

R-658

# Vida escolar



Núm. 210 — ENERO-FEBRERO — 1981

**programas renovados  
de la E.G.B. (Documento de consulta)**

# COLECCION "ESTUDIOS Y EXPERIENCIAS EDUCATIVAS"

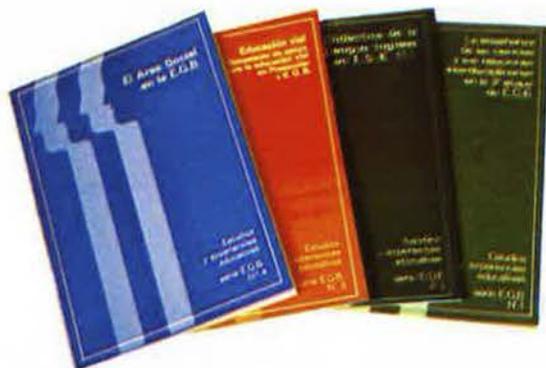
## I.- SERIE PREESCOLAR



- |  | Ptas. |
|--|-------|
| 1. La matemática en la Educación Preescolar y 1º y 2º de E.G.B. (Agotado).                     |       |
| 2. Area de expresión dinámica: Educación psicomotriz (Agotado).                                |       |
| 3. La expresión plástica (Agotado).  |       |
| 4. El lenguaje en la Educación Preescolar y Ciclo Preparatorio (1º y 2º de E.G.B.) (Agotado).  |       |
| 5. El lenguaje en la Educación Preescolar y Ciclo Preparatorio (Catalán-Castellano).           | 200,- |
| 6. El lenguaje en la Educación Preescolar y Ciclo Preparatorio (Vasco-Castellano).             | 200,- |
| 7. El lenguaje en la Educación Preescolar y Ciclo Preparatorio (Gallego-Castellano).           | 200,- |
| 8. La formación religiosa en la Educación Preescolar y Ciclo Preparatorio (1º y 2º de E.G.B.). | 200,- |
| 9. Colección de textos para valorar el dominio lector del alumno y reforzar su aprendizaje.    | 300,- |

## II.- SERIE E.G.B.

- |   |       |
|---|-------|
| 1. La enseñanza de las ciencias y sus relaciones interdisciplinarias de la 2ª etapa de E.G.B. | 100,- |
| 2. Didáctica de la lengua inglesa en la E.G.B.  | 100,- |
| 3. Educación vial (Documento de apoyo para la educación vial en Preescolar y E.G.B.).         | 300,- |
| 4. El área social en la E.G.B.  | 100,- |
| 5. Ciencias de la Naturaleza (I). Guía para el desarrollo de actividades y experiencias.      | 150,- |
| 6. Ciencias Sociales.   | 180,- |
| 7. Educación y Medio Ambiente.  | 180,- |



## III.- SERIE ORIENTACION ESCOLAR Y VOCACIONAL



- |  |       |
|--|-------|
| 1. Vademecum de pruebas psicopedagógicas.  | 300,- |
| 2. Requisitos y perspectivas del campo profesional administrativo y comercial.       | 100,- |
| 3. Requisitos y perspectivas de campos profesionales de electricidad y electrónica.  | 150,- |
| 4. Requisitos y perspectivas de campos profesionales marítimo, hostelería y agrario. | 145,- |

EDITA: SERVICIO DE PUBLICACIONES DEL MINISTERIO DE EDUCACION Y CIENCIA



Venta en:

- Planta baja del Ministerio de Educación. Alcalá, 34.
- Edificio del Servicio de Publicaciones. Ciudad Universitaria, s/n. Teléfono: 449 77 00.
- Paseo del Prado, 28.

# Vida escolar

REVISTA  
DE LA DIRECCION GENERAL  
DE EDUCACION BASICA

NUMERO 210  
ENERO-FEBRERO 1981  
Año XXIII

### Consejo directivo

Pedro Caselles Beltrán  
María Teresa López del Castillo  
Gonzalo Gómez Dacal  
José María Merino Sánchez

### Consejo asesor

Agustín Escolano Benito  
Pilar Ramos Guerrero  
Francisco Acero Doblas  
José Costa Rivas  
Amando Sacristán Vicente  
Eliseo Lavara Gros  
Alberto del Pozo Pardo  
Pedro Marín García  
Adela Rodero Carrasco

### Equipo de redacción

Esteban Buñuel García  
Eduardo Soler Fierrez  
Carlos Arribas Alonso  
Jesús Mesanza López  
Alberto Aizpún López  
Coronación Andrés Muñoz  
Jesús Asensi Díaz

### Director

Julián Juez Vicente

### Edita

Servicio de Publicaciones  
del Ministerio de Educación y Ciencia  
Ciudad Universitaria.—MADRID-3  
Cubierta: E. Cata

### Imprime

Héroes, S. A.—Torrelara, 8.  
MADRID-16

Depósito legal: M. 9.712-1958

ISSN: 0506-872 X

© Servicio de Publicaciones

	Pesetas
Suscripción anual para España ... ..	500
Suscripción anual para el extranjero ... ..	625
Número ordinario ... ..	125
Número extraordinario ... ..	150
Número especial ... ..	175

# sumario

## PROGRAMAS RENOVADOS EN E.G.B. AREA DE MATEMATICAS (Documento de consulta)

NIVELES BASICOS DE REFERENCIA	Páginas
Introducción general.....	2
CICLO MEDIO	
Bloques temáticos	
1. Conjuntos y relaciones.....	9
2. Conjuntos numéricos.....	14
3. Magnitudes y medidas.....	22
4. Topología y Geometría.....	28
CICLO SUPERIOR	
Bloques temáticos	
1. Conjuntos numéricos.....	38
2. Divisibilidad en N.....	43
3. Geometría plana.....	46
4. Funciones.....	60
5. Polinomios.....	63
6. Proporcionalidad de magnitudes.....	67
7. Geometría del espacio.....	71
8. Estadística descriptiva.....	77

### AVISO

Desde el número 205 se redujo la tirada de VIDA ESCOLAR a 40.000 ejemplares, razón por la cual, en lo sucesivo, los Centros Escolares recibirán los ejemplares de la revista con arreglo a la siguiente escala:

	Ejemplares
Escuelas Unitarias de Educación Básica ... ..	1
Escuelas Unitarias de Preescolar ... ..	1
Escuelas Hogar ... ..	1
Centros de 2 a 7 Unidades ... ..	1
Centros de 8 a 15 Unidades ... ..	2
Centros de 16 a 22 unidades ... ..	3
Centros de más de 22 unidades ... ..	4

\* Los avisos de los números 208 y 209 estaban equivocados, siendo este el correcto.

Prohibida la reproducción total o parcial sin autorización expresa del Servicio de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia. Esta condición es extensiva a todos los números editados de la Revista.

**NOTA IMPORTANTE:** Para todas las cuestiones relacionadas con la suscripción, renovación de la misma, cambio de domicilio, números atrasados, números sueltos y anomalías en la recepción de la Revista, deberán dirigirse **EXCLUSIVAMENTE** a la Sección Comercial del Servicio de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia, Ciudad Universitaria, s/n., Madrid-3.

# INTRODUCCION GENERAL

El estudio de las finalidades de la E.G.B. nos aboca a pensar en una matemática básica para todos, matemática del sentido común y de la vida práctica, sin olvidar el objetivo formativo que supone la organización de las estructuras mentales, la adquisición de un vocabulario básico y el desarrollo de las capacidades intelectuales, del pensamiento y de la creatividad.

Todo esto es posible aunarlo siempre que:

- a) En un contexto de ayuda al estudiante sepamos qué puede aprender el alumno de esta edad, cómo enseñárselo y para qué desarrollar dicho aprendizaje.
- b) En un contexto sociológico sepamos formar al hombre apto para integrarse en esta sociedad de hoy, con sus características tecnológicas y de grandes cambios, lo que exige una autoformación permanente.
- c) En un contexto de respeto a la ciencia que se imparte sepamos aunar: claridad, coherencia, desmitificación y probidad científica.

De acuerdo con todo ello, los grupos que han trabajado en la renovación de los programas (compuestos por profesores de E.G.B., Bachillerato, Inspectores de E.G.B. y Bachillerato) han considerado oportuno introducir algunas modificaciones en las Orientaciones pedagógicas para la E.G.B. de 1971 (Vida Escolar, números 124, 126 y 128 - 130).

*¿Cuáles son estas modificaciones?*

Distinguiremos dos aspectos:

- A. Estructura.
- B. Nivel de profundización.

## A) ESTRUCTURA DE LOS PROGRAMAS

La diferencia fundamental respecto a las Orientaciones Pedagógicas del año 1971 es que éstas son más concretas, amplias y desarrolladas y constan de unos Niveles Básicos de Referencia y un Documento de Apoyo al Profesorado.

### NIVELES BASICOS DE REFERENCIA

Los contenidos a impartir en el Ciclo Medio (3.º a 5.º cursos de E.G.B.) se han integrado en cuatro bloques temáticos:

- 1.º Conjuntos y Relaciones.
- 2.º Conjuntos numéricos.
- 3.º Magnitudes y Medidas.
- 4.º Topología y Geometría.

En el Ciclo Superior (6.º a 8.º de E.G.B.) los contenidos se integran en ocho bloques:

- 1.º Conjuntos numéricos.
- 2.º Divisibilidad.
- 3.º Geometría plana.
- 4.º Funciones.
- 5.º Polinomios.
- 6.º Proporcionalidad de magnitudes.
- 7.º Geometría del espacio.
- 8.º Estadística descriptiva.

En ambos ciclos cada uno de los bloques comprende varios temas.

LOS OBJETIVOS a alcanzar dentro del ciclo (ya que no se especifican para cada curso) son considerados de nivel mínimo, lo cual permite espacios y tiempos para actividades nuevas, más abiertas y flexibles, que permi-

tan desarrollar capacidades de los mejor dotados y recuperar las de los que no han llegado al nivel mínimo.

LAS ACTIVIDADES modélicas propuestas para cada objetivo, dan pautas sobre el grado de profundización, de extensión y de dificultad del objetivo.

LAS INTRODUCCIONES que preceden a cada bloque temático y a cada tema, incluyen el contenido del bloque y sus límites, los enlaces con la E.G.B. y el Bachillerato, las relaciones interdisciplinarias y las dificultades que se pueden encontrar en su desarrollo.

## B) NIVEL DE PROFUNDIZACION

Se pretende mediante el desglose por objetivos indicar el límite en extensión y el nivel de profundización de cada bloque temático.

En cuanto a *la cantidad* de conocimientos, en los programas renovados se elimina todo aquello que la experimentación ha demostrado no ser asequible al nivel de desarrollo evolutivo de los alumnos y se introduce por otra parte, aquellos conocimientos técnicos, destrezas básicas que se adaptan al desarrollo evolutivo y permiten un desarrollo más eficaz de las capacidades de los alumnos.

Explicitamos para cada bloque tales modificaciones:

## CICLO MEDIO

### 1. CONJUNTOS Y RELACIONES

Se eliminan todos los aspectos formalizados; la enumeración y demostración de propiedades en las relaciones de orden y de equivalencia, la clasificación de aplicaciones, las definiciones, el exceso de vocabulario novedoso y terminología específica.

Se insistirá en los aspectos intuitivos y en las relaciones con situaciones de la vida real.

### 2. CONJUNTOS NUMERICOS

Se elimina toda construcción formalizada, las definiciones memorísticas y las demostraciones.

Se procurará la automatización de las operaciones con números naturales, la agilidad en el cálculo, la comprensión y resolución de problemas y la familiarización con los sistemas de numeración.

### 3. MAGNITUDES Y SU MEDIDA

Se eliminarán las construcciones formalizadas y las demostraciones.

Se intensificará el conocimiento intuitivo de las magnitudes y de su proceso constructivo, el estudio del sistema métrico y sus aplicaciones y se les iniciará en el manejo de diversos instrumentos de medida.

## 4. TOPOLOGIA Y GEOMETRIA

Se intensificará el estudio de los elementos geométricos en el plano y las relaciones entre ellos, siempre de manera intuitiva y descriptiva, valiéndose del dibujo, construcciones y geometría del plegado fundamentalmente en el estudio de los movimientos.

Se proseguirá la descripción y reconocimiento de cuerpos geométricos.

## CICLO SUPERIOR

### 1. CONJUNTOS NUMERICOS

Se elimina la construcción formalizada de los conjuntos numéricos, el estudio de las estructuras de grupo, anillo y cuerpo, los isomorfismos entre  $N$  y  $Z^+$  y entre  $Z^+$  y  $Q_1^+$  y se intensificará en los mecanismos del cálculo.

JUSTIFICACION. Si bien, bajo un punto de vista matemático, estos temas cumplen un objetivo importante como es el desarrollo del poder de abstracción, es obvio que es más importante que en estos niveles el alumno haya adquirido unos conocimientos básicos y unas técnicas instrumentales. Bien es verdad que la técnica implica un automatismo lógico y esto supone conocer y aplicar bien las propiedades, pero para llegar a abstraer la noción de estructura es necesario haber manejado muchos casos particulares, de no ser así se pone al alumno en contacto con un lenguaje vacío y formalizado que no comprende a qué puede referirse. En cuanto a las construcciones formalizadas de los conjuntos numéricos, en la práctica no se ha llegado a conseguir familiarizar a los alumnos con los números, sino al contrario, ya que lo ven como algo alejado de la realidad y no captan el sentido y el rigor matemático de dichas construcciones. Por ello, nosotros consideramos que su lugar apropiado es el Bachillerato, donde el alumno puede sistematizar los conocimientos adquiridos.

### 2. DIVISIBILIDAD

Este tema que se iniciaba en 5.º de E.G.B. se pasa ahora al ciclo superior, pero estudiándolo sólo en  $N$  y con el objeto de llegar al estudio del m.c.d. y m.c.m. que permitirá la operatividad en  $Q$  y a la resolución de problemas.

### 3. GEOMETRIA PLANA

Se elimina el estudio de los semigrupos de segmentos y ángulos generales, y de la hipérbola y se intensificará el de la geometría del triángulo (casi desaparecida), de los ángulos en la circunferencia y de las construcciones con regla y compás, la semejanza y los movimientos.

**JUSTIFICACION.** La riqueza de situaciones de esta geometría permite al alumno ejercitarse en el desarrollo de la intuición creadora y en la formulación de conjeturas que favorezcan su creatividad; así como en la adquisición de hábitos correctos de pensar, en la iniciación en el razonamiento lógico y en la comprensión de lo que es una demostración, ya que debe distinguir conscientemente entre la verdad intuitiva y la obtenida por razonamiento. La geometría con la utilización del plegado, el uso de instrumentos, las construcciones de modelos estáticos y dinámicos son actividades que a la vez que cultivan la intuición espacial le permite ejercitarse en el dibujo y los trabajos manuales como la mejor introducción a la tecnología.

### 4. FUNCIONES

Se insistirá en el concepto de función, dominio y rango; concepto importante con incidencia en muchas disciplinas y ramas de la matemática y asequible para los alumnos de esta edad.

La representación de las funciones cuadráticas, sólo se hará en casos sencillos y mediante aproximaciones, ya que estos alumnos no poseen el instrumental del cálculo diferencial. No se afrontará la representación de la hipérbola.

Sólo se estudiarán ecuaciones lineales y ecuaciones de Segundo Grado con coeficientes en  $\mathbb{Q}$  y sistemas de dos ecuaciones con dos incógnitas con coeficientes en  $\mathbb{Q}$ .

Se eliminan, por tanto, las ecuaciones irracionales y las inecuaciones, cuyo cálculo entraña la dificultad del manejo de las desigualdades, cálculo que se pospone para el Bachillerato.

### 5. POLINOMIOS

Se eliminan las fracciones racionales, la división de polinomios (salvo el caso sencillo de la división de un polinomio por el binomio  $x - a$ ) y la divisibilidad de polinomios.

Se afianza el cálculo operatorio con polinomios, como base para la resolución de ecuaciones y sistemas y para el estudio de funciones.

### 6. PROPORCIONALIDAD

Se intensifica este tema, añadiendo la proporcionalidad entre segmentos que desemboca en el estudio

de la homotecia, semejanza y simetrías. Se estudia la «aritmética mercantil» como aplicación de la proporcionalidad de magnitudes.

**JUSTIFICACION.** Unificar en torno al concepto y caracterización de la proporcionalidad todos los problemas clásicos de aritmética comercial y los conceptos geométricos de semejanza, homotecia, simetrías.

Se justifica también su introducción por las múltiples aplicaciones que tiene en la solución de problemas de la vida real, aplicaciones a la economía, geografía, demografía y por sus relaciones interdisciplinarias con otras materias del currículum escolar.

### 7. GEOMETRIA DEL ESPACIO

El tratamiento que se le daba a la geometría del espacio en la E.G.B. era demasiado escaso, no hay que olvidar que vivimos en un espacio de tres dimensiones y que la geometría euclídea es el modelo abstracto de este espacio, soporte de las aplicaciones técnicas.

Aun siguiendo en la misma línea de hacer geometría descriptiva, se culminará la descripción y reconocimiento de cuerpos geométricos, las relaciones de perpendicularidad y paralelismo de rectas y planos en el espacio y la comprensión de áreas y volúmenes no tanto como un estudio particular de propiedades, sino bajo el punto de vista del desarrollo de la intuición espacial y de las aplicaciones técnicas que de este estudio se derivan.

### 8. ESTADISTICA DESCRIPTIVA

Se elimina la probabilidad y el estudio de distribuciones estadísticas.

Se afianza el estudio, clasificación y agrupación de datos estadísticos para confeccionar tablas y la interpretación de gráficos, dada la utilidad que tiene la estadística descriptiva para el estudio de fenómenos y su cuantificación.

Se estudian las medidas más conocidas de tendencia central y de dispersión, aplicándolas al estudio de fenómenos estadísticos de una variable.

## METODOLOGIA

Los principios metodológicos que deben regir el desarrollo de estos programas de Matemáticas son los de: actividad del alumno, respecto al ritmo personal y adaptación.

En este sentido todos los conceptos deben ir precedidos de experiencias que permitan familiarizar al

alumno con las fases del proceso de abstracción, respetando los ritmos de aprendizaje y las distintas capacidades intelectuales. Se insistirá más en la adquisición y uso correcto de un vocabulario y en la descripción y construcción de figuras que en las definiciones, en la comprensión y utilización adecuada de las propiedades que en las demostraciones, en la consecución de automatismos que en las construcciones formalizadas.

Junto a los Niveles Básicos de Referencia expresados en objetivos a conseguir por los alumnos al finalizar la Educación General Básica, se va a publicar asimismo, para uso de los profesores, en la Colección «Estudios y Experiencias Educativas», un Documento de Apoyo conteniendo unas orientaciones metodológicas mínimas para el Ciclo Superior.

El comentario metodológico a cada uno de los bloques ha sido realizado por distintos profesores, lo que da una redacción no uniforme, que no es óbice a la comprensión del documento, sino enriquecedora, puesto que en todos los casos los comentarios mantienen una estructura semejante.

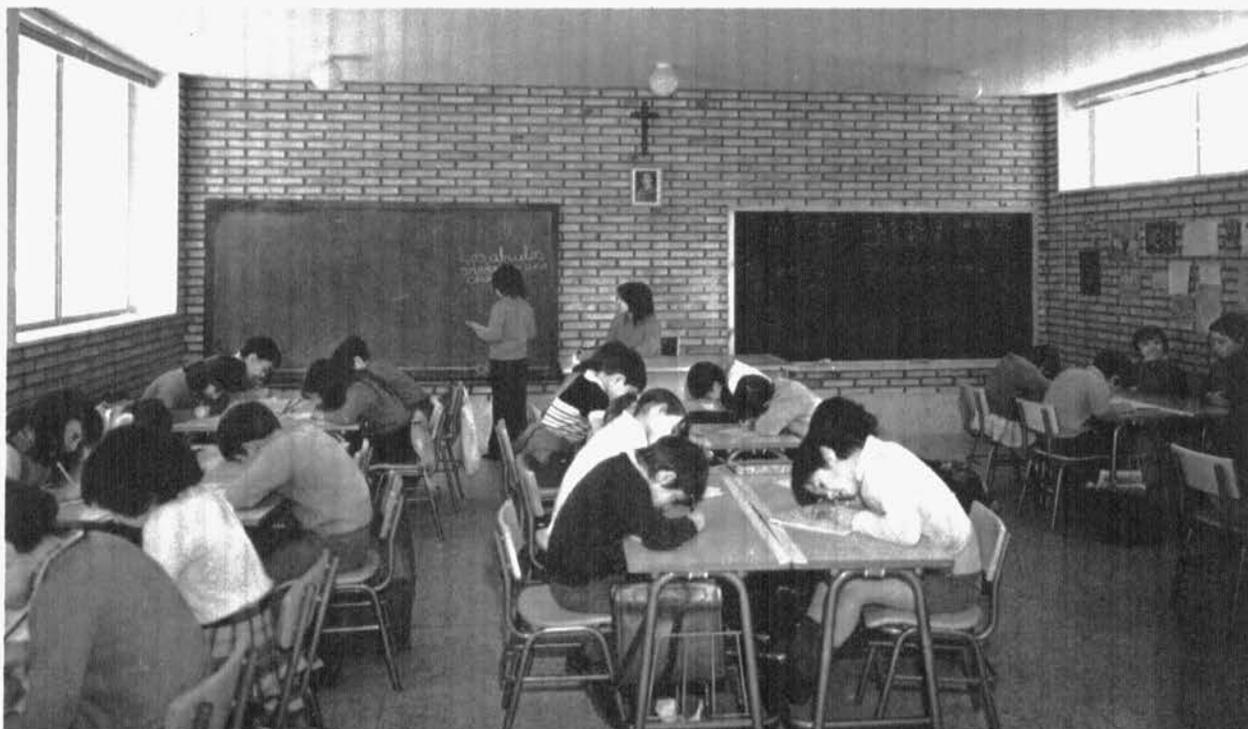
- Hay un comentario a cada objetivo en términos de análisis, delimitación y explicación del significado con una propuesta de actividades para lograrlo.
- Unas pautas sobre el proceso metodológico a seguir para la comprensión del objetivo por los alum-

nos, donde se incluye una sencilla orientación científico-didáctica-metodológica, con mención explícita de las dificultades que se pueden encontrar y una sugerencia de actividades para los alumnos bien dotados y para los alumnos que necesitan recuperación.

La temporalización prevista para cada bloque a lo largo de los tres cursos del Ciclo Superior es la siguiente:

BLOQUES TEMATICOS	N.º DE SEMANAS
1	23
2	3
3	20
4	19
5	4
6	12
7	10
8	5

A título orientativo y siempre respetando la libertad del profesor; una lógica distribución por cursos podría ser la del cuadro de la página siguiente.



	Sexto		Séptimo	Octavo	TOTAL
	TEMAS	Números racionales positivos. $Q^+$			
1	Número de semanas	11	5	7	23
2	TEMAS	Divisibilidad en $N$ .	—	—	
	Número de semanas	3			3
3	TEMAS	Segmentos y ángulos y su medida. Figuras planas. Perímetros y áreas.	—	Ángulos en la circunferencia. Aplicaciones métricas en el triángulo.	
	Número de semanas	15	—	5	20
4	TEMAS	—	Funciones y su representación gráfica. Funciones primer grado.		
	Número de semanas	—	11	8	19
5	TEMAS	—	—	Polinomios.	
	Número de semanas	—	—	4	4
6	TEMAS	—	Aplicaciones lineales. Magnitudes proporcionales. Aplicaciones a la Aritmética mercantil.	Proporcionalidad geométrica y su relación con la medida.	
	Número de semanas	—	8	4	12
	TEMAS	—	Perpendicularidad y paralelismo en el espacio.	Volúmenes de cuerpos geométricos.	
	Número de semanas	—	6	4	10
8	TEMAS	Construcción e interpretación de gráficas. Medidas tendencia central.	Medidas de dispersión.		
	Número de semanas	3	2		5
TOTAL		32	32	32	96



# CICLO MEDIO

## INDICE

### Bloque temático

#### 1. CONJUNTOS Y RELACIONES

##### Temas de trabajo:

- 1.1. Conjuntos.
- 1.2. Relaciones.

### Bloque temático

#### 2. CONJUNTOS NUMERICOS

##### Temas de trabajo:

- 2.1. Números naturales.
- 2.2. Automatización de las operaciones con números naturales.
- 2.3. Fracciones.

### Bloque temático

#### 3. MAGNITUDES Y MEDIDAS

##### Temas de trabajo:

- 3.1. Magnitudes
- 3.2. Sistema métrico decimal. Medidas de longitud, capacidad y masa.
- 3.3. Medida de tiempo y precio.
- 3.4. Medidas de superficie.

### Bloque temático

#### 4. TOPOLOGIA Y GEOMETRIA

- 4.1. Elementos y figuras geométricas en el plano.
- 4.2. Igualdad en el plano.
- 4.3. Medida de figuras planas.
- 4.4. Geometría en el espacio.

## Bloque temático n.º 1

# CONJUNTOS Y RELACIONES

*Se completa el estudio intuitivo de conjuntos y relaciones iniciando una cierta sistematización de las experiencias realizadas en el ciclo preparatorio. Se concluye en este ciclo el estudio de este bloque temático.*

*La sistematización se podría realizar de esta manera:*

- *Determinando los conjuntos por comprensión y extensión.*
- *Aclarando los conceptos de pertenencia e inclusión de elemento y conjunto unitario e introduciendo los símbolos.*
- *Introduciendo la noción de subconjunto a partir del conjunto referencial y deduciendo de aquí la idea de conjunto complementario en un conjunto dado.*
- *Estudiando las operaciones unión e intersección, complementación y producto cartesiano, cuya apoyatura simbólica se irá introduciendo gradualmente, así como el manejo de diagramas de Venn y en árbol. Se comprobarán las propiedades asociativa y conmutativa en el caso de la unión e intersección.*

*El conjunto vacío no se definirá, sino que se introducirá con ejemplos a través de intersecciones de conjuntos disjuntos.*

*En cuanto a las relaciones se estudiarán las correspondencias, las aplicaciones y de éstas las biyectivas.*

*Asimismo, se estudiarán clasificaciones bajo un punto de vista gráfico o mediante particiones del conjunto. También se estudiarán las relaciones de orden.*

*En este ciclo y en lo que concierne a este bloque temático, se hará el paso progresivamente del lenguaje manipulativo y oral al gráfico y simbólico, mediante la apoyatura de juegos y material.*

*El estudio de conjuntos y relaciones con sus propiedades suministra la base para el estudio de los números y las operaciones con ellos, asimismo sirve para establecer clasificaciones y estudiar e interpretar hechos geográficos y económicos.*

*Es útil para la introducción de conceptos lógicos que sirven de iniciación al razonamiento. El estudio más simple de cadenas y series de razonamientos se puede hacer con diagramas de Venn.*

*Este bloque se divide en dos temas de trabajo.*

Hay mucho material estructurado para que el profesor pueda trabajar con estos temas; pero es interesante que el alumno y el profesor desarrollen su imaginación en la invención de juegos lógicos, juegos de relaciones y asociaciones que supondrán un manejo de los símbolos y de los conceptos introducidos.

### TEMAS DE TRABAJO:

- 1.1. Conjuntos.
- 1.2. Relaciones.

### TEMA DE TRABAJO:

## 1.1. CONJUNTOS

La noción de conjunto seguirá siendo intuitiva, pero el alumno deberá ser capaz de reconocer los conjuntos bajo las dos formas ya indicadas.

- a) Por comprensión.
- b) Por extensión.

y saber pasar de la una a la otra siempre que sea posible.

En cuanto a las operaciones, se partirá de las experiencias realizadas en el ciclo preparatorio intentando darles una cierta sistematización, estudiando las propiedades asociativa y conmutativa y utilizando los sím-

bolos en la medida en que sean necesarios. La sistematización se logrará en 5.º.

No se pretende que el niño enuncie o repita una definición sino que capte la propiedad como una manera de

comportarse la operación, que no cambia aunque cambien los elementos con los que se realiza la operación.

Especial interés tiene en este tema el uso correcto del paréntesis.

## OBJETIVOS

## ACTIVIDADES SUGERIDAS

**1.1.1. Utilizar correctamente el vocabulario básico de la teoría de conjuntos: elemento, conjunto, unión, intersección, conjunto vacío...**

- a) ¿Cómo se llama la línea que encierra los elementos de un conjunto cuando se representa en un diagrama de Venn?  
 b) En el conjunto  $N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , ¿cómo llamaremos a cada uno de los números?  
 c) Escribe el signo de UNION y pon al lado su nombre. Haz lo mismo con el de INTERSECCION.  
 d) ¿Cómo se lee este signo:  $\emptyset$ ? ¿Qué significa?

**1.1.2. Formar conjuntos por extensión y comprensión.**

- a) Define por comprensión los conjuntos:  
 $V = \{a, e, i, o, u\}$   $V = \{ \dots \}$   
 $N = \{2, 4, 6, 8\}$   $N = \{ \dots \}$   
 $M = \{\text{junio, julio}\}$   $M = \{ \dots \}$   
 b) Define por extensión los conjuntos:  
 $D = \{\text{meses del año que empiezan por a}\}$   $D = \{ \dots \}$   
 $R = \{\text{Reyes Magos}\}$   $R = \{ \dots \}$   
 $N = \{1, 3, 5, 7, 9\}$   $N = \{ \dots \}$

**1.1.3. Representar conjuntos mediante diagramas.**

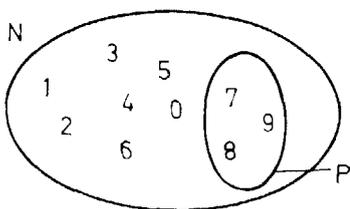
- a) Representa mediante diagramas de Venn los conjuntos:  
 $A = \{\Delta, \circ, \square, \text{III}\}$   $B = \{\text{azul, verde, rojo, amarillo}\}$   
 b) Representa mediante diagramas de Venn los conjuntos:  
 $C = \{\text{estaciones del año}\}$   $D = \{\text{números menores de 6}\}$

**1.1.4. Formar subconjuntos partiendo de un conjunto referencial. Reconocer el subconjunto complementario.**

- a) Representa en diagramas de Venn el conjunto  $A = \{\text{números de una cifra}\}$  y forma en él el subconjunto  $N = \{\text{números menores de 5}\}$ . ¿Qué elementos tiene el conjunto complementario de  $N$  en  $A$ ?  
 b) En el conjunto referencial  $E = \{\text{españoles}\}$  forma los subconjuntos  $G = \{\text{gallegos}\}$ ,  $A = \{\text{andaluces}\}$  y  $V = \{\text{valencianos}\}$ . Representálos en diagrama de Venn.

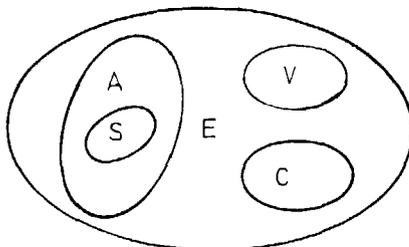
**1.1.5. Distinguir entre relación de pertenencia y relación de inclusión.**

- a) Observa los diagramas y pon el signo  $\in$   $\notin$  según corresponda.



1	N	2	P
4	N	0	N
7	P	7	N

- b) Observa los diagramas y pon el signo  $\subset$ ,  $\not\subset$  según corresponda.



A	E	A	V
S	A	S	E
V	A	V	E
C	E	C	V
C	A	C	S

**1.1.6. Reconocer conjuntos iguales.**

Di si son iguales o no, los pares de conjuntos siguientes:

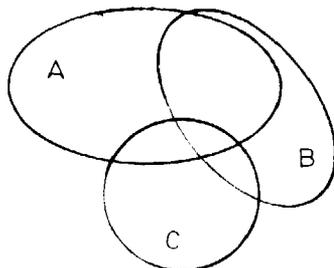
- $A = \{\text{números de una cifra}\}$  y  $B = \{\text{números menores de 10}\}$   
 $C = \{\text{letras vocales}\}$  y  $D = \{a, e, i, o, u\}$

**OBJETIVOS**

**ACTIVIDADES SUGERIDAS**

1.1.7. Operar con conjuntos: unión, intersección y complementación.

- a) Representa mediante diagramas de Venn los conjuntos:  
 $P = \{\text{Valencia, Lugo, Huelva}\}$  y  $R = \{\text{Sevilla, Zaragoza}\}$   
 Ahora encierra en una cuerda la unión y completa:  
 $P \cup R = \{ \dots \}$   
 ¿Cuál es el cardinal de P? ¿Y el de R? ¿Y el de  $P \cup R$ ?
- b) Representa en diagramas de Venn los conjuntos:  
 $N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  y  $M = \{1, 3, 5, 7, 9\}$   
 Encierra en una cuerda la unión y completa:  
 $N \cup M = \{ \dots \}$   
 ¿Cuál es el cardinal de N? ¿Y el de M? ¿Y el de  $N \cup M$ ?
- c) Representa en diagramas de Venn los conjuntos:  
 $T = \{a, b, c, d, e\}$  y  $R = \{a, e, i, o, u\}$   
 Colorea la intersección e indica cuáles son los elementos que tiene  
 $T \cap R = \{ \dots \}$ .
- d) Sin representar en diagramas de Venn, di cuál es la unión de los conjuntos:  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$  y  $C = \{1, 3, 9\}$ :  
 $A \cup B \cup C = \{ \dots \}$
- e) Representa en diagramas de Venn los conjuntos:  
 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $B = \{1, 4, 6, 8\}$  y  $C = \{1, 5, 6, 9\}$



Completa:

$$\begin{aligned} A \cup (B \cap C) &= \{ \dots \} \\ A \cup (B \cap A) &= \{ \dots \} \\ A \cap (B \cup C) &= \{ \dots \} \\ A \cap (B \cap C) &= \{ \dots \} \end{aligned}$$

1.1.8. Operar con conjuntos: producto cartesiano de conjuntos.

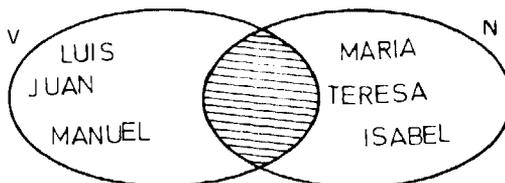
Efectúa el producto cartesiano de  $A \times B$ , siendo  $A = \{1, 3, 5\}$  y  $B = \{a, b, c\}$ .  
 Después completa:  $A \times B = \{ \dots \}$

1.1.9. Comprobar manipulativamente las propiedades de la unión e intersección de conjuntos (sólo conmutativa y asociativa).

- a) Con los bloques lógicos forma  $R \cup A$ ,  $A \cup R$ . ¿Son iguales estos conjuntos? Forma  $T \cap A$  y  $A \cap T$ . ¿Son iguales?  $T =$  formas triangulares;  $A =$  prismas azules  $R =$  formas rojas.
- b) Dados los conjuntos  $A = \{a, b, c\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $C = \{a, e, i, o, u\}$ , dibuja mediante diagramas de Venn  $(A \cup B) \cap C$  y  $A \cup (B \cap C)$ . Compara los resultados.

1.1.10. Observar que la intersección de conjuntos disjuntos da como resultado el conjunto vacío.

- a) Representa mediante diagramas de Venn los conjuntos:  
 $V = \{a, e, i, o, u\}$  y  $N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$   
 Raya con un color la intersección.  
 ¿Qué elementos tiene esa intersección?  
 ¿Cómo se llama este conjunto?
- b) Observa el diagrama y di qué es lo que se ha rayado.  
 ¿Cuántos elementos hay en la intersección?  
 ¿Qué signos se utilizan para representar los elementos de un conjunto vacío?



## 1.2. RELACIONES

Hecho el estudio de correspondencia se hará el de aplicación y de aquí se pasará al de aplicación sugestivo. Es conveniente para ello, utilizar diagramas de Venn, dibujando las flechas que ponen en correspondencia a los elementos de los conjuntos, de forma que el alumno pueda «ver» y comprender estas nociones. Posteriormente, las definiciones de estos conceptos podrán ser entendidos más fácilmente por el alumno.

En cuanto a clasificar un conjunto se puede hacer mediante una partición en conjuntos disjuntos.

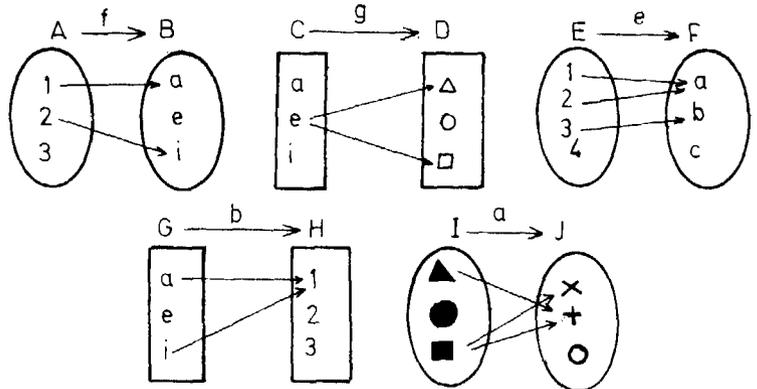
Se estudiará la relación de orden total y parcial pues ambas han de ser necesarias para estudios posteriores, tales como múltiplos y divisores.

### OBJETIVOS

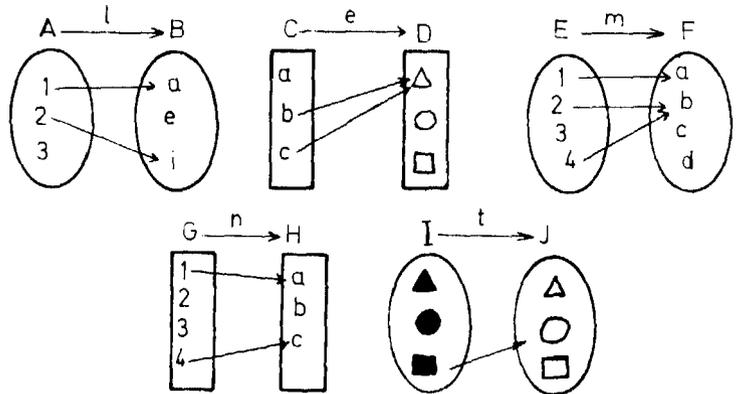
### ACTIVIDADES SUGERIDAS

#### 1.2.1. Reconocer y establecer correspondencias unívocas y biunívocas.

- a) De las correspondencias siguientes, indica cuáles son unívocas y cuáles son NO unívocas.

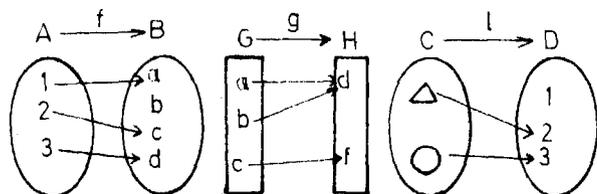


- b) De las correspondencias unívocas siguientes indica cuáles son biunívocas.



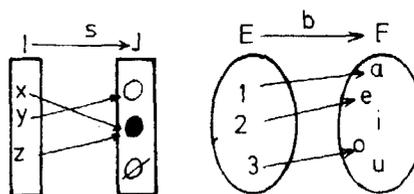
#### 1.2.2. Distinguir y reconocer las correspondencias llamadas aplicaciones.

- a) De las correspondencias siguientes indica cuáles son aplicaciones.

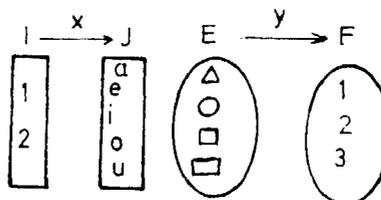
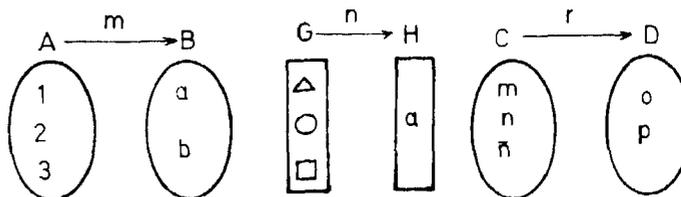


**OBJETIVOS**

**ACTIVIDADES SUGERIDAS**

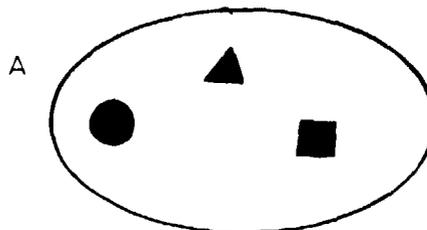


b) En los diagramas siguientes establece correspondencias que sean aplicaciones.

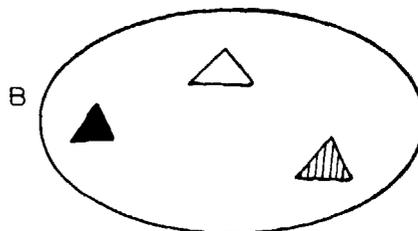


1.2.3. Establecer relaciones de equivalencia en un conjunto determinado de objetos.

a) En el conjunto dibujado establece una relación de equivalencia.



b) En el diagrama del conjunto B, establece la relación «tener igual forma que...». Determinar si la relación establecida es de equivalencia.



1.2.4. Establecer relaciones de orden en un conjunto determinado de objetos.

En el conjunto de niños de una clase, la relación «ser más alto que...», ¿es una relación de orden?

## Bloque temático n.º 2

# CONJUNTOS NUMERICOS

Partiendo de conjuntos coordinables, se hace el estudio del número natural, ya indicado en el ciclo preparatorio; pero profundizando más en este concepto.

El alumno debe distinguir y comprender los conceptos de número cardinal y número ordinal, y evitar la confusión entre número y numeral [símbolo del número].

En cuanto a las operaciones adición y multiplicación que se estudian con sus propiedades debe llegarse a que el alumno, aparte de comprenderlas, consiga la automatización de las mismas y su sistematización. Esto sólo se hará con el conjunto  $N$ .

La sustracción la realizará en los casos en que sea posible y en la división distinguirá la división exacta y la división entera.

Se inicia la potenciación, pero sin llegar a su automatización.

Se introducirá el número decimal, pero sólo con estructura aditiva.

También se estudiarán las fracciones, pero de forma

intuitiva, a través de ejemplos. Sin automatizar ninguna operación con ellas.

De esta forma, enlaza este bloque con el ciclo preparatorio, y con el superior en el que ya se comenzará con la introducción del conjunto  $Q$ .

— El conjunto  $N$  presenta la dificultad de que la diferencia de dos números naturales no siempre es posible, es decir, no da otro número natural. Algo similar ocurre con la división.

— Puesto que el número es la base del cálculo aritmético, y necesario, por lo tanto, para cuantificar, son evidentes las relaciones interdisciplinarias de este bloque con toda la materia que requiere un proceso cuantitativo.

En lo que al cálculo numérico se refiere, aunque no es el objetivo prioritario, no ha de ser menospreciado, pues es imprescindible su ágil manejo para la resolución de todo tipo de problemas.

Este bloque se divide en tres temas de trabajo.

### TEMAS DE TRABAJO:

- 2.1. Números naturales.
- 2.2. Automatización de operaciones con números.
- 2.3. Fracciones.

### TEMA DE TRABAJO:

## 2.1. NUMEROS NATURALES

Puesto que el conjunto  $N$  ya ha sido estudiado como conjunto ordenado, el alumno debe conocer los símbolos  $>$ ,  $<$ ,  $=$ ,  $\neq$ , que ahora debe leer en la forma «mayor que», «menor que», «igual que», «distinto que», y comprender su significado. También en este ciclo aprenderá a leer y escribir cualquier número.

Como ya hemos apuntado no siempre la sustracción es posible, como en el caso  $a - b$ , con  $a < b$ , ya que no da otro número natural. Por esta razón el campo numérico  $N$  se amplía al conjunto  $Z$ , que se estudia en el Ciclo Superior.

### OBJETIVOS

- 2.1.1. Reconocer el número natural como la propiedad común de todos los conjuntos coordinables entre sí.

### ACTIVIDADES SUGERIDAS

- El conjunto  $N = \{0, 1, 2, 3\}$  ¿cuántos elementos tiene?  
El conjunto  $V = \{a, b, c, d\}$  ¿cuántos elementos tiene?  
¿Cuál es la propiedad común de los conjuntos coordinables entre sí?

OBJETIVOS	ACTIVIDADES SUGERIDAS
2.1.2. Realizar agrupamientos de objetos teniendo en cuenta las reglas de los sistemas de numeración de bases 2 y 5.	<p>a) Dibuja 17 bolas. Haz subconjuntos de 2 elementos. Haz subconjuntos de dos subconjuntos de los anteriores. Continúa el proceso hasta que acabes.</p> <p>b) Construye un ábaco con 5 bolas en cada fila. Cuenta tus pinturas con el ábaco.</p>
2.1.3. Reconocer y distinguir los números ordinales y cardinales.	<p>— Indica si son cardinales u ordinales:</p> <p>6 = ..... 12º = .....</p> <p>7º = ..... 34 = .....</p> <p>primero = ..... doce = .....</p>
2.1.4. Leer y escribir cantidades en números naturales.	<p>a) Escribe con letra las cantidades siguientes:</p> <p>180.345 = ..... 500.089 = .....</p> <p>208.009 = ..... 176.679 = .....</p> <p>b) Escribe con cifras las cantidades siguientes:</p> <p>— ciento trece mil quinientos veintitres = .....</p> <p>— doscientas catorce mil cincuenta y seis = .....</p> <p>— cuatrocientos nueve mil setenta y ocho = .....</p> <p>— novecientos siete mil catorce = .....</p>
2.1.5. Usar correctamente los signos: mayor que, menor que, igual a, desigual a (>, <, =, ≠).	<p>a) Coloca el signo &gt;, &lt;, =, según corresponda entre los pares de números siguientes:</p> <p>34 ... 19                      234 ... 580                      765 ... 765</p> <p>b) Coloca el signo &gt;, &lt;, =, según corresponda entre los pares de expresiones siguientes:</p> <p>3 × 4 ... 2 × 6                      6 + 8 ... 5 × 3</p> <p>5 - 3 ... 8 - 7                      26 : 2 ... 2 × 5</p> <p>c) Di si están bien o mal empleados los signos =, ≠:</p> <p>5 + 6 = 4 + 8                      2 × 6 ≠ 3 × 4</p> <p>8 - 3 ≠ 9 - 6                      89 - 12 = 29 + 48</p>

#### TEMA DE TRABAJO:

## 2.2. AUTOMATIZACIÓN DE LAS OPERACIONES CON NÚMEROS NATURALES

La automatización de operaciones, en este caso con números naturales, consiste en que el alumno pueda realizar operaciones con números en todos los casos de dificultad sin cometer errores de concepto. Nos referimos a las operaciones: adición y multiplicación. La sustracción, que no es operación en N, se automatizará en los casos en que sea posible (minuyendo mayor que el sustraendo).

Prevía comprensión de las operaciones, con sus propiedades, el alumno debe saber resolver cualquier ejercicio en el que haya varias operaciones combinadas. Para conseguir la automatización es conveniente que en los ejercicios vaya poniendo sobre cada signo igual la propiedad en que se basa o la operación que efectúa.

La adquisición de automatismos completa el proceso de la mente. Si es importante que el niño aprenda a pensar bien, que tenga ideas claras, que sepa expresarlas y aplicarlas en una situación dada; también conviene recordar que la memoria es una facultad del hombre que tiene su función importante. De nada le valdría al hombre aprender, si no fuera capaz de retener lo que aprende. La adquisición de automatismos libera la mente de tener que razonar repetidamente ciertos actos; por eso en el cálculo el aprendizaje de los conceptos debe terminar con la memorización y la adquisición de los automatismos elementales. Para lo cual es necesario realizar bastantes ejercicios de aplicación directa. Se recomienda el cálculo mental.

OBJETIVOS	ACTIVIDADES SUGERIDAS																					
2.2.1. Realizar operaciones sencillas de sumar y multiplicar en el sistema de bases 2 y 5.	<p>a) Efectúa las adiciones siguientes de números en base dos:</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: right; padding-right: 20px;">110<sub>(2)</sub></td> <td style="text-align: right; padding-right: 20px;">101<sub>(2)</sub></td> <td style="text-align: right;">111<sub>(2)</sub></td> </tr> <tr> <td style="text-align: right; padding-right: 20px;">101<sub>(2)</sub></td> <td style="text-align: right; padding-right: 20px;">101<sub>(2)</sub></td> <td style="text-align: right;">100<sub>(2)</sub></td> </tr> <tr> <td style="text-align: right; padding-right: 20px;">111<sub>(2)</sub></td> <td style="text-align: right; padding-right: 20px;">11<sub>(2)</sub></td> <td style="text-align: right;">111<sub>(2)</sub></td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: right; padding-top: 5px;">12</td> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: right; padding-top: 5px;">12</td> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: right; padding-top: 5px;">12</td> </tr> </table>	110 <sub>(2)</sub>	101 <sub>(2)</sub>	111 <sub>(2)</sub>	101 <sub>(2)</sub>	101 <sub>(2)</sub>	100 <sub>(2)</sub>	111 <sub>(2)</sub>	11 <sub>(2)</sub>	111 <sub>(2)</sub>	12	12	12									
110 <sub>(2)</sub>	101 <sub>(2)</sub>	111 <sub>(2)</sub>																				
101 <sub>(2)</sub>	101 <sub>(2)</sub>	100 <sub>(2)</sub>																				
111 <sub>(2)</sub>	11 <sub>(2)</sub>	111 <sub>(2)</sub>																				
12	12	12																				
2.2.2. Realizar ejercicios prácticos de sumar, con el sistema de numeración sexagesimal.	Suma 5 h., 38 m. y 45 s., con 3 h., 40 m. y 30 s.																					
2.2.3. Perfeccionar los automatismos de las operaciones adición y sustracción adquiridas en el ciclo anterior.	<p>a) Efectúa las siguientes adiciones:</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: right; padding-right: 20px;">897</td> <td style="text-align: right; padding-right: 20px;">1.098</td> <td style="text-align: right;">19.874</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right; padding-right: 20px;">456</td> <td style="text-align: right; padding-right: 20px;">458</td> <td style="text-align: right;">54.035</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right; padding-right: 20px;">+ 952</td> <td style="text-align: right; padding-right: 20px;">+ 197</td> <td style="text-align: right;">+ 98.549</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: right; padding-top: 5px;"></td> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: right; padding-top: 5px;"></td> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: right; padding-top: 5px;"></td> </tr> </table> <p>b) Coloca para sumar y suma las cantidades siguientes: 76.943 + 8.753 + 765.982 + 198 =</p> <p>c) Efectúa las sustracciones siguientes:</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: right; padding-right: 20px;">19.842</td> <td style="text-align: right; padding-right: 20px;">87.900</td> <td style="text-align: right;">197.507</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right; padding-right: 20px;">- 10.476</td> <td style="text-align: right; padding-right: 20px;">- 63.817</td> <td style="text-align: right;">- 87.695</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: right; padding-top: 5px;"></td> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: right; padding-top: 5px;"></td> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: right; padding-top: 5px;"></td> </tr> </table> <p>d) Coloca para restar y resta las cantidades siguientes: 132.107 - 94.846 =</p>	897	1.098	19.874	456	458	54.035	+ 952	+ 197	+ 98.549				19.842	87.900	197.507	- 10.476	- 63.817	- 87.695			
897	1.098	19.874																				
456	458	54.035																				
+ 952	+ 197	+ 98.549																				
19.842	87.900	197.507																				
- 10.476	- 63.817	- 87.695																				
2.2.4. Reconocer y aplicar las propiedades conmutativa y asociativa de la adición.	<p>a) Di la propiedad que se ha aplicado a las siguientes adiciones: 23 + 46 = 46 + 23 ..... 34 + (16 + 67) = (34 + 16) + 67 .....</p> <p>b) Aplica la propiedad que se te indica conmutativa: 32 + 12 = ..... asociativa: 3 + (18 + 15) = .....</p>																					
2.2.5. Distinguir los términos de la sustracción y comprobar las relaciones entre ellas.	<p>a) En la sustracción siguiente escribe el nombre de cada término.</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: right; padding-right: 20px;">18.966</td> <td style="padding-right: 20px;">... se llama .....</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right; padding-right: 20px;">- 10.643</td> <td style="padding-right: 20px;">... se llama .....</td> </tr> <tr> <td style="border-top: 1px solid black; text-align: right; padding-top: 5px;"></td> <td style="padding-top: 5px;">... se llama .....</td> </tr> </table> <p>b) En la sustracción, el minuendo se coloca siempre ..... y el sustraendo .....</p> <p>c) Si en una sustracción sumamos el sustraendo con el resto el resultado será igual al .....</p> <p>Si en una sustracción restamos el minuendo con el resto el resultado será igual al .....</p>	18.966	... se llama .....	- 10.643	... se llama .....		... se llama .....															
18.966	... se llama .....																					
- 10.643	... se llama .....																					
	... se llama .....																					
2.2.6. Desarrollar la agilidad mental en el cálculo de dichas operaciones.	a) Ejercicios de cálculo mental con sumas y restas. Trabajar en el cálculo mental utilizando la propiedad asociativa.																					
2.2.7. Resolver problemas en los que intervengan simultáneamente ambas operaciones.	<p>a) Compré un estuche por 123 pesetas. Le coloqué dentro un bolígrafo de 54 pesetas. ¿Por cuánto debo venderlo si quiero ganar 50 pesetas?</p> <p>b) Un granjero tiene 18 gallinas que le han costado a 63 pesetas cada una. Se le mueren 5 y las que le quedan las vende a 140 pesetas cada una. ¿Cuánto dinero ganará en total?</p>																					



OBJETIVOS	ACTIVIDADES SUGERIDAS
<p>2.2.16. Comprobar las alteraciones del cociente en la división exacta según alteraciones de dividendo y divisor.</p>	<p>b) Vamos a realizar ejercicios como los anteriores, pero esta vez con cifras.  <math>37 : 5 = \dots\dots\dots</math>      <math>37 - 2 : 7 = \dots\dots\dots</math>  <math>7 \times 5 + 2 = \dots\dots\dots</math></p> <p>— Completa:  <math>18 : 3 = 6 \dots (18 \times 5) : 3 = \dots\dots\dots</math>  <math>20 : 4 = 5 \dots (20 \times 3) : 4 = \dots\dots\dots</math>  <math>48 : 8 = 6 \dots (48 : 2) : 8 = \dots\dots\dots</math>  <math>366 : 6 = 61 \dots 366 : (4 \times 2) = \dots\dots\dots</math>  <math>480 : 4 = 120 \dots 480 : (4 \times 2) = \dots\dots\dots</math>  <math>85 : 5 = 17 \dots (85 \times 3) : (5 \times 3) = \dots\dots\dots</math>  <math>64 : 8 = 8 \dots (64 : 2) : (8 : 2) = \dots\dots\dots</math></p>
<p>2.2.17. Resolver y distinguir divisiones exactas y enteras.</p>	<p>a) Di la diferencia que hay entre división exacta y división entera.  b) De las divisiones siguientes di cuáles son exactas y cuáles son enteras:  <math>789.231 : 34 = \dots\dots\dots</math> ; <math>248.354 : 27 = \dots\dots\dots</math>  <math>589.450 : 78 = \dots\dots\dots</math> ; <math>114.342 : 59 = \dots\dots\dots</math></p>
<p>2.2.18. Comprobar variaciones de cociente y resto según alteraciones de dividendo y divisor en división entera. (Inexacta).</p>	<p>— Dada la siguiente división <math>80 \overline{) 6}</math>, averigua qué pasa con el cociente y el resto si:  1) Multiplicamos el dividendo y el divisor por 3.  2) Dividimos el divisor entre 2.  3) Sumamos 7 al dividendo y al divisor.  Invéntate más casos.</p>
<p>2.2.19. Reconocer que en la división entera siempre el dividendo es igual al divisor por el cociente más el resto.</p>	<p>a) Observa las operaciones siguientes:  <math>143 \times 3 = 429</math> ; <math>429 : 3 = 143</math>  b) Halla fijándote en el ejemplo anterior el número que falta.  <math>\dots\dots\dots \times 4 = 584</math> ; <math>584 : 4 = \dots\dots\dots</math>  <math>9 \times \dots\dots\dots = 1.179</math> ; <math>1.179 : 9 = \dots\dots\dots</math>  c) Ver actividades de los objetivos 3.2.2, 3.2.7 y 3.2.13.</p>
<p>2.2.20. Plantear y resolver problemas tomados de la vida real, en los que sea necesario recurrir a las cuatro operaciones estudiadas, según criterios dados.</p>	<p>— Un comerciante compró 180 metros de tela a 76 pesetas el metro. Luego la vendió toda por 21.780 pesetas.  ¿Cuánto ganó en cada metro? ¿Cuánto ganó en toda la tela?</p>
<p>2.2.21. Inventar problemas tomados de la vida real, en los que sea necesario recurrir a las cuatro operaciones estudiadas según criterios dados.</p>	<p>— Los mismos alumnos plantearán situaciones problemáticas reales y luego las escribirán como problemas. Deben necesitar para resolverlos el empleo de las operaciones estudiadas (suma, resta, multiplicación y división).</p>

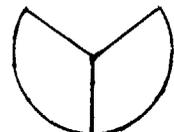
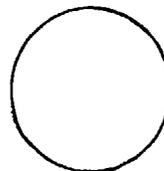
TEMA DE TRABAJO:

## 2.3. FRACCIONES

La noción de fracción puede introducirse, en principio, como el cociente de dos números naturales y seguidamente como aproximación de una medida.

Sin embargo, hay una tercera forma para su introducción, y es como *operador*. En principio puede parecer no apto para este nivel, pero basta exponer una serie de ejercicios para que el alumno lo comprenda perfectamente. Por ejemplo, indicándole que dibuje 1/3 de un queso, o mejor aún, la tercera parte de un queso, que será hecho sin dificultad.

Seguidamente, se le dice que dibuje los 2/3 y los 3/3. Podrá ponerlo después ya como operador  $2/2 ( ) = \dots$



— Finalmente que a los 2/6 del queso le sume los 3/6.

De una forma gráfica, va comprendiendo que para la adición de fracciones «es necesario que tengan el mismo denominador».

Al comparar  $1/3$  y  $2/6$  verá que la parte rayada es la misma, lo que le hará intuir lo que son «fracciones equivalentes» o «iguales» y en consecuencia que para la adición de dos fracciones de distinto denominador ha de transformarlas en otras equivalentes, pero del mismo denominador.

— Por último debe relacionar las tres formas de introducción al concepto de fracción. La noción de

fracción como cociente de dos números posibilitará el estudio de números decimales a través de fracciones, pero limitándose en este nivel sólo a los números decimales exactos.

La división de dos números naturales no es siempre posible, esto se debe a que no siempre el numerador es múltiplo del denominador, y a que la división por *cero no existe, o no tiene sentido matemático*. Por esta razón el campo  $Z$  de los números se amplía al conjunto  $Q$  de los números racionales que se estudiará en el Ciclo Superior.

OBJETIVOS	ACTIVIDADES SUGERIDAS
-----------	-----------------------

**2.3.1. Adquirir el vocabulario específico y usual de las fracciones.**

a) Di cómo se llama cada uno de los miembros de una fracción:  
 $\frac{34}{18}$  ... se llama .....  
 18 ... se llama .....

b) Completa:  
 El numerador indica las partes que .....  
 Y el denominador las partes que .....

c) Lee las siguientes fracciones:  
 $2/4$        $3/7$        $8/11$        $5/3$        $16/20$

**2.3.2. Interpretar fracciones como operadores.**

— Aplica la fracción  $\frac{1}{2}$  como operador al conjunto  $C = \{2, 4, 6, 8\}$ .  
 ¿Cuál es el conjunto resultante?

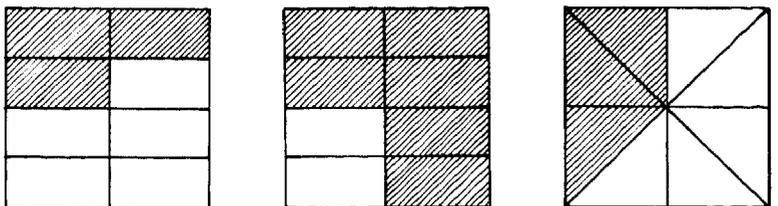
**2.3.3. Interpretar fracciones como cociente de dos números.**

a) Pon en forma de fracción las divisiones siguientes:  
 $16 : 4 =$        $12 : 3 =$        $25 : 5 =$

b) Indica a qué división se refieren las fracciones siguientes:  
 $\frac{8}{2} =$  .....       $\frac{18}{6} =$  .....       $\frac{25}{5} =$  .....

**2.3.4. Interpretar fracciones como aproximación de una medida.**

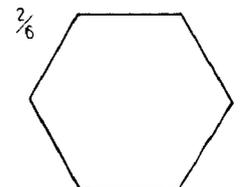
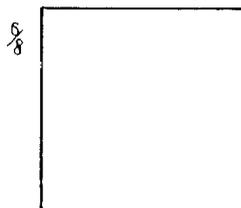
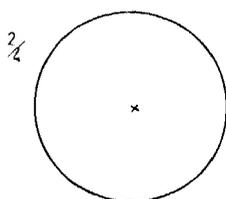
— Tenemos que medir los dibujos que hay aquí para saber cuánto mide la parte rayada. Como no tenemos nada con qué tomar las medidas hemos utilizado las fracciones como medida.



Podremos decir que en el cuadrado 1.º lo rayado mide los ..... , el 2.º cuadrado lo rayado mide los ..... y en el 3.º lo rayado mide los .....

**2.3.5. Representar fracciones gráficamente.**

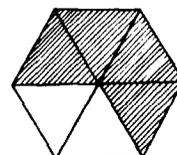
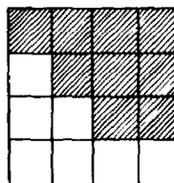
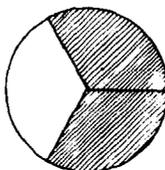
a) Representa en los dibujos las fracciones siguientes:



**OBJETIVOS**

**ACTIVIDADES SUGERIDAS**

b) Indica la fracción que se ha representado en cada caso.



**2.3.6. Operar experimentalmente con sumas y diferencias de fracciones del mismo denominador.**

- a) Efectúa las sumas de fracciones siguientes:  
 $2/4 + 3/4 =$   $3/8 + 4/8 =$
- b) Efectúa las restas de fracciones siguientes:  
 $8/4 - 6/4 =$   $5/8 - 3/8 =$

**2.3.7. Aplicar el conocimiento adquirido sobre fracciones a problemas de uso corriente, que impliquen sumas y restas de fracciones de igual denominador.**

— Juan celebró una fiesta de cumpleaños. La tarta la partió su mamá en 12 partes iguales. Su amigo Luis se comió  $2/12$  de la tarta, es decir, dos trozos. Su amigo José se comió  $3/12$ , es decir, tres trozos. Se pregunta Juan: ¿Qué fracción de tarta queda? ¿Qué fracción de tarta se han comido entre Luis y Juan?

**2.3.8. Reconocer fracciones decimales como resultado de dividir en 10, 100, 1.000, etcétera, partes iguales.**

— De las fracciones siguientes destaca encerrándolas en una cuerda las que sean fracciones decimales.

$3/10, 517/17, 45/100, 87/1.000, 100/5, 18/45$

**2.3.9. Comprobar y reconocer que si la unidad se divide en 10 partes iguales, cada parte es una DECIMA (1/10); si se divide en 100 partes iguales, cada parte es una CENTESIMA (1/100); si se divide en mil partes iguales, cada parte es una MILESIMA (1/1.000), etcétera.**

- a) Representa en forma de número decimal las fracciones decimales siguientes:  
 $1/10 =$   $1/100 =$   $1/1.000 =$
- b) Escribe en forma de fracción decimal los números decimales:  
 $0,1 =$   $0,01 =$   $0,001 =$
- c) Toma un papel cuadrado. Dividelo en diez partes iguales.  
 Cada parte es .....
- Toma un papel cuadrado y lo divides en cien partes iguales.  
 Cada parte es .....

**2.3.10. Escribir fracciones decimales en forma de números decimales y viceversa.**

- a) Escribe en forma de número decimal las fracciones decimales siguientes:  
 $1/10 =$   $1/1.000 =$   $1/100 =$
- b) Escribe en forma de fracción decimal los números decimales siguientes:  
 $0,1 =$   $0,01 =$   $0,001 =$

**2.3.11. Comprobar que los ceros a la derecha de un decimal no alteran su valor.**

- a) Tenemos el número decimal 7,8 (siete enteros con ocho décimas):  
 ¿Qué le ocurre si le añadimos un cero? (7,80).  
 ¿Si le añadimos dos ceros? (7,800).  
 ¿Qué le ocurre a un decimal si le añadimos ceros a la derecha?
- b) Forma grupos con los números que tengan el mismo valor:  
 $3,6, 3,06, 3,60, 3,600, 3,060, 3,006$

**2.3.12. Resolver adiciones y sustracciones de decimales (deben corresponderse los diversos órdenes).**

- a) Coloca debidamente y efectúa las siguientes adiciones de números decimales:  
 $3,76 + 23,8 + 0,009 + 14,79 =$   
 $34,56 + 0,08 + 456,7 + 45,8 =$   
 $38,5 + 45 + 0,28 + 32,096 =$
- b) Coloca debidamente y efectúa las siguientes sustracciones de números decimales:  
 $178,354 - 45,04 =$   $249,08 - 108,345 =$   
 $876 - 67,865 =$   $456,789 - 367 =$

**OBJETIVOS**
**ACTIVIDADES SUGERIDAS**

2.3.13. Comprobar que se obtiene el mismo resultado sumando los decimales como fracción que como números decimales.

— Dadas las fracciones:  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{3}{4}$  y  $\frac{2}{5}$ .

- 1.º Calcula su suma.
- 2.º Escribe la fracción restante en forma decimal.
- 3.º Escribe cada una de las fracciones en forma decimal y calcula su suma.
- 4.º Compara los resultados.

2.3.14. Resolver problemas sencillos de la vida real en los que haya que sumar y restar números decimales.

— Tres amigos deciden juntar todo el dinero que llevan para ver si pueden comprarse una pelota que vale 345 pesetas. Uno de ellos tiene 121,50 pesetas; otro tiene 189,25 pesetas y el tercero tiene 105,5 pesetas.

- ¿Pueden comprar la pelota?  
¿Cuánto dinero les falta o les sobra?

2.3.15. Calcular y realizar divisiones de decimales por enteros (aproximarse en el cálculo hasta centésimas, si el tipo de problemas así lo exige).

a) En las divisiones inexactas siguientes saca dos decimales:

$$\begin{array}{r} 34.865 : 32 = \\ 348,4 : 61 = \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1.943 : 563 = \\ 29,37 : 21,8 = \end{array}$$

b) Un granjero recoge 624 huevos y los pone en cajas de dos docenas cada una. Vende cada caja a 144 pesetas. Si a él le resulta cada docena por 63 pesetas.

- ¿Cuánto ganará en total?  
¿Cuánto gana en cada docena de huevos?  
¿Cuánto gana en un huevo?

c) Juan se gastó el lunes 17,50 pesetas. El martes y el miércoles, 32,25 pesetas cada día. El jueves, 30 pesetas, y el viernes, sábado y domingo, 18,50 pesetas cada día. Si tenía 1.000 pesetas,

- ¿Cuánto le queda?  
Si lo que le queda lo divides en 15 partes, ¿cuánto valdrá cada una de las partes?



## Bloque temático n.º 3

# MAGNITUDES Y MEDIDAS

*En la enseñanza tradicional de las Matemáticas en los primeros niveles han ocupado un lugar central los temas dedicados a las magnitudes, longitud, masa, capacidad, volumen, así como la medida de dichas magnitudes.*

*Sin embargo, no siempre el método y la exposición del tema han conseguido los objetivos previstos, fundamentalmente por el cúmulo de errores que han dificultado la comprensión.*

*El alumno tiene que distinguir entre magnitud, cantidad de magnitud, unidad de medida y medida de una magnitud.*

*Una magnitud es un semigrupo abeliano y arquimediano, pero no pretendemos que el alumno llegue a captar esta estructura abstracta, sino que el alumno maneje modelos concretos, y este manejo sea formativo, y vaya ordenando su mente, capacitándola para un recto raciocinio.*

*A este nivel, en la enseñanza de las magnitudes, lo más importante es que el alumno:*

*Construya el conjunto  $M$ .*

*Aprenda a realizar las operaciones.*

*Sepa ordenar los elementos de  $M$ .*

*La medida de una magnitud  $M$ . Es una correspondencia unívoca  $m$ , entre el conjunto  $M$  y un conjunto numérico. También se llama medida a la imagen de un elemento de  $M$  en esta correspondencia, que obviamente es un número.*

*Para que la correspondencia unívoca  $m$  quede determinada se establece una unidad de medida, que es la cantidad de magnitud a la cual corresponde el núm. 1.*

*Según esto, para cada par  $(u, 1)$  que fijemos, existe una medida. Es decir, al cambiar la unidad de medida  $u$ , cambia la correspondencia unívoca.*

*Este bloque se divide en cuatro temas de trabajo.*

### TEMAS DE TRABAJO:

3.1. Magnitudes.

3.2. Sistema métrico decimal. Medidas de longitud, capacidad y masa.

3.3. Medidas de tiempo y precio.

3.4. Medidas de superficie.

### TEMA DE TRABAJO:

## 3.1. MAGNITUDES

Se pretende que el alumno obtenga claramente, mediante procesos constructivos, la diferencia entre magnitud como conjunto con una estructura determinada y cantidades de magnitud, como elementos de  $M$ , que son claves.

Que sepa ordenar los elementos de  $M$  y sumarlos (operación interna) y multiplicarlos por números (operación externa), teniendo cuidado de que estas opera-

ciones las realicen antes de medir para no confundir el elemento de  $M$  (cantidad de magnitud) con su medida, que es un número.

Que sepa distinguir lo que es magnitud de lo que no es.

Por ejemplo: La longitud sí es magnitud. Un conjunto de obreros no es una magnitud (no se pueden sumar obreros, lo que se saca es el número de obreros).

OBJETIVOS	ACTIVIDADES SUGERIDAS
3.1.1. <b>Adquirir experimentalmente las nociones de magnitud, longitud, capacidad, masa, precio, tiempo y superficie.</b>	a) Con un metro plegable o una cinta métrica mide y anota en tu cuaderno: — El largo de la clase. — El ancho del pupitre. — El ancho de una ventana de la clase. — La altura de la puerta. b) Con la balanza de la clase pesa: — El libro de Matemáticas. — Tus zapatos. — La cartera llena de libros. — La cartera vacía.
3.1.2. <b>Distinguir los conceptos de magnitud y cantidad:</b> — La magnitud como conjunto. — Las cantidades como elementos del conjunto magnitud.	a) Pon ejemplos de distintas magnitudes. ¿Para qué necesitarías cada una de ellas? b) Pon ejemplos de cantidades de la magnitud superficie y de la magnitud longitud.
3.1.3. <b>Reconocer magnitudes continuas y discretas.</b>	— Decir ejemplos de magnitudes continuas y discretas.
3.1.4. <b>Ordenar los elementos de una magnitud.</b>	— Ordena, de menor a mayor, los siguientes elementos: 2 dm.      0,35 dm.      42,8 dm.      1,5 dm.
3.1.5. <b>Hacer operaciones con los elementos de una magnitud.</b>	— Suma los elementos de la actividad anterior.

TEMA DE TRABAJO:

## 3.2. SISTEMA METRICO DECIMAL-MEDIDAS DE LONGITUD CAPACIDAD Y MASA

En este tema se estudian las medidas de magnitudes (sistema métrico) cuyo paso de una unidad a otra se realiza multiplicando o dividiendo por 10 (decimal); por ello estudiamos sólo las medidas de las magnitudes longitud, capacidad y masa y dejamos para otros temas las restantes.

Un primer objetivo de este tema es ayudar a los alumnos a descubrir la medida como medio de conocer objetos y fenómenos reales. Las actividades de medir con unidades convencionales o arbitrarias le permiten

ponerse en contacto directo con la realidad y se pretende que de este contacto saque una idea aproximada de la extensión de las distintas unidades de medida de manera que pueda fácilmente calcular longitudes, capacidades y pesos a simple vista.

En el caso de la magnitud masa hay que tener en cuenta que la masa y el peso de un cuerpo son cosas distintas, pero que tradicionalmente se ha llamado pesar al proceso de medir masas mediante comparación de dos de ellos en los platillos de la balanza.

OBJETIVOS	ACTIVIDADES SUGERIDAS
3.2.1. <b>Reconocer la operación de medir como una correspondencia.</b>	— Si recuerdas que la medida de una magnitud $M$ es una correspondencia unívoca entre el conjunto $M$ y un conjunto numérico, ¿qué elemento imagen tiene la medida unidad?
3.2.2. <b>Realizar medidas de longitud, tomando distintas unidades.</b>	— Utilizando la regla o una cinta métrica mide: El largo de la clase ..... El ancho de la mesa del profesor ..... La altura de la puerta ..... El largo de la pizarra .....

OBJETIVOS	ACTIVIDADES SUGERIDAS
3.2.3. Reconocer el metro como la unidad patrón del sistema internacional (S. I.).	— Utiliza el metro para realizar distintas medidas, recordando que es la unidad patrón del S. I.
3.2.4. Reconocer y aplicar correctamente los múltiplos y divisores del metro.	— Contesta: ¿Cuál es el múltiplo del metro que vale 10 metros? ¿Y 100 metros? ¿Y 1 000 metros? ¿Qué divisor del metro vale la décima (0,1) parte? ¿Y la centésima (0,01) parte? ¿Y la milésima (0,001) parte?
3.2.5. Relacionar las distintas medidas de longitud y establecer equivalencias entre las mismas.	— Completa: 1 km = ..... hm = ..... dam = ..... m. 1 m = ..... dam = ..... hm = ..... km
3.2.6. Expresar medidas en forma compleja y transformación de complejos en incomplejos y viceversa.	a) Transforma los complejos siguientes en incomplejos: 18 km., 14,8 hm., 4,87 dam = ..... 0,098 km., 34 dam., 4,6 m. = ..... 0,87 km., 23 hm., 15 dam. = ..... b) Descomponer el siguiente incomplejo en complejo: 3 456,78 m. = .....
3.2.7. Manejar con soltura instrumentos de medida: regla, compás, cinta métrica, etcétera.	— Hacer ejercicios midiendo cosas familiares al niño utilizando los distintos instrumentos de medida
3.2.8. Resolver problemas prácticos utilizando las unidades de uso más frecuente y asequible al niño.	a) De un hilo que medía 100 m. cortamos 280 decímetros y 1,900 cm. ¿Cuántos metros nos quedan? b) Un ciclista recorrió un día 144 kilómetros. Otro día recorrió 180 kilómetros. Si en total ha empleado 9 horas, ¿cuántos kilómetros recorría cada hora?
3.2.9. Realizar medidas de capacidad tomando distintas unidades.	a) Utilizando el litro mide la capacidad de un recipiente cualquiera. b) ¿Cuántos mililitros (ml.) de agua contiene una botella? Realiza la medida utilizando una probeta graduada en ml.
3.2.10. Reconocer el litro como unidad principal en el S. I. y sus múltiplos y divisores.	— Mediante la utilización del litro, realiza la medida de distintos volúmenes, recordando que es la unidad patrón del S. I.
3.2.11. Relacionar las principales unidades de capacidad y establecer equivalencias entre las mismas.	— Completa: ..... kl = 1 l = ..... ml 1 kl = ..... l = ..... ml ..... kl = ..... l = ..... 1 ml
3.2.12. Expresar medidas de capacidad en forma compleja e incompleja y pasar de unas a otras.	a) Transforma la forma compleja e incompleja: 1,2 kl., 26,5 hl., 278,4 dal. = ..... b) Expresa en forma compleja: 2 469,5 l. = .....
3.2.13. Resolver problemas prácticos y sencillos en los que intervengan las medidas de capacidad de uso más frecuentes y asequibles al niño.	a) En un depósito hay 1 860 litros de agua. El lunes se sacan 256 litros; el martes se saca doble cantidad de litros que el lunes. ¿Cuántos litros de agua quedan en el depósito? b) Los alumnos tienen que plantearse este tipo de problemas. Muy interesante que se los planteen entre sí
3.2.14. Reconocer el kilogramo como unidad principal de medida de la magnitud masa y sus múltiplos y divisores.	— Mediante una balanza realiza la medida de la masa de distintos cuerpos, expresándola en kg., como unidad principal.

OBJETIVOS	ACTIVIDADES SUGERIDAS
3.2.15. Relacionar las distintas unidades de masa y establecer las equivalencias entre las mismas.	— Completa las siguientes igualdades: $1 \text{ tm.} = \dots \text{ kg.} = \dots \text{ g}$ $\dots \text{ tm.} = \dots 1 \text{ kg.} = \dots \text{ g}$ $\dots \text{ tm.} = \dots \text{ kg.} = \dots 1 \text{ g}$
3.2.16. Expresar medidas de masa en forma compleja e incompleja y pasar de unas a otras.	a) ¿Cuántos kg. son: 1,6 tm.; 21 Qm. y 25.793,8 g? b) Expresar en forma compleja: 7 045,08 kg : .....
3.2.17. Resolver problemas en donde intervengan especialmente las medidas de más frecuente uso: kg., Qm., tm. y gr.	a) En un cajón hay 32 kg. de fruta. Si añadimos 60 hg. ¿cuántos kilos habrá ahora en el cajón? b) Un repartidor de carbón sale de su almacén con 4 tm. de carbón y deja en casa de Antonio 200 kg. y en casa de Andrés 4,5 Qm. ¿Cuántos kilogramos le sobran?
3.2.18. Discernir la unidad adecuada según la cantidad de magnitud a medir.	— Qué unidad de masa utilizarías para medir la cantidad de cemento que hay en un: barco: ..... saco: ..... dedal: .....
3.2.19. Trasladar el lenguaje manipulativo al oral y gráfico y viceversa.	Ver actividades de los objetivos 3.2.2, 3.2.7 y 3.2.13.

#### TEMA DE TRABAJO:

### 3.3. MEDIDA DE TIEMPO Y DE PRECIO

La presentación de las magnitudes tiempo y precio se hace como las anteriores, así como sus medidas respectivas.

En la magnitud tiempo, en general, es conveniente observar que la noción de «sucesos simultáneos» va unida a la de tiempo, concepto que el alumno capta fácilmente.

Así comprenderá también, cuando se le ha puesto de ejemplo un tebeo, cuyo argumento conoce, cuándo un suceso del mismo es anterior o posterior a otro, y ordenará sus viñetas.

En cuanto a medida del tiempo, se hará también a través de una correspondencia. Pero presentará la particularidad de que las unidades no corresponden a un sistema de base 10, sino a un sistema sexagesimal o de base 60. Esta es la razón por la que la escritura de estas medidas se hace por separado, por ejemplo *3 h. 24 m. 52 s.*, es decir, en forma compleja, y que el alumno debe saber pasar de forma compleja a incompleja y viceversa.

La magnitud precio, así como su medida presenta muchos puentes de enlace con otras materias, como ya

indicamos, tales como ciencias sociales y economía. Lo reiteramos, puesto que pueden aquí aprovecharse, pero al nivel que corresponde al alumno, como punto de enlace para que tenga una visión global del significado del DINERO.

Puesto que el alumno está acostumbrado a intercambiar con otros compañeros cromos, tebeos y otros objetos, se da cuenta de que la moneda es un elemento más de intercambio. Por ello es conveniente que los padres establezcan juegos con los hijos, a través de monedas reales o ficticias.

La unidad de medida en nuestro caso es la peseta, y en este caso tampoco las unidades corresponden a un sistema de base 10.

Para hacer operaciones utilizamos ya el concepto de medida de la magnitud precio. A este nivel se verá la medida como una correspondencia unívoca, pero sin analizar sus propiedades.

Si tomamos como unidad de medida *la peseta*, se pueden escribir medidas de todas las monedas, donde el conjunto imagen sería el de los números decimales. Se puede tomar como unidad de medida el duro y establecer las distintas equivalencias.

OBJETIVOS	ACTIVIDADES SUGERIDAS
3.3.1. Reconocer el día como la unidad principal de medida del tiempo.	— Con un calendario para consultar, contesta: ¿Cuántos días tiene cada uno de los meses del año? ¿Cuántos días tiene el año? ¿Y la semana? ¿Qué unidades de medida hemos utilizado en todas las preguntas anteriores?
3.3.2. Establecer las equivalencias entre las distintas unidades de medida del tiempo.	— Completa las frases siguientes: Un año tiene ..... días. En general decimos que un mes tiene ..... días. Una semana ..... días. Un año ..... días. Un año tiene ..... meses. Un día tiene ..... horas. Una hora tiene ..... minutos. Un minuto tiene ..... segundos.
3.3.3. Transformar unas unidades de medida en otras.	a) ¿Cuántos días hay en dos años y tres meses? b) ¿Cuántas horas son 12 días? c) Completa: 15 horas son ..... minutos. 45 minutos son ..... segundos.
3.3.4. Reconocer las distintas unidades monetarias españolas y establecer su equivalencia.	a) ¿Qué billetes circulan en la actualidad como papel moneda en España? ¿Y qué monedas? b) Intenta dibujar un billete de 100 pesetas y una moneda de 25 pesetas. c) ¿Cuántos billetes de 100 son necesarios para igualar a uno de 1.000 pesetas? ¿Por cuántas monedas de 50 pesetas se podrían cambiar un billete de 500 pesetas?
3.3.5. Transformar unas unidades de medida en otras.	a) ¿Cuántas pesetas son tres billetes de 1.000? ¿Y 4 billetes de 100? ¿Cuántas pesetas son 6 monedas de 50, 3 monedas de 25 y cuatro de 5 pesetas? b) Por 13.000 monedas de una peseta, ¿cuántas monedas de 50 pesetas se pueden dar? c) Reduce a segundos: 2 años, 3 meses, 5 días, 3 horas, 4 minutos y 10 segundos.

#### TEMA DE TRABAJO:

### 3.4. MEDIDAS DE SUPERFICIE

La noción de «magnitud superficie» es distinta del concepto de «medida de la cantidad de superficie», llamado área y así es necesario que el alumno lo capte mediante una presentación adecuada de dicha magnitud.

Se medirá en este nivel con  $\text{cm}^2$  y  $\text{dm}^2$  construidos por el alumno y se pasará al  $\text{m}^2$  como unidad funda-

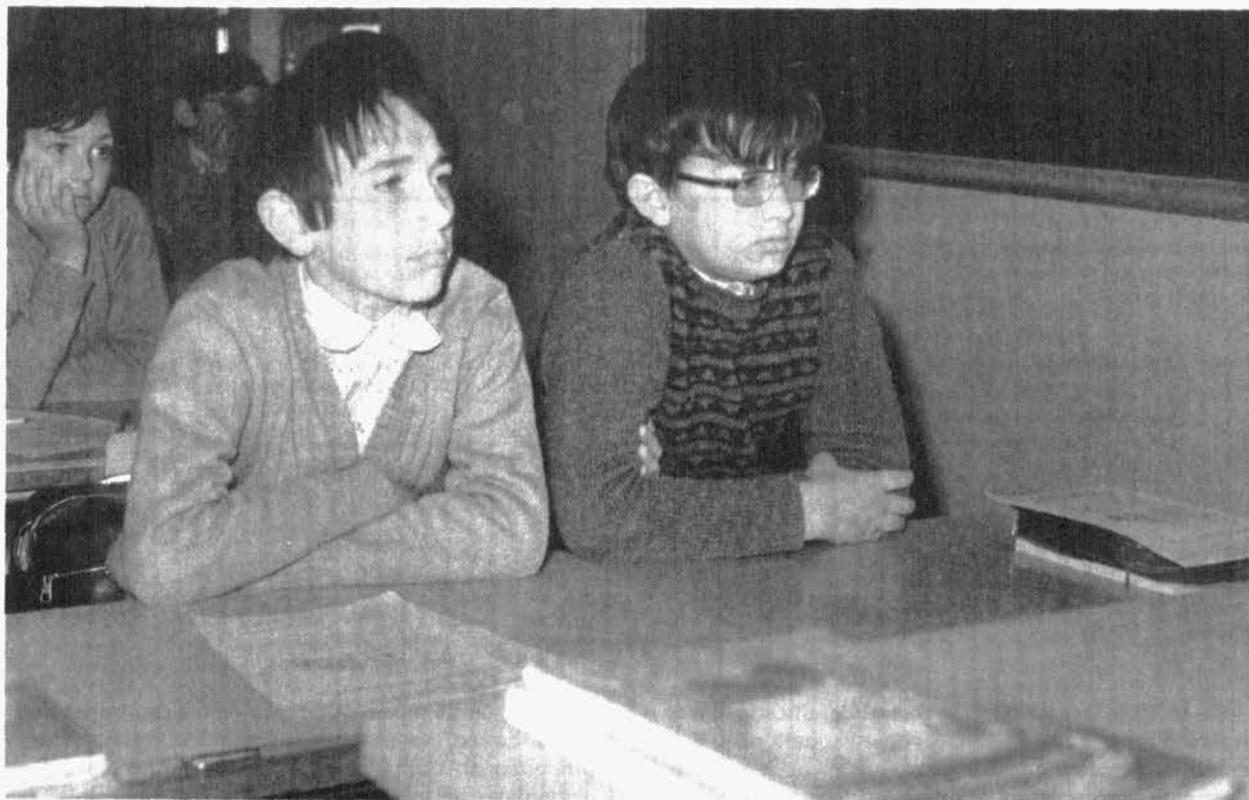
mental. Seguidamente se estudiarán múltiplos y submúltiplos del mismo, y el paso de unos a otros a través de ejemplos, concluyendo que se pasa de cualquier unidad a la inmediata superior o inferior sin más que multiplicar o dividir por 100.

Por último se le dirá que el  $\text{Dm}^2$  también se le llama área y el  $\text{Hm}^2$  hectárea (Ha.).

OBJETIVOS	ACTIVIDADES SUGERIDAS
3.4.1. Medir, experimentalmente, superficies mediante la cuadrícula.	— De un papel cuadriculado recorta un cuadrado cuyo lado sea igual a 10 lados de los cuadrados pequeños ¿Cuántos cuadraditos hay en ese cuadrado? Suponiendo que cada cuadradito midiera un centímetro de lado:

**OBJETIVOS****ACTIVIDADES SUGERIDAS**

- ¿Cuántos cm. mediría el contorno del cuadrado?  
¿Cuántos cm. mediría cada lado? ¿Cuántos dm.?  
Según esto, un cuadro de un decímetro de lado es un .....  
¿Cuántos cm.<sup>2</sup> habrá? .....
- 3.4.2. Reconocer el decímetro cuadrado y el centímetro cuadrado.
- 3.4.3. Utilizar el centímetro cuadrado, el decímetro cuadrado y el metro cuadrado para medir superficies planas muy elementales.
- 3.4.4. Conocer y expresar por manipulación y cuadrícula las medidas de superficies planas.
- 3.4.5. Reconocer los submúltiplos del metro cuadrado y pasar de unos a otros.
- 3.4.6. Resolver problemas en los que se utilicen como medidas el m.<sup>2</sup>, cm.<sup>2</sup> y el dm.<sup>2</sup>.
- Ver la actividad anterior.
- Construir en cartulina, papel charol, etc., el centímetro cuadrado y el decímetro cuadrado.
- Utilizando el cm.<sup>2</sup>, dm.<sup>2</sup> o m.<sup>2</sup>, según los casos, mide la superficie de:
- 1) Una hoja de tu cuaderno.
  - 2) La tapa de una caja de cerillas.
  - 3) La mesa de tu Profesor.
- En una hoja cuadrículada dibuja una casita. Cuenta los cuadros que ocupa.
- Reduce:
- |                               |                 |                                  |                 |
|-------------------------------|-----------------|----------------------------------|-----------------|
| 17 cm. <sup>2</sup> a .....   | m. <sup>2</sup> | 897 mm. <sup>2</sup> a .....     | m. <sup>2</sup> |
| 89,4 dm. <sup>2</sup> a ..... | m. <sup>2</sup> | 1.975,7 dm. <sup>2</sup> a ..... | m. <sup>2</sup> |
- ¿Cuántos cuadraditos de 1 cm.<sup>2</sup>, podrías recortar si tienes tres cartulinas de 0,1 m.<sup>2</sup>, 25,5 dm.<sup>2</sup> y 200 cm.<sup>2</sup>?



# Bloque temático n.º 4

## TOPOLOGIA Y GEOMETRIA

### INTRODUCCION

Partiendo de las experiencias topológicas y geométricas del Ciclo Preparatorio, se analizarán aquí los elementos fundamentales del plano: punto, recta, semiplano, semirecta, segmento, etc., intentando dar una definición de tipo analítico o constructiva.

La geometría que se desarrollará en este nivel es la geometría del plegado. Mediante plegado se construirán rectas, regiones angulares, ángulos, rectas perpendiculares, etc.

Se hará una introducción experimental a las simetrías y a los movimientos y se iniciará al alumno en el último curso en el manejo de la regla y compás que continuará y se desarrollará en el Ciclo Superior.

Se puede considerar como figura fundamental en el plano el triángulo, y a partir de ella, mediante triangulaciones, se pueden construir todos los polígonos. Una vez construidos se considerará el polígono como parte de plano limitado por una línea poligonal y se hará la clasificación de los polígonos. Se introducirá también la circunferencia y el círculo.

Se estudiarán los ángulos y su clasificación siempre de forma constructiva.

En el espacio se estudiarán de forma descriptiva las pirámides, los prismas, el cono, el cilindro y la esfera. Las pirámides y prismas los reconoce el alumno en el Ciclo Preparatorio; aquí se trata de observar y describir algunas de sus propiedades y extender el reconocimiento y descripción a los cuerpos redondos. El estudio de la geometría del espacio continuará en el Ciclo Superior con el estudio de algunas propiedades métricas y afines.

— Las dificultades son varias

- a) La confusión de línea poligonal con polígono, de circunferencia con círculo, de ángulo con región angular, etc.
- b) Las construcciones con regla, escuadra y compás.

— La geometría es una de las partes de la matemática que presenta un contenido más amplio para interrelación con otras materias, generalmente Ciencias, como son las Ciencias Naturales, la Química, la Geografía, la Estadística y muy particularmente la Física.

Este bloque se divide en cuatro temas de trabajo.

### TEMAS DE TRABAJO:

- 4.1. Elementos y figuras geométricas en el plano.
- 4.2. Igualdad en el plano.
- 4.3. Medida de figuras planas.
- 4.4. Geometría en el espacio.

### TEMA DE TRABAJO:

## 4.1. ELEMENTOS Y FIGURAS EN LA GEOMETRIA DEL PLANO

En el Ciclo Inicial el alumno ha identificado líneas rectas y curvas; aquí se trata de que llegue a distinguir mediante procesos constructivos línea recta, semirecta, segmento, punto como intersección de rectas y plano.

La noción de plano, que no se define por ser un concepto básico, se introducirá mediante ejemplos que proporcionen claridad sobre las dos propiedades fundamentales del plano: ilimitación y curvatura nula.

La recta se puede introducir como un doblado en el plano, pero teniendo precaución para que el alumno no la considere limitada. Mediante la geometría del plegado y valiéndose del recurso didáctico del color se irán introduciendo los restantes elementos, así como el nombre y el símbolo.

El ángulo se presentará mediante experiencias, sin ningún tipo de definición, aunque se procurará que el alumno sepa distinguir los elementos que forman un ángulo, construir por doblado rectas perpendiculares como aquellas que forman cuatro regiones angulares iguales y ángulo recto como el formado por dos rectas perpendiculares o como aquél que es igual a su adyacente.

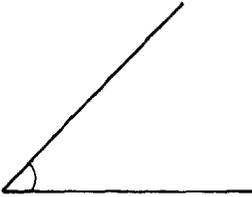
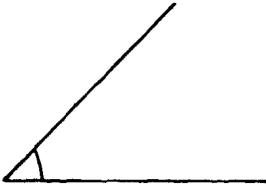
En el Ciclo Inicial se han reconocido polígonos hasta el pentágono; se extenderá el reconocimiento a otros polígonos y se estudiarán las propiedades afines de ellos y las propiedades métricas, en el caso de triángulos y cuadriláteros regulares. Se procurará que los alumnos

construyan polígonos, bien mediante plegado, triangulaciones o de otras formas.

La circunferencia y el círculo son de fácil comprensión. Si se indica al alumno que dibuje la circunferencia y el círculo realiza el mismo dibujo. ¿Sabe distinguir la circunferencia como línea curva, cerrada y el círculo como porción de plano cuyo borde es la circunferencia? Se ha de insistir en evitar dicho error proporcionando al alumno el concepto y no la definición memorística. Se completará la adquisición de estos conceptos con el reconocimiento y representación gráfica del centro, radios, diámetros tangentes, secantes, cuerdas, semi-circunferencias, semicírculo, sector circular, segmento circular y corona circular.

Se intentará desarrollar la capacidad de observación, representación gráfica, análisis y síntesis, así como la creatividad y la precisión en el lenguaje adquiriendo un vocabulario básico.

OBJETIVOS	ACTIVIDADES SUGERIDAS
4.1.1. Reconocer superficies planas y curvas entre objetos de uso corriente.	<ul style="list-style-type: none"> <li>a) Indica tres cosas de la clase que tengan superficie plana.</li> <li>b) Indica tres cosas que tengan superficie curva.</li> </ul>
4.1.2. Reconocer que el plano es ilimitado y que su representación es convencional.	<ul style="list-style-type: none"> <li>— ¿Qué forma tiene un plano? ¿Por qué?</li> <li>¿Qué quiere decir ilimitado?</li> </ul>
4.1.3. Identificar la recta como frontera común de dos semiplanos.	<ul style="list-style-type: none"> <li>— Coge una cuartilla a la que consideramos la representación convencional de un plano. Dobra sólo una vez la cuartilla. ¿Cómo llamaremos a cada una de las partes que delimita el pliegue? ¿Qué frontera tienen esas dos partes? ¿Cómo llamaremos a la frontera de dos semiplanos? Según esto define qué es una recta.</li> </ul>
4.1.4. Identificar el punto como la intersección de dos rectas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Toma una cuartilla a la que consideramos la representación convencional de un plano. Haz dos pliegues que se corten. Marca la intersección o corte de los dos pliegues. ¿Cómo lo has marcado? Define qué es un punto.</li> </ul>
4.1.5. Reconocer y diferenciar semirrectas y segmentos como subconjuntos del plano. Reconocer sus bordes.	<ul style="list-style-type: none"> <li>a) En el plano P que hay dibujado indica cuál es la recta, semirrecta y segmento.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>b) ¿Están en el plano? ¿Son subconjuntos del plano?</li> </ul>
4.1.6. Identificar la región angular como la intersección de dos semiplanos. Reconocer su borde.	<ul style="list-style-type: none"> <li>a) Dibuja un plano. Traza en él dos rectas que se corten. Colorea cada una de las cuatro partes en que ha quedado dividido con un color diferente.</li> <li>b) ¿Cómo se llama cada una de esas partes?</li> </ul>

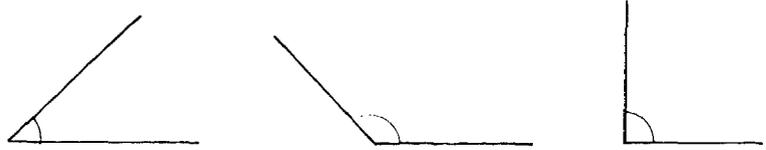
OBJETIVOS	ACTIVIDADES SUGERIDAS
	c) Observa que cada región angular es la intersección de los dos semiplanos en que se dividió el plano con cada recta. Define. ¿Qué es una región angular?
<b>4.1.7. Reconocer las cuatro regiones angulares que se determinan al cortarse dos rectas.</b>	— Dobra una cuartilla o cartulina que represente un plano en dos pliegues que se corten. ¿Qué nombre recibe cada una de las partes formadas por los pliegues al cortarse?
<b>4.1.8. Identificar el ángulo como el conjunto de todas las semirrectas que se puedan trazar en una región angular cuyo origen está en el vértice.</b>	— En una región angular dibuja todas las semirrectas que puedas con origen en el vértice de la región. ¿Qué nombre recibe el conjunto de todas estas semirrectas?
<b>4.1.9. Reconocer y distinguir las diferentes clases de ángulos en relación con la región angular que ocupan.</b>	a) ¿Cómo se llamará el ángulo que ocupa una región angular? Dibújalo. b) ¿Cómo se llama el ángulo que ocupa dos regiones angulares? Dibújalo. c) ¿Cuántas regiones angulares ocupa un ángulo cóncavo? Dibújalo. d) ¿Cómo se llama el ángulo que ocupa las cuatro regiones angulares? Dibújalo.
<b>4.1.10. Dibujar y reconocer ángulos complementarios, suplementarios y opuestos por el vértice.</b>	— En los dibujos de uno de tus libros busca ángulos complementarios, suplementarios y opuestos por el vértice.
<b>4.1.11. Identificar los elementos de los ángulos (lados, vértices, bisectriz).</b>	a) En el ángulo dibujado marca con un punto rojo el vértice y con una cruz uno de sus lados.
	
	b) Traza en rojo la bisectriz de este ángulo.
	
<b>4.1.12. Transportar y medir ángulos.</b>	— Utilizando el <i>semicírculo graduado</i> mide distintos ángulos y anota su medida. Luego dibújalos en tu cuaderno.
<b>4.1.13. Reconocer rectas perpendiculares y ángulos rectos.</b>	— Dibuja un plano. Traza en él dos rectas perpendiculares. Cada región angular de las que se han formado corresponde a un ángulo .....
<b>4.1.14. Trazar mediante plegado la bisectriz de un ángulo y la mediatriz de un segmento.</b>	— Toma una cuartilla y haz dos pliegues que se corten. Recorta una de las regiones angulares que se han formado. Marca con un punto el vértice. Repasa con una línea cada lado. Pliega la región angular de modo que los lados coincidan. Verás que el pliegue sale del vértice y divide a la región en dos partes iguales. Marca el pliegue con una línea roja. ¿Cómo se llama esa línea?

**OBJETIVOS**

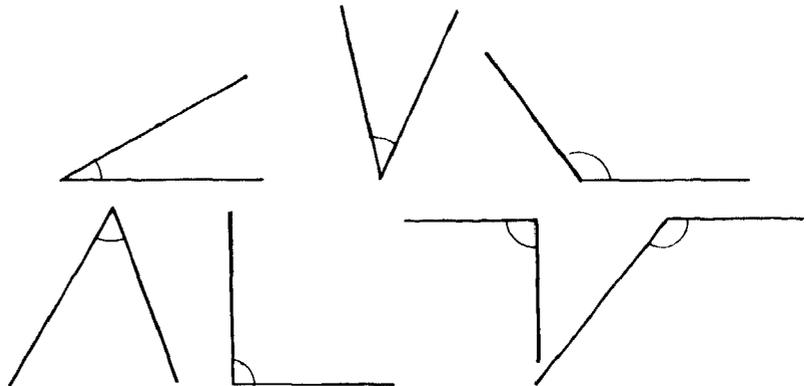
**ACTIVIDADES SUGERIDAS**

**4.1.15. Clasificar y reconocer las distintas clases de ángulos.**

- a) ¿Cómo se llama el ángulo cuyos lados son perpendiculares?
- b) Dibuja un ángulo recto y otro obtuso. Ponles el nombre.
- c) Pon el nombre a cada uno de estos ángulos.



- d) Marca con una cruz roja todos los ángulos que sean rectos. Con una cruz azul, los obtusos.

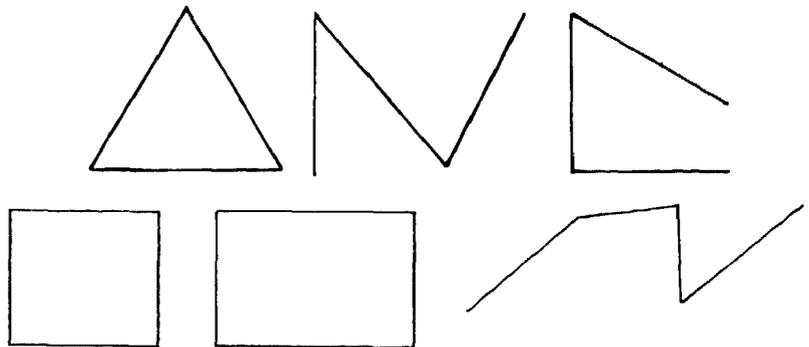


**4.1.16. Trazar perpendiculares y paralelas utilizando la regla y la escuadra.**

- Ejercicios de manejo de la regla, la escuadra, el compás, etc., trazando diferentes tipos de rectas.

**4.1.17. Reconocer líneas poligonales abiertas y cerradas.**

- a) Marca con una cruz las líneas que sean poligonales abiertas:



- b) Dibuja tres líneas poligonales abiertas y tres cerradas.

**4.1.18. Trazar polígonos mediante plegado.**

- a) Coge una cuartilla. Haz tres pliegues que se corten.  
¿Qué clase de línea poligonal se ha formado?  
¿Cómo se llama el polígono?
- b) Haz lo mismo que en el ejercicio anterior pero con cuatro, cinco, seis, plegados. Recuerda que cada plegado debe cortar sólo dos plegados anteriores.

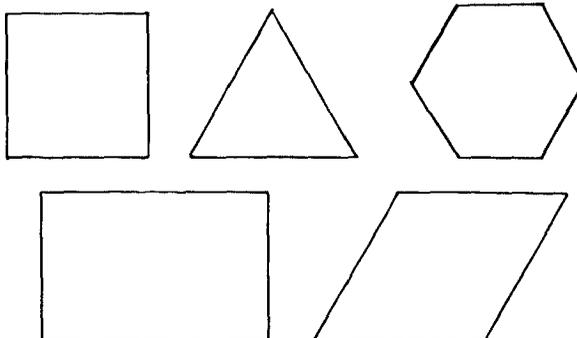
**OBJETIVOS****ACTIVIDADES SUGERIDAS**

4.1.19. Construir polígonos mediante triangulaciones.

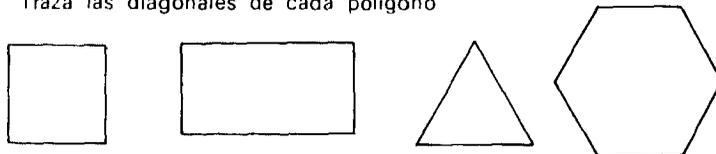
a) Dibuja de varias maneras triángulos consecutivos de manera que se formen polígonos.

4.1.20. Identificar lados, vértices diagonales y ángulos de un polígono.

a) En los polígonos siguientes haz un punto rojo sobre cada vértice.



b) Traza las diagonales de cada polígono



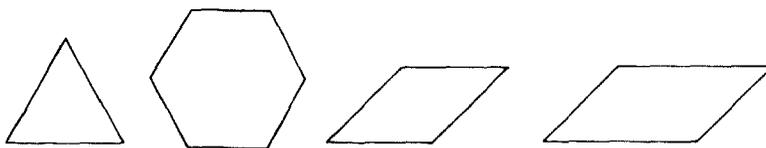
4.1.21. Clasificar y reconocer las diversas clases de polígonos:

- Triángulos: por sus lados y por sus ángulos.
- Cuadriláteros: cuadrado, rectángulo, rombo, romboide, trapecio y trapezoide.
- Polígono regular: pentágono, hexágono, etc.

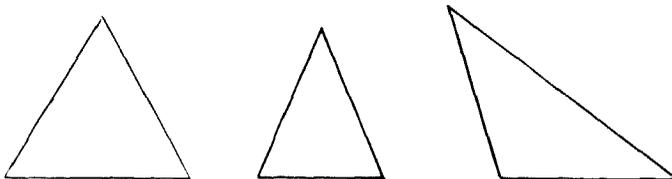
a) Escribe debajo de cada figura su nombre:



b) Escribe igualmente el nombre de cada polígono:



c) Di el nombre de cada triángulo según sus lados:



d) Di el nombre de cada triángulo según sus ángulos.

4.1.22. Reconocer y distinguir circunferencia y círculo, así como arco, cuerda, radio, tangente, secante, diámetro, semicircunferencia y semicírculo.

a) Di la diferencia que hay entre circunferencia y círculo.

b) Un niño va a una plaza de toros y dice: «El ruedo de la plaza es un círculo y la barrera es una circunferencia.

¿Es correcto lo que ha dicho ese niño?

---

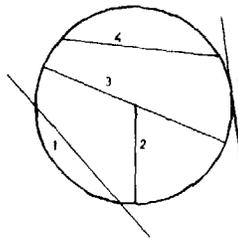
**OBJETIVOS**

---

**ACTIVIDADES SUGERIDAS**

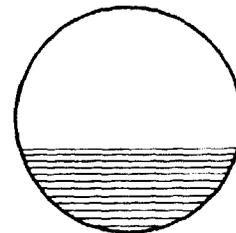
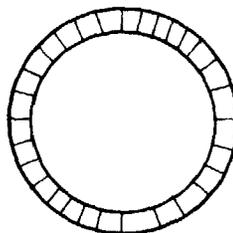
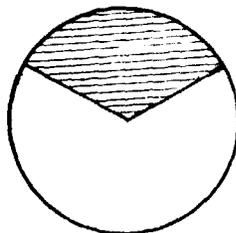
---

- c) Di el nombre de cada una de las líneas que se han numerado en la circunferencia dibujada.



- 4.1.23. Reconocer figuras circulares: corona circular, sector circular y segmento circular.**

- Pon el nombre de cada una de las partes rayadas en las siguientes figuras:



- 4.1.24. Inferir por vía experimental la relación existente entre el diámetro y la circunferencia, llegando a obtener la fórmula para calcular la longitud de la misma.**

- a) Escribe la fórmula de la longitud de la circunferencia.  
b) Escribe la fórmula de la superficie del círculo.  
c) ¿Qué valor tiene el número  $\pi$ ?

---

**TEMA DE TRABAJO:**

## 4.2. IGUALDAD EN EL PLANO

La geometría del plegado nos introduce en el campo de los movimientos matemáticos.

En el cuarto nivel se abordarán las simetrías y en quinto los giros y traslaciones.

Las simetrías son generadoras del grupo de los movimientos. Las traslaciones y los giros son composiciones de simetrías. Todo movimiento directo o inverso puede descomponerse en un producto par o impar de simetrías.

El concepto de igualdad en el plano está asociado desde el principio al concepto de simetría. En un primer momento el niño construye figuras iguales o comprueba si lo son doblando y calcando; posteriormente, las técnicas de dibujo y transporte harán que el niño maneje este concepto de igualdad de distinta manera.

Las transformaciones geométricas (simetrías, giros y

traslaciones) se iniciarán buscando las transformaciones de figuras y no de puntos, pues así se favorece más la idea intuitiva de igualdad que el niño tiene.

La mayoría de los teoremas y propiedades de la geometría euclidiana se basan en las nociones de igualdad, paralelismo y perpendicularidad; por ello, el manejo de simetrías, giros, traslaciones y comprensión de sus propiedades es un útil imprescindible para el estudio de la geometría en el Ciclo Superior.

Sería muy de desear que, una vez el niño iniciado en la técnica del plegado, descubriera por sí mismo propiedades de las figuras e inventara construcciones, con lo cual habríamos conseguido un objetivo fundamental: el desarrollo de la creatividad y el dominio de una técnica y de unas nociones básicas.

---

**OBJETIVOS**

---

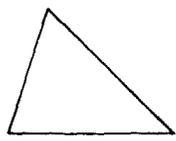
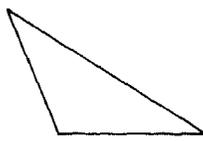
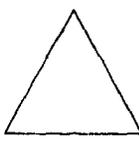
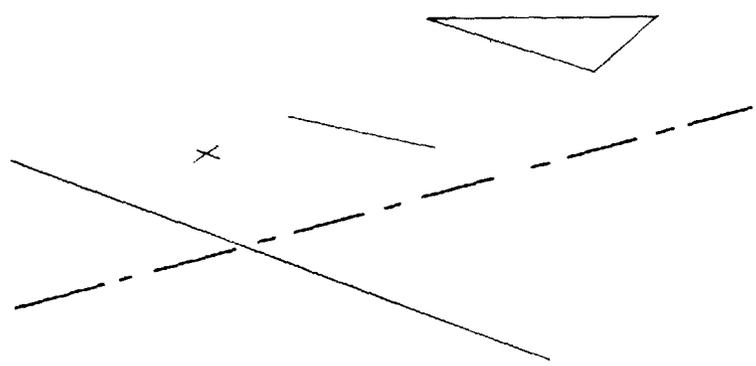
**ACTIVIDADES SUGERIDAS**

---

- 4.2.1. Reconocer mediante doblado figuras geométricas simétricas.**

- Coge una cuartilla y mediante doblado construye figuras geométricas.

OBJETIVOS	ACTIVIDADES SUGERIDAS
4.2.2. Reconocer ejes de simetría en figuras planas.	— Dibuja un rectángulo, señalando con líneas de puntos sus ejes de simetría.
4.2.3. Dibujar figuras simétricas de rectas, segmentos, puntos, polígonos.	— Construye las figuras simétricas de las dadas.
4.2.4. Construir mediatrices y bisectrices como aplicación de las propiedades de la simetría.	— En estos triángulos faltan mediatrices y bisectrices. Dibújalas. ¿En el triángulo equilátero, qué tienen en común?
4.2.5. Construir frisos mediante el concepto de traslación y giro.	— En un papel transparente haz un dibujo, dobla el papel y cálcalo. Repite lo mismo con el dibujo obtenido. Después de hacerlo varias veces, extiende el papel y observa el dibujo.
4.2.6. Construir figuras iguales mediante traslaciones y giros.	— Ver actividad del objetivo anterior.



**TEMA DE TRABAJO:**

### 4.3. MEDIDAS DE FIGURAS PLANAS

Se medirán contornos de polígonos (perímetros) y superficies (áreas).

La medida de superficies, en el caso de rectángulos,

cuadrados y triángulos, se iniciará experimentalmente mediante la cuadrícula y por aproximación se hallará el área de otras figuras planas.

OBJETIVOS	ACTIVIDADES SUGERIDAS
4.3.1. Calcular perímetros de los polígonos.	a) Calcula el perímetro de un cuadrado de 18 m. de lado. b) Calcula el perímetro de un rectángulo que mide 27 m. de largo y 18 m. de ancho.

---

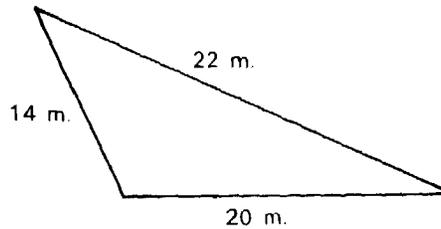
**OBJETIVOS**

---

**ACTIVIDADES SUGERIDAS**

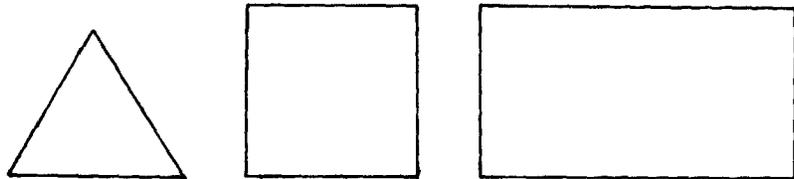
---

c) Calcula el perímetro del triángulo del dibujo:



**4.3.2. Distinguir superficie de área y área de perímetro.**

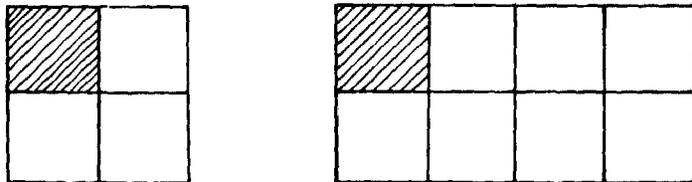
a) En los dibujos siguientes colorea la superficie y marca con un trazo grueso lo que correspondería al perímetro.



b) ¿Qué diferencia hay entre área y perímetro?

**4.3.3. Deducir la expresión matemática del área del cuadrado, rectángulo y triángulo, utilizando como medida la cuadrícula.**

a) ¿Cuántas cuadrículas hay en el cuadrado? ¿Y en el rectángulo?



b) Fórmula del área del cuadrado: ..... ; y del rectángulo .....

**4.3.4. Resolver sencillos problemas de superficies cuadradas, rectangulares y triangulares.**

— Halla el área de un triángulo de 12 metros de base y 15 metros de altura.  
Escribe la fórmula.

---

**TEMA DE TRABAJO:**

## 4.4. GEOMETRIA EN EL ESPACIO

En el espacio se estudiarán en formas descriptivas: pirámides, prismas y cuerpos redondos, pero dando opción a que la descripción tenga algunas características que no se hayan visto en cursos anteriores.

Se intentará desarrollar la capacidad de observación, de representación gráfica, de análisis y síntesis, así como la creatividad y la precisión en el lenguaje, adquiriendo un vocabulario básico.

Conviene distinguir en la descripción de estos cuerpos las características topológicas, afines y métricas.

Desde el punto de vista topológico, las superficies se consideran como fronteras de los sólidos, las líneas como fronteras de las superficies y los puntos como fronteras de las líneas.

Otras características, como las de tipo afín relacionadas con el paralelismo, intersección e incidencia de

líneas, puntos y polígonos, se estudiarán en el Ciclo Superior.

El método que se propone para la adquisición de los objetivos señalados es partir de la manipulación y

construcción plástica para llegar a un análisis y expresión verbal de los resultados obtenidos; de esta manera, los alumnos se sienten activamente integrados en el aprendizaje.

OBJETIVOS	ACTIVIDADES SUGERIDAS
<b>4.4.1. Describir los elementos fundamentales a considerar en los poliedros, prismas y pirámides.</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>— En algunos poliedros, señala las caras y los ángulos indicando si son diedros, triedros...</li><li>— Señalar las aristas y los vértices, así como el número de caras y su nombre.</li></ul>
<b>4.4.2. Construir, con cartulina, prismas y pirámides.</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>a) Con cartulina, construye un prisma cuadrangular y otro hexagonal.</li><li>b) Construye también una pirámide cuadrangular.</li></ul>
<b>4.4.3. Reconocer y distinguir cuerpos redondos: el cilindro, el cono y la esfera.</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>a) Entre un grupo de cuerpos geométricos distingue los cuerpos redondos.</li><li>b) Pon el nombre a cada uno de estos dibujos:</li><li>c) Con cartulina construye un cilindro.</li><li>d) Construye también un cono.</li></ul>
<b>4.4.4. Describir los elementos fundamentales a considerar en los cuerpos redondos.</b>	<ul style="list-style-type: none"><li>a) Dibuja un cono. Pinta de rojo la altura y de verde la generatriz. Haz un punto azul en el vértice.</li><li>b) Dibuja un cilindro. Pinta de rojo la altura y de verde la generatriz.</li></ul>



# CICLO SUPERIOR

## INDICE

### Bloque temático

#### 1. CONJUNTOS NUMERICOS

##### Tema de trabajo:

- 1.1. El conjunto de los números enteros. El conjunto de los números racionales. Números decimales que no son racionales.

### Bloque temático

#### 2. DIVISIBILIDAD EN $\mathbb{N}$

##### Tema de trabajo:

- 2.1. Divisibilidad en  $\mathbb{N}$ .

### Bloque temático

#### 3. GEOMETRIA PLANA

##### Tema de trabajo:

- 3.1. Figuras geométricas fundamentales: Caracterización.
- 3.2. Medidas de longitudes, amplitudes y superficies.
- 3.3. Igualdad y semejanza en el plano.

### Bloque temático

#### 4. FUNCIONES

##### Tema de trabajo:

- 4.1. Funciones.

### Bloque temático

#### 5. POLINOMIOS

##### Tema de trabajo:

- 5.1. Polinomios: elementos que los caracterizan.
- 5.2. Operaciones con polinomios.

### Bloque temático

#### 6. PROPORCIONALIDAD DE MAGNITUDES

##### Tema de trabajo:

- 6.1. Aplicaciones lineales. Magnitudes proporcionales.
- 6.2. Aplicación a problemas clásicos de la Aritmética.
- 6.3. Proporcionalidad geométrica y su relación con la medida.

### Bloque temático

#### 7. GEOMETRIA DEL ESPACIO

##### Tema de trabajo:

- 7.1. Relación de perpendicularidad y paralelismo en el espacio. Descripción, construcción y reconocimiento de cuerpos geométricos.
- 7.2. Medida de superficies y volúmenes.

### Bloque temático

#### 8. ESTADISTICA DESCRIPTIVA

##### Tema de trabajo:

- 8.1. Estadística descriptiva.

# Bloque temático n.º 1

## CONJUNTOS NUMERICOS

*En el nivel de E.G.B. se estudian el conjunto de los números naturales ( $N$ ), el de los números enteros ( $Z$ ) el de los números racionales ( $Q$ ) y algunos números irracionales.*

*Este bloque temático enlaza con el ciclo preparatorio y medio de E.G.B. en el que ya se estudió el conjunto  $N$  y sus operaciones, el conjunto de los números decimales racionales en su estructura aditiva.*

*Se trata ahora de introducir el conjunto  $Z$  con sus operaciones, lo cual comporta la dificultad de la presencia de los números negativos, y el conjunto  $Q$  con sus operaciones que lleva la dificultad de los números negativos fraccionarios.*

*No se pretende llegar a formalizar la estructura de anillo en  $Z$  o de cuerpo en  $Q$ , sino un objetivo más operativo, reconocer las distintas clases de números y lograr los automatismos del cálculo con ellos, hasta la radicación en  $Q$ . Logrados estos objetivos, será posible en Bachillerato la sistematización y formalización de los conjuntos numéricos estudiados, ampliándolos a  $R$  (conjunto de los números reales) y  $C$  (conjunto de los números complejos).*

*La propuesta de eliminar las construcciones de los conjuntos y el estudio de las estructuras se justifica por el hecho de que para llegar a abstraer la noción de estructura es necesario haber manejado muchos*

*casos particulares; por eso creemos que su lugar adecuado está en B.U.P., donde el alumno, con más madurez psicológica, puede sistematizar los conocimientos adquiridos anteriormente.*

*Por ser el número la base de la aritmética y el instrumento necesario en toda cuantificación, las relaciones interdisciplinares son obvias en todo proceso cuantitativo.*

*Puesto que  $N$  está contenido en  $Z$  y éste en  $Q$ , es evidente que el alumno que sepa operar en  $Q$  sabrá hacerlo en  $Z$ . Por este motivo los objetivos que proponemos como elemento final del proceso al terminar 8.º de Educación General Básica mezclan las operaciones en ambos conjuntos, si bien desde un punto de vista pedagógico parece que sería más acertado conseguir los automatismos en  $Q^+$  luego en  $Z$  y luego en  $Q$ .*

*Queremos dejar bien claro que la mayoría de los objetivos de este núcleo temático no se pueden conseguir en un solo curso y por ello dejamos al criterio del profesor que desarrolle la parte que crea más conveniente cada año, según las características de sus alumnos, para que al finalizar el Ciclo Superior de Educación General Básica esté todo el objetivo conseguido.*

*Este bloque temático estudia tres conjuntos fundamentales.*

**Conjunto de números enteros ( $Z$ ).**  
**Conjunto de números racionales ( $Q$ ).**  
**Números decimales no racionales.**

## CONJUNTO DE LOS NUMEROS ENTEROS $Z$

En  $N$  no siempre es posible la sustracción de dos números. Para que la sustracción sea operación y, por tanto, se pueda realizar siempre, es necesario hacer una extensión algebraica de  $N$  a  $Z$ . El conjunto  $Z$  así obtenido conserva las mismas propiedades que  $N$  respecto a la operación adición.

Se pretende que el alumno conozca los números enteros y sepa ordenarlos, que distinga  $N$  y  $Z$  y que consiga los automatismos de las operaciones hasta llegar a potencias de números enteros con exponente natural (puesto que una potencia de base entera y exponente negativo da lugar a un número racional).



OBJETIVOS	ACTIVIDADES SUGERIDAS															
1.1.4. Adquirir el concepto de operación adición en Z y Q.	1. Escribir en qué consiste y cómo se realiza la operación adición con números racionales.															
1.1.5. Lograr los automatismos del cálculo de sumas y restas en Z y Q, aplicando las propiedades de la adición.	1. Comprobar las propiedades de la suma: ¿A qué propiedades se hace referencia en las igualdades siguientes? a) $3/5 + (6 + 1/2) = (6 + 3/5) + 1/2$ . b) $(2/3 + 4) = (4 + 2/3)$ . 2. Escribir los opuestos de $(-3/5)$ , $2/3$ , $3$ , $(-4)$ y explicar por qué lo son: 3. Completar la tabla: <table border="1" style="margin-left: 20px; margin-top: 10px;"> <thead> <tr> <th style="text-align: center;">Referencial</th> <th style="text-align: center;">Opuesto</th> <th style="text-align: center;">Opuesto del opuesto</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">-5</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: center;">-4</td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">2/3</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;">-1/5</td> </tr> </tbody> </table>	Referencial	Opuesto	Opuesto del opuesto	-5				-4				2/3			-1/5
Referencial	Opuesto	Opuesto del opuesto														
-5																
	-4															
		2/3														
		-1/5														
1.1.6. Resolver problemas relacionados con la operación suma.	1. Efectuar operaciones de suma y resta con números enteros y racionales: a) $[(+3) + (-5) + (+8)] - [(-4) + (-3) + (+1)] =$ b) $2/5 + 1/8 + 3/4 + (-7/3) =$ 2. Calcular, simplificando, el resultado de las operaciones suma y resta de números enteros y racionales: $(3/5 - 2/3) - (5/6 - 1) - (3/2 + 1) - (4 - 2/3) =$ 3. Un obrero puede hacer una obra en 20 días y otro lo puede hacer en 18 días. ¿Qué parte de la obra podrán hacer los dos en un día? ¿Cuánto tiempo tardarán en hacer el trabajo entre los dos juntos? 4. Un grifo llena un depósito en 10 horas y un desagüe lo vacía en 15 horas. Estando el depósito vacío y abriendo el grifo y desagüe a la vez, ¿cuánto tiempo tardaría en llenarse el depósito?															
1.1.7. Adquirir el concepto de operación multiplicación en Z y Q.	1. Explicar en qué situaciones se realiza una operación de multiplicar en Q y cómo se hace. Comprobar las propiedades del producto mediante ejercicios: Ejemplo: $3/4 \cdot 2/5 \cdot (-1/6) =$ Indicar qué propiedad se ha utilizado.															
1.1.8. Adquirir los automatismos para multiplicar y dividir en Z y Q aplicando las propiedades de la multiplicación.	1. Comprobar si es cierta la siguiente igualdad. Decir a qué propiedad se hace referencia: $2 \cdot 1/5 = 1/5 \cdot 2$ 2. Escribir el inverso de: $3$ , $(-2)$ , $3/5$ , $(-2/3)$ y explicar por qué son inversos. 3. Ejercicios de adquisición de automatismos de producto y cociente en Z y Q. 4. Calcular y simplificar el resultado: $\frac{4/5 + 3}{2/3 - 4} \cdot \frac{1/3 - 1/4}{1/5} =$ $3 \left( \frac{2}{3} - \frac{1}{3} \right) - \left( \frac{4}{5} + 1 \right) =$ $3 + 1/5$ 5. $(3/5 + 4) \cdot (2/3 - 1/2) : (3/5 - 1/2) =$ 6. Sacar factor común: $(16 + 24 - 56) =$ $(6 + 15/2 - 25/2 + 72 - 42) =$															

**OBJETIVOS**

**ACTIVIDADES SUGERIDAS**

7. Calcular:  
 $3/5/2/3$  y  $2/3/3/5$  y compara los resultados.
- 1.1.9. **Resolver problemas relacionados con esta operación.**
- Problemas de aplicación de las propiedades del producto.  
 Un señor reparte los  $2/3$  de su hacienda que equivale a 412.000 ptas. entre sus tres hijos, ¿cuánto corresponde a cada uno?
  - Comprobar con este ejemplo qué propiedad se cumple:  
 $2/3 (3/4 + 5/6) = (2/3 \cdot 3/4) + (2/3 \cdot 5/6) =$
  - Los  $2/5$  de los  $3/4$  de un número es 180. Halla dicho número.
- 1.1.10. **Escribir fracciones en forma de número decimal y viceversa.**
- Indicar qué fracciones dan lugar a un número decimal exacto, periódico y periódico mixto:  
 $1/7, 1/5, 3/4, 2/15, 1/3, 5/6.$
  - Hallar generatrices de números decimales, indicando cómo son cada uno de estos números:  
 Ejemplo: 0,37 ; 2,56 ; 4,37 ; 0,357.
- 1.1.11. **Adquirir los automatismos en las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división de números decimales.**
- Efectuar sumas, diferencias, productos y cocientes con números decimales:  

$$\frac{(4,536 + 0,021) \cdot (17,352 - 4,001)}{(5 - 0,172) \cdot 4,36} =$$

$$\frac{(37,5 \cdot 100 + 17 : 100) \cdot 10}{10.000} =$$
  - Comprobar las equivalencias entre números decimales y fracciones decimales mediante operaciones con dichos números:  
 a)  $0,3 + 0,01 + 0,71 = 3/10 + 1/100 + 71/100 = \frac{102}{100} = 1,02$   
 b)  $0,3 \times 0,02 = 3/10 \times 2/100 = 6/1.000 = 0,006.$   
 c)  $0,008 : 0,2 = 8/1.000 : 2/10 = 4/100 = 0,04.$
- 1.1.12. **Adquirir los automatismos de las operaciones con potencias en los conjuntos N, Z y Q (excepto potencias de exponente racional y base negativa).**
- Efectuar potencias en N, Z y Q.  
 a)  $(2/3)^2 \cdot (2/3)^3 \cdot (2/3)^4 =$   
 b)  $((1/5)^4)^3 =$
  - Escribe en forma de potencia el producto de factores iguales:  
 $a =$  ;  $a \cdot a =$  ;  $a \cdot a \cdot a =$
  - Desarrollar.  
 $(2a + b)^2 =$  ;  $(3/5a + 2b)^3 =$
- 1.1.13. **Adquirir los mecanismos necesarios para realizar las operaciones con radicales, excepto radicación con números negativos.**
- Realizar operaciones de radiación:  
 a)  $\sqrt{3} - \sqrt{300} + \sqrt{243}$       c)  $(\sqrt{a^2b^3c}) =$   
 b)  $\frac{8 \sqrt[3]{4a^2b^3}}{2 \sqrt[4]{4a^2b^2}} =$       d)  $\sqrt[3]{64} =$   
 e)  $\sqrt{127,3}$ . Efectuar la raíz aproximando el resultado hasta las centésimas.  
 f)  $\frac{4}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} =$       h)  $\frac{2}{1 - \sqrt{3}} =$   
 g)  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{2} - \sqrt{3}} =$

---

**OBJETIVOS**

---

**ACTIVIDADES SUGERIDAS**

---

1.1.14. Adquirir los mecanismos de simplificación de fracciones algebraicas.

1. Realizar ejercicios de simplificación de fracciones:

a)  $\frac{36a^2 - 24a^3}{72a^5 - 48a^6} =$

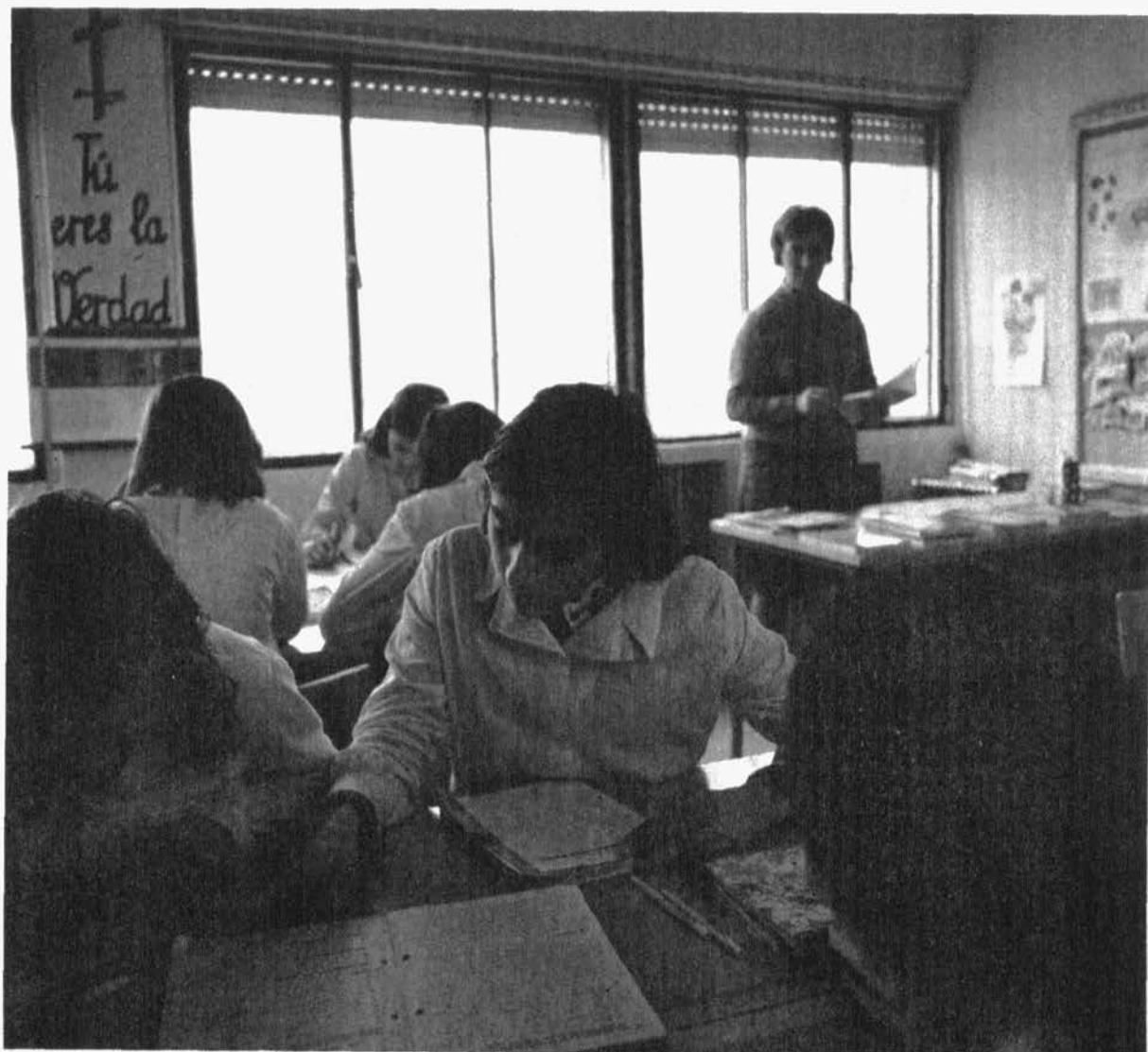
b)  $\frac{4 + 4a + a^2}{2 + a} =$

c)  $\frac{16 - a^2}{4 + a} =$

2. Simplificar:

$$\frac{x^4 - 16}{x^2 - 4x + 4} =$$

---



## Bloque temático n.º 2

# DIVISIBILIDAD EN $\mathbb{N}$

Los conjuntos de los números naturales y enteros son muy importantes. Constituyen una rama de la Matemática llamada teoría de números. Entre los apartados que abarca, sin duda uno de los más interesantes es el de la divisibilidad. El tema está originado por la no existencia de elemento inverso en estos conjuntos. En los racionales, como si existe, cualquier número es divisible por otro, pues  $a : b = a/b$ .

Además, la teoría de la divisibilidad da lugar a un sinfín de problemas curiosos, a los que no se les puede aplicar el método algebraico de resolución de ecuaciones, pero que desarrollan mucho la inteligencia.

Estudiamos la divisibilidad en  $\mathbb{N}$  hasta llegar a conse-

guir el automatismo del cálculo de m.c.d. y m.c.m. de varios números, y su aplicación en las operaciones en  $\mathbb{Q}$ , así como la comprensión de problemas relacionados con estos conceptos. No abordamos la divisibilidad en  $\mathbb{Z}$  por ser más complicada, ya que hay dos elementos con inverso (+1) y (-1), lo que hace que la descomposición de un número en factores primos no sea única y complica la búsqueda de múltiplos y divisores. Ejemplo -  $36 = (-1) \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 1 \cdot (-2) \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 1 \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-3) \cdot 3 =$

Este tema continuará en el B.U.P., con la divisibilidad en dos anillos: el de los números enteros y el de los polinomios.

### OBJETIVOS

### ACTIVIDADES SUGERIDAS

- |  |  |
|--|--|
| <p><b>2.1.1. Adquirir el concepto de múltiplo y divisor y saber reconocer múltiplos y divisores.</b></p> | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Definir múltiplo y divisor de un número.</li> <li>2. Escribir múltiplos y divisores de un número dado: 21, 13, 63.</li> <li>3. Decir cuáles de las siguientes proposiciones son ciertas:               <ul style="list-style-type: none"> <li>7 es divisor de 35.</li> <li>8 es divisible por 16.</li> <li>27 es múltiplo de 9.</li> <li>15 es divisor de 15.</li> <li>58 es múltiplo de 9.</li> </ul> </li> </ol> |
| <p><b>2.1.2. Reconocer y definir números primos y compuestos.</b></p>                                    | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Dada una tabla de números, decir cuáles son primos y cuáles compuestos. Ejemplo: decir cuáles de los siguientes números son primos y cuáles compuestos: 15, 29, 79, 1.127.</li> <li>2. Escribir los 9 primeros números primos.</li> <li>3. Construir la criba de Eratóstenes hasta el 100.</li> </ol>  |
| <p><b>2.1.3. Conocer y memorizar los criterios de divisibilidad por 2, 3, 5, 9 y 11.</b></p>             | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ¿Por qué cifra hay que sustituir la X para que <math>2.4X7</math> sea divisible por 11?</li> <li>2. Escribir un número de tres cifras que sea divisible por 2, 3 y 5 simultáneamente.</li> </ol>   |
| <p><b>2.1.4. Adquirir el concepto de m.c.d. y m.c.m.</b></p>   | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Definir el m.c.d. y el m.c.m.</li> <li>2. Dados dos números, el 108 y el 180, por ejemplo, hallar, si es posible: el divisor común más pequeño, el mayor, uno intermedio, el múltiplo común más pequeño, otro cualquiera, el mayor de todos.</li> </ol>  |
| <p><b>2.1.5. Calcular el m.c.d. y el m.c.m. de dos o tres números.</b></p>                               | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Calcular el m.c.d. y el m.c.m. de varios números: 320, 525 y 360.</li> <li>2. Hallar la relación entre el m.c.d. y el m.c.m. de dos números, induciendo del cálculo en varios casos.</li> </ol>  |
| <p><b>2.1.6. Plantear y resolver problemas de m.c.d. y m.c.m.</b></p>                                    | <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Resolver problemas análogos al de los tres barcos que salen del puerto el mismo día y hacen viajes periódicos de distinta duración y se pregunta cuándo coincidirán de nuevo la próxima vez.</li> <li>2. Resolver problemas análogos al del ortoedro de aristas dadas que se quiere rellenar exactamente de cubos de la mayor arista posible.</li> </ol>   |

# CONCURSO DE MEDIOS AUDIOVISUALES PARA PROFESORES



Ministerio de Educación y Ciencia

En el «Boletín Oficial del Estado» del día 3 de abril de 1981 se publica una orden ministerial, de la que reproducimos las partes más esenciales.

**7.685 ORDEN de 24 de marzo de 1981 por la que se convoca concurso público para la realización de proyectos y creaciones audiovisuales con fines didácticos por el profesorado que preste sus servicios en Centros públicos correspondientes a los distintos niveles de enseñanza.**

## SECRETARIA GENERAL TECNICA

### CREACIONES AUDIOVISUALES

Ilmo. Sr.: A fin de contribuir a la intensificación del empleo de medios audiovisuales en la enseñanza y de estimular y premiar las iniciativas en este campo del profesorado dependiente del Departamento, el Ministerio de Educación y Ciencia, a propuesta de la Comisión de Medios Audiovisuales, creada por Orden de 28 de abril de 1980, hace pública la presente convocatoria de premios para la realización de proyectos y creaciones audiovisuales con fines didácticos, con sujeción a las siguientes bases:

1.ª El concurso tiene por objeto premiar trabajos inéditos ya realizados y proyectos para la elaboración de material de paso audiovisual (diapositivas, diaporamas, transparencias), películas súper 8 mm. y 16 mm., grabaciones sonoras y composiciones que integren en un programa educativo concreto la utilización de diversos medios audiovisuales (programas multimedia).

2.ª Los trabajos y los proyectos serán valorados en función de su valor pedagógico y aplicaciones didácticas; de la viabilidad de su utilización práctica y de su conexión con los programas escolares, así como de su calidad técnica y artística.

3.ª Los trabajos y proyectos deberán versar sobre los programas escolares correspondientes a las distintas modalidades de enseñanza, debiendo especificar, en todo caso, el nivel y el curso o cursos a que va destinado.

4.ª Los premios con que está dotado el concurso son los siguientes:

#### a) *Trabajos ya realizados*

Un premio de 250.000 pesetas a la mejor realización de documentos, programas o unidades didácticas de carácter multimedia y tres accésit, dos de 125.000 pesetas y uno de 50.000.

Un premio de 200.000 pesetas para el mejor conjunto de documentos audiovisuales (diapositivas, diaporamas, transparencias, grabaciones sonoras, etc.), y tres accésit, dos de 100.000 pesetas y uno de 50.000.

#### b) *Proyectos*

Un premio de 250.000 pesetas para el mejor proyecto de utilización de documentos y programas y unidades didácticas de carácter multimedia (combinación de diversos medios audiovisuales), y tres accésit, dos de 125.000 pesetas y uno de 50.000.

Un premio de 200.000 pesetas para el mejor proyecto

de elaboración de un medio audiovisual concreto, y tres accésit, dos de 100.000 pesetas y uno de 50.000.

En el caso de proyectos se hará entrega de la mitad del premio una vez hecho público el fallo del jurado, y de la otra mitad, a la entrega de los trabajos proyectados, para cuya realización se dispondrá de un plazo que determinará oportunamente el jurado en función de las características de los proyectos premiados. Los concursantes podrán renunciar a la realización del proyecto, en cuyo caso sólo percibirán la mitad del premio.

5.ª El jurado podrá optar entre adjudicar los premios o declarar desiertos todos o alguno de ellos, en cuyo caso su dotación pasará a ampliar el número de premios de otros apartados. En todo caso las decisiones del jurado se adoptarán por mayoría y serán firmes e inapelables.

6.ª Son requisitos necesarios para participar en el concurso poseer la nacionalidad española y ser Profesor en un Centro público correspondiente a los distintos niveles y modalidades de enseñanza.

7.ª Los concursantes deberán presentar los trabajos antes del día 30 de octubre de 1981, adjuntando al material a concurso la siguiente documentación:

a) En un sobre cerrado, copia del título de nombramiento como funcionario docente y certificación del Director del Centro público acreditativo de que el concursante presta sus servicios en el mismo. En el supuesto de que el autor del trabajo sea Director de Centro, la certificación habrá de ser expedida por el Delegado provincial del Departamento. En la cubierta del sobre deberá consignarse el título de la obra a concurso.

b) Memoria descriptiva del trabajo realizado o del proyecto, explicitando: objetivos generales; interés y oportunidad del tema en relación con el desarrollo de los programas escolares del nivel o modalidad educativa de que se trate; metodología que deberá emplearse y material de equipo e instalaciones precisas para su utilización, etc. Se acompañarán asimismo, en su caso, los prototipos o muestras que procedan.

8.ª Los trabajos y proyectos, a los que habrá de acompañarse necesariamente la documentación antes reseñada, deberán ser presentados, directamente o por correo certificado, en el Registro General del Ministerio de Educación y Ciencia (Alcalá, número 34, Madrid), con la indicación «Concurso de medios audiovisuales».

9.ª El Ministerio se reserva, durante seis meses, el derecho a la reproducción, publicación y difusión de los trabajos premiados. Dentro de dicho plazo comu-

nicará a los interesados si ejerce dicho derecho. Respecto de los trabajos que sean publicados por el Departamento, se entenderá que la cuantía de los premios incluye los derechos de autor de la primera edición, dentro de los usos habituales en esta materia. Para sucesivas ediciones, el Ministerio de Educación y Ciencia convendrá con los respectivos autores las condiciones oportunas.

10. El fallo del Jurado se hará público mediante su inserción en el «Boletín Oficial del Estado», se expondrá en el tablón de anuncios de las Delegaciones Provinciales del Ministerio de Educación y Ciencia y se notificará por correo certificado a los interesados en un plazo no superior a veinte días hábiles a partir de su emisión.

11. El material que no haya sido premiado podrá ser retirado por sus autores, o personas en quienes deleguen, dentro de los treinta días naturales contados a partir de la fecha de la publicación de la resolución en virtud de la cual se otorguen los premios. En caso contrario pasarán a integrarse en los fondos del Ministerio de Educación y Ciencia.

12. Los concursantes quedan sometidos en todos sus términos a las presentes bases, así como a los acuerdos que adopte el Jurado.

13. El Jurado estará compuesto del siguiente modo:

Presidente: El Subsecretario del Ministerio de Educación y Ciencia.

Vicepresidente: El Secretario general Técnico.

Vocales: Un representante designado por la Dirección General de Educación Básica, otro por la Dirección General de Enseñanzas Medias, otro por el Instituto Nacional de Educación Especial y otro por la Junta de Construcciones, Instalaciones y Equipo Escolar, todos ellos con categoría de Subdirector general, y el Director del Servicio de Publicaciones.

Secretario: El Subdirector general de Estudios de la Secretaría General Técnica.

A la vista de los trabajos presentados, el Jurado podrá incorporar a sus trabajos los especialistas en medios audiovisuales que sea conveniente.

Madrid, 24 de marzo de 1981.

*Ortega y Diaz-Ambrona.*

Ilmo. Sr. Secretario general Técnico del Departamento.  
Presidente de la Comisión de Medios Audiovisuales.

(«BOE» 3-IV-1981)

## Bloque temático n.º 3

# GEOMETRIA PLANA

*El alumno de Educación General Básica accede al Ciclo Superior con un concepto intuitivo de los elementos y figuras geométricas y de las relaciones de perpendicularidad y paralelismo.*

*Seguiremos en este Ciclo con el estudio de la geometría intuitiva, ya que la geometría axiomática supone la existencia de ciertas estructuras mentales que todavía no poseen los alumnos de esta edad. Además, el ente geométrico se forma en la mente humana por abstracción a partir de observaciones de objetos reales y de experiencias sobre éstos; es necesario, por tanto, tener las experiencias sobre las que reposarán los axiomas.*

*Este bloque temático comprende el reconocimiento y caracterización de las figuras geométricas fundamentales y las relaciones entre sus elementos. Introducimos, también, algunas definiciones con base constructiva y la demostración de algunos teoremas cuyo apoyo gráfico permite al chico de esta edad una introducción en el razonamiento hipotético-deductivo, además de*

*estimularle en el pensamiento divergente, favoreciendo la creatividad. Las dificultades de este núcleo están en la precisión que hay que buscar en el lenguaje (definiciones correctas).*

*La base experimental y el inicio en el razonamiento permitirán en los programas de Bachillerato presentar la geometría caracterizando las figuras por relaciones numéricas que cumplen todos sus puntos.*

*La geometría presenta una estructura y contenido propios para interrelacionarse con otras ciencias, como la Química, la Geografía y las Ciencias Naturales, en especial, la Física. Conexionar la proporcionalidad con las escalas y construcción de mapas, máquinas simples, temperatura y presión, los vectores con las fuerzas, etc., constituye uno de los más atractivos campos interdisciplinarios que cualquier ciencia puede presentar y que el profesorado no debe olvidar.*

*Este bloque se divide en tres temas de trabajo.*

### TEMAS DE TRABAJO:

- 3.1. Figuras geométricas fundamentales: caracterización.
- 3.2. Medidas de longitudes, amplitudes y superficies.
- 3.3. Igualdad y semejanza en el plano.

### TEMA DE TRABAJO:

## 3.1. FIGURAS GEOMETRICAS FUNDAMENTALES: CARACTERIZACION

Enlazando con el Ciclo Medio de E.G.B. se estudian las relaciones de perpendicularidad y paralelismo entre rectas; las relaciones entre ángulos y la descripción de elementos fundamentales en los triángulos: lados, vértices, alturas, mediatrices, bisectrices, medianas, así como la clasificación y descripción de los polígonos.

Se trata de profundizar (sin abandonar el tratamiento intuitivo) en:

- a) Las construcciones gráficas con regla, escuadra y compás, mediante plegado.
- b) En el vocabulario matemático, intentando una mayor precisión en los términos utilizados y en las definiciones, que serán fundamentalmente de tipo constructivo.
- c) En la notación o simbolismo de las relaciones de perpendicularidad y paralelismo y sus propiedades.

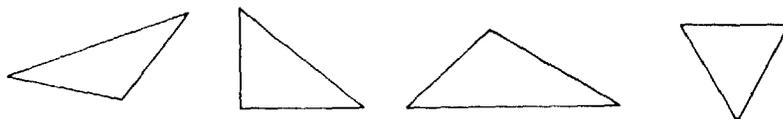
## OBJETIVOS

## ACTIVIDADES SUGERIDAS

3.1.1. Reconocer y manejar conceptos geométricos fundamentales: perpendicularidad y paralelismo, mediatriz, bisectriz, altura, mediana.

— Construcción de elementos geométricos fundamentales.

1. Con regla y cartabón, trazar una perpendicular y una paralela a una recta por un punto exterior a ella.
2. Mediante plegado, y también con regla y compás trazar la mediatriz a un segmento. Probar experimentalmente que coinciden en ambos casos, y que cualquier punto de ella equidista de los extremos del segmento.
3. Dibujar:
  - a) Angulos de lados paralelos.
  - b) Angulos opuestos por el vértice.
  - c) Angulos de lados perpendiculares.
4. Mediante plegado, y también con regla y compás, trazar la bisectriz de un ángulo. Probar experimentalmente que cualquier punto de la bisectriz equidista de los lados del ángulo.
5. Dibujar con regla y escuadra las rectas  $a$  y  $b$  en cada uno de los siguientes casos:  
 $a \perp b$       y       $a \parallel b$
6. Dibujar las tres alturas de cada uno de los triángulos de la figura.



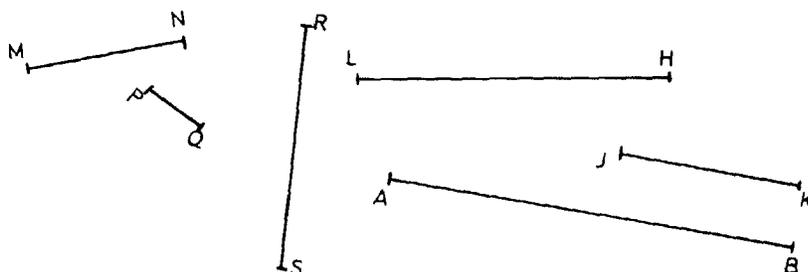
7. En cada uno de los triángulos de la actividad anterior, dibujar las mediatrices, medianas y bisectrices.  
 ¿Cómo se llama el punto en que se encuentran las tres medianas?  
 ¿Y las mediatrices? ¿Y las bisectrices?

3.1.2. Definir algunos conceptos geométricos.

1. Definir mediatriz de un segmento y bisectriz de un ángulo convexo.
2. Definir altura, mediatriz, mediana y bisectriz de un triángulo.
3. Definir segmento, ángulo, triángulo, polígono.

3.1.3. Obtener relaciones entre segmentos (relaciones de igualdad y desigualdad).

1. Expresar matemáticamente las tres posibles relaciones (de igualdad y desigualdad) entre dos segmentos  $\overline{AB}$  y  $\overline{CD}$ . Dibujar en cada caso los segmentos.
2. De los segmentos siguientes, ¿cuál es el mayor? Explicar cómo se puede comprobar dicha afirmación de dos maneras distintas.

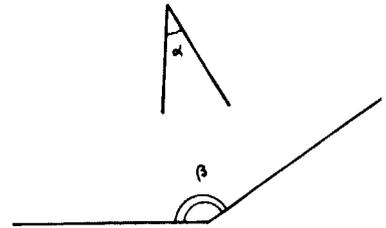
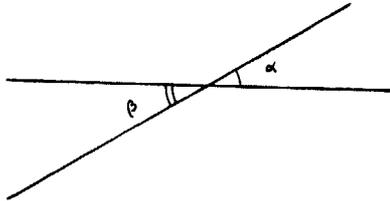
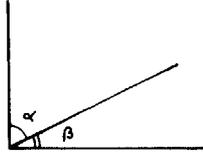


**OBJETIVOS**

**ACTIVIDADES SUGERIDAS**

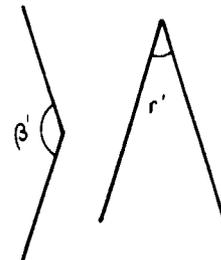
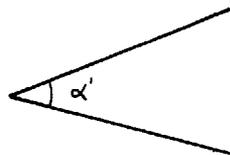
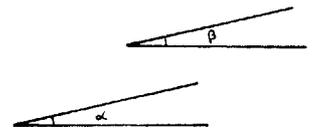
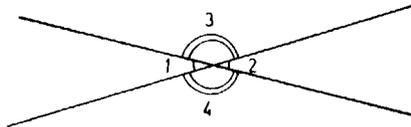
3.1.4. Identificar, reconocer y construir ángulos opuestos por el vértice, adyacentes, de lados paralelos, etcétera, y establecer las relaciones que existan entre ellos.

1. ¿Qué relación existe entre los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  en cada uno de los siguientes casos?



2. Observar los ángulos de la figura. Contestar: ¿Cómo son y qué relación existe entre los ángulos?

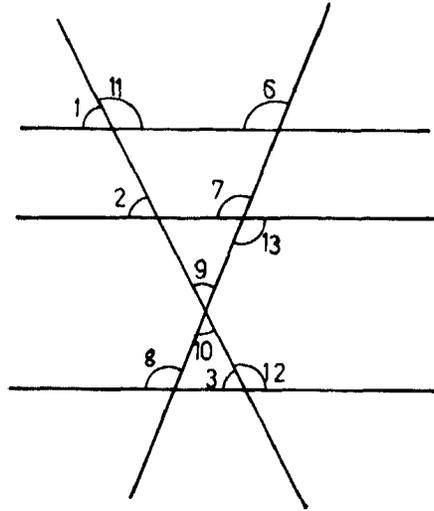
- a)  $\hat{1}$  y  $\hat{2}$ ,  $\hat{3}$  y  $\hat{4}$ ,  $\hat{1}$  y  $\hat{4}$ ,  $\hat{3}$  y  $\hat{2}$ .
- b)  $\hat{\alpha}$  y  $\hat{\beta}$ .
- c)  $\hat{\alpha}'$  y  $\hat{\beta}'$ .



**OBJETIVOS**

**ACTIVIDADES SUGERIDAS**

3. ¿Qué relaciones de igualdad y suplementariedad existe entre los ángulos que aparecen en la figura?



**3.1.5. Caracterizar arcos y ángulos centrales y arcos y cuerdas correspondientes.**

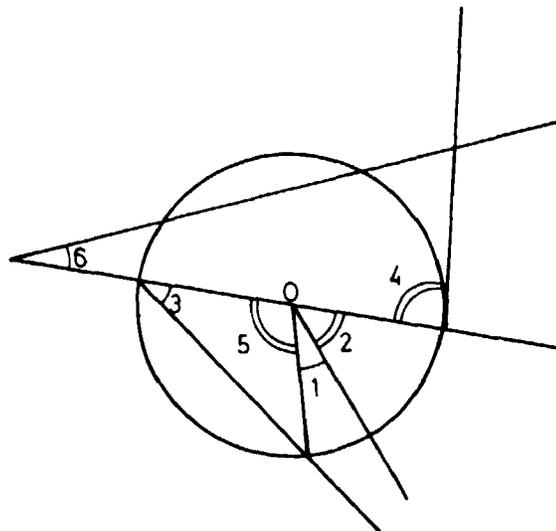
1. Dado un arco, representar el ángulo central correspondiente.
2. Dada una cuerda, señalar el arco y ángulo central correspondiente.
3. Comprobar por simetría que a cuerdas iguales corresponden arcos iguales.

**3.1.6. Distinguir posiciones relativas de dos circunferencias y las distancias entre sus centros.**

1. Representar dos circunferencias tangentes interiores.
2. Probar que la distancia entre los centros de dos circunferencias tangentes exteriores, es igual a la suma de sus radios.
3. Dibujar dos circunferencias de radio  $r$  y  $r'$  tales que la distancia entre sus centros sea menor que  $(r + r')$  y mayor que  $(r - r')$ .

**3.1.7. Construir, reconocer e identificar ángulos inscritos, circunscritos, interiores, etc., a la circunferencia.**

1. En la circunferencia del centro  $O$ , decir qué tipo de ángulo es cada uno de los señalados (1, 2, 3, 4, 5, 6).



---

**OBJETIVOS**

---

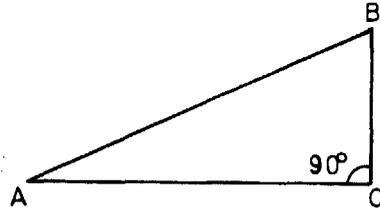
---

**ACTIVIDADES SUGERIDAS**

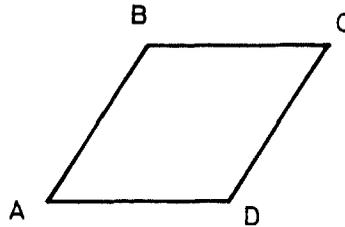
---

3.1.8. Describir, representar y caracterizar los polígonos más utilizados (triángulos, paralelogramos, etc., regulares e irregulares).

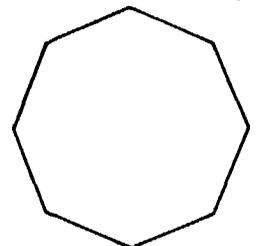
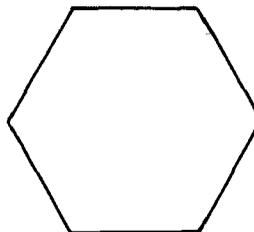
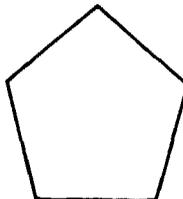
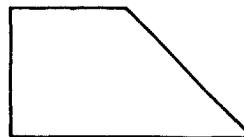
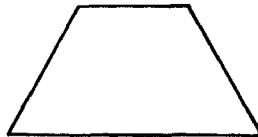
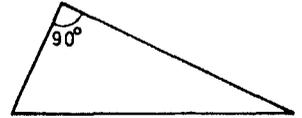
1. Dado el triángulo ABC:
  - a) Clasificarlo respecto a sus lados.
  - b) Clasificarlo respecto a sus ángulos.
  - c) Trazar la altura respecto al lado BC.
  - d) Trazar la mediana correspondiente al lado AB.



2. Clasificar y denominar el polígono ABCD. Dibujar sus diagonales, establecer la relación que existe entre ellas. ¿Qué relación existe entre los ángulos D y C?



3. Dibujar un triángulo y señalar el circuncentro. ¿Qué propiedad tiene?
4. Dibujar una circunferencia e inscribir en ella un hexágono regular. Dibujar la apotema del hexágono.
5. Enumerar los elementos característicos de cada uno de los polígonos y las relaciones lados, ángulos, lados y ángulos.



**OBJETIVOS**

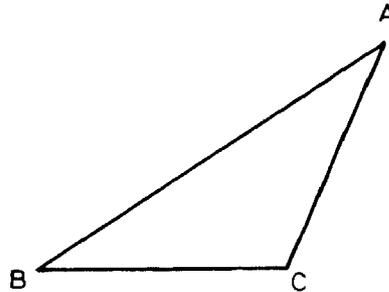
**ACTIVIDADES SUGERIDAS**

**3.1.9. Demostrar algunos teoremas de geometría elemental. (Medida de los ángulos interiores de un triángulo, exterior a un triángulo, interior de un polígono, etc.).**

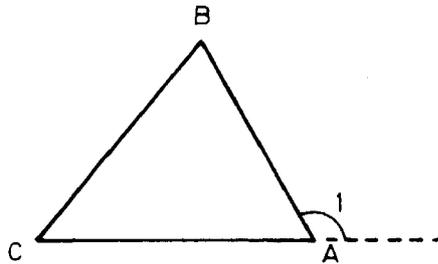
¿Son regulares los polígonos A, D y F?  
¿Qué condiciones han de reunir los polígonos para ser regulares?

6. Dibujar un polígono regular de cuatro lados, trazar sus diagonales y establecer la relación que existe entre ellas.

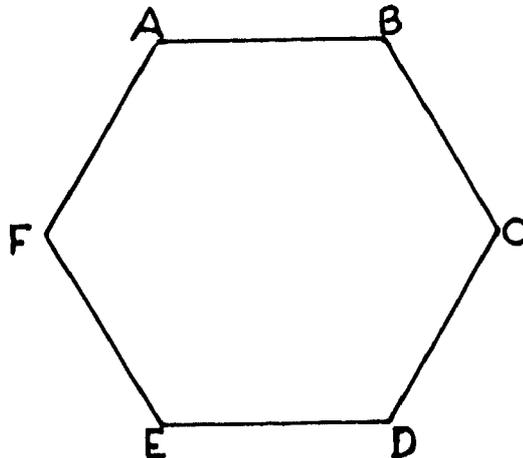
1. En el triángulo ABC, demostrar que:  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$ .



2. En el triángulo ABC, demostrar que  $\hat{1} = \hat{B} + \hat{C}$ .



3. Demostrar que:  $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} + \hat{E} + \hat{F} = 180^\circ (n - 2)$   
 $n = 6$ .



TEMA DE TRABAJO:

## 3.2. MEDIDAS DE LONGITUDES, AMPLITUDES Y SUPERFICIES

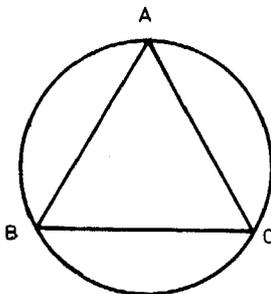
La operación de medir se presenta muy pronto en la vida ordinaria, y experimentalmente no ofrece ninguna dificultad. Sin embargo, la «matematización» de la experiencia de la medida, íntimamente ligada con la noción de proximidad, supone el conocimiento del cuerpo R.

Nos limitamos a hacer una «aproximación a la medida». Mediremos siempre en Q, que es lo que se hace en la práctica cuando medimos los objetos reales.

Este tema comprende: medida de segmentos, medida de ángulos, operaciones con segmentos y ángulos: adición y multiplicación por un número racional positivo (sistemas sexagesimal y centesimal), medida de superficie: área de los polígonos estudiados (triángulos, cuadriláteros y hexágono).

Debe distinguirse claramente entre ángulos y la medida de su amplitud.

OBJETIVOS	ACTIVIDADES SUGERIDAS
<p>3.2.1. Efectuar operaciones con medidas de ángulos y segmentos.</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>Calcular la medida del <math>(\hat{\alpha} + \hat{\beta})</math>, para  <math>\hat{\alpha} = 20^{\circ} 13' 15''</math>  <math>\hat{\beta} = 18^{\circ} 30' 58''</math></li> <li>Idem <math>(\hat{\alpha} + \hat{\beta})</math>, para  <math>\hat{\alpha} = 25^{\circ} 30' 18''</math>  <math>\hat{\beta} = 18^{\circ} 40' 53''</math></li> <li>Idem <math>5 \cdot \hat{\alpha}</math>, para <math>\hat{\alpha} = 3^{\circ} 38' 13''</math>.</li> <li>Idem <math>\hat{\alpha} : 7</math>, para <math>\hat{\alpha} = 13^{\circ} 21' 20''</math>.</li> <li>¿Cuál es la medida del ángulo <math>a = 30^{\circ}</math>, en el sistema centesimal?</li> <li>¿Cuál es la medida del ángulo <math>b = 180^{\circ}</math>, en el sistema sexagesimal?</li> </ol>
<p>3.2.2. Operar con medidas de segmentos.</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>Dos puntos A y B están unidos mediante dos líneas poligonales. Una de ellas, dividida en 8 segmentos iguales, mide 37 cm., y otra, dividida en 12 segmentos iguales mide 45 cm. Calcular la medida de cada uno de los segmentos en ambos polígonos.</li> <li>Dibuja un segmento de 4 cm. de longitud y multiplícalo por 2. Halla el segmento producto y la longitud producto.</li> <li>A, B, C y D son cuatro puntos sucesivos sobre una misma recta. Si <math>\overline{AD} = 10</math> cm., <math>\overline{BD} = 8</math> cm. y <math>\overline{AC} = 7</math> cm. ¿Cuál es la medida de <math>\overline{AB}</math> y <math>\overline{CD}</math>?</li> </ol>
<p>3.2.3. Determinar la medida de los ángulos semiinscritos, inscritos, exteriores e interiores a una circunferencia de los arcos que abarcan sus lados respectivos.</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>¿Cuál es la medida de los ángulos del <math>\triangle ABC</math>, en relación con los arcos que abarcan?</li> </ol>

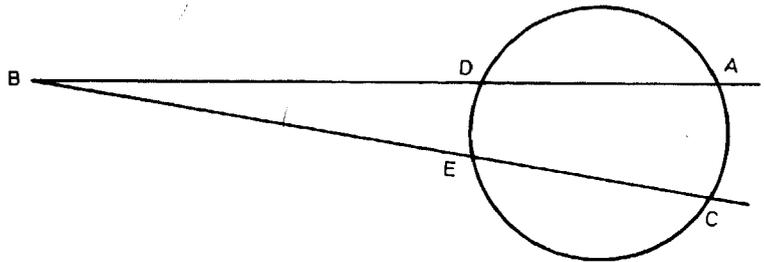


$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AC}$$

**OBJETIVOS**

**ACTIVIDADES SUGERIDAS**

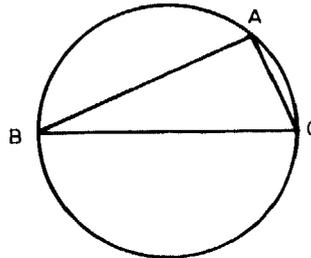
2. Hallar la medida del ángulo  $\widehat{ABC}$  en función de los arcos que abarca entre sus lados.



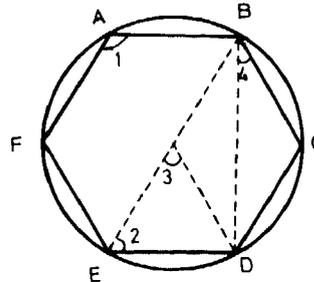
$$\widehat{AC} = 60^\circ$$

$$\widehat{DE} = 30^\circ$$

3. ¿Cuál es la medida del ángulo  $\widehat{BAC}$ ?



4. El polígono ABCDEF es un hexágono regular. Hallar la medida de  $\widehat{1}$ ,  $\widehat{2}$ ,  $\widehat{3}$ ,  $\widehat{4}$ .



**3.2.4. Efectuar medidas de longitud en la circunferencia.**

1. Hallar la longitud de una circunferencia de diámetro 12 cm.
2. Calcular el radio de una moneda de 50 pesetas sabiendo que la longitud de su contorno es  $30\pi$  mm.
3. ¿Cuántas vueltas tendrá que dar la rueda de una bicicleta de 0,75 m. de diámetro para recorrer 2.355 m.?

**3.2.5. Resolver problemas sencillos relacionados con la medida.**

(Observación: los ejercicios 4, 5, 6, 7 y 8 se propondrán después del estudio del teorema de Pitágoras).

Resolución de algunos problemas relacionados con la medida y que impliquen la utilización de los teoremas del objetivo 3.1.7.

1. En el triángulo  $\widehat{ABC}$ , ¿cuánto mide el ángulo  $\widehat{BAC}$ ; y el  $\widehat{1}$ ?

---

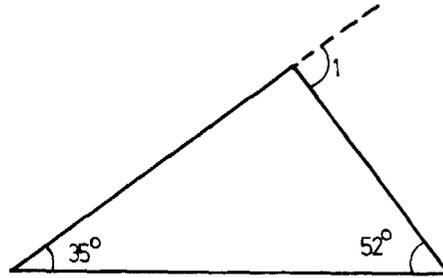
**OBJETIVOS**

---

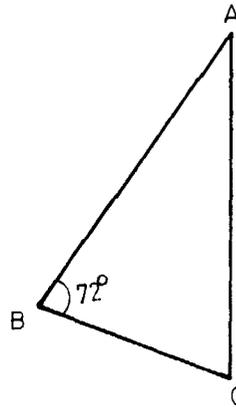
**ACTIVIDADES SUGERIDAS**

---

¿Cómo son los ángulos  $\widehat{BAC}$  y  $\widehat{1}$ ?



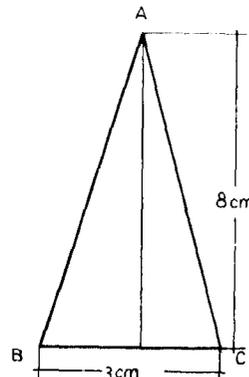
2. Calcular la medida de los ángulos  $\widehat{A}$  y  $\widehat{C}$  del triángulo  $\widehat{ABC}$ , siendo  $\overline{AB} = \overline{AC} \neq \overline{BC}$ .



3. ¿Puede existir un triángulo  $\widehat{ABC}$  en el que:

a)  $\widehat{A} = 80^\circ$        $\widehat{B} = 51^\circ 48'$        $\widehat{C} = 48^\circ 12'$       ¿Por qué?  
b)  $\overline{AB} = 7$  cm.       $\overline{BC} = 4$  cm.       $\overline{AC} = 3$  cm.      ¿Por qué?

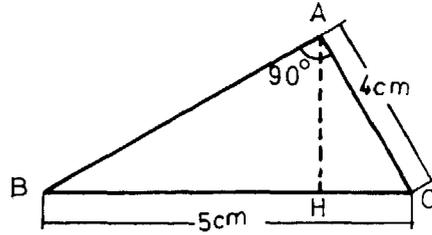
4. El triángulo  $\widehat{ABC}$  es isósceles. Halla su perímetro.



**OBJETIVOS**

**ACTIVIDADES SUGERIDAS**

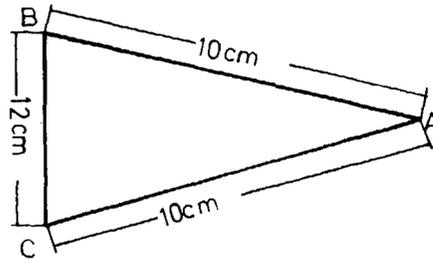
5. Hallar la medida de  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BH}$ ,  $\overline{HC}$  y  $\overline{AH}$  en el triángulo ABC.



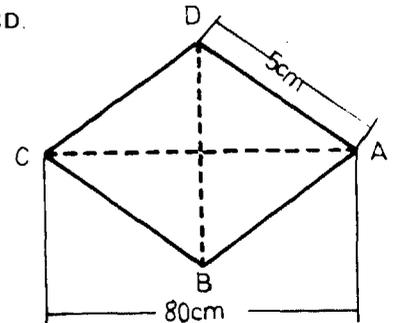
6. El perímetro del cuadrilátero rectángulo ABCD es igual a 28 cm. El lado menor mide 0,6 dm. Hallar la medida de la diagonal.
7. Calcular el lado de un triángulo equilátero, inscrito en una circunferencia de radio 4 cm.
8. Hallar el perímetro y la apotema de un hexágono regular inscrito en una circunferencia de radio 6 dm.

**3.2.6. Resolución de problemas de áreas de paralelogramos, triángulos y polígonos regulares de más de 4 lados, utilizando, en su caso, el teorema de Pitágoras. (Observación: los ejercicios 2, 3, 4, y 5 se propondrán después del estudio del teorema de Pitágoras).**

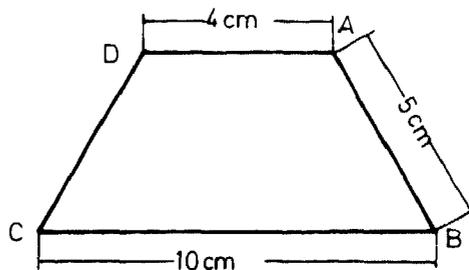
1. Calcular el área del rectángulo ABCD, sabiendo que  $AB = 12,32$  cm. y que  $BC = 2,5$  dm. Expresarla en  $m^2$ .
2. Calcular el área del triángulo ABC.



3. Calcular el área del rombo ABCD.



4. Hallar el área del trapecio isósceles ABCD



---

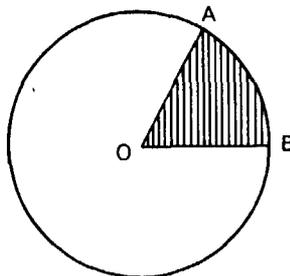
**OBJETIVOS**

---

**ACTIVIDADES SUGERIDAS**

---

5. Calcular el área de un hexágono regular de apotema 4 cm.
6. Cuántas losetas de forma cuadrada y de 6 dm. de lado son necesarias para pavimentar una habitación de forma rectangular de  $12 \times 18$  m. ¿Cuál será su costo si el  $m.^2$  se paga a 515 pesetas?
7. Calcular el área de la parte rayada en esta figura, sabiendo que:  $\angle AOB = 30^\circ$ , y la longitud de la circunferencia es 18,84 cm.



---

**TEMA DE TRABAJO:**

### 3.3. IGUALDAD Y SEMEJANZA EN EL PLANO

Este tema enlaza con el tema tres del bloque temático seis, de proporcionalidad, y se reduce a ejercicios prácticos de la teoría expuesta en aquél.

---

**OBJETIVOS**

---

**ACTIVIDADES SUGERIDAS**

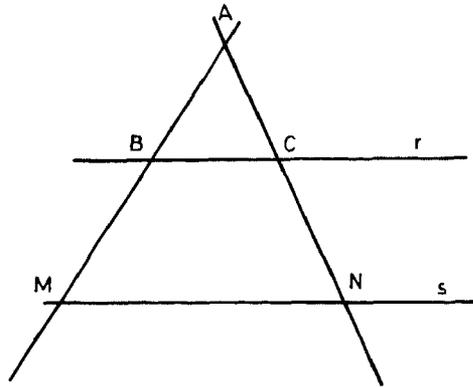
---

**3.3.1. Reconocer y memorizar los criterios de igualdad y semejanza de triángulos.**

1. Cuáles de las siguientes frases se corresponden a criterios de semejanza de triángulos y cuáles a criterios de igualdad:
  - a) Dos triángulos tienen un ángulo igual.
  - b) Dos triángulos tienen los tres lados proporcionales.
  - c) Dos triángulos tienen las tres alturas iguales.
  - d) Dos triángulos tienen los tres lados iguales.
  - e) Dos triángulos tienen dos lados iguales.
  - f) Dos triángulos tienen un ángulo igual y los lados que lo forman proporcionales.
  - g) Dos triángulos tienen dos lados proporcionales.
  - h) Dos triángulos tienen dos ángulos iguales.
2. Si la razón de semejanza de dos triángulos es 1, ¿cómo son los triángulos?
3. Dibujar dos triángulos semejantes y escribir la relación que existe entre sus ángulos y lados.
4. Si las rectas  $r$  y  $s$  son paralelas, razonar por qué son semejantes los triángulos  $ABC$  y  $AMN$ .

**OBJETIVOS**

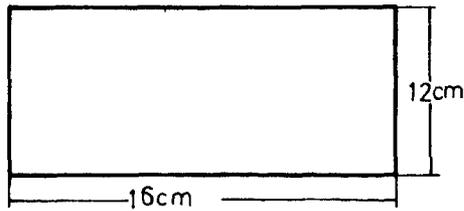
**ACTIVIDADES SUGERIDAS**



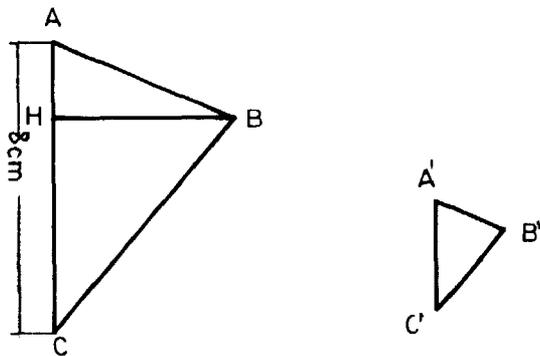
5. En el triángulo  $ABC$ ,  $\overline{MN}$  es el segmento que une los puntos medios de los lados  $\overline{AB}$  y  $\overline{AC}$ . Son semejantes los triángulos  $ABC$  y  $AMN$ ? ¿Por qué? ¿Cuál es la razón de semejanza?

**3.3.2. Resolución de problemas sobre áreas y perímetros de polígonos semejantes.**

1. Este rectángulo representa el plano de una habitación a escala 1 : 25. ¿Cuáles son las medidas de dicha habitación en m.?



2. La razón de semejanza de estos dos triángulos es  $\frac{1}{4}$ . Hallar  $\overline{A'C'}$  y la altura correspondiente al lado  $\overline{A'C'}$ , sabiendo que  $\overline{BH} = 5$  cm.



3. La razón de semejanza de dos pentágonos regulares es 5, y el mayor de ellos tiene de perímetro 25 cm. ¿Cuál es el perímetro del menor y cuál la medida de un lado?
4. La razón de las áreas de dos triángulos semejantes  $ABC$  y  $A'B'C'$  es  $\frac{49}{81}$ . ¿Cuál es la razón de semejanza? ¿Cuál la de perímetro? ¿Cuál de los dos triángulos es mayor?
5. La razón de semejanza entre dos hexágonos regulares es 3. Si el lado del mayor mide 18 cm., cuál será la medida del lado del menor? ¿Cuál será la razón de perímetros y cuál la razón de sus áreas?

---

**OBJETIVOS**

---

---

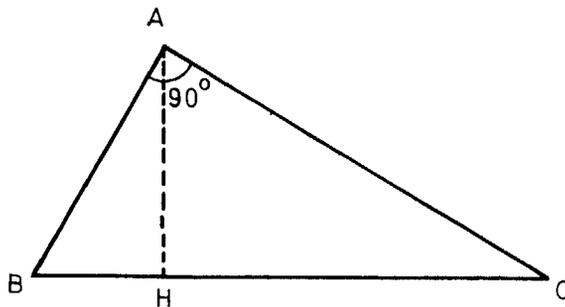
**ACTIVIDADES SUGERIDAS**

---

3.3.3. Demostrar algunos teoremas de geometría elemental.

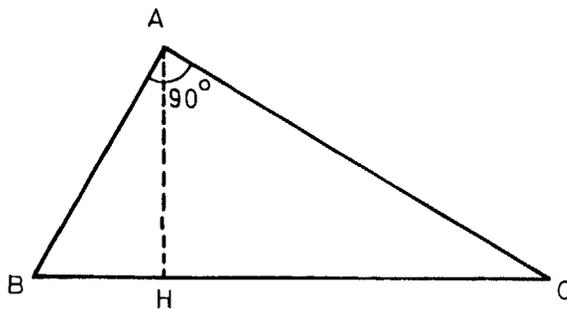
1. En el triángulo ABC, demostrar que:

$$\frac{BH}{AH} = \frac{AH}{HC}$$



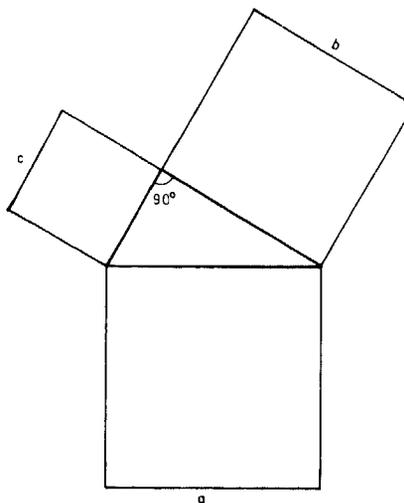
2. En el triángulo ABC, demostrar que:

$$\frac{AB}{BH} = \frac{BC}{AB}$$



3. Demostrar que:

$$a^2 = b^2 + c^2$$



---

**OBJETIVOS**

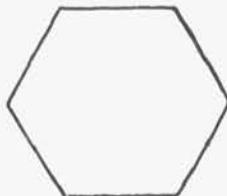
---

**ACTIVIDADES SUGERIDAS**

---

**3.3.4. Aplicar los teoremas fundamentales estudiados al cálculo de los elementos de los polígonos regulares.**

1. Resolución de problemas, relacionados con los teoremas fundamentales, orientados al cálculo de los elementos de los polígonos regulares.
  - a) En un cuadrado de 16 cm. de perímetro, calcular la medida de una de sus diagonales.
  - b) Calcular la apotema del polígono regular aquí dibujado, sabiendo que su semiperímetro es 12 cm.



- c) Hallar la medida de la altura de un triángulo equilátero, cuyo lado mide 3 centímetros.

**3.3.5. Utilizar la regla y el compás para realizar construcciones geométricas derivadas de los teoremas de la altura y el cateto.**

1. Utilizando la regla y el compás, constituye un segmento, media proporcional a los segmentos.



2. Con la ayuda de regla y compás, inscribe en una circunferencia un triángulo rectángulo.
- 



## Bloque temático n.º 4

# FUNCIONES

*En la época actual el comportamiento colectivo y las variaciones con el tiempo de los fenómenos tienen más interés que el comportamiento individual o la situación en un determinado instante. Interesa saber, por ejemplo, la vida media o el consumo de cigarrillos o de proteínas de los habitantes de una región, más que los datos particulares de cada habitante al respecto.*

*De aquí que haya que educar, desde el punto de vista matemático, en el uso de tablas de números y en el manejo de gráficos de las mismas. Tenemos que educar la intuición para que vea el conjunto por encima del individuo. Nace así, para el ciclo superior de E.G.B. la idea de Función que preside toda la matemática posterior.*

*Hay que desechar, en lo posible, las fórmulas estáticas para pasar a «ver» la «ley de variación»; o sea, la función que las rige.*

*Muchas veces han visto en los periódicos o en los libros de texto de Ciencias Sociales gráficas de movimientos bursátiles, gráficas de temperaturas medias climáticas, de carestía de la vida o de dependencia de la edad de una persona y la frecuencia de enfermedad.*

*Pues bien, las ideas de función lineal y parabólica que suministran son de mucha importancia conceptual.*

*Estudiaremos en este bloque temático el conocimiento, representación e interpretación de las funciones del tipo:  $y = ax + b$ ;  $y = ax^2 + bx + c$ , con coeficientes en  $Q$  y la resolución de ecuaciones y sistemas con coeficientes y solución en  $Q$ : la resolución de ecuaciones de segundo grado con solución en  $Q$  y el estudio intuitivo de la parábola como representación gráfica de funciones cuadráticas; el planteamiento y resolución de problemas que den lugar a ecuaciones y sistemas.*

*El conocimiento de la función lineal es la base para posterior estudio en E.G.B. de la proporcionalidad y al estudiar la representación de la función cuadrática terminaremos dándoles una ligera idea de concavidad y convexidad, dejando el camino abierto para que en B.U.P. estudien dentro del Cálculo Diferencial la función derivada, concepto fundamental en numerosas ramas de la Matemática, Física, Economía, etc., y muy útil para el estudio del comportamiento de una función en uno de sus puntos, resolviendo problemas como son el cálculo de los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los máximos y mínimos de una función.*

### TEMA DE TRABAJO:

## 4.1. FUNCIONES

OBJETIVOS	ACTIVIDADES SUGERIDAS
4.1.1. Adquirir el concepto de función, distinguiendo dominio y rango.	1. ¿Cuáles de las relaciones siguientes son funciones? Indica el conjunto dominio y el conjunto rango. a) (1, 3) (-1, -3) (2, 6) (3, 9) (-2, -6). b) (4, 3) (5, -3) (5, 4) (2, 5) (4, 5). c) (2, 1) (1, 1/2) (3, 3/2) (6, 3). d) (1, 5) (2, 10) (1, 3) (3, 15).
4.1.2. Representar funciones lineales.	1. Representar funciones del tipo: $y = ax$ e $y = ax + b$ . $y = 1/2x$ $y = -3$ $y = 2x - 3$ $y = -x$ $y = x$ $y = -x + 2$ $y = -3x + 4$ $x = 1$ $y = -2x$ 2. Utilizando las gráficas de las funciones anteriores, conociendo originales hallar sus imágenes y viceversa.

**OBJETIVOS**

**ACTIVIDADES SUGERIDAS**

**3.1.3. Identificar en la parábola (como representación gráfica de la función cuadrática) su eje de simetría y vértice.**

1. Representar funciones cuadráticas e identificar el eje de simetría y vértice.

$$\begin{array}{lll}
 y = 1/2x^2 & y = 2x^2 & y = -1/2x^2 \\
 y = -2x^2 & y = x^2 - 4x + 3 & y = x^2 - 1 \\
 y = x^2 + 2x + 1 & y = -x^2 + 4 &
 \end{array}$$

**4.1.4. Definir y caracterizar ecuaciones, diferenciándolas de identidades e igualdades.**

1. Identificar y diferenciar identidades, igualdades y ecuaciones. Ejemplo: de las siguientes expresiones señala cuáles son identidades, igualdades y ecuaciones.

$$\begin{array}{ll}
 X = 5 & 3 = 3 \\
 6 = 5 + 1 & X^2 - 5X = -6 \\
 X = y & \frac{2x - 3}{2}
 \end{array}$$

2. Escribir identidades, igualdades y ecuaciones. Ejemplo:

a) Completa para que sea igualdad:  $1 + 3 = 2 + 7 = 5 = 2(4 - 1)$

b) Completa para que sea identidad:  $\dots = -8 = x$

c) Completa para que sea ecuación:  $x = 2x - 3 = x^2$

**4.1.5. Enumerar e identificar las propiedades de la igualdad.**

Dadas unas igualdades y operaciones efectuadas en ellas, identificar las propiedades que se han utilizado. Ejemplo:

- En la igualdad:  $3 + 1 = 4$ ; efectuamos  $3 + 1 + (-6) = 4 + (-6)$ .  
¿Qué propiedad hemos utilizado?
- En la igualdad:  $3 + 1 = 4$ ; efectuamos  $(-3)(3 + 1) = (-3) \cdot 4$ .  
¿Qué propiedad hemos utilizado?
- En las igualdades:  $5 + 1 = 6$   
 $7 + (-3) = 4$  efectuamos  $5 + 7 + 1 + (-3) = 6 + 4$   
¿Qué propiedad hemos utilizado?

**4.1.6. Adquirir los automatismos de la resolución de ecuaciones y sistemas. (Las ecuaciones de 1.º y 2.º grado con coeficientes en Q y los sistemas lineales de dos ecuaciones con dos incógnitas, con coeficientes en Q).**

1. Resolver ecuaciones, fundamentando los pasos que se realizan y propiedades que se aplican:

a)  $\frac{3x - 1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{2x}{6}$  ; b)  $2 - \frac{3(x - 1)}{4} = \frac{1}{6}$

c)  $x - \frac{2x + 3}{4} = \frac{x}{12} - \frac{1}{8}$  ; d)  $y = 3 - 2x$   
 $0 = y - x - 6$

e)  $\frac{x + 1}{y} = \frac{1}{4}$  ; f)  $\frac{1}{3y - 2x} = \frac{-1}{7}$

$\frac{x}{y + 1} = \frac{1}{5}$  ;  $1 = 3x + 2y$

g)  $x^2 - 16 = 0$  ; h)  $3x^2 - 8x = 0$

---

**OBJETIVOS**

---

**ACTIVIDADES SUGERIDAS**

---

$$i) \quad 3(x - 2)(2x - 1) = 0 \quad ; \quad j) \quad \frac{x - 1}{2} = \frac{3}{x - 2}$$

$$k) \quad \frac{1}{4}x^2 - \frac{9}{2}x + 20 = 12$$

**4.1.7. Plantear y resolver problemas que den lugar a ecuaciones y sistemas y plantear problemas conociendo la ecuación.**

1. ¿Cuál es el número cuya tercera parte aumentada en 7 da 62?
2. La suma de dos números pares consecutivos es igual a 18. Hallar dichos números.
3. Un padre tiene 34 años y su hijo 12. ¿Dentro de cuántos años la edad del padre será el duplo de la de su hijo?
4. Se quiere repartir 14 000 ptas. entre tres personas de forma que la segunda reciba el doble de la primera, y la tercera la mitad de la primera, ¿cuánto dinero le corresponde a cada una?
5. Un automóvil parte de un punto A con velocidad uniforme de 40 km./h. hacia otro punto B. Dos horas después sale de A dirección B otro automóvil con velocidad uniforme de 60 km./h. Dígase a qué distancia de A se encuentran.
6. Si al cuadrado de un número se le suma 20 se obtiene nueve veces dicho número. Hallar el número.
7. Hallar dos enteros consecutivos tales que la suma de sus cuadrados sea 25.
8. Hallar las dimensiones de un rectángulo cuyo perímetro es 50 m. y su área es 50 m.<sup>2</sup>.
9. La hipotenusa de un triángulo es igual a 34 cm. Hallar las longitudes de los catetos sabiendo que uno de ellos es 10 cm. mayor que el otro.
10. Hallar dos números cuya suma es 28 y su diferencia, 12.
11. Hallar una fracción sabiendo que si el numerador se aumenta en dos unidades y el denominador en una unidad se obtiene 1/2, y que si el numerador se aumenta en una unidad y el denominador se disminuye en dos unidades, se obtiene 3/5.
12. Hallar la velocidad de un barco en aguas en reposo y la velocidad de la corriente de un río, sabiendo que tarda 3 horas en recorrer una distancia de 45 km., aguas arriba y 2 h. en recorrer 50 km. aguas abajo.
13. Dadas las siguientes ecuaciones enunciar para cada una de ellas un problema:

$$1) \quad \frac{3}{5}x - \frac{1}{4}x = 700$$

$$2) \quad \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 3 \quad y \quad 3x + 2y = 42$$

$$3) \quad x^2 - 5x = -6$$

---

## Bloque temático n.º 5

# POLINOMIOS

Este bloque temático se limita al reconocimiento de los polinomios y descripción de los elementos que los constituyen (coeficiente, indeterminada, grado) y, además, a conseguir los automatismos de las operaciones con ellos hasta llegar a la Regla de Ruffini.

No se pretende concluir en una estructura algebraica formalizada [anillo o álgebra de polinomios] ni en un estudio sistematizado de ellos, que se hará en el Bachillerato.

Este tema enlaza con el estudio de las ecuaciones que se dan en Educación General Básica, así como con

las diversas formas de descomposición polinómica en los sistemas de numeración que ya se iniciaron en el Ciclo Preparatorio de Educación General Básica, como puede ser la descomposición de un número en base 10, que pasado el álgebra no es más que el valor numérico de cualquier polinomio para  $X = 10$ .

Lo mismo para otros sistemas de numeración, el paso de un sistema a otro se basa en descomposiciones polinómicas.

Este bloque se divide en dos temas de trabajo.

### TEMAS DE TRABAJO:

- 5.1. Polinomios. Elementos que los caracterizan.
- 5.2. Operaciones con polinomios: suma, diferencia, multiplicación y división. Regla de Ruffini.

### TEMA DE TRABAJO:

## 5.1. POLINOMIOS: ELEMENTOS QUE LOS CARACTERIZAN

Se estudia el reconocimiento y descripción de los polinomios, indicando el grado, los coeficientes, términos, indeterminada, sin dar una definición formal de polinomio.

Hay que cuidar la presentación de grado de un polinomio, ya que hay algunas definiciones que son incorrectas; ¿de qué grado es el polinomio cero? Las funciones polinómicas constantes dan también lugar a

polinomios. Son los que se llaman «polinomios unidades» en la estructura de anillo, pues son los únicos que tienen inverso; Ejemplo: 4, -3, 5 son polinomios, ya que se pueden expresar:  $4x^0$ ,  $-3x^0$ ,  $5x^0$ , y son polinomios de grado cero.

Se presentarán también los polinomios ordenados y completos.

### OBJETIVOS

- 5.1.1. Definir, reconocer y escribir polinomios con coeficientes en  $\mathbb{Q}$ .

### ACTIVIDADES SUGERIDAS

1. De las siguientes expresiones algebraicas, indicar cuáles son polinomios.

$$3 \times 2^2, \quad 5, \quad 4^3x - 3x^2, \quad \frac{3}{x^2} + 2, \quad \frac{x+1}{x-1}, \quad 0, \quad 3x^0, \quad \frac{1}{5},$$

$$3z^3, \quad \frac{z-1}{z+3}, \quad 5Z^2, \quad 4r^2 - 3r + 1$$

OBJETIVOS	ACTIVIDADES SUGERIDAS				
5.1.2. Ordenar y completar los términos de un polinomio y reconocer su grado.	2. Escribir expresiones algebraicas, unas que sean polinomios y otras no, indicando por qué.  1. Completar las siguientes casillas, poniendo un ejemplo en cada uno de ellos. <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td style="padding: 5px;">Polinomio completo y ordenado</td> <td style="padding: 5px;">Polinomio no completo y ordenado</td> <td style="padding: 5px;">Polinomio no ordenado y completo</td> <td style="padding: 5px;">Polinomio no ordenado y no completo</td> </tr> </table> 2. Indicar cuál es el grado de cada uno de los polinomios de la actividad 1.	Polinomio completo y ordenado	Polinomio no completo y ordenado	Polinomio no ordenado y completo	Polinomio no ordenado y no completo
Polinomio completo y ordenado	Polinomio no completo y ordenado	Polinomio no ordenado y completo	Polinomio no ordenado y no completo		
5.1.3. Hallar el valor numérico de un polinomio y reconocer sus ceros o raíces.	1. Hallar el valor numérico de polinomios para valores dados, indicando cuáles son <i>ceros</i> o <i>raíces</i> . 2. Hallar el valor numérico del polinomio $2x^3 - 3x^2 - 2x - 3$ para $x = 1, x = 2, x = -3, x = -1/2, x = 3/2, x = 0, x = 1/2$ De todos estos valores de $X$ indicar cuáles son <i>ceros</i> o <i>raíces</i> .				

TEMA DE TRABAJO:

## 5.2. OPERACIONES CON POLINOMIOS

Se estudiarán: la operación adición entre polinomios, la sustracción considerada como adición del polinomio minuendo con el opuesto del sustraendo.

La multiplicación se presentará en todos los casos procurando una graduación en las dificultades. Multiplicación de polinomio por monomio, de polinomio por binomio, etc... Se ampliará la multiplicación al estudio de las potencias, particularmente cuadrados y cubos de polinomios.

Se estudiarán las propiedades de la adición y de la multiplicación, insistiendo en la propiedad distributiva que proporciona la información necesaria para poder sacar factor común y factorizar en muchos casos.

La división exacta de polinomios no siempre es posible, puesto que el conjunto de polinomios es un anillo. Se estudiará la división entera de polinomios por monomios y por el binomio  $x - a$ , hasta llegar a obtener la regla de Ruffini.

OBJETIVOS	ACTIVIDADES SUGERIDAS
5.2.1. Adquirir el concepto de la operación adición de polinomios en $Q(x)$ .	1. Explicar en qué condiciones se verifica una operación en $Q(x)$ y cómo se hace.
5.2.2. Reconocer las propiedades de sumas y diferencias de polinomios en automatización de los cálculos.	1. Dados los polinomios $A = 3x^2 + 4x - 5, B = -2/3x^3 + 4x^2 + 7, C = 5x^3 - 4 + 7x^2 + 3x$ , hallar: $(A + B) + C$ y $A + (B + C)$ . ¿son iguales los resultados obtenidos? ¿Por qué? 2. Del ejercicio anterior calcula $A + B$ y $B + A$ . ¿Los resultados obtenidos son iguales? ¿En virtud de qué propiedad? 3. Con los polinomios del ejercicio 1, calcula $A + B - C, A - B - C, A - B + C, A - B, B - A, A - C$ , indicando en cada uno de los pasos dados en qué propiedad te basas, expresándolo sobre el signo igual.
5.2.3. Reconocer polinomios iguales y hallar la forma reducida de un polinomio.	1. Escribir polinomios iguales, uno de ellos incompleto. Por ejemplo. Dado un polinomio $3x^4 + 1$ , poner los números necesarios en los rectángulos para que sea igual al siguiente: $3x^4 + \square x^2 - \square x^2 - \square x + 1 + \square x^3$

**OBJETIVOS**

**ACTIVIDADES SUGERIDAS**

2. Escribir polinomios y expresarlos en forma reducida. Por ejemplo:  
 $3x^4 \times 5x^2 + 2x^4 \times 6x^3 + x^2 - 5x + 4.$   
 $2x^5 - 4x^4 + 6x^4 + 1.$   
 $2x^2 + x.$
- ¿Qué ventaja tiene un polinomio en su forma reducida?
- 5.2.4. Adquirir el concepto de la operación multiplicación de polinomios.**
1. Explicar en qué condiciones se verifica una operación de multiplicación en  $Q(x)$ , y cómo se efectúa.
- 5.2.5. Reconocer las propiedades de la multiplicación de polinomios y sacar factor común y automatizar los cálculos.**
1. Calcular los siguientes productos:  
 a)  $(2x + 5x^4 - 7) \left(-\frac{3}{4}x\right)$   
 b)  $\left(-5x^3 + 3x + \frac{2}{3}\right) (2x^4)$   
 c)  $\left(-\frac{2}{3}x^2 - 1\right) 1x^0$   
 d)  $(3x^2 - 2x + 1) Q$   
 e)  $(3x^2) \left(-\frac{3}{4}x^3\right)$  Generalizarlo a otros casos
2. Dados los polinomios:  
 $A = 3x^2 + 7x - 5$      $B = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + 2$      $C = x^2 - 9x + 2 = 7$   
 calcular  $(A + C)B$  y  $AB + CB$ . Haz igual con  $(AC)B$  y  $A(CB)$ .  
 Indica en cada uno de los pasos dados, en que propiedad te basas, expresándolo sobre el signo igual.
3. Sacar factor común en los siguientes polinomios:  
 $3x^4 - 4x^2 + x^5 + 3x^3, -\frac{3}{4}x^3 - \frac{2}{4}x^4 + \frac{5}{4}x^2,$   
 $-10x^7 + 6x^6 + \frac{4}{3}x^4$
4. Dados polinomios, sacar factor común en cada uno de ellos.
3. Sacar factor común en las expresiones:  
 $12x^6 - 15x^5 \div 6x^4$      $-3/2x^5 + 6/4x^4 - 3/2x^3$
- 5.2.6. Desarrollar, reconocer y completar: el cuadrado de un binomio; suma de dos monomios por la diferencia de los mismos; el cuadrado de un polinomio.**
1. Efectuar las siguientes operaciones:  
 $x^2 + (x + 2)^2 - 4$      $(x + 3)^2 - (x - 3)^2 + (x + 3)(x - 3)$   
 $(2x^2 + 3)^2$      $(-2x \div 4)^2$      $(-3x^2 - 5x)^2$      $(-2x + 3y - z)^2$
2. Completar las siguientes igualdades:  
 $x^2 + 6x + 9 = (\quad + \quad)^2$      $x^2 - \quad + 4 = (\quad - \quad)^2$   
 $x^2 + 12x + \quad = (\quad + \quad)^2$      $9x^2 + 6x + \quad = (\quad + \quad)^2$   
 $\quad - 4x + \quad = (x - \quad)^2$
3. Indica cuáles de las siguientes igualdades no son ciertas:  
 $(x - 3)^2 = x^2 - 9$      $(x + 3)(x - 3) = x^2 - 6x + 9$   
 $x^2 - 16 = (x + 4)(x - 4)$      $x^2 + 4x + 4 = (x + 2)^2$
- 5.2.7. Dividir polinomios entre monomios y entre el binomio  $(x - a)$ .**
1. De los siguientes polinomios, halla el inverso, cuando exista:  
 $A = 5/6 - 5x + 7$      $B = 6$      $C = 0$   
 $D = 3x + 2$      $E = 1$      $F = -5$
2. Halla el cociente y el resto de las siguientes divisiones.  
 $(x^5 - 3x^4 + 2 - x^2 + 3x^3 + x) : 3x^4$   
 $(x^5 - 7x^3 + 2x - 1) : (x - 2)$      $(z^3 + 12z + 8) : (z + 2)$   
 Generalizarlo en otros casos.
- 5.2.8. Aplicar la regla de Ruffini.**
1. Al dividir el polinomio  $x^5 + 2x^4 - 3x^3 + 4x^2 + ax - 16$  por  $x - 2$ , da de resto 38. Calcular el valor de  $a$  por la regla de Ruffini.

---

**OBJETIVOS**

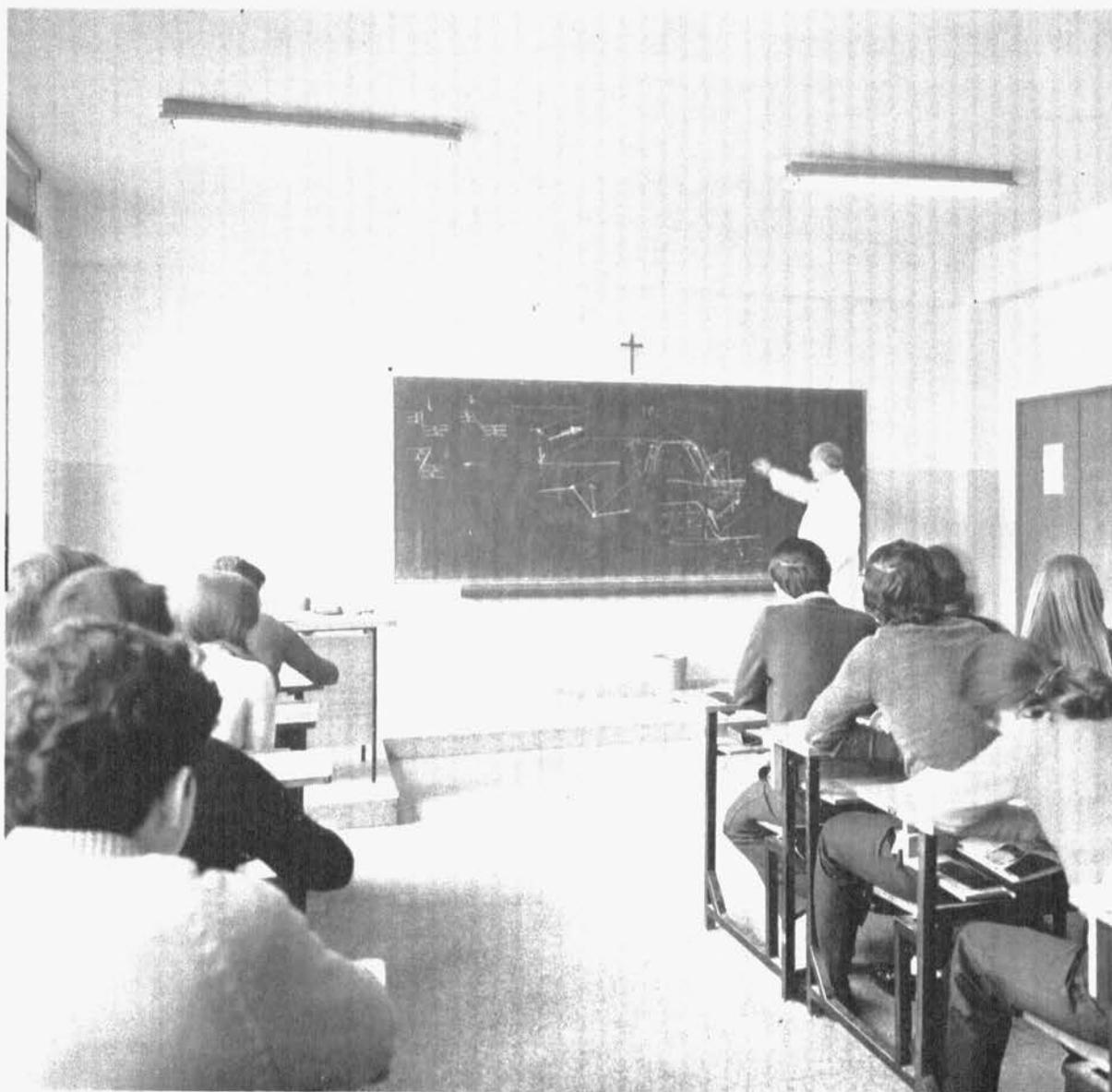
---

**ACTIVIDADES SUGERIDAS**

---

**5.2.9. Factorizar polinomios de 2.º grado en su forma más sencilla.**

2. Halla qué divisiones de las siguientes son más sencillas:  
 $(x^5 - 1) : (x - 1)$        $(3x^2 - 4x + 2) : (x + 2)$   
 $(x^3 + 6x^2 + 12x + 8) : (x + 2)$        $(x^5 - 7x^3 + 2x - 1) : (x - 2)$
1. Comprueba que el binomio  $x + 3$  es factor del polinomio,  $x^2 - 2x - 15$ . Factoriza seguidamente este polinomio. Hacer lo propio con otros polinomios
2. Factorizar los siguientes polinomios:  
 $x^2 - 16$        $4x^2 - 12x + 9$        $x^2 - 1$        $4x^3 - 16x^2 + 16x$
- 



## Bloque temático n.º 6

# PROPORCIONALIDAD DE MAGNITUDES

Todo el bloque girará alrededor de las aplicaciones de la forma  $x \rightarrow ax$ , cuya representación gráfica es una recta que pase por el origen y en torno al estudio de la razón constante entre las imágenes [Rango] y los originales [dominio] de esa aplicación lineal.

Para desarrollar este bloque es necesario que el alumno conozca al menos intuitivamente las magnitudes y la medida de ellas [contenidos que pertenecen al ciclo medio de E.G.B.]; deben conocer también el concepto de función y el de dominio [conjunto original] y rango [conjunto imagen], así como operar con números racionales positivos.

Dado que el concepto de magnitud es muy abstracto y que las estructuras algebraicas serán tema importante de B.U.P., nos limitaremos a presentar al alumno los ejemplos de magnitudes, fundamentalmente los que él maneja continuamente: peso, masa, longitud, área, dinero, número de obreros...

Las dificultades en este bloque van a venir al tratar el tema de la medida. Hay que insistir en que la medida de magnitudes depende de la unidad elegida, pero

teniendo mucho cuidado en no inducir al alumno al problema real de la medida; él medirá sin ninguna complicación los segmentos, por ejemplo.

Es incorrecto plantear la proporcionalidad de magnitudes diciendo que al aumentar una aumenta la otra y al disminuir una disminuye la otra, sino que es necesario que esta variación sea el resultado de multiplicar por un número racional positivo.

Otra dificultad proviene de no distinguir entre magnitud, cantidad de una magnitud y medida de una magnitud. Por ejemplo, en la magnitud, longitud, las cantidades de la magnitud son las clases de segmentos equivalentes [que tienen la misma longitud] y la medida es el número que obtenemos al medir uno de los segmentos con una unidad dada.

Este bloque puede establecer relaciones interdisciplinarias con las ciencias sociales [aspectos económicos, comercio, etc], con las ciencias de la naturaleza [coeficiente de proporcionalidad, en las fuerzas, las presiones, Ley de Boyle, etc].

Este bloque se divide en tres temas de trabajo.

### TEMAS DE TRABAJO:

- 6.1. Aplicaciones lineales. Magnitudes proporcionales.
- 6.2. Aplicación a problemas clásicos de la Aritmética.
- 6.3. Proporcionalidad geométrica y su relación con la medida.

### TEMA DE TRABAJO:

## 6.1. APLICACIONES LINEALES. MAGNITUDES PROPORCIONALES

Pretende este tema la captación del concepto de proporcionalidad. Para ello partimos del concepto de función como aplicación, ya estudiado, y en concreto al de las aplicaciones lineales, su caracterización e interpretación entre distintas magnitudes, llegando hasta la magnitud  $Q^+$ .

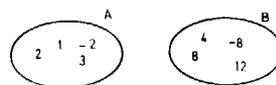
Es de señalar que nos encontraremos con que la

medida de algunas magnitudes (longitud, área...) es un número real positivo, que nosotros no abordaremos, dada su gran dificultad, la sustituiremos por una aproximación en  $Q^+$ .

Tendrá una proyección posterior el estudio de aplicaciones multilineales, tensores, etc.

**OBJETIVOS****ACTIVIDADES SUGERIDAS****6.1.1. Reconocer series de números proporcionales.**

Dados los conjuntos



1. Establecer una aplicación de  $A \longrightarrow B$  de modo que sea proporcionalidad ¿cuál es la razón (coeficiente de la aplicación)?
2. Escribir conjuntos numéricos de manera que no sean proporcionales.
3. Establecer una aplicación de  $Q^+ \longrightarrow Q^+$  de manera que sea una proporcionalidad ¿Es biyectiva?

**6.1.2. Comprender y aprender las condiciones características de las aplicaciones lineales.**

1. Dada la aplicación de  $Q^+ \longrightarrow Q^+$  definida por  $f(x) = 4x$ , efectuar:
  - a)  $f(1/2 + 2/5) = f(9/10) =$
  - b)  $f(1/2) + f(2/5) =$
  - c) Relacionar a) con b)
  - d)  $f(1/2 \times 3/5) =$
  - e)  $1/2 f(3/5) =$
  - f) Relacionar d) con e)
  - g) Relacionar  $f(1/2 \cdot 3/5)$  y  $f(1/2) \cdot f(3/5)$ .
  - h)  $f(x + y) =$
  - i)  $f(x \cdot y) =$

**6.1.3. Reconocer magnitudes proporcionales.**

1. Escribir ejemplos de magnitudes e indicar unidades que se emplean en cada uno de ellos.
2. Considerar la magnitud peso y la magnitud dinero, establecer entre ellas una proporcionalidad, tomada de la vida real.
- Comprobar que la proporcionalidad del ejercicio anterior cumple las propiedades características de las aplicaciones lineales.

**6.1.4. Pasar de una proporcionalidad de magnitudes a una numérica y observar las propiedades de las proporciones.**

1. Calcular términos en una proporción numérica:
  - a) Hallar  $x$  en cada una de las proporciones:  
 $x/2 = 6/4$ ,  $9/6 = 18/x$ ,  $10/4 = x/6$ ,  $5/6 = 20/x$ ,  $18/12 = 12/x$
  - b) Hallar  $x$  e  $y$  en la proporción:  
 $x/4 = y/5$ , sabiendo que  $x + y = 27$
  - c) Calcular  $x$  e  $y$  en la proporción:  
 $x/y = 1/2$ , sabiendo que  $7x - 2y = 36$
  - d) Partiendo de  $a/b = c/d$ , hacer un cuadro resumen en el que figuren todas las formas en las que se puede escribir esta proporción.

**TEMA DE TRABAJO:****6.2. APLICACION A PROBLEMAS CLASICOS DE LA ARITMETICA**

Se ha separado este tema del anterior, aunque se deduce de él inmediatamente, debido a la cantidad de aplicaciones prácticas que de él se derivan. De la comprensión de la proporcionalidad entre magnitudes surgen fácilmente la realización de problemas de regla de tres simple y compuesta, de repartos proporcionales, de descuento comercial y de interés y regla de compañía, así como también el aspecto geométrico de la proporcionalidad entre segmentos que nos llevará al estudio

de la homotecia y semejanza en el tema siguiente. Naturalmente, hay que introducir previamente al alumno en una terminología específica, como: rédito, interés, capital, descuento, valor nominal de una letra, etc.

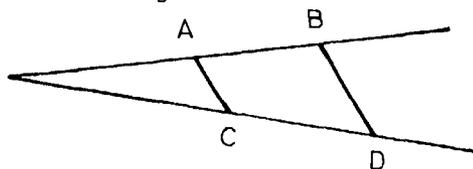
El estudio de la regla de tres simple inversa la introducimos a partir de la regla de tres compuesta, por coherencia con el bloque, pues de la forma tradicional nos llevaría a un estudio en tema aparte de la aplicación no lineal  $x \rightarrow a/x$ .

OBJETIVOS	ACTIVIDADES SUGERIDAS
6.2.1. Plantear y resolver problemas de regla de tres simple.	<p>Antes de realizar estas actividades, buscar las magnitudes que son proporcionales y comprobar que cumplen las dos condiciones de proporcionalidad.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Un empleado cobra 12 000 ptas. por 8 días de trabajo, ¿cuánto cobrará si trabaja 17 días?</li> <li>2. En una población de 15 000 habitantes el 30 por 100 son electores de los que 900, 1 350, 1 125 dan un voto a los partidos A, B y C respectivamente. ¿Qué tanto por ciento de electores se han abstenido?</li> <li>3. En la compra de una bicicleta el vendedor ha hecho una rebaja del 12 por 100. Si le pagan 44.000 ptas. ¿Cuál es el precio de venta que marcaba?</li> <li>4. Una factura en la que el vendedor ha hecho un 12 por 100 de rebaja se ha pagado con 3.828 ptas. ¿Cuánto marca la factura?</li> </ol>
6.2.2. Plantear y resolver problemas de repartos proporcionales.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Para emprender un negocio tres socios A, B, C, aportan 3, 4 y 5 millones de pesetas respectivamente; si obtienen una ganancia de 2.400.000 ptas. ¿Qué beneficio corresponde a cada uno?</li> <li>2. Repartir 1.200 ptas. en partes inversamente proporcionales a los números 3, 4 y 7.</li> </ol>
6.2.3. Plantear y resolver problemas de regla de tres compuesta.	<p>Antes de realizar estas actividades, buscar las magnitudes proporcionales a otra y comprobar que cumplen las dos condiciones de proporcionalidad.</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Si 20 obreros hacen una obra en 6 días, ¿cuántos días tardarán en hacer esa misma obra 8 obreros?</li> <li>2. Se han necesitado tres botes de pintura de 2 kg. para pintar una pared de 18 metros, ¿cuántos botes de 5 kg. serán necesarios para pintar una pared de 60 m.?</li> <li>3. 100 obreros construyen una tapia de 50 m. en 10 días. ¿Cuántos obreros se necesitarían para construir 40 m. de tapia en 4 días?</li> <li>4. Un capital de 27 000 ptas. impuesto al 8 por 100 produce un interés simple de 2.430 ptas. ¿Cuánto tiempo ha estado impuesto? Expresa el resultado en complejo de años, meses y días.</li> <li>5. ¿A qué tanto por ciento hemos de imponer un capital para que en 8 años se duplique?</li> <li>6. El valor actual de una letra es 34.710 ptas., y el valor nominal, 35.100 pesetas, si el descuento se hace al 5 por 100 el día 30 de septiembre, ¿cuál era la fecha del vencimiento?</li> </ol>

TEMA DE TRABAJO:

### 6.3. PROPORCIONALIDAD GEOMETRICA Y SU RELACION CON LA MEDIDA

La proporcionalidad entre segmentos la resolveremos mediante construcciones geométricas.



Esta proporcionalidad le inducirá, de forma natural, a medir esos segmentos y encontrar que esas medidas forman una proporción numérica y, por tanto, le resultará sencillo trasladar todas las propiedades estudiadas en el tema 1.

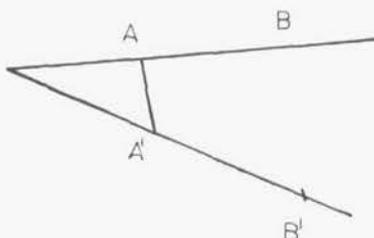
Este tema comprende el concepto de segmentos proporcionales, el teorema de Tales y sus aplicaciones.

**OBJETIVOS**

**ACTIVIDADES SUGERIDAS**

**6.3.1. Enunciar y aplicar el teorema de Thales.**

1. Dada una proporcionalidad entre segmentos, calcular los originales y las imágenes de algunos segmentos, por ejemplo:



calcular la imagen de OB y el original de OB'

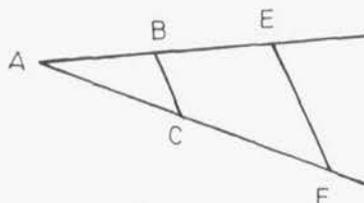
2. Medir los segmentos anteriores y observar si forman una proporción numérica

**6.3.2. Desarrollar la capacidad de construcción gráfica que se deriva del teorema de Thales.**

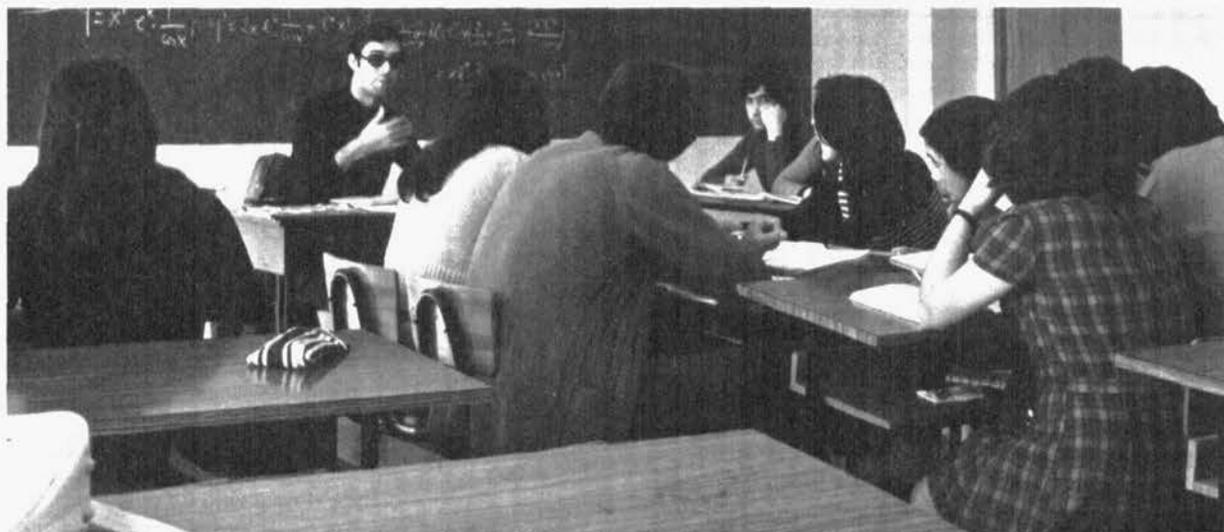
1. Dividir un segmento en partes iguales
2. Dividir un segmento en partes proporcionales.
3. Dibujar tres segmentos de distinta medida, hallar y construir el cuarto proporcional.

**6.3.3. Establecer las proporciones que se dan entre los lados de dos triángulos en posición de Thales.**

1. Distinguir cuando dos triángulos están en posición de Thales.
2. Conociendo las medidas de algunos lados de dos triángulos en posición de Thales, calcular las de los demás. Ejemplo:



Sabiendo que  $AB = 15 \text{ cm.}$ ,  $\overline{AE} = 17 \text{ cm.}$ ,  $\overline{AF} = 22 \text{ cm.}$  y  $\overline{BC} = \frac{17}{2} \text{ cm.}$ , calcular las medidas de los lados  $\overline{AC}$  y  $EF$ .



## Bloque temático n.º 7

# GEOMETRIA DEL ESPACIO

*El paso de dos a tres dimensiones supone mayor dificultad cuando el alumno estudia una geometría intuitiva que cuando estudia una geometría racional; por ello se presenta este bloque separado del correspondiente a la geometría del plano.*

*Es evidente que el espacio físico no puede ni debe ser la única fuente para desarrollar el proceso matemático en el alumno, pero la importancia de esta fuente no puede ser menospreciada en este nivel de enseñanza, en el cual se trata fundamentalmente de organizar experiencias y educar la intuición geométrica para luego llegar a la construcción axiomática de los conceptos.*

*Es necesario que el profesor enseñe al alumno a «ver»*

*proyectados en el plano cuerpos de tres dimensiones y a «ver» en el espacio planos, puntos y rectas, así como las relaciones entre ellos.*

*Este bloque se divide en dos temas de trabajo.*

*La geometría no debe ser enseñada aisladamente, sino que debe relacionarse con todas las otras partes de la matemática y con otras asignaturas. Relacionar los husos esféricos con los husos horarios, el estudio de la esfera con el de la tierra, el volumen con la densidad y peso, los cuerpos geométricos con la estructura molecular y los sistemas de cristalización, son algunas de las posibilidades que se pueden presentar en el estudio de este bloque temático.*

### TEMAS DE TRABAJO:

- 7.1. Relación de perpendicularidad y paralelismo en el espacio. Descripción, construcción y reconocimiento de cuerpos geométricos.
- 7.2. Medida de superficies y volúmenes.

### TEMA DE TRABAJO:

## 7.1. RELACION DE PERPENDICULARIDAD Y PARALELISMO EN EL ESPACIO. DESCRIPCIÓN, CONSTRUCCIÓN Y RECONOCIMIENTO DE CUERPOS GEOMETRICOS

Comprende:

— Ampliación al espacio de tres dimensiones de las relaciones de perpendicularidad y paralelismo estudiadas en el plano.

Estudio de los ángulos diédricos y poliédricos y las

relaciones entre ellos, de forma análoga al estudio de los ángulos en el plano.

Descripción de los cuerpos geométricos y su clasificación, definiendo y localizando: vértices, aristas, caras, ángulos, alturas y apotemas.

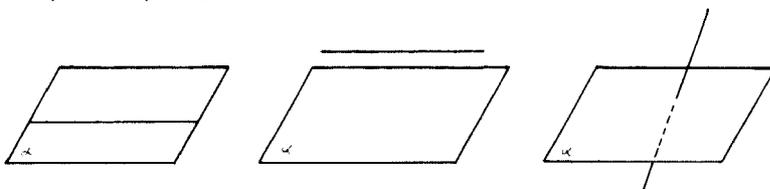
## OBJETIVOS

## ACTIVIDADES SUGERIDAS

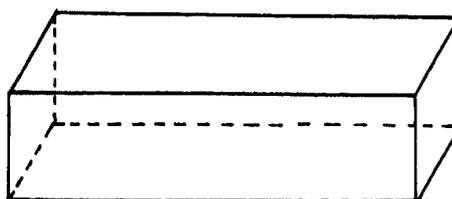
7.1.1. Reconocer y manejar las relaciones de paralelismo y perpendicularidad en el plano y en el espacio.

1. Probar experimentalmente que un plano queda determinado:
  - a) Por una recta y un punto que no pertenezca a ella.
  - b) Por dos rectas secantes.
  - c) Por tres puntos no alineados.
2. Dibujar y construir en cartulina un ortoedro, un cubo y un prisma de base hexagonal y distinguir:
  - a) Planos paralelos
  - b) Planos secantes
  - c) Segmentos paralelos
  - d) Segmentos perpendiculares
  - e) Segmentos ortogonales

3. Escribir la notación correspondiente a la posición relativa entre el plano  $\alpha$  y la recta:



4. Sabiendo que las rectas  $r$ ,  $r'$  y  $r''$  no están en el mismo plano y que entre ellas se cumplen las relaciones:
  - a)  $r \parallel r''$  y  $r' \parallel r''$       ¿Cómo son  $r$  y  $r'$ ?
  - b)  $r \perp r'$  y  $r' \perp r''$       ¿Cómo son  $r$  y  $r''$ ?
  - c)  $r \perp r'$  y  $r \perp r''$       ¿Cómo son  $r'$  y  $r''$ ?
5. En este ortoedro, señalar:
  - a) Segmentos de rectas que se cruzan
  - b) Planos perpendiculares
  - c) Segmentos de rectas paralelas comprendidos entre planos paralelos:



6. Definir: recta perpendicular a un plano, planos paralelos y planos perpendiculares.

7.1.2. Conocer, dibujar y construir en cartulina los principales cuerpos geométricos, sabiendo describirlos y caracterizarlos.

1. Construir en cartulina, dibujar y describir los principales cuerpos geométricos (cubo, ortoedro, prismas, pirámides, tetraedro, cilindro, etc.)
2. En un ortoedro, distinguir:
  - Caras laterales y básicas.
  - Aristas, laterales y básicas.
  - Vértices
  - Diagonales
  - Altura.
3. Realizar el desarrollo en un plano de los principales cuerpos geométricos

---

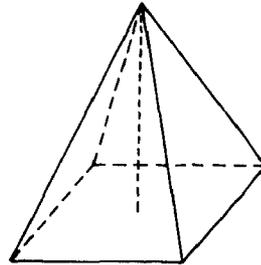
**OBJETIVOS**

---

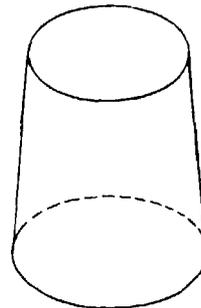
**ACTIVIDADES SUGERIDAS**

---

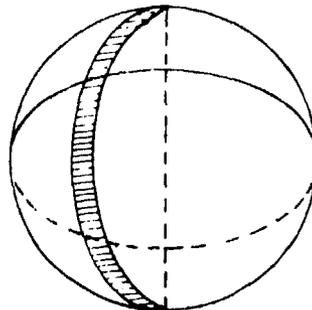
4. En esta pirámide, señalar:
- a) Las aristas laterales
  - b) La apotema de una cara lateral.
  - c) La altura
  - d) Clasificarla por su base.
  - e) ¿Cómo se podría obtener un tronco de pirámide a partir de ésta?
  - f) Dibujar el tronco de pirámide resultante



5. ¿Qué cuerpo es este?  
¿Qué polígono puede engendrarlo por rotación?  
Señalar la generatriz, altura y radios básicos de este cuerpo



6. Dibujar en esta esfera:
- a) Un casquete esférico
  - b) Una zona esférica
- ¿Cómo se denomina la superficie rayada?



7. Definir: zona esférica, casquete esférico.

## 7.2. MEDIDA DE SUPERFICIES Y VOLUMENES

Comprende:

Justificación de las áreas lateral y total de los cuerpos estudiados, a partir de las áreas de figuras planas, para lo cual un método podría ser el desarrollar dichos cuerpos en el plano. En el caso de la esfera (imposible de desarrollar en el plano) se dará la fórmula sin justificar.

La justificación de los volúmenes (excepto en la esfera) se hará de forma intuitiva, mediante algún proceso constructivo (Ejemplo: tres pirámides encajan en un determinado prisma).

---

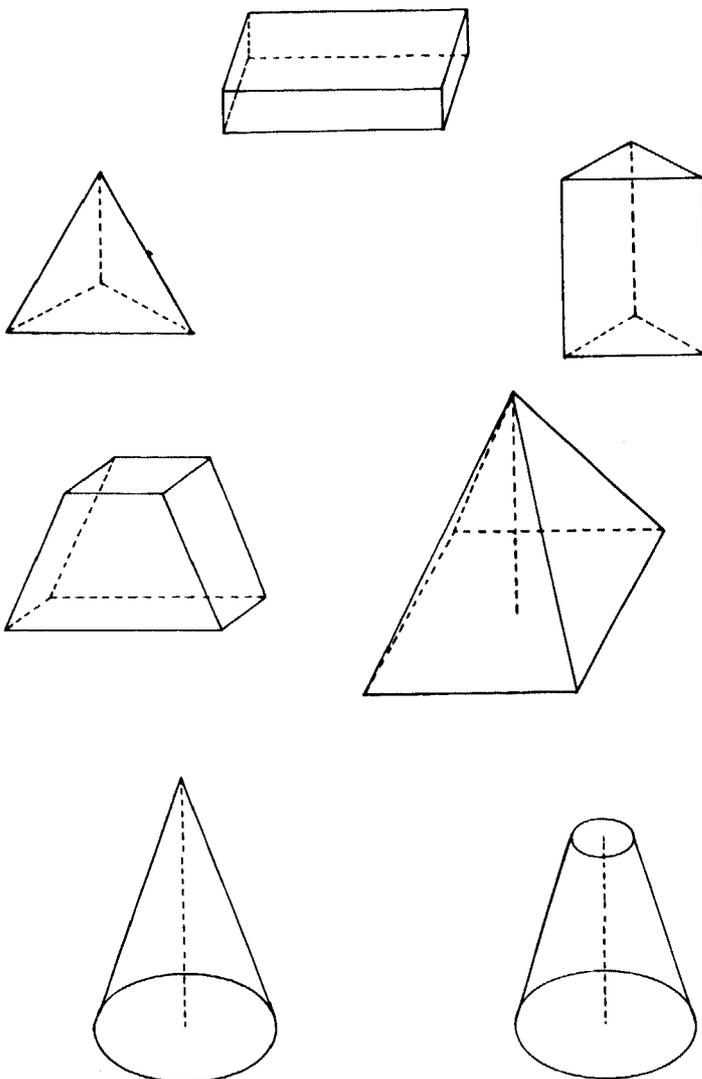
### OBJETIVOS

7.2.1. Justificar las fórmulas que dan lugar al área de los cuerpos (estudiados).

---

### ACTIVIDADES SUGERIDAS

1. Desarrollar cada una de las siguientes figuras y deducir, en cada caso, la fórmula del área total de ellas

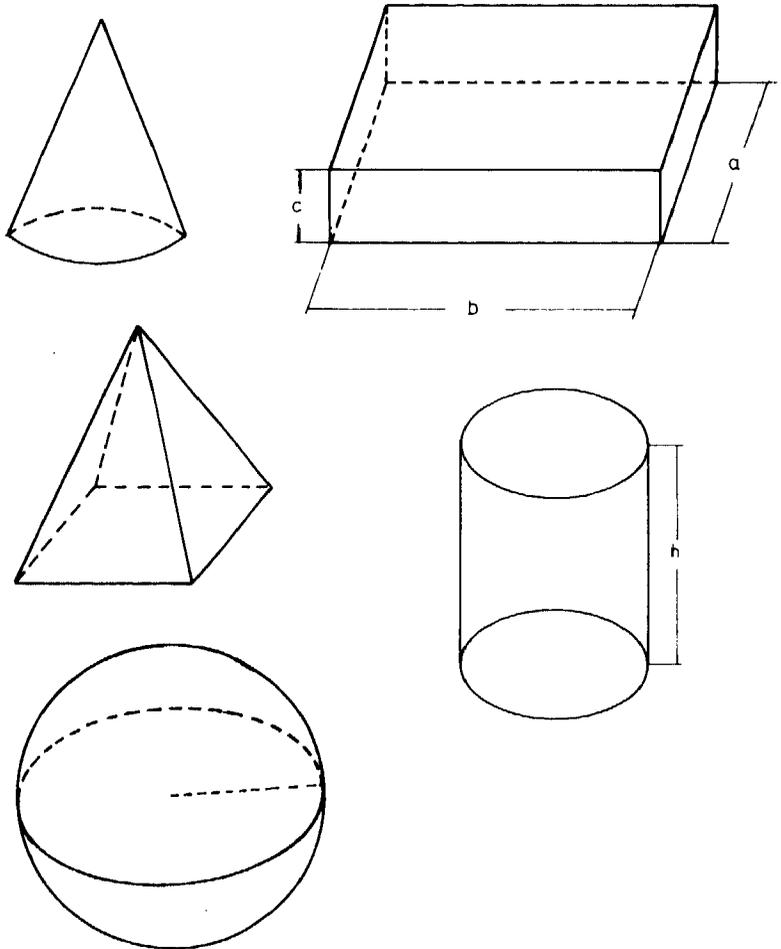


**OBJETIVOS**

**ACTIVIDADES SUGERIDAS**

**7.2.2. Utilizando modelos geométricos o experimentalmente, justificar las fórmulas de los volúmenes de los cuerpos.**

1. En las figuras:



justificar las siguientes fórmulas del volumen y asociar cada una de ellas a la figura correspondiente

$$V = (b \cdot a) \cdot c$$

$$V = 1/3 \pi r^2 h$$

$$V = \pi r^2 \cdot h$$

$$V = \frac{B \cdot h}{3}$$

$$V = 4/3 \pi r^3$$

**7.2.3. Resolver problemas de áreas y volúmenes de los cuerpos estudiados.**

1. Planteo y resolución de problemas, utilizando en su caso, el teorema de Pitágoras
  - a) ¿Qué cantidad de papel será necesario para empapelar una habitación cuyas dimensiones son 5 m. de largo, 3 m. de ancho y 2,75 de alto.
  - b) Las medidas de una piscina son 10 m. de largo, 5 m. de ancho y 3 m. de profundo
    - ¿Cuántos litros de agua serán precisos para llenarla?
    - ¿Cuánto dinero costará pintarla si el m.<sup>2</sup> vale 151,50 ptas?
  - c) Calcular el área total y el volumen de un cono de generatriz 4 m. y de radio de la base 2 m.

---

**OBJETIVOS**

---

**ACTIVIDADES SUGERIDAS**

---

4. ¿Cuánto pesará el aceite contenido en un envase de forma cilíndrica de diámetro 4 dm. y altura 6 dm., sabiendo que está lleno en sus  $\frac{3}{4}$  partes y la densidad del aceite es 0,92.
  5. ¿Cuántos  $m^3$  de gas serán necesarios para llenar un globo sonda de forma esférica de 30 dm. de diámetro?
  6. Una naranja tiene 12 gajos y 11 cm. de diámetro. ¿Cuál es el volumen aproximado de cada gajo?
  7. ¿Cuántos litros contendrá un depósito de forma cúbica, lleno hasta su cuarta parte, si su diagonal mide  $\sqrt{3}$  m?
- 



## Bloque temático n.º 8

# ESTADISTICA DESCRIPTIVA

La Estadística descriptiva es la ciencia dedicada a descubrir las regularidades o características existentes en un conjunto de datos, para pasar luego a inferir lo que ocurre en una población [Estadística inductiva o inferencia estadística].

En este bloque temático nos limitaremos a tratar algunos aspectos de la estadística descriptiva: La reducción estadística [ordenación, agrupación y clasificación de datos], a fin de destacar los rasgos o aspectos más sobresalientes, aunque ello obligue a una pérdida de parte de la información; la confección e interpretación de tablas y gráficos; el estudio de algunas características fundamentales de una distribución: medidas de tendencia central y de dispersión.

Pero, dentro de su aparente sencillez, el estudio de la estadística descriptiva comporta una serie de dificultades que pueden dar lugar a graves errores en el manejo de este instrumental. Hay libros enteros dedicados a explicar cómo se puede mentir con la Estadística. Estas

mentiras provienen generalmente de la forma incorrecta de seleccionar la muestra, no haciendo uso de los procedimientos de muestreo, de la deficiente utilización de las escalas en la construcción de gráficos y de la desafortunada elección de las medidas o valores que van a describir la muestra.

Este tema enlaza en B.U.P. con el estudio de las distribuciones estadísticas y de la probabilidad, instrumento matemático que utiliza la estadística inductiva.

Es una parte de la matemática muy adecuada para establecer relaciones interdisciplinarias, fundamentalmente con las Ciencias Sociales y de la Naturaleza, pero, sobre todo, es necesaria al ciudadano medio para la comprensión del mundo que le rodea [piénsese en la lectura diaria de la prensa, en los datos estadísticos que se manejan en la hora de unas elecciones, o en los gráficos que, con frecuencia, tenemos que interpretar al leer cualquier artículo].

### TEMA DE TRABAJO:

## 8.1. ESTADISTICA DESCRIPTIVA

OBJETIVOS	ACTIVIDADES SUGERIDAS
8.1.1. Ordenar, agrupar y clasificar datos estadísticos para confeccionar tablas de fenómenos estadísticos de una variable.	1. Ordenar, agrupar y confeccionar tablas estadísticas: a) Con una serie de valores previamente dados al alumno, como por ejemplo: 8, 9, 1, 1, 3, 7, 7, 7, 5, 5. b) Ordenar, agrupar y confeccionar la tabla estadística correspondiente a una serie de datos recopilados por el mismo alumno, como pueden ser los referentes al mes de nacimiento de los alumnos del Colegio.
8.1.2. Distinguir la frecuencia absoluta de la frecuencia relativa.	1. Resumir en una tabla de frecuencias los resultados obtenidos al lanzar, al aire, un dado 50 veces 2. Averiguar el número de hermanos que tiene cada alumno del Colegio, ordenar los datos obtenidos, agrupándolos por frecuencias, y presentar la tabulación correspondiente.
8.1.3. Distinguir los conceptos de población o colectivo y muestra representativa.	1. Averiguar los diferentes números de calzado que gastan los alumnos del Colegio; como pueden ser muchos, emplear una muestra representativa del colectivo Colegio, realizando, a continuación, la tabla estadística correspondiente. 2. Los alumnos, por equipos, elegirán libremente un trabajo estadístico; tabular los datos obtenidos.

**OBJETIVOS**

**ACTIVIDADES SUGERIDAS**

**8.1.4. Representar gráficamente los datos recogidos en una tabla estadística.**

1. Construir, en papel cuadrulado, el gráfico (Polígono de frecuencias) correspondiente a una serie de datos previamente dados al alumno, por ejemplo:

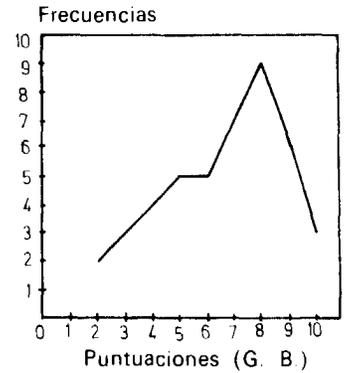
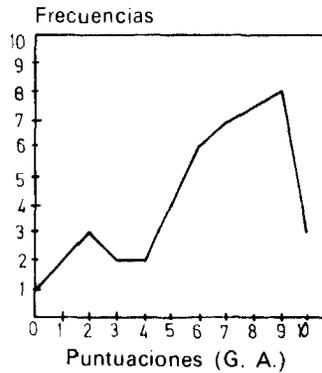
$x_i$	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
$j_i$	1, 1, 3, 5, 8, 9, 11, 9, 7, 2

2. Representar gráficamente, mediante diagrama de barras:
  - a) La serie de datos del ejercicio anterior.
  - b) Los datos recopilados por el mismo alumno en un trabajo estadístico de libre elección.
3. Representar gráficamente en polígono de frecuencias, diagrama de barras, histograma y por sectores la actividad 2.<sup>a</sup> del objetivo 8.1.2.
4. Construir un gráfico, de libre elección por el alumno, que represente la actividad 1.<sup>a</sup> del objetivo 8.1.3.
5. Dibujar el polígono de frecuencias del trabajo realizado en la actividad 2.<sup>a</sup> del objetivo 8.1.3.

**8.1.5. Interpretar gráficos.**

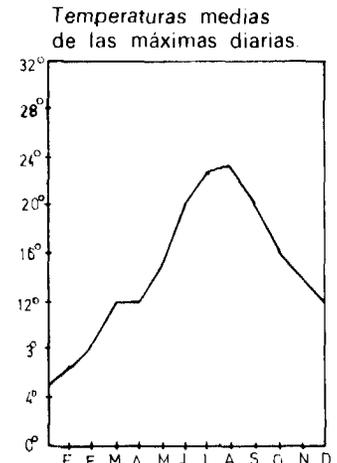
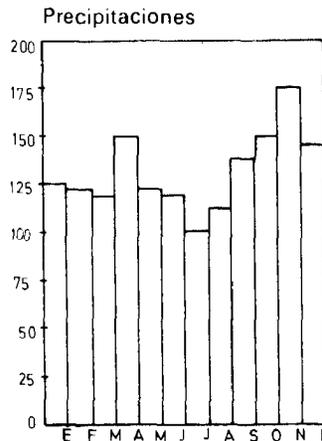
1. Presentados uno o varios gráficos, que el alumno explique su significado, pudiendo sugerir su interpretación mediante preguntas adecuadas. Ejemplos:

a) Gráficos correspondientes a los resultados de los exámenes de matemáticas realizados por 2 grupos de un mismo Curso.



¿Qué grupo presenta un mejor rendimiento? ¿En qué grupo hay un mayor número de alumnos? ¿Cuántos alumnos han de repetir el examen en cada uno de los grupos?, etc.

b) Los siguientes gráficos representan el régimen térmico y de precipitaciones de una provincia española (Fuente: Anuario Estadístico).



---

**OBJETIVOS**

---

**ACTIVIDADES SUGERIDAS**

---

Explicar los diferentes gráficos.

¿Qué tipo de clima tiene esta provincia? ¿Por qué?

2. Exponer, por escrito, la interpretación de los gráficos realizados por el alumno en las actividades referentes al objetivo 8.1.4.
  3. Buscar los gráficos de producción (nacionales e internacionales) reseñados en los libros de texto del área Social, dando una interpretación a los mismos.
  4. Idem respecto al clima, movimiento demográfico, turismo, etc.
  5. Inferir el significado de los gráficos que el alumno observe, con motivo de visitas culturales programadas, en Centros de Enseñanza, Empresas, Hospitales, etc.
  6. Recoger y coleccionar en la clase los diferentes gráficos publicados en periódicos y revistas y su interpretación dada a los mismos.
- 8.1.6. Calcular las medidas de tendencia Central: media, mediana y moda.**
1. Hallar la media, mediana y moda de los datos estadísticos procedentes de las calificaciones obtenidas por un alumno, durante un curso académico.
  2. Calcular la media, mediana y moda de la actividad 2 del objetivo 1.
- 8.1.7. Diferenciar el distinto matiz significativo de dichos valores Centrales.**
1. Diferenciar, emitiendo un juicio valorativo, la media, mediana y moda de las siguientes calificaciones obtenidas por un alumno en las que existen valores extremos como ocurre en: 6, 5, 5, 5, 5, 0.
  2. Visitar una fábrica o empresa de la localidad, anotar los sueldos de sus empleados y calcular la media, mediana y moda. O cualquier otra actividad similar que conlleve el que el mismo alumno sea quien averigüe y recopile los datos.
  3. Averiguar la media, mediana y moda de las actividades de los objetivos 8.1.1., 8.1.2. y 8.1.3. El alumno indicará qué medida central, en cada caso, caracteriza mejor la serie.
- 8.1.8. Calcular las medidas de dispersión o variabilidad de la serie: recorrido, varianza y desviación típica.**
1. Calcular, en primer lugar, la media, mediana y moda de las dos series de valores siguientes, hallando, a continuación, el recorrido y la desviación típica de dichas series para expresar la dispersión de los datos.  
Serie a) 1, 2, 5, 6, 6, 7, 8, 9, 10  
Serie b) 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 7, 7
  2. Hallar la desviación típica de las actividades de los objetivos 8.1.1., 8.1.2. y 8.1.3.
  3. Inventar dos series de valores que, siendo media, mediana y moda idénticas, averiguada la desviación media de ambas series, su diferencia sea superior a 2.
- 8.1.9. Resolver sencillos problemas relacionados con datos estadísticos, de acuerdo con los objetivos propuestos.**
1. En el observatorio meteorológico de una capital de provincia, durante el periodo 1970-1980, se han registrado los siguientes valores medios de temperatura: Enero 3°; Febrero 6°; Marzo 10°; Abril 12°; Junio 23°; Julio 30°; Agosto 30°; Septiembre 20°; Octubre 16°; Noviembre 5° y Diciembre 3°.
    - a) Hallar la media anual de dicho periodo.
    - b) Representar gráficamente estos valores en un eje de coordenadas.
    - c) Hallar el recorrido y la desviación media.
    - d) Averiguar si, con estos datos, podría estar representada la capital de Burgos, razonando la respuesta.
  2. Anotar diariamente y durante un mes los datos de temperaturas de una capital, dados en la prensa local, y confeccionar, con los datos obtenidos, el gráfico correspondiente, indicando la media, mediana y la moda.
  3. Los gastos de una familia fueron, durante un año, los siguientes: 55 % alimentación; 12,5 % vestido; 5 % vivienda; 7,5 % gastos de casa; 20 %

**OBJETIVOS****ACTIVIDADES SUGERIDAS**

gastos generales. Hacer su representación mediante un gráfico por sectores.

4. En una fábrica se pagan los siguientes sueldos:

FRECUENCIAS	Sueldos
6.....	30.000 ptas.
3.....	40.000 ptas.
4.....	45.000 ptas.
1.....	50.000 ptas.
1.....	60.000 ptas.

- a) Averiguar la media, mediana y moda de dicha distribución de sueldos.  
b) Representar gráficamente dichos datos en un histograma.

5. Hallar la producción media de trigo en 10 parcelas de igual extensión cuya producción de cada una de ellas, expresada en toneladas, fue la siguiente: 0,5; 1; 2; 1,5; 1; 1,4; 1,8; 1,6; 2,2; 2. Calcular la desviación media.
6. Solicitar del Registro Civil el número de nacimientos habidos durante los doce meses del año anterior, hacer una tabla de frecuencias y su representación gráfica. Se podrían confeccionar los gráficos de varios años.

**GRUPO DE TRABAJO****DIRECCION**

Ilmo. Sr. D. Pedro Caselles Beltrán, Director General de Educación Básica.  
Ilma. S.ª D.ª María Teresa López del Castillo, Subdirectora General de Orientación Educativa.

**COORDINACION**

D. Carlos Arribas Alonso, Jefe del Servicio de Planes de Estudio y Orientación.  
D. Jesús López Román, Jefe del Gabinete de Planes y Programas.  
D.ª María Dolores de Prada Vicente, ex Jefe del Gabinete de Planes y Programas.

**REALIZACION: AREA DE MATEMATICAS**

D.ª Rosaura Hernández Nistal, Profesora Agregada de I.N.B.  
D. Jaime García Berlanga, Profesor de E.G.B.  
D. Pedro García Pérez, Profesor de E.G.B.  
D. José Gil Hervás, Director del Colegio San José de Valencia.  
D. Ramón González Díaz, Inspector de Educación Básica del Estado.  
D. Vicente Guillén López, Catedrático de I.N.B.  
D. Luis Guaita Bermejo, Profesor de E.G.B.  
D. Enrique Guinot Broeh, Profesor del Colegio San José de Valencia.  
D. Pedro Jiménez Altable, Profesor de E.G.B.  
D. Manuel Luque Lucena, Inspector de Educación Básica del Estado.  
D. Angel Martínez Páez, Catedrático de I.N.B.  
D. Francisco Moreno García, Profesor del Colegio San José de Valencia.  
D. Teofilo Navarro García, Profesor Agregado de I.N.B.  
D. Angel Nieto Descalzo, Profesor Agregado de I.N.B.  
D. Juan Paños Gahete, Profesor de E.G.B.  
D.ª María Dolores de Prada Vicente, Catedrática de I.N.B.  
D. Miguel Angel Varas Reviejo, Profesor de E.G.B.