la columna B completa. Debes seguir estrictamente estas instrucciones :

A).- Marca con el ratón la zona que quieres modificar, incluyendo la celda B7. Si no dispones de ratón puedes hacerlo con el teclado (pulsando F8).

B).-Elige a continuación le opción EDITAR y luego LLENAR HACIA ABAJO del menú y pulsa el botón izquierdo del ratón o INTRO si lo has hecho con el teclado.

Si todo ha ido bien , ya tendrás la nueva fórmula copiada . Recorre la columna B a ver si hay fórmulas como éstas : A8/(6*A8-2) , A9/(6*A9-2) ,

¿ Cuál es el límite de la nueva sucesión ?. Si no lo adivinas , escribe un SALTO mayor.

ESCRIBE LA RESPUESTA :

El lím. de a(n) es L = _____

Escribe el nuevo límite en la celda G3 y recalcula (F9) para ver que la columna C tiende a (escribe la respuesta).

CONJETURAS DE LÍMITES :

El profesor te ha escrito a mano algunas sucesiones al final de la hoja. Son todas distintas para cada equipo menos la segunda , que está escrita a máquina y que tiene un límite un poco raro . Con la ayuda del ordenador debéis ADIVINAR el límite de cada una y luego , COMO EJERCICIO VOLUNTARIO , podéis traer el planteo correcto para ver si habéis acertado.

¡CON LA SEGUNDA NO INTENTÉIS ADIVINAR EL LÍMITE, QUE NO VAIS A SABER HACERLO!

Pedid información sobre ella al profesor.

a) (aquí se escribiría una fórmula de $a(n)$ distinta para cada equipo)

b) $\lim (1+1/n)^n$

y en lenguaje de Hoja de Cálculo : $(1 + 1/A7)^{A7}$

■ HOJAS DE ALUMNOS

1ª HOJA DE EJERCICIOS

DIBUJANDO UNA FUNCIÓN MANUALMENTE:

Ejercicio 1.- Dada la función $y = 2x - 1$, realizar una tabla de valores para x e y , dando a x los valores: **-3; -2; -1; 0; 0,5; 1; 2,5; 4.**

Marcar los puntos correspondientes a esos valores en el plano y trazar la línea que representa la función dada. Elegir la misma escala en los dos ejes de coordenadas.

Ejercicio 2.- Repetir el ejercicio anterior para la función $y = 10 - 5x$ con los valores de x : **-2; 1,5; 1/2; 0; 1/2; 2/3; 2,5; 4.**

Si se elige también la misma escala para los ejes, se observa que ahora no es cómoda la representación.

En una escala distinta para cada eje, con una longitud 1 en el eje X, ¿qué longitud tomarás para el Y?. Dibuja de nuevo la función con esa escala.

¿Qué efecto produce esta distinta escala en la gráfica que se obtiene?.

Ejercicio 3.- Repetir los ejercicios anteriores para la función: $y = 1-x^2$, eligiendo tanto los valores que creas convenientes para x como la escala en los ejes.

Ejercicio 4.- Realizar una tabla de valores y representar gráficamente la función: $y = \frac{2}{x-1}$. Observar que al darle el valor 1 a x , no obtenemos valor para y .

Para poder dibujar la gráfica lo más correctamente posible, elige para x los valores: -3; 2; -1; 0; 0,5; 0,75; 1,25; 1,5; 2; 3; 5.

La gráfica de esta función está formada por dos partes que "no se unen". Más adelante estudiaremos las particularidades de este tipo de funciones.

2ª HOJA DE EJERCICIOS

ESCRIBIENDO Y DIBUJANDO UNA FUNCIÓN CON EL PROGRAMA CALCULA:

Ejercicio 1.- Escribir y dibujar la función: $f(x) = \frac{x^2}{3}$.

Antes de escribir una nueva función no olvides borrar la gráfica anterior.

Ejercicio 2.- Escribir y dibujar la función:

$$f(x) = \frac{2(x-1)}{3}$$

Ejercicio 3.- Escribir y dibujar la función: $f(x) = \frac{x-1}{2}$

"Atención a las prioridades de las operaciones".

- Activa la red en la pantalla y comprueba que la gráfica pasa por el punto de coordenadas (2,1).
- Escribe otros puntos por los que pase esta gráfica observando la red.

Ejercicio 4.- Escribe y dibuja la función $f(x) = \frac{x}{x-1}$.

Utiliza la red de la pantalla para contestar a las preguntas:

- a) ¿Cuánto vale y cuando $x = 2$?
- b) ¿Cuánto vale x cuando $y = 0$?
- c) ¿Cuánto vale y cuando $x = 1$?
- d) ¿Pasa por los puntos: $(2, 1)$
- $(1, 1)$
- $(-1, 1/2)$

3ª HOJA DE EJERCICIOS

TABLAS DE VALORES:

Ejercicio 1.- Escribe y dibuja la función: $f(x) = \frac{x+1}{3}$

- Comprueba con la opción **f(x)** del programa que cuando $x=2$, $f(x)=1$.

Si no has obtenido este valor para $f(x)$, es porque has escrito mal la función. Recuerda la prioridad de las operaciones.

- Completa la siguiente tabla de valores para esta función:

x	0	2	-1	5	-1/2	2,8
y						

Recuerda que 2,8 se escribe en este programa 2.8

Ejercicio 2.- Escribe y dibuja la función: $f(x) = \frac{x}{x+1}$

- Comprueba que para $x=-2$, $f(x)=2$. Recuerda que esto también se puede expresar como: $f(-2)=2$ y que quiere decir que la gráfica pasa por el punto $(-2, 2)$.

- ¿Pasa también esta gráfica por los puntos:

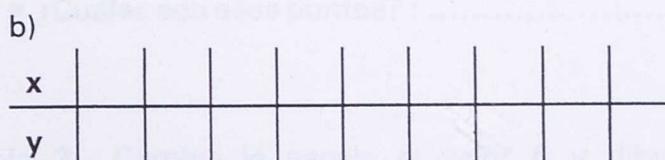
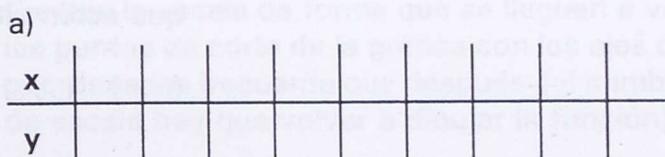
$(1, 2)$ $(0, 0)$ $(5, 2)$?.

Ejercicio 3.- En la primera hoja de ejercicios tuviste que realizar la tabla y dibujar las siguientes funciones:

a) $y = 2x - 1$ para los valores de $x = -3; -2; -1; 0; 0,5; 0,75; 1,25; 1,5; 2; 3; 5$

b) $y = \frac{2}{2x-1}$ para los valores de $x = -3; -2; -1; 0; 0,5; 0,75; 1,25; 1,5; 2; 3,5$.

Realiza ahora las tablas correspondientes usando la opción **f(x)** del programa y dibuja las funciones respectivas.



Comprueba que las tablas y gráficas obtenidas son las que realizaste manualmente en la 1ª hoja de ejercicios.

Ejercicio 4.- Dibuja la función $f(x) = x^2 + x - 2$

- ¿En qué puntos corta al eje X?

Fíjate lo que vale la coordenada y en todos los casos. Eso pasa con todos los puntos que estén sobre el eje X.

Escribe aquí varios puntos del plano (aunque no pertenezcan a la gráfica) que estén situados sobre este eje:

(,) (,) (,)

Ejercicio 5.- Dibuja la función $y = x + 1$.

- ¿En qué punto corta al eje Y?:

Dibuja ahora la función $f(x) = 2x - 2$

- ¿En qué punto corta ahora al eje Y?:

Observa que como en el ejercicio anterior, estos puntos tienen en común una coordenada (la x en este caso). Esto ocurre con todos los puntos que estén situados sobre el eje Y.

Escribe aquí varios puntos más del plano que estén situados sobre este eje:

(,) (,) (,)

4ª HOJA DE EJERCICIOS

ESCALAS Y MOVIMIENTO DE EJES:

Ejercicio 1.- Dibuja la función $f(x) = 5 - x$

Observa que casi no se ve la gráfica en la pantalla.

Cambia la escala de forma que se lleguen a ver los puntos de corte de la gráfica con los ejes de coordenadas (recuerda que después del cambio de escala hay que volver a dibujar la función).

- ¿Cuáles son esos puntos? :

Ejercicio 2.- Cambia la escala al valor 6 y dibuja después la función: $f(x) = 10x^2$.

Modifica la escala de nuevo de forma que la parábola que has dibujado se vea de forma más correcta.

Ejercicio 3.- Acepta la opción del programa "inicia".

Dibuja la función: $f(x) = \frac{1}{x-5}$.

Mueve los ejes de coordenadas 3 o 4 pasos a la izquierda y vuelve a dibujar la función. Verás un trozo de gráfica que quizás no esperabas...

Ejercicio 4.- Pulsa la tecla **inicio** o **home** de tu ordenador.

Escribe y dibuja la función $f(x) = 18 - 2x^2$.

Intenta ver el punto donde la curva corta al eje Y, moviendo los ejes o cambiando la escala.

- ¿Cuál es ese punto?: .

No olvides que dispones de la opción **f(x)** para verlo con más exactitud.

- ¿Qué valor darás a x en este caso para obtener el de y?.

5ª HOJA DE EJERCICIOS

EXISTENCIA DE UNA FUNCIÓN:

Ejercicio 1.- Escribe y dibuja la función: $\frac{1}{x}$

- Encuentra los valores de $f(x)$ correspondientes a los valores: $x = 4$, $x = -1/2$, y $x = 1/8$.
- ¿Qué pasa si intentas lo mismo para $x = 0$?
- ¿Puedes calcular el valor de $f(0)$ sin ayuda del ordenador?
- ¿Por qué?

Sabemos que no es posible dividir por 0, por lo que se dice que esta función **no existe o no está definida cuando $x = 0$** .

Ejercicio 2.- Escribe y dibuja la función: $f(x) = \frac{x-2}{x-1}$

- Intenta hallar su valor para $x = 1$. ¿Te pasa lo mismo que en el ejercicio anterior?
- ¿Hay algún otro valor de x para el que esta función no exista?

Ejercicio 3.- Escribe y dibuja la función: $f(x) = \frac{x}{2x-1}$

- Encuentra con ayuda del programa algún valor de x para el que no exista esta función.
- No existe para $x = \dots$
- ¿Hay alguno más? ¿Por qué?

Ejercicio 4.- Dibuja la función: $f(x) = \frac{x-1}{x^2-4}$

- La función no está definida para $x = \dots$

Habrás observado que todas estas funciones son del mismo tipo (aparece la x en el denominador) y que en todas las gráficas se produce un salto cuando x toma ciertos valores que anulan el denominador.

Ejercicio 5.- Escribe y dibuja la función: $f(x) = \sqrt{x}$
(escribirás raíz (x)).

Observarás, mientras se dibuja la gráfica, el mensaje "la función no está definida". Veamos porqué.

- ¿Cuánto vale $f(x)$ para $x=4$ (),
para $x=1$ (),
para $x=0$ (),
para $x=-1$ (),
para $x=-2$ (). ?

En los valores en que la función no existe, tampoco se dibuja la gráfica.

- ¿Por qué no existe la función para esos valores de x ?:

Escribe aquí otros valores para los que no exista:

Ejercicio 6.- Dibuja la función: $f(x) = \sqrt{x^2-4}$

- ¿Existe para: $x = 0$, $x = 3$,
 $x = -3$, $x = -1$,
 $x = 5$, $x = -2$

Observa que a diferencia de las funciones del tipo anterior (con denominadores), ahora hay infinitos valores de x para los que estas funciones no existen.

Compruébalo con la función que tienes dibujada y la opción $f(x)$ del programa.

Ejercicio 7.- Dibuja la función: $f(x) = \frac{x^2-1}{2}$

- ¿Hay algún valor de x en el que no esté definida?.
- ¿Qué diferencia a esta función de las de los ejercicios 1, 2, 3 y 4?.

RESUMEN: Hemos visto algunos casos en los que una función no está definida para todos los valores de x . En ellas la gráfica no se dibuja para dichos valores y en general puede estar formada por **varios trozos**.

Ello puede ocurrir cuando la x aparezca en el **denominador** de la función o dentro de una **raíz cuadrada**.

RECURSOS DISPONIBLES

1. MATERIALES DISPONIBLES PARA CADA NIVEL EDUCATIVO.

En este apartado se hace un recorrido por distintos temas del currículo de matemáticas y se indica para cada uno de ellos los programas de ordenador que se pueden usar y la documentación que se puede consultar. Dos de estos temas han sido tratados con mayor amplitud en el apartado anterior.

De algunos temas correspondientes a niveles de Secundaria posobligatoria (actuales tercero de BUP y COU), sólo se indica el software y la documentación disponible, pues se sale del intervalo de edades propuesto en el proyecto. Sin embargo, se pueden encontrar ejemplos de uso muy completos en la documentación correspondiente a la experimentación selectiva llevada a cabo este curso en varios centros de Madrid.

Del resto de los temas se incluye unas indicaciones de uso, los requisitos previos para el uso del software propuesto, los objetivos generales y específicos, que sería deseable alcanzaran los alumnos al final de la experiencia, y una relación de actividades. También existe, como en el caso de tercero de BUP, una documentación complementaria que incluye hojas de trabajo para los alumnos.

EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA

ESTADÍSTICA

LABOR

Este programa permite hacer el tipo de trabajo que se indicaba en el párrafo dedicado a la Estadística en el apartado "Finalidades e intenciones del proyecto. En este sentido, se puede comenzar explicando los conceptos estadísticos y las medidas fundamentales reforzando estas ideas con los propios ejemplos que presenta el programa. Así se consigue un doble objetivo matemático y de uso del programa. Posteriormente se les puede proponer a los alumnos la realización de unas encuestas, dándoles a elegir entre una serie de temas o pidiéndoles que decidan ellos el tema. Una posible lista de temas sería:

- Número de habitantes en cada vivienda de su portal.
- Deporte favorito.
- Número de hermanos de los alumnos de la clase.
- Programa de televisión favorito.
- Número de alumnos en cada aula del Colegio.

■ REQUISITOS PREVIOS

Conocer el significado de:

- población
- muestra
- frecuencia absoluta
- frecuencia relativa
- media aritmética
- moda

Conocer las posibles aplicaciones de la estadística en el estudio de la sociedad actual.

■ OBJETIVOS GENERALES

- Tomar conciencia de la importancia que tiene la estadística en la sociedad actual.
- Conocer los diferentes campos en los que se puede aplicar la estadística y su utilidad.
- Poner en práctica conceptos abstractos.
- Desarrollar la capacidad de observación y reflexión.

■ OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Aplicar correctamente los conceptos adquiridos, sobre estadística, en ejemplos prácticos.
- Representar correctamente sobre distintos gráficos (diagrama de barras, polígono de frecuencias, diagrama de sectores) datos estadísticos.
- Entender el significado de la moda, de la media y la utilidad de cada una.

■ ACTIVIDADES

- Resolver problemas sobre estadística, dirigidos por el ordenador.
- Obtener datos estadísticos del medio que les rodea por medio de encuestas.
- Analizar los datos obtenidos usando las medidas de centralización y los gráficos estadísticos apoyándose para ello en las posibilidades del ordenador.

■ DOCUMENTACIÓN

- Memoria de la experimentación selectiva de matemáticas curso 89/90.

Justo Martínez Díez (C.P. Manuel Azaña.
Alcalá de Henares)

Luis Mozas Bartolomé (C.P. Manuel Azaña.
Alcalá de Henares)

- Manual del programa.

**OPERACIONES,
CÁLCULO,
ECUACIONES DE
PRIMER GRADO**

PRIMER

El uso de este programa está destinado a que los alumnos alcancen agilidad y seguridad en la manipulación de fórmulas y expresiones matemáticas.

Quizá el apartado más importante del mismo es el dedicado a trabajar con la prioridad en las operaciones y el uso adecuado de los paréntesis en el cálculo con número enteros.

Otro de los apartados está dedicado a despejar la variable en una ecuación de primer grado.

■ **OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Comprensión del concepto de jerarquía en las operaciones de una expresión matemática y su utilidad para la eliminación de paréntesis.
- Aplicación del orden en el cálculo de una expresión
- Obtención del valor de una incógnita mediante la operación de despejar.
- Realización de actividades de colocación de paréntesis en las operaciones que los necesiten.
- Manejo de la calculadora, adaptando el cálculo a la jerarquía de las operaciones.

■ ACTIVIDADES

Hay que suponer que la jerarquía de las operaciones ha estado presente ya durante la enseñanza primaria de una forma más o menos implícita.

El programa puede usarse cuando el profesor considere que se deben reforzar estas técnicas que finalmente consisten en un mecanismo repetitivo.

En las distintas sesiones de trabajo con el programa, se pueden proporcionar a los alumnos hojas de ejercicios elaboradas por el profesor y también se pueden utilizar las hojas que, como archivos de texto, se incluyen en el disco del programa con los nombres HOJA1.TXT, HOJA2.TXT, etc. Estos distintos archivos incluyen ejercicios que van utilizando las distintas opciones del programa así como las distintas aplicaciones del mismo.

También se incluyen en el disco del programa varios archivos, módulos independientes de referencia rápida para el alumnado con el objeto de integrarlos en las distintas hojas de alumnos. El archivo MÓDULOS.TXT los contiene a todos.

Las instrucciones de funcionamiento y manejo del programa se incluyen también en una archivo en el disco.

La guía didáctica del programa, realizada por el propio autor del mismo, incluye además de instrucciones manejo, objetivos, etc, sugerencias para su uso en sesiones y temas concretos, con el material adecuado para ello.

■ DOCUMENTACIÓN

- Guía didáctica del programa (se encuentra en todos los CEPs)

RESOLUCIÓN

GEOMETRÍA

GEOMOUSE

Se trata de un programa con herramientas de dibujo lineal, que permite construcciones geométricas planas a base de segmentos, rectas, circunferencias, etc, así con herramientas auxiliares como libreta, calculadora e instrumentos de medida de segmentos y ángulos.

Permite también escribir texto en la pantalla de dibujo y crear así aun configuración o lámina que se puede guardar en disco para utilizar en estudios y prácticas posteriores.

El manejo del programa es sencillo y se realiza con el ratón (sólo compatible Microsoft), permitiendo utilizar varias ventanas que pueden ser modificadas, tanto en tamaño como en posición.

La sencillez de manejo, unido a lo abierto del programa, hace que se uso puede ser adecuado en toda la etapa de la Enseñanza Secundaria, tanto obligatoria (donde la geometría plana es contemplada con bastante peso), como posobligatoria.

■ **ACTIVIDADES**

La utilidad fundamental es permitir que el alumno realice sus propias construcciones geométricas y pueda realizar estudios sobre ellas como pueden ser comprobación de propiedades o investigaciones varias.

Entre las actividades que se pueden realizar, algunas de ellas propuestas el manual-guía del programa, se pueden citar:

- Construcción de un triángulo y posterior verificación de propiedades como:

- Suma de sus ángulos

- Construcción de medianas y comprobación de propiedades relativas al baricentro.

- Construcción de las circunferencias inscrita y circunscrita.

- Comprobación del teorema de Pitágoras (en el caso de triángulo rectángulo).

- etc.

- Comprobación del teorema de Thales.

- Resolución gráfica y numérica de triángulos.

- Construcción de polígonos regulares

- Perpendicularidad de las tangentes a una circunferencia respecto al radio.

■ DOCUMENTACIÓN

- Guía didáctica del programa (presente en todos los CEPs).

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Se distribuyen en el presente curso tres programas de características distintas pero con el común objetivo de la resolución de problemas de distintos temas y niveles.

SUPERMÁTICAS

Se deben encontrar en todos los centros que hayan presentado proyecto de matemáticas.

El objetivo fundamental del programa es el de ayudar al estudiante a desarrollar sus capacidades en la resolución de problemas mediante la identificación de datos e incógnitas, búsqueda de las fórmulas adecuadas y del camino para obtener la solución.

■ **ACTIVIDADES**

El programa propone un medio de conexión entre la teoría matemática y su aplicación en situaciones de la vida real.

Consta de 7 bloques temáticos, cada bloque de 3, 4 o 5 módulos y cada módulo de 9 a 11 problemas. Los bloques temáticos son los siguientes:

- Aritmética I
- Aritmética II
- Geometría
- Álgebra
- Un paso al álgebra
- Probabilidad y estadística
- Trigonometría

En la resolución de cada problema se dispone de varios niveles de ayuda y consulta llegando a la resolución explicada del mismo paso a paso.

Los datos del problema son cambiados aleatoriamente cada vez que se resuelve el mismo.

Dispone de un informe para el profesor donde se proporcionan los errores cometidos durante la resolución, áreas en las que el utilitario presenta más dificultades, tiempo utilizado y número de intentos de introducir la solución.

También se puede realizar un repaso teórico a lo largo del cuál se ofrecen ejemplos.

■ DOCUMENTACIÓN

- Guía del programa.

EXPER

Las características generales son parecidas a las de Supermáticas.

No obstante, disponen de mucha menos cantidad y variedad de problemas incorporados en el programa, pero en cambio el programa es abierto, permitiendo la incorporación de nuevos problemas, con la condición de que su resolución implique la aplicación de una sola fórmula explicitada mediante una ecuación de primer grado.

Permite programar la secuencia de presentación de los problemas, puede fijarse un tiempo máximo para la resolución y permite el trabajo de 1 o 2 usuarios.

■ **ACTIVIDADES**

Como ya hemos dicho el programa permite al profesorado incorporar nuevos problemas con los que diseñar sus propias actividades. En cuanto a los que incluye el programa, no sólo son específicos de matemática, muy al contrario abarcan otras áreas como física y química.

En cuanto a los problemas específicos de matemáticas incluyen:

- Geometría (áreas y volúmenes)
- Cálculo mercantil (interés simple)

■ **DOCUMENTACIÓN**

- Guía didáctica disponible en todos los CEPs.

PI-MAT (o PROA)

Este programa consta de dos partes fundamentales:

- Permite editar para corregir los problemas ya existentes o incorporar otros nuevos (fichero EDITPROA.EXE)
- Permite acceder al módulo de resolución de los problemas contenidos en el fichero anterior (ejecutando PROA.EXE).

Además dispone de otros dos ficheros ejecutables: PROFESOR.EXE que permite editar los ficheros generados por los alumnos mientras resuelven los problemas y LENG.EXE que permite ver los elementos que constituyen el lenguaje de comunicación con el programa cuando se están resolviendo problemas.

Por tanto, el programa PROA.EXE está pensado para su ejecución por parte de los alumnos y los restantes por parte del profesor.

En la guía de usuario del programa se explica el manejo de todas las partes de este programa. Comentamos aquí algunas características del módulo de resolución para el alumnado.

■ **ACTIVIDADES**

Al ejecutar el programa PROA.EXE, se solicitan los datos del usuario (nombre, curso, número, etc) para que éste elija la opción **Ejercicio**, apareciendo los problemas de que se disponga en el directorio activo (con la tecla **F4** se puede cambiar de directorio). Inicialmente el programa dispone de tres niveles de ejercicios de dificultad creciente y con un total de 44 problemas, la mayor parte de ellos de geometría, trigonometría o funciones.

La diferencia esencial de este programa con los anteriores es la forma de obtención de los datos y las ayudas para la resolución de los ejercicios, ya que se trata de formular preguntas o peticiones al programa en un lenguaje de interrogación predeterminado:

- ¿Cuál es la longitud del lado c ?
- ¿Cuánto mide h ?
- Dime (o enuncia) el teorema de Pitágoras.

Como vemos este tipo de interrogaciones presenta aspectos positivos como el de que el alumnado decida los datos y ayudas que necesita, pero también aspectos que dificultan enormemente esa tarea, como la rigidez de las preguntas a formular que hacen difícil conseguir, al menos las primeras veces que se use el programa.

■ **DOCUMENTACIÓN COMPLEMENTARIA**

- Guía didáctica disponible en los CEPs.

**EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA
(4º CURSO). BACHILLERATO. 2º-3º DE B.U.P.**

**TRIGONOMETRÍA,
RESOLUCIÓN DE
TRIÁNGULOS
RECTÁNGULOS**

SISTEMAT

El programa permite plantear y resolver problemas numéricos. El profesor puede analizar un grupo de problemas determinado y aislar los posibles datos y las fórmulas necesarias para resolver ese tipo de problemas o puede proponer a los alumnos que hagan ellos mismos el análisis.

Si se elige el primer camino, el tipo de trabajo que se propone al alumno irá encaminado a que este encuentre el mínimo número de **datos** necesario para resolver cualquier problema del tipo propuesto y **eso**, siguiendo, en cada caso, el mejor camino.

En el segundo, se trata de que el alumno distinga los distintos elementos que están en el enunciado de los problemas, las variables que intervienen, los datos y las fórmulas que puede utilizar.

Aunque este segundo camino resulta más complicado, pues es necesario que los alumnos manejen muchas de las posibilidades de **SISTEMAT**, si se combinan ambas formas de trabajo, se puede conseguir que los alumnos además de resolver problemas diseñen los sistemas que les permitirán resolverlos.

El interés de este tipo de trabajo se basa en que el diseño de sistemas, que permite este programa, hace reflexionar al alumno sobre el entorno en el que se mueve y los instrumentos de resolución que posee.

En ambos casos se propone con este programa un tipo de trabajo activo. Si los alumnos no han usado antes este sistema necesitarán una adaptación para habituarse a esta forma que ralentizará su avance los primeros días. Este retraso se puede aminorar si se elaboran unas hojas de instrucciones muy claras del programa y unas hojas de ejercicios, perfectamente secuenciadas, para que cada grupo pueda seguir su propio ritmo.

Es fundamental hacer hincapié a los alumnos en que lean atentamente las hojas de instrucciones así como los enunciados de los ejercicios. Por ello, unas y otros han de ser claros y precisos.

■ **REQUISITOS PREVIOS**

- Conocer los conceptos básicos de la Trigonometría.
- Haber resuelto problemas sobre triángulos rectángulos.
- Saber descomponer las figuras poligonales elementales en triángulos rectángulos.

■ **OBJETIVOS GENERALES**

- Asimilar los conceptos de la trigonometría y conseguir destreza en la aplicación de los mismos a la resolución de triángulos rectángulos.
- Resolver problemas con un grado apreciable de capacidad de cálculo automático para destacar así estrategias de resolución.

■ OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Resolver un triángulo rectángulo.
- Conocer y calcular el segmento "altura sobre la hipotenusa".
- Determinar qué datos son necesarios para resolver un triángulo rectángulo.
- Encontrar los caminos más lógicos y simples en este problema.
- Darse cuenta de algunos casos en los que no hay solución y por qué.
- Realizar ejercicios sobre los conceptos anteriores.
- Resolver ejercicios de aplicación de las razones trigonométricas a los triángulos rectángulos, fundamentalmente cálculo de alturas de figuras diversas, usando la tangente de un ángulo.
- Saber reconocer los DATOS, OBJETIVOS y PASOS DE PLANTEO de un problema.
- Adquirir experiencia de efectuar una misma resolución con métodos distintos.

■ ACTIVIDADES

En principio se pretende que los alumnos manejen la opción "EJECUTAR" del programa y algunos de sus comandos con un sistema creado, para conseguirlo se puede proporcionar a los alumnos un sistema que permita resolver cualquier triángulo rectángulo y una serie de ejercicios en los que se pida al alumno que de valores a distintas variables y anote las soluciones.

Una vez que manejan con soltura el programa se pasa a que contesten sucesivos ejercicios encaminados a ver cuál es el menor número de datos con los que se resuelve un triángulo, para lo cual se les indica que ellos elijan los datos y con la opción "HALLAR" resuelvan el triángulo y deduzcan la respuesta.

A continuación se proponen ejercicios que los alumnos han de resolver primero en el papel y luego comprobar las soluciones con el ordenador y comparar el camino del programa y las fórmulas que éste utiliza con lo que ellos han hecho.

En los enunciados de los estos últimos problemas pueden aparecer figuras más complicadas, como rombos, trapecios, polígonos regulares...

Por último si el grupo ha avanzado suficientemente en el manejo del programa se puede pedir a los alumnos que diseñen un sistema específico de una figura o de un problema.

El siguiente enunciado podría servir para que los alumnos diseñaran un sistema que permitiera calcular todos los elementos de un trapecio rectángulo a partir de algunos. Se puede usar como base el sistema que se les haya dado para los triángulos rectángulos.

● **EJEMPLO DE UNA POSIBLE HOJA DE ALUMNO:**

PROBLEMA NUM. 1A.- En un trapecio rectángulo ABCD conocemos $A=90^\circ$ $B=90^\circ$ $C=130^\circ$ $AB=6$ cm $BC=6$ cm. Halla el área

DATOS :

DIBUJA LA FIGURA Y LOS TRIÁNGULOS ELEGIDOS :

F U N C I O N E S

CALCULA FUNCIONES GRÁFICAS

El tema de funciones ocupa gran parte del tiempo de los alumnos de BUP a lo largo de los distintos cursos y también es un tema relevante en la ESO.

Se pueden usar los dos primeros programas para introducir las cuestiones más elementales de las funciones y el tercero para realizar un estudio más avanzado.

Un ejemplo de trabajo con el programa **CALCULA** se desarrolla más ampliamente en la primera aplicación y algunas instrucciones para trabajar con los otros se realizan aquí.

■ **REQUISITOS PREVIOS**

En cuanto a la asignatura es suficiente los conocimientos adquiridos en matemáticas de 1º de B.U.P., aunque es conveniente repasar los conceptos de función y su representación gráfica .

No son necesarios conocimientos previos de ordenadores.

■ **OBJETIVOS GENERALES**

- Introducción práctica del concepto de función.
- Asimilar los conceptos de dominio de una función, funciones pares e impares, crecimiento o decrecimiento de una función y otras propiedades.
- Estudio de las propiedades generales de las funciones afines y cuadráticas.

■ OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Ver casos prácticos de obtención de funciones.
- Distinguir entre distintos tipos de funciones (lineal, afines, cuadráticas, ...), tanto en su expresión analítica como gráfica.
- Representar gráficamente distintas funciones, tanto mediante la creación de una tabla de valores, como reconociendo su forma por su expresión analítica.
- Obtención del vértice de una parábola y de los puntos simétricos respecto al eje para la representación de la parábola.
- Trabajar con el concepto de dominio de una función en los casos:
 - * Con un solo punto que no pertenezca al dominio.
 - * Con dos puntos que no pertenezcan al dominio.
 - * Con intervalos de no existencia (raíz cuadrada).
- Reconocer las funciones pares e impares en los casos:
 - * Polinomios.
 - * Cociente de polinomios.
- Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de funciones simples:
 - * Funciones siempre crecientes o siempre decrecientes.
 - * Funciones con intervalos de crecimiento e intervalos de decrecimiento

■ ACTIVIDADES

Antes de comenzar el trabajo en los ordenadores, se les da una clase en la que se les recuerda el concepto de función y de su representación gráfica.

A continuación y con el programa de ordenador correspondiente se proponen ejercicios, dirigidos fundamentalmente a que observen las gráficas de las distintas funciones y vayan reconociendo propiedades específicas, como la observación de: cuándo una recta es creciente o decreciente, el cálculo del vértice de una parábola y los valores a dar a x para su representación gráfica, o cuándo una parábola es cóncava o convexa.

Para esta parte se puede utilizar el programa Calcula. Este programa resulta de fácil manejo, tanto con ratón, como utilizando el teclado.

Como ya se vio en la aplicación 1 desarrollada anteriormente, es conveniente elaborar hojas de instrucciones, con la descripción de las opciones del programa que se van a utilizar, la forma de introducir la expresión de la función y cuantas sugerencias queramos que sean tenidas en cuenta por el alumnado.

Las actividades se pueden orientar a que el alumno, a través de ejercicios dirigidos, vaya descubriendo los siguientes conceptos en una función:

- Dominio.

Se eligen inicialmente ejercicios en los que se representen funciones que presenten una discontinuidad de salto infinito (un polinomio en el denominador), para que vean los valores de x para los que la función no existe. Se proponen a continuación funciones con dos saltos y finalmente funciones que no existen en algunos intervalos (raíces pares).

- Simetrías.

Se les propone representar funciones pares para que vean la simetría de la gráfica. Después de varios ejemplos se les preguntaba por el tipo de funciones que cumplen esta propiedad, dándole el nombre de funciones pares.

El mismo tipo de ejercicios y preguntas se utiliza para las funciones impares.

- Monotonía.

Con un procedimiento análogo al anterior: de descubrimiento, se intenta que vean cuándo una función es creciente o decreciente, y para qué valores de x se cumple esta propiedad. Llegando al final a dar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de una función a la vista de su representación gráfica.

■ DOCUMENTACIÓN

- Memoria de la experimentación selectiva de matemáticas curso 89/90.

Antonio Caro Merchante (I.B. Complutense. Alcalá de Henares)

Leoncio Santos Cuervo (I.B. Complutense. Alcalá de Henares)

Antonio Roldán Martínez (I.B. San Pascual. Madrid)

María Teresa Mejuto López (I.B. San Pascual. Madrid)

- Manual de los programas.

LÍMITE DE UNA SUCESIÓN

MODELO DE HOJA DE CÁLCULO EN WORKS PARA EL CÁLCULO DE LÍMITES.

La propuesta de trabajo con este programa se ha incluido como ejemplo en la segunda aplicación

Es una adaptación para el Works de la creada anteriormente para Open Access.

■ **DOCUMENTACIÓN**

- Memoria de la experimentación selectiva de matemáticas curso 89/90.

Antonio Roldán Martínez (I.B. San Pascual. Madrid)

María Teresa Mejuto López. (I.B. San Pascual. Madrid)

- Libro "Works en la enseñanza" editado por el Programa de Nuevas Tecnologías.

PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS

APUNTES

Se trata con este programa de investigar las propiedades de los logaritmos respecto de las operaciones, relacionarlos con la exponencial y analizar los gráficos correspondientes.

■ **REQUISITOS PREVIOS**

Los alumnos no deben saber nada de logaritmos, pero sí de los conceptos generales sobre funciones. Si hay repetidores en la clase pueden desvirtuar algo el trabajo al adelantar resultados no experimentados.

COMANDOS DE "APUNTES" IMPRESCINDIBLES:

- Dominio elemental de las posibilidades de edición de frases y fórmulas.
- Comprensión del funcionamiento del comando CALCULAR con F10 y el de VERIFICAR, F8.
- El resto de comandos se irán explicando a lo largo de las sesiones.

■ **OBJETIVO GENERAL**

Descubrimiento de las propiedades de los logaritmos usando la función correspondiente como una caja negra, manipulando tan sólo LOS VALORES DE LA FUNCIÓN LOGARÍTMICA sin ningún conocimiento de su definición.

■ **OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Investigar propiedades con el solo apoyo de las relaciones mutuas entre los valores de una función.
- Práctica de elaboración de conjeturas y verificación de las mismas.
- Soltura en el trabajo con el programa APUNTES.

■ **ACTIVIDADES**

- Descubrimiento de propiedades de los logaritmos.
- Puesta en común y aprendizaje de lo descubierto.
- Investigación de la gráfica de la función logarítmica.
- Formalización de las propiedades mediante la edición y verificación de fórmulas con ordenador.

■ **DOCUMENTACIÓN**

- Memoria de la experimentación selectiva de matemáticas curso 89/90.
Antonio Roldán Martínez (I.B. San Pascual. Madrid)
- Manual del programa.

BACHILLERATO. 3º DE B.U.P.

**TRIGONOMETRIA.
RESOLUCIÓN DE
TRIÁNGULOS**

SISTEMAT

Los comentarios hechos para este programa referidas a su uso en segundo de B.U.P., son válidas también aquí.

■ **DOCUMENTACIÓN**

- Memoria de la experimentación selectiva de matemáticas curso 89/90.

Leoncio Santos Cuervo (I.B. Complutense.
Alcalá de Henares)

Antonio Pérez Sanz (I.B. San Pascual. Madrid)

- Manual del programa.

GRÁFICAS DE FUNCIONES

CALCULA FUNCIONES GRÁFICAS

Programas ya comentados en un apartado anterior.

■ **DOCUMENTACIÓN**

- Memoria de la experimentación selectiva de matemáticas curso 89/90.

Leoncio Santos Cuervo (I.B. Complutense.
Alcalá de Henares)

Antonio Pérez Sanz (I.B. San Pascual. Madrid)

Antonio Roldán Martínez (I.B. San Pascual.
Madrid)

- Manual de los programas.

2. ENUMERACIÓN Y DESCRIPCIÓN DE LOS MATERIALES.

PROGRAMAS

PRIMER (PNTIC - CIDE)

De entre las posibilidades que ofrece, la más adecuada y fácil de manejar es la de "señalar" la primera operación que se debe realizar en una cadena de operaciones con números enteros, de ahí el nombre de "primer". La expresión se presenta casi siempre con paréntesis y al ir avanzando se realizan automáticamente los cálculos.

El resto de las opciones que presenta (despejar la incógnita en una ecuación de primer grado, colocación de paréntesis o símbolos de operaciones en expresiones, etc), son algo más complicadas de realizar.

También permite que el profesor incorpore "baterías" de ejercicios en el orden deseado para el trabajo del alumnado e incluso que el propio usuario escriba el ejercicio sobre el que quiere trabajar.

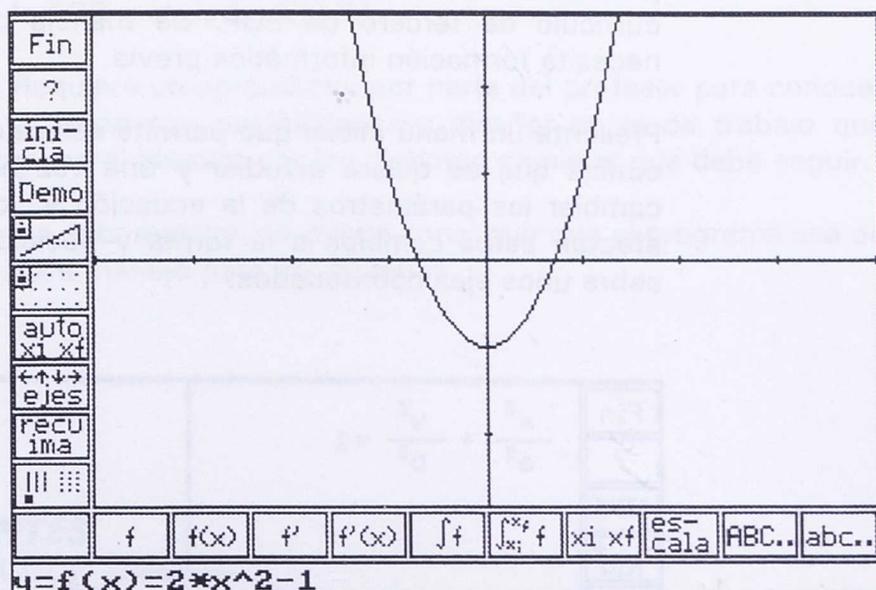
Es un programa adecuado para practicar y repasar estas destrezas durante la enseñanza secundaria obligatoria o en el final de la etapa de EGB y 1º de BUP.

CALCULA

(Ed. Iberoamericana)

Programa para representar gráficamente funciones con una presentación agradable. Las opciones se eligen situando el cursor sobre una serie de iconos que representan las posibles acciones del programa. Se puede manejar con ratón.

En la primera parte de este libro se ha desarrollado una aplicación concreta con este programa.

**FUNCIONES
GRÁFICAS**

(PNTIC - CIDE)

Ambos programas tienen como objetivo fundamental representar funciones (a nivel más básico FUNCIONES) y obtener diversas propiedades relativas a las mismas (crecimiento, puntos extremos, asíntotas, etc.).

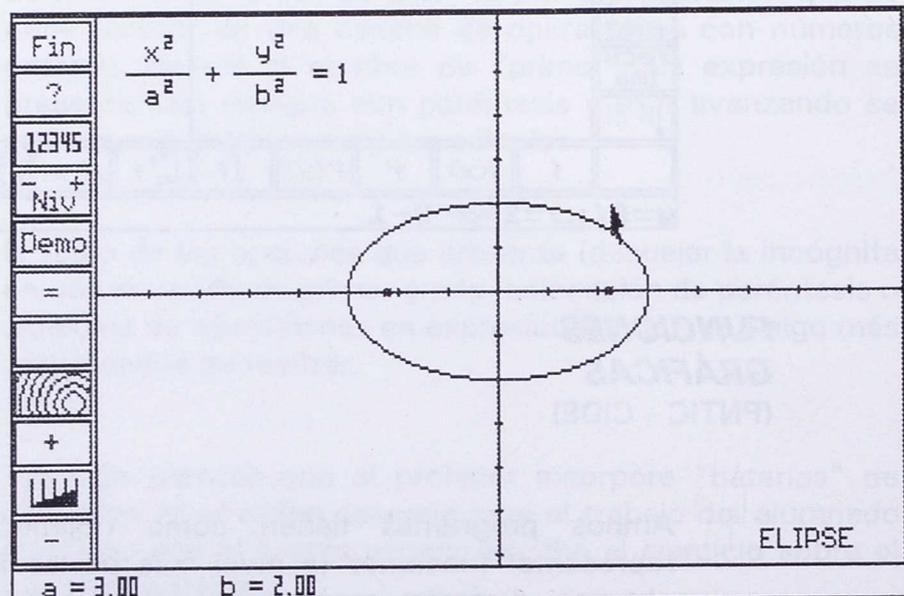
Actualmente la mayor utilidad de ambos se puede obtener en 2º y 3º de BUP y COU.

CÓNICAS

(Ed. Iberoamericana)

Este programa es del mismo estilo que CALCULA. Se adapta perfectamente al tema de las cónicas que aparece en el currículo de tercero de BUP. Se maneja con ratón. No necesita formación informática previa.

Presenta un menú inicial que permite seleccionar el tipo de cónica que se quiere estudiar y una vez elegido permite cambiar los parámetros de la ecuación y observar cómo afectan estos cambios a la forma y posición de la curva sobre unos ejes coordenados.



SISTEMAT

(P.N.T.I.C. - CIDE)

Este programa permite plantear y resolver problemas numéricos. Se puede adaptar al currículo del ciclo superior de la EGB y al de las EEMM.

Requiere un aprendizaje por parte del profesor para conocer a fondo sus posibilidades y diseñar hojas de trabajo que guíen al alumno por los distintos caminos que debe seguir.

De esta manera, se puede conseguir que el programa sea de fácil manejo para los alumnos.

APUNTES

(P.N.T.I.C. - CIDE)

El programa es un instrumento para la edición de Hojas de Trabajo en la asignatura de Matemáticas. El trabajo más parecido al realizado con este programa es el de escribir y calcular en una hoja de papel con una calculadora y luego resumirlo en informes o gráficas.

Como su nombre indica, está orientado a trabajos en los que nada se considera definitivo, sino que son producto o motivo de experimentaciones en clase. El programa es un Procesador tanto de textos, como de números, fórmulas y tablas. Su aspecto es el de una Hoja de Cálculo, pero sin celdas.

Sobre esta hoja podemos realizar muchas tareas de tipo matemático o de programación, tales como:

- Edición de tablas, cuadros, esquemas y operaciones matemáticas.
- Realización de cálculos en cualquier punto del texto.
- Definición de variables y funciones.
- Generación de tablas y gráficos sobre estas definiciones.
- Operaciones de tipo funcional, como derivación, integración, función inversa...
- Verificación de igualdades.
- Manipulación de números racionales y complejos.

Todas estas tareas están concebidas como un complemento de otros programas de uso general. Con este programa todo lo que manipula el alumno está en la Hoja de Trabajo. La corrección se efectúa como en un papel, borrando o escribiendo encima. Si una fórmula o un comando están equivocados, se corrigen en pantalla directamente, y al final, si se desea, se borran los cálculos intermedios y se edita sólo el informe final.

LABOR

(PNTIC - CIDE)

Programa para el estudio de la estadística descriptiva.

El manejo es muy sencillo, aunque la presentación no es demasiado agradable.

Está dirigido fundamentalmente a la obtención de distintos parámetros estadísticos y gráficos (tridimensionales pero con poca información).

Su utilidad para "aprender" los conceptos estadísticos es limitada ya que se limita a presentar resultados, sin embargo sí es útil para realizar trabajos y estudios relativos al tema.

SUPERMÁTICAS

(MICROLAB - DEGEM SYSTEM)

Incluye varios módulos de resolución de problemas de distintos temas y niveles. Dispone de un buen sistema de ayudas a la resolución y varios instrumentos accesorios (calculadora, libreta de notas, información para el profesor, etc.).

La presentación en pantalla es atractiva, con ventana que se despliegan según se va demandando la información.

En total presenta más de 200 problemas cuyos datos numéricos cambian aleatoriamente de una sesión de trabajo a otra, pero no tiene la posibilidad de incorporar nuevos problemas.

EXPER

PI-MAT (PROA)

(PNTIC - CIDE)

Ambos son programas con el objetivo de resolver problemas de nivel variable (en general del actual bachillerato), con la posibilidad de que el profesor incorpore otros nuevos.

EXPER tiene un funcionamiento parecido a SUPERMATICAS, aunque con una presentación menos completa.

PI-MAT aporta la novedad de que los datos del problema o las ayudas se han de obtener mediante un lenguaje de comunicación con el programa que tiene la dificultad de ser complicado encontrar las frases adecuadas para cada pregunta que queramos hacer.

GEOMOUSE

(PNTIC - CIDE)

Es un programa que permite realizar construcciones geométricas planas, disponiendo para ello de varias herramientas de fácil manejo, tanto para dibujar (rectas, circunferencias, ángulos, etc.), como para medir segmentos o ángulos.

Puede ser muy adecuado para practicar con diversas figuras geométricas planas, construyéndolas y observando sus propiedades.

EBAO

(PNTIC-CIDE)

Se trata de tres programas, que han de ser ejecutados de forma independiente, y que en su conjunto permiten un tratamiento numérico y gráfico de variables estadísticas.

Precisa instalación previa para su funcionamiento.

Los tres programas de que consta la colección son:

1. **Estadística básica**, que permite realizar el estudio numérico y gráfico de variables numéricas cuyos datos se encuentren en un fichero previamente creado. Este programa no permite ni crear nuevas variables ni modificar las ya creadas.

Resumen:

- Para trabajar con este programa, los datos han de estar previamente almacenados en un archivo de disco.
- Inicialmente hay que cargar el fichero con los datos en la opción *Ficheros*.
- Se debe a continuación elegir las variables de las que se desea un estudio en la opción *Ficheros, Variables a utilizar*.
- Seguidamente en la opción *Descriptiva*, realizar el análisis correspondiente a una variable y el estudio de la regresión correspondiente.
- El proceso puede finalizar con el visionado de los distintos gráficos en la opción *Gráficos* e imprimirlos con *Ctrl-P*.
- Además, la opción *V. Aleatorias* presenta un estudio elemental de las variables *Binomial, Poisson* y *Normal*.

2. **Gestión de datos estadísticos**, que permite crear o modificar nuevos archivos de datos, cada uno de ellos con varias variables numéricas que serán utilizadas por el programa 1.

Es en realidad el complemento del programa anterior, ya que permite modificar o crear ficheros de datos para ser utilizados por él.

3. **Gráficos estadísticos**, programa completamente independiente de los otros dos, que permite realizar un tratamiento fundamentalmente gráfico de variables cualitativas.

COMBIMAQ
(PNTIC-CIDE)

Es un programa que intenta estudiar la resolución de problemas de Probabilidad y Combinatoria a través de varios

tipos de imágenes más o menos abstractas, esquemas y diagramas y con gran variedad de apoyos al trabajo.

El funcionamiento del programa está orientado al análisis de los experimentos aleatorios compuestos o a la construcción de "arreglos" en combinatoria, que, como son temas muy afines, se pueden tratar de forma conjunta y complementaria.

Al ser la parte conceptual mínima, el objetivo principal es la ejercitación en recuentos ordenados, tal como se propone en el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria.

Se pueden destacar los siguientes objetivos:

- Resolución ordenada de problemas sobre probabilidad y combinatoria.
- Estudio dinámico de los problemas.
- Informes por impresora como apoyo para la reflexión posterior.
- Unión de la teoría y la experimentación.
- Imagen de una máquina del azar.
- Navegación a través de la información.

FUNCIONES PARA WINDOWS

(PNTIC-CIDE)

Se trata de un programa que, básicamente, cumple los mismos objetivos que el anterior programa Funciones: representación de funciones en forma explícita y obtención de diversas propiedades de las mismas, añadiéndose en este caso la posibilidad de representar un conjunto de puntos dados por una tabla de valores, tanto aislados, como unidos por segmentos o por una curva, y la obtención de la línea de regresión y estudio de la correlación.

De todas formas, la diferencia esencial es que ha de ser ejecutado bajo el entorno Windows. Ello implica, por tanto, la necesidad absoluta de que el ordenador disponga de disco duro con Windows instalado. A cambio, se beneficia de toda

la "filosofía" del entorno y de las posibilidades de trabajo simultáneo con otros programas abiertos (si se dispone de memoria RAM suficiente).

Es aconsejable instalar el programa en el disco duro, operación que se realiza desde windows, de forma similar a todos los programas que han de trabajar en este entorno. Se instala en un directorio que se llama WINFUN y automáticamente se crea un icono que podemos situar en cualquier ventana del administrador de programas.

APLICACIONES DE LA HOJA DE CÁLCULO, DESARROLLADAS EN EL LIBRO: "WORKS Y ENSEÑANZA"

El péndulo simple. (aplicación de estadística).
Límites de sucesiones.
Módulos de resolución de problemas.

Las siguientes aplicaciones creadas anteriormente en "Open Access".

Son fácilmente reconvertibles para ser usadas en Works.

Las mismas fueron desarrolladas en el libro titulado "**HOJA DE CÁLCULO Y ENSEÑANZA**" del PNTIC.

Representación gráfica de funciones.

Estadística.

Resolución de ecuaciones.

Aplicaciones con Macros (La máquina de Galton).

Sistemas de ecuaciones.

Máximos de una función.

Límite de sucesiones.

Cuadro de amortización de un préstamo.

Desarrollo en Serie de Taylor.

BIBLIOGRAFÍA

LIBROS

- Alonso y otros.
Aportaciones al debate sobre las Matemáticas en los 90.
Simposio de Valencia. Ed.Mestral. Valencia 1987
- Bono, E.
El pensamiento lateral.
Paidós. Barcelona 1986.
- Bolt, B.
Actividades matemáticas.
1988. Labor. Barcelona.
- Cockcroft, W.H.
Las Matemáticas sí cuentan. Estudios de Educación
M.E.C. Madrid 1986.
- Davis, G.A.
Estrategias para la creatividad.
Paidós. Buenos Aires 1980.
- Duckworth, E.
Cómo tener ideas maravillosas.
Visor-MEC. Madrid 1988.
- Gardner, M.
Rosquillas anudadas.
Labor.
Ruedas, vida,...
Labor.
- Grupo Azarquiel.
Curso inicial de estadística en el bachillerato.
ICE Universidad Autónoma de Madrid.Madrid 1982.

- Grupo Cero
 - Es posible.**
ICE de la Universidad de Valencia. Valencia 1983.
 - Estrategias, conjeturas y demostraciones. Un estudio de los procesos de razonamiento matemático de los estudiantes de bachillerato.**
ICE de la Universidad de Valencia. Valencia 1983.
 - Retrobem el món de la geometría.**
ICE Universitat Autònoma de Barcelona. Barcelona 1983.

- Guzmán, M.
 - Cuentos con cuentas.**
Labor bolsillo. Barcelona 1984.
 - Aventuras matemáticas.**
Alhambra, 1986.
 - "Combinatoria, hoy: sugerencias didácticas",**
Nueva Revista de Enseñanzas Medias. Servicio de Publicaciones del MEC. Madrid 1985.
 - "Juegos matemáticos en la enseñanza".**
Informes de las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las matemáticas. Tenerife 1984

- I.C.M.I.; Howson, A.G. y Wilson, B. Edts.
 - Las Matemáticas en Primaria y Secundaria en la década de los 90.**
Ed. mestral. Valencia 1987

- Kline, M.
 - El fracaso de la matemática moderna. Por qué Juanito no sabe sumar.**
Siglo XXI. Madrid 1973.

- Mason, J. y otros.
 - Pensar matemáticamente.**
Labor-MEC. Madrid 1988.

- Papert.
 - "Desafío a la mente".**
Ed. galápagos. Buenos Aires, 1985.

- Polya, G.
 - Matemáticas y razonamiento pausable.**
Tecnos, Madrid 1966.
 - Cómo plantear y resolver problemas.**
Trillas, México 1985.

- H. Reggini.
Alas para la mente.
Ed. Galápagos. Buenos Aires 1982.
- L. Rodríguez-Roselló.
Logo: De la tortuga a la Inteligencia Artificial.
Vector Ediciones. Madrid 1986.
- Santaló, L. A.
Enseñanza de la matemática en la escuela media.
Docencia, Buenos Aires 1981.
- Schoenfeld, Alan H.
Cognitive science and mathematics education.
Lea.
- Subdirección General de Perfeccionamiento del Profesorado.
Ministerio de Educación y Ciencia 1985.
La enseñanza de la matemática a debate
- Recursos para la formación. Programa de Nuevas Tecnologías
Secretaría General de Educación Ministerio de Educación y Ciencia
1987.
**Logo: Metodología y Recursos educativos. Aplicaciones
didácticas.** Tomos I, II y III.
Hoja de cálculo y enseñanza

REVISTAS

- Boletín Informativo del Centro de Documentación "Thales"
- Sociedad Andaluza de Profesores de Matemáticas "Thales".
- Universidad de Cádiz. ICE. División de documentación.
- **SUMA**. Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (Cuatrimestral). Suma. Granada. Apartado 1160. 41080 Sevilla.
- **NUMEROS**. Revista de la Sociedad Canaria de profesores de matemáticas. Marqués de Celada, 86. La Laguna, Tenerife.
- **EPSILON**. Revista de la Sociedad Andaluza de Profesores de Matemáticas. Facultad de Matemáticas. Apartado 1160. 41080 Sevilla.



MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y CIENCIA

SECRETARÍA DE ESTADO DE EDUCACIÓN

Programa de Nuevas Tecnologías de la Información y de la Comunicación
