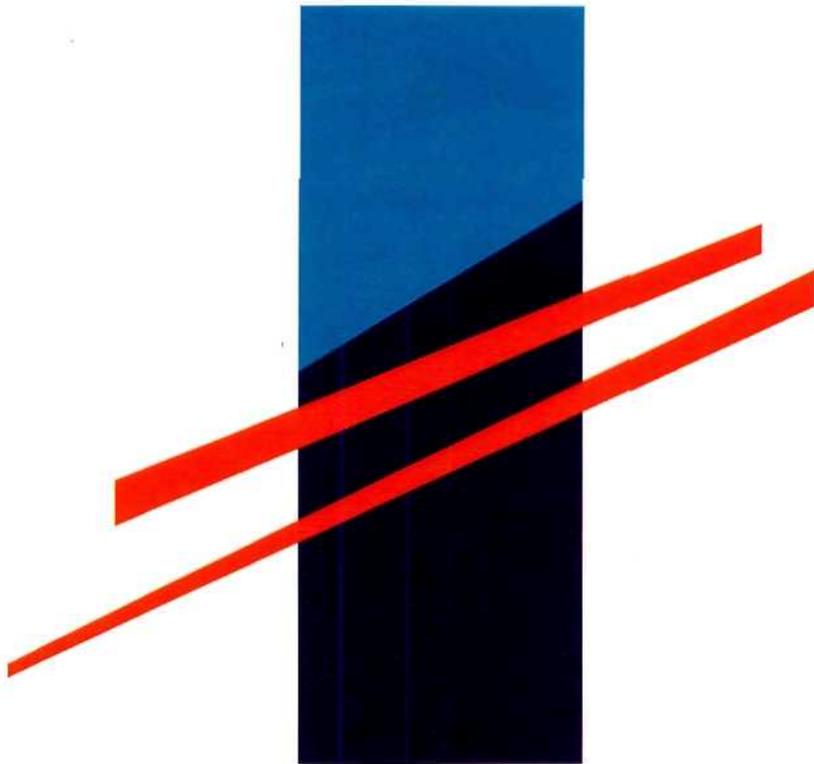


1

1  
Materiales Didácticos  

---

Taller de Matemáticas



SECUNDARIA  

---

OBLIGATORIA

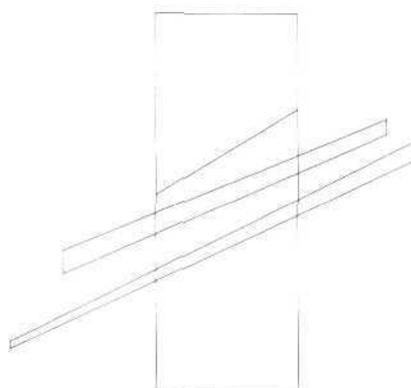


---

Ministerio de Educación y Ciencia



# Materiales Didácticos



Optativa E.S.O.

---

## Taller de Matemáticas

### Autores:

M<sup>a</sup>. Trinidad Cámara Meseguer  
M<sup>a</sup>. Felicidad Monteagudo Martínez  
Jesús Paz Fernández

### Coordinación:

Javier Brihuega Nieto,  
del Centro de Desarrollo Curricular



*Coordinación de la edición:*  
**CENTRO DE DESARROLLO CURRICULAR**  
DEPARTAMENTO DE PUBLICACIONES



---

Ministerio de Educación y Ciencia

---

Secretaría de Estado de Educación

---

Centro de Desarrollo Curricular

Edita: Centro de Publicaciones, Secretaría General Técnica

N.º P.O.: 176-96-142-1

I.S.B.N.: 84-369-2930-6

Depósito Legal: M-29839-1996

Impreme: Izquierdo, S.A.

## Prólogo

---

*La finalidad de estos materiales didácticos, para la Educación Secundaria Obligatoria, es orientar al profesorado que imparte las nuevas enseñanzas en los centros que anticipan su implantación. Son materiales concebidos para facilitar la elaboración y el desarrollo de las programaciones correspondientes a las distintas áreas. Con su publicación y distribución, el Ministerio de Educación y Ciencia pretende proporcionar a los profesores y profesoras que van a impartir la Educación Secundaria Obligatoria un instrumento que les ayude a desarrollar el nuevo currículo y a planificar su práctica docente. Para ello se ofrecen propuestas de programación y unidades didácticas que incluyen sugerencias, orientaciones y actividades que pueden ser aprovechadas de diversos modos por el profesorado, sea incorporándolas a sus propias programaciones, sea adaptándolas a las características de sus alumnos.*

*El desafío que para los centros educativos, y en concreto para el profesorado, supone anticipar la implantación de las nuevas enseñanzas merece no sólo un cumplido reconocimiento, sino también un apoyo decidido por parte del Ministerio que, a través de la publicación de materiales didácticos y de otras actuaciones paralelas, pretende ayudar al profesorado a desarrollar su trabajo en mejores condiciones. El Ministerio valora muy positivamente el trabajo realizado por los autores de estos materiales, que se adaptan a un esquema general propuesto por el Servicio de Educación Secundaria del Centro de Desarrollo Curricular y han sido elaborados en estrecha colaboración con los asesores de este Servicio. Por consiguiente, aunque la autoría corresponde plenamente a las personas que los han diseñado, el Ministerio considera que son ejemplos válidos de programación y de unidades didácticas para las correspondientes áreas y materias optativas de esta etapa educativa. No obstante, son los propios profesores a los que van dirigidos estos materiales los que tienen la última palabra acerca de su utilidad, en la medida en que les resulten una ayuda eficaz para desarrollar su trabajo.*

*En cualquier caso, conviene poner de manifiesto que se trata de materiales con cierto carácter experimental, destinados a ser contrastados en la práctica, adaptados y completados. Por todo ello, las sugerencias que los profesores realicen, a partir de su práctica docente, respecto a estos u otros materiales, serán de enorme utilidad para mejorar o completar futuras ediciones y para proporcionar, por tanto, unos materiales didácticos de mayor calidad a los centros y profesores que en cursos sucesivos se incorporen a la reforma educativa.*



# Índice

	<u>Páginas</u>
INTRODUCCIÓN	7
ORIENTACIONES DIDÁCTICAS Y EVALUACIÓN	9
Metodología	9
Secuencia	11
Evaluación	12
Recursos	17
<i>Material bibliográfico</i>	17
<i>Material audiovisual</i>	22
<i>Material informático</i>	24
<i>Material manipulable</i>	24
PROGRAMACIÓN	27
Objetivos del taller	27
I.- Juegos lógicos y de estrategia	28
Objetivos	28
Contenidos	28
Actividades	29
II.- Resolución de problemas	34
Objetivos	34
Contenidos	34
Actividades	36
III.- Formas y tamaños	51
Objetivos	51
Contenidos	52
Actividades	53
Sugerencias	60
DESARROLLO DE UNA UNIDAD DIDÁCTICA	61
Introducción	61
Objetivos	62
Contenidos	62

Recursos	63
Desarrollo de algunos juegos estratégicos	64
Juegos propuestos	73
Evaluación	82
ANEXO	85

# Introducción

---

El Taller de Matemáticas pretende que el alumno pueda incorporar las Matemáticas al conjunto de conocimientos que le son útiles en su vida diaria. Para conseguirlo es necesario fortalecer la relación que existe entre las Matemáticas y el mundo que nos rodea, desarrollar el gusto por la actividad Matemática en sí misma y aprender a desarrollar el trabajo en grupo, valorando y respetando todas las opiniones. También es importante, para lograr dicho objetivo, mantener un equilibrio entre unas actividades de reflexión y otras de manipulación o práctica.

Una clase de Taller no debe convertirse nunca en una clase de profundización o ampliación de contenidos del área troncal de Matemáticas, dirigida a los alumnos más avanzados, ni en una clase de recuperación para aquellos otros que necesiten un refuerzo. Es otra forma de hacer Matemáticas, dirigida a los alumnos de todo tipo, con el planteamiento de las actividades más diversas y con distintos grados de dificultad. De esta forma también se atiende a la diversidad.

Algunos de los contenidos que se trabajan en el Taller pertenecen al área troncal de Matemáticas, pero aquí se utilizan en contextos más concretos e inmediatos, y prestándose una atención muy especial al desarrollo del trabajo pues a veces es tan importante el proceso seguido hasta llegar a un resultado como el resultado en sí mismo.

El carácter de opcionalidad del Taller de Matemáticas y el hecho de que las actividades a realizar sean mayoritariamente de carácter manipulativo, práctico e incluso lúdico, pueden suponer una motivación muy positiva para el alumnado.

*El Taller potencia claramente la consecución de los objetivos generales de la Educación Secundaria Obligatoria. Así, al exponer oralmente o al plasmar por escrito el resultado de una actividad desarrollada en grupo, se hace necesario un uso claro y riguroso del lenguaje. Esto ayuda de forma clara a la consecución del primer objetivo general, referente a la comprensión y elaboración de mensajes orales y escritos, con propiedad, autonomía y creatividad.*

De forma evidente, se potencia el objetivo general segundo ya que se utilizan continuamente códigos matemáticos.

Debido a que gran parte de las actividades del Taller exigirán un trabajo de investigación, el alumno se verá obligado a utilizar distintas fuentes de información en la búsqueda y selección de los datos necesarios, lo que influye en la consecución del tercer objetivo general.

El cuarto objetivo general, relacionado con la elaboración de estrategias de resolución de problemas, está vinculado plenamente al bloque **Resolución de problemas** que, como se verá posteriormente, se incluye en la programación del Taller.

Respecto al quinto objetivo, en la práctica se ve de forma clara cómo los alumnos se forman una imagen de sí mismos o varían la imagen que ya se habían formado. Sobre esto podemos mencionar el hecho de habernos encontrado con los alumnos que se creían *pésimos matemáticos*, debido a los resultados obtenidos en la materia troncal de Matemáticas, y que con el Taller han cambiado esa opinión de sí mismos y han terminado desarrollando el gusto por las actividades matemáticas.

El Taller se presta al trabajo en grupo, con el que los alumnos aprenden a relacionarse con los demás respetando otras opiniones y desarrollando un sentido crítico, aspectos que están reflejados en los objetivos generales sexto y séptimo.

Los tres últimos objetivos generales también se pueden mencionar aquí, ya que su logro se ve potenciado mediante las actividades del Taller. Unas por estar relacionadas directamente con elementos básicos de nuestro patrimonio cultural (por ejemplo, frisos y mosaicos) y otras por ser una aplicación concreta del entorno físico y cercano al alumno.

Estas consideraciones han sido sacadas de casos prácticos, ya que el proyecto que aquí se desarrolla ha sido experimentado por nosotros en el I.E.S. *Vicente Medina de Archena (Murcia)* con cinco grupos diferentes de alumnos.

## Orientaciones didácticas y evaluación

---

No existe, a nuestro parecer, un método de enseñanza único y exclusivo; el grupo y el desarrollo de la clase día a día nos lo van diciendo. Será cada unidad, con sus contenidos y procedimientos, las que irán marcando la línea a seguir. Por esto, presentamos aquí algunas consideraciones generales y las específicas de cada unidad aparecen en el desarrollo de la programación, y en cada actividad de la unidad didáctica elegida para ser desarrollada.

Aunque puedan plantearse algunas actividades individuales proponemos que la mayoría se realicen en grupo, aprovechando el hecho ya mencionado anteriormente de que el Taller se presta fácilmente a este tipo de trabajo, pues de esta forma se favorece la relación con los demás, se aprende a exponer las opiniones propias (utilizando rigor y claridad en el lenguaje) y a respetar las de los demás miembros del equipo. También se desarrolla el sentido crítico del alumno, cuando para llevar a cabo la tarea tenga que seleccionar lo que es válido de todas esas opiniones.

En primer lugar será necesario, por tanto, formar los grupos de trabajo. Sugerimos que estos equipos no sean muy numerosos, ya que por la experiencia hemos aprendido que en grupos con muchos miembros se disipa la responsabilidad, se deteriora el trabajo y el equipo no resulta funcional. Un buen número sería cuatro alumnos por grupo, aunque en realidad a veces será necesario que sean tres o cinco, dependiendo del número total de alumnos que haya en el aula. Se debe procurar en todo caso que los grupos sean proporcionales.

En cuanto a los miembros que forman cada equipo, deben ser los alumnos quienes se agrupen según sus preferencias para evitar posibles tensiones que dificulten el trabajo. Sin embargo, deben ser grupos flexibles, que estarán abiertos al cambio en cualquier momento si con ello se puede mejorar el proceso de aprendizaje.

El profesor será quien elabore y proponga las actividades a desarrollar, contemplando los siguientes puntos:

- En la elaboración de la actividad se deben tener en cuenta los conocimientos previos de los alumnos.

## Metodología

- Al proponerla tiene que intentar que los objetivos que se pretenden queden suficientemente claros a los alumnos.
- El profesor no adoptará el papel de protagonista, sino que se limitará a servir de guía, sin dar la solución o resultado de la actividad sino indicaciones que conduzcan a ella.

Una vez terminada la actividad se deben presentar los resultados obtenidos. Esta presentación se hace de forma distinta dependiendo del tipo de actividad. Puede ser una exposición oral, en un debate, por escrito, etc.... Las presentaciones específicas para cada tipo de actividades, aparecen en cada bloque temático de la programación.

Siempre que se termine una actividad o un grupo de actividades relativas a un bloque temático, debe hacerse una valoración conjunta con los alumnos del proceso seguido y de los resultados obtenidos. Puede hacerse mediante un debate o pidiendo a los alumnos que rellenen algún cuestionario al respecto.

Para que el proceso sea enriquecedor es necesario que el alumno se sienta motivado y que llegue a creerse el papel de investigador, realmente interesado en su labor.

En el Taller es fácil conseguir esta motivación pues pueden proponerse actividades con carácter lúdico y otras con carácter práctico, relacionadas con el entorno de los alumnos y sus familias, con su centro, su localidad, sus aficiones, con el resto de materias que está cursando, etc....

Respecto de las actividades, que como continuamente se menciona tienen un carácter práctico y manipulativo, debe intentarse que no se conviertan simplemente en mera manipulación. Esto puede conseguirse si se logra que el alumno reflexione, y de esa reflexión sea capaz de deducir que ha adquirido unos conceptos matemáticos que son aplicables no sólo a la actividad desarrollada sino a otras muchas situaciones.

Se puede estimular a los alumnos haciendo un reconocimiento público del resultado de su trabajo. Así, en nuestro centro organizamos una exposición en la que se mostraban distintos trabajos gráficos sobre **La historia de los números**, varios aparatos de cálculo entre los que se encontraban distintos ábacos que habían sido contruidos y manejados por los alumnos de Taller, y en la misma sala donde se mostraban expuestos sus trabajos los alumnos del Taller fueron los ponentes de una conferencia sobre **La historia de los números**, a la que podían asistir no sólo los alumnos del instituto y profesores, sino aquellos padres que lo desearan.

También públicamente (asistieron esta vez todos los alumnos de Taller de 3º y 4º de Educación Secundaria Obligatoria) se celebró la final de un concurso de resolución de problemas en el que habían participado todos los alumnos de Taller. En esta sesión, los finalistas se enfrentaron a una serie de juegos lógicos, en algunos de los cuales también podía participar el público asistente.

En todos estos casos el resultado fue muy gratificante y motivador tanto para los alumnos como para los profesores implicados.

Los contenidos de esta materia se agrupan en cinco grandes bloques:

- Formas y tamaños.
- Modelos matemáticos.
- Resolución de problemas.
- Juegos lógicos y de estrategia.
- La matemática del entorno cotidiano.

Consideramos que el segundo de estos bloques, **Modelos matemáticos**, se desarrolla de forma implícita en los otros cuatro.

Los restantes cuatro bloques son excesivos para un solo curso, y sugerimos por ello que el quinto bloque **La matemática del entorno cotidiano** se desarrolle en el tercer curso de Educación Secundaria Obligatoria.

De esta forma para el cuarto curso, que es el que aquí se trata, proponemos la siguiente secuencia que, como se observa, consta de tres bloques temáticos desarrollados en diez unidades didácticas.

BLOQUES TEMÁTICOS	UNIDADES DIDÁCTICAS
<b>Juegos lógicos y de estrategia</b>	U.1. Juegos de estrategia. U.2. Juegos lógicos. U.3. Problemas topológicos.
<b>Resolución de problemas</b>	U.4. Estrategias en la resolución de problemas. U.5. Problemas numéricos. U.6. Problemas algebraicos. U.7. Problemas de ingenio. U.8. Problemas geométricos.
<b>Formas y tamaños</b>	U.9. Geometría plana. U.10. Geometría espacial.

Hemos elegido esta secuencia por los siguientes motivos:

Situamos en primer lugar el bloque **Juegos lógicos y de estrategia** ya que para su desarrollo no es necesario ningún conocimiento matemático previo, y las actividades que se desarrollan pueden contribuir a que el alumno mejore la imagen que tiene formada de sí mismo en el campo de las Matemáticas. Esto puede ser una buena motivación para seguir adelante

con ilusión y ganas de trabajar. Además el juego se presta fácilmente a ser ejecutado en grupo, con lo cual el alumno se va adaptando desde el principio a esta forma de trabajo.

Sugerimos el bloque **Resolución de problemas** en segundo lugar porque los conocimientos previos necesarios ya se han ido adquiriendo de forma paralela en la materia troncal de Matemáticas, y entonces sería un buen momento para que los alumnos comprueben que esos conocimientos (como cálculo numérico o resolución de ecuaciones, por ejemplo) son aplicables a cosas y situaciones concretas y útiles en la vida cotidiana.

En tercer lugar aparece el bloque **Formas y tamaños** ya que para la realización de algunas de las actividades que en él se plantean pueden utilizarse las estrategias que se desarrollan en el bloque anterior sobre **Resolución de problemas**.

Aunque proponemos la secuencia anterior, queremos indicar que si los conocimientos previos de los alumnos implicados lo permiten, podrá variarse el orden permutando los bloques primero y segundo.

Para conseguir un enriquecimiento del aprendizaje y contribuir a todos los objetivos generales deben abarcarse los tres bloques temáticos, teniendo en cuenta que no debe agobiarse al alumno con problemas de escasez de tiempo en la realización de las actividades. Para evitarlo es preferible prescindir de alguna o algunas unidades didácticas, sin caer en la tentación de que todas las unidades suprimidas pertenezcan al mismo bloque.

---

## Evaluación

En el Taller queda patente, y de forma muy clara, que la evaluación no puede reducirse a una prueba final en la que se midan los conocimientos adquiridos por el alumno.

La evaluación debe ser un proceso continuo que implica la recogida de una gran variedad de datos, algunos de ellos difíciles de objetivar.

En el proceso de evaluación es necesario tener en cuenta dos aspectos:

- a) Aprendizaje del alumno.
- b) Funcionamiento del bloque temático.

### ***El aprendizaje del alumno***

Para evaluar el aprendizaje del alumno consideramos muy práctico el manejo de dos tipos de fichas. En una de ellas, de tipo individual, se registran los datos recogidos sobre cada alumno y en la otra, de tipo colectivo, se registran los datos correspondientes a cada grupo de trabajo. Habría que utilizar, por tanto, tantas fichas individuales como alumnos haya en el aula y tantas de tipo colectivo como grupos de trabajo se hayan formado.

Los datos que se registran en estas fichas serán recogidos por el profesor, principalmente a partir de su evaluación diaria (sin significar esto que todos los días tenga que tomar notas)

y, aunque en algunos casos es complicado, debe intentar objetivarlos de la mejor manera posible.

En la *ficha colectiva*, de observaciones del grupo, pueden registrarse datos sobre los siguientes aspectos:

- Si se cumplen los plazos establecidos para el final del trabajo y la entrega de resultados.
- Si se utilizan distintas fuentes de información y en la forma adecuada.
- Si en el grupo se debate de forma ordenada, sabiendo hablar, escuchar y respetar las opiniones de todos los miembros.
- Si el trabajo se reparte de forma equitativa entre todos los componentes del equipo.
- Si la presentación de los resultados es clara, ordenada y demuestra el gusto por el trabajo bien hecho, con imaginación y creatividad.

En la *ficha individual*, para cada alumno, pueden registrarse datos a partir de la observación de aspectos como los siguientes:

- Si su cuaderno de clase está completo, ordenado, limpio y claro.
- Si el alumno participa activamente en la clase.
- Si es constante en el trabajo.
- Si demuestra una evolución positiva con respecto al punto de partida.
- Si presenta de forma correcta y en los plazos establecidos aquellas actividades que se hayan propuesto de forma individual.
- Si su aportación personal al grupo de trabajo al que pertenece es positiva.

---

**FICHA COLECTIVA**

---

Componentes: \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

	U. 1	U. 2	U. 3	U. 4	U. 5	U. 6	U. 7	U. 8	U. 9	U. 10
Cumplimiento de plazos de entrega.										
Grado de utilización de fuentes y recursos.										
Desarrollo de debates en el grupo.										
Organización y reparto del trabajo.										
Presentación de trabajos.										
MEDIA										

**FICHA INDIVIDUAL**

Apellidos: \_\_\_\_\_

Nombre: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_ Grupo: \_\_\_\_\_

Foto

Faltas de asistencia

<b>Septiembre</b>																				
<b>Octubre</b>																				
<b>Noviembre</b>																				
<b>Diciembre</b>																				
<b>Enero</b>																				
<b>Febrero</b>																				
<b>Marzo</b>																				
<b>Abril</b>																				
<b>Mayo</b>																				
<b>Junio</b>																				

	U. 1	U. 2	U. 3	U. 4	U. 5	U. 6	U. 7	U. 8	U. 9	U. 10
Cuaderno de clase										
Participación en clase										
Constancia en el trabajo										
Grado de progreso										
Realización de trabajos individuales										
Aportación al trabajo de su grupo										
<b>MEDIA</b>										

	U. 1	U. 2	U. 3	U. 4	U. 5	U. 6	U. 7	U. 8	U. 9	U. 10
Nota media de la ficha individual										
Nota media de la ficha colectiva										
<b>TOTAL</b>										

	1ª Evaluación	2ª Evaluación	3ª Evaluación	Final
Unidades que la componen				
Nota:				



**Material bibliográfico**

- ☐ ALBAIGES, J.M. (1981). *¿Se atreve Vd. con ellos? 101 apasionantes problemas*. Barcelona: Marcombo Boixareu editores.

Contiene una serie de problemas de aritmética, álgebra, análisis, lógica,... de enunciado sencillo, y de resolución media o difícil, pero sin ser necesario el uso de técnicas complicadas, y de resultados sorprendentes. Contiene además la solución de dichos problemas.

- ☐ AGOSTINI, F. (1990). *Juegos de lógica y matemática*. Madrid: Editorial Pirámide.
- ☐ ALEM, J.P. (1985). *Nuevos juegos de ingenio y entretenimiento matemático*. Barcelona: Editorial Gedisa, S.A.

Se trata de un conjunto de problemas matemáticos y cuestiones de lógica, criptografía, ajedrez planteados de forma atrayente. Además introduce curiosidades y notas históricas. Cada problema lleva una indicación del grado de dificultad y del nivel de conocimientos matemáticos necesarios para resolverla. Contiene al final las soluciones de los problemas propuestos.

- ☐ ALSINA, C.; FORTUNY, J.M. *Miralinda. Un viaje geométrico al país de los espejos*. Granada: Colección 2 PUNTOS de cuadernos para el aula de Matemáticas. Proyecto sur de ediciones.

Cuaderno que puede ayudar a descubrir el mundo de las simetrías a través de los reflejos e imágenes de los espejos. Puede resultar interesante en Geometría.

- ☐ ANTÓN, J.L.; GONZÁLEZ FERRERAS, F. (1994). *Taller de Matemáticas*. Madrid. MEC-NARCEA, S.A. de ediciones.
- ☐ BAILLIF, J.C. (1985). *Los rompecabezas lógicos de Baillif*. Barcelona: Editorial Reverté, S.A.

Colección de problemas y soluciones, presentados de forma agradable y atractiva para el alumno. Se presta especial atención a problemas de particiones de polígonos y sus transformaciones en cuadrados, problemas de piezas de pesos diferentes y apariencia igual, paradojas lógicas y paradojas de probabilidades, y al estudio de la ruleta.

- ☐ BALBUENA, L.; COBA, M.D. (1992). *La matemática recreativa vista por los alumnos*. Granada: Proyecto Sur.

Colección de problemas clasificados por apartados, dificultad e interés, que surgieron a partir de la tómbola de problemas presentada en paralelo con la exposición Horizontes Matemáticos en las Islas Canarias.

- ☐ BELL, L.; CORNELIUS, M. (1990). *Juegos con tableros y fichas*. Barcelona: Editorial Labor.
- ☐ BERRONDO, M. (1985). *Los juegos matemáticos de Eureka*. Barcelona: Editorial Reverté, S.A.

Rompecabezas, paradojas, recortables..., en conjunto un total de 253 actividades con soluciones.

- BRANDRETH G. (1989). *Juegos con números*. Barcelona: Editorial Gedisa.
- BRANSFORD, J.D.; STEIN, B.S. (1986). *Solución ideal de problemas*. Barcelona: Editorial Labor.
- CALABRIA, M. (1990). *Juegos Matemáticos*. Barcelona: Editorial Akal.
- CÁMARA MESEGUER, M. T.; MONTEAGUDO MARTÍNEZ, M. F.; PAZ FERNÁNDEZ, J. (1996). *Taller de Matemáticas*. Madrid: Edelvives. (próxima publicación).

Desarrolla los contenidos de la materia Taller de Matemáticas, en el que aparecen las actividades que se presentan en esta unidad didáctica. En cada unidad desarrolla una introducción teórica, diversas actividades resueltas y otras muchas propuestas para los alumnos. Puede ser utilizado como libro de texto para impartir la materia del Taller de Matemáticas.

- CARLAVILLA FERNÁNDEZ, J.L.; FERNÁNDEZ GARCÍA, G. *Historia de las Matemáticas*. Consejería de Educación y Cultura. Junta de Comunidades de Castilla La Mancha.

Historia de las Matemáticas atractiva y motivadora, pues utilizando comics, presenta los más atractivos problemas de la historia y los avances realizados, mostrando las dificultades y aciertos encontrados en el desarrollo de tales avances.

- CHÁVEZ, F. (1974). *Matemática activa y recreativa*. México: Editorial Trillas.

Contiene una serie de juegos de estrategia, algunos con soluciones y otros propuestos y juegos para divertirse en grupo. En el tercer capítulo presenta una serie de problemas de café. En el capítulo 5º trata temas de aritmética literaria y en la última parte temas de geometría recreativa.

- ERNST, B. (1990). *El espejo mágico de M. C. Escher*. Berlín: Taschen.

Libro que habla sobre M. C. Escher. Nos puede resultar interesante algunos de sus dibujos imposibles y sus mosaicos.

- FERRERO, L. (1991). *El juego y la Matemática*. Madrid: Editorial La Muralla.

- FISHER, R.; VINCE, A. (1990). *Investigando las Matemáticas*. Madrid: Editorial Akal.

Colección de problemas presentados conjuntamente con fichas del profesor, que contienen orientaciones sobre: cómo proponer el problema, dificultades que presenta para el alumno, variantes que se pueden sugerir y posibles generalizaciones. Contiene la solución de dichos problemas.

- GARDNER, M. (1983). *Inspiración ¡ajá!* Barcelona: Editorial Labor, S.A.

Colección de problemas curiosos, algunos de solución simple y graciosa, clasificados en seis categorías: combinatorios, geométricos, numéricos, lógicos, de procedimiento y verbales. Además contiene indicaciones sobre las estrategias a seguir para resolver dichos problemas.

- GARDNER, M. (1980). *Carnaval matemático*. Madrid: Alianza Editorial, S.A.

- ❑ GARDNER, M. (1986). *Comunicación extraterrestre y otros pasatiempos matemáticos*. Madrid: Editorial Cátedra, colección teorema.
- ❑ GARDNER, M. (1991). *El ahorcamiento inesperado y otros entretenimientos matemáticos*. Madrid: Alianza Editorial, S.A.
- ❑ GARDNER, M. (1984). *Festival Mágico-Matemático*. Madrid: Alianza Editorial, S.A.
- ❑ GARDNER, M. (1987). *Rosquillas anudadas y otras amenidades matemáticas*. Barcelona: Editorial Labor, S.A.
- ❑ GARDNER, M. (1982). *Nuevos pasatiempos matemáticos*. Madrid: Alianza Editorial, S.A.

Estos seis libros son una colección de artículos de Martín Gardner en la revista *Scientific American*, en los que se mezclan razonamientos difíciles y serios con paradojas, juegos y pasatiempos más sencillos y lúdicos.

- ❑ GÓMEZ, I.M. (1992). *Los juegos de estrategia en el curriculum de matemáticas*. Madrid: Editorial Narcea.
- ❑ GRUPO DECA. (1990). *Didáctica de la resolución de problemas*. Burgos: Editorial CEP de Burgos.

Se muestran las experiencias de clase en la resolución de problemas aplicando distintos modelos (Polya, Burton, Mason, Stacey).

- ❑ DE GUZMÁN, M. (1992). *Para pensar mejor*. Barcelona: Editorial Labor.

Estudia estrategias heurísticas para resolver problemas.

- ❑ HERNÁN, F.; CARRILLO, E. (1991). *Recursos en el aula de matemáticas*. Madrid: Editorial Síntesis.

Plantea una serie de actividades (sobre todo geométricas), indicando qué material y recursos pueden usarse para realizarlas. Así mismo, se muestran experimentos que podemos hacer para aprender distintos conceptos.

- ❑ HOLT, M. (1986). *Matemáticas recreativas 2*. Barcelona: Ediciones Martínez Roca, S.A.

Una selección de problemas (de cálculo de probabilidades, de geometría, de configuraciones numéricas, de cuadrados mágicos,...), juegos y pasatiempos acompañados de sus respectivas soluciones.

- ❑ IGNÁTIEV, E.I. (1986). *En el reino del ingenio*. Moscú: Editorial Mir.

Colección de problemas agrupados en 16 capítulos y un capítulo último con las soluciones. Cada capítulo trata de un tipo homogéneo de actividades distribuidas en un orden conforme al aumento de dificultad. Así podemos mencionar algunos capítulos como: problemas-bromas, problemas-acertijos e historias curiosas, cuentos e historias antiguas, ejercicios con un trozo de papel....

- ❑ KLINE, M. (1992). *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días*. Madrid: Alianza Editorial, S.A.

Este libro consta de tres volúmenes en los que se aborda en profundidad el estudio histórico de las Matemáticas. A la vez que estudia el desarrollo histórico de una idea, explica el contenido y aspectos básicos de la misma.

- ❑ MASON, J.; BURTON, L.; STACEY, K. (1988). *Pensar matemáticamente*. Barcelona: Editorial Labor-MEC.

Se trata de un libro en el que se explican distintas técnicas para resolución de problemas. Además se plantean problemas para ir orientando sobre la forma de abordarlos, utilizando distintas estrategias.

- ❑ MATAIX, M. (1981). *Fácil, menos fácil y difícil, 101 problemas de Lógica y Matemáticas*. Barcelona: Marcombo Boixareu editores.

- ❑ MATAIX, M. (1982). *Divertimentos lógicos y matemáticos*. Barcelona: Marcombo Boixareu editores.

- ❑ MATAIX, M. (1982). *Nuevos divertimentos matemáticos*. Barcelona: Marcombo Boixareu editores.

- ❑ MATAIX, M. (1983). *Droga matemática*. Barcelona: Marcombo Boixareu editores.

- ❑ MATAIX, M. (1984). *Historias de matemáticos y algunos problemas*. Barcelona: Marcombo Boixareu editores.

- ❑ MATAIX, M. (1984). *Ocio matemático*. Barcelona: Marcombo Boixareu editores.

Estos 6 libros son una colección de problemas y curiosidades lógicas y matemáticas, acompañadas de sus soluciones.

- ❑ MERLINO, M. (1980). *Cómo jugar y divertirse con fósforos*. Madrid: Altalena editores, S.A.

Serie de juegos con fósforos, algunos de los cuales podemos usar en geometría. Contiene las soluciones a dichos juegos.

- ❑ MORA, J.A.; RODRIGO, J. *Mosaicos (I y II)*. Granada: Colección 2 PUNTOS de cuadernos para el aula de Matemáticas. Proyecto sur de ediciones.

Dos cuadernos que ofrecen una amplia selección de problemas para el conocimiento de la geometría, álgebra, etc. Presenta una visión curiosa y atractiva de la geometría como cubrimiento del plano.

- ❑ PALACIOS, V. (1995). *Papiroflexia fácil*. Barcelona: Editorial Miguel A. Salvatella, S.A.

Presenta un conjunto de figuras de interés para los alumnos y profesores, además contiene referencias históricas y culturales. Las figuras van clasificadas por grado de dificultad.

- PERELMAN, Y. (1985). *Matemáticas recreativas*. Barcelona: Ediciones Martínez Roca, S.A.

Una serie de problemas, pasatiempos y rompecabezas expuestos de forma amena y acompañados de sus soluciones.

- POLYA, G. (1981). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas.

Para la enseñanza y aprendizaje de resolución de problemas.

- REY PASTOR, J.; BABINI, J. (1986). *Historia de las Matemáticas*. Barcelona: Editorial Gedisa.

Libro estructurado en dos volúmenes que trata de aportar los fundamentos y métodos utilizados en el proceso y abstracción de esta ciencia desde la antigüedad.

- RODRÍGUEZ, R.; RODRÍGUEZ, M.C. (1986). *Cuentos y cuentas de los matemáticos*. Barcelona: Editorial Reverté, S.A.

Este libro consta de dos partes, una primera con problemas para plática y pasatiempos con soluciones, y una segunda con relatos anecdóticos e históricos.

- SMULLYAN, R. (1984). *Alicia en el país de las adivinanzas*. Madrid: Ediciones Cátedra.

Recreación lógico-matemática de los inmortales personajes de los cuentos de *Alicia en el País de las Maravillas* y *Alicia a través del Espejo*. Dichos personajes proponen a Alicia una serie de problemas de álgebra, lógica y metalógica, para terminar con un amplio surtido de paradojas filosóficas.

- SMULLYAN, R. (1984). *¿La dama o el tigre? y otros pasatiempos lógicos*. Madrid: Ediciones Cátedra.

Divertido libro de juegos y acertijos lógicos. En la primera parte un abundante número de personajes ficticios plantean problemas de gradual complejidad (contiene las soluciones a dichos problemas). La segunda parte es una insólita novela matemática.

- THIO DE POL, S. (1977). *Primos o algunos dislates sobre números*. Madrid: Editorial Alhambra, S.A.

Plantea actividades sobre números, bien de forma directa o desarrollando historias en las que deja ciertas dudas o cuestiones a resolver. Todas las actividades antes mencionadas son numéricas de distinto grado de dificultad. Contiene las soluciones.

- VARIOS. (1989). *El arte de la papiroflexia*. Barcelona. Editorial de Vicchi, S.A.

Parte de plegados básicos del papel, para ir explicando paso a paso las diferentes figuras que el libro propone y que aumentan gradualmente de dificultad.

- VARIOS. (1986). *Le monde de M. C. Escher*. París: Chene.

Libro en francés sobre la obra de Escher, que puede resultar interesante para el estudio de mosaicos y de dibujos paradójicos.

- ❑ VARIOS. (1990). *Matemáticas: cultura y aprendizaje*. Madrid: Editorial Síntesis.

Es una colección de 34 títulos centrada en los contenidos de la E.S.O. Los contenidos de los diferentes libros tratan de: números, geometría, juegos, recursos....

- ❑ VERDEJO, C. (1975). *Juegos para todos*. Barcelona: Editorial Sopena.
- ❑ WOOD, L.E. (1987). *Estrategias de pensamiento*. Barcelona: Editorial Labor.

En cada capítulo se presenta una estrategia heurística con ejemplos. Posteriormente se proponen problemas para resolver.

## Revistas

- ❑ VARIOS. (1983-1986). *Cacumen revista lúdica de cavilaciones*. Madrid: Zugarto ediciones, S.A.

## Material Audiovisual

- ❑ *Bon día Geometría*. Generalitat de Cataluña.
- ❑ *Del plano al espacio*. Realizado por el Grupo Cero de Valencia. Producido y distribuido por el MEC. Subdirección general del perfeccionamiento del profesorado. Paseo del Prado, 28. 28014 Madrid.

A partir de módulos del cubo y empleando diversos materiales, se producen y analizan varios poliedros que pueden rellenar o no el espacio.

Duración: 30 minutos.

- ❑ *Donald en el país de las Matemáticas*. Walt Disney. Distribuidora Filmayer Vídeo. C/Mártires de Alcalá, 4 . 28015 Madrid. Tfno: (91)2489205.

Tiene una atractiva presentación, y puede servir de introducción para hacer notar la importancia de las Matemáticas en distintos campos y la necesidad de su estudio.

Algunos de los aspectos que trata son:

- Las Matemáticas y su relación con la Música.
- Proporción áurea y número de oro.
- Las Matemáticas en los deportes y juegos.
- Simetrías y ángulos.
- Aproximación a las cónicas.

Duración: 25 minutos.

- ❑ *El geoplano*. CEP de Salamanca.

- ☐ *Gaudí: Naturaleza y Geometría*. Generalitat de Catalunya.
- ☐ *Geometría y mundos imposibles de M. C. Escher*. Michele Emmer & Film 7. Italia. Distribuidora Mare Nostrum. c/Augusto Figueroa, 39, 1º. 28004 Madrid. Tfno.: (91)5310170.
- ☐ *Geometría y proyección*. Michele Emmer & Film 7. Italia. Distribuidora Mare Nostrum. c/Augusto Figueroa, 39, 1º. 28004 Madrid. Tfno.: (91)5310170.
- ☐ *La banda de Möebius*. Michele Emmer & Film 7. Italia. Distribuidora Mare Nostrum. c/Augusto Figueroa, 39, 1º. 28004 Madrid. Tfno.: (91)5310170.
- ☐ *La aventura del cuadrado*. Michele Emmer & Film 7. Italia. Distribuidora Mare Nostrum. C/ Augusto Figueroa, 39, 1º. 28004 Madrid. Tfno.: (91)5310170.

Trata aspectos funcionales y estéticos de la Geometría, detectando la presencia del cuadrado en el Arte y objetos cotidianos. En la segunda parte hace una dramatización con objetos reales animados y una reflexión lúdico-social sobre las dimensiones del espacio y las formas geométricas.

- ☐ *Mosaicos de la Alhambra*. CEP de Granada.
- ☐ *Posibilidades didácticas del cubo soma*. Grabación del CEP de Salamanca.
- ☐ *Ojo matemático*. Yorkshire TV. Distribuidora Metrovideo Escuela. Polígono industrial los Nogales. C/ Río Tormes. Nave 68. 28610 Algete (Madrid). Tfno.: (91)6282160.

Colección de 20 videos de unos 20 minutos de duración. Cada vídeo va acompañado de una guía didáctica, en la que se describen sus contenidos, se dan algunas sugerencias para su utilización y se dejan algunos problemas abiertos.

De los 20 videos que forman la colección, los más interesantes para el Taller de Matemáticas son:

- 1.- Área y volumen.
  - 2.- Ecuaciones y fórmulas.
  - 5.- Lógica y resolución de problemas.
  - 9.- Formas y ángulos.
  - 10.- Simetría.
  - 20.- Cómo abordar los problemas.
- ☐ *Simetría y espacio de M. C. Escher*. Michele Emmer & Film 7. Italia. Distribuidora Mare Nostrum. c/Augusto Figueroa, 39, 1º. 28004 Madrid. Tfno.: (91)5310170.
  - ☐ *17 sinfonías para una loseta. Líneas y formas*. Dirigida y producida por Rafael Pérez Gómez. Granada.

Analiza con detalle y en profundidad cada uno de los mosaicos de la Alhambra. Posteriormente realiza un recorrido por Granada, buscando e identificando formas geométricas.

## ***Material informático***

- *CD-ROM del PNTIC*. Programas educativos para ordenador y bases de datos.

Este CD-ROM contiene una colección de programas agrupados cronológicamente y de aplicación en distintas áreas. Aquí podrían ser útiles los de aplicación a la resolución de problemas y a la geometría.

Por ejemplo podríamos mencionar los siguientes programas:

- Geometría. Año 1989.
  - Geomouse. Año 1991.
  - Pimat.
- *Decorando la Mezquita*. Juego educativo para ordenadores compatibles, con MSDOS y VGA. Miguel de la Fuente Martos. Proyecto Sur de ediciones, S.A.L. Granada, 1983.

Plantea la formación de una serie de puzzles que se corresponden con decoraciones de la Mezquita de Córdoba. Existen 10 puzzles con cuatro niveles de dificultad. Cada uno de estos puzzles se construye a partir de una pieza mediante simetrías, giros y traslaciones.

- *Derive*. Producción: Universidad de Hawai. Para ordenadores compatibles.

Programas geométricos como:

- Tetrix.
- Pentominós.
- Block-out.

Juegos informáticos como:

- Buscaminas.
- Ajedrez.
- Las cuatro en raya.
- Melee at Sea.
- Soko-ban.

## ***Material manipulable***

- Cartulinas de distintos colores.
- Papel cuadriculado.
- Centicubos: cubos de plástico engarzables de 1 cm. de arista, en diferentes colores.
- Policubos: cubos de plástico en 10 colores, engarzables y de 2 cm. de arista.

- Bolsa de polígonos en plástico, engarzables para formar poliedros (Polydrom).
- Material Plot: cartulinas con polígonos troquelados que unidos por gomas permiten formar poliedros.
- Dominó de volúmenes y dominó de superficies.
- Miniquadro: conjunto de varillas y nudos para construir figuras espaciales.
- Kugelli: conjunto de varillas y bolas perforadas para construir cuerpos geométricos. Aconsejable para el estudio de aristas y vértices.
- Medidor de ángulos interiores y exteriores de poliedros.
- *Cintas métricas y reglas.*
- Tangram.
- Maletín de polígonos en estiropor que permiten formar mosaicos.
- Geoplanos cuadrangulares.
- Geoplanos circulares.
- Buscágono: baraja para reconocer polígonos.
- Baraja de características de polígonos.
- Juego de la L.
- Juego del solitario.
- Juego de pentominós.
- Conecta 4.
- SCHÄTTSCHNEIDER, D.; WALTER, W. (1987). *M. C. Escher calidociclos*. Berlín: Taco.  
Libro que desarrolla la capacidad espacial mediante el estudio y creación de calidociclos. Contiene calidociclos para ser recortados y contruidos.
- Cubo de Rubick.
- Damas chinas.
- Papel charol para papiroflexia.



# Programación

---

UNIVERSIDAD DE LA GUAYANA

El desarrollo del Taller de Matemáticas ha de contribuir a que el alumnado adquiera las siguientes capacidades:

## Objetivos del Taller

1. Utilizar su capacidad de razonamiento y sus conocimientos de matemáticas para resolver problemas y situaciones reales y lúdicas, dentro de un ambiente próximo a la vida cotidiana.
2. Diseñar y manipular modelos materiales para favorecer la comprensión y resolución de problemas, valorando la relación que existe entre la actividad manual y la intelectual.
3. Realizar tareas manuales y gráficas, haciendo una planificación y un diseño previos, y valorando lo estético y lo utilitario del trabajo manual bien hecho.
4. Trabajar en equipo, sabiendo confrontar y valorar las opiniones de todos los miembros del grupo, seleccionando y desarrollando la mejor solución y valorando las ventajas de la cooperación.
5. Afrontar sin miedos las situaciones que precisen el empleo de las Matemáticas, utilizando éstas en un lenguaje cotidiano para expresar argumentos e ideas.
6. Conocer y valorar las propias limitaciones y habilidades matemáticas.
7. Elaborar estrategias personales para resolver problemas matemáticos y situaciones cotidianas, analizando los resultados para mejorarlos si fuese necesario.
8. Conocer y valorar la utilidad de las Matemáticas en la vida diaria, y sus relaciones con diversos aspectos de la actividad humana y otros campos del conocimiento.
9. Buscar, organizar e interpretar informaciones diversas, utilizándolas para formarse criterios propios en la toma de decisiones.
10. Actuar con creatividad e imaginación, valorando no sólo los resultados sino el proceso seguido para llegar a ellos.

# I. Juegos lógicos y de estrategia

## **Objetivos**

- Desarrollar una capacidad de razonamiento lógico a partir de juegos lógicos y estratégicos.
- *Aprender a respetar las reglas del juego, valorando la importancia que éstas tienen en el proceso de búsqueda de soluciones o estrategias.*
- Seleccionar entre varias la mejor estrategia de resolución del juego.
- Comprender mensajes orales y escritos en los que se utilicen distintos lenguajes y códigos.
- Elaborar mensajes orales y escritos, con propiedad, autonomía y creatividad.
- Mejorar la imagen que el alumno tiene de sí mismo.

## **Contenidos**

### **Conceptos**

#### **1. Juegos estratégicos**

- a) Definición del juego.
- b) Tácticas y estrategias.
- c) Estrategias ganadoras.

#### **2. Juegos lógicos**

- a) Diferencia entre juegos lógicos y estratégicos.
- b) Conjeturas y conclusiones.

#### **3. Problemas topológicos**

- a) Situaciones dentro–fuera.
- b) Huecos.
- c) Nudos.
- d) Laberintos.

### **Procedimientos**

- Comprensión de lo que se pide en el juego.
- Identificación de las reglas del juego.
- Formulación de conjeturas tras los dos puntos anteriores.

- Discusión y razonamiento de dichas conjeturas para obtener la mejor estrategia de resolución del juego.
- Formulación de varias estrategias.
- Utilización de las estrategias formuladas para seleccionar la mejor.
- Comprobación de la lógica de las conclusiones obtenidas.
- Simplificación del juego para poder resolverlo con mayor facilidad.
- Colaboración con los demás en todo momento.

## Actitudes

- Respeto de las reglas del juego.
- Reconocimiento de la importancia del razonamiento lógico en todo tipo de actividades.
- Sentido crítico ante las posibles soluciones.
- Disposición para reflexionar y razonar ante un juego o problema.
- Tendencia a buscar la mejor estrategia.

## Temporalización

Unidad didáctica	Tiempo empleado
U.1. Juegos de estrategia.	4 semanas
U.2. Juegos lógicos	3 semanas
U.3. Problemas topológicos.	2 semanas

## Actividades

Las actividades que aparecen en las diferentes unidades didácticas han sido sacadas de:

CÁMARA MESEGUER, M. T.; MONTEAGUDO MARTÍNEZ, M. F.; PAZ FERNÁNDEZ, J. (1996). *Taller de Matemáticas*. Madrid: Edelvives. (próxima publicación).

### UNIDAD DIDÁCTICA 1. JUEGOS DE ESTRATEGIA

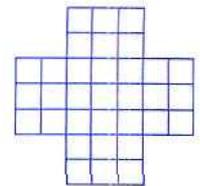
Esta unidad se ha elegido para ser desarrollada en su totalidad, por lo que se remite al capítulo *Desarrollo de una Unidad didáctica*.

## UNIDAD DIDÁCTICA 2. JUEGOS LÓGICOS

Se pretende que los alumnos reflexionen y adquieran una capacidad de razonamiento lógico, llegando a ser conscientes de la importancia de dicho razonamiento, no sólo en las actividades que se desarrollan en la unidad didáctica sino en cualquier otra situación.

Para el desarrollo de esta unidad no se necesita ningún conocimiento matemático previo. Para comenzar, se propone a los alumnos que resuelvan de forma individual algunas variantes sencillas de un juego lógico, como por ejemplo el Solitario de fichas.

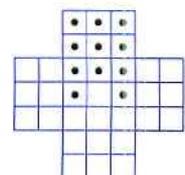
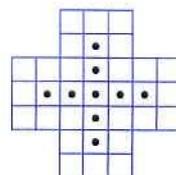
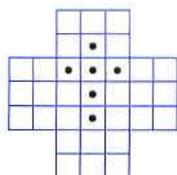
Antes de comenzar el juego, entregaremos a los alumnos una plantilla del tablero como el que se observa a la derecha y de las fichas necesarias para que los recorten en cartulinas de distintos colores, (en la página 94 del *Anexo* aparece esta plantilla a tamaño real).



Se entregará también un folio con las siguientes reglas:

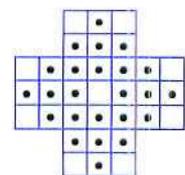
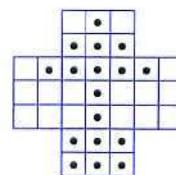
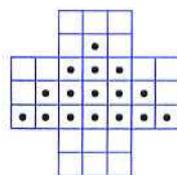
1. Se colocan las 32 fichas en el tablero, dejando libre la posición central.
2. Una ficha se puede mover saltando sobre otra ficha del tablero hacia una posición vacía. La ficha sobre la que hemos pasado se retira del tablero.
3. Los saltos los daremos en horizontal o vertical, nunca en diagonal.
4. Cada movimiento es un salto. Si no se puede mover el juego acaba ahogado.
5. El objetivo es lograr dejar una única ficha en el centro.

Las variantes sencillas propuestas en primer lugar consisten en conseguir el mismo objetivo final del Solitario de fichas, pero suprimiendo la primera regla, de forma que el juego se empieza a partir de los tres tableros siguientes, (uno para cada una de las tres variantes propuestas).



Se establece un plazo para la entrega de resultados que cada alumno deberá de presentar por escrito (este trabajo nos servirá para la evaluación de la unidad didáctica) y, transcurrido ese tiempo, algunos de los alumnos que hayan encontrado soluciones las explicarán al resto de los compañeros.

Tras esta exposición oral de soluciones se vuelve a repetir la misma actividad con nuevas variantes del mismo juego. Podrían ser otras tres, a partir de situaciones iniciales como las siguientes:



Posteriormente se les propondrá el juego tal y como se ha descrito al principio (con sus cinco reglas y 32 fichas en el tablero). La solución que cada alumno encuentre la entregará por escrito al profesor (debido a la dificultad se considerará este trabajo como una actividad extra).

Una vez realizada la actividad anterior es un buen momento para que entre todos (alumnos y profesor) se dejen claras las diferencias entre juegos lógicos y estratégicos.

Después se proponen varios juegos lógicos, asignando un juego distinto a cada uno de los grupos.

Una vez resueltos, cada grupo expone de forma oral la solución al resto de los alumnos.

Aquí pueden elegirse juegos como los siguientes:

### ■ Juego 1. Un corcho en el centro

*Material:*

- Un vaso.
- Una jarra con agua.
- Un corcho.

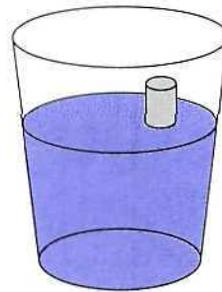
*Número de jugadores:* uno.

*Preparación:* poner agua en el vaso y meter el corcho.

*Reglas:*

- Conseguir con los materiales arriba citados que el corcho quede permanentemente en el centro, sin inclinar el vaso.

**Solución:** llenar el vaso hasta el borde.



### ■ Juego 2. La servilleta de papel

*Material:*

- Una servilleta de papel.

*Reglas:*

- Conseguir hacer en esta servilleta un agujero por el que quepa un alumno.

**Solución:**

1. Doblamos la servilleta por la mitad.
2. Cortamos por las rayas discontinuas como indica la *Figura 1*.
3. Cortar por la parte doblada desde el primer corte hasta el último, como indica la *Figura 2*.

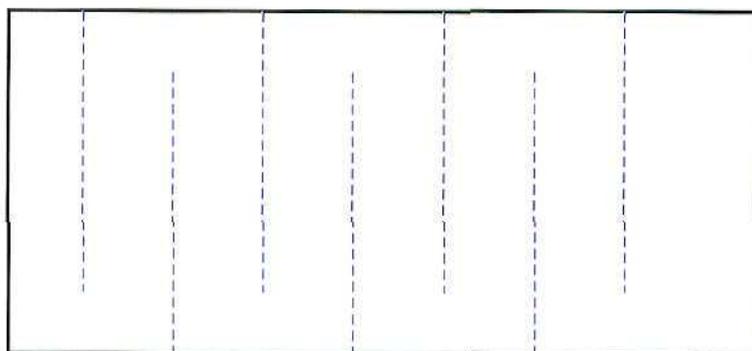


Figura 1

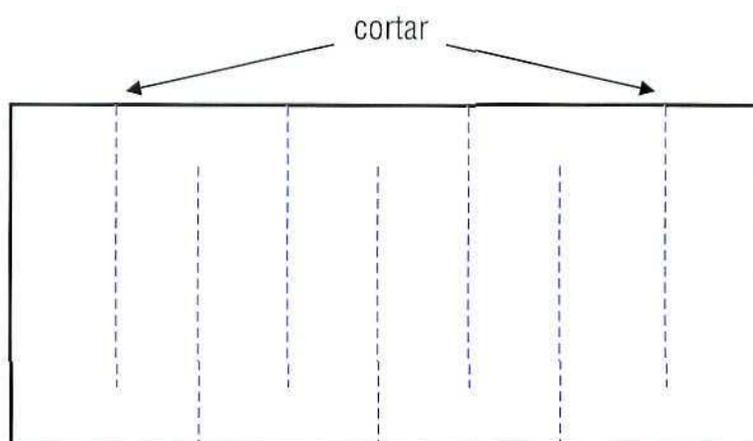


Figura 2

Para finalizar la unidad didáctica, se proponen otros juegos lógicos (como Las torres de Hanoi, por ejemplo) para ser resueltos por grupos. Las soluciones se entregarían por escrito al profesor.

### UNIDAD DIDÁCTICA 3. PROBLEMAS TOPOLÓGICOS.

Siguiendo con la misma idea de la unidad anterior, pero presentando ahora a los alumnos actividades sobre situaciones que pueden resultarles curiosas y que son distintas de los juegos presentados en dicha unidad, se pretende favorecer y seguir desarrollando la capacidad de razonamiento lógico.

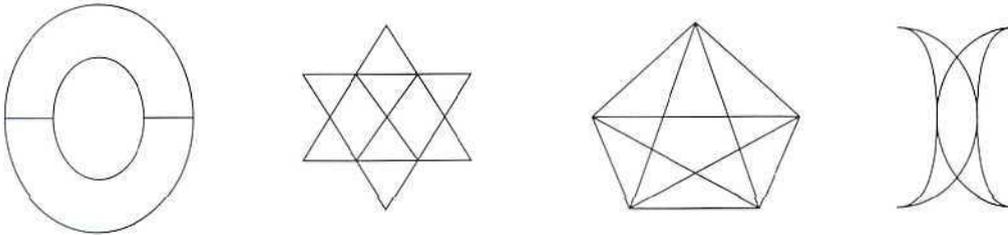
Para comenzar la unidad se proyecta alguno de los videos relacionados con ella ( ver recursos). Tras la proyección se abre un debate sobre la película, mediante el cual los alumnos se encontrarían metidos en el campo de la Topología.

Es posible que en dicho vídeo aparezca el problema de los puentes de Königsberg. Si no es así, el profesor les presenta dicho problema y, con la participación de todos (profesor y alumnos), se hace una puesta en común para que la solución de dicho problema llegue a ser entendida.

Posteriormente el profesor propone una serie de grafos para averiguar cuáles de ellos pueden realizarse de un sólo trazo (sin levantar el lápiz del papel y sin pasar dos veces por el mismo fragmento de línea).

Esta actividad se desarrolla de forma individual y cada alumno entregará su trabajo por escrito.

Algunos ejemplos de grafos podrían ser los siguientes:

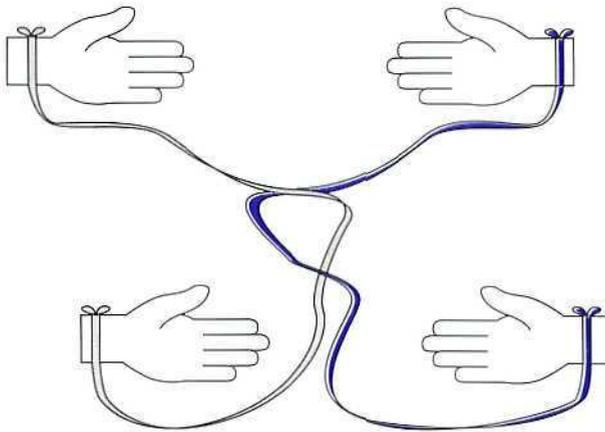


Después se proponen algunos problemas de laberintos topológicos y se construye en clase el anillo de Möbius. Para comprobar las características o propiedades de dicho anillo, se hacen con él algunas actividades manipulativas.

Para finalizar la unidad didáctica se proponen algunos problemas de nudos.

### Ejemplo:

Hay dos personas cada una de las cuales tiene una cuerda atada a sus muñecas, de forma que las cuerdas de ambas están entrelazadas entre sí.



¿Sería posible separar a ambas personas sin desatar ningún nudo o sin romper las cuerdas?

Estos problemas de nudos se proponen por grupos, y cada grupo expone oralmente la solución que haya encontrado al resto de sus compañeros.

## II. Resolución de problemas

### **Objetivos**

- Aprender a enfrentarse con gusto a situaciones nuevas para resolverlas.
- Reflexionar para aprender algo a partir de la resolución de dichas situaciones.
- Conocer algunas estrategias de resolución de problemas.
- Utilizar el trabajo en grupo para mejorar las soluciones obtenidas.
- Aumentar la confianza en sí mismo para enfrentarse a situaciones desconocidas.
- Potenciar la comprensión de mensajes escritos.
- Utilizar diferentes códigos matemáticos.
- Desarrollar la capacidad investigadora en los alumnos.
- Inventar problemas cuyos enunciados sean lógicos, partiendo del entorno que los rodea.

### **Contenidos**

#### **Conceptos**

- Distinción entre ejercicio y problema.
- Soluciones de un problema.
- Pautas para la resolución de problemas.
- Modelos matemáticos en la resolución de problemas.
- Heurísticos más utilizados para resolver un problema (particularizar y generalizar después, resolver problemas análogos más sencillos, reducción al absurdo, etc...).
- Resolución de problemas:
  - numéricos;
  - algebraicos;
  - de ingenio;
  - geométricos.

#### **Procedimientos**

- Utilización de lenguajes y códigos diferentes para representar los datos de un problema.
- Selección del código más adecuado en cada situación.
- Descripción de un problema a través de un informe oral o escrito.
- Descripción de la estrategia seguida en la resolución de un problema.

- Elección adecuada de la estrategia a seguir en un problema determinado.
- Consideración de todos los casos posibles de un enunciado.
- Utilización de algoritmos o fórmulas matemáticas conocidas que puedan ayudar en la resolución de un problema.
- Utilización de técnicas de desbloqueo ante un problema.
- Utilización de la estrategia de particularizar y generalizar después para resolver algunos problemas.
- Resolución de un problema más sencillo y análogo a uno dado para llegar a la solución de este último.
- Resolución de un problema empezando desde atrás (suponiéndolo resuelto).
- Utilización de simetrías para la resolución de algunos problemas (en especial problemas geométricos).
- Utilización de la reducción al absurdo.
- Utilización del método de ensayo y error.
- *Utilización de dibujos o gráficos para resolver algunos problemas.*
- Uso de la inducción matemática.
- Comprobación de las soluciones encontradas.
- Análisis de dichas soluciones y del proceso que se ha seguido para llegar a ellas.
- Formulación de distintos problemas a partir de uno dado.
- Distribución del trabajo entre los miembros del grupo para mejorar el proceso de resolución de un problema.

## **Actitudes**

- Curiosidad ante situaciones desconocidas.
- Disposición a reflexionar sobre dichas situaciones.
- Decisión y confianza para enfrentarse a un problema.
- Creatividad al formular hipótesis.
- Planificación adecuada de las tareas y tenacidad para desarrollarlas.
- Gusto por confrontar las soluciones obtenidas con las de los demás.
- Sentido crítico al confrontar todas las soluciones.
- Disposición a mejorar las soluciones encontradas.
- Tendencia a formular problemas nuevos a partir de otros conocidos.
- Valoración de la utilidad del trabajo en grupo.

## Temporalización

Unidad didáctica	Tiempo empleado
U.4. Estrategias en la resolución de problemas.	2 semanas
U.5. Problemas numéricos.	2 semanas
U.6. Problemas algebraicos.	2 semanas
U.7. Problemas de ingenio.	2 semanas
U.8. Problemas geométricos.	2 semanas

## Actividades

### UNIDAD DIDÁCTICA 4. ESTRATEGIAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Para abordar este bloque y siguiendo con la idea del bloque anterior de que los alumnos sean capaces de reflexionar y adquieran una capacidad de razonamiento lógico, trataremos de hacerles notar la diferencia entre un problema y un ejercicio.

Para ello, se les propondrá una serie de actividades como las siguientes:

- Calcula el área de un cuadrado de lado 2 cm.
- Descompón el número 150 en factores primos.
- Unas cestas contienen 29, 23, 14, 12, 6 y 5 huevos. En unas cestas hay huevos de gallina y en las otras de gansa. El dueño, observándolas pensó que si vendía una de las cestas, le quedarían el doble de huevos de gallina que de gansa. ¿A qué cesta se refiere el dueño?
- Expresa en forma de fracción el número  $12^{\circ}035^{\prime}$ .
- ¿Qué ocurre dos veces en miércoles, una en martes y ninguna en sábado?
- Con sólo tres cortes partir un queso en ocho trozos iguales.

El objetivo que se pretende con estas actividades no es el hecho de que sean resueltas por los alumnos, sino que intercambien opiniones para ver si encuentran diferencias entre ellas y son capaces de clasificarlas en ejercicios y problemas.

Tras unos minutos de debate, el profesor explicará que cuando a alguien se le plantea un ejercicio, dicha persona identifica de inmediato la técnica que precisa para resolverlo y, en todo caso, la dificultad está en aplicarla correctamente.

Sin embargo, cuando se propone un problema, el que va a resolverlo comprende el propósito y los términos utilizados, pero no una fórmula o algoritmo inmediato para la resolución.

De esta forma, de las actividades anteriores serían ejercicios el cálculo del área del cuadrado, la descomposición del número o el paso a fracción del decimal.

La resolución de problemas es un instrumento metodológico muy importante, ya que la reflexión que conlleva la realización de dicha tarea ayuda a la construcción de conceptos y a establecer relaciones entre ellos. Así, los ejercicios del mundo real no son ejercicios prefabricados con procedimientos y números de fácil solución.

En los problemas que se presentan en la vida diaria, a veces hay que trabajar con números complicados, otras veces se dispone de demasiada o de muy escasa información e, incluso, en ocasiones hay que contar con múltiples soluciones.

Se debe tratar de conseguir que los alumnos sean conscientes de la importancia de la resolución de problemas y de que la mejor manera de aprender a resolverlos es resolviendo una cantidad suficiente.

A continuación el profesor explicará que existen modelos ya establecidos y diferentes estrategias para la resolución de problemas.

Se hará mención a algunos de dichos modelos, como pueden ser los siguientes:

## ■ Modelo de Polya:

### a) Comprender el problema.

- ¿Cuál es la incógnita?
- ¿Qué me piden?
- ¿Cuáles son los datos?
- ¿Cuál es la condición?

### b) Concebir un plan.

- ¿Conozco algún problema relacionado con este?
- ¿Conozco algún teorema útil para este caso?
- ¿He empleado todos los datos y condiciones?

### c) Ejecutar el plan.

- Compruebo cada caso.
- ¿Puedo ver claramente si el paso es correcto?
- ¿Puedo demostrar cada paso?

### d) Revisar.

- ¿Puedo verificar el resultado?
- ¿Puedo verificar el razonamiento?

- ¿Puedo generalizar el resultado?,
- ¿Y obtener el resultado en forma diferente?

## ■ Modelo de Guzmán:

### a) Familiarización con el problema.

- Lo leo y trato de entender los términos.
- Pienso en problemas conocidos que se parezcan a él.

### b) Búsqueda de unas cuantas estrategias posibles.

- Hago dibujos sencillos, lo particularizo, lo experimento para ver si surgen pautas o supongo el problema resuelto.

### c) Selección de una de las estrategias.

- No me empecinaré en una estrategia, si veo que no conduce a nada la abandonaré.

### d) Reflexión sobre el proceso.

- ¿Cómo ha sido el camino seguido?
- ¿Entiendo bien la solución obtenida?
- ¿Puedo aplicar el resultado a otros casos más generales?

De la misma forma se les mencionará algunas de las estrategias más usuales, indicándoles que lo difícil es decidir en cada problema cuál de ellas es más adecuada, y haciéndoles ver que esta lista de estrategias va creciendo a medida que se descubren otras nuevas, cosa que puede conseguir cualquier resolutor de problemas. Se debe ser consciente de que alguien tendrá más posibilidades de resolver un problema cuanto mayor sea el número de estrategias que domine.

Algunas de las más utilizadas son las siguientes:

- Hacer diagramas o dibujos que ilustren el problema.
- Construir tablas o buscar patrones establecidos.
- Particularizar (experimentar con casos sencillos) intentando encontrar alguna pauta.
- Resolver antes un problema parecido pero más sencillo.
- Codificar numérica o algebraicamente los datos o situaciones del problema, intentando utilizar notaciones sencillas.
- Empezar a resolver el problema desde atrás, suponiéndolo resuelto y observando lo que se deduce.

## ■ Estrategias:

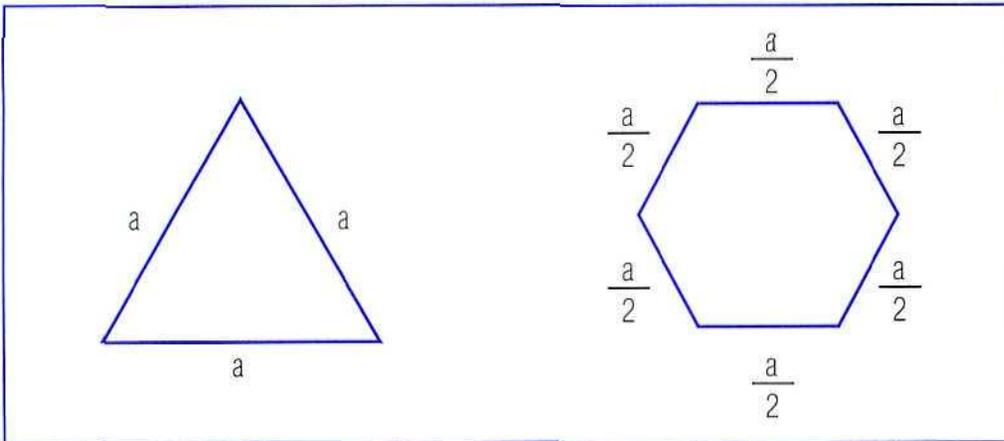
### Utilizar dibujos

Esta técnica convierte, muchas veces, problemas cuya resolución analítica conlleva cálculos largos e incluso complicados, en problemas de resolución simple y más rápida.

#### Ejemplo:

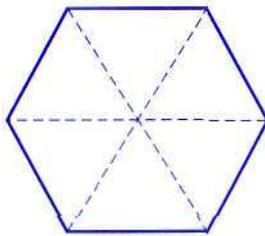
Tenemos dos cuerdas de igual longitud. Con una de ellas construimos un triángulo equilátero, que tiene  $28 \text{ m}^2$  de superficie. Con la otra cuerda construimos un hexágono regular. ¿Cuál sería su superficie?

Comenzamos haciendo los dibujos de ambas figuras:



Al ser las dos cuerdas iguales, el perímetro será el mismo en los dos polígonos. Por tanto, si llamamos **a** al lado del triángulo, como el hexágono tiene doble número de lados, la longitud de cada uno de ellos será **a/2**.

Vamos ahora a triangular el hexágono :

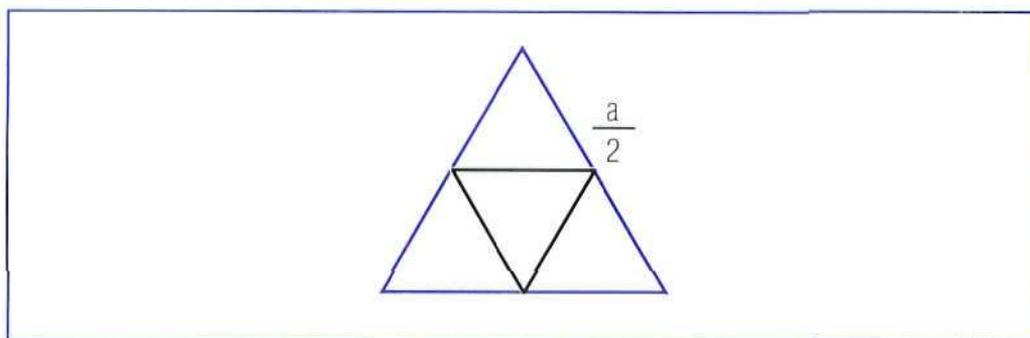


Como es regular, los seis triángulos obtenidos son equiláteros y la longitud de cada uno de sus lados será entonces **a/2**.

¿Cómo podemos relacionar estos triángulos con el triángulo grande inicial?

Aquel tenía lados cuya longitud es **a**, es decir, el doble de los lados de los triángulos pequeños.

Así, en el mayor, señalaremos los puntos medios de los lados y obtendremos nuevos triángulos.



Estos cuatro son iguales que los obtenidos al triangular el hexágono, por lo que tenemos el problema resuelto.

¿Cuál es la superficie de cada triángulo pequeño?

$$S_{\text{triángulo pequeño}} = \frac{S_{\text{triángulo grande}}}{4} = \frac{28}{4} = 7 \text{ m}^2$$

Luego la superficie pedida será:  $6 \times 7 = 42 \text{ m}^2$ .

### Ensayo y error

Lo fundamental de esta estrategia es experimentar. Sometiendo los datos del problema a diversos ensayos encontraremos diferencias y propiedades que se repiten, y a partir de ellas seremos capaces de obtener conclusiones que nos llevarán a la solución del problema.

#### Ejemplo:

Escribe el número 12345679, formado por todos los dígitos del 1 al 9, a excepción del 8. Multiplica este número por un solo dígito cualquiera. El resultado obtenido en el producto, multiplícalo ahora por 9. ¿Qué ocurre? Comprueba que ocurre lo mismo con otros dígitos. ¿Por qué sucede esto?

Nos disponemos a efectuar el primer experimento, y para ello elegimos un dígito, por ejemplo, el 4.

$$\begin{array}{r}
 12345679 \\
 \times 4 \\
 \hline
 49382716 \\
 \times 9 \\
 \hline
 44444444
 \end{array}$$

Lo que ocurre es que el resultado está formado por nueve dígitos iguales, el 4.

Experimentemos con otro número, por ejemplo el 6.

$$\begin{array}{r} 12345679 \\ \times 6 \\ \hline 74074074 \\ \times 9 \\ \hline 66666666 \end{array}$$

De nuevo, el resultado está formado por nueve dígitos iguales (a 6 en este caso).

Si seguís experimentando con otros números veréis que ocurre lo mismo.

¿Qué diferencias hay en cada caso?

El resultado, que está formado cada vez por el dígito por el que se multiplica el primer número.

¿Qué hay en común?

El número formado por los dígitos del 1 al 9 (a excepción del 8) y por el hecho de que en segundo lugar se multiplica siempre por 9.

Estudiemos pues estos factores comunes.

Como la multiplicación de los números naturales cumple la propiedad conmutativa, será igual multiplicar primero por 4 y después por 9, que hacerlo en orden inverso (primero por 9 y luego por 4). También con el resto de los números.

Veamos pues que ocurrirá si multiplicásemos en primer lugar por 9.

$$\begin{array}{r} 12345679 \\ \times 9 \\ \hline 11111111 \end{array}$$

¡Qué curioso! No es necesario seguir, pues aquí tenemos ya la solución al problema.

$$\begin{aligned} 12345679 \times \boxed{\text{dígito}} \times 9 &= 12345679 \times 9 \times \boxed{\text{dígito}} = 11111111 \times \boxed{\text{dígito}} = \\ &= \boxed{\text{dígito}} \quad \boxed{\text{dígito}} \end{aligned}$$

## UNIDAD DIDÁCTICA 5. PROBLEMAS NUMÉRICOS

Tanto a lo largo de esta unidad como de las tres siguientes, el profesor propondrá una serie de problemas.

Ha de tenerse en cuenta que un buen problema matemático es aquél que:

- Representa un desafío a las capacidades deseables en un matemático.
- No deja bloqueado de entrada a quien lo ha de resolver (el problema está a la altura de sus posibilidades).
- Tiene interés por sí mismo (aunque no tenga utilidad práctica)
- Estimula a quien lo resuelve el deseo de proponérselo a su vez a otras personas.

En cuanto a la forma de trabajo, en esta unidad y en las 3 siguientes, se potenciará de forma especial el trabajo en grupo, ya que en cooperación se puede:

- Discutir estrategias y soluciones.
- Examinar alternativas.
- Conseguir una variedad de enfoques.
- Aprender a valorar las estrategias que sean más adecuadas.

Además, en la tarea en la que estamos embarcados, hay que tener en cuenta que lo más importante es el proceso de resolución del problema, no la respuesta.

El proceso de resolución de un problema debe quedar consignado por escrito totalmente, pues de esta forma:

- Las buenas ideas repentinas no irán de nuevo al olvido.
- Se podrá repasar el problema siempre que sea necesario, y de una forma cómoda.
- La actividad de escribir la aprovecha el cerebro como cauce para deslizar intuiciones, posibles respuestas, etc....
- El simple hecho de llenar un papel con dibujos, esquemas, ..., puede dar lugar a una idea útil.
- Se puede controlar el proceso de resolución, porque está en todo momento delante de quien lo resuelve.

Por consiguiente, sugerimos que las actividades que se desarrollen se lleven a cabo en grupo y que tanto el proceso de resolución como la solución de los problemas propuestos se presenten por escrito.

Estas soluciones se debatirán algunas veces en la clase y otras veces se presentarán al profesor.

En concreto, en esta unidad, proponemos actividades encaminadas a desarrollar habilidades de tipo numérico, de forma que los alumnos puedan aumentar las destrezas que han

adquirido en la materia troncal, así como el manejo de las estrategias explicadas en la unidad anterior, y provocando que el alumno tome conciencia de la importancia de los números en su actividad cotidiana y su entorno.

Sugerimos que al principio de la clase se entregue a los alumnos una hoja fotocopiada con una serie de problemas, con distinto nivel de dificultad.

A lo largo de esa clase, los grupos debatirán la resolución de dichos problemas, estudiando las posibles estrategias a utilizar, la posibilidad de diferentes soluciones, etc...

Después de esto queda abierto un proceso de reflexión individual sobre el trabajo realizado por el grupo, de forma que en la clase siguiente cada miembro del equipo podrá aportar nuevas sugerencias.

En esta segunda clase, los alumnos plasmarán por escrito y por grupos, las soluciones y estrategias seguidas.

Un ejemplo de estas hojas podría ser el siguiente:

### **Problema 1. La paradoja del cumpleaños.**

Un famoso compositor italiano murió poco después de su decimoctavo cumpleaños..., a la avanzada edad de 76 años.

- ¿Cómo puede ser eso?

No te preocupes por saber de qué compositor se trata. No obstante, te diré que escribió la ópera El barbero de Sevilla y que nació en febrero de 1792.

### **Problema 2. Alboroto en la fauna.**

- 17 osos comen tanto como 170 lobos.
- 100.000 pájaros comen tanto como 50 lobos.
- 10 osos comen tanto como 4 rinocerontes.
- ¿Cuántos pájaros son necesarios para comerse la comida de 12 rinocerontes?

### **Problema 3. El viajero agradecido.**

Un viajero se extravía por el desierto, quedándose sin alimento. Se encuentra con dos beduinos, uno de los cuales lleva tres panes y el otro cinco panes. Los beduinos se apiadan del viajero y comparten con él los ocho panes.

Cuando acaban con toda la comida, el viajero agradecido les recompensa dándoles ocho monedas de oro. Los beduinos se las reparten, quedándose con tres monedas el que había puesto tres panes y con cinco el que había puesto cinco panes.

- El reparto anterior parece lógico, pero ... ¿es justo dicho reparto?, ¿cómo habría que hacerlo?

#### **Problema 4. La pequeña avispada.**

Una niña entra en una papelería y se dirige al empleado.

- He cogido tres bolígrafos de 50 ptas. y tres rotuladores que no llevan marcado el precio. ¿Me dice cuánto le debo?
- Son en total ..., 340 ptas.
- La niña dijo que no era posible y el dependiente tuvo que reconocer su error. ¿Sabrías por qué no era posible?

#### **Problema 5. Cuestión de pollos.**

- Si un hombre y medio come pollo y medio en un día y medio, ¿cuántos pollos comerán 9 hombres en 9 días?

Este proceso de entregar hojas de problemas y resolverlas, se repetirá tantas veces como se considere necesario.

### **UNIDAD DIDÁCTICA 6. PROBLEMAS ALGEBRAICOS**

Con esta Unidad se intenta que el alumnado maneje el código matemático que se utiliza en la resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones sencillos, valorando la importancia y la gran utilidad de dicho código en la resolución de situaciones muy diversas.

De esta forma, los problemas que se tratarán a lo largo de esta unidad serán algebraicos.

Al mismo tiempo, se pretende que para resolverlos utilicen las estrategias ya estudiadas, y que asimilen el hecho de que algunos de los problemas se pueden resolver con algunas de ellas sin necesidad de plantear ecuaciones.

Los conocimientos previos de los alumnos sobre ecuaciones y sistemas de ecuaciones son esenciales en el desarrollo de esta unidad.

Por ello, para comenzar es muy importante realizar un sondeo sobre el nivel de dichos conocimientos en la clase. Esto se puede hacer, pasando a todos los alumnos el siguiente cuestionario, que una vez completado deberán entregar al profesor para su revisión.

1. ¿Es posible que la ecuación  $2x + 3 = 5$  tenga dos soluciones?
2. ¿Cuántas soluciones reales como máximo y como mínimo puede tener una ecuación de segundo grado?

3. Calcula el valor de  $x$  en las siguientes ecuaciones:

- $x + 3 = 0$
- $2x - 3 = 5$
- $\frac{x}{2} + \frac{3}{4} = \frac{7}{3}$
- $\frac{x}{2} + \frac{3}{4} = \frac{7}{3} + x$
- $x^2 - 2x + 1 = 0$
- $4x^2 - 8x = -4$
- $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} = x$

4. Calcula el valor de  $x$  y de  $y$ :

- $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - 5 = 1 \end{cases}$
- $\begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 3x + y = 7 \end{cases}$
- $\begin{cases} x - y = -18 \\ 10x + 2y = -12 \end{cases}$

Tras la revisión por parte del profesor de los cuestionarios resueltos, y dependiendo de los resultados obtenidos, si se considera necesario puede dedicarse alguna clase para repasar los conceptos básicos y los métodos de resolución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones.

A partir de este momento, el método de trabajo a seguir será el mismo que el indicado en la unidad anterior.

Así, el profesor entregará a cada grupo una hoja de problemas propuestos con distinto nivel de dificultad. Y las soluciones de los problemas serán presentadas por escrito para debatirlas en clase y para evaluarlas el profesor.

Una posible hoja de problemas propuestos para esta unidad podría ser:

### Problema 1. Montones de cerillas.

Tenemos 48 cerillas distribuidas en 3 montones diferentes. Si del primer montón pasamos al segundo tantas cerillas como hay en éste, luego del segundo al tercero tantas como hay en el tercero y, por último, del tercero al primero tantas cerillas como ahora hay en éste, resulta que todos los montones tienen el mismo número de cerillas.

- ¿Cuántas había en un principio?

### Problema 2. Las mejores vacas.

Cuatro vacas holandesas y tres asturianas dan tanta leche en cinco días como tres holandesas y cinco asturianas en cuatro días.

- ¿Qué clase de vaca produce más leche, la holandesa o la asturiana?

### Problema 3. La tumba de Diofanto.

Cuentan que en la tumba de Diofanto de Alejandría había una inscripción que explicaba, en forma de problema, la edad que tenía el sabio cuando murió. Decía :

Esta tumba contiene a Diofanto. ¡ Oh, gran maravilla ! Y la tumba dice con arte la medida de su vida.

Dios hizo que fuera niño una sexta parte de su vida. Añadiendo un doceavo, las mejillas tuvieron la primera barba. Le encendió el fuego nupcial después de un séptimo, y el quinto año después de la boda le concedió un hijo. Pero ay, niño tardío y desgraciado, en la mitad de la medida de la vida de su padre, lo arrebató la helada tumba. Después de consolar su pena cuatro años con esta ciencia de cálculo, llegó al término de su vida.

- ¿A qué edad murió Diofanto?

### Problema 4. El goloso avispado.

Para celebrar una fiesta, un grupo de amigos han comprado cinco docenas de pasteles. Cuando se disponen a comérselos, llegan cinco amigos que no esperaban. Rápidamente, el más goloso dice: Ahora tocamos a dos menos.

- ¿Cuántos amigos estaban reunidos al principio?

## UNIDAD DIDÁCTICA 7. PROBLEMAS DE INGENIO

Con esta Unidad didáctica trataremos de desarrollar el ingenio de los alumnos, es decir, su habilidad o talento para inventar cosas, tratando de encontrar y mostrar incluso el aspecto gracioso de las mismas.

Se presentarán por tanto una serie de problemas en los que sólo son necesarios conceptos matemáticos básicos, pero que exigen intuición e ingenio para ser resueltos.

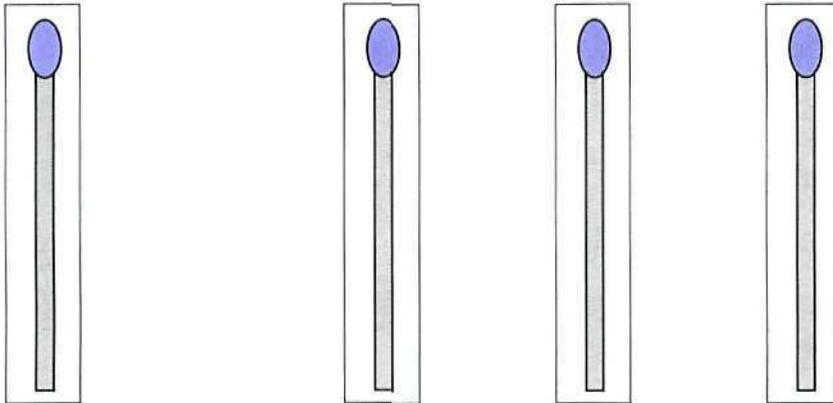
Normalmente, al enfrascarse en estos problemas los alumnos encuentran un trabajo agradable, pues fácilmente captan un carácter lúdico que les estimula para resolverlos. A veces incluso llegan a tener la sensación de encontrarse ante un pasatiempo que les intriga.

De forma análoga a las dos anteriores unidades, se sigue el método de trabajo consistente en la entrega y recogida (una vez resueltas) de hojas con una serie de problemas de niveles diferentes, repitiéndose el proceso las veces que se considere conveniente.

Un ejemplo de estas hojas podría ser la compuesta por los siguientes problemas:

### Problema 1. Cien.

Adjuntar cinco cerillas a las cuatro siguientes, de forma que obtengamos cien.



### Problema 2. ¿Qué dijo el anciano?

Dos jóvenes cosacos, excelentes jinetes, con frecuencia hacían apuestas de quién adelantaría a quién. Más de una vez, bien uno bien otro, salía victorioso pero, al fin y al cabo, esto les aburría.

- Mira – dijo Grigori – vamos a apostar al contrario. Ganará la apuesta aquel cuyo caballo llegue a la meta en segundo lugar.
- Bueno – respondió Mijail.

Los cosacos salieron a la estepa y montaron sus caballos. Se reunió una multitud de espectadores. Un viejo cosaco comenzó a contar, dando palmadas :

- ¡ Uno ! ... ¡ Dos ! ... ¡ Tres ! ...

Pero los competidores, claro está, ni se movieron de sus sitios. El público comenzó a reír, criticar y discutir, decidiendo que una apuesta así era imposible y que los competidores permanecerían en sus sitios hasta el fin de los siglos.

En este momento, se acercó un anciano a la muchedumbre.

- ¿Qué pasa?– preguntó.

Le explicaron la situación.

- ¡ Pues, veréis ! – dijo el anciano – bastará unas palabras que yo les diga para que se lancen a galope como si les hubiesen escaldado.

Y, en efecto, así ocurrió. Los cosacos salieron galopando, empeñados en adelantar uno al otro a todo trance. Pero la apuesta, de todos modos, la ganó el jinete cuyo caballo llegó segundo.

- ¿Qué dijo el anciano a los cosacos?

### Problema 3. Tres alumnos liantes.

Tres alumnos tienen la costumbre de que cuando se les pregunta algo a lo que no quieren contestar, uno de ellos miente y dos de ellos dicen la verdad. Al preguntarles cuál de ellos ha sacado peor nota en Matemáticas, han respondido:

- Juan: Ha sido Ana.
  - Ana: Ha sido Juan.
  - Antonio: No ha sido Ana.
- Después de escucharles, ¿sabrías cuál ha obtenido realmente la peor calificación de Matemáticas?

### Problema 4. El cofre de monedas.

El pirata Barbanegra ha encontrado un cofre con 24 monedas, aparentemente de oro y todas iguales. Pero, junto a ellas, hay una nota que dice: Una de las monedas no es totalmente de oro y pesa menos.

Barbanegra ofrece todas las monedas a aquel de sus ayudantes que sea capaz de descubrir la defectuosa en tres pesadas con una báscula de platillos, pero sin hacer uso de las pesas.

- Si fueses uno de sus ayudantes, ¿qué harías para conseguir las monedas?

### Problema 5. Parejas de baile.

Tres parejas están en una verbena. Las chicas visten: una de rojo, otra de verde y otra de azul. Y sus acompañantes visten de los mismos colores. A la hora de bailar hacen cambio de parejas.

Ya en la pista, cuando el chico de rojo, pasando al bailar cerca de la chica de verde, le dijo: ¿Te has dado cuenta? Ninguno de nosotros tiene pareja de baile vestida de su mismo color.

- ¿Puedes deducir de qué color viste el compañero de baile de la chica de rojo?

## UNIDAD DIDÁCTICA 8. PROBLEMAS GEOMÉTRICOS

A lo largo de las tres unidades anteriores se han desarrollado problemas de distintos tipos y con esta unidad se pretende completar esa serie con los del tipo geométrico.

Se plantearán problemas en los que se utilizarán diversas estrategias de resolución, el ingenio y algunas fórmulas y conceptos geométricos básicos.

De esta forma se puede conseguir el reconocimiento de figuras y sus propiedades, el concepto de simetría, el proceso de triangulación para calcular áreas, etc. También puede agudizarse la visión espacial que suele resultar difícil para muchos alumnos.

En la primera clase será conveniente hacer un repaso de las figuras geométricas más usuales, sus principales propiedades y las fórmulas para el cálculo de sus áreas y volúmenes.

A partir de esta clase teórica, es muy útil la elaboración de un mural en una cartulina, en el que quedan recogidos los conceptos y fórmulas mencionadas anteriormente. Este mural se colocará en el aula del Taller, de forma que los alumnos la tengan siempre a la vista.

Y a continuación se puede proponer una actividad relacionada con el entorno más directo del trabajo. Utilizando cintas métricas los alumnos irán tomando y anotando las dimensiones del aula de Taller, sus puertas y sus ventanas.

Con los datos ya tomados se les propondrá que calculen la superficie y el volumen del aula, (para lo que previamente se habrá producido una identificación de figuras geométricas).

Tras comparar y comentar los resultados obtenidos por cada grupo, se les planteará otra actividad. Unos grupos se encargarán de calcular los  $m^2$  de cristal existente entre todas las ventanas y puertas. A otros grupos se les puede proponer que encuentren el número de losas cuadradas de 40 cm. x 40 cm. que son necesarias para embaldosar el suelo del aula. Otros grupos tendrían que calcular el número de botes de pintura necesarios para pintar las paredes y el techo (deberán tener en cuenta que esa pintura no se utilizará en las puertas y ventanas).

Los resultados obtenidos y el proceso seguido para obtenerlos será expuesto de forma oral por cada grupo.

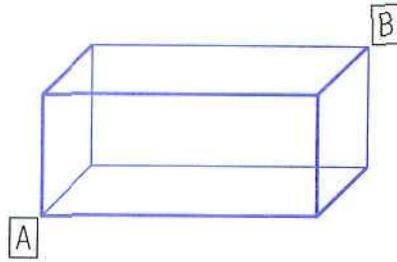
A partir de aquí, se sigue el método de trabajo de las tres unidades didácticas anteriores, basado en la resolución y presentación escrita (y a veces oral) de diversas series de problemas.

Una hoja de problemas que podría realizarse en esta unidad es la compuesta por los problemas siguientes:

### Problema 1. La araña y la mosca.

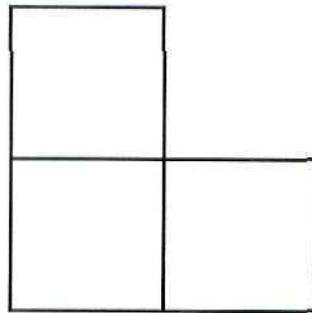
Una habitación rectangular de dimensiones 6 m, 4 m y 3 m, está habitada por una araña y una mosca situadas en los vértices A y B, respectivamente.

- ¿Qué distancia mínima deberá volar la mosca para llegar a la araña?



### Problema 2. ¿Cómo cortar?

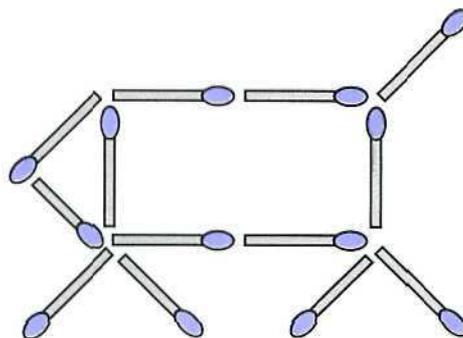
Tenemos una figura compuesta por tres cuadrados, situados como se ve en el dibujo. Es preciso cortar de ella una parte, pero de tal forma que si luego adjuntamos la parte cortada a la parte restante, se obtenga un cuadrado con un boquete dentro también cuadrado.



### Problema 3. Cambio de rumbo.

El perro de la siguiente figura lleva tanto tiempo vagando hacia Occidente que ya se ha cansado, y decide cambiar de rumbo.

Moviendo solamente dos fósforos, ayúdale a girar para que pueda caminar hacia Oriente.

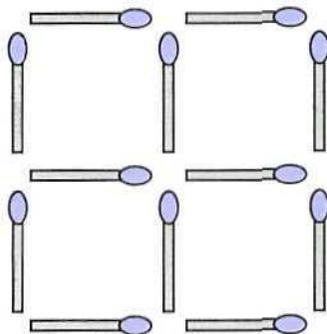


### Problema 4. Los Cuadrado.

En la ciudad de Rurk viven unos parientes lejanos de los Ortiz: los Cuadrado. El grupo familiar era, según una vieja fotografía, como indica el dibujo que se muestra a continuación.

Pero, por el telegrama que recibieron los Ortiz, fue evidente que las cosas habían cambiado. El texto decía: Adiós rutina. Al moverse dos de nuestros lados, se reubicaron de tal forma que ahora somos siete cuadrados, y algunos hasta han cambiado de tamaño.

- ¿Cómo reconstruir el nuevo estado?



### Problema 5. El engaño de los espárragos.

Un mozo se acercó a un vendedor de espárragos en el mercado y le dijo: Traigo este cordel que mide un palmo, y quiero saber cuánto me cobrará por el mazo de espárragos que pueda atar con él. El vendedor dio un vistazo al cordel y le pidió cinco reales. El mozo estuvo de acuerdo y le compró los espárragos.

Al día siguiente volvió a presentarse y dijo: Aquí vuelvo con este cordel que mide dos palmos. Si por los espárragos que me llevé ayer tuve que pagar cinco reales, por los que pueda atar hoy con este cordel deberé pagarle a usted diez reales. ¿Está usted de acuerdo?

El vendedor estuvo de acuerdo y se los vendió por esa cantidad de dinero.

Después de efectuar la venta, el vendedor se quedó con la duda de si le habría engañado o no el mozo.

- ¿Qué piensas tú?

Tras estas actividades, estaremos en disposición de afrontar el siguiente bloque temático sobre formas y tamaños.

### Objetivos

- Localizar figuras geométricas en el entorno más cercano y en objetos que están presentes ante nuestros ojos casi a diario.
- Analizar conceptos como las dimensiones, el área y el volumen de dichas figuras.
- Calcular en algunos casos los conceptos anteriores.
- Identificar simetrías y regularidades en figuras planas y cuerpos geométricos.
- Descomponer figuras y cuerpos geométricos en figuras y cuerpos más simples.

## III. Formas y tamaños

- Aprovechar la descomposición mencionada en el punto anterior para calcular áreas y volúmenes de figuras y cuerpos geométricos complicados.
- Manipular objetos para analizar sus propiedades geométricas a través de dicha manipulación y de la observación directa.
- Manejar tetraminós, pentaminós (en general, poliomínos de diferentes dimensiones), policubos, algún tangram, etc...
- Construir objetos a partir de un trozo de papel o cartulina, y de esta forma lograr un paso del plano al espacio.
- Adquirir una visión geométrica espacial.
- Diseñar y elaborar frisos o mosaicos para mejorar la visualización de objetos.
- Conocer y apreciar el patrimonio cultural a partir de sus elementos geométricos.

## **Contenidos**

### **Conceptos**

- Formas, superficies y volúmenes.
- Simetrías y regularidades.
- Poliomínos.
- Tangram.
- Frisos.
- Policubos.
- Papiroflexia.

### **Procedimientos**

- Búsqueda de propiedades geométricas en los objetos.
- Diseño y construcción de objetos que cumplan unas características dadas.
- Estimación y medida de longitudes, áreas y volúmenes, con la posición adecuada.
- Manipulación de objetos para encontrar y analizar sus propiedades.
- Manejo de poliomínos y policubos.
- Manejo de tangram con el fin de construir diferentes figuras para mejorar la percepción y visualización geométrica.
- Diseño y construcción de frisos (o mosaicos).
- Construcción de formas a partir de papel (papiroflexia).

## Actitudes

- Realización material de modelos geométricos, valorando el trabajo bien hecho.
- Habilidad y constancia en la realización de dichos modelos.
- Valoración de la relación que existe entre el trabajo manual y el intelectual.
- Valoración de la plástica y de la utilidad en los objetos.
- Valoración de los elementos geométricos que existen en diferentes monumentos artísticos nacionales e internacionales, captando sus fuertes componentes estéticos.

## Temporalización

<b>Unidad didáctica</b>	<b>Tiempo empleado</b>
U.9. Geometría plana	5 semanas
U.10. Geometría espacial	5 semanas

## Actividades

### UNIDAD DIDÁCTICA 9. GEOMETRÍA PLANA

En la Antigua Grecia se consideraba a las Matemáticas más un arte que una ciencia, aunque el mundo actual no haya ratificado esta concepción.

Con el desarrollo de este bloque pretendemos que los alumnos vuelvan a apreciar la ciencia y el arte, ambas cosas de forma simultánea, en las Matemáticas.

Consideramos que los conceptos básicos y propiedades elementales presentes en Geometría se han adquirido con el desarrollo de la unidad didáctica 8. Pretendemos con esta unidad y la siguiente afianzar y reforzar estos conceptos y propiedades, así como desarrollar la capacidad de percepción y visualización, a través de juegos y actividades lúdicas.

Para ello se estructura esta unidad, referente al plano, en tres partes:

- Poliominós.
- Tangram.
- Frisos.

En la primera clase, con el fin de que los alumnos conozcan la utilidad, la estética y las muchas aplicaciones de la Geometría a lo largo de la Historia, proyectaremos la película Donald en el País de las Matemáticas de Walt Disney (ver Recursos). Al terminar esta proyección se organizará un debate en el que los alumnos expondrán sus conclusiones y tratarán de aportar otros elementos y situaciones en las que esté presente la Geometría, distintos de los que aparecen en la película.

En la siguiente sesión el profesor definirá un poliomínó como *un conjunto de cuadrados unidos, de tal forma que dos cuadrados que sean adyacentes por dicha unión comparten un lado común.*

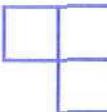
Así mismo, comentará la clasificación de los poliomínós, dependiendo del número de cuadrados que lo formen, en:

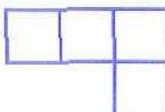
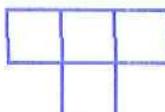
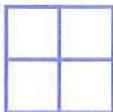
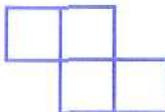
- Uniminós: formados por un solo cuadrado.
- Dominós: formados por dos cuadrados.
- Triminós: formados por tres cuadrados.
- Tetraminós: formados por cuatro cuadrados.
- Pentaminós: formados por cinco cuadrados.
- Hexaminós, heptaminós, etc...

En este momento, todos los alumnos, ayudados por el profesor, irán construyendo los poliomínós de órdenes uno, dos, tres y cuatro.

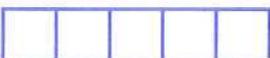
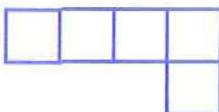
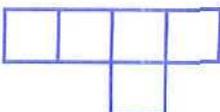
– Uniminós: 

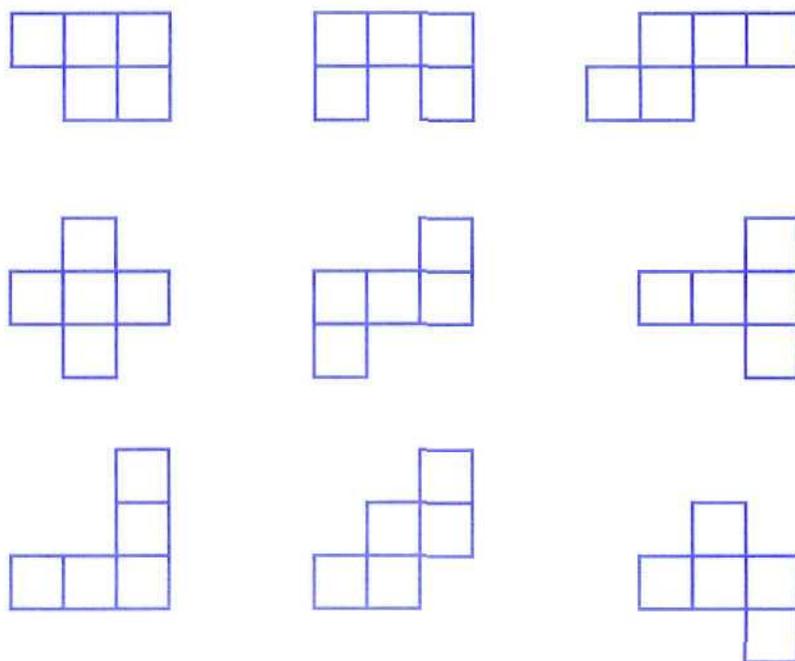
– Dominós: 

– Triminós:  

– Tetraminós:     
 

A continuación, los alumnos organizados en grupos, deberán construir todos los pentominós.

– Pentaminós:   



Finalizada esta actividad se pondrán a disposición del alumnado, varios juegos de poliomínos ya elaborados (existentes en el mercado). En caso de que el centro no disponga de ellos, sería éste el momento de construirlos mediante algún material como cartón grueso o similar, para lo que pueden utilizarse las plantillas de las páginas 85 y 86 del *Anexo*. Se aconseja que se disponga de varios juegos de cada dimensión.

También es posible realizar las actividades utilizando papel cuadriculado y lápices de distintos colores.

Con este material propondremos una serie de actividades, todas ellas de carácter manipulativo, que los alumnos desarrollarán en grupo, exponiendo los resultados en la pizarra para debatirlos entre todos. A continuación se muestran dos ejemplos de estas actividades:

### Actividad 1. Dominós.

Es fácil comprobar que la superficie de las siguientes figuras es la misma que la ocupada por diez dominós.

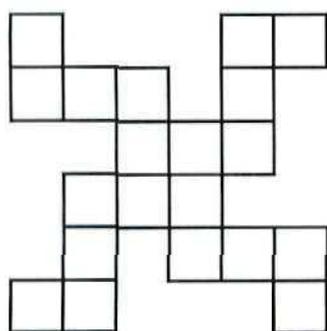


Figura 1

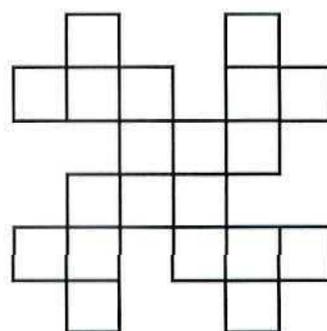
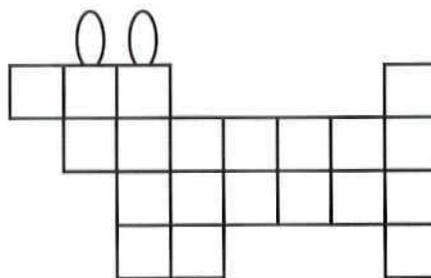


Figura 2

Sin embargo, ¿crees que podría cubrirse cada una de dichas figuras con diez dominós?

## Actividad 2. Tetraminós. El perro.

El perrito de la figura siguiente está completamente helado.



Disponemos de los cinco tetraminós (ninguno está repetido). Vamos a intentar que el pobre perro no se muera de frío. ¿Crees que con nuestro material podremos tapanlo completamente?

Para aquellos grupos que habiendo terminado la realización de una actividad tengan que esperar a que el resto de compañeros la acaben, para debatirla en común, se les puede proponer que ellos mismos inventen o busquen en libros otras actividades relacionadas con poliomínos.

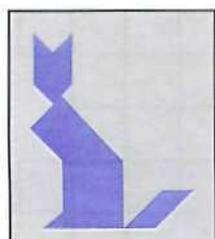
Según el desarrollo de la clase, estas actividades se pasarán a los otros grupos para su realización o el mismo grupo que las haya confeccionado las expondrá en la pizarra.

Tras varias sesiones de trabajo con poliomínos, dedicamos una clase a trabajar en el aula de Informática con el programa de ordenador Tetrix (ver recursos) y otra clase con el programa pentominós (ver recursos).

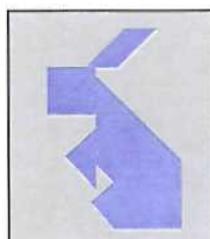
Posteriormente nos adentraremos en el manejo del tangram. Para ello se pondrá a disposición de los alumnos una serie de tangramas chinos (existentes en el mercado, ya elaborados). En caso de que no se encuentre este material en el centro, se podrá construir con la plantilla que aparece en la página 87 del *Anexo*, con cartón duro o similar.

Ya con este material, todas las actividades que se llevarán a cabo tendrán un carácter manipulativo y consistirán en la construcción de distintas figuras, utilizando las siete piezas del tangram.

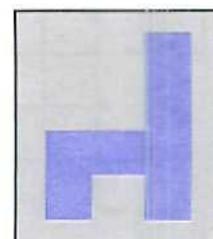
Algunas de estas figuras podrían ser las siguientes:



**gato**



**conejo**



**silla**

Se debe hacer reflexionar a los alumnos que todas estas figuras, con formas muy distintas, tienen todas idéntica superficie ya que se han construido con las 7 mismas piezas.

Se aconseja que cada alumno disponga de un tangram pues resulta más efectivo que estas actividades se desarrollen de manera individual.

Para terminar con el estudio de formas planas, nos introducimos en el estudio de frisos (o si se prefiere mosaicos).

En la primera sesión se puede proyectar alguna película de vídeo sobre la Alhambra de Granada y manejar libros o diapositivas sobre Historia del Arte, para identificar los frisos existentes en el patrimonio cultural (de forma paralela se pueden identificar los mosaicos que aparecen).

Tras esto se indicará el método de construcción de frisos, mediante el plegado de papel y se propondrá una serie de actividades, consistentes en diseñar y confeccionar distintos frisos. Una vez acabados los trabajos serán entregados al profesor, y posteriormente se exhibirán todos los trabajos en el aula de Taller.

Se aconseja también aquí que las actividades se lleven a cabo de forma individual.

## UNIDAD DIDÁCTICA 10. GEOMETRÍA ESPACIAL

Con el trabajo desarrollado hasta ahora se deben haber adquirido unas capacidades y habilidades en el campo de la Geometría. Se trata con esta unidad de dar un paso más para trasladar estas habilidades al espacio, de forma que el alumno sea consciente de que se puede trabajar en distintas dimensiones. Además, al hacerse de forma gradual, y al manejarse bien en el plano, percibirán la sensación de que el trabajo en el espacio no es tan complicado como en principio puede parecerles.

Estructuramos esta unidad en:

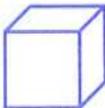
- Policubos.
- Papiroflexia.

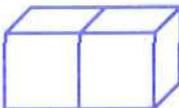
Como se trabajó con poliomínos, añadiéndoles una dimensión los trasladaremos al espacio, dando lugar a los **policubos**.

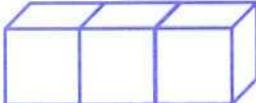
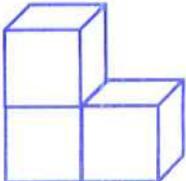
En la primera clase, se comunica esta noción a los alumnos y se les propone que intenten, a partir de ella, obtener una definición formal de policubo y una clasificación según los distintos órdenes.

Tras este debate, el profesor dará la definición de policubo y si el centro dispone de juegos de policubos ya elaborados, se pondrán a disposición de los alumnos para llevar a cabo actividades con ellos.

En caso de que no se disponga de este material, se pasaría a construirlos utilizando tacos de madera (o de corcho) de forma cúbica. Se construirán en principio los de orden uno, dos y tres, que serían:

– Policubos de orden 1: 

– Policubos de orden 2: 

– Policubos de orden 3:  

Para la construcción anterior se indicará a los alumnos el esquema a seguir (es suficiente una fotocopia de la página 88 del *Anexo*). Este trabajo puede realizarse en grupo.

Posteriormente, y siguiendo con un trabajo en grupo, se propone que dibujen sobre papel los ocho policubos de orden cuatro. Para que la actividad les resulte más fácil, se les aconseja que utilicen cuatro cubos de madera o corcho.

Cada grupo entregará por escrito sus resultados al profesor y además se dibujarán en la pizarra, por si algún grupo no hubiese conseguido los ocho.

Llegados a este punto se les propone que calculen el volumen y la superficie de las caras exteriores de todos los policubos construidos. A partir de ello deberán sacar conclusiones para cada dimensión. Se debatirán en clase estas conclusiones y los procesos seguidos para llegar a ellas.

En la clase posterior, se harán actividades con el juego de Soma, el cubo de Rubik, etc...

Con el juego de Soma (plantilla en la página 88 del *Anexo*) serían actividades de construcción de figuras a partir de las siete piezas que lo componen. Como ejemplo, podría construirse un cubo macizo de orden 3x3x3.

Para profundizar todos estos conceptos, se puede llevar a cabo una sesión en el aula de Informática, para que los alumnos manejen el programa Block-Out (ver recursos). Este programa es muy adecuado para el desarrollo de la visión espacial.

Por último, nos adentramos en el apartado de la **Papiroflexia** para continuar con el desarrollo del sentido geométrico-espacial.

En este apartado, el único material que se necesita son trozos de papel (se recomienda especialmente el papel charol).

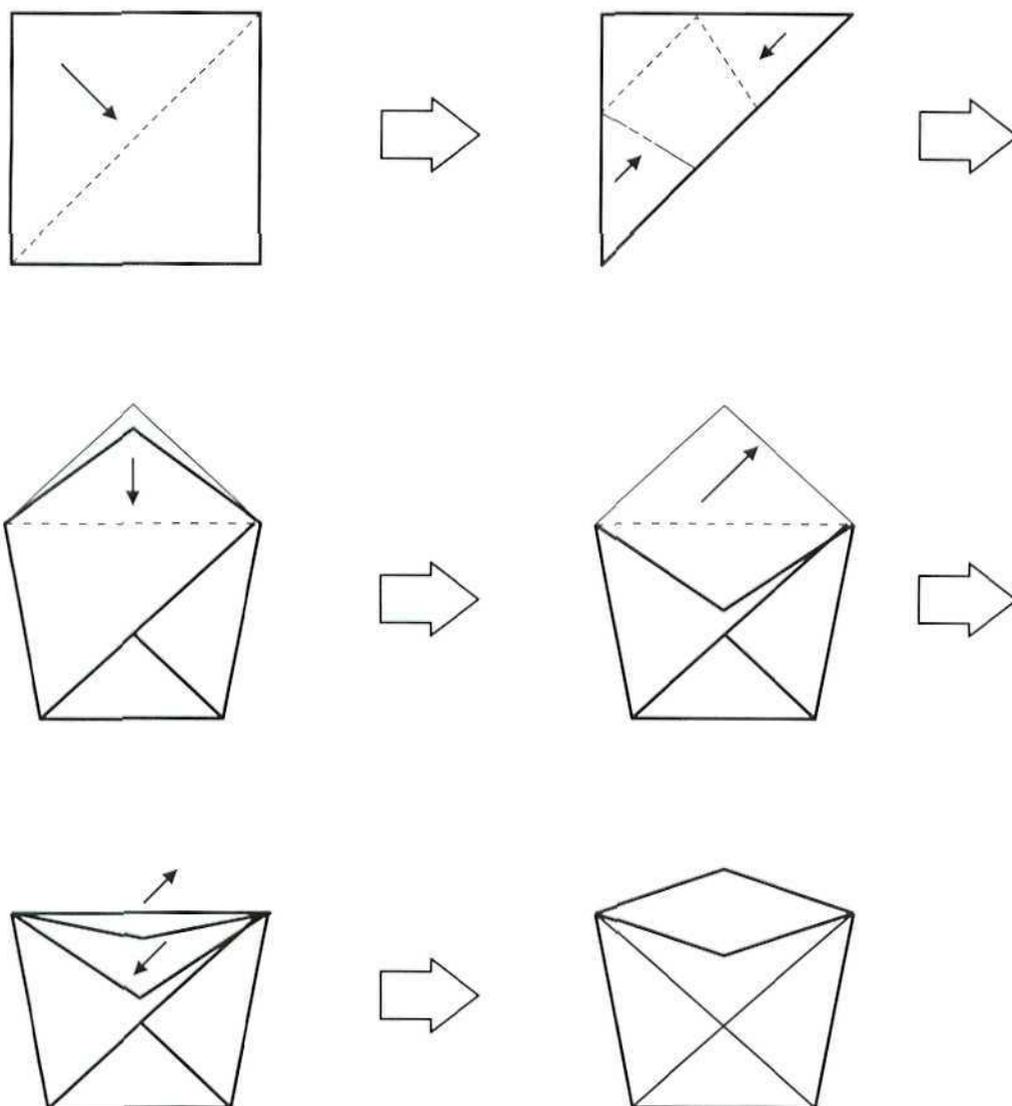
En la primera sesión, se les propondrá a los alumnos que, trabajando en grupo, realicen distintas figuras que sepan confeccionar en papel (aviones, gorros...).

Los grupos deberán expresar gráficamente el esquema de confección seguido para obtener sus figuras.

A continuación el profesor les entregará fotocopias con los esquemas para realizar otras figuras con distinto nivel de dificultad. Esta actividad se hará con los alumnos organizados en grupo.

**Ejemplo:**

Vamos a realizar un vaso. Para hacerlo se utiliza un trozo de papel cuadrado y se efectúan los pasos que se indican a continuación.



Para finalizar se propone que todos los alumnos intenten hacer figuras distintas a todas las que se hayan realizado hasta el momento. Dentro de estas figuras podrían incluirse poliedros, figuras inventadas por ellos u otras que hayan buscado en libros especializados de Papiroflexia.

Con todo este material y el obtenido en el apartado de frisos (o mosaicos) se puede realizar una exposición. Esto sería un estímulo muy importante para los alumnos que puede provocar en ellos un alto grado de imaginación y creatividad, con lo cual la exposición puede resultar muy vistosa.

## Sugerencias

A lo largo del curso académico y de forma simultánea al desarrollo de los tres bloques de la programación, se pueden realizar actividades encaminadas a desarrollar el gusto por la investigación y la inquietud científica en los alumnos, así como el uso de fuentes de información muy diversas.

Unas actividades tendrán lugar dentro del centro y otras fuera de él.

Como ejemplo de estas actividades, podemos proponer las siguientes:

- Excursión a algún Museo de Ciencia o Planetario.
- Manejo de distintos aparatos de cálculo utilizados a lo largo de la Historia como el ábaco o la regla de cálculo. Estos instrumentos pueden encontrarse en el mercado.
- Realización de un trabajo sobre la Historia de las Matemáticas. Debido a su extensión, se sugiere que la tarea se reparta entre los distintos grupos, asignando a cada uno de ellos o bien un campo de las matemáticas o bien una época.
- Concurso de resolución de problemas. Los alumnos se agrupan para formar los equipos participantes. El profesor confecciona distintas series de problemas propuestos. Entrega una de las series a todos los equipos y pasado un tiempo, fijado previamente, recoge el trabajo de resolución elaborado por cada equipo, y les entrega una nueva serie. Tras la entrega y recogida de las series que se hayan fijado, aquellos equipos que obtengan mejor puntuación serán los que pasen a la final. Esta final estaría formada por pruebas elegidas del bloque **Juegos lógicos y estratégicos**.
- Concurso de invención de problemas. En éste, la participación sería individual. Durante un tiempo fijado, cada alumno podrá presentar los problemas que desee, inventados por él. Para la puntuación se tendrán en cuenta diversos aspectos como la originalidad, el número de problemas presentados por el alumno, la existencia y presentación de la solución y la variedad de los problemas presentados. Los ganadores del concurso serán los que obtengan mejores puntuaciones.

## Desarrollo de una Unidad didáctica

---

### Introducción

Ha sido elegida esta Unidad para ser desarrollada en su totalidad debido fundamentalmente a que pensamos que puede servir de ayuda a muchos profesores del área de Matemáticas, poco acostumbrados a tratar en las materias que han impartido a lo largo de su currículo actividades como las que se plantean en esta unidad.

En efecto, una característica importante de la Unidad es lo novedosa que puede resultar, pues se elaboran estrategias nuevas y se trabajan otras conocidas (algunas pueden haberse estudiado en resolución de problemas), y todo ello se hace a base de juegos.

La novedad también alcanza al alumnado, que generalmente concibe las Matemáticas como una materia seria, abstracta, poco cercana y la mayoría de las veces difícil de asimilar.

En especial esta unidad trata de desarrollar la intuición, la imaginación y la inventiva, aspectos fundamentales para fomentar el gusto y la ilusión por las Matemáticas.

Como en las actividades que aquí se propondrán no se necesitan conocimientos previos y como el juego puede suponer un estímulo para los alumnos, podemos hacer las siguientes consideraciones:

- Las actividades están al alcance de cualquier alumno.
- La unidad supone una motivación importante para el alumnado.
- Con esta unidad se permite que de forma rápida se produzca una toma de contacto, tanto entre los alumnos como entre ellos y el profesor.
- Se produce la entrada en el campo de las Matemáticas de una forma sencilla y amena.

---

## Objetivos

- Desarrollar una capacidad de razonamiento a partir de juegos estratégicos.
- Aprender a respetar las reglas del juego, valorando su importancia en el proceso de búsqueda de estrategias.
- Seleccionar entre varias la mejor estrategia de resolución del juego.
- Comprender mensajes escritos en los que se utilizan diferentes códigos.
- Elaborar mensajes orales y escritos con propiedad, autonomía y creatividad.
- Aceptar las Matemáticas como algo cercano y presente en muchos aspectos de la vida real.

---

## Contenidos **Conceptos**

- Definición de juego.
- Tácticas y estrategias.
- Estrategia ganadora.

### **Procedimientos**

- Comprensión de lo que se pide en el juego.
- Identificación de las reglas del juego.
- Formulación de conjeturas tras los dos puntos anteriores.
- Discusión y razonamiento de dicha conjetura para obtener la mejor estrategia.
- Formulación de varias estrategias.
- Utilización de las estrategias formuladas para seleccionar la mejor.

### **Actitudes**

- Respeto a las reglas del juego.
- Sentido crítico ante las diversas estrategias.
- Tendencia a buscar la mejor estrategia.

## Material bibliográfico

- BELL, L.; CORNELIUS, M. (1990). *Juegos con tableros y fichas*. Barcelona: Editorial Labor.
- BRANDRETH, G. (1989). *Juegos con números*. Barcelona: Editorial Gedisa.
- CÁMARA MESEGUER, M. T.; MONTEAGUDO MARTÍNEZ, M. F.; PAZ FERNÁNDEZ, J. (1996). *Taller de Matemáticas*. Madrid: Edelvives. (próxima publicación).
- CALABRIA, M. (1990). *Juegos matemáticos*. Barcelona: Editorial Akal.
- CHÁVEZ, F. (1974). *Matemática activa y recreativa*. México: Editorial Trillas.
- FERRERO, L. (1991). *El juego y la Matemática*. Madrid: Editorial La Muralla.
- IGNÁTIIEV, E.I. (1986). *En el reino del ingenio*. Moscú: Editorial Mir.
- GARDNER, M. (1982). *Nuevos pasatiempos matemáticos*. Madrid: Alianza Editorial, S.A.
- GÓMEZ, I.M. (1992). *Los juegos de estrategia en el currículum de matemáticas*. Madrid: Editorial Narcea.
- VERDEJO, C. (1975). *Juegos para todos*. Barcelona: Editorial Sopena.

## Juegos informáticos

- Ajedrez.
- Las cuatro en raya.
- Melee at Sea.

## Material manipulable

- Cartulinas de distintos colores.
- Papel cuadriculado.
- Juego de la L.
- Conecta 4.
- Damas chinas.

Los tableros y las fichas de los juegos desarrollados y propuestos en esta unidad pueden elaborarse, utilizando las plantillas que aparecen en el *Anexo*.

## Desarrollo de algunos juegos estratégicos

Para el desarrollo de la Unidad Juegos estratégicos se han destinado en la programación cuatro semanas.

Las actividades que aquí aparecen son suficientes para trabajar a lo largo de todo ese tiempo. Sin embargo, esto no significa que todos los profesores deban desarrollar todos los juegos aquí presentes, sino que podrán escoger entre la gama propuesta aquellos que mejor se adapten a las características de su entorno de trabajo. Las que aquí se han seleccionado han sido sacadas de: CÁMARA MESEGUER, M. T.; MONTEAGUDO MARTÍNEZ, M. F.; PAZ FERNÁNDEZ, J. (1996). *Taller de Matemáticas*. Madrid. Edelvives. (próxima publicación).

Descomponemos el desarrollo de las actividades en dos partes. En este apartado se ofrecen algunos juegos estratégicos desarrollados, y en el apartado "Juegos propuestos" se presentan otros juegos.

Como toma de contacto con la Unidad, proponemos a los alumnos que, de forma oral, cada uno de ellos vaya dando su definición personal de lo que es el juego.

Tras el comentario entre todos de dichas exposiciones individuales, comenzamos dando a los alumnos una definición de juego (resaltando su importancia), así como de lo que se entiende por tácticas y estrategias. Podríamos comenzar recordando que hace tiempo el alemán H. Heine dijo:

*Aquellos que se toman el juego como un simple juego y el trabajo con excesiva seriedad, no han comprendido mucho ni de lo uno ni de lo otro.*

Todavía en la actualidad hay quien considera el juego como una actividad típicamente infantil, alejada del trabajo de los adultos e incluso a veces inútil.

Debemos pues proponernos como objetivo que con el desarrollo de esta unidad, aquellos de nuestros alumnos que piensen de la forma anterior lleguen a obtener otra concepción del juego.

Según la Enciclopedia Larousse, en Matemáticas se define el juego como: *conjunto de métodos matemáticos que permiten la resolución de problemas en los que intervienen reglas de decisión y nociones abstractas de tácticas y estrategias.*

Al leerles esta definición de juego sería el momento de definir lo que son una táctica y una estrategia:

Si tenemos un juego determinado por un conjunto de posiciones o situaciones y unas reglas que permiten movimientos o decisiones precisas, por lo general podemos determinar todas las acciones que pueden realizarse en una situación dada. Se llama táctica a una de las posibles elecciones para cada jugada y estrategia a una combinación de tácticas.

Antes de plantear ningún juego, se debe hacer saber a los alumnos que no todos los juegos tienen una estrategia ganadora.

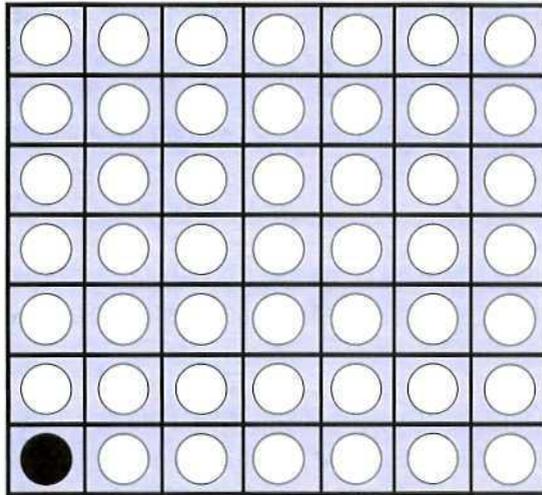
Propondremos en primer lugar un juego que tenga estrategia ganadora y del que existan distintas variantes. Por ejemplo, podemos comenzar el juego con El Tragón, juego que se describe a continuación.

## ■ "El tragón"

Material:

- Tablero 7 x 7
- Fichas redondas blancas.
- Ficha redonda negra.

Preparación: colocar las fichas como indica la siguiente figura.



(La plantilla se encuentra en la página 89 del *Anexo*.)

Número de jugadores: dos.

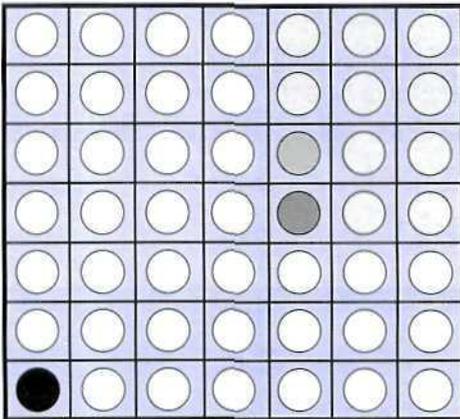


Figura 1

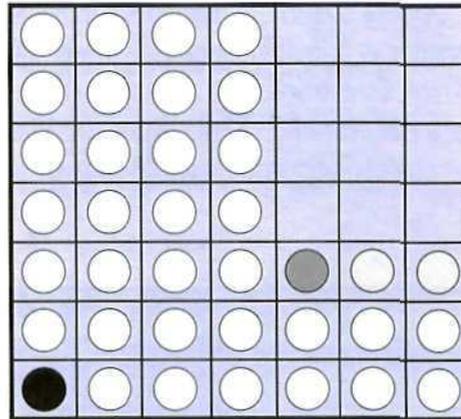


Figura 2

Reglas:

- El primero en jugar retira una ficha blanca, y con ella deberá retirar también todas las fichas que componen el rectángulo en el que la ficha retirada al principio es el vértice inferior izquierdo. Por ejemplo, al retirar la ficha coloreada en gris oscuro, deberá quitar las coloreadas en gris claro, según se indica en la *Figura 1*.

- El segundo jugador elegirá otra ficha, y al retirarla quitará con ella todas las fichas que queden en el rectángulo correspondiente (rectángulo obtenido de la misma manera que en la regla anterior). Por ejemplo, si quita la gris oscura, deberá retirar también las coloreadas en gris claro, como indica la *Figura 2*.
- El juego sigue de forma alternativa.
- Pierde el juego aquel que se vea obligado a coger la ficha negra.

Se describe el juego a los alumnos, explicando el material que necesitarán y las reglas a seguir.

Tras esto, cada uno confeccionará su tablero y sus fichas. En este momento se dispondrán los alumnos por parejas y se les dejará jugar durante algún tiempo. Posteriormente, aquellos que crean haber encontrado una posible estrategia ganadora se enfrentarán al profesor (que conoce ciertamente la estrategia). El resto de los alumnos observa estas partidas, tratando de encontrar la estrategia ganadora y analizando el proceso seguido para conseguirla.

El método a seguir para encontrar la estrategia ganadora en este juego consiste en empezar desde atrás, es decir suponer que se ha ganado en el juego e ir avanzando desde el final hasta el principio.

El proceso seguido en este caso sería el siguiente: Para que gane el primer jugador que ha retirado fichas debe suceder que pueda retirar todas las fichas que queden en el tablero, a excepción de la negra.

Pero por las reglas del juego y conforme están situadas las fichas, para que eso sea posible es necesario que las últimas fichas que retire el primer jugador estén todas colocadas sobre la columna situada más a la izquierda o todas sobre la fila situada más abajo.

Y para que esta situación sea posible, como antes de su tirada tiene que jugar el otro jugador, el primer jugador debe prevenir la existencia de fichas que puedan ser retiradas por el otro. Esto lo consigue quitando la ficha que aparece en la *Figura 3* coloreada de gris oscuro, y que retiraría con ella las de gris claro. De esta forma, las únicas fichas intactas serían las que componen la L de la *Figura 4*.

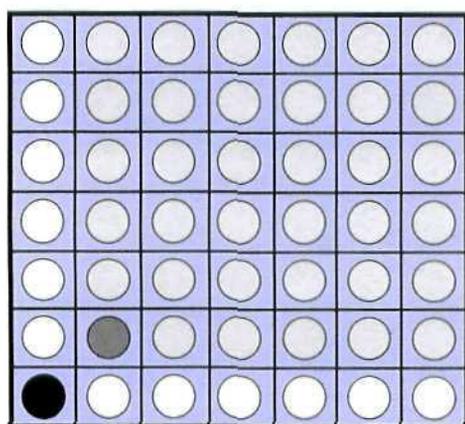


Figura 3

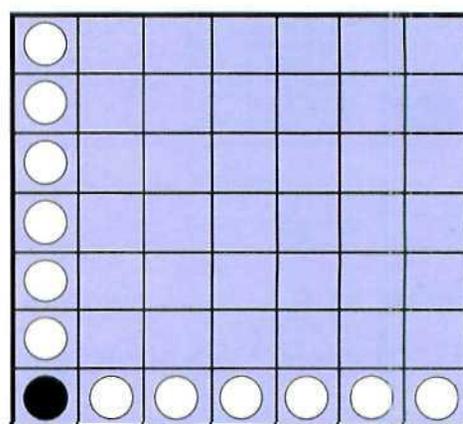


Figura 4

Una vez que el primer jugador haya dejado el tablero como en la *Figura 4*, si repite de forma simétrica los movimientos que el segundo jugador realice, se habrá asegurado no coger la ficha negra.

Lo que se quiere expresar con "forma simétrica" es que si el segundo jugador retira un número de fichas de la rama vertical (horizontal) de la L, el primer jugador retira el mismo número de fichas pero de rama horizontal (vertical).

Se puede hacer notar a los alumnos que esta misma estrategia se utilizará para resolver problemas matemáticos de todo tipo, y se les remite al bloque de Resolución de problemas que se estudiará posteriormente, o bien se les puede poner un ejemplo de dichos problemas.

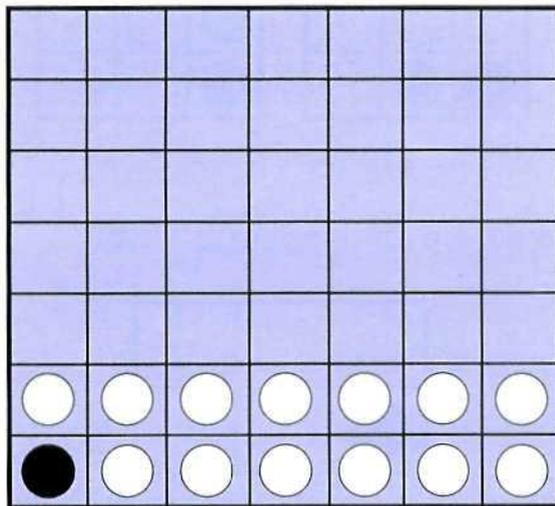
Un ejemplo podría ser:

*Rosa le propone a Mariano el siguiente negocio: "Yo te doy el doble del dinero que llevas y tú me das 1200 ptas". Después de realizar tres veces esta operación, Rosa se queda sin dinero.*

*¿Cuánto tenía al principio?*

Posteriormente se les ofrecerá otra variante del mismo juego como, por ejemplo, la siguiente:

Encuentra la estrategia para el mismo juego, pero comenzando con las fichas como indica la figura siguiente.



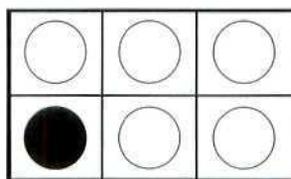
De nuevo se les deja que durante un cierto tiempo jueguen por parejas tratando de encontrar la estrategia ganadora, tras lo cual se les pide que entreguen al profesor, por escrito, la estrategia que hayan encontrado y el proceso seguido para su consecución.

Los resultados obtenidos por cada pareja se pasarán a otras parejas para que apliquen la estrategia que sus compañeros han redactado. Durante algunas partidas la pondrán en práctica, sacando los errores que tengan (en caso de que existan), y sugiriendo las posibles soluciones a esos fallos.

Después de todos estos intercambios, sugerencias y comprobaciones, es probable que entre todos se haya obtenido la estrategia buscada.

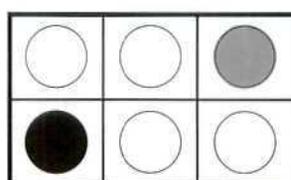
Si no es así y se les ve muy desorientados a lo largo de esta búsqueda, el profesor puede reconducir el trabajo, dando alguna indicación.

En este caso concreto se les puede indicar que prueben primero a resolver el juego partiendo de la siguiente situación:

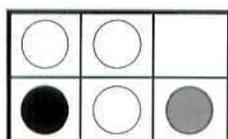


Es probable que en este caso sí encuentren la solución, que sería la que se muestra a continuación.

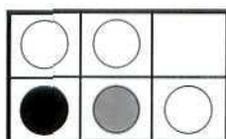
*1ª jugada:* el primer jugador retira la ficha gris.



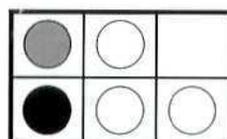
*2ª jugada:* ante la situación que le queda, el segundo jugador deberá retirar la ficha gris con las opciones siguientes (no hay ninguna más).



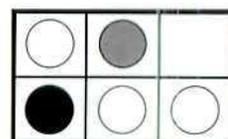
*Opción A*



*Opción B*

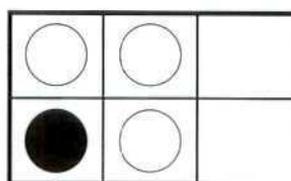


*Opción C*



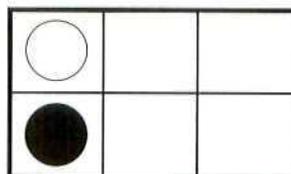
*Opción D*

Si ha escogido la opción A, el tablero quedaría de la forma



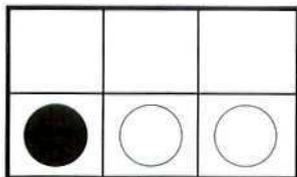
equivalente al primer juego del tragón (tablero 7x7), y por tanto ganaría el jugador que tuviese que hacer su movimiento en este momento. Es decir, ganaría el primer jugador.

Si la opción elegida es la B, el tablero quedaría de la forma.



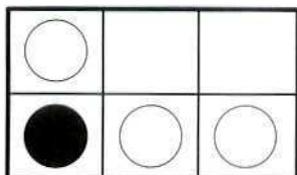
por lo que el primer jugador quitaría la ficha blanca ganando la partida.

Si el segundo jugador ha elegido la opción C, quedaría el tablero que vemos a continuación,



con lo que el primer jugador retiraría las dos fichas blancas y volvería a ganar.

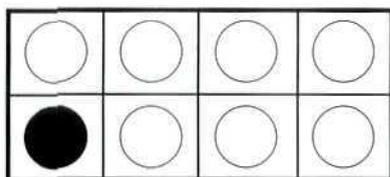
Por último, si la opción elegida es la D, el tablero quedará de la forma



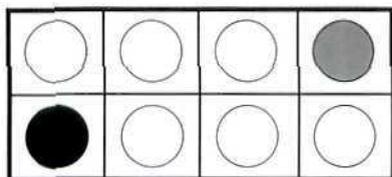
con lo cual el jugador primero retiraría la ficha de la fila inferior situada más a la derecha, y de nuevo ganaría él.

Por tanto en todos los casos gana el primer jugador si sigue esta estrategia de forma correcta.

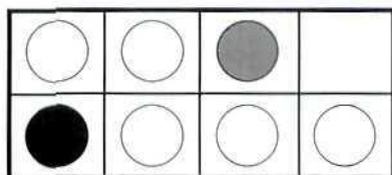
Una vez que se ha resuelto y comprendido esta situación, se les propone que lo hagan para otra nueva. Sería la de hacerlo a partir del tablero.



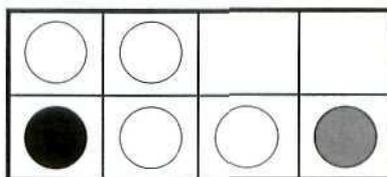
*1ª jugada:* el primer jugador retira la ficha gris.



*2ª jugada:* ante la situación que le queda, el segundo jugador analizará todas las opciones posibles para su movimiento, y observará que todas ellas le conducen al juego anterior, a alguna de las 4 opciones estudiadas en él o a una nueva situación que se obtiene si retira la ficha gris en el siguiente tablero:



En este caso, para ganar el primer jugador deberá a continuación retirar la siguiente ficha (señalada en gris).



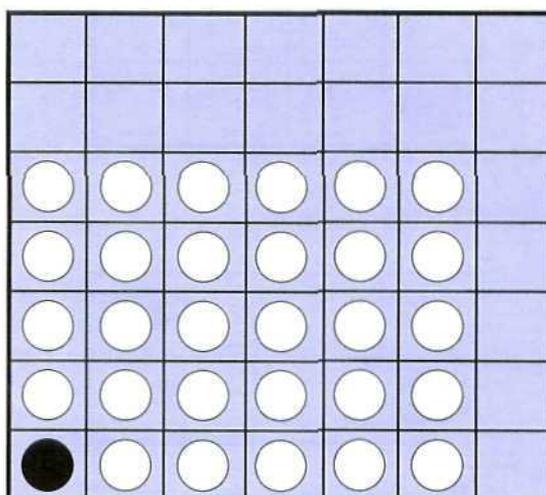
De esta forma el segundo jugador se encontraría ante la misma situación que existía tras la primera jugada del juego anterior, y perdería.

También en este juego puede ganar pues el primer jugador si sigue la estrategia adecuada.

En este momento se les puede hacer notar que se han utilizado dos estrategias de resolución de problemas a lo largo del proceso anterior.

- Resolver un problema análogo más sencillo (al reducir la variante a casos distintos con menor número de fichas).
- Ensayo y error (al buscar la estrategia ganadora estudiando las diferentes opciones en cada uno de los casos más sencillos).

De nuevo se les puede ofrecer una segunda variante del mismo juego que sería la que se muestra a continuación, y donde el proceso a seguir sería el utilizado en la 1ª variante.



Si se considera que puede haber algún problema de tiempo, tal vez sería conveniente pasar a otro juego diferente y dejar la resolución de la segunda variante como trabajo opcional (para resolver fuera del aula).

Aquellos alumnos que realicen este trabajo opcional, entregarían por escrito al profesor sus resultados para que éste los pueda revisar y evaluar.

## ■ **Juego del 31**

Intervienen 2 jugadores. El primero que juega elige un número del 1 al 5. El segundo jugador elige también un número del 1 al 5, lo suma al escogido por el primer jugador y dice el resultado. De nuevo, el primero deberá sumar a este resultado otro número del 1 al 5 y dirá el nuevo resultado. Así sucesivamente. Ganará quien primero obtenga como resultado el número 31.

### **¿Existe alguna estrategia ganadora?**

Para tratar de obtener la estrategia ganadora, podemos en esta ocasión sacar a dos alumnos voluntarios a la pizarra, para que vayan jugando.

El resto de los alumnos estará viendo cómo se desarrolla la partida y tratando de encontrar la estrategia buscada. Si algún alumno cree que la ha descubierto puede salir voluntariamente a la pizarra y sustituir a alguno de los dos que estaban jugando.

Seguiremos este proceso hasta encontrar la solución, que como en nuestro primer juego se obtiene *empezando desde atrás*.

Finalmente, cuando todos se den cuenta de esta estrategia, pediremos a los alumnos que traten de redactarla y la entreguen por escrito al profesor.

Si el proceso de búsqueda se complica y los alumnos no son capaces de encontrar la estrategia, podemos ir dándoles indicaciones, haciéndoles ver que el jugador que dice 25 gana de forma segura. Por tanto, el objetivo pasa de tener que llegar a 31 a obtener 25.

Más tarde, descubrimos que si nos aseguramos el 19 ya podemos controlar ese 25 y ganar.

De esta forma, dando el problema por resuelto y caminando hacia atrás, vamos descubriendo posiciones ganadoras:

31 —→ 25 —→ 19 —→ 13 —→ 7 —→ 1

Por tanto, la estrategia ganadora consiste en ir diciendo los números de la serie anterior y así, siempre puede ganar el primer jugador en decir número, si empieza diciendo el número 1.

Tras esto, pediremos a los alumnos que agrupados en parejas traten de encontrar la estrategia ganadora y el método seguido para obtenerla en dos variantes de este juego, que llamaremos juego del 23 y juego del 100, cuyas reglas son las siguientes:

## ■ **Juego del 23**

- El primer jugador escribe un número del 1 al 3, ambos inclusive.
- El segundo jugador suma un número comprendido del 1 al 3 al que hubiese elegido el primer jugador y escribe el resultado obtenido.
- El primer jugador sumará a ese resultado otro número que elija entre 1 y 3, y escribe de nuevo el resultado.

- Se continúa el juego de forma alternativa.
- Gana aquel jugador que consigue como resultado el número 23.

### ■ **Juego del 100**

- El primer jugador escribe un número del 1 al 10, ambos inclusive.
- El segundo jugador suma un número comprendido del 1 al 10 al que hubiese elegido el primer jugador y escribe el resultado obtenido.
- El primer jugador sumará a ese resultado otro número que elija entre 1 y 10, y escribe de nuevo el resultado.
- Se continúa el juego de forma alternativa.
- Gana aquel jugador que consigue como resultado el número 100.

Los resultados que obtengan deberán ser entregados por escrito al profesor para ser evaluados.

### ■ **Juego del 15**

Como en todos los juegos anteriores existía una estrategia ganadora, debemos intentar que no se grabe en los alumnos la idea de que cualquier juego la tiene. Así pues, para evitarlo, en este momento se intentará proponer un juego en el que no exista estrategia ganadora.

*Material:*

- 9 fichas numeradas del 1 al 9.

*Preparación:* se colocan sobre la mesa las 9 fichas boca arriba.

*Número de jugadores:* dos.

*Reglas:*

- De forma alterna toma una ficha.
- Gana el primero que tenga tres fichas que sumen 15.

Al describir el juego a los alumnos no se les dirá que no existe una estrategia ganadora, sino que les pediremos que la busquen y la entreguen redactada por escrito.

Algunos alumnos no podrán entregarla porque dirán que no la encuentran, pero es muy probable que otros presenten una estrategia como posible solución del juego. Si es así, les retaremos a que con esa estrategia que han señalado jueguen con algunos de los compañeros que no habían encontrado ninguna e incluso con el profesor. Se les debe hacer notar que su estrategia tiene algún fallo.

Finalmente, se les indica que este juego es equivalente al de las tres en raya, ya que las fichas las podemos colocar de la forma:

2	9	4
7	5	3
6	1	8

Y sumar 15 es equivalente a tener 3 en raya.

Por tanto, el primer jugador, para tener más posibilidades, elegirá siempre la ficha del centro (numerada con 5). Cuando el primero coja una ficha cualquiera, el segundo se verá obligado a ir cogiendo la simétrica respecto del centro, para evitar que el primer jugador consiga tener tres en raya.

De esta forma, si ambos juegan correctamente, la partida acabará en tablas.

A partir de este momento, el desarrollo de la Unidad se hace siguiendo el mismo método de trabajo que se ha utilizado en los juegos anteriores, aplicándose a otros juegos diferentes.

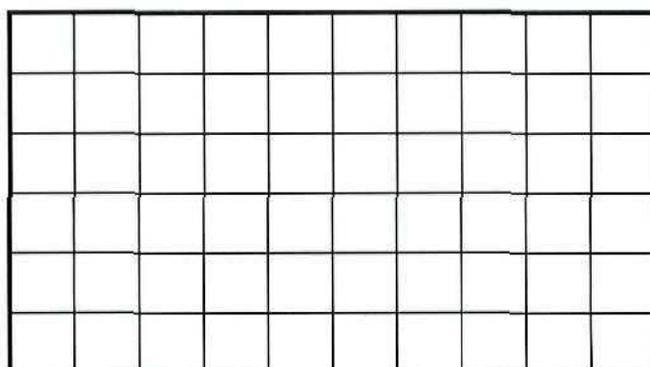
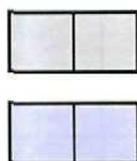
A continuación presentamos una serie de juegos que se pueden proponer en clase.

## ■ Juego 1

*Material:*

- Tablero 6x10.
- 30 fichas rectangulares (que ocupen 2 casillas del tablero), 15 azules y 15 grises.

*Preparación:* se recorta el tablero y las fichas que se muestran a continuación.



(Las plantillas aparecen en la página 90 del *Anexo*.)

*Número de jugadores:* dos.

## Juegos propuestos

*Reglas:*

- Cada jugador tendrá las fichas de un color.
- De forma alterna cada jugador irá colocando una ficha.
- No se puede montar una ficha en otra.
- Pierde el primer jugador que no pueda colocar fichas.

**Otras variantes:**

Encuentra la estrategia ganadora en los siguientes casos:

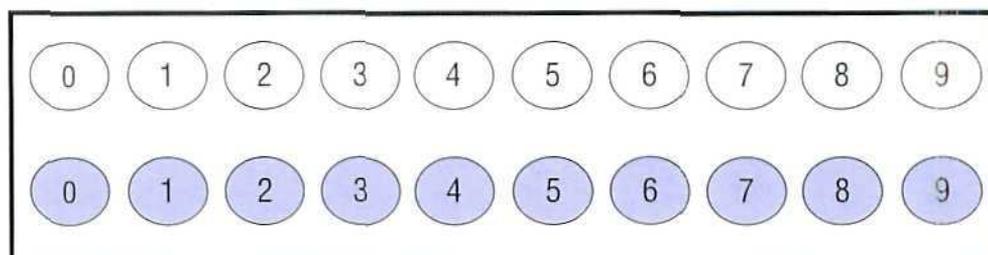
- Si el tablero es par-impar.
- Si el tablero es impar-impar.

## ■ **Juego 2**

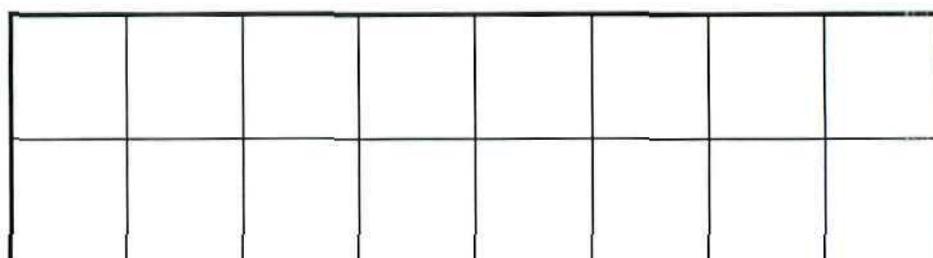
*Material:*

- Fichas redondas, 10 de cada color, por ejemplo 10 blancas y 10 azules.
- Un trozo de cartulina.

*Preparación:* se recortan las siguientes fichas.



Recortamos la cartulina formando un tablero como el siguiente.



Las plantillas se encuentran en la página 91 del *Anexo*.

*Número de jugadores:* dos.

*Reglas:*

- Cada jugador elige una hilera del tablero.

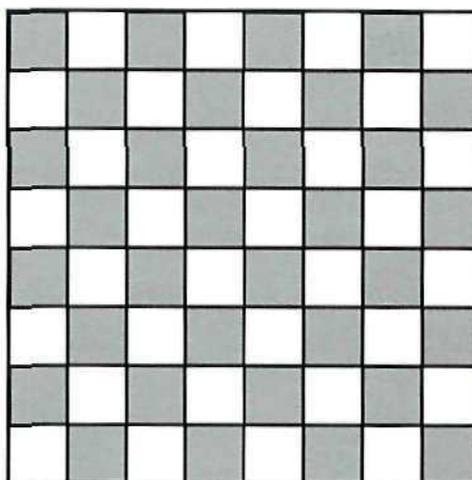
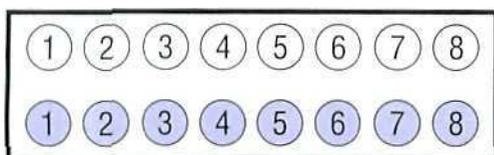
- Cada jugador tiene las 10 fichas del mismo color.
- Al principio cada jugador colocará las fichas boca abajo, fuera del tablero.
- Cada jugador irá colocando en el tablero, una sola de su dotación tomada al azar, y pudiéndolas colocar en su fila o en la del contrario, pero sin dejar huecos, es decir, si en una fila no está cubierto el lugar de las decenas, no podemos rellenar el de las centenas.
- Los jugadores irán haciendo este proceso alternativamente.
- El juego termina cuando esté cubierto todo el tablero.
- Gana el jugador que tenga en su fila el número más grande.

### ■ Juego 3

*Material:*

- Fichas redondas, por ejemplo 8 blancas y 8 azules.
- Un trozo de cartulina.

*Preparación:* preparamos las fichas y el tablero como se indica a continuación.



(Las plantillas se encuentran en la página 92 del *Anexo*.)

*Número de jugadores:* 2.

*Reglas:*

- Se prepara el tablero como se indica en la *Figura A*.
- Cada ficha avanza sólo en diagonal, un solo cuadro cada vez y no debe retroceder.
- Cada jugador va moviendo alternativamente sus fichas, una sola vez, tratando de acomodarlas en el renglón opuesto extremo del tablero (punto de partida del contrario), en un orden tal que vaya formando con ellas, el mayor número posible leído por él de izquierda a derecha.
- El jugador no debe mover dos fichas en una sola jugada.
- Una ficha no puede avanzar a otro lugar si éste está ocupado.
- Si se diera el caso de que al terminar el juego, un participante mantiene una o varias fichas en su punto de partida, tales fichas se acreditarán al jugador contrario.

- El juego termina cuando un jugador rellena la línea del contrario. También puede terminar el juego si un jugador no puede mover ninguna de sus fichas.
- Ganará el jugador que tenga el mayor número en el contrario, rellenando con ceros los huecos.

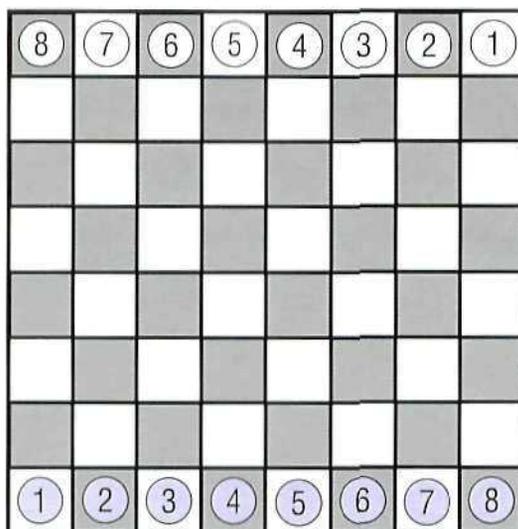


Figura A

#### ■ Juego 4

*Material:*

- Fichas redondas, 10 blancas y 10 grises.
- Un trozo de cartulina.

*Preparación:* preparamos ahora las fichas de la misma forma que en el juego 3, y recortamos la cartulina formando un tablero como sigue.

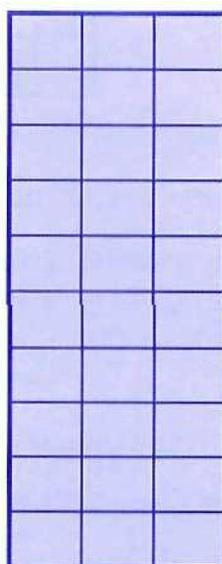


Figura B

(Las plantillas se encuentran en la página 93 del *Anexo*.)

*Número de jugadores:* dos.

*Reglas:*

- Se prepara el tablero como se indica en la *Figura B*.
- Al principio cada jugador colocará las fichas boca-abajo, fuera del tablero.
- El jugador que abre el juego coge al azar una ficha suya y la coloca opcionalmente en un cuadrado de la izquierda.
- El otro jugador, tomará una ficha al azar de su dotación y la puede colocar en cualquier casilla de la izquierda que esté vacía, o en cualquier casilla de la derecha que esté ocupada su parte izquierda.
- Cuando ocurra esto, se multiplicará la casilla derecha por la izquierda y el resultado serán puntos positivos para el jugador que colocó la casilla izquierda.
- Cada jugador coloca una sola ficha cada vez.
- El juego acaba cuando se han colocado todas las fichas.
- Gana el jugador que más puntos ha conseguido según lo indicado en la quinta regla.

## ■ **Juego 5**

*Material:*

- Lápiz y papel.

*Preparación:* todos los jugadores deberán tomar lápiz y papel y disponerse a copiar lo que se les dicte. Se advierte a los jugadores que no deben ir respondiendo y que se trata de un juego de rapidez. Cuando todo esté preparado se dictará:

$1+2=$	$8*3=$	$4+5=$	$15/3=$	$9*8=$
$15-3=$	$9*5=$	$6-3=$	$5+6=$	$6+1=$
$1*7=$	$6/3=$	$10-5=$	$15/3=$	$4/4=$
$12-6=$	$4-1=$	$8*1=$	$4+4=$	$10-5=$
$16/4=$	$6-2=$	$7/5=$	$3/3=$	$9/1=$
$18-9=$	$8/4=$	$9-3=$	$8-2=$	$15+2=$
$10/2=$	$9*3=$	$5+4=$	$16/4=$	$8/4=$
$8+4=$	$6+7=$	$18/9=$	$14-7=$	$3+2=$

Cuando terminemos de dictar esta lista, se dará la siguiente explicación:

"En las operaciones indicadas anteriormente el signo + indica multiplicar, (–) dividir, (\*) sumar y (/) restar. Calcula en dos minutos el mayor número de resultados correctos".

## ■ **Juego 6**

*Material:*

- Lápiz y papel.

*Preparación:* cada jugador prepara un cuadro de 3 columnas, según el modelo siguiente:

Número	A	T

*Número de jugadores:* 2

*Reglas:*

- Cada jugador piensa un número de 4 cifras.
- De forma alternativa, cada jugador dirá el número que piensa que tiene el contrario, éste le contestará indicando cuántos aciertos (cifras acertadas y en su sitio) y cuántos toques (cifras acertadas pero no en su sitio) tiene. Por ejemplo, si el jugador A ha pensado 6273 y el B le dice 1267, entonces A le indicará 1 acierto y 2 toques que B reflejará en la tabla como indica la *Figura C*.
- Ganará el primero que acierte el número del contrario.

Número	A	T
1267	x	xx

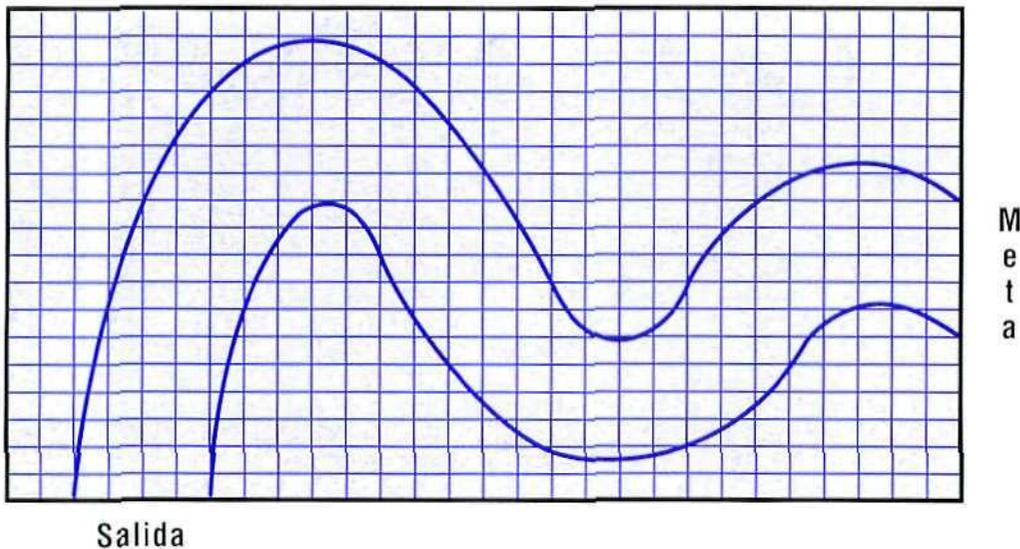
**Figura C**

## ■ **Juego 7**

*Material:*

- Papel cuadriculado.
- Dos lápices de distinto color, uno para cada jugador.

*Preparación:* dibujamos una pista de carreras sobre el papel cuadriculado, cuanto más curvas tenga más interesante será el juego. Por ejemplo:



*Número de jugadores:* dos.

*Reglas:*

- Cada participante ha de utilizar un lápiz de distinto color, y dibujar una cajita justamente debajo de uno de los vértices de las cuadrículas.
- El orden de salida se echa a suertes.
- Llegando su turno, el jugador hace avanzar su coche por la pista hasta el vértice de una cuadrícula, teniendo en cuenta las siguientes normas.
- La nueva posición y el camino seguido hasta ella deben estar contenidos en la pista.
- Dos coches no pueden ocupar la misma posición.
- Cada avance será de V casillas en vertical y H en horizontales, pudiendo ser V igual al V de la jugada anterior (del mismo coche) más o menos 1, y H igual al H de la jugada anterior más o menos 1.
- Ganará el primero en cruzar la meta.

## ■ **Juego 8 (Juego de Sim)**

*Material:*

- Papel.
- Dos lápices de distinto color, uno para cada jugador.

*Preparación:* dibujamos sobre el papel 6 puntos en forma de hexágono, como se indica en la *Figura D*.



**Figura D**

*Número de jugadores:* dos.

*Reglas:*

- Cada participante ha de utilizar un lápiz de distinto color.
- De forma alternativa, cada jugada unirá dos de estos puntos mediante una línea recta.
- Pierde el primero que forme un triángulo con los tres lados del mismo color (sólo cuentan los triángulos cuyos vértices sean de los 6 puntos del hexágono).

Tratar de encontrar si es posible, una estrategia ganadora.

## ■ **Juego 9**

*Material:*

- Papel cuadriculado, por ejemplo 5x5.

*Número de jugadores:* dos.

*Reglas:*

- Se juega de forma alternativa.
- Uno de los jugadores sólo puede hacer rayas verticales y otro horizontales.
- En cada jugada, el jugador hará una raya tan larga como quiera.
- Una raya no puede cortar a otra ya existente.
- Pierde el que no puede dibujar.

Un ejemplo del juego es el de la *Figura E*.

10	8	11		12
	3		2	5
9		4		13
		1		
14	6		7	

Figura E

En este ejemplo se puede comprobar que el jugador número 1, cuya numeración de líneas es la impar, es el que no puede dibujar después de que el jugador número 2 haya trazado la línea 14. Por tanto, el primer jugador es el que pierde en este caso.

## ■ Juego 10 (El juego de Nim)

*Material:*

- Un conjunto de piezas como cartas o cerillas.

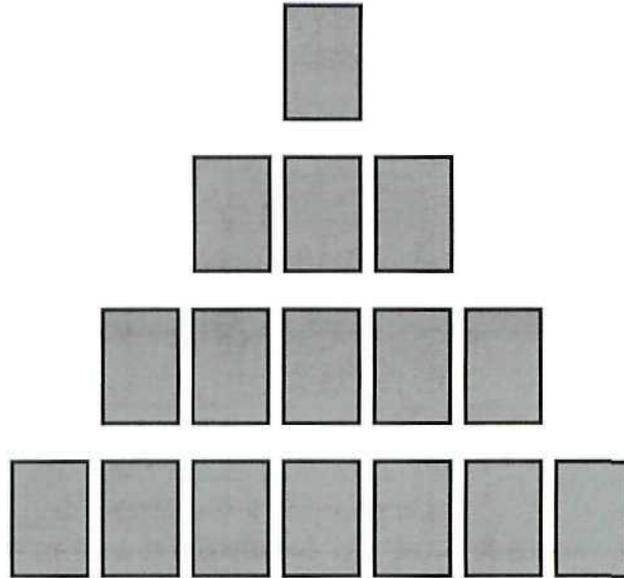
*Preparación:* se colocan las piezas repartidas entre un número arbitrario de filas, cada una de las cuales contiene un número cualquiera de piezas.

*Número de jugadores:* dos.

*Reglas:*

- Cada jugador, al llegarle su turno, retira todas las piezas que quiera, siempre y cuando todas ellas procedan de la misma fila.
- Gana la persona que retire la última pieza.

La figura siguiente muestra una forma de empezar el juego. Esta forma coincide con la que se practica en la película "El último año en Marienbad", y el triángulo simboliza el juego amoroso triangular que se desarrolla en la película.



## Evaluación

Para la evaluación, en esta unidad didáctica se seguirán las normas generales establecidas en el apartado *orientaciones didácticas y evaluación*.

Haciendo referencia a la ficha colectiva que se menciona en dicho apartado, podemos destacar en esta unidad la valoración de los siguientes aspectos (que se reflejan en dicha ficha), teniendo en cuenta las consideraciones que los acompañan:

- Si se cumplen los plazos establecidos para el final del trabajo y la entrega de resultados, ya que podríamos proponerles algunos juegos o variantes de un juego para ser resueltos fuera de clase y en un plazo marcado.
- Si se utilizan distintas fuentes de información y en la forma adecuada, entendiendo que aquí las fuentes de información se reducen al profesor, que irá explicando y analizando algunas estrategias, y a algún libro sobre juegos estratégicos.
- Con respecto a los dos aspectos siguientes, relativos a la forma de trabajo efectuado por el grupo, se evaluará en esta unidad la capacidad de diálogo de los miembros del equipo, el saber reaccionar con actitud positiva aunque se pierda en el juego en el que se está participando, y sobre todo se considerará muy importante la tenacidad en la búsqueda de la estrategia, el no abandonar ni rendirse cuando ese proceso de búsqueda se complique, intentando solucionarlo por diferentes caminos.
- Sobre el último aspecto, que hace referencia a la presentación de los trabajos, se evaluarán todas aquellas estrategias y procesos de obtención que han debido presentar por grupos, de forma escrita.

Haciendo referencia a la ficha individual, también mencionada en el apartado *orientaciones didácticas y evaluación*, podemos valorar los siguientes aspectos, con las consideraciones señaladas:

- Para el primero, relativo al mantenimiento del material de trabajo individual, se pedirá a los alumnos que a lo largo de esta unidad vayan guardando en una carpeta todos los

tableros que se hayan utilizado en los juegos, las fichas, las reglas del juego y las soluciones halladas (en aquellos casos que la hubiera, la estrategia ganadora). Este material se evaluará según lo ordenado, completo, limpio y claro que se mantenga.

- Respecto a los tres aspectos siguientes, se valorará la participación activa del alumno en los juegos propuestos, con interés y una actitud positiva hacia la búsqueda de soluciones, sin rendirse ante las dificultades, utilizando las indicaciones y sugerencias dadas por el profesor, y estando dispuesto a comprobar las estrategias obtenidas.
- El aspecto siguiente no se tendrá en consideración para la evaluación en esta unidad, puesto que no se han realizado actividades de tipo individual.
- Sobre el último aspecto se valorará el saber perder en un juego, siendo consciente de los errores cometidos y deduciendo a partir de ellos conclusiones que puedan llevar a la solución del juego. De la misma forma, se valora el hecho de que el alumno sepa escuchar al compañero de juego y exponer de forma clara sus opiniones y conclusiones, respetando las de los demás.

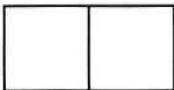
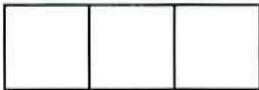
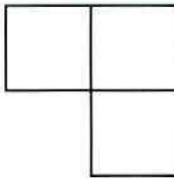
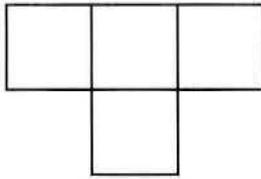
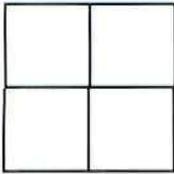
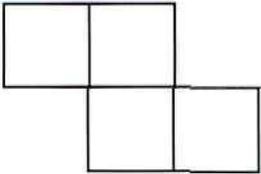
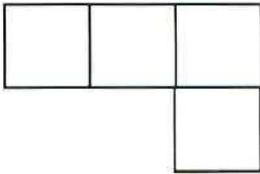


# Anexo

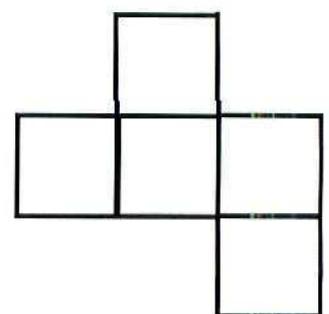
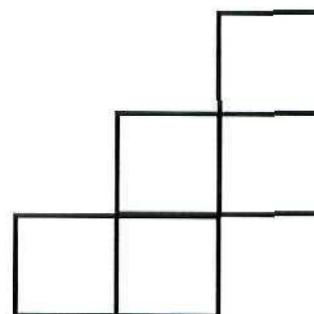
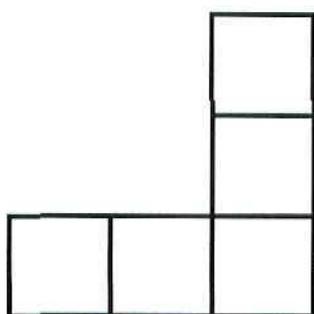
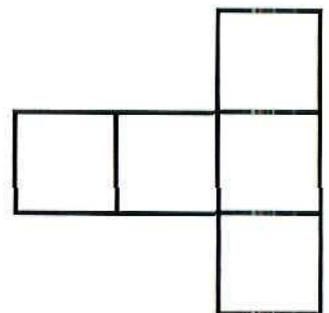
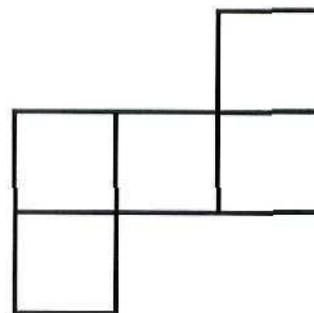
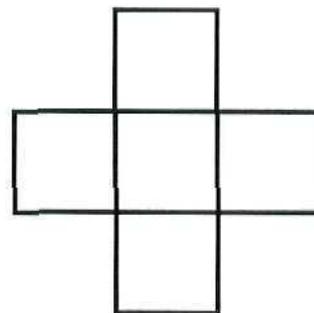
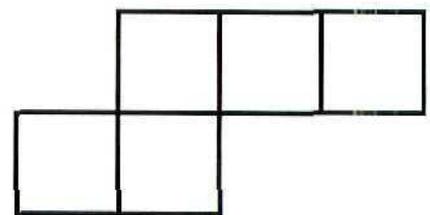
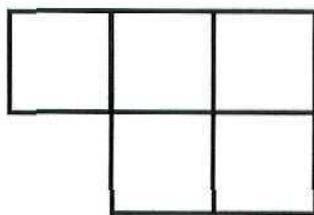
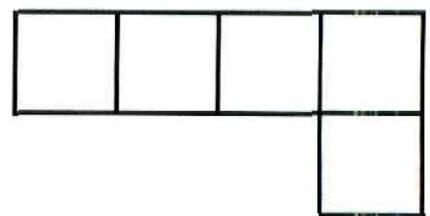
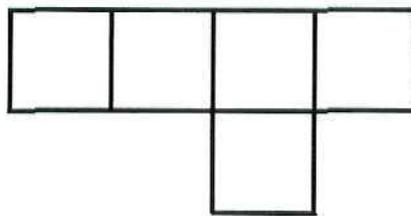
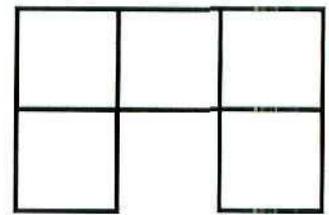
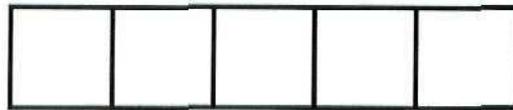
En este apartado se incluyen las diferentes plantillas que pueden utilizarse para la realización de algunas actividades.

En cada una de dichas actividades, mencionadas en la programación y en el desarrollo de la unidad didáctica **Juegos Estratégicos**, se ha hecho referencia a las plantillas correspondientes indicando el número de páginas de este anexo en las que se encuentran.

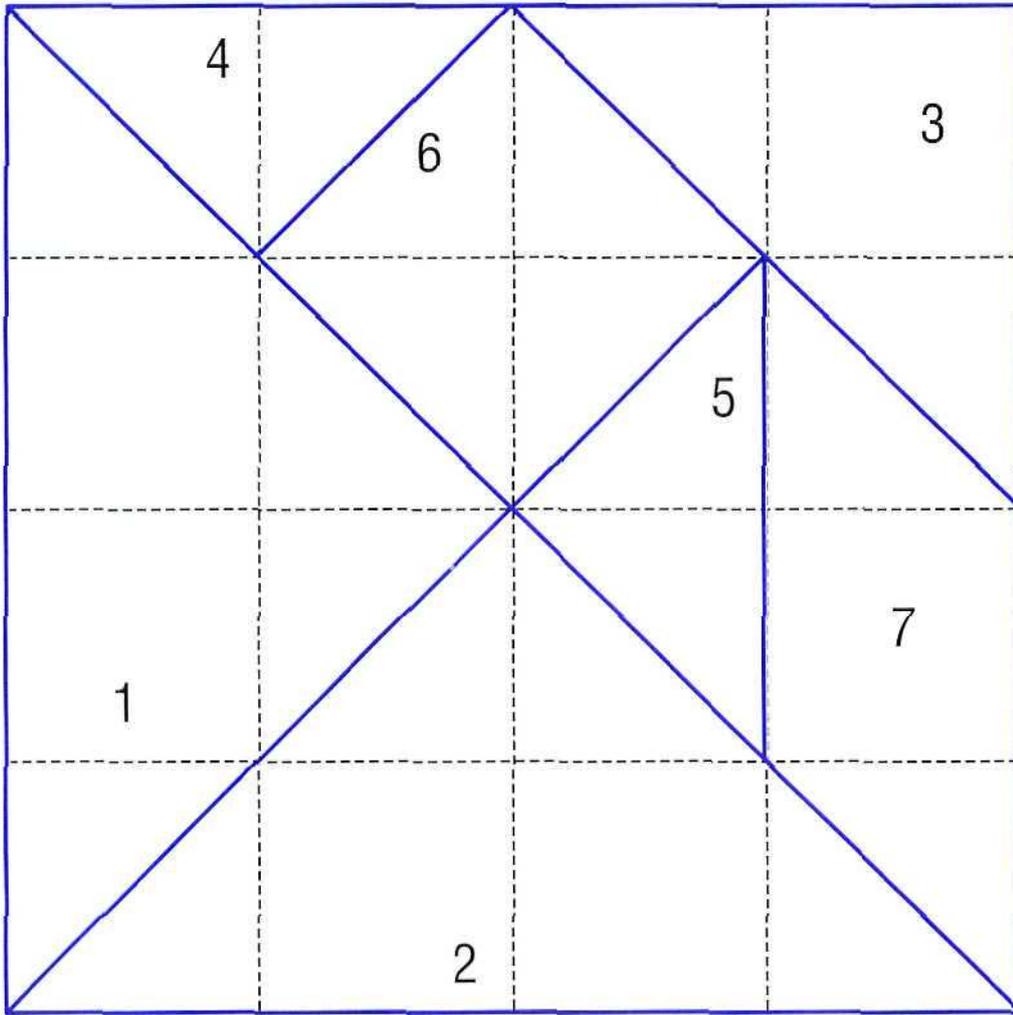
### PLANTILLAS PARA POLIOMINÓS

- Uniminós: 
  - Dominós: 
  - Triminós:  
  - Tetraminós:  
- 
- 
- 
- 

- Pentaminós:

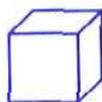


PLANTILLA DEL TANGRAM

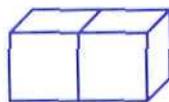


## PLANTILLA PARA POLICUBOS

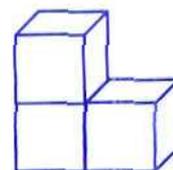
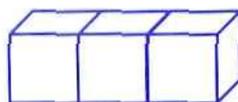
– Policubos de orden 1:



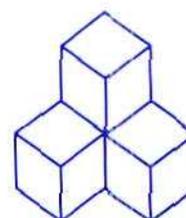
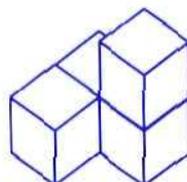
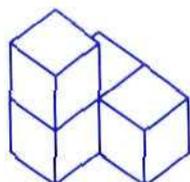
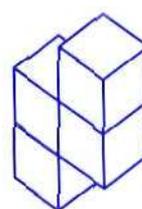
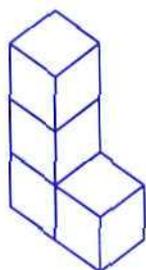
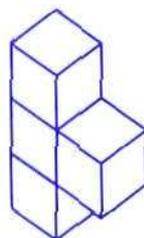
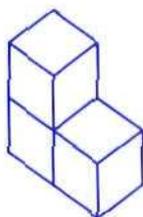
– Policubos de orden 2:



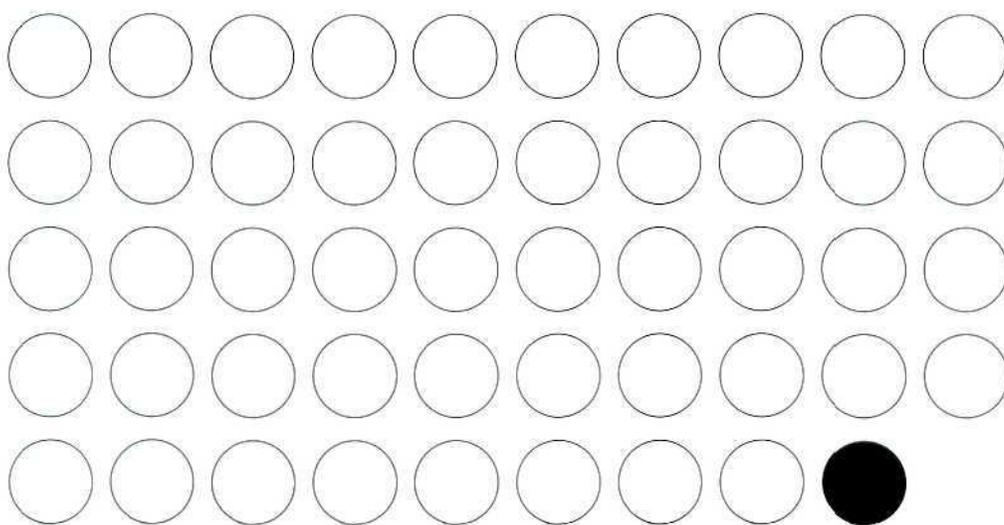
– Policubos de orden 3:



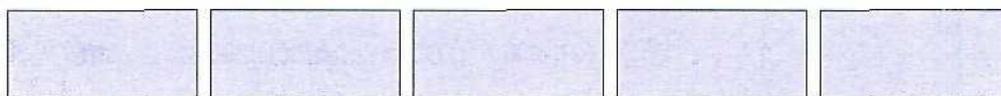
Las siguientes figuras son las siete piezas que componen el Soma.



PLANTILLA PARA EL JUEGO DEL TRAGÓN



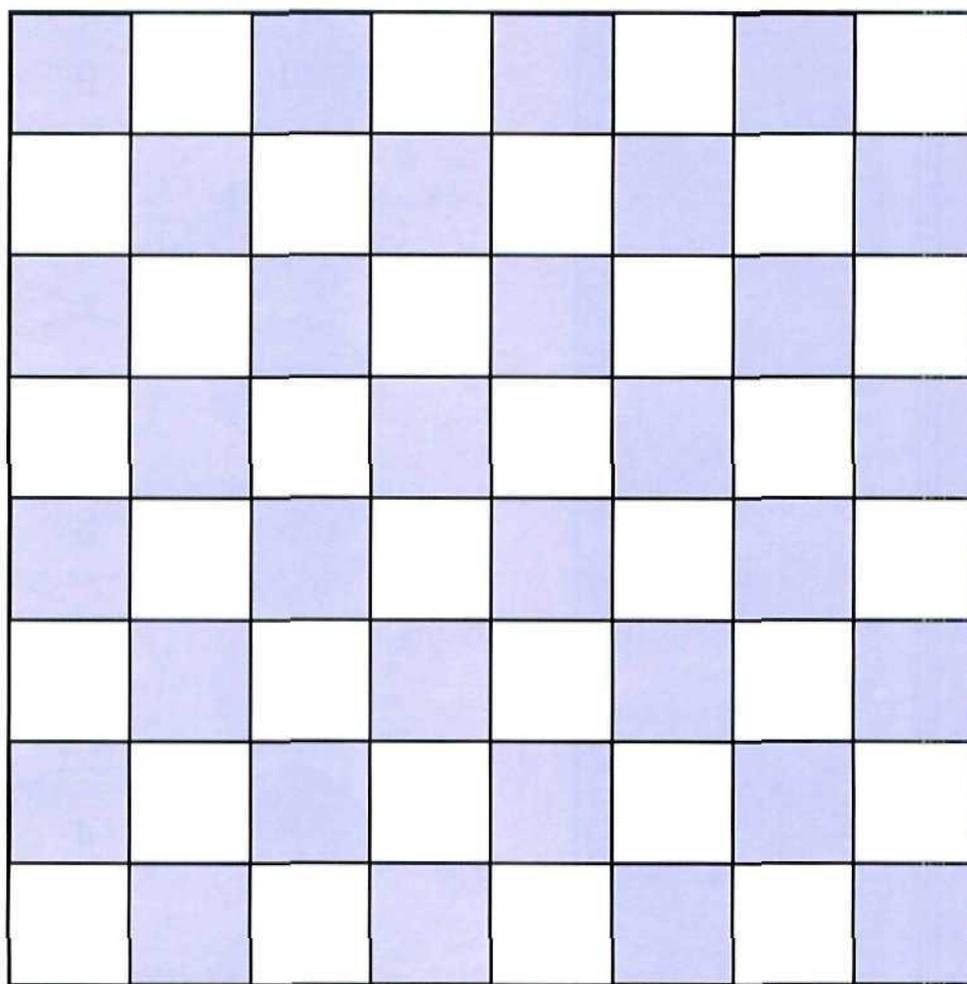
PLANTILLA PARA EL JUEGO 1 (Apartado "juegos propuestos")

PLANTILLA PARA EL JUEGO 2 (Apartado "juegos propuestos")


9	9
8	8
7	7
6	6
5	5
4	4
3	3
2	2
1	1
0	0

PLANTILLA PARA EL JUEGO 3 (Apartado "juegos propuestos")

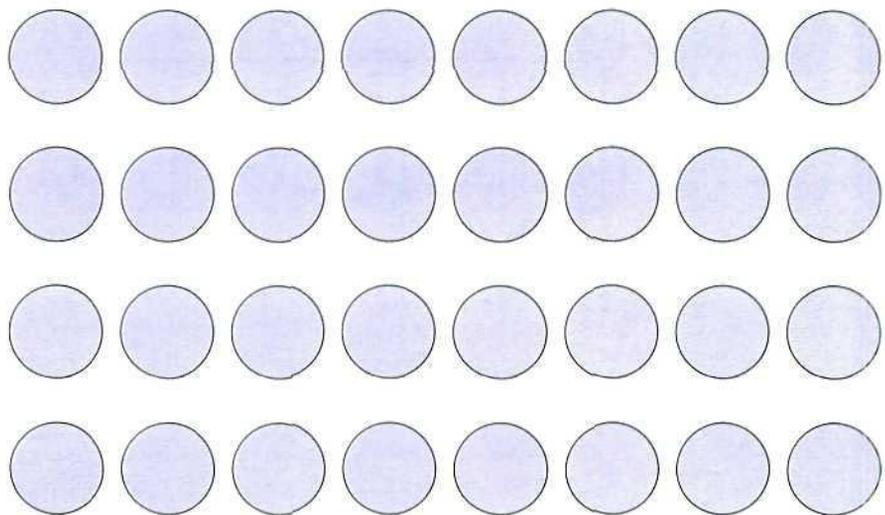
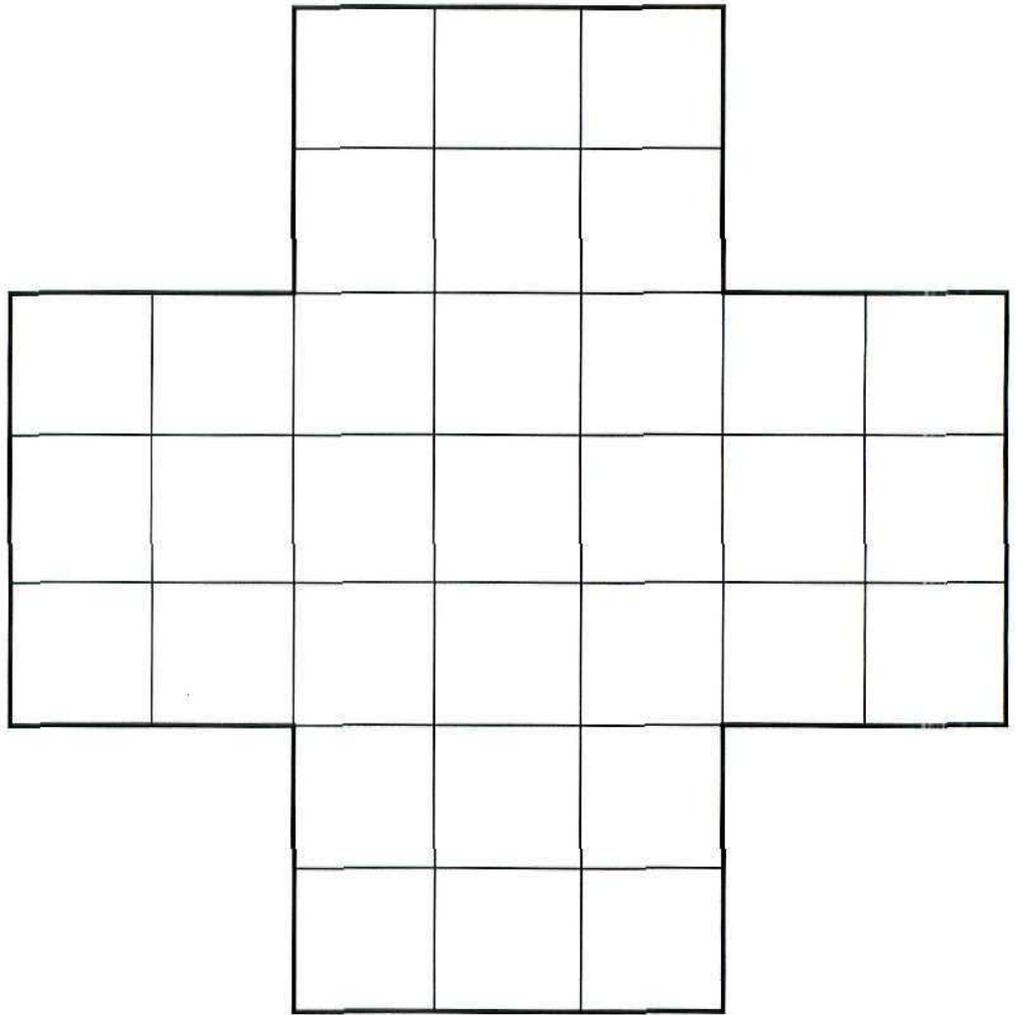


PLANTILLA PARA EL JUEGO 4 (Apartado "juegos propuestos")


1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

PLANTILLA PARA EL JUEGO DEL SOLITARIO (Apartado "juegos lógicos")











CENTRO DE DESARROLLO CURRICULAR