

**Estadística y azar
en la Enseñanza
Secundaria
Obligatoria**

COLECCIÓN
SESTAFERIA
DE
MATERIALES
DIDÁCTICOS

Estadística y azar en la Enseñanza Secundaria Obligatoria

MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y CIENCIA

DIRECCIÓN PROVINCIAL DE ASTURIAS

CEP DE AVILÉS

CENTRO DE PROFESORES DE AVILÉS

DIRECTOR DEL CENTRO

Luis Enrique García Gómez

CONSEJO DEL CENTRO

Miguel A. Sama González
Ramón Suárez-Valdés Fernández
Vicente Fernández García
Fernando Martínez Martínez
Juan R. Marina Espina
Josefina Barandiarán Piedra
Manuel Muñoz Barrero
Montserrat González Láiz
Guadalupe Concepción Álvarez

EDITA

CENTRO DE PROFESORES DE AVILÉS

C/ La Cámara, 23, 2º 33400 AVILÉS

Tfnos: 556 87 86 / 552 25 59. Fax: 556 63 23

COLECCIÓN

SESTAFERIA DE MATERIALES DIDÁCTICOS

COORDINACIÓN EDITORIAL

Luis Enrique García Gómez

CONSEJO ASESOR

Dpto. E. Primaria	José L. G. Acebes
Dpto. E. Infantil	Marta M ^a Álvarez
Dpto. N. E. Especiales	F. Javier G. Granda
Dpto. Filología	M ^a Teresa L. Fernández
Dpto. Ciencias Sociales	Julio R. Frutos
Dpto. E. Técnicas	Celso J. Roces Suárez
Dpto. E. Corporal. y Artística	M. Fidalgo
Dpto. Ciencias de la Naturaleza	Pilar Fernández
Dpto. Informática	Domingo Fernández
Dpto. M. Audiovisuales	Juan F. Díez

DISEÑO DE PORTADA

M^a José Fernández Méndez

COMPOSICIÓN: MARFIK

Impresión: Taller de Artes Gráficas del
Centro de Educación de Adultos de Gijón

I.S.B.N.: 84-88192-01-0

DEPÓSITO LEGAL: AS-1110-92

MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y CIENCIA

DIRECCIÓN PROVINCIAL DE ASTURIAS

ESTADÍSTICA Y AZAR EN LA ENSEÑANZA SECUNDARIA OBLIGATORIA

José Luis Álvarez García
Antonio Eugenio González García

El presente libro supone la reelaboración y continuación del proyecto de Innovación Educativa titulado "Proyecto curricular de Estadística para el ciclo 12-16", desarrollado durante el curso 1990-91 por el Seminario Regional de Desarrollo Curricular de Matemáticas del CEP de Avilés, compuesto por los siguientes profesores y profesoras:

José Luis Álvarez García. IFP de Valliniello de Avilés
Consuelo Arias Crespo. IB Alfonso II de Oviedo
Antonio Arroyo Miguel. IB Villaviciosa
Antonio E. González García. IFP de Piedras Blancas
Francisco Marcos Vega. IB P. Feijoo de Gijón
Lucía Quintela Rodríguez. IB Virgen de la Luz de Avilés
M^a Monserrat Riesgo Fernández. IPFP de Oviedo
María Teresa Sanz Gilsanz. IB Carreño Miranda de Avilés
M^a Soledad Vega Fernández. IB El Piles de Gijón

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	7
PRIMERA PARTE: ASPECTOS GENERALES DEL PROYECTO	11
1. Hacia un proyecto curricular de matemáticas para la Enseñanza Secundaria Obligatoria	11
2. Propuesta de tratamiento integrado de Estadística, Probabilidad y Combinatoria	24
3. Adecuación del proyecto a las condiciones actuales de implantación de la LOGSE	39
SEGUNDA PARTE: PROGRAMACIÓN DEL PROFESOR (3º ESO).....	45
4. Introducción a la Estadística	45
5. Recogida de información	52
6. Organización y presentación de la información	62
7. Valores destacables de un colectivo que resumen o amplían la información sobre el mismo	69
8. El tratamiento del azar	80
9. La evaluación	97
TERCERA PARTE: MATERIALES DE TRABAJO PARA EL ALUMNO.....	107
10. Recogida de información	108
11. Organización y presentación de la información	116
12. Valores destacables de un colectivo que resumen o amplían la información sobre el mismo	129
13. El tratamiento del azar	138
14. Algunas actividades complementarias y de profundización	153
BIBLIOGRAFÍA	163

INTRODUCCIÓN

La presente obra representa el resultado del trabajo realizado por los autores sobre este tema a lo largo de los últimos años. En concreto, supone la reelaboración y continuación de un Proyecto de Innovación Educativa que se llevó a cabo a lo largo del curso 1990-91, con la aprobación y subvención del Ministerio de Educación y Ciencia. Este proyecto, titulado "Proyecto curricular de Estadística para el ciclo 12-16", fue desarrollado por el Seminario Regional de Desarrollo Curricular de Matemáticas, adscrito al CEP de Avilés y formado por profesores y profesoras de distintos puntos de la geografía asturiana.

El origen de este seminario se remonta al curso 1984-85 y surge a iniciativa de los profesores J. Luis Álvarez y Antonio E. González que, desde la Coordinadora de Enseñantes de Asturias, hacen una convocatoria a todo el profesorado de matemáticas de Enseñanza Media de la región. El principal objetivo de esta convocatoria era conseguir formar un grupo de trabajo, cuya tarea consistiría inicialmente en el análisis de la Reforma de las Enseñanzas Medias que comenzaba a experimentarse en aquellas fechas. Durante el tiempo que media desde el inicio de su andadura hasta la actualidad, el grupo pasó por diversas fases y han sido numerosos los cambios en su composición. Así, por ejemplo, cabe señalar que pasó de estar vinculado a un Movimiento de Renovación Pedagógica (como lo era la C.E.A. antes aludida), a adscribirse al Centro de Profesores de Avilés, en el momento de la creación de éste y, por último, tener reconocido el carácter de Seminario Regional de Desarrollo Curricular, a partir del curso 89-90. Por diversos motivos, el grupo desaparece a finales del pasado curso escolar.

Los temas de trabajo del grupo de profesores también han sido variados durante este tiempo: desde aspectos generales relativos a la Reforma de las EE.MM. o de didáctica de las matemáticas, hasta aspectos más puntuales sobre determinados contenidos matemáticos. Los primeros años se dedicaron al seguimiento y análisis de la Reforma; para ello contábamos dentro del grupo con profesores que pertenecían a centros experimentales y, por tanto, desarrollaban en sus clases estas enseñanzas.

A partir del curso 1987-88 surge la idea de elaborar un proyecto curricular de matemáticas para el ciclo 12-16 y, tras algunos avances sobre los aspectos más generales del mismo (estructura del proyecto, método, algunos principios de procedimiento de carácter general, etc.), dos años después se decide centrar el trabajo sobre la Estadística y la Probabilidad. Los motivos que nos mueven a ello son el comprobar lo relegados que estaban estos contenidos, en las matemáticas que en esos momentos se impartían en las aulas, la importancia que van adquiriendo en los currícula oficiales de otros países de nuestro entorno o en el proyecto de Reforma que se estaba experimentando en nuestro país y, por último, la escasez de materiales curriculares adecuados.

Durante un primer año, el trabajo se dirige principalmente al análisis de diferentes tratamientos didácticos del tema (cómo se abordan los contenidos de estadística y probabilidad en las programaciones y libros de texto al uso, qué tratamiento se les da en diferentes materiales curriculares elaborados por otros grupos españoles, cómo se abordan en otros países, etc.), así como al estudio de cuál debería ser, al final de la enseñanza obligatoria (16 años), la formación de un alumno en lo concerniente a esta parte de las matemáticas. Como consecuencia de ello se llega a una propuesta de tratamiento integrado de la estadística, combinatoria y probabilidad y a una primera estructuración de los contenidos a lo largo de los cuatro años del ciclo.

El proyecto de innovación anteriormente citado supone una segunda fase de este trabajo de acercamiento al tema. El objetivo que nos marcamos es profundizar en los aspectos ya iniciados, elaborar algunas unidades didácticas y experimentarlas en las aulas. Dado que todos los miembros del grupo somos profesores de Enseñanzas Medias, resulta obligado modificar determinados supuestos del proyecto inicial, para poder llevar a cabo la experimentación: en definitiva se trata de llevar al aula estas unidades en un tercer curso del ciclo 12-16 con alumnos que no han cursado los dos primeros cursos. Además, la rigidez de algunas programaciones actuales no permite dedicar mucho tiempo al estudio de la Estadística. Por todo ello, decidimos preparar una unidad didáctica que desarrolle los dos primeros bloques de contenidos que se habían considerado en cada curso: Recogida de información y Organización y tratamiento de la información.

La unidad didáctica elaborada por el grupo es experimentada en centros de Formación Profesional, de Bachillerato y de Reforma con alumnos de primer curso y, posteriormente, se realiza la valoración de los resultados de la experimentación y la preparación de la consiguiente memoria del proyecto.

Otro de los objetivos que se contemplaban en el proyecto de innovación era la divulgación entre el profesorado de la propuesta que se había elaborado. En este sentido, se presentan ponencias en varios cursos de formación del profesorado, entre los que cabe

Introducción

citar los cursos ACD modalidad A celebrados en Avilés, Zaragoza, Logroño, Albacete y Pamplona, entre otras actividades.

Al final del curso escolar 1990-91, tal como se ha indicado anteriormente y debido fundamentalmente al cansancio acumulado por gran parte de los miembros, tras varios años de arduo trabajo, se decide poner fin temporalmente a la actividad del grupo.

A partir de este momento, dos de los componentes del grupo nos proponemos continuar el trabajo iniciado. Para ello se parte de los resultados de la experimentación llevada a cabo el año anterior, y se reelabora la unidad didáctica. Así mismo, se completa con los bloques de contenidos que no se habían abordado, hasta culminar la propuesta de tratamiento de la estadística y probabilidad en el tercer curso de Enseñanza Secundaria Obligatoria. El resultado de este trabajo es el que se presenta en este libro.

Uno de los objetivos principales que nos hemos fijado con esta publicación, es proporcionar a los profesores y profesoras de matemáticas, fundamentalmente a quienes se incorporan al nuevo sistema educativo, unos materiales curriculares capaces de ser utilizados directamente como ayuda pedagógica en las aulas. A ello van orientadas la segunda y tercera partes del libro. Sin embargo, pensamos que no pueden obviarse algunos aspectos de tipo general que puedan facilitar la comprensión de la génesis de los materiales presentados, el contexto donde enmarcarlos, la concepción de las matemáticas a la que responden y, en suma, la forma más eficaz de llevarlos a las aulas. La primera parte del libro trata sobre ello.

PRIMERA PARTE

ASPECTOS GENERALES DEL PROYECTO

1. Hacia un Proyecto Curricular de Matemáticas para la Enseñanza Secundaria Obligatoria

1.1. El proyecto curricular como instrumento de ayuda al profesor

Durante los últimos años es frecuente encontrarse con el término proyecto curricular en casi todos los documentos escritos sobre cuestiones de enseñanza. Sin embargo, estas palabras no siempre toman el mismo significado y, por ello, consideramos imprescindible comenzar explicando qué es lo que nosotros entendemos por proyecto curricular y cuál es el papel que debe desempeñar en el desarrollo profesional de un profesor.

Compartimos la idea de que el proyecto curricular ha de ser un instrumento de trabajo para los profesores y no una normativa oficial (CASCANTE, C., 1989). Ha de constituir un puente entre la teoría y la práctica, un mediador entre la realidad educativa y el profesor. Así, para el profesor lo esencial de un proyecto curricular será que constituya el instrumento capaz de producir aprendizaje en sus alumnos, de analizar cómo se ha producido este aprendizaje y, en función de ello, variar en la forma que considere adecuada su forma de actuar.

Entendido de esta forma, es evidente que todo profesor o profesora en activo, aún implícitamente, posee un proyecto curricular. Sin embargo, el paso del modelo implícito que utiliza cada uno a un modelo explícito no es tarea fácil ni inmediata y máxime si se trata de una tarea colectiva de un grupo de profesores. También parece claro que ha de

realizarse de forma progresiva (nuestra propia experiencia lo demuestra) que puede comenzar en el momento en que se toman las primeras decisiones comunes (por ejemplo, explicitando algunos principios de procedimiento que puedan ser utilizados como guía del trabajo en el aula), y que irá alcanzando sucesivos niveles de desarrollo, a través de un proceso que no tiene final. Teoría y práctica, formación del profesorado y desarrollo curricular, serán aspectos que avanzarán indisolublemente unidos a lo largo de todo este proceso.

De las consideraciones anteriores deriva la importancia que tiene la estructura que se elija para la elaboración y el desarrollo del proyecto curricular. Si presuponemos que se trata de un instrumento de ayuda en nuestra práctica docente, la elección de un modelo de proyecto curricular demasiado complejo probablemente presente tales dificultades a la hora de hacer explícitos todos sus elementos que lejos de constituir una ayuda más bien resulte un estorbo.

Por su simplicidad, hemos elegido la estructura propuesta por CÉSAR CASCANTE, que es la siguiente:

A) MÉTODO

- ✓ Toma de decisiones según fuentes curriculares en torno a una serie de elementos que se han de considerar en un proceso de enseñanza-aprendizaje (objetivos, contenidos, modos de relación, etc.)

B) DISEÑO DE INSTRUCCIÓN

- ✓ Estructura de una unidad de enseñanza-aprendizaje.
- ✓ Forma de preparación por parte del profesor.
- ✓ Unidad ejemplificada: programación del profesor, trabajo realizado por uno o varios alumnos.

C) DISEÑO DE INVESTIGACIÓN

- ✓ Principios de procedimiento.
- ✓ Informe: pruebas psicopedagógicas, observación de actividades, diario.

Resultaría largo incluir en este libro el nivel de desarrollo de nuestro proyecto en los sucesivos elementos que configuran esta estructura. No obstante, hemos decidido incluir algunos aspectos del diseño de instrucción y del diseño de investigación que hemos considerado de mayor interés: principios de procedimiento establecidos, la estructura de las unidades didácticas, su forma de preparación y los momentos clave de las clases y unidades didácticas.

1.2. Principios de procedimiento

Los principios de procedimiento se conciben como normas dirigidas al profesor indicándole actitudes en su trabajo, que se derivan de las decisiones tomadas en el método. Los que a continuación se presentan hacen referencia a los aspectos que se han considerado más relevantes y pretenden definir el modelo de enseñanza por el que se ha optado. En este sentido, se parte de una concepción constructivista del aprendizaje de los alumnos y de algunas estrategias de enseñanza (conflicto cognitivo-enseñanza diagnóstica) que se presupone son consecuentes con dicha concepción. De acuerdo con el modelo curricular por el que hemos optado, estos principios de procedimiento están sometidos a revisión permanente y son modificados o ampliados a medida que se desarrolla y experimenta el proyecto.

A) Sobre los objetivos

El profesor o la profesora:

- ✓ planificará sus objetivos como hipótesis de trabajo o intenciones, capaces de actuar como guías de observación de su propio trabajo, y no como conductas terminales;
- ✓ fomentará en sus alumnos y alumnas una actitud positiva hacia las matemáticas, proporcionando ocasiones para que todos descubran el placer que supone la resolución de un problema con éxito;
- ✓ considerará como principal objetivo enseñar a los alumnos y alumnas a razonar con corrección y capacitarles para resolver problemas con ayuda de las matemáticas; por este motivo, la resolución de problemas constituirá el aspecto central del currículo;

B) Sobre el tipo de contenidos y actividades que se plantearán

El profesor o la profesora:

- ✓ seleccionará los contenidos de manera que sean adecuados al nivel real de la clase y respondan a las necesidades e intereses de una amplia mayoría; asimismo, proporcionará a quienes lo requieran la posibilidad de profundizar en los contenidos seleccionados;
- ✓ siempre que sea posible optará por aquellos contenidos que tengan un carácter más general y polivalente (así, por ejemplo, ante varios procedimientos de resolución de un problema, propiciará la utilización de aquél que resulte más general, destacando esta característica ante sus alumnos);
- ✓ seleccionará preferentemente actividades que pongan en acción conocimientos de varios campos, favoreciendo una visión más global e interdisciplinar del saber;

- ✓ propondrá frecuentemente a los alumnos y alumnas investigaciones y problemas abiertos que permitan establecer conjeturas, ponerlas a prueba, explorar diversas vías para la solución del problema, llegar a distintos niveles de profundidad según niveles, etc;

C) Sobre la organización de los contenidos y actividades

El profesor o la profesora:

- ✓ organizará los contenidos del ciclo de modo que se favorezca una enseñanza en espiral y se potencie la máxima relación entre unos y otros; para ello tendrá en cuenta su jerarquía e interconexión, la evolución psicológica del alumnado y, en la medida de lo posible, el desarrollo histórico de los conocimientos;
- ✓ planteará el desarrollo de los conceptos de tal forma que se pase desde un nivel intuitivo, preformal, en un primer acercamiento a los contenidos, hasta llegar a lo largo del ciclo a un grado de elaboración de los mismos que permita avanzar en los aspectos lingüísticos y estructurales más formales;
- ✓ de cada contenido concreto presentará inicialmente su estructura global para, a continuación, en sucesivos acercamientos, desarrollar y profundizar en sus distintos apartados, situando éstos en la estructura global inicialmente presentada; de esta manera se pretende pasar de lo simple a lo complejo, de lo más general a los aspectos particulares;
- ✓ planteará las actividades de enseñanza-aprendizaje por separado o agrupadas en bloques, en función de los contenidos a aprender;

D) Sobre las situaciones de enseñanza-aprendizaje

El profesor o la profesora:

- ✓ procurará que las primeras actividades de cada bloque temático o unidad didáctica, además de servir para proporcionar una visión general del tema objeto de estudio, le permitan conocer los conocimientos previos de sus alumnos y alumnas;
- ✓ planteará situaciones de aprendizaje en las que sus alumnos y alumnas puedan adquirir progresivamente las nuevas nociones basándose en sus conocimientos anteriores y primitivos; permitirá que utilicen dichos conocimientos previos, aunque en principio no sean eficaces para la resolución de la situación;
- ✓ procurará que en cada situación de acción perciban un problema que han de resolver, una dificultad que quieran, puedan y deban superar;

en este sentido se considera importante la motivación inicial ante los problemas planteados;

- ✓ favorecerá que identifiquen, inicien y desarrollen sus propios problemas, relacionados con las situaciones planteadas;

E) Sobre el papel del profesor

El profesor o profesora:

- ✓ deberá ser, fundamentalmente, un orientador y guía de los alumnos y de las alumnas en su aprendizaje: inicialmente, organizando y planificando el aprendizaje; posteriormente, orientándoles en la realización de las tareas propuestas; moderando y dirigiendo los debates; resumiendo y organizando las conclusiones y, finalmente, evaluando los resultados y el proceso de enseñanza-aprendizaje;
- ✓ proporcionará las orientaciones necesarias al principio de cada bloque temático, unidad didáctica y/o clase para ayudar a los alumnos y a las alumnas a estructurar los conocimientos que han de aprender;
- ✓ propiciará frecuentes reflexiones en el desarrollo de cada unidad didáctica, sobre todo tras cada uno de los bloques de actividades y al final de la unidad, que permitan tomar conciencia de los nuevos conocimientos que va adquiriendo, y ayuden a estructurarlos y situarlos en el esquema general del bloque temático y/o unidad didáctica que corresponda, destacando su relación con otros contenidos y/o actividades;
- ✓ fomentará el trabajo en equipo, potenciando la discusión en pequeños grupos, así como las puestas en común de toda la clase; en este sentido, favorecerá el que las intervenciones sean escuchadas con atención y respeto por todo el grupo, así como la utilización del lenguaje y terminología apropiados;
- ✓ hará lo posible, en definitiva, para que la clase funcione como una pequeña comunidad científica, en la que todos aporten sus soluciones y puntos de vista a los problemas y tareas planteados, comenten y valoren entre todos las diversas aportaciones y, finalmente, deciden cuál o cuáles son más correctas, incorporando así nuevos conocimientos al bagaje de la comunidad;

F) Sobre los errores

El profesor o profesora:

- ✓ en la medida en que sean predecibles, procurará que las actividades planteadas provoquen los errores más frecuentemente cometidos por

los alumnos y las alumnas; ello exige el diagnóstico previo de los mismos, el diseño de la tarea adecuada y, en todo caso, la revisión de todas las actividades planteadas;

- ✓ abordará los errores previstos o imprevistos de alumnos y alumnas provocando la discusión sobre los mismos, planteando las preguntas y/o actividades superadoras que pongan en conflicto los conceptos erróneos sustentados con las nociones correctas. Si estos errores han sido previstos con antelación, planificará el tratamiento específico más conveniente y la estrategia que se ha de seguir en su discusión;
- ✓ registrará los errores cometidos y no esperados, con el objeto de poder tenerlos en cuenta ante una nueva repetición de la actividad o en la programación de nuevas actividades;

G) Sobre los materiales

El profesor o la profesora:

- ✓ utilizará, siempre que sea posible, materiales manipulativos para facilitar la comprensión y el recuerdo, así como para aumentar el interés y motivación; si bien en todos los casos su utilización es aconsejable, en el caso concreto de la geometría es absolutamente imprescindible;
- ✓ potenciará la utilización de la calculadora como herramienta eficaz en la enseñanza de las matemáticas; conjugará el uso de la calculadora con la realización frecuente de actividades de cálculo mental y estimación, con el objeto de mejorar la comprensión y capacidad de cálculo aritmético; además, el uso de la calculadora permitirá plantear trabajos con datos reales, resolver problemas y llevar a cabo investigaciones en los que sea necesario realizar complejos y laboriosos cálculos que de otro modo no serían factibles, sin por ello desvirtuar el objeto de la actividad ni perder excesivo tiempo;
- ✓ procurará que todos dispongan de un cuaderno de trabajo en el que estén recogidas adecuadamente todas las actividades, anotaciones, conclusiones, etc. que se realizan a lo largo del curso;
- ✓ entregará por escrito aquellas actividades, explicaciones y/o conclusiones cuyo planteamiento oral resulte complejo o requiera un tiempo excesivo; en el resto de los casos se plantearán oralmente, favoreciendo de esta forma la interacción y comprensión por parte de los alumnos y las alumnas;
- ✓ en la medida en que las condiciones del centro lo permitan, potenciará la utilización de otros medios didácticos de indudable interés, como el ordenador, vídeo y retroproyector.

1.3. Estructura de las unidades de enseñanza-aprendizaje

Una vez organizados los contenidos con respecto a los distintos cursos del ciclo, justificándolos con arreglo a los principios de procedimiento que se hayan establecido y las decisiones que se hayan tomado en el método, se elaboran las unidades didácticas en que se divide cada uno de los bloques temáticos.

En éstas distinguiremos claramente dos cosas: la programación del profesor o profesora, que constituye una guía didáctica de cómo va a desarrollar la unidad, y los materiales de trabajo de los alumnos y las alumnas: hojas de trabajo, si es que existen, materiales manipulativos que se van a emplear, documentación o bibliografía que va a usar, etc.

A) Programación del profesor

En la programación de cada una de las unidades didácticas se manejan tres elementos: objetivos, contenidos y actividades.

Los *OBJETIVOS* se entienden como intenciones u objetivos heurísticos: “las explicitaciones que un profesor realiza referidas a las intenciones que persigue, pero sobre las que no tiene más certeza que la suposición de que ciertos contenidos y actividades de enseñanza pueden favorecer la consecución de tales intenciones. Así, la finalidad de estas explicitaciones no es la de precisar los resultados del aprendizaje y valorar su eficacia, sino que se realizan con el fin de articular, junto con los contenidos y actividades una planificación preactiva del comportamiento interactivo del profesor, comportamiento que incluye, imbricándolas, la actividad de enseñar y la de ir ampliando, descubriendo o elaborando el conocimiento acerca de la misma” (ROZADA, J.M., 1.989). Así pues, no se trata de enunciar los objetivos de manera que describan conductas que se pretende deben alcanzar los alumnos y las alumnas, con los contenidos y las actividades programadas, y que, en consecuencia puedan ser “medidos” a través de un determinado procedimiento establecido para ello. Tampoco es preciso ser absolutamente exhaustivo en la redacción de los objetivos: en principio tan solo se especifican, en cada unidad didáctica, aquellas intenciones que se persiguen de una forma más clara. La experimentación de la unidad didáctica servirá para confirmar la adecuación de los objetivos planteados, modificarlos o introducir otros nuevos.

Los *CONTENIDOS* abarcan los de tipo conceptual, procedimental y actitudinal. No obstante, en un primer nivel de desarrollo del proyecto resulta, en ocasiones, bastante compleja la diferenciación de los distintos tipos de contenidos.

En *ACTIVIDADES* se detallará todo lo relativo a cómo se va a desarrollar en el aula cada una de las actividades de enseñanza-aprendizaje que se han programado en la unidad didáctica. No tratamos de distinguir los distintos elementos del modelo didáctico utilizado (objetivos, contenidos, medios, modos de relación,...) de una manera explícita, pues resultaría demasiado complicado el proceso. Se trata más bien de describir secuencialmente el desarrollo de las mismas, haciendo constar las características más relevantes de cada una de las actividades: agrupamiento, cuando no es el habitual; materiales utilizados y momento y forma en que se utilizan; tipo de relación que se establece; actuaciones y/o ayudas previstas; errores que previsiblemente se cometerán y esquema

de tratamiento; algunas conclusiones importantes; tiempo de realización, si se ha previsto; etc.

B) Materiales de trabajo del alumno

Una herramienta imprescindible de trabajo es su cuaderno. La organización adecuada del mismo, su presentación, etc., ha de formar parte de los hábitos de trabajo que debe adquirir. En el cuaderno ha de ir recogiendo las distintas actividades que va realizando, a las que agregará las notas que ha de tomar de las discusiones de clase y las conclusiones y resúmenes que se van realizando. Mantendrá sus propias soluciones, aunque sean erróneas, al lado de la solución o soluciones correctas a las que se llega en la discusión de cada una de las actividades y de la valoración de los errores cometidos, con el objeto de poder analizar las dificultades con que se ha encontrado en las posteriores revisiones o repasos del cuaderno.

Las actividades se plantearán oralmente o, en su caso, por escrito en forma de fotocopias. Los alumnos y las alumnas copiarán o pegarán en su cuaderno los enunciados e instrucciones que se les dan para su desarrollo y, a continuación, incluirán el proceso seguido y la solución a la que hayan llegado. En la exposición oral o en las hojas de trabajo que se entregan por escrito, no habrá, en general, ayudas específicas para su realización. Estas constarán en la programación del profesor para ser proporcionadas a quienes lo requieran en el momento en que se estime oportuno. Es necesario cuidar la claridad de la exposición o de la redacción de las actividades, de modo que garantice que todos comprenden la tarea que se les propone. Periódicamente se revisarán los cuadernos de trabajo.

Frecuentemente se utilizarán materiales específicos para la realización de las actividades: elementos manipulativos, libros de consulta, útiles de medida o de dibujo, etc.

1.4. Momentos-clave que vamos a distinguir en el desarrollo de las clases

Se trata de mantener, en la medida de lo posible, una opción constructivista del aprendizaje y, por tanto, ello conlleva una determinada estructuración de las clases y del desarrollo de cada una de las unidades didácticas.

Establecemos al menos cinco tipos de actuaciones en el transcurso de una clase o en el desarrollo de una unidad didáctica:

- a) Exposición por parte del profesor: para introducir la tarea a abordar, para explicar determinados conceptos, organizar la estructura de la unidad didáctica o de la clase, resumir los resultados o establecer las conclusiones de una serie de actividades, proporcionar una visión retrospectiva del desarrollo de la unidad didáctica, etc. En cualquier caso, estas intervenciones del profesor no deben ser demasiado largas y pueden acompañarse de determinadas preguntas dirigidas a los alumnos y alumnas con el objeto de mantener el interés de los mismos acerca de las explicaciones que se están dando.

- b) Trabajo individual, durante el cual los alumnos y las alumnas resuelven determinadas tareas y el profesor o profesora observa y analiza los procesos que se siguen y los errores que aparecen, proporciona las ayudas que estime necesarias (algunas de ellas previstas), etc.
- c) Discusión en pequeños grupos, en donde los alumnos y las alumnas trabajan cooperativamente y la actuación del profesor o profesora es similar a la anterior.
- d) Discusión del conjunto de la clase, moderada por el profesor profesora en la que los alumnos y las alumnas o los pequeños grupos, en su caso, hacen una puesta en común de las soluciones a las que han llegado.
- e) Algunas tareas serán resueltas por los alumnos y las alumnas en sus casas para ser discutidas en la clase siguiente. En determinadas ocasiones, el profesor o la profesora recogerá las tareas realizadas para poder analizarlas más detenidamente (por ejemplo cuando se trata de un trabajo monográfico o de determinadas actividades de recuperación).

Al comienzo de una unidad didáctica, se hará una introducción al tema que ha de servir a los alumnos y las alumnas para situarse ante su estudio. A continuación, las primeras actividades que se planteen han de perseguir, fundamentalmente, dos objetivos: proporcionar una visión general de aquello que se va a estudiar y servir para que se compruebe el nivel inicial, las ideas previas que tienen y, sobre todo cuando se trata de una profundización de un tema estudiado anteriormente, los principales errores conceptuales que se mantienen.

Las actividades de enseñanza-aprendizaje se propondrán por separado o agrupadas en bloques en función de los contenidos que se han de aprender. Los alumnos y las alumnas, individualmente, en parejas o en pequeños grupos, las resuelven y anotan en su cuaderno tanto la solución que han alcanzado como los procesos y estrategias que han seguido para llegar a la misma. Durante este tiempo el profesor o profesora observará las distintas soluciones que van saliendo en la clase y las distintas formas de resolver los problemas que siguen, con el objeto de poder dirigir mejor la discusión posterior de las actividades.

Durante esta fase de resolución proporcionará las ayudas que estime necesarias a aquellos alumnos o grupos de alumnos que se encuentren ante algún bloqueo que impida continuar la tarea encomendada. Generalmente lo hará a través de preguntas que les hagan reflexionar sobre los pasos incorrectos que puedan haber dado. Excepcionalmente, cuando observe algún obstáculo que es común al conjunto de la clase, puede interrumpir momentáneamente el desarrollo de la actividad y dar las orientaciones que estime oportunas.

Los diferentes ritmos en la realización del trabajo se cubrirán con actividades complementarias o con la profundización en diferentes aspectos de las planteadas que se propondrán a los alumnos que terminan antes del tiempo establecido su tarea.

Una vez que todos, o al menos una amplia mayoría, hayan realizado las actividades propuestas, se procederá a la discusión de las soluciones aportadas. Durante los debates se deben promover discusiones útiles y animadas, en las que los alumnos y alumnas se sientan capaces de intercambiar ideas y examinar hipótesis. Para ello el profesor o la profesora debe procurar ser en todo momento un moderador (dirige el curso de la discusión dando a todos la oportunidad de hablar, no interrumpe ni permite a los demás que interrumpan al que habla, valora todas las opiniones y no impone determinados puntos de vista, les ayuda a clarificar sus ideas en sus propios términos), ocasionalmente puede convertirse, si lo estima pertinente, en un interrogador o un provocador (introduce nuevas ideas cuando el debate decae, investiga un punto de vista, hace de abogado del diablo, enfoca hacia un concepto importante, evita realizar preguntas múltiples, dirigidas, retóricas o cerradas que sólo requieran respuestas de monosílabos) y lo que no ha de ser nunca es un juez o un evaluador (valora las respuestas con un “sí”, “no”, “bien”, “interesante”, “no era eso lo que pensaba”, etc., resume prematuramente).

No resulta fácil conseguir este clima de discusión: pedir a los alumnos y alumnas que presenten sus trabajos, que expresen sus ideas al conjunto de la clase y que discutan abiertamente sobre ellas exige crear el clima apropiado para ello y dar el tiempo necesario. Hemos de ser conscientes de que es casi con seguridad el momento más importante de la clase y, para que resulte útil, es fundamental que salgan a relucir todas las ideas acerca del problema propuesto, erróneas o no, y que se discuta sobre las mismas. Algunas de las dificultades más habituales suelen ser:

- ✓ tentación de dar la solución correcta al ver que la discusión se alarga mucho o va por derroteros distintos a los que ha previsto (“¡a ver si acabamos de una vez!”),
- ✓ la asunción de los roles de la clase es un hecho frecuente y, en a veces, dificulta la discusión (“si ésa es la solución que ha dado Pepito, que siempre se lo sabe todo, la mía seguro que está mal, ¿para qué la voy a dar?”),
- ✓ cuando una discusión queda a medias al final de una clase a veces resulta difícil retomarla en la siguiente, etc.

Así pues, una tarea importante es hacer todo lo necesario para crear una atmósfera en la cual los errores y las ideas pobremente expresadas sean bien recibidas y discutidas más que criticadas y ridiculizadas. Los intentos de adquirir este tipo de atmósfera pueden tomar muchas formas; por ejemplo, el profesor o la profesora puede:

- ✓ recoger las ideas que pudo haber observado durante el proceso de resolución de las tareas individuales, escribirlas en la pizarra y discutir las anónimamente,
- ✓ si la tarea se ha realizado en parejas o en pequeños grupos se facilita más la discusión final que cuando se ha trabajado individualmente, por lo que puede ser interesante dejar un breve espacio de tiempo para contrastar las soluciones individuales por parejas antes de hacer la discusión de todo el grupo.

- ✓ pedir a un representante de cada grupo que describa el consenso al que han llegado. De esta forma las soluciones vendrán ligadas a grupos más que a individuos.
- ✓ reordenar las mesas para conseguir un clima que favorezca más la discusión colectiva.

Tras la discusión del grupo, se destacarán las conclusiones más importantes de la actividad o bloque de actividades realizadas y se hará un resumen de los contenidos abordados. El profesor o la profesora destacará los principales conceptos y la terminología que se han utilizado. Los alumnos y las alumnas lo recogerán en sus cuadernos de trabajo.

A continuación se presentará el siguiente bloque de actividades, que se orientarán a profundizar en los contenidos que han aparecido en las anteriores o introducir otros nuevos. Un aspecto que ha de tenerse en cuenta es que hasta que un bloque de actividades no ha sido discutido por el conjunto de la clase y clarificadas convenientemente las conclusiones del mismo, no se entregará ninguna de las actividades del siguiente bloque.

Al finalizar la unidad didáctica se hará un resumen de la misma, proporcionando una visión retrospectiva de su desarrollo, destacando claramente cómo se ha estructurado, los contenidos que han aparecido, los tipos de actividades realizadas, etc. Esta última actividad puede complementarse con algún tipo de prueba de auto-evaluación que permita a los alumnos y las alumnas contrastar las ideas adquiridas sobre el tema objeto de estudio con aquellas que tenían al iniciar el mismo.

1.5. La forma de preparación de las unidades de enseñanza-aprendizaje

Se trata de definir el proceso que se seguirá, en general, a la hora de programar una unidad didáctica.

Cuando nos disponemos a preparar una unidad didáctica es necesario tener en cuenta una serie de decisiones que se habrán tomado previamente. El propio proceso de preparación que sigamos dependerá en gran medida de estas decisiones. Así, por ejemplo:

- ✓ del método se derivan algunos principios de procedimiento de carácter general que habrá que tener presentes;
- ✓ debemos respetar el esquema de desarrollo de una unidad didáctica por el que hemos optado. Incluso habrá que tener en cuenta este esquema de alguna manera en cada una de las clases (así, por ejemplo, no es conveniente dejar a medias determinadas discusiones al final de una clase).

Una vez clarificados los aspectos anteriores, el proceso de elaboración de la unidad didáctica constará de varias etapas, aunque no necesariamente habrá que agotar cada

una de ellas para pasar a la siguiente, sino que iremos modificando y completando unas y otras según va avanzando el proceso de preparación:

a) Podemos comenzar haciendo una primera explicitación de las intenciones que perseguimos con la unidad didáctica, aunque el propio proceso de preparación de ésta irá perfilando y matizando estas intenciones u objetivos.

b) Conviene hacer un análisis matemático de los contenidos que se van a abordar:

- ✓ ¿qué saben los alumnos y las alumnas? ¿qué pueden aprender? ¿qué deben aprender?
- ✓ relevancia de los contenidos seleccionados y relación entre bloques o aspectos de los mismos, esquema de desarrollo de la unidad didáctica,
- ✓ análisis de los bloques de contenidos establecidos: fácil/difícil, errores posibles y cómo tratarlos, etc.

c) Analizar, seleccionar, diseñar, secuenciar actividades:

- ✓ diferentes tipos de actividades: de introducción, de desarrollo de conceptos o procedimientos, de globalización y síntesis, etc.
- ✓ revisar experiencias anteriores; analizar diferentes tratamientos,
- ✓ buscar no solamente actividades escritas: riqueza en los planteamientos orales, lo que economiza en ocasiones de tiempo,
- ✓ organizarlas en bloques centrados en torno a objetivos o contenidos muy concretos,
- ✓ introducir actividades abiertas para que los alumnos y las alumnas piensen, hagan conjeturas, verbalicen, definan, tomen decisiones,...

c) Concretar el desarrollo de las actividades:

- ✓ forma de trabajo: individual, parejas, pequeño grupo, en casa, ...
- ✓ intervenciones del profesor o profesora: ¿cuándo? ¿cómo? ¿en qué sentido?,
- ✓ errores que son previsibles y pautas de actuación para su tratamiento en la clase,
- ✓ principales conclusiones a las que es conveniente que se llegue tras cada uno de los bloques de actividades,
- ✓ redacción de la programación,

Aspectos generales del Proyecto

- ✓ materiales que van a ser utilizados: preparación, en su caso, de las hojas de trabajo de los alumnos; materiales manipulativos o documentales que son necesarios,...
- ✓ preparación de actividades complementarias y/o de profundización y de recuperación,

d) Instrumentos para la evaluación de los alumnos y las alumnas:

- ✓ aspectos que se van a observar en el desarrollo de la unidad didáctica, forma en que se va a recoger la información (ficha de observación, cuaderno de notas, diario,...)
- ✓ trabajos que está previsto recoger para analizar en profundidad,
- ✓ revisiones de los cuadernos de trabajo,
- ✓ preparación, si procede, de una prueba de evaluación.

2. Propuesta de tratamiento integrado de la estadística, la combinatoria y la probabilidad

2.1. Introducción

El objeto de estudio de la Estadística son los colectivos. De los individuos que los integran se recoge la información que constituirá la colección de datos sobre la que posteriormente se va a trabajar. No se ocupa por tanto de elementos individuales; más aún, casi siempre éstos pierden su identidad en beneficio del colectivo en que se integran.

Tratar adecuadamente esta colección de datos, de modo que sea posible caracterizar las diversas respuestas del colectivo, así como evaluar los resultados obtenidos, sus relaciones, evolución, etc., mediante las oportunas comparaciones, será el campo de trabajo posterior. Todo ello resulta imprescindible si pretendemos tomar decisiones acertadas relacionadas con las características estudiadas en el colectivo.

Un conocimiento básico de estadística requiere percibir globalmente todo el proceso, conocer las cuestiones que se han de resolver en cada etapa y las técnicas y conceptos necesarios, así como tener presentes las relaciones e implicaciones que se derivan de las decisiones que se van tomando. Si la percepción global es aconsejable e incluso necesaria en cualquier campo del conocimiento, en el caso de la estadística resulta imprescindible. Sólo así podremos ir más allá de la simple lectura de datos estadísticos y conclusiones, a menudo sesgados e interesados, y tener la necesaria visión crítica acerca de los mismos: ¿cómo se han obtenido?, ¿a quién afectan los resultados?, ¿son acertadas las conclusiones?, etc. Asimismo, estaremos capacitados para organizar y tratar adecuadamente colecciones de datos, lo que nos permitirá conocer y valorar con corrección los mismos.

Esto último trasciende el hecho estadístico, al aportar las pautas necesarias para la organización y tratamiento de todo tipo de información compleja, susceptible de ser clasificada en función de sus características básicas y el objetivo que se pretenda, lo que constituye una herramienta fundamental para su transmisión, comprensión y aprendizaje.

En una primera fase, y una vez definidos los objetivos del estudio estadístico y los datos que se van a considerar, es preciso proceder a la recogida de éstos. Muchas son las cuestiones que cabe plantear y resolver; entre otras:

- ✓ ¿Es posible y conveniente recoger la información de todos y cada uno de los individuos que forman el colectivo objeto de estudio? Si no es así, ¿cómo actuar?
- ✓ ¿Cómo proceder para que la información obtenida sea lo más exacta y útil posible? Si he de hacer preguntas, ¿cuáles haré? ¿qué respuestas o resultados voy a considerar?

- ✓ ¿Qué procedimiento es más aconsejable para registrar los datos que he obtenido del colectivo?

Una vez que disponemos de los datos en la forma adecuada (matriz de datos), se plantea la tarea de hacer útil la información que contiene, de modo que nos permita hacernos una idea más o menos aproximada de los resultados, llegar a ciertas conclusiones, etc. Esto implica abordar la tarea de analizarla, clasificarla, organizarla y presentarla debidamente. Surgirán así diversas tablas (de frecuencia, de doble entrada, de contingencia,...) y diversas gráficas, construidas a partir de las tablas que se han realizado (diagramas de barras, histogramas, sectores, acumulativos,...). Habrá entonces que plantearse, entre otras cuestiones, las siguientes:

- ✓ ¿Cuál es el procedimiento más adecuado para completar las diversas tablas a partir de la matriz de datos?
- ✓ ¿Cuándo se deben agrupar las respuestas y cómo deben de ser los intervalos?
- ✓ ¿Qué tipos de tablas interesa hacer? ¿En razón de qué criterio las haré?
- ✓ ¿Qué ampliaciones de las tablas son convenientes: porcentajes, totales, valores acumulados,...?
- ✓ ¿Qué gráfica hacer para reflejar los aspectos más relevantes de los datos que se han obtenido? ¿Qué gráfica hacer para facilitar determinadas comparaciones?

Estamos ahora en disposición de caracterizar la información, resumiendo la misma mediante un conjunto reducido de valores que describan sus características básicas. Estos valores, además, nos proporcionarán una información complementaria de gran interés. Para ello habrá que realizar determinados cálculos pero, sobre todo, habrán de clarificarse dos cuestiones fundamentales:

- ✓ ¿Qué valores calcular, cómo hacerlo y a qué características de los datos han de atender prioritariamente?
- ✓ ¿Qué significado tienen estos valores, considerados separadamente y en conjunto?

Por último hemos de abordar la tarea de analizar todos los datos de que disponemos y elaborar las conclusiones y valoraciones que de dicho análisis se deriven. También será preciso dar respuesta a aquellas cuestiones que se habrán planteado explícitamente al iniciar el estudio. Para ello será necesario, en muchos casos, contrastar las respuestas dadas por distintos grupos del colectivo, constituidos en función de determinadas características (sexo, edad, etc.), compararlas con las obtenidas por el mismo colectivo en otros estudios (realizados en otro tiempo, en otras circunstancias, etc.) o con las de otro colectivo comparable,...

Si se trata, como es habitual, de una muestra de la población, todo lo anterior sirve en la medida en que es capaz de revelar algo de la población de la cual procede. Es evidente que nunca se podrá afirmar con certeza cómo es la población original a partir del conocimiento de la muestra, pero:

- ✓ ¿Cómo se deben inferir de la mejor manera posible conclusiones que se refieren a la población total?
- ✓ ¿Hasta qué punto son fiables estas conclusiones?

La respuesta a estas cuestiones nos introduce en el campo de la probabilidad y sería, en este caso, la última tarea a abordar.

El trabajo estadístico no siempre concluye aquí, ya que, a partir del mismo, pueden surgir multitud de cuestiones concretas que cabría resolver (descriptivas en unos casos, probabilísticas en otros), o servir de punto de partida para un nuevo estudio estadístico o una ampliación del realizado.

Hemos completado nuestro recorrido por la Estadística en el momento en que entrábamos en el campo de las probabilidades, en la inferencia estadística. Sin embargo no es este el único punto de encuentro que justifica un tratamiento integrado de estos dos campos de la matemática, al menos en los niveles educativos en que nos desenvolvemos.

El estudio formal de la probabilidad ha de ir precedido de un número significativo de experiencias que pongan en evidencia ante los alumnos y alumnas las regularidades que se presentan en la repetición de los fenómenos aleatorios. Juegos, sorteos, simulaciones, etc. serán un poderoso instrumento para ello. Estas experiencias nos conducirán en cualquiera de los casos a un buen número de resultados, numéricos o no, que han de permitirnos apreciar lo que está ocurriendo:

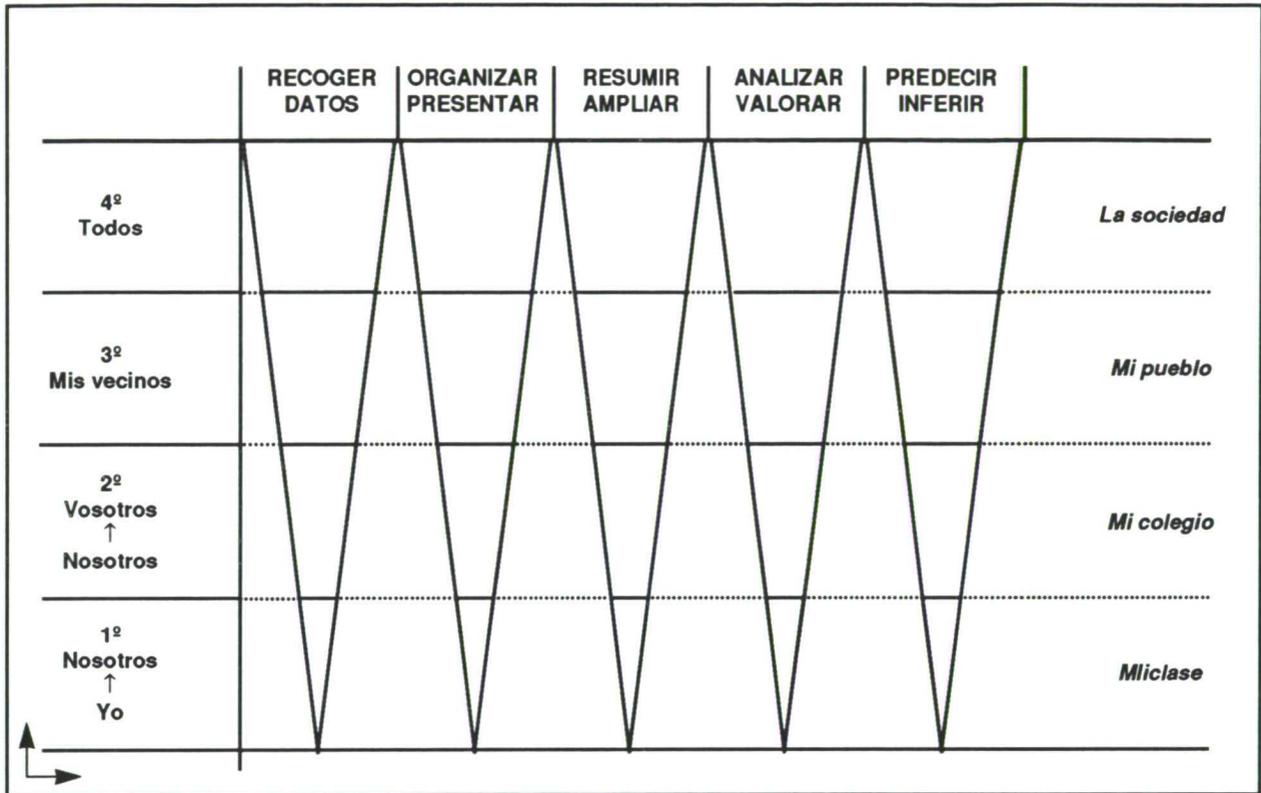
- ✓ ¿Qué conclusiones podemos sacar de la realización de estas experiencias?
- ✓ ¿Cómo predecir lo que puede ocurrir si seguimos realizándola más veces?

Para poder contestar a éstas y muchas otras preguntas que nos podemos formular deberemos hacer uso de las herramientas que hemos visto: solamente un adecuado tratamiento estadístico de los datos podrá facilitarnos la interpretación de los resultados. Y esta lógica interpretación, sin lugar a dudas, nos hará progresar en el estudio del azar.

El cálculo de probabilidades se reduce en muchos casos a resolver problemas de enumeración. Solamente la utilización de una técnica adecuada para ello nos permitirá hacerlo de una forma fácil y eficaz. Los grafos y, sobre todo, los diagramas de árbol, constituyen un sencillo y poderoso instrumento para ello.

2.2. Criterios seguidos para la estructuración de los contenidos

La estructura general del proyecto curricular de estadística 12-16 queda reflejada en el siguiente gráfico:



Sus características básicas serían las siguientes:

- a) Se opta por un tratamiento integrado:

ESTADÍSTICA
COMBINATORIA
PROBABILIDAD

- b) Se hace un tratamiento global de todo el proceso en cada curso, favoreciendo con ello un desarrollo en espiral, de forma que no se agoten los distintos bloques de contenidos en cada uno de los cursos del ciclo:

RECOGER
ORGANIZAR
RESUMIR
ANALIZAR
PREDECIR

- c) Progresión psicológica y social: se adaptará al proceso de desarrollo psicológico de los alumnos a lo largo del ciclo y se organizarán las actividades de tal

forma que se destaque el papel social de la estadística: del “yo” al “nosotros”, del “nosotros” al “nosotros y vosotros”:

YO-NOSOTROS (mi clase)
NOSOTROS-VOSOTROS (mi colegio)
MIS VECINOS (lugar donde vivo)
TODOS (la sociedad)

Con arreglo a esto, durante el primer curso las actividades programadas girarán en torno al contexto más familiar para el alumnado: el grupo-clase; en el segundo curso se utilizará como contexto preferente el centro escolar; durante el tercer curso el referente será el barrio o pueblo; por último, el último curso se centrará en los aspectos críticos y técnicos de la estadística, utilizando como contexto los diversos usos sociales de la misma: medios de comunicación, campañas políticas, publicidad, aplicaciones industriales, etc.

d) Basado en la realización de trabajos estadísticos por los alumnos y alumnas:

FORMACIÓN/INFORMACIÓN POR FASES
APLICACIÓN

e) Sustentado en el trabajo y la reflexión individual, grupal y colectiva acerca de las tareas que se han de abordar y sus conexiones:

- ✓ tipo de datos apropiado, razones para recogerlos, problemas que se plantean al hacerlo;
- ✓ formas en que pueden ser organizados y presentados válidamente; utilidad de éstas;
- ✓ necesidad y utilidad de determinados valores que resumen, amplían y caracterizan la información;
- ✓ conclusiones y predicciones que cabe hacer.

2.3. Cuadro de contenidos

La profundización en el análisis y desarrollo del cuadro de contenidos, que en su última fase dará lugar a las correspondientes unidades didácticas, obligará sin duda a realizar diversas modificaciones en el mismo. Varios son ya los cambios que ha experimentado en el tiempo que llevamos trabajando en el proyecto y, sin embargo, su permanente provisionalidad y obligada generalidad no se pueden considerar negativas en modo alguno. Es, en cualquier caso, un elemento de partida imprescindible y eficaz para la realización de un proyecto curricular de estas características, en el que es fundamental tener presente en todo momento la estructura general, las relaciones que se establecen y la progresión en los diversos contenidos (ver cuadro de las páginas 30 y 31).

2.4. Acerca de las tablas y gráficas estadísticas

En el informe del “Proyecto sobre enseñanza de la estadística a alumnos de 11 a 16 años” (Inglaterra, 1976), se indica: *la estadística no es sólo un conjunto de técnicas, sino una actitud mental para el enfoque de los datos*. Asimismo, en el Informe COCK-CROFT se dice: *el estudio de la estadística debe basarse en la recogida de datos por los alumnos, considerando el tipo de datos apropiado, las razones para recogerlos, los problemas que se plantean al hacerlo, las formas en que pueden ser tratados válidamente y las conclusiones que cabe extraer de ellos*.

Las tablas y gráficas son el punto de partida necesario para un adecuado enfoque de los datos, un correcto tratamiento de éstos y una valoración y conclusiones acertadas.

Hasta ahora, dentro de los contenidos de estadística incluidos en lo que pasa a constituir la Enseñanza Secundaria Obligatoria, las tablas y gráficas son consideradas como un tema menor; se asumen como algo por lo que necesariamente hay que pasar para llegar sin demora a contenidos más teóricos y “relevantes”, lo que ha conducido a un tratamiento excesivamente superficial, carente de la necesaria actualización y, por tanto, cada vez más alejado de las necesidades actuales y futuras de nuestro alumnado.

Las únicas tablas estadísticas que los alumnos y alumnas conocen son las denominadas “tablas de frecuencia”. Raras veces las confeccionan ellos mismos y su único objetivo parece estar en que a partir de las mismas se calculan los parámetros y se realizan las representaciones gráficas. En el mejor de los casos, se incluyen otros tipos de tablas ya confeccionadas, acompañadas de preguntas puntuales relativas a la información que contienen.

Respecto a las gráficas, la situación es similar: diagramas de barras, histogramas, sectores y polígonos, contruidos a partir de la correspondiente tabla de frecuencias perfectamente preparada a tal efecto, con alguna breve incursión en la lectura de éstas y otras gráficas, por medio de preguntas, generalmente muy concretas, sobre las mismas.

Sin embargo, la mayoría de los docentes estará sin duda de acuerdo en que este tratamiento dista mucho de ser el adecuado si pretendemos que, al concluir la enseñanza obligatoria, los alumnos y alumnas estén suficientemente capacitados para vivir en una sociedad donde la información, organizada en forma de tablas y/o gráficas, desempeña un papel cada día más importante, además de ser fundamental en el proceso de aprendizaje de nuevos conocimientos. Tengamos en cuenta asimismo, la creciente complejidad de la información, caracterizada por su elevada estructuración, el uso generalizado de patrones para organizar y presentar la misma y la imposición de códigos y lenguajes universales en los elementos que en ésta intervienen.

El planteamiento de estos contenidos en el Diseño Curricular Base de la ESO permite albergar fundadas esperanzas de que la situación mejore, aun cuando en nuestra opinión el tema merecería un tratamiento más amplio y global; en todo caso, posibilita el planteamiento y puesta en práctica de una propuesta de tratamiento como la que aquí se hace.

CUADROS DE CONTENIDOS (1)

	PRIMER CURSO: YO-NOSOTROS	SEGUNDO CURSO: NOSOTROS-VOSOTROS
RECOGER INFORMACIÓN SOBRE UN COLECTIVO	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Procedimientos para recoger información sobre un colectivo: directos (medir, contar, observar); indirectos (preguntar, leer). ✓ Tipos de datos: numéricos (variables), no numéricos (atributos); tratamiento estadístico. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Las encuestas: utilización, fases en su realización; características de un buen cuestionario; realización de una encuesta sencilla. ✓ Las variables: discreta y continua; tratamiento estadístico. ✓ Los valores a registrar: exactitud posible/conveniente; agrupación de valores a priori, justificación, intervalos a considerar.
ORGANIZAR Y PRESENTAR LA INFORMACIÓN OBTENIDA	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Organización y presentación de colecciones de datos: necesidad, utilidad, características generales de las tablas y gráficas. ✓ Matriz de datos, tabla de frecuencia simple: lectura, utilización, construcción, frecuencia absoluta; porcentaje. ✓ Diagramas de barras y de líneas: lectura, utilización, construcción a partir de las correspondientes tablas. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Ampliación de tablas de frecuencias: valores acumulados, totales; pertinencia; construcción; lectura; aplicaciones. ✓ Gráficos de sectores y acumulativos: lectura, utilización, construcción.
VALORES DESTACABLES QUE RESUMEN Y AMPLIAN LA INFORMACIÓN SOBRE EL COLECTIVO	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Resumen de un conjunto de datos: necesidad y utilidad; ventajas y limitaciones; características generales de los parámetros estadísticos. ✓ Media y moda: concepto, cálculo, interpretación. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Media y moda en datos agrupados. ✓ Propiedades de la media: percepción intuitiva, aplicaciones ✓ Medidas de dispersión: necesidad; concepto; parámetros de dispersión; recorrido y desviación típica, concepto y cálculo.
VALORACIÓN COMPARACIÓN ANÁLISIS GLOBAL	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Valoración absoluta y relativa: necesidad de los valores relativos; proporción, porcentaje. ✓ Valoración de un dato en relación a otro (mayor/menor, proporción, porcentaje); id. con respecto a un valor destacable del colectivo (máximo, mínimo, medio). ✓ Observación de aspectos relevantes en tablas y gráficos: valores singulares; saltos, concentración/dispersión, crecimiento, tendencia. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Lectura y valoración global de tablas, gráficas y parámetros. ✓ Comparación de los resultados del estudio estadístico de un mismo carácter en dos colectivos (comparación gráfica y/o numérica).
ESTUDIO DE LO POSIBLE: PREDICCIONES ESTIMACIONES	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Fenómenos deterministas y aleatorios: características, distinción. ✓ Apreciación cualitativa de las posibilidades de un suceso: posible/seguro, poco/mucho, más/menos; comprobación experimental. ✓ Medida de las posibilidades: probabilidad, escala de probabilidades. ✓ Probabilidad y frecuencia relativa: relación intuitiva. ✓ Cálculo de probabilidades en casos sencillos: asignación experimental. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Sucesos simples y compuestos: cálculo teórico de la probabilidad (sucesos unión, intersección, complementario; relaciones). ✓ Tabla de números aleatorios: obtención; utilización; simulaciones en casos sencillos. ✓ La probabilidad teórica y las frecuencias relativas experimentales: ley de estabilidad de las frecuencias.

CUADROS DE CONTENIDOS (2)		
	TERCER CURSO: MIS VECINOS	CUARTO CURSO: TODOS
RECOGER INFORMACIÓN SOBRE UN COLECTIVO	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Las muestras: necesidad/conveniencia; representatividad; selección aleatoria de los elementos. ✓ Agrupación de valores a posteriori: justificación. ✓ Realización de un estudio estadístico en un colectivo amplio, considerando varios caracteres. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Las encuestas: fases en su realización, análisis y valoración de encuestas; diseño del cuestionario (preguntas y respuestas, imparcialidad, etc.) ✓ Las muestras en poblaciones no homogéneas: aspectos que se han de considerar, selección mejorada de los elementos.
ORGANIZAR Y PRESENTAR LA INFORMACIÓN OBTENIDA	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Otras tablas (de frecuencia múltiples, cronológicas,...) lectura, construcción, características. ✓ Otras gráficas (histogramas, pictogramas, en espiral,...) lectura, construcción, características. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Estudio conjunto de 2 caracteres: lectura y construcción de la tabla más adecuada; representación gráfica; dibujo proximado de la recta de regresión. ✓ Organización de la información: criterios para la elección de la tabla más adecuada, análisis y valoración de tablas (errores, adecuación, etc.) ✓ Presentación de la información: criterios para la elección de la gráfica más adecuada: análisis y valoración de gráficas (belleza, sencillez, errores y engaños, etc.).
VALORES DESTACABLES QUE RESUMEN Y AMPLÍAN LA INFORMACIÓN SOBRE EL COLECTIVO	<ul style="list-style-type: none"> ✓ El coeficiente de variación: necesidad, significado y cálculo. ✓ Percentiles: concepto y aplicaciones; cálculo aproximado; percentiles destacados (cuartiles, mediana). ✓ Lectura gráfica de media, moda, mediana y cuartiles. ✓ Estimación gráfica de la dispersión; el diagrama de barras o histograma y la desviación típica. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Media y desviación típica: análisis conjunto; valores tipificados. ✓ Medida de la correlación: significado del coeficiente y relación con la nube de puntos. ✓ Estudio numérico de la variación de un valor en el tiempo (números índices): interpretación, aplicaciones.
VALORACIÓN COMPARACIÓN ANÁLISIS GLOBAL	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Valoración e informe cualitativo y cuantitativo de los resultados obtenidos en un estudio estadístico con más de un carácter. ✓ Valoración de dispersiones: análisis y comparación gráfica y/o numérica de la dispersión absoluta y relativa. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Caracterización de un valor en relación a la población de donde procede: situación y valoración de la posición que ocupa en el colectivo. ✓ Estudio de la dependencia entre dos variables: valoración a partir de la nube de puntos y/o el coeficiente; apreciación de la relación mediante la recta de regresión. ✓ Apreciación de la tendencia en el tiempo a partir de la correspondiente gráfica.
ESTUDIO DE LO POSIBLE: PREDICCIONES ESTIMACIONES	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Cálculo de probabilidades teóricas en experiencias compuestas: subdivisión en experiencias simples; técnicas de recuento y organización de datos; limitaciones. ✓ Diagramas de árbol y tablas de contingencia: construcción lectura, relaciones; asignación de probabilidades en el árbol; probabilidad condicionada y de la intersección, significado, expresión y relaciones; aplicaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ El modelo normal: aproximación intuitiva; características de los fenómenos que siguen la ley normal; propiedades de la campana de Gauss; aplicaciones. ✓ La inferencia estadística: aproximación intuitiva; factores de que depende; aspectos a considerar; interpretación de resultados. ✓ Simulación: experiencias aleatorias análogas; generadores aleatorios, analogías, tablas; aplicaciones

2.4.1. Modelos para organizar y presentar la información

La estadística trabaja con datos relativos a un conjunto de elementos. Los datos recogidos deben estructurarse de manera que, por una parte, todas las variables estén perfectamente identificadas y, por otra, sean fácilmente manipulables con objeto de poder efectuar los distintos análisis que permitan valorar los datos y establecer relaciones entre ellos.

Las tablas estadísticas, como disposición de los datos relativos a un colectivo, pueden adoptar diversas formas e incluir o no determinada información, en función del objetivo propuesto. En las líneas que siguen trataremos de presentar las más comunes, analizando sus características y relacionando las distintas disposiciones de los datos en la tabla con el fin que con ello se persigue.

Si se presentan los datos en un solo grupo, de forma que junto a cada elemento figuren los diferentes aspectos que se han evaluado, obtendremos una estructura que permite identificar perfectamente las variables que intervienen: tantas filas como elementos y tantas columnas como variables, situando cada observación en la correspondiente casilla. Esta estructura rectangular denominada comúnmente *matriz de datos*, además de permitir la rápida identificación de las variables, es la utilizada para la entrada de datos en los programas estadísticos por ordenador.

El caso más sencillo es aquel en que la lista de los elementos del colectivo se acompaña del resultado de la medición u observación en cada uno de ellos, de una propiedad o cualidad que poseen. Más comúnmente, se incluyen los resultados correspon-

**PERSONAS DE 15 O MÁS AÑOS QUE SE DECLARAN ANALFABETAS POR
COMUNIDADES AUTÓNOMAS EN ORDEN DECRECIENTE.**

(Fuente: *Censo de 1981. INE*)

1.	ANDALACÍA	595.753
2.	CATALUÑA	245.497
3.	COMUNIDAD VALENCIANA.....	191.640
4.	GALICIA	154.608
5.	CASTILLA-LA MANCHA	147.457
6.	MADRID	129.012
7.	EXTREMADURA	104.642
8.	CANARIAS	89.507
9.	MURCIA	75.315
10.	CASTILLA-LEÓN.....	66.595
11.	ARAGÓN	42.571
12.	BALEARES.....	38.224
13.	PAÍS VASCO.....	33.740
14.	PRINCIPADO DE ASTURIAS	23.405
15.	NAVARRA	8.445
16.	CANTABRIA.....	6.999
17.	LA RIOJA.....	5.920

Estadística de la selección española

Nº	Jugador	PJ	Tiempo jugado	FP	RO	RD	Tiros de tres	Tiros de dos	Tiros libres	Puntos
4	Villacampa	8	1.44.05	21	7	8	2/10 (20%)	16/31 (51,6%)	7/13/ (53%)	45
5	Zapata	1	4.00	1	0	0	—	0/1	—	0
6	Sibillo	8	2.21.25	6	9	21	11/34 (32%)	10/23 (43,4%)	6/13 (46%)	59
7	Margall	7	2.34.35	21	4	12	12/23 (52%)	18/31 (58%)	3/4 (75%)	75
8	Jiménez	8	4.17.27	29	23	36	—	51/105 (48,5%)	40/60 (66%)	142
9	Romay	8	5.07.55	26	31	57	—	37/74 (50%)	29/40 (72%)	103
10	Montero	8	2.10.55	24	6	10	1/8 (12%)	16/22 (72,7%)	15/20 (75%)	50
11	F. Arcega	7	1.45.57	15	2	8	1/1 (100%)	15/22 (68,1%)	19/24 (79%)	52
12	Solozábal	8	3.00.18	25	3	24	8/20 (40%)	10/16 (62,5%)	23/31 (74%)	67
13	Ferrán	7	59.21	91	7	11	—	12/20 (60%)	5/7 (71%)	29
14	J. A. Arcega	3	12.34	3	0	3	—	1/1 (100%)	2/3 (66%)	4
15	Epi	8	3.52.28	18	10	32	10/26 (38%)	51/76 (65,3%)	29/37 (78%)	161
Totales		8	—	198	102	222	45/122 (36%)	237/420 (56,4%)	178/252 (70%)	787

dientes a diversas cualidades. Este tipo de tablas es el más frecuente y su objeto es, fundamentalmente, poder comparar los valores de un elemento con los de otro, o los valores de un elemento en dos cualidades, si hay relación entre éstas. Frecuentemente estas tablas se complementan con leyendas alusivas a los elementos y datos que contienen, y con la suma (totales) de valores de los diversos elementos en los casos en que esto tenga sentido.

Otro tipo de tabla muy habitual es aquél en que se indica el valor correspondiente a un elemento en una propiedad o cualidad determinada y en diversos instantes o periodos de tiempo. Este tipo de tabla permite valorar la evolución de la cualidad en los instantes o periodos considerados. Si se incluyen los valores correspondientes a más de una cualidad, es posible además comparar los valores respectivos y la evolución de estas cualidades, siempre que interese y tenga sentido hacerlo.

Básicamente distintas son las denominadas tablas de frecuencia. Los elementos pierden sentido y sólo el colectivo importa, ya que su objetivo fundamental es extraer conclusiones y valoraciones globales. Estas tablas se construyen generalmente a partir de la matriz de datos; con frecuencia se olvida el hecho de que, para que tenga sentido realmente su construcción y estudio, es preciso que los elementos del colectivo estudiado sean comparables en el carácter considerado; es decir, que no existan condiciones de partida notoriamente desiguales que predeterminen las respuestas. Así, por ejemplo, en la tabla *Analfabetos por comunidades* ocurre esto, al ser muy distinta la población de cada comunidad; si se considerasen datos relativos (por ejemplo, analfabetos por cada mil habitantes), sí que tendría sentido la construcción y estudio de la correspondiente tabla de frecuencias.

	1º Curso		2º Curso		3º curso	
	A	B	A	B	A	B
F	12	0	13	0	8	0
Bc	10	10	9	10	6	14
Bm	3	4	5	2	0	2
G	2	1	1	2	0	2
At	9	5	8	5	8	7
Aj	4	1	4	2	4	0
Ninguno	20	19	10	19	6	10

A: Chicos

B: Chicas

En las tablas de frecuencias, los datos están ordenados por sí mismos, sin referencia al elemento del colectivo al que corresponden y asociados al número y/o proporción de elementos que presentan un mismo valor o grupo de valores. De este modo, los elementos quedan “clasificados” en función de los resultados que presentan en el carácter medido.

La superposición de tablas de frecuencias de varios colectivos o de un mismo colectivo en diversos instantes o periodos de tiempo, permite comparar las frecuencias de cada valor, intervalo o modalidad, y analizar las diferencias encontradas entre los diversos colectivos o entre los diversos tiempos considerados.

Del estudio de la relación entre dos caracteres presentes en los elementos del colectivo surgen varios tipos de tablas:

- ✓ En principio, la recopilación y ordenación de los datos según los valores observados en una de las características (de partida), da lugar a una tabla simple de pares relacionados. Esta tabla se utiliza cuando el número de datos es pequeño. No tiene sentido incluir la denominación del elemento del colectivo al que corresponde cada par, pues su objetivo es evaluar la evolución conjunta y la posible relación entre los caracteres estudiados.

Altura (cm)	163	165	168	168	170	172	173	175
Peso (kg)	67	70	57	73	70	68	80	73

- ✓ Cuando el número de datos es grande, pero existe un número pequeño de pares de valores distintos, cada par se acompaña de la frecuencia correspondiente, quedando así clasificados los elementos del colectivo en función de los valores que simultáneamente presentan en los dos caracteres considerados.

Nº de familiares (x_i)	Nº de habitaciones (y_i)	Nº de familias (n_i)
4	3	25
4	2	20
5	2	10
5	3	25
5	4	20
		N = 10

- ✓ Si en la primera fila y la primera columna, respectivamente, se sitúan ordenados los distintos valores o modalidades de uno y otro carácter, indicando en el cuadro intersección la frecuencia del par correspondiente se tiene una tabla de correlación.

Aspectos generales del Proyecto

Ingresos en milesde pesetas		Nº de individuos que aportan			
		1	2	3	
50 - 70	60	20	–	–	20
70 - 100	85	10	5	–	15
100 - 150	125	5	15	8	28
150 - 250	200	1	4	2	7
		36	24	10	70

- ✓ Cuando los caracteres se clasifican exhaustivamente en dos estadios mutuamente excluyentes (ausencia/presencia, sí/no, etc.) la tabla recibe el nombre específico de tabla de contingencia.

	Tratadas	Sin tratar	Total
Con pulgón	20	45	65
Sin pulgón	80	55	135
Total	100	100	100

Cuanto menor sea el número de valores distintos de las variables y mayores las frecuencias, más fácil y precisa será la valoración que se haga de los resultados a partir de la observación de la tabla, lo que en muchos casos será suficiente. Por contra, a menudo puede ser conveniente proceder a una reducción de los datos, agrupando los valores en intervalos, teniendo siempre presente las consideraciones que se hagan con respecto a las agrupaciones, y a las que posteriormente haremos referencia.

Finalmente, cuando se consideran simultáneamente tres caracteres en los elementos del colectivo, de modo que dos de ellos forman todos o la mayoría de los pares de valores

JUNIO

11

L	M	M	J	V	S	D
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30					

Stos. Bernabé, ap., Fortunato, mr. y Espín
Semana 24 **JUEVES** 163-203

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0/1	0/2	0/3	0/4	0/5	0/6	0/7	0/8	0/9
2	0/2	0/4	0/6	0/8	1/0	1/2	1/4	1/6	1/8
3	0/3	0/6	0/9	1/2	1/5	1/8	2/1	2/4	2/7
4	0/4	0/8	1/2	1/6	2/0	2/4	2/8	3/2	3/6
5	0/5	1/0	1/5	2/0	2/5	3/0	3/5	4/0	4/5
6	0/6	1/2	1/8	2/4	3/0	3/6	4/2	4/8	5/4
7	0/7	1/4	2/1	2/8	3/5	4/2	4/4	5/6	6/3
8	0/8	1/6	2/4	3/2	4/0	4/8	5/6	6/4	7/2
9	0/9	1/8	2/7	3/6	4/5	5/4	6/3	7/2	8/1

posibles, la disposición más conveniente de los resultados será una tabla de doble entrada, en la que los resultados en el tercer carácter que corresponden a cada par se sitúan en el recuadro intersección, estando ordenados en fila y columna respectivamente los valores de los otros dos caracteres. El carácter situado en el recuadro intersección puede variar dependiendo de cuál sea el que nos interese realzar y considerar en función de los otros dos. Además de conseguir una no despreciable economía de espacio, las tablas de doble entrada son de rápida, sencilla y precisa lectura, lo que justifica su profusa utilización para presentar la información cuando se trata de “leer” un dato en relación con otros dos. Por último, con esta disposición es posible en muchos casos valorar la relación y apreciar regularidades entre los caracteres, bien sea dos a dos o globalmente.

Respecto a las gráficas estadísticas, al ser sus características fundamentales las correspondientes a la tabla a partir de la cual se ha construido, y que en muchos casos habrá de estar simplificada convenientemente, no consideramos necesario proceder a su análisis y descripción. En cuanto a aquellos otros aspectos no relacionados con el tipo de tabla estadística utilizada, las directrices a las que haremos referencia a continuación nos parecen suficientes para su correcta comprensión.

2.4.2. Directrices para su tratamiento en la clase

De las reflexiones anteriores y el análisis detallado de la información estructurada en forma de tablas y/o gráficas, se puede deducir un conjunto de directrices y consideraciones que, en nuestra opinión, debería ser el punto de partida para orientar las necesarias modificaciones curriculares:

- ✓ Es preciso trabajar todos los tipos de tablas, no sólo las tablas que comúnmente se denominan estadísticas, sino cualquier disposición matricial de datos, numéricos o no, persiguiendo un tratamiento global e integrador. Las tablas de frecuencias, además de ser apropiadas para unos objetivos muy concretos y generalmente ignorados, resultan ser en la vida real las menos frecuentes, por lo que difícilmente se puede justificar el hecho, ya indicado anteriormente, de ser casi las únicas que los alumnos y alumnas conocen.
- ✓ Creemos necesario capacitarles para “interpretar” la información contenida en una tabla y/o gráfica, analizando, valorando y obteniendo conclusiones correctas. Esta interpretación ha de incluir el suficiente sentido crítico como para poder hacer frente a la manipulación, más o menos encubierta, que a menudo se pretende hacer con las estadísticas.
- ✓ Capacitarles también para “elaborar” información, lo que requiere en sus fases de desarrollo y terminal, estructurarla y organizarla en forma de tablas y/o gráficas.
- ✓ Es fundamental el potenciar la reflexión y discusión acerca de los sucesivos elementos y tareas que intervienen en la elaboración y utilización de las tablas y gráficas. Siendo estos contenidos especialmente aptos para poner de manifiesto las formas de razonar de los alumnos y alumnas, se pretende hacerlas

explícitas en las reflexiones y discusiones para, a partir de éstas, ayudar a los alumnos a pensar con corrección y a adquirir la adecuada estructura conceptual que mate y enlace los aspectos más relevantes que en cada caso se han de considerar.

- ✓ Hacerles reflexionar sobre la necesidad de estructurar y organizar la información y las ventajas e inconvenientes que plantea cada modelo, de modo que adquieran criterios que les permitan la elección de la tabla y/o gráfica más adecuada a cada caso.
- ✓ También se les debe capacitar para utilizar los números de un modo razonable, con el nivel de precisión adecuado a los datos y objetivos propuestos. A destacar algunas situaciones en que el tratamiento numérico resulta ser casi siempre inadecuado:
 - a) debido a la inexactitud e imprecisión de los instrumentos de medición, la inconsistencia del objeto medido y la influencia en el resultado de las condiciones, casi siempre variables, en que se han efectuado las mediciones u observaciones, muy raramente está justificado el uso de más de tres cifras significativas en los datos y resultados numéricos.
 - b) La agrupación de valores “a priori” deriva de la dificultad e imprecisión de la observación y de los errores cometidos en la medición, siempre presentes cuando se trata de variables continuas.
 - c) Frecuentemente se ha de proceder “a posteriori” a simplificar y resumir los datos mediante las correspondientes agrupaciones y redondeos, con objeto de facilitar una visión global del modo en que están distribuidos los resultados, lo que en general se aprecia mejor en la correspondiente representación gráfica, permitiendo así un mejor análisis y llegar a conclusiones más certeras y operativas, lo que resulta poco menos que imposible cuando el número de valores, modalidades o intervalos distintos considerados es grande.

El cálculo de los parámetros estadísticos podrá realizarse a partir de los datos artificialmente agrupados solamente cuando la poca precisión requerida en el estudio lo permita. En todo caso, la correcta utilización de la calculadora permitirá minimizar los errores en los resultados obtenidos.

- ✓ Es necesario conjugar la creatividad y el sentido práctico con los necesarios aspectos técnicos, en la enseñanza de las gráficas estadísticas. La función primordial de las gráficas es mostrar los resultados obtenidos realzando aquellos aspectos de mayor interés. Una información clara y suficiente, la elección del tipo de gráfica más conveniente, la facilidad de lectura e interpretación, la adecuación al nivel de conocimiento de las personas a quienes va dirigida y a los objetivos pretendidos, y un equilibrado sentido estético y publicitario son sus principales virtudes.

- ✓ La creciente popularización de la estadística y su especialización por áreas de aplicación (sociología, economía, medicina, ...), con la consiguiente proliferación de códigos y lenguajes propios, ha traído consigo la pérdida de patrones de universalidad y normalización en multitud de conceptos y elementos de carácter general. Así, entre los incluidos en los contenidos de la enseñanza obligatoria, señalaremos algunos: simbología utilizada (para las distintas frecuencias, parámetros estadísticos, etc.), construcción de intervalos de clase, cierre del polígono correspondiente a una distribución de frecuencias con valores agrupados, distinción entre diagramas de barras e histogramas, construcción de polígonos acumulativos, etc.

Los distintos y a veces contrapuestos tratamientos observados en los libros de texto y consulta, así como la utilización de programas informáticos comerciales de tratamiento estadístico contribuyen a crear una creciente confusión en alumnos y profesores, con la consiguiente pérdida de energía y tiempo. No está en nuestras manos afrontar este problema, pero sí denunciar sus negativos efectos y tenerlo presente en nuestras clases, contribuyendo así a disminuir la confusión que provoca en nuestros alumnos.

- ✓ La estadística es más que un conjunto de técnicas, una actitud mental para el enfoque de los datos. El progreso en esta actitud mental exige, en el campo concreto de las tablas estadísticas, tener en cuenta las actitudes psicológicas en relación con el sentido social implicado en los diversos tipos de tablas y los parámetros pertinentes.

Es posible así recorrer con nuestros alumnos y alumnas el camino que va desde las percepciones individuales iniciales a las percepciones colectivas y sociales; desde el yo/tu al nosotros para llegar, finalmente, al vosotros.

Adecuar la estadística a este planteamiento implica una ordenación concreta de las tablas estadísticas y una explicitación clara del sentido individual o colectivo implícito en las mismas: tablas de datos antes de tablas de frecuencias, pertinencia de la media, etc.

3. La adecuación del proyecto a la implantación anticipada de la LOGSE

El curso 1992-93 supone la implantación anticipada de la LOGSE en un buen número de centros de Enseñanza Secundaria. No obstante, el alumnado que se incorpora a estos estudios no lo hará desde el primer curso de la Enseñanza Secundaria Obligatoria (ESO), sino que, proveniente del actual 8º de EGB, comenzará a partir del 3º curso de ESO. Esta circunstancia obliga a reconsiderar los objetivos y contenidos previstos para esta etapa. Para ello deberá tenerse en cuenta, por una parte lo previsto en el DCB para la etapa 12-16 y, por otra, lo que ya se ha trabajado en la 2ª etapa de EGB, principalmente en sus dos últimos cursos. A partir de esta comparación es de donde han de surgir las programaciones del tercer y cuarto cursos para estos primeros años de implantación de la Reforma.

En lo que respecta al tema que nos ocupa, dentro de la actual EGB se incluyen algunos contenidos de Estadística en el 7º curso. Así, en la programación oficial vigente, aparece entre los contenidos un genérico "Nociones de Estadística" que, en la mayoría de las ocasiones, en los libros de texto se traduce en el estudio de algunas gráficas estadísticas y el cálculo de promedios. Normalmente, los pocos conocimientos que tienen los alumnos y alumnas acerca de este tema al final de la EGB, se deben más a su trabajo desde las Ciencias Sociales que desde las propias Matemáticas.

Con respecto a los contenidos de Probabilidad y Combinatoria no se hace ninguna alusión a ellos en las programaciones oficiales de la EGB y, por tanto, en general no tienen ningún conocimiento específico proporcionado por la Escuela sobre estas cuestiones.

Así pues, en lo referente a la Estadística y la Probabilidad existe un claro déficit de conocimientos, con respecto a lo que en un futuro ha de ser normal, en el alumnado que se incorpore al tercer curso de ESO. No ocurrirá lo mismo con otros bloques de contenidos del DCB. Así, por ejemplo, en lo referente al cálculo algebraico las metas que se marcan en la actual EGB son muy superiores, en algunos casos, a las contempladas en el DCB para el final de la etapa. Teniendo en cuenta las consideraciones precedentes, en estas circunstancias determinados bloques de contenidos han de tener un mayor peso que otros en las programaciones. Este es el caso del estudio de la Estadística y el Azar y, con toda seguridad, ocurrirá lo mismo con la Geometría.

La programación para el tercer curso de la ESO que aquí se presenta parte de esta consideración y ha de suponer casi la mitad de los contenidos del curso. En concreto, las unidades didácticas que la desarrollan y que componen la segunda y tercera partes de esta publicación, precisarían más de un trimestre para poder llevar a cabo las actividades previstas con la adecuada profundización.

3.1. Los contenidos para el tercer curso de ESO

En páginas anteriores se ha mostrado el cuadro de distribución de los contenidos a lo largo de los cuatro cursos del ciclo. Como en su momento se ha indicado, una de las

características de la misma la constituye su carácter cíclico: los diversos bloques de contenidos que se distinguen son tratados en sucesivos niveles de profundización a lo largo de la etapa. En las actuales circunstancias de experimentación del proyecto, es evidente que los contenidos del tercer curso no suponen, en la mayoría de los casos, un nuevo paso por cada uno de estos bloques y, en consecuencia, han de considerarse desde sus inicios. Así pues, la programación del tercer curso ha de incluir los contenidos previstos para cursos anteriores y que se ven reflejados en el citado cuadro.

En el Diseño Curricular Base de la Enseñanza Secundaria Obligatoria, estos contenidos forman parte de dos bloques temáticos: Interpretación, representación y tratamiento de la información que incluye los contenidos de Estadística, y Tratamiento del azar, donde están los de probabilidad y combinatoria elemental. De estos dos bloques temáticos, en el tercer curso se abordarían los siguientes contenidos:

a) CONCEPTOS

1. Obtención de información sobre fenómenos aleatorios

- ✓ Las muestras y su representatividad.
- ✓ Frecuencias absolutas, relativas y porcentuales.
- ✓ Gráficas estadísticas usuales.

2. Parámetros estadísticos

- ✓ Los parámetros centrales y de dispersión como resumen de un conjunto de datos estadísticos.
- ✓ Algoritmos para calcular la media y la desviación típica.

3. Fenómenos aleatorios y terminología para describirlos

- ✓ Imprevisibilidad y regularidades en fenómenos y experimentos aleatorios.
- ✓ Posibilidad de realización de un suceso.

4. Asignación de probabilidades a sucesos

- ✓ Frecuencia y probabilidad de un suceso.
- ✓ Ley de Laplace.

b) PROCEDIMIENTOS

Utilización de distintos lenguajes

1. Uso e interpretación del lenguaje gráfico, teniendo en cuenta la situación que se representa, y utilizando el vocabulario y los símbolos precisos.

Aspectos generales del Proyecto

2. Interpretación y elaboración de tablas numéricas a partir de conjuntos de datos o de gráficas teniendo en cuenta el fenómeno al que se refieren.
3. Utilización e interpretación de los parámetros de una distribución y análisis de su representatividad en relación con el fenómeno a que se refieren.
4. Utilización del lenguaje adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar.
5. Confección de tablas de frecuencias y gráficas para representar el comportamiento de fenómenos aleatorios.

Algoritmos y destrezas

6. Utilización de distintas fuentes documentales para obtener información de tipo estadístico.
7. Análisis elemental de la representatividad de las muestras estadísticas.
8. Elección de los parámetros más adecuados para describir una distribución en función del contexto y de la naturaleza de los datos y obtención de los mismos utilizando los algoritmos tradicionales o la calculadora.
9. Detección de falacias en la formulación de proposiciones que utilizan el lenguaje estadístico.
10. Construcción de gráficas a partir de tablas estadísticas, eligiendo en cada caso el tipo de gráfica y medio de representación más adecuado.
11. Detección de errores en las gráficas que puedan afectar a su interpretación.
12. Obtención de números aleatorios con técnicas diversas, tales como sorteos, tablas, calculadora, etc.
13. Utilización de distintas técnicas de recuento para la asignación de probabilidades.
14. Utilización de informaciones diversas (frecuencias, simetrías, creencias, observaciones previas, etc.) para asignar probabilidades a los sucesos.
15. Cálculo de probabilidades en casos sencillos con la ley de Laplace y los diagramas de árbol.
16. Detección de los errores habituales en la interpretación del azar.

Estrategias generales

17. Reconocimiento de fenómenos aleatorios en la vida cotidiana y en el conocimiento científico.
18. Planificación y realización individual y colectiva de tomas de datos utilizando técnicas de encuesta, muestreo, recuento y construcción de gráficas estadísticas.
19. Planificación y realización de experiencias sencillas para estudiar el comportamiento del azar.
20. Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de una población de acuerdo con los resultados relativos a una muestra de la misma.
21. Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de una gráfica, teniendo en cuenta el fenómeno que representa.
22. Formulación y comprobación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos.
23. Utilización de la probabilidad para tomar decisiones fundamentadas en distintos contextos.

c) ACTITUDES

Referentes a la apreciación de las matemáticas

1. Reconocimiento y valoración de la utilidad de los lenguajes gráfico y estadístico para representar y resolver problemas de la vida cotidiana y del conocimiento científico.
2. Reconocimiento y valoración de las matemáticas para interpretar, describir y predecir situaciones inciertas.
3. Valoración de la incidencia de los nuevos medios tecnológicos en el tratamiento y representación gráfica de informaciones de índole muy diversa.
4. Sensibilidad, interés y valoración crítica del uso del lenguaje estadístico en informaciones y argumentaciones sociales, políticas y económicas.
5. Disposición favorable a tener en cuenta las informaciones probabilísticas en la toma de decisiones sobre fenómenos aleatorios.
6. Curiosidad e interés por investigar fenómenos relacionados con el azar.

7. Valoración crítica de las informaciones probabilísticas en los medios de comunicación, rechazando los abusos y usos incorrectos de las mismas.
8. Cautela y sentido crítico ante las creencias populares sobre los fenómenos aleatorios.

Referentes a la organización y hábitos de trabajo

9. Reconocimiento y valoración del trabajo en equipo como la manera más eficaz para realizar determinadas actividades (planificar y llevar a cabo experiencias, tomas de datos, etc.).
10. Sensibilidad y gusto por la precisión, el orden y la claridad en el tratamiento y presentación de datos y resultados relativos a observaciones, experiencias y encuestas.

3.2. Los contenidos del cuarto curso de ESO

Queda fuera del alcance del presente libro la concreción en unidades didácticas de una programación de Estadística y Azar para el cuarto curso de Enseñanza Secundaria Obligatoria. No obstante, como puede apreciarse en el cuadro de contenidos propuesto para la etapa y se desprende de las consideraciones que se han hecho sobre su tratamiento, el objetivo fundamental es profundizar en cada uno de los momentos que se han distinguido en el proceso estadístico. Dadas las especiales características de estos primeros años de experimentación de la LOGSE, es posible que algunos de los contenidos no puedan ser abordados hasta el nivel que en principio se ha fijado. Serán los resultados alcanzados por los alumnos y alumnas al final del estudio en el tercer curso los que determinarán en definitiva las metas que pueden fijarse para el cuarto año.

En cualquier caso, se revisarán los contenidos ya tratados en tercer curso, profundizando en determinadas técnicas y resaltando los aspectos más críticos en el uso social de la estadística y de la probabilidad, y se abordarán nuevos conceptos, entre los que cabe citar el estudio de la dependencia aleatoria entre dos variables (distribuciones bidimensionales), o la aproximación intuitiva a la distribución normal.

SEGUNDA PARTE
PROGRAMACIÓN DEL PROFESOR
3º DE E.S.O.

4. UNIDAD A: Introducción a la Estadística

OBJETIVOS

- ✓ Despertar el interés de los alumnos y alumnas por el tema que se va a estudiar en los próximos días.
- ✓ Propiciar la reflexión individual y colectiva acerca de las ideas que tienen sobre la Estadística y el papel que ésta desempeña en la sociedad.
- ✓ Proporcionar una visión global de la Estadística.
- ✓ Introducir los conceptos y procedimientos básicos relacionados con las diversas etapas de un estudio estadístico.

CONTENIDOS

- ✓ Fenómenos deterministas y aleatorios.
- ✓ Objeto y aplicaciones de la Estadística.
- ✓ Estadística descriptiva e inductiva.
- ✓ Fases de un estudio estadístico.
- ✓ Procedimientos y técnicas básicas.

ACTIVIDADES

A.1. La Estadística: un estudio estadístico

Inicialmente, el profesor o la profesora dialoga con los alumnos y alumnas acerca de las ideas que éstos tienen de la estadística en general (para qué sirve, cómo se hace un estudio estadístico, de qué se ocupa, ...), y de algunos conceptos y procedimientos estadísticos (cómo se recogen los datos, cómo y con qué objeto se hacen tablas y gráficas, para qué sirve la media, ...). Para facilitar ésto, es conveniente disponer de transparencias con tablas, gráficas, informes estadísticos, etc.

En este diálogo, surgirán muchas cuestiones que servirán para introducir la actividad que se realizará a continuación y su objeto: se trata fundamentalmente de percibir en su globalidad el proceso que se sigue en un estudio estadístico, las cuestiones que se han de resolver en cada etapa y los procedimientos y técnicas básicas más convenientes.

El colectivo que se ha de estudiar serán todos los alumnos y alumnas de la clase. De este colectivo se van a estudiar dos caracteres, elegidos en función del interés que despierten en el grupo, y cuyo tratamiento estadístico sea adecuado al objetivo didáctico que se pretende. Podrán ser, entre otros:

- ✓ tiempo dedicado a ver la televisión y tiempo dedicado a la lectura, semanalmente;
- ✓ longitud estimada de la pizarra y de una tiza;
- ✓ calificación de matemáticas y número de asignaturas suspensas;
- ✓ tiempo de reacción (reflejos) sin práctica y con práctica;
- ✓ estimación, contando, de un minuto, sin práctica y con práctica (en lo que sigue supondremos que se han elegido estos dos caracteres).

A.2. Recogida de información

Una vez disponemos de los datos de cada miembro de la clase (se les puede dar un papel donde escribirán: nombre, primer dato, segundo dato), se plantea la primera cuestión que han de resolver: *¿qué procedimiento y estructura es más adecuada para registrar los datos del colectivo?*

Después de considerar las propuestas que éstos hagan, el profesor o la profesora comenta el procedimiento y estructura habitual y la aplica al caso:

- ✓ Decidir y construir la estructura (columnas, títulos, etc) de la tabla más adecuada. En este caso, se trata de la matriz de datos, que inclu-

ye, en una primera columna, la identificación de los elementos (si se quiere que sea anónima se identificarán por letras o números), y en el resto de columnas, cada uno de los datos que se han tomado.

- ✓ Rellenar a continuación las diversas filas de la matriz de datos.

Es importante que los alumnos y alumnas perciban que este modo de proceder es el que se ha de seguir para todo tipo de tarea (pensar y planificar, actuar), y, por supuesto, para todo tipo de tabla o gráfica que se pretenda hacer (decidir y hacer la estructura, completar).

A.3. Organización de la información

Una vez disponemos de los datos de la clase en la forma adecuada (matriz de datos), se plantean una serie de preguntas acerca de los datos obtenidos:

- ✓ ¿Cuántos habéis estimado un tiempo superior al real en la primera prueba?
- ✓ ¿Cuáles han sido los tiempos mínimo y máximo en la segunda prueba?
- ✓ ¿Cuál ha sido el tiempo estimado por mayor número de vosotros en la segunda prueba?
- ✓ ¿Qué porcentaje de la clase se equivocó en menos de dos segundos en la segunda prueba?

La dificultad de contestar a estas u otras preguntas similares a partir de la matriz de datos, pone en evidencia la necesidad de reorganizar la información que hemos obtenido, de modo que sea posible contestarlas fácil y rápidamente y, simultáneamente, tener la necesaria visión general de los resultados obtenidos por toda la clase; en definitiva, se trata de hacer útil dicha información.

A partir de este planteamiento, el profesor o la profesora pasará a considerar y valorar las propuestas que los alumnos y alumnas hagan, guiándoles de modo que sean ellos quienes vayan desechando y mejorando las mismas, llegando finalmente a obtener la tabla de frecuencias correspondiente a uno de los datos. En todo caso, es preciso que queden suficientemente claros algunos aspectos de especial interés:

- ✓ inicialmente, parece conveniente plantear el problema separadamente con cada dato. La organización más adecuada para estudiar la relación y variación conjunta de dos caracteres se verá más adelante;
- ✓ la identificación del elemento al que corresponde cada dato específico está contenida en la matriz de datos. Por ello, y porque nuestro objetivo fundamental es el conocimiento y valoración del colectivo como

un todo único, en el resto de tablas se prescinde de la identificación de sus elementos (del individuo al colectivo);

- ✓ La tabla de frecuencias más elemental incluye las diferentes respuestas, ordenadas de menor a mayor si son ordenables, y acompañadas de las frecuencias correspondientes. Esta tabla puede ampliarse con los totales y con otras columnas de frecuencias (relativas, porcentajes, acumuladas, etc.), calculadas a partir de las frecuencias simples. Estas ampliaciones, a menudo, son muy convenientes y prácticas;
- ✓ para hacer la tabla de frecuencias a partir de la matriz de datos y, en general, cualquier tipo de tabla, es conveniente seguir determinadas pautas:
 - primeramente se hace la estructura de la tabla: disposición, número de columnas y filas y contenido de cada una, títulos, ...
 - a continuación se sitúan en la columna o fila correspondiente los distintos valores obtenidos, sin repetir, y en el orden conveniente,
 - ahora, estamos en disposición de hacer el recuento. Si vamos leyendo uno a uno los datos de cada individuo y contabilizándolos en el lugar correspondiente, sólo será preciso pasar una vez por la matriz de datos, ganando así en seguridad y rapidez,
 - una vez hecho el recuento, podremos completar la tabla fácilmente añadiendo las columnas y totales que consideremos convenientes.

Como ejercicio práctico y de consolidación, los alumnos y alumnas construyen a continuación, individualmente, la tabla de frecuencias correspondiente al otro dato.

A la vista de la matriz de datos y de las dos tablas de frecuencias construidas, podrán contestar sin mayor dificultad a las preguntas planteadas al comienzo de esta actividad.

Es muy importante que aprendan a hacerse preguntas, valorando su pertinencia y relevancia. Para ello, seguidamente se les pide que planteen dos preguntas que puedan contestarse con estas tablas y que den la respuesta correspondiente. Posteriormente, se discutirán las diversas preguntas, su importancia, y las distintas posibilidades de encontrar la respuesta correcta.

A.4. Gráficas estadísticas

Aún siendo muy importantes las preguntas concretas, no podemos olvidar la importancia de ser capaces de percibir globalmente los resultados. En estadística, también es válido el aforismo “una imagen vale más que mil palabras”. Por ello, la descripción de los resultados pasa siempre por representar gráficamente los mismos. A menudo, estas gráficas son suficientemente descriptivas; en otras ocasiones se acompañan de comentarios, valoraciones y datos, que completan y matizan esta descripción.

Los comentarios anteriores acompañados de la presentación de algunas gráficas estadísticas, sirven para introducir la siguiente tarea: se trata de representar gráficamente los resultados recogidos en una de las tablas de frecuencias, mediante el correspondiente diagrama y/o polígono de frecuencias.

El profesor o la profesora proporcionará inicialmente las pautas necesarias, en función del nivel de conocimientos de los alumnos y alumnas:

- ✓ variable estadística en el eje horizontal y frecuencias en el vertical;
- ✓ necesidad y construcción de las escalas;
- ✓ importancia de los aspectos estéticos.

Realizan individualmente el gráfico, utilizando para ello medio folio (un grupo con la frecuencia absoluta, otro con los porcentajes, otro con las frecuencias absolutas acumuladas y, por último, otro con los porcentajes acumulados).

Para la corrección y comentarios finales, el profesor o la profesora dispondrá de estas gráficas en transparencias e irá indicando sobre las mismas los elementos y aspectos más importantes de su construcción:

- ✓ adecuación de la escala al espacio disponible;
- ✓ proporcionalidad entre las dimensiones horizontal y vertical de la gráfica: normalmente 3 a 2;
- ✓ indicación de la escala y su lectura: número de divisiones, utilización de números “redondos”, conservación del cero en la escala vertical;
- ✓ números y texto que acompaña a la gráfica;
- ✓ primacía del sentido práctico y estético sobre el técnico y formal.

Seguidamente, los alumnos y alumnas realizan la gráfica correspondiente con la segunda tabla de frecuencias, representando frecuencias acumuladas si antes lo hicieron con las ordinarias y viceversa, poniendo así en práctica las indicaciones que se realizaron anteriormente. El profesor o la profesora supervisará cada trabajo y hará individualmente las correcciones y comentarios oportunos.

A.5. Valores destacables

A continuación, se plantea la conveniencia de encontrar uno o varios valores que resuman los resultados obtenidos por toda la clase. Estos valores, además, nos proporcionarán una información complementaria de gran interés.

A la vista de una de las tablas de frecuencias, es el momento de hacer la pregunta: *“Esta tabla contiene las respuestas de todos vosotros; pero, sin duda sería muy interesante poder dar un único valor que representara vuestra respuesta, como colectivo que sois. En este caso, ¿qué valor crees tú que resumiría mejor vuestras respuestas y podríamos considerarlo como el valor de la clase?”*

Se discuten y comentan las diversas respuestas de la clase. Es frecuente que la discusión se centre entre quienes optan por elegir el valor de mayor frecuencia y quienes prefieren hallar el valor promedio. No obstante, algunos pueden proponer el valor de posición central (suelen decir cosas como: el que queda en el medio, o, el que tiene tantos por arriba como por abajo). Suele ser habitual un error: calcular la media o la mediana tomando sólo en consideración los distintos valores de la variable que ven en la primera columna de la tabla, sin tener en cuenta las frecuencias. Como resumen final de la actividad ha de quedar claro que:

- ✓ la moda, media y mediana (ésta última sólo si algún alumno o alumna lo sugiere) son las respuestas razonables a la pregunta;
- ✓ la media es el valor que, salvo casos excepcionales, mejor representa al colectivo, al ser el único que tiene en cuenta todos y cada uno de los valores;
- ✓ la moda sólo es relevante si se corresponde con una frecuencia relativa alta.

Los alumnos y alumnas calculan a continuación la media y moda de la otra distribución de frecuencias.

A.6. Valoración y conclusiones

La última tarea, consistente en analizar los datos disponibles (tablas, gráficas y parámetros) y elaborar las conclusiones finales, presenta una gran dificultad, por lo que el profesor o la profesora necesariamente tendrá que facilitar el trabajo mediante la lectura comentada de algunos informes estadísticos y el planteamiento de determinadas preguntas relativas al estudio abordado:

- ✓ ¿cuáles han sido los valores mínimo, máximo, promedio y más frecuente en cada caso?

- ✓ comparando unos con otros, ¿qué valoración cabe hacer?
- ✓ ¿qué porcentaje de la clase ha mejorado su respuesta?
- ✓ ¿han habido resultados que destaquen claramente del resto? ¿cuáles han sido y en qué han consistido?
- ✓ ¿qué conclusión final se deduce de los resultados y el análisis efectuado?

Por último, los alumnos y alumnas realizan un informe-redacción de los resultados obtenidos. Puede ser interesante que la valoración de dicho informe se haga en colaboración con el profesor o la profesora de Lenguaje.

A.7. El proceso estadístico: sus etapas

Se trata ahora de captar todo el proceso que lleva implícito un estudio estadístico y los procedimientos y tareas más importantes que se han de realizar. Preguntas dirigidas a los alumnos y alumnas del tipo: “¿en qué nos hemos fijado para sacar estas conclusiones?”, “¿de qué hemos partido para dibujar esa gráfica?”, “¿Cómo hemos obtenido esta tabla?”,... servirán para que vayan dándose cuenta, retrospectivamente, de todo lo realizado en las sucesivas fases del proceso y del orden que deben seguir.

Al final los pasos pueden sintetizarse de la siguiente forma:

- ✓ Definición del estudio: población, muestra, carácter, procedimiento para la toma de datos, etc.
- ✓ Recogida de la información
- ✓ Organización y presentación de la misma
- ✓ Valores destacables
- ✓ Comparaciones, valoraciones, informes.

Terminaremos este tema haciendo la presentación del trabajo que se va a desarrollar en las próximas clases y que, básicamente, consistirá en profundizar en cada una de las fases, y en realizar algunos trabajos estadísticos amplios, con objeto de reforzar la percepción global del proceso y las relaciones entre fases y tareas.

Puesto que muchas de las actividades que se les propondrán a lo largo de la unidad didáctica han de hacerlas en equipo, es el momento adecuado para formar los mismos. Antes, se debe dedicar el tiempo necesario a informarles sobre las condiciones en que éstos han de funcionar: reparto de tareas, conocimiento por parte de cada miembro de lo realizado por sus compañeros, valor del consenso, respeto de las discrepancias, papel del moderador y portavoz, etc.

5. UNIDAD B: Recogida de información

OBJETIVOS

- ✎ Reconocer y diferenciar la población, muestra y caracteres, en un estudio estadístico.
- ✎ Reconocer los casos en que resulta imprescindible o conveniente tomar una muestra, valorando la representatividad de la misma y los factores a considerar.
- ✎ Conocer las características y razones de la estratificación. Saber aplicar un procedimiento aleatorio simple y estratificado para la elección individual de los elementos de la muestra en casos sencillos.
- ✎ Aprender la importancia del planteamiento de las preguntas en una encuesta y su influencia en el resultado final de la misma, así como las respuestas que se han de considerar y su posible tratamiento.
- ✎ Ser capaces de elaborar con suficiente corrección encuestas sencillas.

CONTENIDOS

- ✎ Elementos de un estudio estadístico: población, muestra, carácter. Tipos de caracteres.
- ✎ Procedimientos de recogida de información.
- ✎ Elección de la muestra y representatividad.
- ✎ Elaboración de encuestas: tema, tipos de preguntas, tipos de respuestas.

ACTIVIDADES

B.1. Población, muestra, carácter

Se entrega a los alumnos y alumnas la hoja informativa “Al comienzo de un estudio estadístico” que leerán detenidamente durante unos minutos. Tras esta lectura, es preciso incidir en los aspectos más importantes que contiene y aclarar todas las dudas que puedan suscitarse, tratando con ello de conseguir que todos comprendan suficientemente los conceptos de población, muestra, carácter, así como los diferentes tipos de caracteres estadísticos y procedimientos para obtener los datos.

Se entrega la primera actividad (B1) del material de los alumnos y se marca un plazo de unos 5-10 minutos para su realización en equipos. Salvo indicación en contrario, éste será el modo habitual de realizar las actividades que se les propongan. En la discusión posterior de las respuestas, el profesor o la profesora se remitirá continuamente a la hoja informativa anteriormente entregada.

Es frecuente que los alumnos y alumnas den respuestas ambiguas e insuficientes. En este caso, conviene plantear las oportunas preguntas para forzarles a mejorar sus respuestas y, en todo caso, hacerles ver la necesidad de ser claros y precisos cuando se manejan estos términos.

El último ejercicio ofrece una cierta dificultad para diferenciar el procedimiento utilizado para recoger la información (mediante la lectura de las historias clínicas, indirecto), de la población (individuos afectados por el virus en España) y de la muestra (individuos afectados por el virus y cuyas historias clínicas se hallan en esos 30 grandes hospitales).

No obstante, es importante que los alumnos y alumnas perciban estas y otras dificultades, sin pretender agotar el tema, puesto que, en la medida que se considere necesario, es posible insistir sobre ello en posteriores actividades.

A continuación, se plantea la siguiente actividad: *“Cada grupo ha de proponer, por escrito, un estudio estadístico que le gustaría que se hiciese, especificando la población, muestra, caracteres estudiados indicando algunas posibles respuestas, y procedimiento que se debe emplear para obtener la información”*. No tienen por qué ser estudios que debieran o pudieran hacer ellos.

Esta actividad y su posterior corrección, servirá para evaluar el grado de comprensión alcanzado y para matizar y corregir algunos errores que pudieran persistir. Es importante así mismo, valorar la creatividad y viabilidad de los estudios propuestos por los alumnos y alumnas y tenerlos en cuenta para posteriores actividades, así como para elegir el contenido de los estudios estadísticos que cada equipo ha de hacer al final de la unidad didáctica.

B.2. La muestra: necesidad/conveniencia, características, representatividad

Inicialmente, se informa a los alumnos y alumnas sobre los contenidos específicos a que se refieren las actividades que se van a realizar: se trata fundamentalmente de conocer los aspectos y características básicas de las muestras, cuya importancia pueden intuir por lo tratado hasta el momento. En concreto: ¿cuándo y por qué se utilizan muestras?, ¿qué características ha de reunir una muestra para ser válida?, ¿cómo se seleccionan sus elementos?

La primera pregunta es bien sencilla y sólo requiere un poco de reflexión. Para ello, se plantean oralmente las siguientes cuestiones:

- ✓ *Considerando el estudio estadístico “a)” de la actividad anterior, escribe los inconvenientes de preguntar a todos los alumnos de EGB de Avilés. Escribe ahora las ventajas de preguntar sólo a una muestra.*
- ✓ *Considerando separadamente los otros estudios estadísticos, indica la razón o razones por las que crees que se ha escogido una muestra.*

En la posterior puesta en común y a modo de resumen, ha de quedar claro que:

- ✓ cuando la población es pequeña y de fácil acceso no tiene sentido escoger una muestra;
- ✓ en ocasiones es imprescindible tomar una muestra: la población es infinita o inaccesible, requeriría muchos medios o un tiempo excesivo abarcar a toda la población, se destruye o deteriora el producto al tomar los datos, etc;
- ✓ las muestras permiten: economizar tiempo, personal, material, dinero; llegar rápidamente a resultados y conclusiones y, por tanto, poder actuar con rapidez; conocer con suficiente precisión y seguridad lo que de otro modo sería prácticamente imposible;
- ✓ cuando trabajamos con una muestra, no podemos saber con absoluta precisión y seguridad lo que pretendemos conocer de la población. La imprecisión y la duda, sin embargo, es algo con lo que convivimos diariamente y que debemos aprender a aceptar y utilizar de modo razonable y controlado, como es el caso;
- ✓ cuanto más grande es una muestra, mayor es su representatividad y, por tanto, mayor la precisión y seguridad con que podemos dar los resultados de la población. La mayoría de las muestras oscilan entre 50 y 3.000 elementos.

Para el tratamiento de la segunda cuestión planteada: ¿qué característica ha de reunir una muestra para ser válida?, se entrega la hoja de actividades “B2 LA MUESTRA: REPRESENTATIVIDAD”.

Después de que hayan leído detenidamente el preámbulo y resueltas las dudas que pudieran plantearse, los alumnos y alumnas resuelven las actividades planteadas.

Los ejemplos propuestos ofrecen un mosaico suficientemente amplio de circunstancias y situaciones en las que las muestras no son representativas, por lo que el comentario y corrección de las respuestas dadas parece suficiente. Si se considera oportuno, puede comentarse el sesgo de las diferentes respuestas y cómo deberían ser éstas para ser representativas.

En el caso “a” la muestra no es representativa al excluir a un grupo tan importante, en este caso, como son las mujeres que trabajan fuera de su casa; además, el momento es inadecuado al coincidir con aquél en que la mujer suele estar más atareada y centrada en el trabajo de “ama de casa”. Presumiblemente, se obtendrían respuestas más negativas.

El apartado “b” es un caso claro en que no tiene sentido tomar una muestra al ser la población muy pequeña y accesible.

En el siguiente caso, sólo se consideraron, por aquél entonces, la minoría de per-

sonas que tenían teléfono. Este grupo de la población se correspondía con el nivel económico más elevado y las opciones políticas, por lo general, más conservadoras. La respuesta prevista por el estudio fue muy favorable a esta opción, lo que no se confirmó en las elecciones.

En el apartado “d” se excluye de partida a los trabajadores que piensan que la calidad es mala y que, lógicamente, no van al comedor. La respuesta, por tanto, daría una opinión más favorable que la real.

En el caso del periódico, hay que considerar que tiene una determinada concepción sociopolítica (línea editorial), con la que normalmente se identifican sus lectores. Por ello, la muestra excluye de partida a las personas con concepciones distintas, por lo que no es representativa. Por otro lado, el procedimiento para recoger la información, exige un gran interés y esfuerzo, razón por la que se excluye a otro importante grupo de la población. La respuesta coincidiría mucho más con la del periódico de lo que ocurriría si la encuesta se realizara correctamente.

El siguiente caso, presenta una utilización errónea pero muy habitual de la estadística: los resultados de la muestra, incluso en el caso de muestras tan pequeñas que es imposible que sean suficientemente representativas, se trasladan sin más a la población.

Por último, se presenta el caso de una muestra cuyos elementos no se han tomado de la población (personas que compran el producto) y, por tanto, no es representativa al estar mal escogida.

En lo que respecta a la última pregunta planteada al inicio, acerca de las muestras (¿cómo se seleccionan sus elementos?), se pretende que los alumnos y alumnas sean capaces de discernir si un procedimiento es o no aleatorio y sepan elegir una muestra por dicho procedimiento. Parece conveniente que conozcan también el procedimiento aleatorio estratificado, su justificación, aspectos que se han de considerar para su aplicación y realización práctica en casos sencillos.

B.3. La muestra: elección aleatoria

Para la primera de estas cuestiones, se entrega la actividad “B3 LA MUESTRA: ELECCION ALEATORIA” del material del alumno. No se trata en absoluto de realizar cálculos probabilísticos, sino que se pretende que los alumnos capten lo esencial del procedimiento y sepan discernir de entre los diversos métodos propuestos aquellos que cumplen el principio de equidad: solamente los métodos “c” y “f” se pueden considerar aleatorios, al tener todos los alumnos las mismas posibilidades de formar parte de la muestra. Los demás métodos serán analizados exclusivamente desde esta premisa.

Una vez decidido el método de elección aleatoria y el tamaño de la muestra, hay que proceder a la elección concreta de sus elementos; para ello, se pueden utilizar diversas técnicas y herramientas.

El profesor o la profesora dialoga con los alumnos y alumnas acerca de los procedimientos que conocen y utilizan para elegir (dados, cartas, urnas, bombos, pajitas, canciones, ...), y pide a continuación a cada equipo que describa lo que haría para elegir aleatoriamente a 10 alumnos de la clase, suponiendo que pudieran disponer del material necesario. Cada grupo expone su procedimiento y, finalmente, entre todos se valoran las ventajas e inconvenientes, aleatoriedad, duración y viabilidad de cada uno de ellos.

Ahora es el momento de entregar individualmente una tabla de números aleatorios, explicando en qué consiste, cómo se ha hecho y cómo se utiliza. De igual modo se les enseña cómo utilizar la calculadora científica en lugar de la tabla.

Seguidamente, se pide a los alumnos y alumnas que, individualmente, efectúen diversas elecciones aleatorias utilizando primero la tabla y luego la calculadora: los 10 alumnos de la clase, 3 profesores de entre los que les dan clase, 2 alumnos y 2 alumnas de la clase, un mes del año, una portería del campo, 5 concejos de Asturias, etc.

Mientras realizan la tarea, el profesor o la profesora atenderá las dudas y se asegurará de que todos entienden y siguen el proceso:

- ✓ asignar a cada elemento de la población un número, comenzando por 1, 01, 001, ..., de modo que todos tengan igual número de cifras;
- ✓ leer números con las cifras consideradas, en la tabla o calculadora, hasta obtener tantos números distintos como elementos tiene la muestra. Si se lee un número no asignado o que ya ha salido, no se tiene en cuenta y se prosigue la lectura;
- ✓ identificar los elementos escogidos: ésta será la muestra.

Dependiendo del nivel del alumno, se puede comentar la posibilidad de asignar varios números a cada elemento, consiguiendo así que la elección sea más rápida al existir menos números no asignados; por ejemplo: par/impar o 0, 1, 2, 3, 4/5, 6, 7, 8, 9, para una elección entre dos elementos.

B.4. La muestra: estratificación

Para completar el estudio de las muestras, queda aún una última cuestión a la que ya se aludió con anterioridad: se trata de la elección de la muestra por un procedimiento aleatorio estratificado, su justificación, aspectos que se han de considerar para su aplicación y realización práctica en casos sencillos.

Como primera actividad se plantea la siguiente:

“Cuando hemos seleccionado 10 miembros de esta clase, hemos utilizado un método aleatorio simple. Supongamos ahora que con la muestra elegida pretendemos estudiar la altura de los alumnos y alumnas de la clase. En este caso, y para este estu-

dio, existe una característica que tiene gran influencia en la altura: el sexo. Los chicos, en general, tienen una altura claramente superior a las chicas.

- la muestra que has escogido anteriormente podría contener solamente chicos. En ese caso, ¿crees que los resultados serían similares a los que se obtendrían en la población, es decir, con todos los alumnos de la clase? Si no es así, la muestra no sería buena y, por tanto, no sería representativa.*
- ¿Consideras que la muestra que tu has elegido es representativa? Justifica tu respuesta.*
- Si se tratara de realizar el mismo estudio hecho al comienzo de esta unidad didáctica (estimación, contando, de un minuto, sin práctica y con práctica), ¿considerarías que tu muestra es representativa?”*

Se discuten y resuelven en grupo estas cuestiones que serán propuestas y comentadas separadamente. En la puesta en común final, ha de quedar claro que:

- ✓ cuanto más semejantes sean las proporciones de la muestra y de la población en la característica considerada (el sexo en este caso), más exactos y fiables serán los resultados previstos para la población a partir de los datos de la muestra;
- ✓ la característica de la población cuya proporción se ha de mantener en la muestra, depende de cuál sea la población y de lo que se pretenda estudiar en ella.

A continuación se entrega la siguiente actividad “B4 LA MUESTRA: ESTRATIFICACION” del material del alumno. En esta actividad se incluye un preámbulo conteniendo las indicaciones anteriores y otras menos relevantes, que el profesor o la profesora comentará antes de que resuelvan las cuestiones que se les plantean. En la correspondiente puesta en común, se resaltarán la necesidad de conocer en profundidad la población y su comportamiento respecto a lo que se pretende estudiar, para poder determinar la característica o características que se han de considerar en la estratificación, la dificultad de esta elección y, finalmente, el hecho de que no se consideran en la práctica más de tres características para estratificar. Es conveniente disponer de varias fichas técnicas de estudios estadísticos para reforzar y ejemplificar los comentarios anteriores.

Finalmente, se entrega una lista de todos los alumnos y alumnas de su curso y se pide que, individualmente, elijan una muestra de 40 con objeto de conocer los estudios que piensan hacer al concluir la enseñanza obligatoria. Se elegirá una muestra aleatoria estratificada. Mientras realizan la actividad, el profesor o la profesora se asegurará de que todos la resuelvan correctamente.

B.5. Encuestas: cuestionarios

Iniciamos este apartado comentando el contenido y sentido de las actividades que se van a hacer, a la vez que vamos introduciendo y precisando parte del lenguaje y conceptos que han de conocer:

A menudo estamos interesados en conocer hechos, aspectos concretos u opiniones de un colectivo de personas. La forma habitual de hacerlo es preguntándoles, es decir, haciendo una encuesta.

Para hacer correctamente una encuesta es preciso concretar de antemano lo que se va a preguntar, cuáles van a ser las preguntas, qué respuestas se pueden obtener y qué se va a hacer con las respuestas.

Estas preguntas, con sus posibles respuestas, si se considera oportuno, redactadas y ordenadas convenientemente, constituyen el cuestionario, pieza esencial en toda encuesta. El cuestionario nos asegurará que todos los encuestados contestan a lo mismo y en las mismas circunstancias; de este modo, sus respuestas podrán ser comparadas.

Supongamos que queremos hacer una encuesta sobre el hábito de fumar de los alumnos y alumnas de esta clase. Algunas posibles preguntas del cuestionario podrían ser:

—¿Sexo?

—¿Edad?

—¿Cuánto fumas?

—¿Qué opinas de la prohibición de fumar en el instituto?

a) Contesta a estas preguntas.

b) Escribe dos preguntas más para esta encuesta.

c) Intercambia las preguntas que has hecho con tu compañero o compañera y trata de contestarlas del mejor modo posible.

Las actividades anteriores son resueltas individualmente y, cuando las hayan hecho, el profesor o la profesora les interrogará sobre las respuestas dadas en el apartado “a”, recogiendo una muestra en la pizarra y comentando los aspectos más relevantes.

Tal como se han hecho las preguntas, es de esperar que en todas o en alguna de ellas se presenten respuestas difícilmente comparables e incluso que alguna no se conteste. Así, por ejemplo, la tercera pregunta (¿cuánto fumas?) puede ser interpretada de diferentes maneras (poco/mucho, nº de cigarrillos que fuma diariamente, cigarrillos fumados ayer, depende, ...); la última pregunta dará lugar, sin duda, a multitud de respuestas cuyo análisis y comparación será poco menos que imposible.

Se insistirá fundamentalmente en la dificultad e importancia de redactar correctamente las preguntas y en la necesidad de considerar las respuestas que se pueden obtener, permitiendo que puedan ser fácilmente analizadas y comparadas.

Las preguntas hechas por los alumnos y alumnas en el apartado “b” y sus respuestas del “c”, ofrecerán un amplio mosaico de errores que el profesor o la profesora destacará, insistiendo así en las reflexiones y comentarios anteriores.

Esta primera actividad dará pie para informar, a continuación, de las características de un buen cuestionario y de los errores y dificultades más frecuentes e importantes:

Un buen cuestionario ha de reunir dos características fundamentales:

a) recoger la verdad de los hechos, características concretas y opiniones;

Esto tiene que ver fundamentalmente con las preguntas que se hacen. Deben ser:

- *Neutras: se deben evitar comentarios que puedan inducir una determinada respuesta.*
- *Sencillas y claras: han de ser fáciles de entender por el encuestado.*
- *Precisas: el encuestado debe saber claramente el tipo de respuesta que puede dar.*

b) ser fácil de analizar, comparar, llegar a conclusiones.

Esto se refiere fundamentalmente a las respuestas que, a su vez, dependerán de cuál ha sido la pregunta. Si las preguntas se refieren a aspectos concretos y están bien planteadas, sus respuestas serán claras. Con cada pregunta se debe adjuntar una “ventana” de respuestas adecuadas, además de la respuesta “no lo sé”. Así se simplificará el análisis de respuestas y se eliminarán ambigüedades.

Si la pregunta se refiere a una opinión del encuestado, puede ser cerrada o abierta, según se incluya o no la “ventana” de respuestas correspondiente. Como se ha dicho, las preguntas cerradas permiten analizar fácilmente las respuestas y eliminar ambigüedades.

Cuando se pregunta sobre un tema conocido por los entrevistados, es mejor la pregunta cerrada y, por el contrario, si el tema está poco difundido, es mejor la pregunta abierta evitando así que seleccione una respuesta al azar, aunque no sepa ni lo que diga.

Las preguntas abiertas son mucho más ricas en matices e información pero la dificultad de analizar posteriormente las respuestas hace que se utilicen en muy pocas ocasiones.

A continuación se entrega la hoja de actividades B5, que contiene un amplio muestrario de preguntas, gran parte de las mismas incorrectamente formuladas o incompletas. Los alumnos y alumnas, en equipo, deben analizar separadamente cada una de las preguntas, tratando de explicar, en su caso, por qué creen que están mal formuladas e intentando hacerlas correctamente. Siempre que lo consideren oportuno incluirán la correspondiente ventana de respuestas.

Una vez discutidos los resultados de la actividad anterior y si se considera conveniente, podrán proponerse las siguientes o similares actividades:

- *Escribe tres preguntas, una dirigida en un sentido, otra en el contrario y una tercera neutra, para saber qué piensan tus compañeros sobre el hecho de que los alumnos puedan elegir en todo momento el lugar en que se situarán en la clase.*
- *Haz una lista de las diferentes respuestas a estas preguntas:*
 - *el cinturón de seguridad debería ser obligatorio siempre,*
 - *¿cómo te desplazas de casa al instituto?,*
 - *¿de qué color son tus ojos?,*
 - *¿cuántas horas duermes habitualmente?,*
 - *en general, ¿cómo consideras la relación profesor-alumno?*

Por último, cada uno de los equipos elegirá un tema para realizar una encuesta a sus compañeros del instituto y elaborará el correspondiente cuestionario con, al menos, cinco preguntas. Antes de cumplimentar esta tarea, el profesor o la profesora recordará los aspectos más importantes que se deben tener en cuenta:

- *escribe el objetivo concreto de la encuesta: ¿qué quieres saber?,*
- *decide si la encuesta será escrita u oral,*
- *haz el cuestionario atractivo,*
- *Procura que el cuestionario sea corto,*
- *haz las preguntas adecuadas al objetivo: pregunta exactamente lo que quieres saber y no hagas preguntas innecesarias,*
- *cuida la redacción de las preguntas e incorpora las respuestas convenientes si son cerradas,*
- *piensa cómo analizarás las respuestas antes de escribir las preguntas.*

Estas recomendaciones, así como un amplio resumen de las anteriores conclusiones, se entregarán por escrito a los alumnos (hoja informativa “ENCUESTAS”) antes de la realización de este trabajo. Así mismo, es conveniente poner a disposición de los alumnos y alumnas diversos cuestionarios que puedan servirles como modelo.

Mientras realizan su tarea, el profesor o la profesora supervisará las encuestas que cada grupo va realizando y hará las oportunas indicaciones. Algunas de estas encuestas podrán ser elegidas para posteriores trabajos estadísticos.

6. UNIDAD C: Organización y presentación de la información

OBJETIVOS

- ✎ Apreciar y distinguir la utilidad de los tipos de tablas y gráficas estadísticas más habituales.
- ✎ Obtener informaciones puntuales y conclusiones generales de las tablas y gráficas estadísticas.
- ✎ Elaborar criterios para la construcción de la tabla y/o gráfica más adecuada en función del uso posterior de la misma. Aplicar estos criterios a la organización y presentación de la información recogida en el trabajo estadístico.
- ✎ Utilizar de forma crítica la información proveniente de tablas y gráficas estadísticas.

CONTENIDOS

- ✎ Lectura, interpretación y construcción de matrices de datos y tablas de frecuencias. Distinción de las mismas en función de sus diferentes usos.
- ✎ Lectura, interpretación y construcción de las gráficas estadísticas más habituales (diagramas de barras y de líneas, histogramas, diagramas de sectores). Valoración de sus aspectos técnicos, estéticos y funcionales.
- ✎ Otras tablas y gráficas (distintos cuadros de datos, diagramas en tres dimensiones, pictogramas, ...)

ACTIVIDADES

C.1. Resultados estadísticos de un grupo de alumnos

Se entregan las hojas de trabajo correspondientes a la actividad 3.1: “Resultados estadísticos de un grupo de alumnos”. El profesor les presenta y justifica las actividades que van a realizar: *“una vez que tenemos la información recogida, hemos de organizarla y presentarla de manera adecuada, pues de lo contrario no nos servirá para nada. Por ello, vamos a analizar algunos estudios estadísticos, cuyos resultados manejaremos en forma de tablas y gráficas”*.

Las actividades propuestas se cumplimentan en equipo y, a continuación, se discuten los resultados. El debate no sólo debe centrarse en la idoneidad de las respuestas que se dan a cada una de las preguntas; es preciso, asimismo, llegar a acuerdos sobre la tabla o gráfica de la que puede obtenerse el dato de una manera más eficaz.

Tras la pregunta “1” puede hacerse un primer resumen de lo que se ha visto hasta

ese momento. Al destacar las características comunes de las preguntas contestadas a partir de una misma tabla o gráfica, se pueden extraer importantes conclusiones:

- ✓ todas las preguntas pueden ser contestadas con la matriz de datos; sin embargo, en la mayoría de los casos el dato buscado no puede leerse directamente y es necesario hacer recuentos o cálculos a menudo complicados. Así pues, salvo para informaciones concretas sobre los individuos del colectivo estudiado (¿qué nota tiene MARCOS?, ¿quiénes son los alumnos que suspenden tres asignaturas?, etc.), hay otras tablas o gráficas que permiten una más fácil lectura.
- ✓ en la información que proporcionan las distintas tablas de frecuencias, las características particulares de los elementos del colectivo estudiado ya no tienen ninguna importancia. Lo relevante es la forma como está distribuido en la población el carácter estudiado; por ello, puede encontrarse en las mismas fácilmente la respuesta a preguntas del tipo: *¿A cuántos les gustan las matemáticas?*, *¿Cuántos alumnos aprobaron todo?*, etc. Cuando se computan las frecuencias acumuladas en la tabla es fácil obtener respuesta a cuestiones como: *¿Cuántos obtienen peor calificación que Marcos?*, *¿Cuántos suspenden como máximo dos asignaturas?*, etc.
- ✓ las gráficas permiten hacer, de una manera rápida, valoraciones globales de cómo está distribuida la población, en lo que se refiere al carácter estudiado, o bien informaciones concretas para las que, en general, no se necesite una gran precisión en la respuesta: *¿Cuál es el número de suspensos más habitual?*, *¿Hay más aprobados o suspensos en matemáticas?*, *¿Hay alguna relación entre gustar/no gustar las matemáticas y aprobado/suspense en la asignatura?*, etc.
- ✓ algunas informaciones requieren consultar más de una tabla y/o gráfica: *¿quién saca la mejor calificación?*, *¿Cuántos han obtenido la misma calificación que Marcos?*, etc.

Por último, las actividades “m” y “n” sirven para analizar el proceso de construcción de las tablas y gráficas. Los alumnos y alumnas han de comprender que todas las tablas del informe se han elaborado a partir de la matriz de datos inicial, en función de unos objetivos que se han fijado de antemano (el tipo de información que se desea proporcionar). Es preciso, así mismo, destacar la funcionalidad de la disposición de los datos que aparecen en las tablas. Para ello, se analizarán otras formas posibles de presentar los datos de determinadas tablas, valorando las ventajas e inconvenientes que presentan.

El proceso concreto de construcción de las tablas de frecuencias se detalla en la unidad didáctica inicial (Introducción a la Estadística). Por tanto, ahora se trata de profundizar en las sucesivas etapas de este proceso y de destacar las características particulares de las distintas tablas que aparecen.

En cuanto a las gráficas, se destacará su relación con la tabla de la que procede.

No es necesario hacer demasiado hincapié en los aspectos más técnicos y formales de las mismas; más bien debe propiciarse la reflexión acerca de las razones por las que se elige una determinada gráfica y no otra y, en todo caso, valorar conjuntamente sus aspectos técnicos, estéticos y funcionales: “las gráficas son como el titular del periódico, por eso son muy importantes sus aspectos estéticos: han de ‘entrar por los ojos’”.

C.2. Agrupamos los datos en intervalos

Se entrega la siguiente hoja de trabajo (TALLA DE RECLUTAS) y se presenta la actividad. Se establecerá un diálogo con los alumnos y alumnas acerca de la forma en que se presenta la información (datos agrupados en intervalos), procurando llegar a acuerdos sobre los casos en que puede ser procedente esta forma de actuar:

- ✓ el número de soldados, y en consecuencia de alturas, es muy grande, por lo que una tabla de frecuencias como las que se han utilizado anteriormente resultaría muy poco apropiada al ser, con toda seguridad, muy elevado el número de alturas distintas que habría que considerar y, por tanto, la tabla resultante sería muy poco práctica;
- ✓ la altura varía de manera continua, por eso podemos considerar intervalos en los que contamos todas las tallas comprendidas dentro de los límites del mismo (el límite de un intervalo coincide con el inicio del siguiente) . Por ello, en la gráfica, la magnitud representada en el eje horizontal varía de forma continua y, por tanto, los rectángulos de la gráfica están unidos unos a otros (una diferencia importante con los diagramas de barras).

Tras ello, se explica brevemente el proceso seguido para la elección de los intervalos y para la construcción de la tabla y de la gráfica, acordando unas pautas que deberán respetarse en las actividades que siguen:

- ✓ El número de intervalos no debe ser muy grande; es aconsejable que esté comprendido entre 5 y 10.
- ✓ Para determinar la amplitud de cada uno de ellos tendremos en cuenta el valor máximo y mínimo con el que contamos.
- ✓ Siempre que sea posible, es preferible tomar como amplitud de los intervalos un número entero.
- ✓ Durante el recuento es necesario seguir siempre el mismo criterio con los valores extremos de los intervalos, para evitar contarlos dos veces. Frecuentemente se toma el valor inferior, salvo en el último en que se cuentan tanto el inferior como el superior.
- ✓ En ocasiones los intervalos pueden ser de distinta amplitud (dada la

complicación que representa este tipo de tratamiento, no es necesario entrar a fondo en ello: basta con que los alumnos lo sepan y no se sorprendan si encuentran alguna tabla o histograma de estas características. Por tanto no es necesario hablar de términos como “densidad de frecuencia”).

A continuación los alumnos realizan la tarea encomendada en la actividad: primeramente copiarán en su cuaderno la tabla de frecuencias y agregarán dos columnas más para los datos acumulados (en la discusión de las soluciones se debe procurar que aparezcan preguntas susceptibles de ser respondidas con esta tabla: *¿cuántos miden menos de 180 cm?, ¿qué porcentaje representan?, etc.*). Posteriormente, hacen una tabla con tres intervalos y un diagrama de sectores a partir de la misma. Esto exige la consideración de intervalos de distinta amplitud. Tanto para tomar el 20% inferior como para el superior hay que subdividir dos de los intervalos de la tabla de partida (165-170 y 175-180, respectivamente). La razón de considerar bajos al 20% inferior y altos al 20% superior estriba en poder utilizar posteriormente estos datos, en el estudio de las distribuciones normales que se hace en la unidad didáctica D. No obstante, si esta partición de los intervalos supone una dificultad adicional importante, pueden tomar como bajos a los de talla inferior a 165 y como altos a los superiores a 180.

El gráfico pedido es un diagrama de sectores, con lo que no es necesario abordar el problema de la construcción de histogramas con intervalos de distinta amplitud (habría que considerar la densidad de frecuencia, algo que no conocen los alumnos).

Como ampliación del tema y que, por tanto, solamente se presentará si se estima necesario, resulta adecuada la actividad titulada “Personas que viven en una barriada”, que está incluida en el capítulo 14. En la presentación de esta actividad se hará referencia a que, a pesar de no tratarse de una variable continua, es conveniente agrupar los datos en intervalos. Ello es debido a que hay un gran número de datos (82) dentro de una amplia gama de valores posibles (desde 60 hasta 156). Por tanto, una tabla con los datos agrupados resulta bastante más manejable que si los datos estuvieran sin agrupar. Se plantea a los alumnos la construcción de la tabla y el dibujo del histograma correspondiente.

Cada alumno realizará en su cuaderno la tarea propuesta. Una ayuda que puede proporcionarse consiste en sugerir el número de intervalos que pueden tomarse o la amplitud de los mismos. Así, es posible que haya bastantes alumnos y alumnas a quienes no se les ocurra tomar como extremo inferior del primer intervalo o superior del último valores que no aparecen dentro de la lista. Por último se discutirán los resultados hallados y se compararán los diferentes histogramas que puedan resultar, según el número y amplitud de los intervalos tomados.

C.3. Un estudio rápido sobre la clase

Esta actividad tiene por objeto realizar, de una manera rápida, algo parecido a lo que se presentaba en las actividades C.1 y C.2, pero con datos de la clase. Cada equipo

dispone de una lista de los alumnos y alumnas de la clase y en ella se van anotando algunas características personales (por ejemplo: sexo, deporte preferido y altura; velocidad lectora y deporte; etc.). Es aconsejable que sean ellos mismos quienes propongan estas características, en función del interés que despierte el análisis posterior de los datos recogidos.

Una vez obtenida la matriz de datos, propondremos a los alumnos y alumnas que piensen en la información que les interesa obtener a partir de la misma. Para facilitar esto, sugeriremos que piensen en posibles preguntas cuyas respuestas resulten complicadas de encontrar en la matriz de datos y que, sin embargo, puedan ser contestadas fácilmente con ayuda de otro tipo de tabla o gráfica. Así, si se ha optado por las características propuestas anteriormente (sexo, deporte y altura), tendrá sentido construir tablas y gráficas que permitan observar, por ejemplo: para qué deportes contamos con un número suficiente de aficionados que permita formar un equipo; cuáles son los deportes preferidos por los chicos y cuáles por las chicas; qué relación hay entre el deporte elegido y la altura o el sexo, etc.

En función de lo que resulte de la discusión anterior, se decidirá el tipo de tabla y/o gráfica que resulta más adecuado y, a continuación, los alumnos y alumnas realizan individualmente la construcción de aquellas por las que se haya optado. El profesor o la profesora procurará que todos comprendan el proceso seguido para su elección y que realicen su construcción correctamente.

C.4. Otras tablas y gráficas estadísticas

Los alumnos disponen de un dossier en el que aparecen otros tipos de tablas y gráficas estadísticas. En equipos, las analizan dirigidos por el profesor. Este destacará lo más notable de cada una de ellas o sugerirá algunas cuestiones relacionadas con las mismas.

A continuación se hacen algunas recomendaciones al respecto de cada tabla y gráfica:

- ✓ Personas analfabetas en distintas comunidades: No tendría sentido construir una tabla de frecuencias a partir de la misma. En todo caso habría que considerar datos relativos para poder comparar las distintas comunidades (por ejemplo: analfabetos/1000 habitantes), que no los proporciona la tabla.
- ✓ Incendios forestales en España: permite ver la evolución durante tres años de los incendios en las comunidades autónomas; no tiene sentido tampoco comparar unas con otras (distinta extensión y riqueza forestal) ni plantear, por tanto, tablas de frecuencias.
- ✓ Edades/nº de personas: la disposición de la tabla es en horizontal. Los intervalos son de distinta amplitud.

- ✓ Edades esposo/esposa en un grupo de matrimonios: es una tabla de frecuencias de doble entrada con los datos agrupados en intervalos en ambos casos. Aparece la “marca de clase” de cada intervalo. Se consideran distintos intervalos en edades de la esposa que en las del esposo.
- ✓ Evolución de las temperaturas en 1987 (3D): las temperaturas máxima, mínima y media están representadas en un sistema tridimensional, lo que permite analizar, gráficamente, su evolución y hacer comparaciones. Se debe destacar que no es posible leer en la gráfica la temperatura máxima de un mes determinado: para ello habría que acudir a la tabla que se ha utilizado para construir la gráfica.
- ✓ Estadísticas del sistema educativo: las gráficas tienen “grosor”, algo bastante habitual en las publicaciones. En los diagramas de sectores se separan algunos para destacar la información.
- ✓ Deuda de las eléctricas: se acompaña de un dibujo alusivo al tema del que trata.
- ✓ Tabla de la lotería primitiva: una de ellas indica la frecuencia de apariciones en los sorteos analizados y la otra el número de semanas sin aparecer cada número. Puede preguntarse si son capaces de indicar cuántos sorteos se han contabilizado o cuál ha sido la combinación ganadora de la última semana, la anterior, etc.
- ✓ Pirámides de población: dos histogramas invertidos, uno para los hombres y otro para las mujeres.
- ✓ Cónclaves de la iglesia católica: es un pictograma. Puede hacerse notar que no guarda proporción entre las superficies, tal como sería necesario.
- ✓ Evolución trimestral del paro: diagrama en espiral; se puede analizar el significado de cada radio y de cada círculo concéntrico.
- ✓ Evolución de la inversión extranjera: diagrama de líneas de construcción libre.
- ✓ calendario: clasificación según dos criterios, día de la semana y número de semana.
- ✓ distancias kilométricas: cada uno de los números que aparecen indica la distancia, en kilómetros, entre las ciudades situadas en su vertical y a su izquierda. ¿Porqué tiene forma triangular?

C.5. Errores y engaños: la manipulación de las gráficas estadísticas

Las gráficas estadísticas, en ocasiones, contienen errores que determinan una interpretación equivocada de los datos utilizados para su construcción. Se trata de que los alumnos y alumnas observen y analicen una serie de gráficos erróneos, comparando la lectura de las mismas con la que se obtendría a partir de las construidas correctamente, valorando, en su caso, el objetivo perseguido con los errores introducidos. El objetivo de la actividad es, por tanto, fomentar una actitud crítica en el análisis de la información recibida en forma de gráfica.

- a) Evolución del IPC en 1987: se muestran dos gráficas construidas a partir de los mismos datos y con distintas escalas en los ejes respectivos. Se propiciará la discusión acerca de lo que sugiere cada una de ellas.
- b) Evolución de la población mundial: hay un error en la escala horizontal, por lo que la evolución que sugiere la gráfica no es la real.
- c) Parque de vehículos de Asturias: puede pedirse a los alumnos que indiquen, sin fijarse en las anotaciones de cada barra o de los ejes, cuáles son las proporciones de turismos, camiones, motos, etc. que les sugiere la gráfica. A continuación, leyendo los valores que aparecen en la gráfica, pueden contrastarse los resultados estimados. La gráfica tiene errores graves en la escala del eje vertical.

Por último, se pedirá a los alumnos y alumnas que analicen las gráficas que encuentren en la prensa en los últimos días, ya que tal vez presenten algún error notable.

C.6. La estadística en la prensa diaria

Se presentan dos artículos de prensa con resultados y valoraciones de dos encuestas. Simplemente se trata de mostrar la forma habitual de presentar informes estadísticos en la prensa diaria. Puede ser interesante centrar el debate en las diversas “lecturas” que pueden hacerse de los resultados de una encuesta, sobre todo en lo que respecta a aspectos de tipo social o político.

C.7. Un poco de humor

Se trata de otros “usos” frecuentes de la estadística, que pondrán una nota de humor:

- a) Encuestas de “El chafardero indomable” (Moncho Alpuente), publicadas en el suplemento semanal de El país.
- b) Sondeos de opinión (M. Alpuente), de la misma publicación.
- c) Encuesta sobre Gorbachof (Forges), publicada en el diario El Mundo.

7. UNIDAD D: Valores destacables de un colectivo que resumen o amplían la información sobre el mismo

OBJETIVOS

- ✎ Conocer las ventajas y limitaciones de los parámetros estadísticos, como resumen de un conjunto de valores, y saber calcularlos.
- ✎ Valorar adecuadamente la información que se deriva del conocimiento de media y moda y la insuficiencia de la misma.
- ✎ Tomar conciencia de que el conocimiento de media, desviación típica y número de elementos del colectivo nos dan, en la mayoría de las situaciones, una información clara y suficiente acerca del carácter considerado, y ser capaces de extraer, en tal caso, la información pertinente.
- ✎ Estimar las características básicas de una distribución a la vista del diagrama de barras o histograma: media, moda y desviación típica; simetría; dispersión cualitativa y aproximación al modelo normal.

CONTENIDOS

- ✎ La moda y la media: concepto, cálculo y aplicaciones.
- ✎ Propiedades intuitivas de la media y aplicación de éstas.
- ✎ La desviación típica: necesidad, concepto, cálculo y aplicaciones.
- ✎ La media y la desviación típica: análisis conjunto, caracterización de los fenómenos normales y aplicaciones.

ACTIVIDADES

D.1. Medidas de centralización

D.1.1. *¿Qué valor resume una cualidad de un colectivo?*

Se propone a los alumnos y alumnas el estudio de alguna característica del grupo-clase que despierte su interés y que cumpla ciertos requisitos: el carácter escogido debe ser numérico, que sea necesario y aceptado por los alumnos tomar una decisión sobre el valor que los represente, que dé lugar a una tabla de frecuencias sin intervalos, etc. Pueden ser válidos, por ejemplo: asignación semanal que se va a hacer para reunir fondos a fin de curso para una excursión, paga semanal, etc.

El profesor recoge los datos (en papeletas, oralmente, etc.), asegurando la confidencialidad si es preciso, y escribe la matriz de datos en la pizarra (alumno1: 400, alumno2: 600, etc.).

Los alumnos y alumnas organizan y representan gráficamente estos datos y, finalmente, se lleva a la pizarra la tabla de frecuencias y el diagrama de barras que, sin duda, harán la mayoría de ellos.

A continuación se plantea la siguiente cuestión: *“esta tabla y esta gráfica contienen la paga propuesta por todos y cada uno de vosotros. Necesitamos llegar a un acuerdo y elegir una cantidad que será la que debemos respetar todos. Esta cantidad debe ser la que mejor represente las propuestas que habéis hecho. ¿Qué valor consideraréis más conveniente?”*.

Se discuten y comentan las diversas respuestas dadas. Es frecuente que la discusión se centre entre quienes optan por elegir la cantidad más “votada” (mayor frecuencia) o quienes prefieren hallar un valor promedio. No obstante, en ocasiones algunos alumnos pueden proponer tomar el valor de posición central (suelen decir cosas como: “el que queda en el medio”, o “el que tiene tantos por arriba como por abajo”). En el caso de tomar el promedio o de hallar el valor central a partir de la tabla de frecuencias, suele ser habitual que se presente un error: algunos calcularán la media o la mediana tomando sólo en consideración los distintos valores de la variable estudiada (que ven en la primera columna de la tabla), sin tener en cuenta sus frecuencias. Si en la discusión de las soluciones persiste el error, puede proponerse el cálculo de la media, o el de la mediana en su caso, a partir de los datos iniciales no tabulados, comparar los resultados obtenidos y analizar cuál puede ser el motivo de la no coincidencia. Como resumen final de la actividad ha de quedar claro que:

- ✓ la moda, media y mediana (ésta solamente si algún alumno la sugiere como valor de posición central) son las respuestas razonables a la pregunta.
- ✓ la media es la única de éstas que tiene en cuenta todos y cada uno de los valores, por lo que es el valor que, salvo casos excepcionales, mejor representa al colectivo.
- ✓ resumir una colección de valores en uno sólo que represente a todos ellos ha sido, en este caso, necesario; en otras situaciones no será posiblemente obligado hacerlo, aunque casi siempre será conveniente: para valorar el carácter en el colectivo, para poder comparar con otros colectivos, para poder comparar un elemento concreto con el colectivo, etc.

D.1.2. Cálculos

Los alumnos y alumnas resuelven los problemas de la hoja de trabajo 1 con ayuda de la calculadora. En los problemas propuestos para el cálculo de la media a partir de datos agrupados en intervalos es previsible que algunos alumnos decidan utilizar para ello el valor central de cada intervalo. Esta forma de abordar el problema será presentada por el profesor o la profesora como la única posible en estos casos.

Al final se discuten las soluciones y se resumen las diversas situaciones que se han presentado y los procedimientos de cálculo empleados en los distintos problemas. Por último, a modo de resumen, han de quedar claras las siguientes cuestiones:

- ✓ Cálculo de la media directamente a partir de los datos, sin necesidad de hacer la tabla correspondiente; a partir de las frecuencias absolutas, relativas y porcentajes y en el caso de valores agrupados en intervalos.
- ✓ Error cometido cuando se efectúan los cálculos a partir de los datos agrupados. Siempre que sea posible, los cálculos se harán con los valores más exactos: la agrupación de los datos en intervalos en el problema de las viviendas sólo tiene como objeto permitir una mejor y más fácil lectura y valoración de los mismos (agrupación “a posteriori”). Por contra, en el problema del consumo de tabaco, la agrupación de valores es obligada por la razonable inexactitud del dato que se pide (agrupación “a priori”) y, por tanto, los cálculos han de hacerse necesariamente a partir de los valores agrupados.
- ✓ No es posible calcular la media con caracteres cualitativos. En algunos casos, aunque el carácter estudiado sea un número, no tiene sentido el cálculo de la media: código postal, teléfono, números de la lotería, etc.
- ✓ La moda, aún cuando se puede calcular siempre, resulta irrelevante en ciertas situaciones (por ejemplo cuando su frecuencia es muy baja frente al total de valores). En ocasiones puede haber más de una moda.

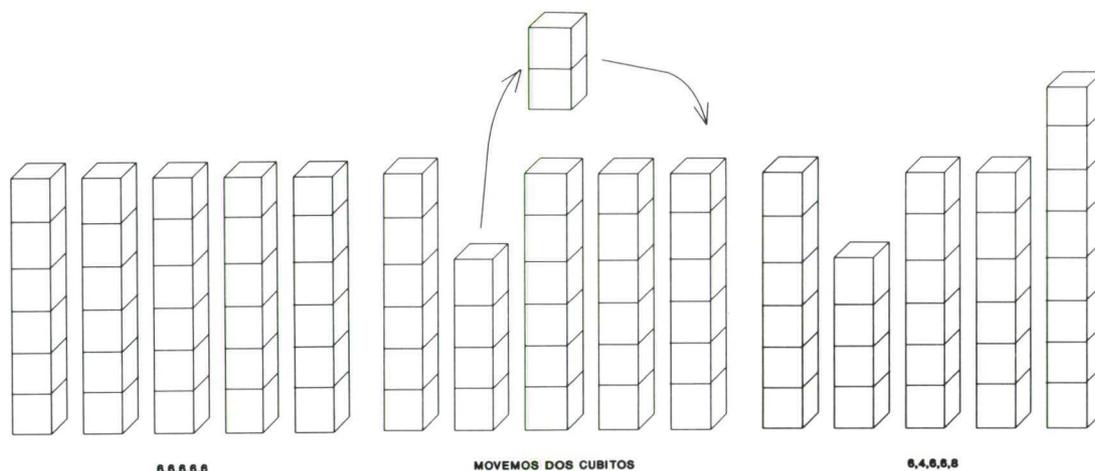
A continuación se explica el modo de hacer los cálculos utilizando las funciones estadísticas de la calculadora científica y los alumnos y alumnas calculan haciendo uso de las mismas la media en los problemas propuestos. A partir de este momento los cálculos se harán siempre de esta forma.

D.1.3. *Analizamos y comprendemos el concepto de media*

Se planteará oralmente a los alumnos y alumnas, de forma secuenciada, el siguiente problema: *“Isabel ha sacado, tras las cinco pruebas hechas en la evaluación de matemáticas, una nota media de 6. ¿Qué notas habrá podido sacar en cada una de las cinco pruebas? Considera sólo números enteros y escribe una posible solución. Escribe ahora otras dos posibles soluciones. Con cada una de las tres colecciones de notas haz la correspondiente tabla de frecuencias y el diagrama de barras. Señala en cada gráfica la situación de la media”*.

Es necesario observar los procesos de resolución que siguen los alumnos: si toman siempre notas diferentes, si hay quien toma la colección de notas más sencilla (6, 6, 6, 6,

6), si utilizan la primera colección como base para hacer las otras dos (quito de aquí y añadido allí), etc., para poder tomarlo en cuenta en la puesta en común. Simultáneamente a la corrección de cada cuestión, el profesor ejemplificará manipulativamente (pudiendo utilizar para ello centicubos o cubitos de madera o forespan) los procesos que conducen a la misma y las relaciones entre una colección y otra: inicialmente tiene cinco prismas de seis cubitos cada uno; trasladando cubitos de uno a otro prisma se llega a distintas soluciones que va recogiendo en la pizarra. En las figuras siguientes se esquematiza este proceso:



A la vista de los resultados y la manipulación efectuada, se plantea la cuestión “¿qué es lo que permanece invariante al hacer estas modificaciones?”. Se espera que los alumnos y alumnas sean capaces de ver que el número total de cubitos no varía. Posteriormente, se les pide que, basándose en este descubrimiento, escriban una definición de la media. Seguramente surgirán algunas del tipo: **aquel valor tal que si sustituimos todos los de la colección por él, resulta la misma suma total; o bien, el valor que le correspondería a cada elemento de la colección si se repartiera por igual la suma total, etc.**

Tras esto, hallarán manipulativamente la media de estas colecciones de valores:

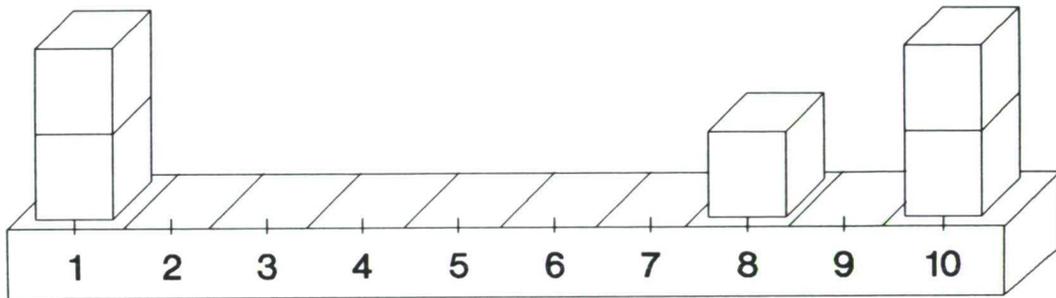
a) 3, 3, 2, 7, 5

b) valores: 2 3 5 9

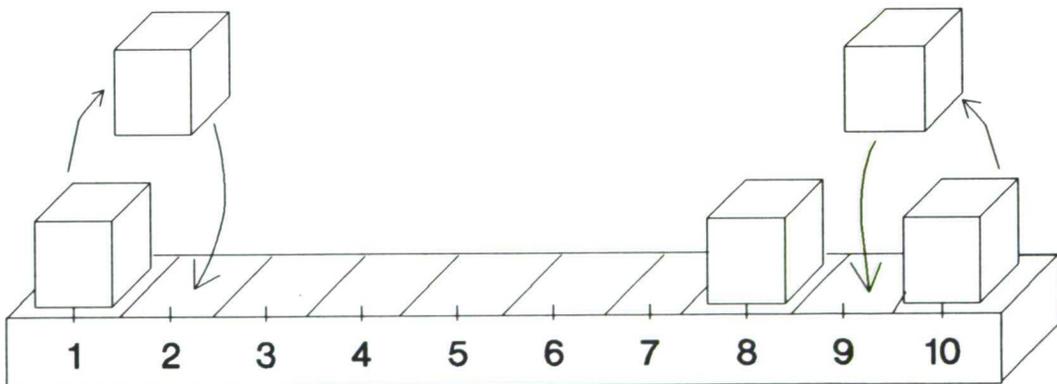
frecuencia: 3 1 2 1

Este mismo material manipulativo (cubitos), tiene otra interesante utilización cuyo objeto es conseguir que el alumno sea capaz de situar, de forma aproximada, la posición de la media en el diagrama de barras o el histograma de una distribución. Así, colocando cubitos de manera adecuada sobre una placa graduada (de madera o cartón), el profesor representa el “diagrama de barras” que corresponde a la distribución:

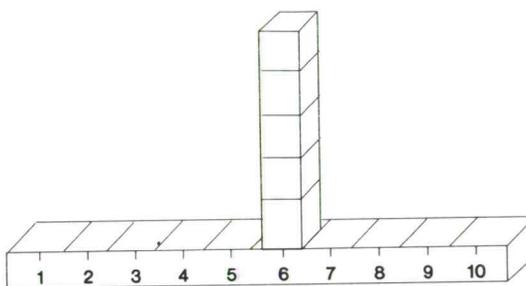
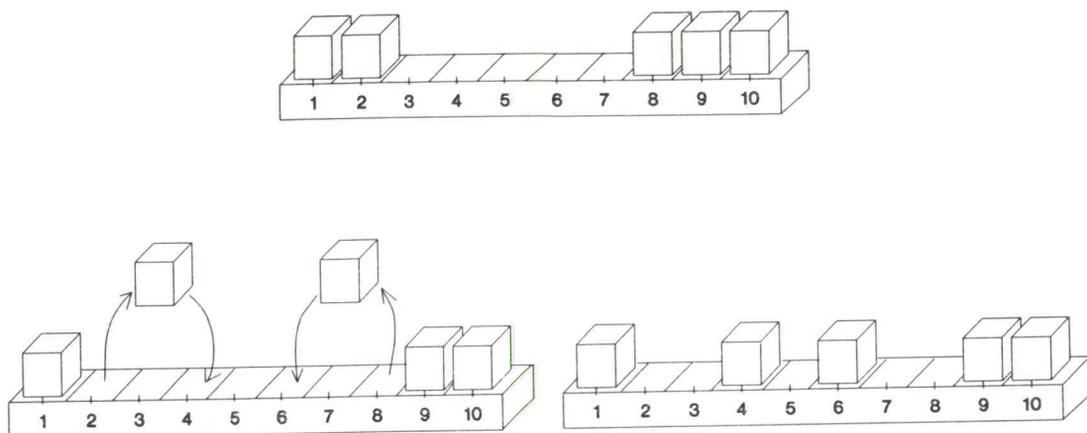
1, 1, 8, 10, 10



A partir de este “diagrama”, moverá uno de los cubitos del 1 al 2 y, a la vez, otro del 10 al 9, con lo que obtendrá un nuevo diagrama de barras, tal como se indica en la figura siguiente:



Pedirá a los alumnos que indiquen cuáles serían los valores de esta nueva distribución (1, 2, 8, 9, 10) y establecerá un diálogo con los mismos acerca de lo que permanece invariante en la transformación y lo que ha cambiado. Es de esperar (si no sucede el profesor podrá sugerirlo) que se den cuenta de que, si bien los elementos de la colección son distintos, tanto su número (cinco) como la suma total, no varían (en definitiva, lo que hemos sumado a uno de los datos, se lo hemos restado a otro). Así pues, el valor de la media será el mismo. Se repetirán manipulaciones similares, hasta conseguir un diagrama en el que los cinco cubitos están situados en un mismo valor (todos los datos de la colección son iguales y éste será precisamente el valor de la media).



SITUACION FINAL DE LOS CUBITOS

Por último, actuando de forma inversa: partiendo del diagrama correspondiente a 5 valores iguales y obteniendo otros más complejos (6, 6, 6, 6, 6; 5, 6, 6, 6, 7; 4, 5, 6, 7, 8; 4, 4, 6, 7, 9; etc.), centrará la atención de los alumnos sobre la posición del “punto de equilibrio” de los mismos y su coincidencia con el valor de la media.

A continuación, pedirá a los alumnos que, utilizando el material manipulativo, representen los diagramas que corresponden a las siguientes distribuciones, estimen el valor de la media y después comprueben manipulativamente el resultado:

- a) 6, 6, 6, 6, 6
- b) 2, 4, 4, 6, 8, 8, 10
- c) 4, 5, 5, 8, 8
- d) 1, 1, 8, 10, 10
- e) 1, 7, 7, 7, 8

Como conclusión de las actividades anteriores ha de quedar claro que la media coincide con el punto de equilibrio de la gráfica (situado en la vertical del centro de gravedad de la misma). Sería deseable contar con el material apropiado para comprobar experimentalmente este hecho. La percepción de lo anterior permitirá conocer, aunque en ocasiones sea tan sólo de forma aproximada, la media de una distribución a partir de su diagrama de barras, histograma o polígono de frecuencias.

Como aplicación de esto, los alumnos y alumnas calculan la media de las distribuciones que aparecen en la hoja de trabajo nº 2. En las dos primeras, si lo precisan, podrán utilizar los materiales manipulativos, en tanto que en las restantes lo harán a partir de la observación visual del dibujo.

Una vez discutidos los resultados de los ejercicios anteriores, se entrega la hoja de trabajo 3, cuyos problemas son resueltos individualmente. Después de recoger y comentar las soluciones e ideas de la clase, el profesor o la profesora hará un resumen de los conceptos, interpretaciones y propiedades que se derivan de este bloque de problemas:

- ✓ las múltiples relaciones entre los valores, número de éstos y su media permiten interpretar y resolver diversas situaciones similares a las planteadas en el problema de las lluvias, poniendo en evidencia las diferencias lecturas e interpretaciones que conviene hacer del concepto de media;
- ✓ aplicando correctamente su definición, anteriormente dada, es posible calcular la media de una población cuando se conocen las medias y el tamaño de las subpoblaciones que la componen. Es muy frecuente el error consistente en calcular la media de las medias, sin tener en cuenta el tamaño de las subpoblaciones.

D.1.4. Descubrimos algunas propiedades de la media

Se plantea oralmente el siguiente problema: *“Un inspector de consumo realiza un estudio para determinar si la cantidad de mermelada indicada en la etiqueta de los productos DULCIFRUT es correcta. Para ello recoge una muestra de 5 tarros de mermelada y los pesa, obteniendo estos valores: 1012, 1027, 1018, 1036 y 1022 gramos. Calcula el peso medio de estos 5 tarros. Calcula ahora el peso medio de la mermelada contenida en estos tarros, sabiendo que el envase pesa 200 gramos (Busca el procedimiento más rápido y sencillo)”*

En la discusión de las soluciones, se alentará a los alumnos y alumnas a buscar el procedimiento más rápido y sencillo. Si se considera oportuno pueden plantearse diversas ayudas a través de preguntas del tipo: *“¿Cuál sería el peso medio de la mermelada si el envase pesara 150 gr?, ¿Y si pesase 500 gr?, etc.”*. Se pretende que se den cuenta de que la media del peso de la mermelada puede obtenerse restando el peso del tarro a la media que han calculado previamente. Después de comentar la solución del problema, se hará ver que del mismo se deduce una interesante propiedad de la media que posibilita, en determinados casos, hacer más rápido su cálculo. Se plantea, a continuación, calcular del modo más rápido la media de varias colecciones de números del tipo: 1002, 1005, 1000, 1001, etc.

El siguiente problema servirá para introducir otra importante propiedad de la media: *“Una persona realiza 10 test, obteniendo una puntuación media de 6 puntos por*

test. Cada uno de los test ha sido puntuado de 0 a 10. Considerando sólo números enteros, escribe uno de los posibles conjuntos de 10 notas. A partir de este conjunto, escribe las notas que corresponderían si cada test se hubiera puntuado de 0 a 100. Calcula ahora del modo más rápido y sencillo la puntuación media de las nuevas notas.”

En la discusión del problema se pretende que los alumnos y alumnas descubran que la media de una colección de valores y la media de la colección obtenida al multiplicar o dividir cada uno de estos valores por una cantidad constante, están en la misma proporción que los correspondientes valores de ambas colecciones. Si en esta discusión se considera procedente pueden plantearse preguntas del tipo: “¿Cuál sería la puntuación media si las notas iniciales se dividieran por 2? ¿Y si se multiplicaran por 5?” para facilitar el que los alumnos y alumnas descubran por sí mismos esta propiedad.

Finalmente, a modo de conclusión y globalización de estas dos propiedades, se plantea el cálculo de la media, aplicando la o las propiedades adecuadas, en colecciones de números del tipo:

- a) 202, 199, 200, ...
 - b) 0,1, 0,12, 0,03, 0,07, ...
 - c) 20,51, 20,48, 20,55, 20,5, ...
- etc.

La comprensión de todas estas propiedades puede facilitarse mucho con la utilización del material manipulativo al que anteriormente se ha hecho referencia.

D.2. Medidas de dispersión

D.2.1. Insuficiencia de la media

Se plantea oralmente el siguiente problema: “*El club de baloncesto CESTON quiere reforzar su plantilla con un encestador de media distancia. Para ello pide informes sobre dos jugadores: Juanjo, del club ‘Jordan’ y Ramón, del club ‘Magic’ . Ambos clubs le facilitan la relación de puntos obtenidos por dichos jugadores en los 15 últimos encuentros completos que ha disputado cada uno de ellos en la liga:*

JUANJO: 28, 24, 32, 26, 30, 28, 26, 27, 32, 29, 30, 25, 31, 26 y 26

RAMON: 36, 40, 18, 10, 30, 43, 17, 38, 26, 12, 46, 36, 30, 10 y 28

Organiza y presenta adecuadamente los datos de cada jugador.

Haz los cálculos que estimes oportunos para responder a las siguiente pregunta: ¿a quién ficharías tú? Justifica tu respuesta.”

En la discusión del problema quedará sin duda de manifiesto la insuficiencia de la media para poder responder a la pregunta planteada y, en general, para representar a una colección de datos. Es de esperar que los alumnos se decidan mayoritariamente por Juanjo, dado que aunque la media de puntos obtenidos por ambos jugadores es la misma (28), a la vista de la tabla es el más regular.

Esto servirá para plantear la conveniencia de buscar una medida de la regularidad (concentración-dispersión) de los valores. En esta tarea los alumnos y alumnas es muy probable que propongan medir las diferencias de los distintos valores con respecto a la media. En tal caso se les hará notar la existencia de diferencias positivas y negativas y, por tanto, puede pedirse a los alumnos que anticipen su suma, que posteriormente se comprobará. Este resultado puede reforzarse recordando algunas de las propiedades ya estudiadas de la media y utilizando el material manipulativo. Ante el problema del signo el profesor, si ningún alumno lo sugiere antes, puede proponer las dos soluciones más inmediatas:

- ✓ tomar los valores absolutos
- ✓ elevar al cuadrado

En el primer caso, una vez calculados los valores absolutos de las desviaciones, el profesor o la profesora centra nuevamente el problema: *“hemos hallado la desviación de cada uno de los datos, pero ¿qué valor elegiremos como representativo de la dispersión del conjunto?”* Tras el oportuno debate se tomará la media de los valores absolutos hallados (desviación media).

El mismo planteamiento se puede seguir en el segundo caso, con los valores obtenidos al elevar al cuadrado las diferencias, hasta llegar al cálculo de la varianza. El profesor sugerirá a los alumnos un último cálculo: *“este resultado lo hemos hallado a partir de los cuadrados de las desviaciones, y por tanto vendrá expresado en el cuadrado de la unidad de los valores iniciales; la forma de que el resultado final nos quede expresado en las mismas unidades iniciales es sencilla: calcular la raíz cuadrada del mismo”*. Obtenemos así la desviación típica o estándar.

Se propondrá el cálculo de la desviación típica en algunos de los problemas resueltos con anterioridad (núm. 3, 4 y 5 de la hoja de trabajo nº1). Para ello utilizarán la calculadora, haciendo los cálculos a partir de la fórmula planteada. Posteriormente se explicará el uso de la función estadística correspondiente de la calculadora y, en adelante, los cálculos se harán de este modo.

D.2.2. Interpretación de la dispersión y su medida

A continuación se entregará la hoja de trabajo nº4. Una vez resueltos los problemas se discuten las soluciones. El cuarto problema suscitará diversas reflexiones, básicamente entre quienes optan por elegir el país que tiene la menor desviación típica y quienes son conscientes de que hay que tener también en cuenta la media. Esto dará pie para que el profesor introduzca una forma de comparar la dispersión de estas distribuciones utilizando un parámetro relativo: el coeficiente de variación.

Finalmente, el profesor hará un resumen de lo más destacado que se ha podido observar:

- ✓ La desviación típica expresa numéricamente la distribución del conjunto de valores en torno a la media (más concentrados cuanto menor sea su valor, más dispersos en caso contrario).
- ✓ En un intervalo alrededor de la media habrá más proporción de valores cuanto menor sea la desviación típica.
- ✓ Son términos equivalentes: concentración, regularidad, agrupamiento en torno a la media, poca dispersión, baja desviación típica. Análogamente: gran dispersión, irregularidad, alejamiento con respecto a la media, alta desviación típica.
- ✓ Cuanto más alta sea la gráfica en su zona central y, simultáneamente, más baja sea en los extremos, más pequeña será la desviación típica.
- ✓ La comparación de dispersiones en distribuciones de distinta media se hace a partir del coeficiente de variación, que es un indicador de la dispersión relativa. En la práctica y de modo aproximado, se considera **baja** dispersión cuando el coeficiente de variación es inferior al 30%, **media** dispersión cuando está entre un 30 y un 60% y **alta** si supera este último valor.

D.3. Análisis conjunto: el modelo normal

Se plantea oralmente una ampliación del problema de los jugadores de baloncesto que han hecho anteriormente: *“Calcula para Juanjo y Ramón los valores media menos desviación típica y media más desviación típica; cuenta el número de valores comprendidos en este intervalo para cada uno de ellos y calcula el porcentaje que supone con respecto al total”*.

Ante los resultados hallados (67% y 60%, respectivamente), el profesor o la profesora informa a los alumnos de la “normalidad” de los mismos en los siguientes términos: *“en toda distribución estadística, salvo algunas muy raras, la proporción de valores comprendidos en este intervalo es, aproximadamente, dos tercios del total (66,7%). La distribución ‘ideal’ que sirve de modelo a estas distribuciones se conoce como «distribución normal»*”. Entregará a los alumnos la hoja informativa nº1, en la que se representan dos distribuciones normales, una discreta y otra continua, y destacará las características básicas de las mismas, que se explican de una manera sencilla en la hoja de los alumnos:

- ✓ justificación intuitiva del modelo normal,
- ✓ simetría, forma de campana (campana de Gauss),

- ✓ modelo matemático y ventajas que supone,
- ✓ clasificación de un valor en relación a la población,
- ✓ la simetría y el hecho de que en el intervalo comprendido entre la media más/menos la desviación típica se hallan los dos tercios de los valores de la distribución, permite obtener, de manera aproximada, el valor de la desviación típica a partir de la gráfica (una vez situada la media, nos desplazamos simétricamente a izquierda y derecha de la misma, hasta incluir en la gráfica un área igual a los dos tercios del total; la distancia, medida con la escala, entre la media y uno de estos puntos me indicará el valor de la desviación típica).

El profesor pedirá a los alumnos que valoren algunas puntuaciones obtenidas por Ramón o Juanjo: “¿Podríamos considerar normal que Juanjo obtenga 35 puntos en un partido? ¿Qué podríamos decir si es Ramón quien los ha obtenido? etc.”

Por último el profesor planteará a los alumnos uno o los dos problemas que siguen:

- 1) La siguiente tabla muestra el número de respiraciones durante 10 minutos de 500 personas elegidas aleatoriamente:

nº resp.	145-150	150-155	155-160	160-165	165-170	170-175	175-180
nº pers.	20	50	100	160	120	30	20

- a) Calcula la media y la desviación típica.
 - b) Según estos datos una persona con 152 respiraciones en 10 minutos, ¿cómo puede considerar su ritmo respiratorio?
- 2) La media y la desviación típica de las alturas de los alumnos de 1º curso del instituto son, respectivamente: (incluir aquí los valores reales del curso). Considerando estos datos, ¿tu altura puede considerarse normal, alta o baja?

8. UNIDAD E: Introducción al azar

OBJETIVOS

- ✎ Despertar el interés y la curiosidad de los alumnos y alumnas acerca de los fenómenos aleatorios, valorando la importancia y utilidad que tiene el estudio matemático del azar para el conocimiento de los mismos y para la toma de decisiones razonables en la vida cotidiana.
- ✎ Hacer explícitas las ideas intuitivas que tienen acerca del azar y contrastar las mismas a través de la planificación y realización de experiencias sencillas, que permitan observar el comportamiento de los fenómenos aleatorios.
- ✎ Utilizar las técnicas estadísticas para la recogida, tratamiento y organización de los datos.
- ✎ Resolver problemas sencillos de cálculo de probabilidades, utilizando correctamente las herramientas necesarias para ello (experimentación/simulación; estudio teórico mediante diagramas de árbol, ley de Laplace, etc.), y relacionando, en su caso, los resultados experimentales y los teóricos.
- ✎ Fomentar una actitud crítica ante las creencias y usos sociales referentes a fenómenos de azar.

CONTENIDOS

- ✎ Fenómenos aleatorios y deterministas.
- ✎ Repetición de experiencias aleatorias: Regularidades, estabilidad de las frecuencias.
- ✎ La probabilidad como medida de las posibilidades: imposible, posible o probable, seguro.
- ✎ Organización y presentación de los datos: utilización de tablas, porcentajes, diagramas de árbol. Lectura, relaciones y aplicaciones.
- ✎ Cálculo de probabilidades:
 - Observación de regularidades, recuento de posibilidades, ley de Laplace.
 - Utilización de información estadística.
 - Experimentación o simulación.

ACTIVIDADES

E.1. Introducción

Con la primera actividad se persigue promover en la clase la discusión acerca de la naturaleza determinista o aleatoria de una serie de situaciones que les resulten familiares. Así, por ejemplo: el alargamiento de un muelle, el diagnóstico de una determinada enfermedad, los lanzamientos de personales en el baloncesto, los sorteos de la lotería, la duración del día, la vida de una bombilla, etc., pueden ser algunas de estas situaciones.

La discusión acerca de lo que ocurre cuando se realizan estas experiencias (el alargamiento del muelle está determinado por el peso que se le cuelgue, hay una imposibilidad casi absoluta de hacer un diagnóstico seguro; etc.), constituirá la base para establecer una clasificación de las mismas según sea o no posible asegurar cuál va a ser su resultado, es decir, según su naturaleza determinista o aleatoria. Se debe procurar que los alumnos propongan y discutan otras situaciones. Es casi seguro que aparecerán con mucha más frecuencia fenómenos aleatorios que deterministas.

A través de estas discusiones se pretende que los alumnos y alumnas sean conscientes de la existencia de experiencias cuyo resultado está determinado de antemano (experiencias deterministas), y otras cuyo resultado no es posible asegurarlo previamente (experiencias aleatorias). Las experiencias aleatorias son, con mucho, las más habituales, y serán el objeto de nuestra atención en las próximas clases.

E.2. Azar y posibilidades

Tras las actividades anteriores ha quedado de manifiesto que existen situaciones de resultado incierto, pero, ¿todo lo posible o probable, lo es en la misma medida? Es bastante normal que de antemano una buena parte de los alumnos conteste afirmativamente a esta pregunta. Con el objeto de propiciar la reflexión, se proponen algunas situaciones en que las posibilidades de determinados resultados son claramente distintas: premio en una lotería de 100 números comprando un boleto o comprando 15; embarazo usando o no preservativo; etc. La mayoría aceptará la evidencia de que no todo lo posible es igualmente probable.

Esta conclusión tan evidente en apariencia, resulta ser en la práctica una de las principales fuentes de errores conceptuales relativos al azar y es, así mismo, la causa de no pocos abusos en la utilización cotidiana de la probabilidad. Por este motivo, no debemos dar por terminada la cuestión, y será necesaria la realización de una serie de experiencias aleatorias, en las que el alumno se enfrente a situaciones que refuercen esta idea. Este es el objetivo que se persigue con las actividades “La carrera de caballos”, “Grand prix” y “Lanzamiento de chinchetas”.

E.2.1. La carrera de caballos

Se forman grupos de 4 ó 5 componentes y se entrega a cada grupo un tablero de juego, 12 fichas, 2 dados y las hojas para el registro y recuento de resultados. El profesor o la profesora explica en qué consiste el juego y las anotaciones que sobre el mismo se han de tomar:

“Simularemos una singular carrera de caballos; en la línea de salida se colocarán los 12 caballos que van a participar en la misma, representado cada uno de ellos por una ficha. Cada componente del grupo, antes de empezar la carrera, apostará por el caballo que piensa que puede ganar. Una vez hechas las apuestas, comenzará el juego, que se regirá por las siguientes reglas:

- a) sucesivamente se van tirando los dos dados y se suman los puntos de ambos;*
- b) la ficha que está situada en la casilla cuyo número coincide con la suma obtenida avanzará un lugar, y las demás permanecerán en su sitio;*
- c) ganará la carrera aquél que cruce la meta en primera posición.*

Después de cada carrera se tomará nota en la hoja de resultados de la clasificación (posición que ocupan en el momento en que el primero cruza la meta). Cada equipo deberá celebrar al menos seis carreras”.

Nada más iniciarse el juego o, en algunos casos, incluso antes, se darán cuenta de que al caballo número 1 le será imposible ganar la carrera: la suma 1 no sale nunca. A partir de ese momento nadie apostará por él. Sin embargo, es frecuente que todavía no les importe apostar por cualesquiera de los otros caballos, al no tener en cuenta la posición que ocupa y las distintas posibilidades.

Las cosas cambian cuando se llevan jugadas varias partidas: todos tenderán a apostar por los caballos que están situados en la zona central del tablero.

Después de disputadas unas seis carreras, se pedirá a cada equipo que elabore la estadística de los resultados obtenidos y que extraiga sus conclusiones. El profesor o la profesora promoverá la discusión entre los equipos acerca de los resultados que han obtenido, mediante preguntas del tipo: *¿Resulta igual de ventajoso apostar por cualesquiera de los caballos?, ¿Habéis mantenido la apuesta por el mismo caballo a lo largo de todas las carreras?, Si no es así, ¿qué os ha hecho cambiar? ¿Hay alguno que ofrezca más garantías?, ¿Hay alguno que no gane nunca?, etc.*

Con seguridad, todos los alumnos y alumnas irán modificando su criterio a medida que disponen de mayor información. Por ello, el profesor o la profesora sugerirá, si aún no lo ha hecho nadie, reunir los resultados de toda la clase y hacer una última valoración. Esto permitirá aclarar las dudas que pudieran persistir y llegar a un consenso general respecto a las conclusiones de la experimentación: no todos los caballos tienen las mismas posibilidades de ganar. Así pues ‘es más probable’ ganar si se apuesta por uno

de los caballos centrales y es 'menos probable' con los caballos exteriores. El UNO es imposible que gane: no hay 'ninguna probabilidad' de ganar apostando por él. Cuántas más carreras contabilicemos, más claramente se evidenciarán estas conclusiones.

E.2.2. Grand prix

Los alumnos se reúnen por parejas y reciben los tableros de juego y dos fichas de colores distintos. Además, cada pareja necesitará dos monedas.

Se trata de simular una carrera de coches en el circuito del tablero. Participan dos pilotos, cuyos coches estarán representados por fichas. La carrera se rige por las siguientes reglas:

- a) *Las fichas se sitúan inicialmente en el recuadro de salida.*
- b) *Se van lanzando sucesivamente dos monedas. Si aparecen dos caras, moverá su ficha uno de los jugadores; si aparece cara/cruz, moverá el otro y si lo que salen son dos cruces no avanzará ninguno de los dos.*
- c) *Gana la carrera el que cruce la meta en primer lugar.*

Antes de comenzar a jugar debéis decidir quién es el que mueve cuando salen dos caras y quién lo hace cuando aparece cara-cruz. Si al terminar la carrera os parece que el juego no es justo, pensad a qué puede ser debido y buscad otras nuevas reglas que ofrezcan las mismas ventajas a cada uno de los jugadores.

Una vez terminada la carrera se abrirá un debate sobre los resultados obtenidos. Para ello, cada pareja puede indicar quién ha ganado y cuál es su opinión acerca de las reglas del juego. Es muy probable que todos se pongan fácilmente de acuerdo en que no se trata de un juego "justo". Así pues, habrán de cuestionarse la hipótesis inicial de que los sucesos cara/cara y cara/cruz tienen la misma probabilidad de aparecer. Resultará muy interesante discutir las distintas alternativas propuestas como reglas del juego y las razones para desestimar la hipótesis inicial.

E.2.3. Lanzamiento de chinchetas

El profesor o la profesora presenta el problema: *si lanzo al suelo esta chincheta, qué consideraréis más probable, ¿que caiga con la punta hacia arriba o que lo haga con ella hacia abajo?* Seguramente en la clase habrá una gran variedad de criterios y será difícil llegar a un acuerdo. Ante la ausencia de una respuesta clara, se les planteará una nueva cuestión: *¿que podríamos hacer para saberlo?*

Es un buen momento para comprobar si vamos logrando el objetivo que nos hemos marcado con estas actividades. Si han captado lo anterior, sin duda propondrán como alternativa el lanzamiento de la chincheta un cierto número de veces y hacer el

posterior análisis de los resultados. De no ser así, será el profesor o la profesora quien lo proponga.

A continuación, se repartirán las chinchetas y comenzarán a realizar individualmente los lanzamientos, anotando y valorando los resultados que van obteniendo. Posteriormente, harán el cómputo y valoración por equipos y por el conjunto de la clase, tratando de llegar a un acuerdo acerca de las probabilidades estudiadas. El profesor o la profesora hará ver la importancia que tiene el diseño adecuado de las correspondientes tablas y se compararán los modelos y procedimientos de registro utilizados.

E.2.4. Conclusiones globales

El profesor o la profesora resumirá y relacionará las diversas experiencias que se han realizado y sus resultados. Como consecuencia de este análisis se llegará a algunas conclusiones importantes:

- ✓ No todo lo posible es igualmente probable: algunos sucesos ocurren con mayor frecuencia que otros. La probabilidad de un determinado suceso aleatorio es un indicador de las posibilidades de que ocurra.
- ✓ Para evaluar el comportamiento de los fenómenos aleatorios es necesario realizar un número suficientemente elevado de experiencias.
- ✓ Si podemos asegurar que al repetir muchas veces una experiencia aleatoria, un suceso se presenta más veces que otro, diremos que tiene mayor probabilidad.
- ✓ El hecho de que un suceso tenga una probabilidad muy alta no permite asegurar que se presentará en una experiencia concreta.

E.3. Asignamos un valor a las probabilidades

A partir de las conclusiones anteriores, se plantea a los alumnos y alumnas la conveniencia de medir la probabilidad, asignándole un valor numérico: *¿Es posible medir la probabilidad de un suceso? ¿Qué valor asignarías a la probabilidad de cada uno de los dos resultados que se pueden presentar al tirar una chincheta? ¿Y a los del lanzamiento de dos monedas?*

El profesor o la profesora recogerá las sugerencias que se puedan hacer y dirigirá el debate que sin duda se planteará, procurando que sea valorado como una solución válida y razonable asignar a la probabilidad de un suceso el valor de su frecuencia relativa, y admitido que este valor será tanto más fiable cuanto mayor sea el número de experiencias que se hayan realizado. Podrá aceptarse indistintamente los tantos por uno (escala 0-1) o los tantos por ciento (escala 0-100) para las probabilidades.

Como aplicación de lo anterior, se les pide que asignen la probabilidad a cada uno de los resultados que se obtienen al sumar las puntuaciones que aparecen en el lanzamiento de dos dados y, consecuentemente, que indiquen la probabilidad que cada caballo tiene de avanzar. Deberán considerar para ello los datos recogidos en el juego de “La carrera de caballos”. Se hará lo propio con los demás juegos propuestos.

Resultarán fáciles de introducir, en este momento, algunas consecuencias importantes que se desprenden de lo anterior. Así, una pequeña reflexión sobre los datos que tienen delante, permitirá a los alumnos y alumnas llegar a conclusiones tales como que la suma de las probabilidades de todos los resultados posibles en un fenómeno aleatorio es uno, que las probabilidades de dos sucesos contrarios también suman 1, o que la probabilidad de que avance el caballo 3 ó el 4 es la suma de las probabilidades de ambos.

E.4. Cálculo de probabilidades

El profesor o la profesora llama la atención de los alumnos y alumnas acerca del proceso que se ha seguido en las situaciones presentadas para la asignación de probabilidades (en todos los casos se ha realizado un número significativo de experiencias y se han calculado las frecuencias relativas), y plantea la posibilidad de poder anticipar estos resultados. Para ello se ayuda de preguntas referentes a situaciones sencillas y suficientemente familiares (lanzamiento de una moneda o de un dado, giro de una ruleta o de una pirindola, una rifa con 100 números, etc.), como por ejemplo: *¿Qué probabilidad le asignarías al suceso ‘salir cara’ al lanzar una moneda? ¿Qué valor darías a la probabilidad de que salga un 1 al lanzar un dado?, ¿Y a la del suceso ‘salir número par’?, ¿Que sea un oro una carta sacada de una baraja?, ¿Obtener el premio en una rifa entre 200 números si se han comprado 10?, etc.*

Es bastante fácil que los alumnos y alumnas aporten respuestas razonables a las preguntas que se les formulan. Así, dirán: 1/2, una de cada dos o 50% para la moneda; 1/6, una cada seis, 16,7% en el dado, etc. En todo caso, el profesor o la profesora procurará que reflexionen sobre los aspectos en que se han fijado para llegar a la respuesta y promoverá el debate acerca de los mismos. Tras este debate, y a modo de resumen, se destacarán las siguientes conclusiones:

- ✓ Hay unas condiciones iniciales (simetría, regularidades, etc.) que determinan las posibilidades de aparición de los sucesos posibles en la experiencia aleatoria, es decir, permiten anticipar la proporción de casos en que se presentarían si se realizara un número elevado de veces la experiencia.
- ✓ Cuando tienen lugar estas condiciones es necesario estudiar los posibles resultados que se pueden presentar al realizar la experiencia: los sucesos elementales.
- ✓ Cada uno de estos sucesos elementales tiene la misma probabilidad, que se determina mediante el cociente: $1/n^{\circ}$ total de sucesos elementales.

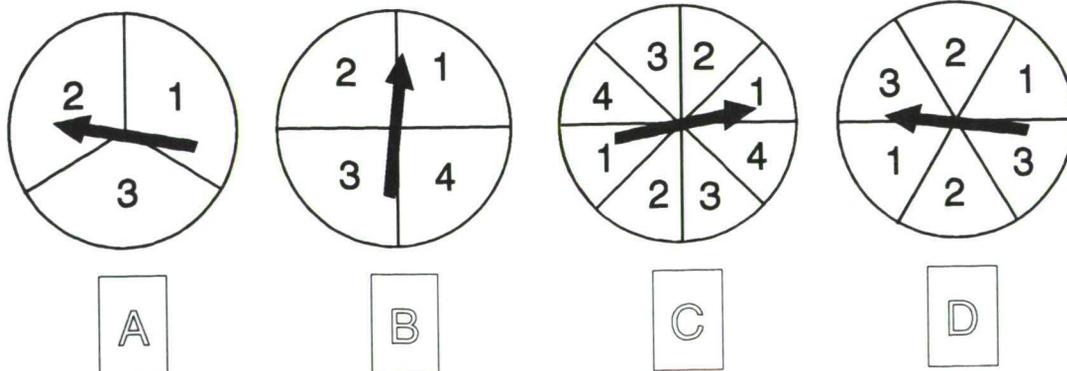
- ✓ En ocasiones interesa conocer la probabilidad de un suceso que puede presentarse de diferentes formas. Así, por ejemplo, “obtener un número par” al lanzar un dado, es un suceso que ocurre cuando aparece un 2, un 4 o un 6; del total de casos posibles (seis), hay tres favorables al suceso “obtener un número par”.
- ✓ En tales casos, la probabilidad se calcula mediante el cociente:

$$\frac{\text{número de casos favorables}}{\text{número de casos posibles}}$$

- ✓ Cuando no podemos asegurar que las condiciones de partida son las mismas para todos los sucesos elementales, es necesario recurrir a la experimentación para poder asignar probabilidades.

La realización de algunos problemas de aplicación directa de la ley de Laplace contribuirá a la comprensión de estas cuestiones y a familiarizar a los alumnos y alumnas con la terminología y reglas establecidas. A continuación se indican algunos de los que pueden proponerse:

- ✓ Una ficha redonda pequeña es roja por un lado y verde por el otro lado. Se coge con la cara roja hacia arriba y se lanza alto por el aire. Da vueltas y aterriza. ¿Qué lado es más probable que quede hacia arriba, o no hay diferencia?
- ✓ ¿Cuál es la probabilidad de obtener un múltiplo de 3 al lanzar un dado hexaédrico? ¿Y si el dado es octaédrico? ¿Y si es icosaédrico?
- ✓ ¿Cuál es la probabilidad de obtener una figura al extraer una carta de una baraja española? ¿Y si además tiene que ser un oro?
- ✓ ¿En cuál de los siguientes discos es más fácil conseguir un 3?



- ✓ En la clase de Isabel son 13 chicos y 16 chicas. Les ha correspondido un premio en un sorteo del instituto y, como no se puede repartir, han decidido que se lo quede uno de los compañeros o compañeras de la clase. Para ello escriben el nombre de cada uno en un trozo de papel, doblan bien todos los papeles y los introducen en un sombrero. El profesor coge uno sin mirar, ¿qué probabilidad tiene Isabel de que salga su nombre? ¿Cuál es la probabilidad de que le toque a un chico? ¿Y a una chica? ¿Qué probabilidad hay de que no le toque a nadie?
- ✓ Se lanza una moneda cinco veces y siempre aparece cara. ¿Qué consideras más probable en el siguiente lanzamiento, cara, cruz o cualquiera de los dos?
- ✓ Se tiene una bolsa con 3 bolas negras y 1 blanca y otra con 2 negras y 1 blanca. Si tienes que coger una bola negra, sin mirar en la bolsa, para ganar un premio, ¿qué bolsa elegirías?
- ✓ El mismo problema en las siguientes condiciones
 - a) una bolsa 2 B y 5 N y la otra 3 B y 5 N
 - b) una bolsa 2 B y 2 N y la otra 4 B y 4 N
 - c) una bolsa 1 B y 3 N y la otra 2 B y 6 N
- ✓ En una urna hay bolas con las siguientes numeraciones:
 - a) 0 a 9; b) 00 a 99; c) 000 a 999;

Se extrae una bola al azar, ¿cuál es la probabilidad de que su número no contenga el 9?

Una vez resueltos los problemas anteriores y aclaradas todas las dudas que pudieran haberse suscitado, el profesor o la profesora fijará la atención de la clase nuevamente en los juegos iniciales: carrera de caballos, grand prix y lanzamiento de chinchetas. Tras una reflexión acerca de las condiciones iniciales de cada uno de estos juegos, será fácil ver la posibilidad de hacer un estudio previo de las probabilidades cuando se trata de dados y de monedas y la imposibilidad de hacerlo en el caso de las chinchetas. Es importante realzar esta conclusión, de forma que quede de manifiesto que existen situaciones en las cuales la única forma de conocer las probabilidades es la experimentación.

A continuación se abordará el cálculo de las probabilidades en los juegos en que es posible: carrera de caballos y grand prix. En estos problemas, a diferencia de los propuestos anteriormente, se trata de experiencias que constan de varias pruebas u observaciones. Esta circunstancia pondrá de relieve la dificultad de hacer el recuento de resultados y los cálculos pertinentes, si todo ello no se lleva a cabo con orden y con una adecuada organización de los datos: será necesario dividir la experiencia en varias etapas o experiencias más simples, estudiar los sucesos que pueden presentarse en éstas y calcular posteriormente las probabilidades. Es oportuno, por tanto, promover la reflexión

acerca del método a seguir para hacer el recuento de resultados: *¿cómo expresar lo que puede ocurrir de la manera más ordenada y sencilla posible?*

El profesor o la profesora sugerirá la utilización de dos técnicas específicas que, en situaciones como las presentes, se muestran extraordinariamente útiles: las tablas de doble entrada y los diagramas de árbol. Así, con la ayuda de tablas organizará los distintos resultados que pueden presentarse en ambos problemas:

		PRIMER DADO					
		1	2	3	4	5	6
SEGUNDO DADO	1	2	3	4	5	6	7
	2	3	4	5	6	7	8
	3	4	5	6	7	8	9
	4	5	6	7	8	9	10
	5	6	7	8	9	10	11
	6	7	8	9	10	11	12

		1ª MONEDA	
		C	+
2ª MONEDA	C	CC	C+
	+	+C	++

Se destacarán las ventajas de este modelo de organización que, por otra parte, ya ha de resultar familiar por su amplio uso en la estadística: *podemos calcular fácilmente el número de casos posibles en cada problema, así como localizar y contar los casos favorables a un determinado suceso*. No obstante, se dejará constancia de sus limitaciones: no resultan adecuadas cuando se trata de una experiencia que consta de más de dos pruebas o experiencias más simples.

El diagrama de árbol es otro valioso procedimiento para la organización de los datos que, en principio, puede ser utilizado cualquiera que sea el número de pruebas u observaciones en que se divide la experiencia. El profesor o la profesora construirá el diagrama correspondiente al problema de las monedas (Grand prix) e irá comentando las fases del proceso que sigue:

- ✓ Identificación de las distintas pruebas u observaciones que componen la experiencia y establecimiento de un orden: 1ª moneda/2ª moneda; 1º dado/2º dado; etc. La comprensión de esto es fundamental para la resolución de este tipo de problemas. Este orden puede justificarse de diversas formas: la experiencia no cambia si lanzo primero una moneda y después lanzo la otra, observando ambos resultados; si considero que las monedas son distintas, por ejemplo, un duro y una peseta; si distingo entre la moneda que queda más cerca de mí y la más lejana; etc.).

- ✓ Una vez identificadas y ordenadas las pruebas, análisis de los resultados posibles en la primera de ellas (resultados posibles al lanzar la primera moneda) y representación gráfica de los mismos en el árbol. Significado de cada una de las ramas dibujadas.
- ✓ Análisis de los resultados de la segunda experiencia, a partir de cada uno de los resultados posibles de la primera (habiendo salido cara en la primera moneda, ¿que puede suceder al lanzar la segunda? etc.) y representación de los mismos en el diagrama. Significado de cada uno de los tramos agregados al árbol.
- ✓ Si la experiencia constara de más pruebas: análisis de los resultados de la tercera, a partir de cada uno de los resultados posibles de la segunda, y así sucesivamente, hasta completar el total de pruebas u observaciones que componen la experiencia.
- ✓ De esta manera, los resultados posibles de la experiencia quedan definidos por las distintas ramas o caminos del árbol. Estos caminos están compuestos, a su vez, de varios tramos (en general tantos como pruebas constituyen la experiencia).

Una vez hecho esto, se podrá efectuar el recuento de los casos posibles y de los favorables y el cálculo de la probabilidad que tiene de avanzar cada uno de los jugadores, al ser equiprobables los sucesos representados por cada una de las ramas del árbol. Es importante comparar los resultados obtenidos con los de la experimentación y destacar la esperada concordancia de los mismos.

Queda a criterio del profesor o de la profesora repetir este proceso para el otro de los juegos: “La carrera de caballos”.

Cuando los fenómenos estudiados son más complejos y los sucesos representados por las distintas ramas del árbol no son equiprobables, no es válido hacer el recuento de la manera que se ha hecho. Por ello, usando de nuevo como referencia el juego “Grand prix”, se afrontará el problema de otra forma: asignando a los distintos tramos en que se dividen las ramas del árbol sus probabilidades y calculando, a partir de éstas, la probabilidad de un suceso representado por una o varias ramas.

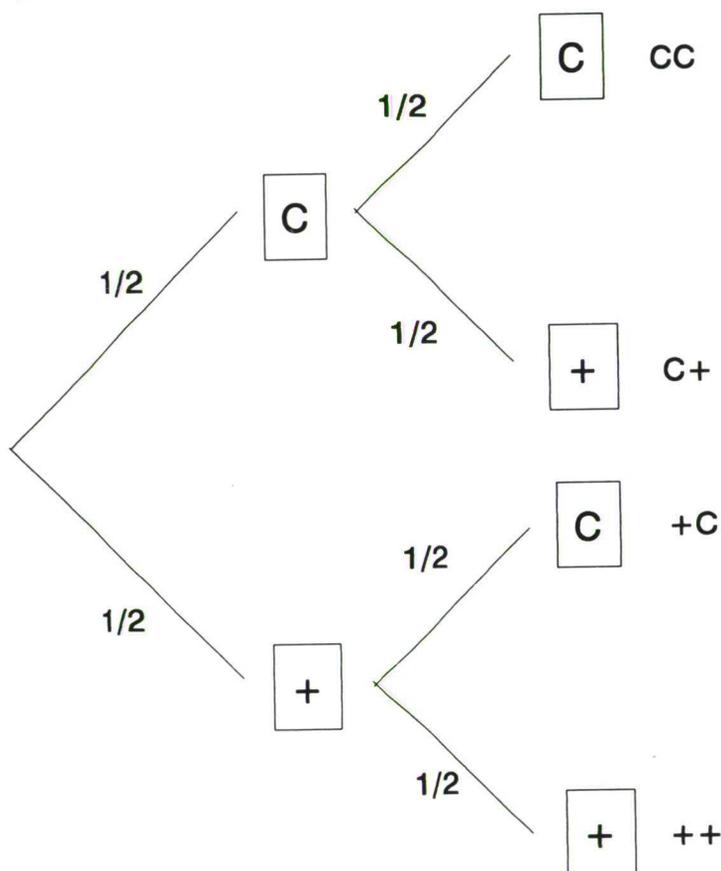
La comprensión de este proceso se ve facilitada si, con la ayuda de un diagrama de árbol, se analiza cómo se repartirían los distintos resultados alcanzados al llevar a cabo la experiencia:

- ✓ Supongamos que se realizan un gran número de lanzamientos, ¿en qué proporción de éstos es de esperar que salga cara en la primera moneda? ¿Y cruz? Estos dos resultados están representados por los dos tramos iniciales del árbol, ¿qué probabilidad cabría asignar a cada uno de ellos?
- ✓ Consideremos exclusivamente los lanzamientos en que ha salido cara en la primera moneda y observemos la segunda moneda, ¿en qué pro-

porción es de esperar que haya salido cara? ¿Y cruz? ¿Qué probabilidad asignarías a cada uno de los tramos que parten del resultado “cara en la primera moneda”?

- ✓ De cada 100 lanzamientos realizados, ¿en qué proporción es de esperar que salga cara en ambas monedas? ¿Qué probabilidad asignarías al camino CC? ¿Y al C+? ...
- ✓ Intenta buscar alguna relación entre la probabilidad de cada uno de los tramos y la del camino que componen.
- ✓ ¿Qué probabilidad tiene cada uno de los jugadores de mover su ficha?

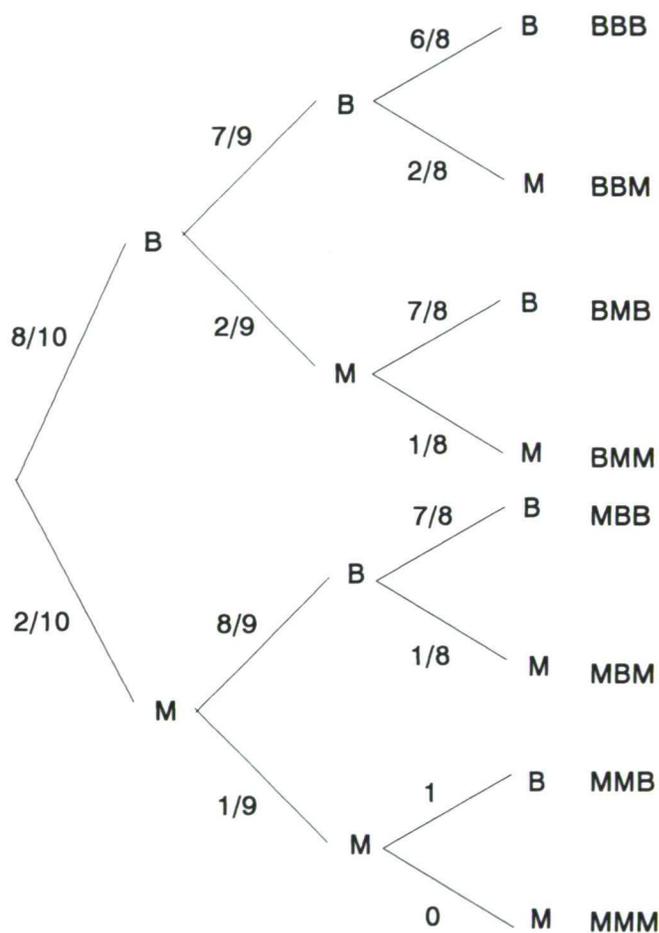
El diagrama de árbol correspondiente es el siguiente:



Con el objeto de reforzar la comprensión y utilización de esta técnica propondrá el siguiente problema:

Marián tiene que realizar un examen sobre 10 temas, pero sólo ha estudiado 8. El examen consta de 3 temas. ¿Qué probabilidad tiene de contestar bien a los tres temas? Para aprobar es necesario contestar bien al menos a dos, ¿qué probabilidad tiene de aprobar?

En este problema se han de considerar tres pruebas u observaciones: primer tema, segundo tema y tercer tema. Los resultados, en cada una de ellas, serán dos: bien (si ha estudiado el tema) y mal (cuando no lo ha estudiado). El diagrama de árbol es el representado en la figura adjunta. La asignación de probabilidades a las distintas ramas resulta algo más complicada que en los casos anteriores, por cuanto han de tenerse en cuenta los sucesos ocurridos en pruebas anteriores. Así, por ejemplo, si Marián ha hecho bien el primer tema, de los 9 temas entre los que se ha de escoger el segundo, ha estudiado 7; por tanto la probabilidad del correspondiente tramo del árbol será $7/9$.



La probabilidad de contestar bien a los tres temas es la que corresponde al camino BBB, es decir:

$$p = \frac{8}{10} \times \frac{7}{9} \times \frac{6}{8}$$

De los 8 caminos del árbol, en cuatro se cumplen los requisitos exigidos para el aprobado: BBB, BBM, BMB y MBB. La probabilidad será, por tanto, la suma de las probabilidades de estos cuatro caminos, que se hallan, a su vez, multiplicando las probabilidades de los respectivos tramos que los componen.

Tras la resolución del problema, el profesor resumirá el proceso seguido y las tareas que se deben realizar en cada etapa:

- ✓ Subdivisión de la experiencia en observaciones más simples y análisis de los resultados de éstas: primer tema (contesta/no contesta), segundo tema (contesta/no contesta) y tercer tema (contesta/no contesta).
- ✓ Construcción del diagrama de árbol.
- ✓ Asignación de probabilidades a cada tramo.
- ✓ Cálculo de las probabilidades de cada camino.
- ✓ Recuento de caminos favorables y cálculo de las probabilidades pedidas.

A continuación se entrega la hoja de trabajo “Problemas de probabilidad”, que serán resueltos individualmente o por parejas, discutiendo después las soluciones toda la clase. Finalmente, el profesor o la profesora hará un resumen de los conceptos y técnicas más importantes que han aparecido en las distintas situaciones que se han abordado.

E.5. Simulaciones

El profesor o la profesora hará una reflexión acerca del objetivo que se persigue con la simulación. Se basará para ello en los siguientes aspectos:

- ✓ Con frecuencia, nos pueden faltar conocimientos matemáticos suficientes para resolver determinadas cuestiones relacionadas con el azar, bien por que resulten muy complicadas, o bien por que la equiprobabilidad no esté justificada. Sin embargo, como ya sabemos, si dispusiéramos de los resultados de la realización de la experiencia un número suficiente de veces, podríamos obtener una respuesta aproximada que, en la mayoría de los casos, sería suficiente.
- ✓ No obstante, la experiencia puede ser irreplicable (por resultar muy costosa o ser materialmente imposible) y, en todo caso, no será necesario llevarla a cabo realmente si somos capaces de encontrar una situación análoga, que pueda ser experimentada cuantas veces queramos de una manera sencilla, es decir, si podemos simular la experiencia.
- ✓ Para ello, utilizaremos habitualmente materiales capaces de generar resultados aleatorios, como pueden ser: dados, monedas, dianas, calculadora, ordenador, etc. En muchas ocasiones, es más cómodo utilizar tablas de números generados al azar por alguno de los procedimientos citados: lanzando repetidamente una moneda y anotando los resultados obtenidos (0=cara, 1=cruz) es fácil obtener una tabla con ceros y unos dispuestos de forma aleatoria; de análoga forma pueden

confeccionarse tablas con números entre uno y seis, entre cero y nueve, etc.

A continuación se plantearía la forma de simular el problema “*Familia numerosa*”, resuelto con anterioridad. Para ello, se sugerirá la procedencia de hacerlo utilizando monedas de la siguiente manera:

- ✓ Cada hijo o hija estará representado por una moneda. El sexo estará caracterizado como CARA=CHICO, CRUZ=CHICA. Como estudiamos familias de cuatro hijos necesitaremos cuatro monedas.
- ✓ La composición de una familia de cuatro hijos estará representada por los resultados que se presentan al lanzar simultáneamente las cuatro monedas: tantos chicos como caras y tantas chicas como cruces.
- ✓ Haremos sucesivos lanzamientos de las cuatro monedas y, en una tabla apropiada al efecto, anotaremos el número de chicos y chicas de las sucesivas familias.
- ✓ Tras haber hecho un número significativo de lanzamientos, haremos el recuento de resultados y calcularemos la probabilidad pedida:
 - casos favorables: familias con dos hijos y dos hijas (lanzamientos en que se han obtenido 2 caras y 2 cruces)
 - casos posibles: familias totales observadas (total de lanzamientos efectuados)

Se pedirá a los alumnos y alumnas que propongan otras formas de simular este problema (con un dado haciendo par=chico, impar=chica; con una ruleta; etc.) y se discutirá la idoneidad de las mismas. El profesor o la profesora (pudiera darse el caso de que alguien lo haya propuesto antes) sugerirá la realización de la simulación con una tabla de números aleatorios: así, utilizando una de las habituales (números entre 0 y 9), puede hacerse la simulación tomando series de 4 números, donde cada número representa a un hijo, diferenciando el sexo en función de la paridad (impar=chico, par=chica).

Si se estima conveniente puede abordarse la forma de simular alguno de los restantes problemas de la colección. En cualquier caso, antes de abordar las simulaciones previstas en los materiales del alumno, es conveniente hacer un resumen de los aspectos a tener en cuenta cuando se realiza una simulación:

- ✓ Análisis pormenorizado de la situación que se pretende simular: experiencias u observaciones simples que la componen, establecimiento de un orden, estudio de los diferentes casos que se presentan, etc.
- ✓ Planificación de una situación análoga, basada en el uso de generadores aleatorios (dados, monedas, ruletas, etc.) o de una tabla de números aleatorios.

- ✓ Establecimiento de la correspondencia entre los resultados observables en cada una de las experiencias simples, en la situación real y en la simulada.
- ✓ Definición precisa de cada simulación, datos que se han de registrar y modo de hacerlo.
- ✓ Realización de la experiencia simulada un número significativo de veces y registro de los resultados obtenidos.
- ✓ Recuento y estimación del resultado.

En el material de trabajo del alumno se presentan seis simulaciones, quedando a criterio del profesor o profesora la realización sucesiva de todas ellas o la selección de las que se consideren más adecuadas. En todos los casos, una vez presentada la actividad deberá propiciarse la discusión acerca de cuál puede ser el procedimiento para hacer la simulación y cómo calcular la respuesta al problema, una vez obtenidos experimentalmente los datos.

E5.1. Pastelería “La casadiella”

La simulación puede hacerse de diferentes formas; como son 6 las letras de la palabra buscada, es bastante razonable que se proponga hacerla mediante un dado. No obstante hay otras muchas formas de hacerlo: utilizando una tabla de números aleatorios, con 6 bolas de distintos colores en una saca o en una urna, con una pirindola o una diana de seis sectores, etc. Es conveniente que no hagan la simulación todos los equipos de la misma forma, con el objeto de propiciar el debate, al final de la actividad, acerca de las ventajas e inconvenientes de los procedimientos utilizados.

Con el dado, una situación análoga a la planteada consiste en determinar el número medio de lanzamientos que es necesario realizar para obtener las seis puntuaciones posibles. Cada una de estas puntuaciones representará una de las letras de la palabra buscada y cada lanzamiento simulará la compra de un pastel. La simulación de la experiencia consistirá, por tanto, en la realización de series de tantos lanzamientos como sea necesario para conseguir los seis resultados posibles. Tras cada serie, tomaremos nota del número de lanzamientos efectuados (pasteles que se han comprado). La solución al problema vendrá dada por la media aritmética del número de lanzamientos de cada serie.

Con la tabla de números aleatorios habitual (0-9) podemos asignar las letras P A S T E L a los dígitos 0, 1, 2, 3, 4 y 5, respectivamente, ignorando el resto de números. Una vez situados aleatoriamente en la tabla y elegida una dirección para recorrerla, leeremos números en la tabla hasta conseguir reunir todos los citados, anotando el total de dígitos que hemos tenido que leer (1, 2, 5, 1, 1, 4, 3, 3, 2, 1, 5, 4, 0; total de dígitos: 13).

Cada uno de los alumnos y alumnas hará un número suficiente de experiencias, organizará convenientemente los datos y, por equipos, harán los cálculos pertinentes

para encontrar la solución del problema. Posteriormente se recogerán los resultados de los distintos equipos y se hallará la media global de la clase, comparándola con las obtenidas por cada equipo.

E.5.2. *Jugando al parchís*

La simulación consistiría en lanzar sucesivamente un dado hasta que aparece un cinco, anotar el número de tiradas de cada serie lanzamientos y, por último, hallar la media.

Análogamente podría simularse con tabla de números aleatorios, bolas, barajas, pirindola, etc.

E.5.3. *Las llaves*

En el primer caso la simulación podría hacerse utilizando un dado. El 1, por ejemplo, correspondería a la llave buena; 2, 3, 4 y 5 corresponderían al resto de llaves; el 6 se ignoraría. Con estas condiciones, la simulación sería análoga a la anterior.

En el segundo caso, la diferencia estriba en que no se contabilizarían los lanzamientos en que se repite un resultado que ya ha salido.

E.5.4. *Tiro al plato*

La simulación podría hacerse mediante lanzamientos de tres dados (o un dado tres veces), anotando el número de resultados distintos que aparecen.

E.5.5. *El estanque*

El profesor entregará a cada equipo una bolsa con 10 bolas de varios colores (por ejemplo: 5 rojas, 3 blancas y 2 amarillas). Los alumnos extraen una bola, anotan su color y la devuelven a la bolsa. Esta experiencia se repite un número suficiente de veces. El estudio estadístico de los resultados permitirá predecir la composición de la bolsa.

E.5.6. *Las ruletas Tutti Frutti*

La experiencia puede hacerse con dos ruletas preparadas al efecto. También podría simularse utilizando alguno de los materiales aleatorios ya indicados.

Por ejemplo, con una tabla de números aleatorios y estableciendo la siguiente correspondencia: 1, 2 y 3 = cerezas; 4 y 5 = manzanas; 6 = limón; 0, 7, 8 y 9 se ignoran. Tomando sucesivamente pares de números de la tabla obtendríamos los resultados de la experiencia.

El total de dinero repartido en premios dividido entre el número de experiencias realizadas, indicará el precio mínimo estimado para la partida.

9. LA EVALUACIÓN

Es frecuente entender por evaluar el conjunto de acciones orientadas a calificar a los alumnos. A nuestro juicio, la calificación académica de los alumnos constituye simplemente una de las tareas administrativas encomendadas al profesorado, al final de un periodo de instrucción. Por ello pensamos que la evaluación del rendimiento escolar debe formar parte de un todo más amplio, que ha de incluir también la evaluación de todos los factores que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Por este motivo, abordaremos la evaluación en el marco del proyecto curricular y, en concreto, en relación con uno de los elementos que configuran el mismo: el diseño de investigación.

9.1. Diseño de investigación: instrumentos

La elaboración de una unidad didáctica, es un proceso que no puede darse por concluido en el momento en que el profesor inicia su desarrollo en clase. Comienza entonces una de sus fases más importantes: todo el trabajo realizado con anterioridad va a ser contrastado en el aula y, en función de ello, ha de ser revisado. Una unidad didáctica, por tanto, es un producto que, como consecuencia de la experiencia diaria en el aula, se haya sometido a revisión permanente.

En el modelo de proyecto curricular por el que hemos optado (cap.1) se distinguen claramente tres apartados: método, diseño de instrucción y diseño de investigación. El objetivo de este último es, precisamente, contrastar el sistema general de trabajo, y su concreción en el diseño de instrucción (donde se incluyen las unidades didácticas elaboradas), con la realidad de cómo se producen en el aula los procesos de enseñanza-aprendizaje (CASCANTE, C., 1989). Es, por tanto, el medio que nos va a permitir realizar nuestro trabajo como una praxis dialéctica, en el sentido de estar en todo momento recorriendo el camino entre teoría y práctica, intentando comprender los procesos como un todo interrelacionado.

El diseño de investigación comprende varios elementos:

- ✓ los principios de procedimiento, que son criterios de actuación nacidos del método,
- ✓ diferentes mecanismos para la recogida de la información durante la experimentación de las unidades didácticas,
- ✓ el informe, elaborado a partir del análisis de la información recogida y que permitirá variar en mayor o menor medida las UU.DD. experimentadas y los principios de procedimiento establecidos.

Dado que en el capítulo 1, ap.3, se han expuesto los principios de procedimiento de carácter general, pasaremos a detallar los otros elementos que se han considerado.

9.1.1. Documentación sobre la práctica

Es necesario registrar, con la mayor objetividad y eficacia posible, el conjunto de procesos y situaciones que se producen durante el desarrollo de la UD. Para ello es preciso tener en cuenta que los aspectos que pretendemos recoger lo son de diversa índole: algunos de ellos pueden ser cuantificados; otros, quizás la mayoría, difícilmente serán cuantificables y, por último, habrá un gran número de circunstancias que ni siquiera habremos previsto y que, sin embargo, habrán jugado un papel importante en el aprendizaje de nuestros alumnos. Como consecuencia de esto, los medios que utilicemos para recoger la información han de ser suficientemente variados:

a) Pruebas de evaluación

Las pruebas psicopedagógicas permiten recoger información que, con algunas reservas, puede considerarse como cuantificable. La realización o no de una única prueba de evaluación al final del tema, o de más de una prueba que se pasaría tras alguno de los bloques de contenidos que se tratan o, incluso, tras cada uno de ellos, es una decisión que habrá de tomar el profesor o la profesora que decida adaptar estos materiales a sus alumnos. Las peculiaridades de cada grupo-clase, el tiempo de que se disponga, la información que ya se tenga sobre el aprendizaje de los alumnos, etc. serán factores a tener en cuenta para tomar esta decisión. En cualquier caso, es recomendable que el tipo de actividades que se propongan en las pruebas estén en consonancia con las que se han desarrollado en la clase. Como ejemplo de ello, se propone en el apartado 9.2 un modelo de prueba que se pasaría tras la unidad C.

Por otra parte, actividades de autoevaluación orientadas a que los alumnos valoren los diferentes aspectos que tienen lugar en la clase (interés y utilidad de los contenidos, relación con el profesor, ambiente de trabajo, etc.), son de extraordinaria utilidad en la evaluación del proceso de enseñanza-aprendizaje.

b) Observación de actividades

Mediante la observación de actividades recogeremos información de aquellos procesos que se han planificado pero que, debido a su complejidad, normalmente no pueden ser contrastados a través de una prueba. Esta observación se realizará sobre:

- ✓ trabajo individual: actitud en clase, puntualidad, el cuaderno de trabajo, interés por el tema, participación en los debates, etc.
- ✓ trabajo en grupo: colaboración dentro del grupo, resultado final del trabajo, etc.

Como puede deducirse, algunas de estas observaciones se realizarán en el transcurso de la clase, en tanto que otras (revisión de cuadernos, análisis de trabajos, etc.) se harán generalmente fuera de ella.

La forma en que se concretan estas observaciones queda al criterio de cada profesor/a. No obstante, la preparación de una ficha individual, así como la programación diaria de qué alumnos/as o grupos se van a observar con especial interés, son aspectos que resultan recomendables.

c) Diario de clase

Ocurren en la clase muchas cosas que no han sido planificadas y que, sin embargo, tienen una gran importancia en el desarrollo de los procesos de enseñanza-aprendizaje. El diario de clase es un buen instrumento para recoger esta información. Así, anotaciones introspectivas de los sentimientos, actitudes, motivos, conclusiones personales, etc. pueden quedar reflejadas en este diario.

Por otra parte, no han de faltar anotaciones sobre:

- ✓ Actividades realizadas en cada sesión. Trabajo pendiente.
- ✓ Dificultades de comprensión que hayan surgido en el enunciado de algunas actividades.
- ✓ Dificultades encontradas en el desarrollo de las actividades.
- ✓ Interés despertado por las diferentes actividades, con especial incidencia en aquellas que destaquen positiva o negativamente.
- ✓ Tiempo utilizado en la realización de cada actividad, comparándolo con el tiempo previsto.
- ✓ Preguntas que se produzcan durante el desarrollo de la actividad, especialmente aquellas que manifiesten dudas generalizadas o den lugar a amplios debates.

d) Observador o evaluador externo

La presencia en el aula de un observador o evaluador externo durante la experimentación de la UD es muy recomendable, pues permite aportar un punto de vista distinto y enriquece los debates y reflexiones posteriores.

La misión del evaluador externo es observar, con el distanciamiento propio de quien no está directamente implicado en el desarrollo de la clase, todos los procesos que se van produciendo en el transcurso de la misma. Podrá fijar su atención tanto en las actitudes de alumnos/as y profesor/a como en aspectos técnicos del desarrollo de la UD que puedan resultar de interés. Antes de empezar su labor, el evaluador y el profesor/a tendrán una entrevista para matizar el tipo de observación que cabe realizar y sobre todo

para que el profesor/a indique aquellos aspectos que desea sean analizados de una forma sistemática. Al finalizar sus observaciones, el evaluador externo, elaborará un informe.

e) *Entrevistas*

En el caso del tema que nos ocupa, es aconsejable mantener entrevistas con los equipos formados para elaborar el trabajo estadístico y, en la medida en que se crean convenientes, con determinados alumnos de forma individual. Las entrevistas con los equipos tendrán como objeto analizar la marcha de los trabajos y, al finalizar éstos, hacer un análisis crítico de los mismos y establecer las medidas correctoras que se estimen pertinentes.

9.1.2. *Análisis de la información obtenida: informes*

Con el fin de integrar y dar validez a la variada información que se ha recopilado, es preciso analizar y reflexionar sobre la misma. Se procederá, a partir de ello, a la calificación de los alumnos y a la elaboración de un informe de valoración de la UD y su desarrollo. Para éste se tendrán en cuenta:

- ✓ Aspectos técnico-prácticos: duración, secuenciación, adecuación, etc. de las actividades; actuación del profesor/a; grado de consecución de los objetivos y aprendizajes previstos; etc.
- ✓ Aspectos teóricos: validez de los principios de procedimiento.
- ✓ Aspectos sociales: interés; motivación; grado de cooperación de los alumnos/as en las tareas colectivas; nivel de participación en discusiones y puestas en común; etc.
- ✓ Propuesta de decisiones que se crean convenientes, respecto a los distintos aspectos considerados.

En el caso de un equipo de profesores, ha de tenerse en cuenta la dimensión colectiva del proyecto curricular, por lo que el informe de cada profesor/a, se presentará en una reunión general del grupo, para promover la reflexión colectiva y tomar las decisiones que se consideren convenientes para la mejora de las unidades didácticas y del proyecto en su conjunto.

9.2. Prueba de evaluación

Con el objeto de que pueda servir como modelo, se presenta una prueba prevista al finalizar los tres primeros bloques de contenidos. Esta prueba será resuelta individualmente por los alumnos durante una sesión de clase. Posteriormente se discutirán los resultados en la siguiente clase y, en su caso, se preparará un material suplementario para los alumnos que puedan requerirlo.

PRUEBA DE EVALUACIÓN

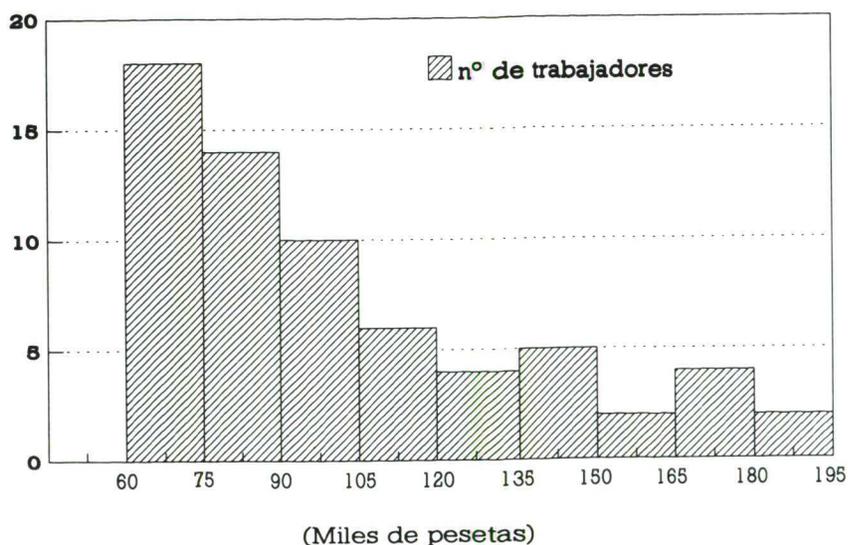
Dispones de la matriz de datos correspondiente a los empleados y empleadas de la fábrica de tomate frito “Armando”. En la misma se indica el número del DNI, la edad, el sexo y el sueldo mensual de las 45 personas que trabajan en la empresa.

- a) Construye una tabla en la que se pueda ver el número de personas de la empresa en cada uno de los siguientes intervalos de edades: de 15 a 25, de 25 a 35, de 35 a 45, de 45 a 55 y de 55 a 65 años. Contabiliza en la tabla, los hombres, las mujeres, el total y el % de personas dentro de cada intervalo.
- b) Dibuja las gráficas que estimes oportunas para poder comparar la distribución por edades de los hombres y de las mujeres de la empresa. A la vista de las gráficas haz una valoración de los resultados.
- c) En “Tomate frito Armando” se consideran sueldos altos los superiores a 150.000 pesetas mensuales, medios los comprendidos entre 90.000 y 150.000 pesetas y bajos los inferiores a las 90.000 pesetas mensuales. ¿Influye la edad o el sexo en el hecho de tener el sueldo más o menos alto? Construye una tabla o gráfica que te permita comprobar al menos una de estas dos cosas. Haz una valoración de los resultados que obtienes.
- d) También dispones de una gráfica que corresponde a los sueldos del personal de la fábrica de la competencia: “Tomates Olís”. Tomando como referencia la clasificación que hemos hecho antes con los sueldos, indica cuántas personas tienen sueldos altos, medios y bajos en esta fábrica. Haz una valoración comparativa de los sueldos de ambas fábricas.

FABRICA DE TOMATE FRITO "ARMANDO" Departamento de Personal

DNI	SEXO	EDAD	SUELDO		DNI	SEXO	EDAD	SUELDO
11.378.415	MUJ	37	91.056		54.336.223	HOM	46	123.675
12.345.678	HOM	34	123.675		78.657.456	MUJ	58	67.320
11.324.567	HOM	44	167.012		34.567.832	MUJ	56	67.320
54.676.554	MUJ	33	91.056		9.876.543	HOM	53	117.345
32.112.334	HOM	50	91.056		12.345.678	HOM	40	167.012
11.334.556	MUJ	18	91.056		34.567.890	HOM	40	117.345
12.342.112	HOM	61	178.125		45.634.567	HOM	37	167.012
11.222.111	MUJ	33	117.345		11.232.114	MUJ	31	117.345
11.342.322	MUJ	54	67.320		9.765.776	MUJ	18	91.056
11.222.333	HOM	24	91.056		45.643.211	HOM	40	117.345
11.456.345	MUJ	43	91.056		78.654.554	MUJ	24	67.320
12.098.789	HOM	34	117.345		12.345.443	MUJ	57	67.320
54.879.675	MUJ	31	167.012		11.223.112	HOM	16	58.325
12.110.987	MUJ	24	123.675		11.453.332	HOM	35	123.675
23.114.113	MUJ	56	67.320		11.908.765	HOM	38	154.412
11.211.111	HOM	47	117.345		78.665.557	HOM	58	91.056
34.221.134	HOM	48	167.012		8.123.115	MUJ	56	91.056
12.111.221	MUJ	48	67.320		11.908.008	HOM	39	154.412
9.112.345	MUJ	18	67.320		10.998.765	HOM	50	191.793
13.245.332	HOM	28	67.320		12.880.116	MUJ	58	67.320
11.456.554	HOM	65	91.056		11.341.008	HOM	38	123.675
11.445.321	MUJ	26	117.345		22.111.201	HOM	45	91.056
8.123.234	HOM	52	154.412					

Tomates OLIS RETRIBUCIONES MENSUALES



9.3. Criterios para la valoración de la prueba y del trabajo en grupo

Mediante la prueba que se ha diseñado se pretende comprobar el grado de aprendizaje de los alumnos con respecto a determinados conceptos y procedimientos abordados en la unidad didáctica. Por tanto, al analizar los trabajos de los alumnos es necesario fijar la atención en los siguientes aspectos:

✓ Los números:

- precisión, agrupamiento (según datos y objetivos)
- recuento, porcentajes, exactitud, errores
- uso de la calculadora

✓ La elección de la tabla o gráfica:

- factores considerados (utilidad, objetivo)
- aspectos concretos (modalidades, factores, disposición elegida, ... en las tablas; simultaneidad, diferenciación, ... en las gráficas)

✓ Construcción de tablas y gráficas:

- aspectos técnicos (escalas, truncamiento,...)
- otros factores (claridad, belleza, aspectos que cabe destacar, ...)

✓ Lectura y valoración:

- lectura de detalles, lectura global
- análisis comparativo (qué, cómo, ...)
- informe (conclusiones, factores considerados, valoración crítica, consecuencias, ...)

Es necesario tener en cuenta para ello que:

- a) Los alumnos deben conocer lo que se va a evaluar mediante la prueba (del mismo modo que han de conocer qué es lo que se va a evaluar mediante los demás instrumentos utilizados: observación en clase, cuadernos, trabajo en equipo)
- b) Es preciso recoger los resultados de la prueba y analizarlos con respecto a lo que se ha indicado.
- c) Se comentarán posteriormente estos resultados con el grupo-clase,

indagando acerca de las razones de los errores o ausencias de respuestas. Es conveniente valorar primero los aspectos positivos y centrarse posteriormente en el análisis de los aspectos negativos.

- d) Debe establecerse con los alumnos la manera de recuperar aquello que haya quedado insuficientemente asimilado.

Con respecto al trabajo estadístico realizado en equipo, es necesario observar:

✓ Trabajo en equipo:

- organización (tareas, tiempos, responsabilidades, puestas en común, ...)
- acuerdos (¿cuáles?, ¿cómo?, cumplimiento, ...)
- relaciones (colaboración, ayudas, ...)
- aportación individual (relación solidaria, cumplimiento de tareas y plazos por los componentes, ...)
- presentación final

✓ Comprensión del proceso:

- etapas
- decisiones y dificultades, implicaciones
- relaciones entre fases
- apreciación del valor, sentido y utilidad de la estadística

✓ Adquisición de conceptos, destrezas, ...

- hechos y conceptos; vocabulario
- técnicas y procedimientos (calculadora, recuentos, escalas, dibujo, estructura de las tablas, ...)
- capacidades globales, estructuras conceptuales (decisiones adecuadas, valoraciones correctas, ...)

A la hora de valorar el trabajo de los equipos, es importante:

- a) que los alumnos tengan claro lo que se les pide,
- b) recoger los trabajos de los equipos y analizarlos,
- c) comentar con cada grupo los diversos aspectos valorados en su trabajo,

- d) valorar con el grupo lo que ha resultado insuficiente, las causas y las medidas que se deben establecer para mejorarlo.

9.4. La calificación de los alumnos

Como se ha indicado anteriormente, la información obtenida durante la experimentación de las unidades didácticas, ha de permitir realizar la obligada calificación escolar de los alumnos y alumnas. En concreto, la calificación académica personal se hará a partir de la revisión, análisis y valoración de:

- a) las pruebas realizadas, que se valorarán con arreglo a los criterios que se hayan fijado para las mismas,
- b) los trabajos monográficos recogidos que, en el caso del tema que nos ocupa, en su mayor parte habrán sido realizados en equipo,
- c) las observaciones de clase, acerca de actitudes, participación, etc.
- d) el cuaderno de trabajo, en lo referente a su presentación y contenido.

Dado que es preceptivo que la calificación de los alumnos y alumnas quede reflejada en términos cuasi-cuantitativos (Insuficiente, Suficiente, etc.), se hace necesario establecer unos criterios adecuados que permitan pasar de las valoraciones anteriores a esa nota final, al menos en lo referente al peso que se le da a cada uno de los aspectos considerados. Basar esta nota únicamente en las pruebas resultaría contradictorio con el modelo de enseñanza que se desarrolla. Téngase además en cuenta que los contenidos de tipo actitudinal difícilmente podrán ser evaluados a partir de pruebas específicas. Por estos motivos, pensamos que el peso de las pruebas de evaluación y preguntas de clase no ha de ser en ningún caso superior al 50% del total de la nota.

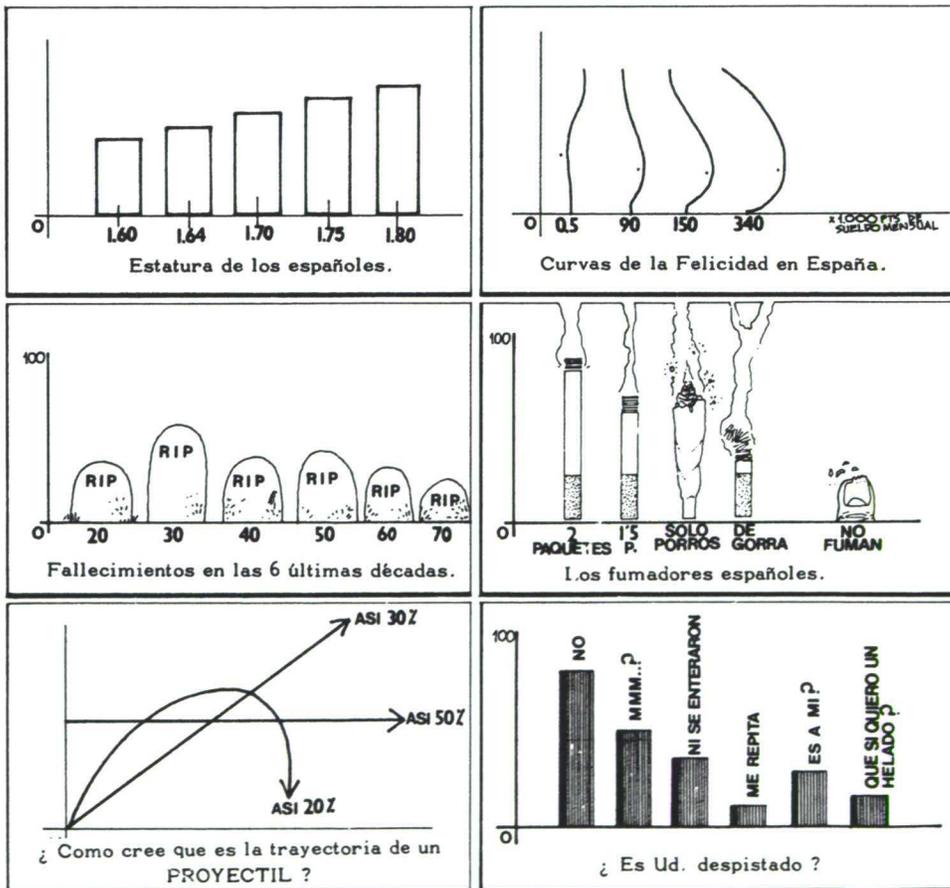
Por último queda hacer algunas recomendaciones importantes:

- ✓ Los alumnos y alumnas deben conocer en todo momento los criterios de evaluación, así como los instrumentos que se van a utilizar para evaluar su rendimiento escolar (pruebas, observación, etc.).
- ✓ Es necesario establecer, asimismo, los cauces adecuados para que cada alumno conozca periódicamente la valoración de los diferentes aspectos que se consideran en su evaluación.
- ✓ La autoevaluación, así como la valoración por parte de los alumnos de los diferentes aspectos que tienen lugar en la clase (interés y utilidad de los contenidos, relación con el profesor, ambiente de trabajo, etc.) han de ser tenidos en cuenta también en la evaluación del proceso de enseñanza-aprendizaje.

TERCERA PARTE

MATERIALES DE TRABAJO PARA EL ALUMNO

3º DE E.S.O.



10. UNIDAD B: Recogida de información

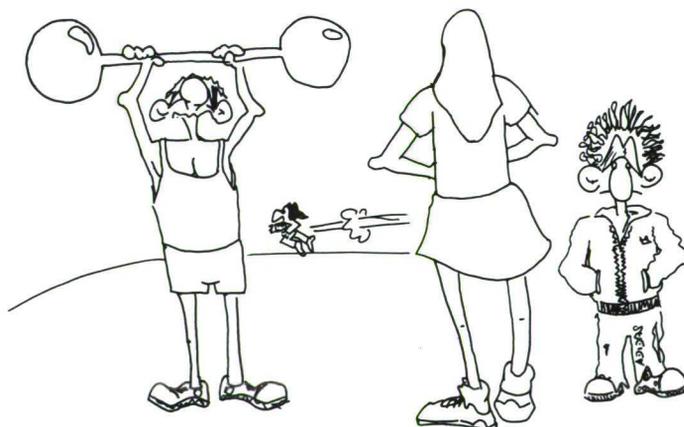
AL COMIENZO DE UN ESTUDIO ESTADÍSTICO

En cualquier estudio estadístico, antes de empezar a recoger la información es preciso determinar de la forma más clara y concreta algunos aspectos relativos a lo que se quiere investigar y al colectivo considerado:

- La estadística no estudia elementos individuales. Un estudio estadístico se hace para obtener determinada información sobre un colectivo (personas, casas, etc.). Este colectivo al que se refiere el estudio estadístico se denomina **POBLACION**.
- La información, es decir, los datos con los que luego se va a trabajar, se recogen de los elementos de la población. En ocasiones se recogen de todos y cada uno de sus elementos; otras veces se recogen datos sólo de un grupo más pequeño de elementos escogidos de la población, al que llamamos **MUESTRA**.
- De cada elemento de la muestra, o en su caso de la población, se recogen determinados datos (edad, peso, deporte preferido, medida de la pieza, antigüedad del coche, etc.); cada uno de ellos constituye un **CARACTER** estadístico.

Si el carácter se expresa numéricamente, decimos que es un carácter cuantitativo, o también que es una **VARIABLE**; si no se expresa numéricamente, el carácter será cualitativo, también llamado **ATRIBUTO**.

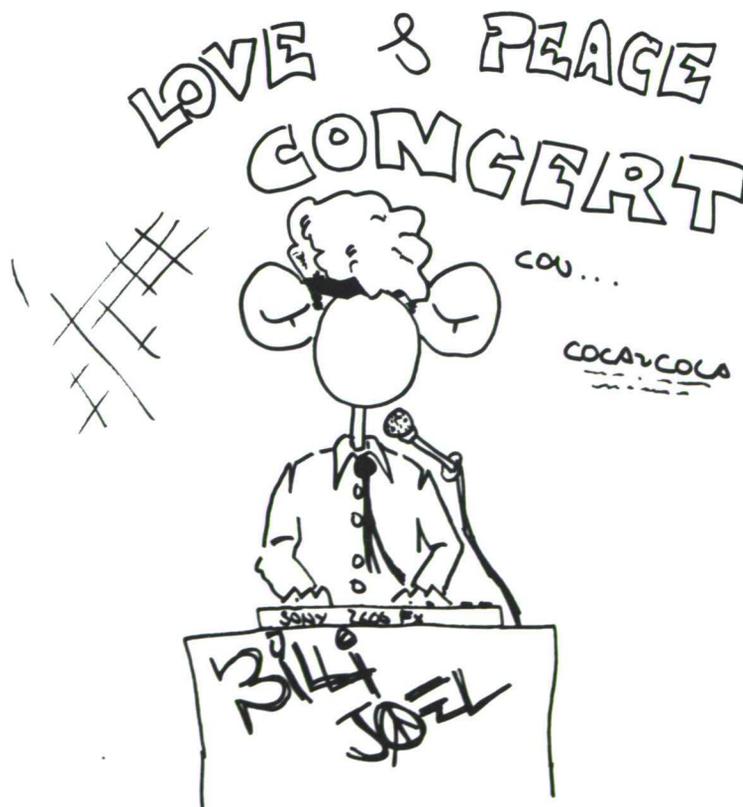
- Para obtener los datos se utilizan diversos procedimientos. Básicamente, éstos pueden ser:
 - ✓ **INDIRECTOS**, cuando los datos ya existen y nos limitamos a acceder a ellos en el correspondiente libro o documento;
 - ✓ **DIRECTOS**, cuando quien realiza el estudio estadístico toma los datos directamente (midiendo, observando o preguntando a cada uno de los elementos de la muestra, etc.).



B.1. Población, muestra, carácter y toma de datos

Trata de identificar, sin ambigüedad y con la mayor precisión, la población; la muestra, en caso de existir; cada uno de los caracteres estudiados, indicando algunas posibles respuestas; y el procedimiento utilizado para obtener los datos, en los siguientes casos:

- a) Los estudiantes de EGB de Avilés consideran excesivas las horas diarias de clase según un sondeo realizado a 150 escolares de ambos sexos de 20 colegios de la comarca.
- b) En la encuesta pasada a los alumnos de 2ºD se ve que las preferencias musicales de los chicos y las chicas de la clase son similares.
- c) Según un estudio realizado en el taller de fabricación de Cristalerías Vidrioso S.A., sus envases de vidrio son más resistentes que los de la Comunidad Europea. Dicho estudio se ha efectuado sobre 1.300 botellas elegidas aleatoriamente durante el último mes.
- d) Inmediatamente después de cerradas las urnas, según la agencia France Press el resultado del plebiscito de Chile es de un 60% de NO y un 40% de SI a partir de 2400 personas encuestadas en diferentes puntos de la geografía chilena.
- e) Para estudiar la edad a la que las personas contraen un determinado virus, se han analizado las historias clínicas de 30 grandes hospitales españoles.



B.2. La muestra: representatividad

El objeto de cualquier estudio estadístico es la población. Cuando, por alguna de las razones indicadas anteriormente, trabajamos con una muestra, nuestro interés no está en estudiar el comportamiento de la misma, sino que, a través de los datos recogidos de sus elementos, pretendemos conocer con suficiente exactitud y seguridad cuál sería la respuesta del total de la población.

Esto, sólo será posible si la muestra se ha escogido adecuadamente, de modo que sea “representativa” del total de la población considerada; lo que implica que sus respuestas sean similares a las que obtendríamos si trabajáramos con toda la población.

A continuación tienes varios ejemplos de muestras mal escogidas y, por tanto, no representativas. Explica, para cada uno de ellos, por qué crees que la muestra no es adecuada:

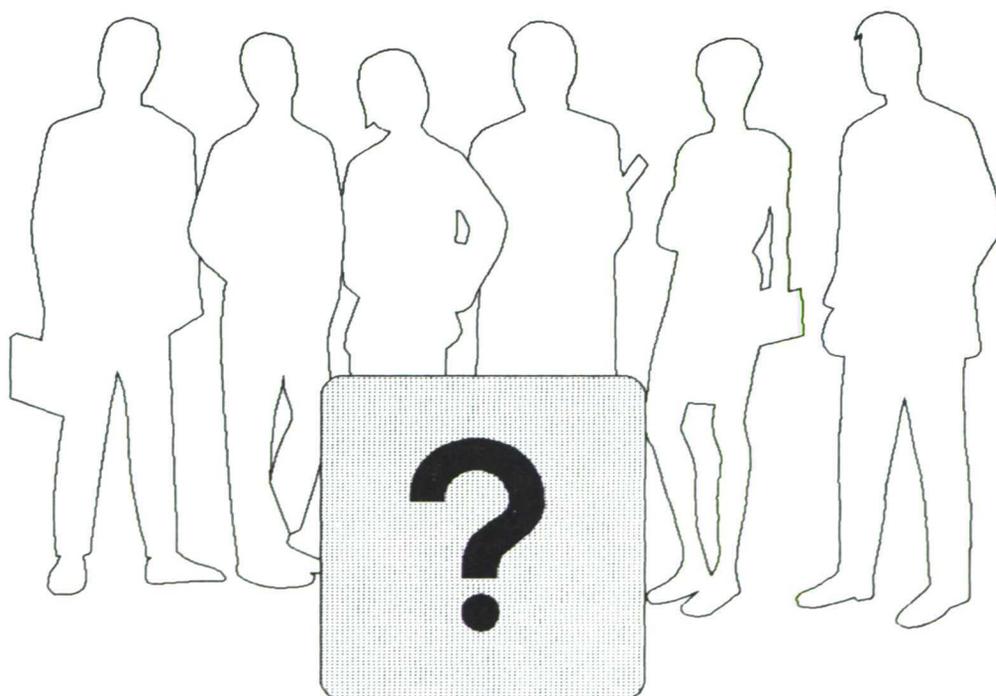
- a) Para conocer la opinión de las mujeres sobre su papel en la sociedad, un entrevistador se presenta por la mañana en 50 domicilios para pasar determinada encuesta.
- b) La profesora de Educación Física necesita conocer los datos físicos de los alumnos de la clase (altura, peso, etc.). Para ello escoge a 10 alumnos a los que toma los correspondientes datos.
- c) En el año 1.936, en los EEUU, se hace una encuesta por teléfono preguntando la intención de voto en las próximas elecciones presidenciales. Las conclusiones de la encuesta no tuvieron nada que ver con los resultados que realmente se produjeron.
- d) En una empresa donde existe un servicio opcional de comedor, se quiere conocer la opinión de los trabajadores sobre la calidad de las comidas. Para ello se pregunta a las personas que están comiendo.
- e) Para saber si los ciudadanos quieren un gobierno autonómico con mayores poderes, determinado periódico pide a sus lectores que contesten a una encuesta y la envíen por correo a su redacción.
- f) Un periodista pregunta a 10 alumnos sobre la edad a la que debería acabar la enseñanza no universitaria. Como conclusión publica que el 80% de los alumnos creen que debería acabar antes.
- g) Una conocida fábrica de tomate frito desea conocer la opinión de los compradores sobre el tipo de envase preferido para sus productos: cristal, lata, tetra-brik, plástico, etc. Para ello un entrevistador pregunta a las personas que pasan por el cruce de dos calles céntricas en una hora punta del día.

B.3. La muestra: elección aleatoria

Existen diversos métodos para elegir a los elementos de la población que van a formar parte de la muestra, pero sólo aquellos en que todos tienen las mismas posibilidades de salir elegidos (procedimientos aleatorios) garantizan suficientemente la representatividad de la muestra.

A continuación tienes diversos métodos para elegir una muestra con objeto de conocer la opinión de los alumnos y alumnas de este instituto sobre las actividades extraescolares que les gustaría que se ofrecieran. Para cada uno de ellos, indica si es o no aleatorio y razona tu respuesta:

- a) Escogiendo a 20 de esta clase.
- b) Elijiendo 50 de entre quienes se encuentran en el patio durante el recreo.
- c) Escogiendo de una lista de todos los alumnos y alumnas del instituto a los que ocupan los lugares 10, 20, 30, ...
- d) Tomando 50 de primer curso.
- e) Elijiendo los 4 primeros de la lista de cada clase.
- f) Escogiendo uno de cada diez en cada curso.
- g) Preguntando a los primeros 50 que entren al instituto.
- h) Convocando una asamblea y preguntando a los que asisten.

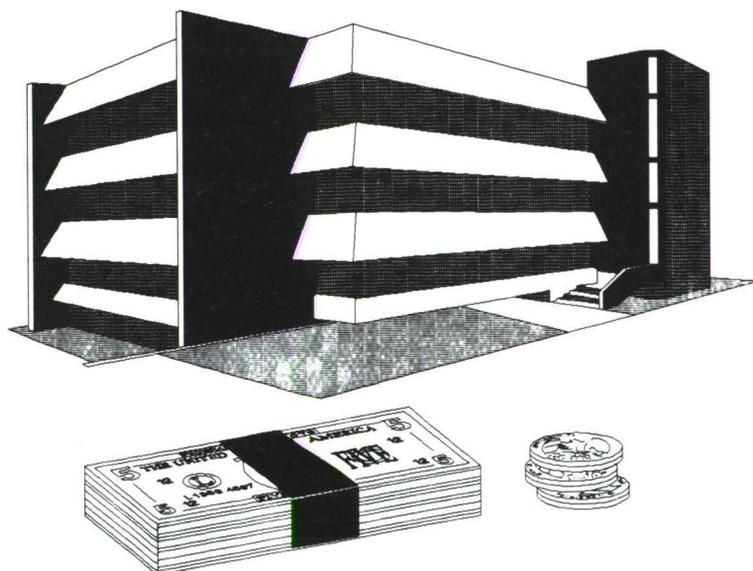


B.4. La muestra: estratificación

Si antes de esta elección aleatoria se determina la composición de la muestra, de modo que en ésta haya la misma proporción que la que hay en la población en cuanto a aquellas características que mayor influencia tienen en lo que se está estudiando (sexo, edad, nivel cultural, turno de fabricación, etc.), la representatividad de la muestra será mayor al garantizar la igualdad de proporciones y, por tanto, los resultados previstos para la población serán más exactos y fiables. Este procedimiento se conoce como aleatorio estratificado y se utiliza mucho cuando en la población existe alguna característica que tiene gran influencia en las respuestas. Es evidente que para poder hacer la estratificación es preciso conocer la composición de la población en la característica o características consideradas.

Considerando los siguientes estudios y poblaciones, ¿crees que se debería escoger una muestra estratificada? Si es así, ¿qué característica se debería considerar para hacer la estratificación?

- Estudio estadístico sobre la intención de voto. La población estaría constituida por todos los españoles y españolas con derecho a voto.
- Aficiones deportivas. Juventud de Avilés (14-25 años).
- Peso real del pan. Pan vendido en Avilés.
- Longitud de los tornillos fabricados por una determinada máquina. Total de tornillos fabricados.
- Precio de una vivienda-tipo media de nueva construcción. Pisos construidos en los dos últimos años o en construcción en el concejo de Avilés.
- Estudios que desearían hacer al concluir la enseñanza obligatoria. Alumnos y alumnas del curso.



ENCUESTAS

A menudo estamos interesados en conocer hechos, aspectos concretos u opiniones de un colectivo de personas. La forma habitual de hacerlo es preguntándoles, es decir, haciendo una encuesta.

Para hacer correctamente una encuesta es preciso concretar de antemano *sobre qué se va a preguntar, cuáles van a ser las preguntas, qué respuestas se pueden obtener y qué se va a hacer con las respuestas.*

Estas preguntas, con sus posibles respuestas, si se considera oportuno, redactadas y ordenadas convenientemente, constituyen el cuestionario, pieza esencial en toda encuesta. El cuestionario nos asegurará que todos los encuestados contestan a lo mismo y en las mismas circunstancias; de este modo, sus respuestas podrán ser comparadas.

Un buen cuestionario ha de reunir dos características fundamentales:

a) recoger la verdad de los hechos, características concretas y opiniones;

Esto tiene que ver fundamentalmente con las preguntas que se hacen. Deben ser:

- ✓ **Neutras:** se deben evitar comentarios que puedan inducir una determinada respuesta.
- ✓ **Sencillas y claras:** han de ser fáciles de entender por el encuestado.
- ✓ **Precisas:** el encuestado debe saber claramente el tipo de respuesta que puede dar.

b) ser fácil de analizar, comparar, llegar a conclusiones.

Esto se refiere fundamentalmente a las respuestas que, a su vez, dependerán de cuál ha sido la pregunta. Si las preguntas se refieren a aspectos concretos y están bien planteadas, sus respuestas serán claras. Con cada pregunta se debe adjuntar una “ventana” de respuestas adecuadas, además de la respuesta “no lo sé”. Así se simplificará el análisis de respuestas y se eliminarán ambigüedades.

Si la pregunta se refiere a una opinión del encuestado, puede ser cerrada o abierta, según se incluya o no la “ventana” de respuestas correspondiente. Como se ha dicho, las preguntas cerradas permiten analizar fácilmente las respuestas y eliminar ambigüedades.

Cuando se pregunta sobre un tema conocido por los entrevistados, es mejor la pregunta cerrada y, por el contrario, si el tema está poco difundido, es mejor la pregunta abierta, evitando así que seleccione una respuesta al azar aunque no sepa ni lo que diga.

Las preguntas abiertas son mucho más ricas en matices e información pero, la dificultad de analizar posteriormente las respuestas, hace que se utilicen en muy pocas ocasiones.

A modo de resumen

Cuando te dispongas a preparar una encuesta has de tener en cuenta:

- ✓ escribe el objetivo concreto de la encuesta: ¿qué quieres saber?,
- ✓ decide si la encuesta será escrita u oral,
- ✓ haz el cuestionario atractivo,
- ✓ procura que el cuestionario sea corto,
- ✓ haz las preguntas adecuadas al objetivo: pregunta exactamente lo que quieres saber y no hagas preguntas innecesarias,
- ✓ cuida la redacción de las preguntas e incorpora las respuestas convenientes si las preguntas son cerradas,
- ✓ piensa cómo analizarás las respuestas antes de escribir las preguntas.

TABLA DE NÚMEROS ALEATORIOS									
0655	8453	4467	3384	5320	0709	2523	9224	6271	2607
5255	5161	4889	7429	4647	4331	0010	8144	8638	0307
6314	8951	2335	0174	6993	6157	0063	6006	1736	3775
3157	9764	4862	5848	6919	3135	2837	9910	7791	8941
9052	9565	4635	0653	2254	5704	8865	2627	7959	3682
4105	4105	3187	4312	1596	9403	6859	7802	3180	4499
1437	2851	6727	5580	0368	4746	0604	7956	2304	8417
4064	4171	7013	4631	8288	4785	6560	8851	9928	2439
1037	5765	1562	9869	0756	5761	6346	5392	2986	2018
5718	8791	0754	2222	2013	0830	0927	0466	7526	6610
5127	2302	1392	4413	9651	8922	1023	6265	7877	4733
9401	2423	6301	2611	0650	0400	5998	1863	9182	9032
4064	5228	4153	2544	4125	9854	6380	6650	8567	5045
5458	1402	9849	9886	5579	4171	9844	0159	2260	1314
2461	3497	9785	5678	4471	2873	3724	8900	7852	5843
4320	4558	2545	4436	9265	6675	7989	5592	3759	3431
3466	8269	9926	7429	7516	1126	6345	4576	5059	7746
9313	7489	2464	2575	9284	1787	2391	4245	5618	0146
5179	8081	3361	0109	7730	6256	1303	6503	4081	4754
3010	5081	3300	9979	1970	6279	6307	7935	4977	0501
9599	9828	8740	6666	6692	5590	2455	3963	6463	1609
4242	3961	6247	4911	7264	0247	0583	7679	7942	2482
3585	9123	5014	6328	9659	1863	0532	6313	3199	7619
5950	3384	0276	4503	3333	8967	3382	3016	0639	2007
8462	3145	6582	8605	7300	6298	6673	6406	59512	7427
0456	0944	3058	2545	3756	2436	2408	4477	5707	5441
0672	1281	8697	5409	0653	5519	9720	0111	4745	7979
5163	9690	0413	3043	1014	0228	5460	2835	3294	3674
4995	9115	5273	1293	7894	9050	1378	2220	3756	9795
6751	6447	4991	6458	9307	3371	3243	2958	4738	3996

B.5. Encuestas

A continuación tienes un amplio muestrario de preguntas que, en general, no están bien hechas. Trabajando con los compañeros de tu equipo, analiza separadamente cada una y explica por qué crees que no está bien formulada; intenta hacerla correctamente e incluye la correspondiente ventana de respuestas, siempre que lo estimes conveniente.

a) ¿Qué opina de la decisión del gobierno español de enviar soldados de reemplazo al golfo Pérsico durante el reciente conflicto irakí?

b) La media de horas dedicadas al estudio diario entre los estudiantes de Enseñanza media de Asturias es de 2 horas. Tú dedicas:

MENOS DE 2 HORAS 2 HORAS MÁS DE 2 HORAS

c) Es sabido que el que dedica pocas horas a estudiar es un ignorante. ¿Cuántas horas dedicas diariamente al estudio?

1 HORA 2 HORAS 3 HORAS MÁS DE 3 HORAS

d) ¿Estás de acuerdo con que los profesores programen su asignatura de modo que una parte importante del trabajo del alumno tenga que hacerse fuera del horario escolar?

e) ¿Cuánto dinero gastas semanalmente?

f) ¿Cuánto tiempo ves la televisión?

g) ¿Estás de acuerdo en que toda persona responsable debería ejercer el derecho democrático de votar en todas las elecciones que el gobierno convoque?

h) ¿Piensas que la inhalación del humo tóxico de los cigarrillos encendidos es una de las causas principales de que haya tantos enfermos de las vías respiratorias?

i) En un país con un nivel de impuestos tan alto como el nuestro, no deberían existir las zonas de aparcamiento en que hay que pagar. ¿Estás de acuerdo?

j) Para evitar el ruido y hacer las ciudades más habitables, los ayuntamientos deberían cobrar a todos los coches por aparcar en la ciudad. ¿Estás de acuerdo?

11. UNIDAD C: Organización y presentación de la información

C.1. RESULTADOS ESTADÍSTICOS DE UN GRUPO DE ALUMNOS

Las siguientes tablas y gráficas se refieren a los resultados obtenidos por los alumnos del grupo 22-AI en el pasado curso académico. Obsérvalas atentamente y trata de responder, utilizando para ello la tabla o gráfica que te parezca más indicada en cada caso, a las preguntas que aparecen a continuación. Indica en cada caso la tabla o gráfica en que te basas para dar tu respuesta:

- a) Indica la calificación de Matemáticas de Marcos González
- b) ¿Cuántos alumnos aprobaron todo? ¿Cuál es el número de suspensos más habitual en este curso?
- c) ¿A cuántos alumnos les gustan las matemáticas? ¿Cuántos de ellos aprueban todas las asignaturas?
- d) ¿Quiénes son los alumnos que suspenden 3 asignaturas?
- e) ¿Cuántos alumnos hay que tengan un máximo de 2 asignaturas suspendas? ¿Qué porcentaje de la clase representan?
- f) ¿En la asignatura de matemáticas, hay más suspensos o aprobados?
- g) ¿Quién saca la mejor calificación en matemáticas? ¿Y la peor?
- h) ¿Cuántos de los alumnos que aprueban matemáticas sienten aprecio por las mismas? ¿Y de los que suspenden? Indica las proporciones.
- i) ¿Cuántos han obtenido la misma calificación que Marcos González? ¿Cuántos tienen peor calificación que él? ¿Y mejor?
- j) ¿Qué alumnos suspenden únicamente matemáticas? ¿Qué porcentaje representan?
- k) ¿Crees que existe alguna relación entre aprobado/suspenso en matemáticas y gustar/no gustar matemáticas? ¿En qué te basas para ello?
- l) Escribe ejemplos de preguntas que puedes contestar con la tabla 1. Haz lo mismo para cada una de las demás tablas que se presentan.
- m) La tabla 1, en la que figura al lado de cada elemento (en este caso los alumnos) los valores correspondientes en los distintos aspectos considerados (en este caso son tres) se suele denominar “matriz de datos” y es la utilizada, por ejemplo, para la entrada de datos estadísticos en ordenador. ¿Cómo harías para obtener, a partir de ella, el resto de las tablas?
- n) ¿Qué tabla harías para relacionar el número de suspensos y la nota en matemáticas?

**DATOS ESCOLARES DE 2º CURSO DE FP-2, ESPECIALIDAD DE INFORMÁTICA,
DE LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICAS**

TABLA 1

NOMBRE	APELLIDOS	AT-MA	NOTA	SUS.JUN
JAVIER	ALVAREZ DIAZ	NO	SU	3
ANA	BERMEJO URIZAR-ALDACA	SI	NO	0
VICTORIA	CASAS RODRIGUEZ	SI	BI	0
VICENTE	DIAZ LOPEZ	NO	NO	0
VALENTINA	FERNANDEZ PARDO	NO	SU	1
VICTOR M.	FERNANDEZ VELHO	SI	SU	2
ANTONIO J.	FERNANDEZ VIDAL	SI	IN	1
PILAR	FONTANILLAS RODRIGUEZ	NO	IN	3
GONZALO	GANCEDO ALONSO	SI	SU	2
BERTA	GARCIA RODRIGUEZ	NO	IN	1
BEGOÑA	GARCIA-OVIES FERNANDEZ	SI	SU	1
AMPARO	GIL GARRIDO	SI	SU	3
Mª ISABEL	GONZALEZ FERNANDEZ	NO	IN	2
LUIS MIGUEL	GONZALEZ GARCIA	SI	SB	0
MARCOS	GONZALEZ GARCIA	SI	NO	0
MIGUEL ANGEL	GONZALEZ ORTIZ	SI	NO	1
MANUEL	HORTA PRENDES	SI	BI	0
INMACULADA	IGLESIAS ZAPICO	NO	SU	2
ALEJANDRA	MARGOLLES GARRIDO	SI	BI	0
SANTIAGO	MESAS DONAIRE	NO	SU	0
MIGUEL ANGEL	NOVO SECO	NO	MD	4
Mª CARMEN	RODRIGUEZ DIAZ	NO	IN	1
SANTIAGO	SANS VILLA	SI	BI	0
Mª CARMEN	SANTOS COCA	SI	SU	1
LUIS	TEJADA GASSET	NO	SU	2
PEDRO	TEMPLADO DIAZ	NO	IN	1
ADELAIDA	VELARDE ALVAREZ	NO	MD	5
Mª JOSE	VIÑA GUTIERREZ	SI	SU	1
JESUS	ZORROZA DIAZ	S	NO	2

AT-MA: ATRACCIÓN HACIA LAS MATEMÁTICAS

SI: Le gustan las matemáticas
NO: No le gustan las matemáticas

NOTA: CALIFICACIÓN DE MATEMÁTICAS EN JUNIO

MD: Muy deficiente, IN: insuficiente, SU: Suficiente
BI: Bien, NO: Notable, SB: Sobresaliente

SUS-JUN: NÚMERO DE ASIGNATURAS SUSPENSAS EN JUNIO

0: Aprueba todas las asignaturas
1,2,3,...: Número de asignaturas suspensas

TABLA 2
ASIGNATURAS SUSPENSAS

SUSP.	Nº DE ALUMNOS
CERO.....	9
UNO.....	9
DOS.....	6
TRES.....	3
CUATRO.....	1
CINCO.....	1
TOTAL.....	29

TABLA 3
NOTA DE MATEMÁTICAS

NOTA	Nº DE AL.	%
MD.....	2	7
IN.....	6	21
SU.....	11	38
BI.....	4	14
NO.....	5	17
SB.....	1	3
TOTAL.....	29	100

TABLA 5
**Nº SUSPENSOS/
APRECIO POR LAS MATEMÁTICAS**

SUSPENSAS	SI	NO	TOTAL
CERO.....	7	2	9
UNO.....	5	4	9
DOS.....	3	3	6
TRES.....	1	2	3
CUATRO.....	0	1	1
CINCO.....	0	1	1
TOTAL.....	16	13	29

TABLA 4
APRECIO A LAS MATEMÁTICAS

AT-MA	Nº DE AL.	%
SI.....	16	55,2
NO.....	13	44,8
Total.....	29	100

TABLA 6
**NOTA EN MATEMÁTICAS/
APRECIO POR LAS MATEMÁTICAS**

NOTA	SI	NO	TOTAL
APRUEBAN.....	15	6	21
SUSPENDEN.....	1	7	8
TOTAL.....	16	13	29

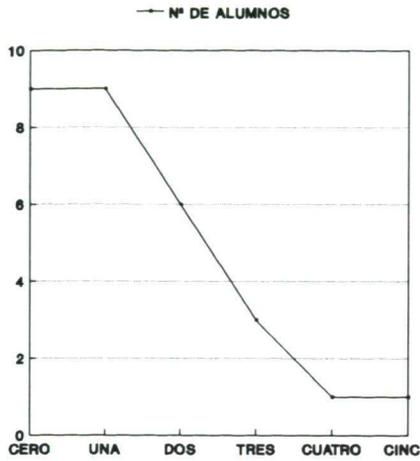
TABLA 7
ASIGNATURAS SUSPENSAS

SUSPENSAS	Nº DE AL.	%	ACU	%
CERO.....	9	31	9	31
UNO.....	9	31	18	62
DOS.....	6	21	24	83
TRES.....	3	10	27	93
CUATRO.....	1	3	28	97
CINCO.....	1	3	29	100

TABLA 8
CALIFICACIONES EN MATEMÁTICAS

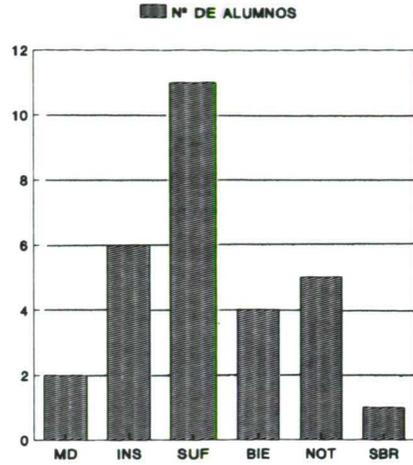
NOTA	Nº DE AL.	%	ACU	%
MD.....	2	7	2	7
IN.....	6	21	8	28
SU.....	11	38	19	66
BI.....	4	14	23	79
NO.....	5	17	28	97
SB.....	1	3	29	100

NUMERO DE ASIGNATURAS SUSPENSAS
CONVOCATORIA DE JUNIO



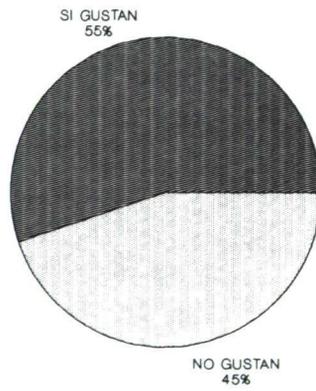
GRAFICA 1

CALIFICACIONES DE MATEMATICAS
CONVOCATORIA DE JUNIO



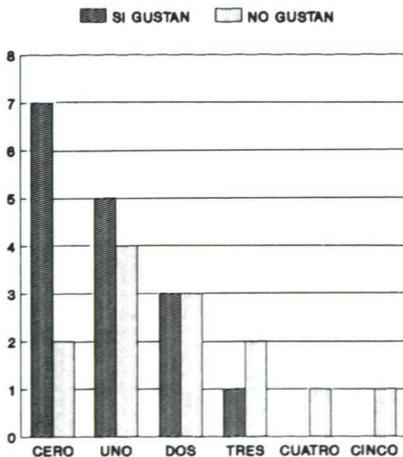
GRAFICA 2

ATRACCION HACIA LAS MATEMATICAS



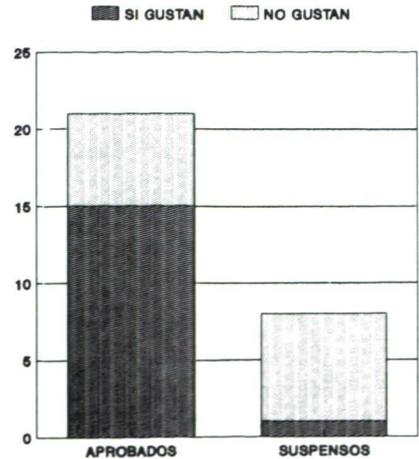
GRAFICA 3

RELACION ENTRE LA ATRACCION HACIA
LAS MATEMATICAS Y Nº DE SUSPENSOS



GRAFICA 4

RELACION ENTRE LA ATRACCION HACIA
LAS MATEMATICAS Y LA CALIFICACION

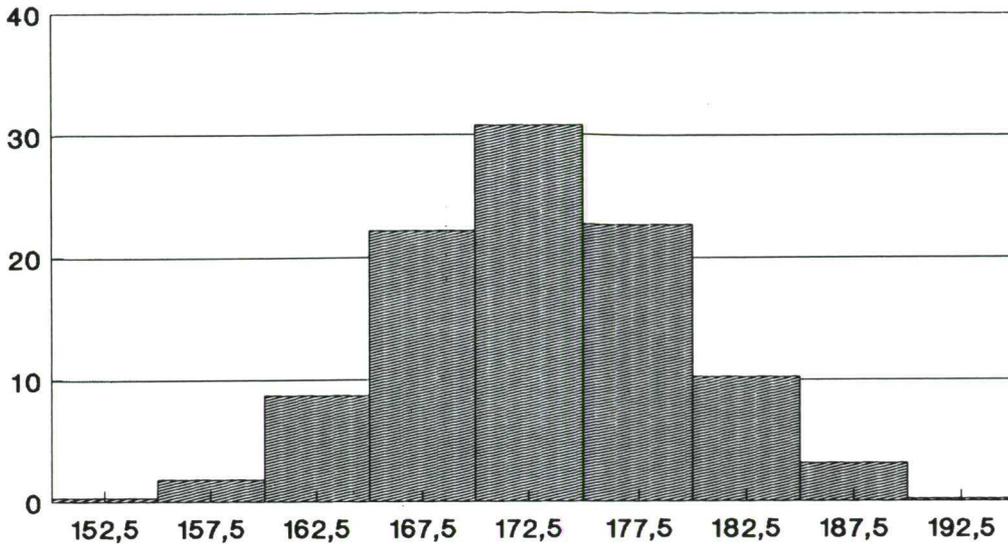


GRAFICA 5

C.2. AGRUPAMOS LOS DATOS EN INTERVALOS

TALLA DE LOS RECLUTAS REGIMIENTO MARTILLETE-41 (Reemplazo de 1.990)

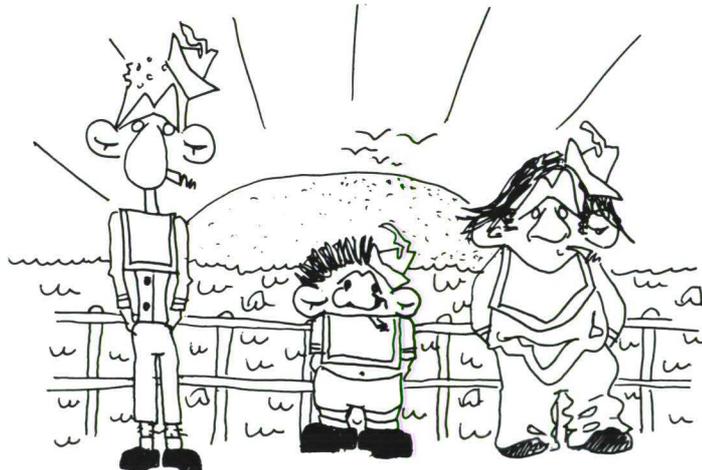
■ % DE SOLDADOS



ESTATURA	Nº DE SOLDADOS	%
150-155	7	0,30
155-160	42	1,80
160-165	204	8,70
165-170	522	22,20
170-175	724	30,80
175-180	533	22,70
180-185	240	10,20
185-190	73	3,10
190-195	5	0,20

— Completa la tabla anterior con las frecuencias acumuladas.

— Las tallas de los soldados que aparecen en la tabla anterior están agrupadas en 9 intervalos de igual amplitud (5 centímetros). Vamos a clasificar las tallas únicamente en tres categorías: **BAJOS**, **MEDIANOS** y **ALTOS**. Construye una tabla con esta nueva clasificación; para ello, el criterio que vas a utilizar es considerar como **BAJOS** al 15 o 20% de las tallas inferiores y como **ALTOS** al mismo porcentaje de las superiores. El resto serán considerados de talla normal (**MEDIANOS**). Dibuja un diagrama de sectores a partir de esta tabla.



C.4. OTRAS TABLAS Y GRAFICAS ESTADISTICAS

Personas de 15 o más años que se declaran analfabetas por comunidades autónomas

(Fuente: Censo de 1981. INE)

1.	ANDALUCIA.....	195.753
2.	CATALUÑA.....	245.487
3.	COMUNIDAD VALENCIANA.....	191.640
4.	GALICIA.....	154.708
5.	CASTILLA-LA MANCHA.....	147.457
6.	MADRID.....	129.012
7.	EXTREMADURA.....	104.642
8.	CANARIAS.....	89.507
9.	MURCIA.....	75.315
10.	CASTILLA-LEON.....	66.595
11.	ARAGON.....	42.571
12.	BALEARES.....	38.224
13.	PAÍS VASCO.....	33.740
14.	PRINCIADO DE ASTURIAS.....	23.405
15.	NAVARRA.....	8.445
16.	CANTABRIA.....	6.999
17.	LA RIOJA.....	5.920

		Edad esposa		
		18-26	26-34	34-42
Edad esposo		22	30	38
	20-26	23	2	3
26-32	29	3	4	6
32-38	35	5	6	8

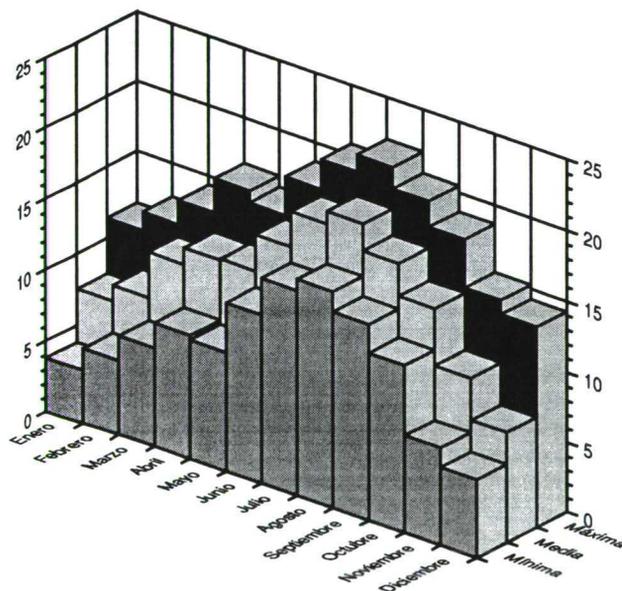
Edades	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-40	40-50	50-60	60-100
Nº de personas	900	950	1.200	1.200	1.000	700	1.360	1.100	900	840

INCENDIOS FORESTALES (Superficie quemada en hectáreas)

Comunidad	1962	1983	1984
Andalucía	6.542	5.135	9.797
Aragón	2.587	3.099	3.414
Asturias	10.174	1.325	1.379
Baleares	489	1.215	409
Canarias	35	6.950	666
Castilla y León	5.764	2.234	4.081
Castilla-La Mancha	1.956	1.576	7.161
Cataluña	10.885	22.424	3.466
Extremadura	1.068	2.632	7.883
Galicia	16.212	2.530	7.194
Murcia	40	57	2
Valencia	5.789	7.110	14.283
País Vasco	2.967	454	899
Rioja	287	301	305
Cantabria	1.104	748	1.142
Madrid	52	32	160
Total	65.961	57.832	62.241

Fuente: Dirección General de Protección Civil

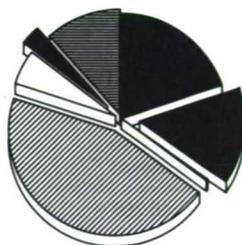
EVOLUCIÓN DE LAS TEMPERATURAS DURANTE 1987 (Aeropuerto de Asturias)



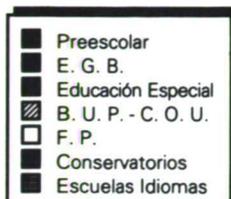
Profesorado

Evolución de la plantilla de profesores de Enseñanza Pública desde el curso 1982/83

	1982/83	1989/90	1990/91
Preescolar, E. G. B. y E. E.	166.278	205.774	207.477
B. U. P. - C. O. U.	38.676	62.785	70.237
F. P.	17.903	42.187	44.716
Total	222.857	310.746	322.430

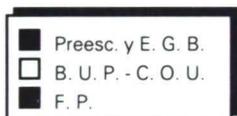


NUEVA OFERTA

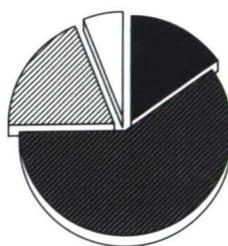
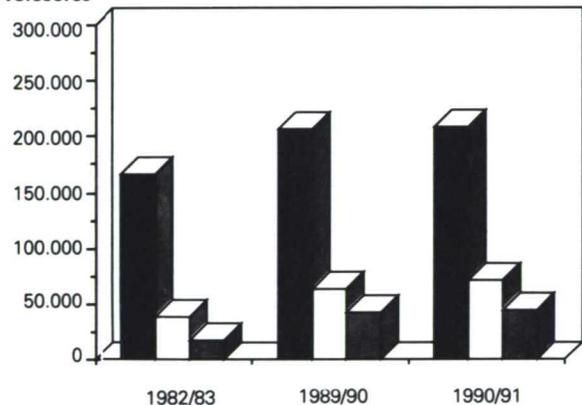


Nuevos puestos escolares públicos en 1990/91 en el territorio de gestión del Ministerio de Educación y Ciencia

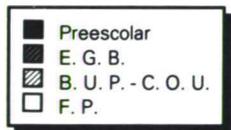
	Total	Nuevas construcciones y ampliaciones	Puestos de sustitución construidos
Preescolar (1)	17.660	13.250	4.410
E. G. B.	27.405	10.185	17.220
Educación Especial	100	100	—
B. U. P. - C. O. U.	35.980	30.400	5.580
F. P.	5.240	3.520	1.720
Conservatorios	2.150	2.150	—
Escuelas Idiomas	7.930	7.930	—
Total	96.465	67.535	28.930



Profesores



SUSTITUCION



(1) Incluye nuevos puestos para la escolarización de niños de 3 años.

Interpreta las siguientes tablas estadísticas. Se refieren a los primeros 40 sorteos de la Lotería Primitiva. ¿Qué significa, en cada una, los dos números escritos en cada casilla?

LA DEUDA DE LAS ELECTRICAS

El endeudamiento de las empresas eléctricas ha crecido de forma alarmante, aunque el descenso en el tipo de cambio del dólar ha aliviado la situación.

	Deuda a medio y largo plazo	Deuda a corto plazo
Iberduero	604.540	51.237
Hidrolea	818.193	120.943
Endesa	434.933	156.742
Fecsa	439.577	58.013
Sevillana E.	368.141	93.157
Unión Fenosa	539.576	115.954
Enher	23.898	36.449
Hidruña	66.931	11.954
TOTAL	3.295.789	644.449

Datos a 30 de Septiembre de 1990

Índice de apariciones

(incluido el número complementario)

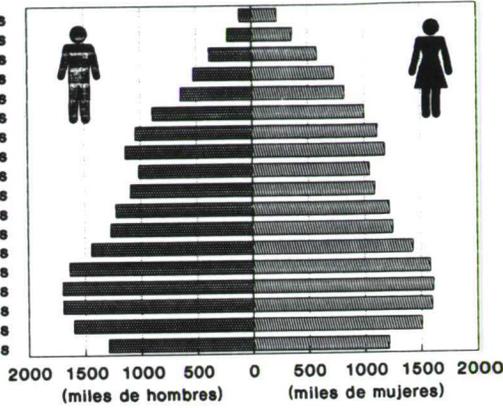
Semanas sin aparecer

El número 17 llevaba 35 sorteos sin salir, y estaba muy cerca de igualar el récord del 24, que tardó 39 semanas en salir del bombo.

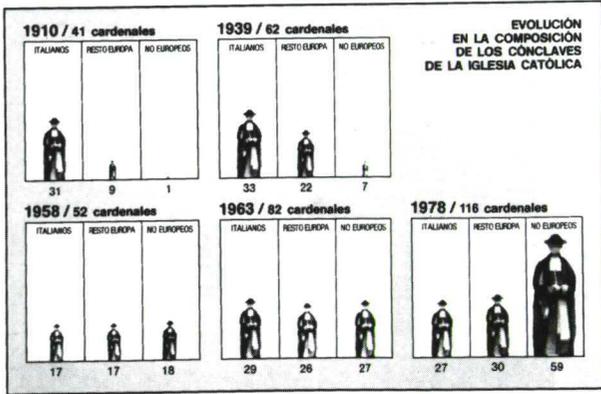
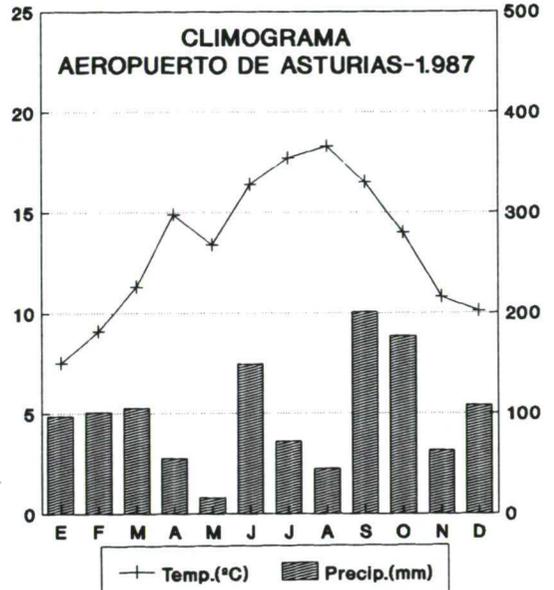
1	8	15	22	29	36	43	1	8	15	22	29	36	43
7	6	12	4	5	11	12	12	1	2	6	1	2	—
2	9	16	23	30	37	44	2	9	16	23	30	37	44
11	6	6	5	12	7	9	—	4	8	—	3	3	13
3	10	17	24	31	38	45	3	10	17	24	31	38	45
7	4	3	3	5	11	8	3	20	35	3	2	1	8
4	11	18	25	32	39	46	4	11	18	25	32	39	46
5	10	9	7	3	6	10	4	—	4	—	16	4	1
5	12	19	26	33	40	47	5	12	19	26	33	40	47
7	8	5	5	3	3	9	8	4	10	10	10	—	7
6	13	20	27	34	41	48	6	13	20	27	34	41	48
6	4	7	5	11	12	13	22	16	3	4	3	—	7
7	14	21	28	35	42	49	7	14	21	28	35	42	49
2	10	8	6	13	2	7	26	9	1	1	2	32	11

Pirámide de edad Población española (1.985)

De 85 y más años
de 80 a 84 años
de 75 a 79 años
de 70 a 74 años
de 65 a 69 años
de 60 a 65 años
de 55 a 59 años
de 50 a 54 años
de 45 a 49 años
de 40 a 44 años
de 35 a 39 años
de 30 a 35 años
de 25 a 29 años
de 20 a 24 años
de 15 a 19 años
de 10 a 14 años
de 5 a 9 años
de 0 a 4 años



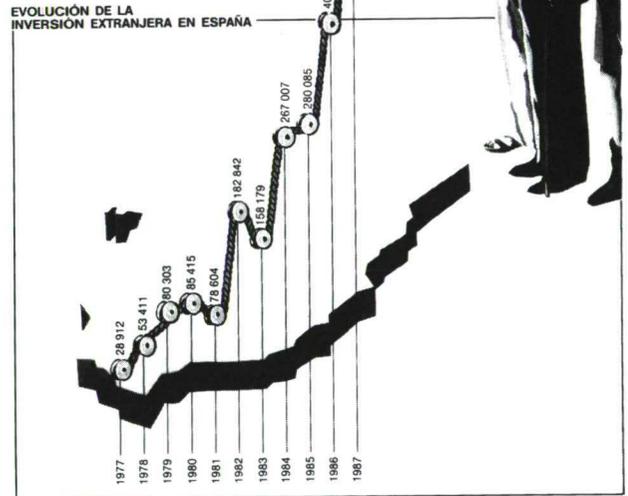
Fuente: INE



EVOLUCIÓN DE LA INVERSIÓN EXTRANJERA EN ESPAÑA

Año	Millones de pesetas
1977	28 912
1978	53 411
1979	80 303
1980	85 415
1981	78 604
1982	182 842
1983	158 179
1984	267 007
1985	280 085
1986	400 903
1987	727 279

Fuente: Secretaría de Estado de Comercio.



MARZO

21

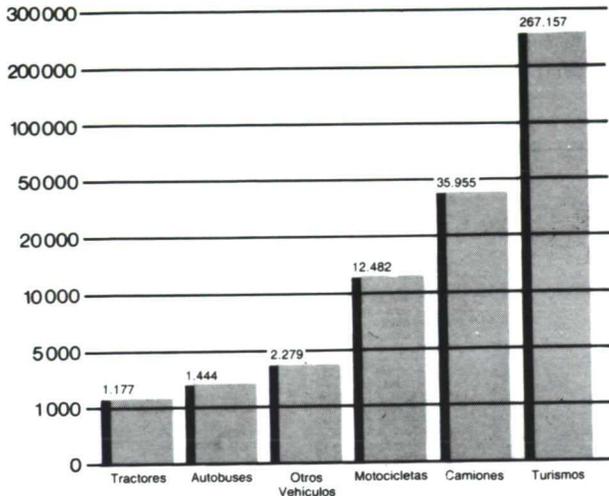
L M M J V S D
2 3 4 5 6 7 8
9 10 11 12 13 14 15
16 17 18 19 20 21 22
23 24 25 26 27 28 29
30 31

Stos. Serapión, Benito y Sta. Fabiola, vda.
Semana 12 **SABADO** 81-285

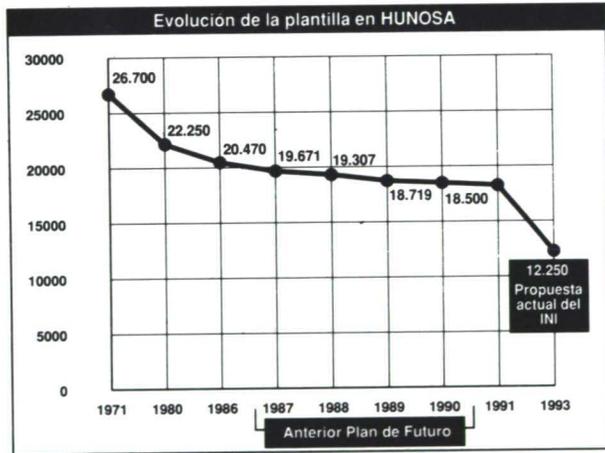
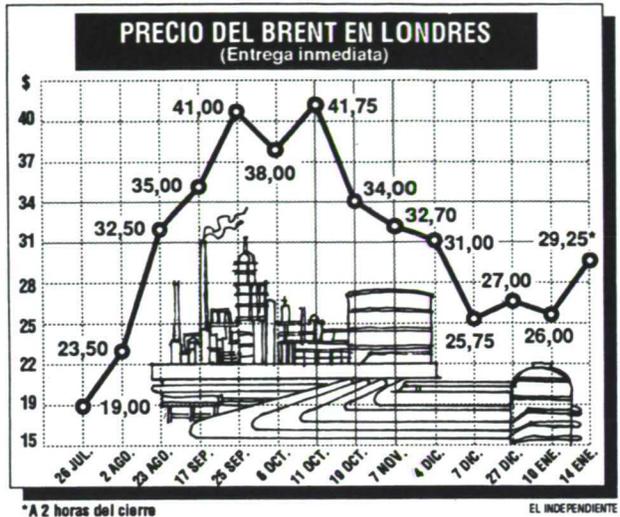
Ciudad	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31		
ALBACETE	171																																
ALICANTE	389	294																															
ALMERIA	386	537	883																														
AVILA	525	696	604	318																													
BADAJOS	540	515	809	717	1022																												
BARCELONA	646	817	958	401	694	620																											
BILBAO	488	658	800	243	536	583	158																										
BURGOS	504	675	651	229	88	918	605	447																									
CACERES	617	688	484	618	342	1284	1058	900	389																								
CADIZ	256	231	525	532	805	284	607	524	701	873																							
CASTELLON	207	378	407	256	318	811	585	427	324	484	483																						
CIUDAD REAL	354	525	332	457	272	906	795	637	319	283	810	201																					
CORDONA	680	1031	1172	538	772	1118	644	535	683	1072	1028	789	995																				
CORUNA	142	313	511	282	555	582	582	404	451	708	305	244	445	778																			
CUENCA	640	615	909	817	1122	100	720	683	1018	1384	384	911	4088	1218	662																		
GERONA	383	353	166	534	438	888	829	671	485	335	584	278	168	1043	479	968																	
GRANADA																																	

C.5. ERRORES Y ENGAÑOS

GRAFICO 2
PARQUE REGIONAL DE VEHICULOS. AÑO 1985

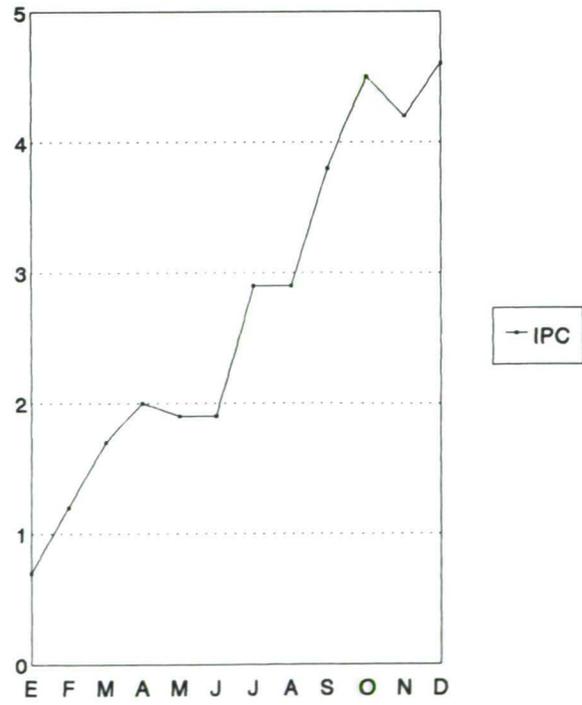
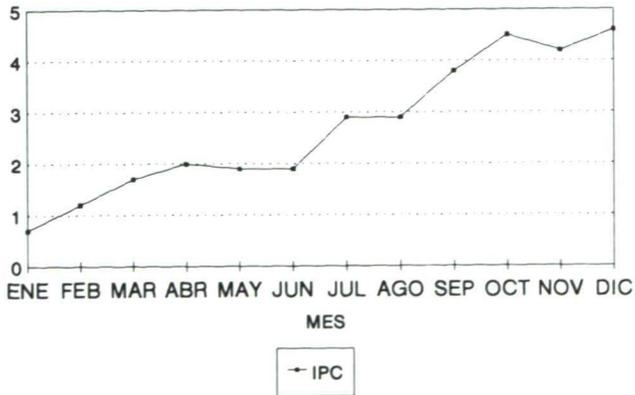


Vehículos por 1.000 habitantes: 282 Vehículos por 1 Km. de carretera: 120
Fuente: Dirección General de Tráfico.



EVOLUCION DEL IPC EN 1.987

IPC 1.987
EVOLUCION ANUAL



C.6. LA ESTADÍSTICA EN LA PRENSA DIARIA

8/EL MUNDO

Domingo 4 de noviembre de 1990

ESPAÑA

Ligero descenso de la intención de voto de los socialistas y mínimo ascenso de la del PP

Sondeo Sigma Dos para EL MUNDO: baja el grado de simpatía de González

EL MUNDO

MADRID.- El PSOE ha experimentado en el transcurso del último mes un ligero descenso en su intención de voto, según los resultados de un sondeo de Sigma Dos para EL MUNDO.

Según este sondeo, la intención de voto del PSOE se sitúa en el 39,1 por ciento, sólo un 0,4 menos que en el mes anterior.

Este resultado del partido mayoritario se sitúa en un 0,4 por ciento menos de los resultados obtenidos en las elecciones del mes de octubre de 1989.

La mayor variación, junto a la del PSOE, es la de Izquierda Unida, que sube un 0,4 por ciento, situándose en el 10,8, es decir, un 1,7 por ciento más que los resultados de las últimas elecciones generales.

En el resto de los partidos con representación parlamentaria los resultados son mínimos. Así, el Partido Popular sube sólo un 0,1 por ciento; el CDS sigue su tendencia a la baja en el mismo porcentaje que el partido de José María Aznar; los andalucistas suben en idéntico porcentaje y las demás formaciones se mantienen.

Respecto al grado de simpatía de los líderes políticos, la variación es mínima también con respecto a los resultados del último sondeo, realizado en el mes de septiembre.

Así, la mayor variación es la de José María Aznar, cuyo grado de simpatía sube en 0,48 puntos, situándose en el 4,51. La simpatía que despierta el líder del PP sigue, no obstante, por debajo del nivel conseguido en el mes de julio.

El presidente del Gobierno, Felipe González, que sigue en el primer lugar, desciende ligeramente, sólo un 0,13. De esta forma, continúa su tendencia descendente iniciada en el mes de julio.

El secretario general del PCE y líder de Izquierda Unida, Julio Anguita, mantiene el mismo nivel, como tercer político en grado de simpatía.

Les siguen Adolfo Suárez, que sube sólo un 0,08, y Alfonso Guerra que lo hace en 0,003.

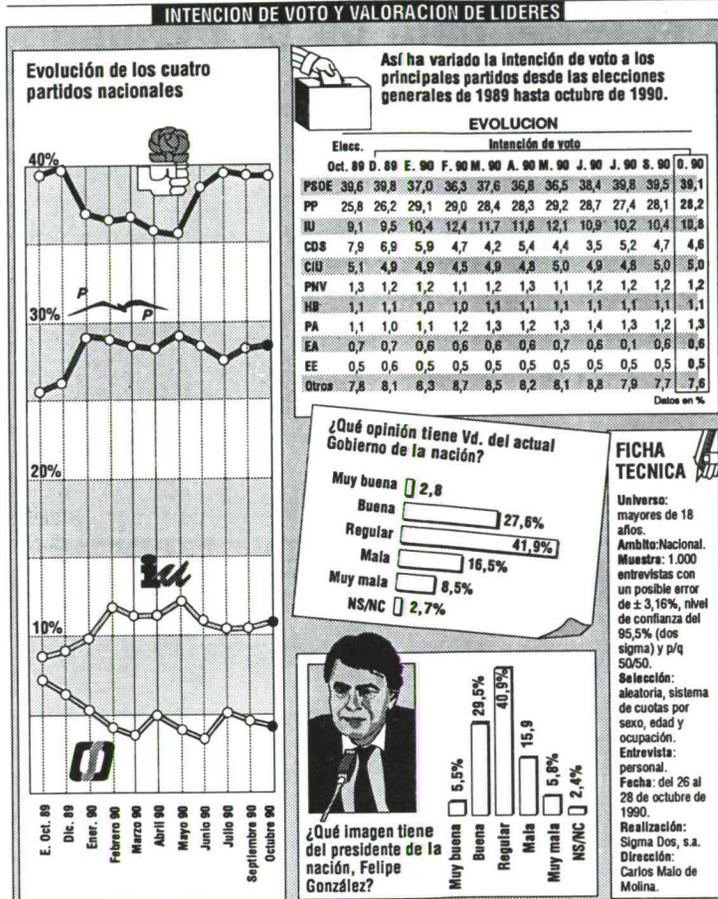
En función del recuerdo de voto en las últimas elecciones generales, no se producen sorpresas y los electores de cada partido apoyan a sus respectivos líderes.

Así, los del PSOE prefieren, en primer lugar, a Felipe González y a Alfonso Guerra, seguido muy de cerca por Julio Anguita.

Los que votaron al Partido Popular muestran su simpatía en mayor grado por José María Aznar, seguido de Julio Anguita y de Felipe González.

Los de Izquierda Unida prefieren a Julio Anguita y, en menor medida, a Felipe González y a José María Aznar.

Por último, los encuestados que votaron al CDS muestran su preferencia, en menor medida que en el caso de los líderes de los otros partidos, a Adolfo Suárez, a José María Aznar y a Felipe González.



La imagen del Gobierno, mejor que el mes pasado

MADRID.- La imagen del Gobierno ha mejorado sustancialmente en relación con el sondeo realizado el pasado mes por Sigma-Dos para EL MUNDO.

Concretamente, hace un mes los ciudadanos que tenían una imagen buena del Gobierno alcanzaban el porcentaje del 18,5 por ciento, mientras que en el actual sondeo ha ascendido hasta un 27,6 por ciento los que aseguran tener buena opinión del Ejecutivo.

Asimismo, los españoles que respondían regular a la misma pregunta eran un 42,8 por ciento, mientras que en este sondeo el porcentaje correspondiente ha descendido hasta situarse en un 41,9 por ciento.

El porcentaje de encuestados que tiene una imagen mala del Gobierno apenas ha descendido, continúa siendo un 16,5 por ciento de los ciudadanos. Por su parte, un 8,5 por ciento asegura tener una imagen muy mala del Ejecutivo que preside Felipe González.

Por edades, son los jóvenes de 18 a 29 años los que tienen una opinión peor de los ministros que gobiernan. Un 48,6 por ciento de los encuestados de esta edad manifiestan una opinión regular del Gobierno y un 17,5 por ciento, mala.

En contraste, los más satisfechos con los ministros son los españoles de más de 65 años, de los cuales un 33 por ciento tiene una buena imagen de los gobernantes.

Los votantes de Izquierda Unida y del CDS son los más insatisfechos con el Gobierno. Un 35,4 por ciento de los electores centristas asegura tener una mala imagen del Ejecutivo socialista.

El 55% tiene una imagen regular o mala de González

Un 56 por ciento de los españoles tiene una imagen regular o mala del presidente del Gobierno, Felipe González, de acuerdo con los resultados del sondeo realizado por Sigma-Dos.

Sin embargo, la imagen del responsable del Ejecutivo ha mejorado, al igual que la de todo el Gobierno, durante el último mes. Los españoles que aseguran tener buena opinión sobre el presidente son un 29,5 por ciento, más de dos puntos por encima de los que respondían lo mismo hace un mes.

Los hombres son los más tolerantes con González. Un 31 por ciento de los varones dice tener buena imagen, frente a un 27,9 por ciento de las mujeres. Y un 42,5 por ciento de éstas tiene una opinión regular del presidente, mientras que el porcentaje de hombres que opinan lo mismo desciende a un 39,1 por ciento.

Los votantes de Izquierda Unida y el Partido Popular son los que tienen una peor opinión del presidente del Gobierno. Un 49,5 por ciento de los electores de Julio Anguita asegura tener una imagen regular de González.

Entre los votantes de José María Aznar, el líder socialista tampoco despierta entusiasmos. A un 48,3% de ellos González le inspira una confianza regular y un 26,4% asegura que tiene una mala imagen del presidente del Gobierno.

Mario Tascón / EL MUNDO

SOCIEDAD



El 57% impediría con influencias que un hijo o familiar fuera al Servicio Militar — El 75% es contrario a castigar a insumisos y objetores — Un porcentaje parecido de españoles es partidario de la «mili» voluntaria

Más de la mitad de los españoles cree que en la «mili» se maltrata física y psíquicamente

Hoy se sortea a 216.284 jóvenes, que perderán sus derechos durante un año

EL MUNDO

MADRID.— Más de la mitad de los españoles cree que en el periodo de tiempo que dura el Servicio Militar obligatorio se maltrata «física y psíquicamente» a los reclutas y soldados.

Esta creencia se produce días después de que un juez militar calificara de «necesario» el uso de la violencia de un superior sobre un soldado — un teniente había golpeado a un soldado ante la negativa de éste a realizar la instrucción tras pasar un reconocimiento médico— por ser «el medio racionalmente necesario y proporcionado para contener la contumaz desobediencia».

Según se desprende de los resultados de una encuesta elaborada por la empresa de estudios de opinión «Sigma Dos» para EL MUNDO, los españoles tienen, en términos generales, mala opinión de la «mili».

[Hoy, a las 11,30 (TV-2), en el antiguo cuartel de «Conde Duque» de Madrid, se llevará a cabo el sorteo de mozos para el replazo de 1991. Un total de 229.344 jóvenes perderán todos sus derechos ciudadanos durante un año].

Todas las respuestas de los encuestados han sido críticas, en algunos aspectos de forma clara y rotunda, con respecto a los doce meses que dura el Servicio Militar obligatorio.

Esta mala imagen, no sólo del Servicio Militar obligatorio sino de todo lo militar, se ha visto favorecida por los últimos acontecimientos bélicos del Golfo Pérsico y por la decisión del Gobierno de Felipe González de enviar tropas de replazo a la zona del conflicto.

Según se desprende de la encuesta elaborada para este periódico, los españoles son mayoritariamente partidarios del Servicio Militar voluntario, opinan que no se debe castigar a los insumisos y objetores de conciencia, impedirían si pudieran que un hijo o familiar fuera a la «mili» y están convencidos de que este periodo maleduca a los jóvenes.

Estas tesis son totalmente compartidas por los encuestados jóvenes, los que se encuentran en edad de hacer la «mili» o la acaban de realizar hace poco tiempo, que se sitúan muy por encima de los porcentajes finales.

Los datos de este sondeo reflejan que los españoles son cada vez más «abiertos» y están más «sensibilizados» con aquellos objetores e insumisos que reniegan no sólo de la «mili» sino también de la Prestación Social Sustitutiva (PSS). En ambos casos se está en contra de cualquier tipo de castigo.

Los españoles más «anti-mili» son los votantes de Izquierda Unida (IU) y los del Centro Democrático y Social (CDS). Los votantes del

LOS ESPAÑOLES FRENTE A LA MILI

La mayoría de los españoles son partidarios del Servicio Militar voluntario frente al obligatorio, y creen que la «mili» maleduca al soldado más que aportar valores positivos a su educación. También más de la mitad de los ciudadanos creen que en el Servicio Militar se maltrata física y/o psíquicamente a los jóvenes.



FICHA TÉCNICA
Universo: mayores de 18 años. Muestra: Nacional. Muestras: 1.000 entrevistas con un posible error de ± 3,16%. Nivel de confianza del 95,5% (dos sigmas) y p/q 50/50. Selección: aleatoria, sistema de cuotas por sexo, edad y ocupación. Entrevistas: personal. Fecha: 7/11/1990. Realización: Sigma Dos, s.a. Dirección: Carlos Malo de Molina.

¿Es usted partidario del Servicio Militar obligatorio o del Servicio Militar voluntario?



	Total	H.	M.	18-29	30-44	45-64	+ de 65
Voluntario	71,8	66,8	76,7	87,0	77,9	64,7	47,4
Obligatorio	23,4	29,2	17,7	8,7	17,1	30,1	47,9
Ns/Nc	4,8	4,0	5,6	4,3	5,0	5,2	4,8

¿Cree que los objetores de conciencia insumisos que se niegan a hacer el Servicio Militar o el Servicio Social Sustitutorio deben de ser castigados?



	Total	H.	M.
No	74,3	69,4	79,1
Sí	15,9	22,5	9,5
Ns/Nc	9,8	8,1	11,5

Si pudiera impedir mediante influencias que un familiar o hijo suyo hiciera el Servicio Militar, ¿lo haría?



	Total	H.	M.	18-29	30-44	45-64	+65
Sí	57,8	53,7	61,8	67,6	60,6	51,1	48,4
No	35,2	38,3	32,2	26,8	31,1	43,2	41,4
Ns/Nc	7,0	8,0	6,1	5,6	8,3	5,6	10,2

¿Usted cree que hay maltrato físico y/o psíquico al soldado durante el Servicio Militar?



	Total	H.	M.	18-29	30-44	45-64	+65
Sí	52,5	51,3	53,5	63,3	57,8	47,2	33,5
No	36,1	40,5	31,9	27,6	29,7	42,2	50,9
Ns/Nc	11,4	8,2	14,6	9,1	12,5	10,5	15,6

¿Cree usted que durante el Servicio Militar a los soldados se les aportan valores y experiencias positivas para su formación, o por el contrario sólo sirve para maleducar al soldado?



	Total	H.	M.	PSOE	PP	IU	CDS
Maleduca	44,0	45,7	42,3	40,6	24,5	72,8	41,8
Aporta valores	38,3	40,9	35,8	45,5	61,8	17,3	38,9
Ns/Nc	17,7	13,3	21,9	13,9	13,7	9,8	19,3

Partido Socialista Obrero Español (PSOE) están en una posición intermedia y los del Partido Popular (PP) son los más «pro-mili». Esta negativa opinión de los españoles hacia el Servicio Militar obligatorio no es nueva. El pasado martes, EL MUNDO publicaba una encuesta del Centro de Investigaciones Sociológicas (CIS) rea-

lizada el pasado año, en la que se ponía de manifiesto que la «mili» es un año de vida perdido.

También reflejaba el sondeo que no es una forma de servir a España, que no es cierto el dicho de que se hagan «más hombres», que retrasa la incorporación de los jóvenes al mercado de trabajo, que no fortalece los valores del patriotis-

mo, que no es la única manera de formar un Ejército eficaz para la defensa de España, y que es una herencia del pasado que ya no tiene sentido hoy en día.

[La Kordinadora de Colectivos Anti-mili y el Movimiento de Objeción de Conciencia han convocado para hoy manifestaciones de protesta en varias ciudades españolas].

Así será el sorteo del Servicio Militar

EL MUNDO

MADRID.— El cuartel de Conde Duque, situado en el madrileño barrio de Argüelles y convertido en centro cultural dependiente del Ayuntamiento, será en esta ocasión, al igual que en 1988, la sede del sorteo, que el año pasado se celebró en Sevilla.

Un bombo con 366 bolas, una por cada día del año, girará hasta que el secretario general de la mesa constituida para el sorteo extraiga una unidad marcada con dos números, uno correspondiente al día y el otro al mes.

Esta fecha determinará en cada centro de reclutamiento, uno por cada provincia, al primer mozo de la lista cuya fecha de nacimiento coincida con ella y a partir de la cual se efectuará la asignación de cupos.

Esta asignación se realizará primero por Ejércitos —Tierra, Aire y Armada, por este orden— y después por demarcaciones territoriales —regiones militares, regiones aéreas y zonas navales— y, por último, por llamamientos, seis a lo largo del año correspondientes a los meses de enero, marzo, mayo, julio, septiembre y noviembre.

Testigos oficiales de este sorteo serán los integrantes de la mesa constituida por el secretario de Estado de Administración Militar, Gustavo Suárez Pertierra, por el director general del Servicio Militar, Laureano García, y otras autoridades militares.

Actuará como interventor del sorteo el general del Cuerpo de intervención de la Defensa, José Elizondo, y como secretario de la mesa el Subdirector general de Reclutamiento, general Federico Carrero Plaza quien extraerá la bola del bombo en lugar de un mozo elegido al azar como en años anteriores.

Minutos después de que se conozca la fecha a partir de la cual se asigna los destinos, un complicado sistema informático dará a conocer los listados de los destinos.

Los mozos que acudan al patio del cuartel de Conde Duque podrán conocer su suerte gracias a una pantalla gigante allí instalada o seguir el sorteo desde sus domicilios, ya que será transmitido en directo por Televisión Española.

Horas más tarde, los centros provinciales de reclutamiento (CPR) —un total de 55, incluido el CPR de extranjeros con sede en Madrid— expondrán las listas definitivas con los resultados finales y días después, los mozos sorteados recibirán en sus domicilios una notificación donde se les comunica personalmente su suerte.

A partir de enero de 1991, los más de 216.000 mozos de replazo obligatorio se incorporarán a lo largo de año a sus destinos, al igual que los más de 9.000 voluntarios normales y los 4.000 de IMEC/IMERENA.

C.7. ESTADÍSTICA Y HUMOR

Un sondeo de opinión niega la validez de los sondeos de opinión

Un reciente sondeo de opinión, realizado por la prestigiosa empresa Magma 2, afirma en sus conclusiones que los sondeos de opinión son escasamente fiables, fácilmente manipulables y extraordinariamente favorables a los intereses de las empresas que los encargan.

Según el sondeo, en-cargado por el Instituto Interplanetario de Estadísticas Ociosas y Prescindibles (IIEOP), el 75% no sabe o no contesta y el 10% restante suele dar con la puerta en las narices a los encuestadores que se acercan a sus domicilios.

LO DEMUESTRA LA ESTADÍSTICA

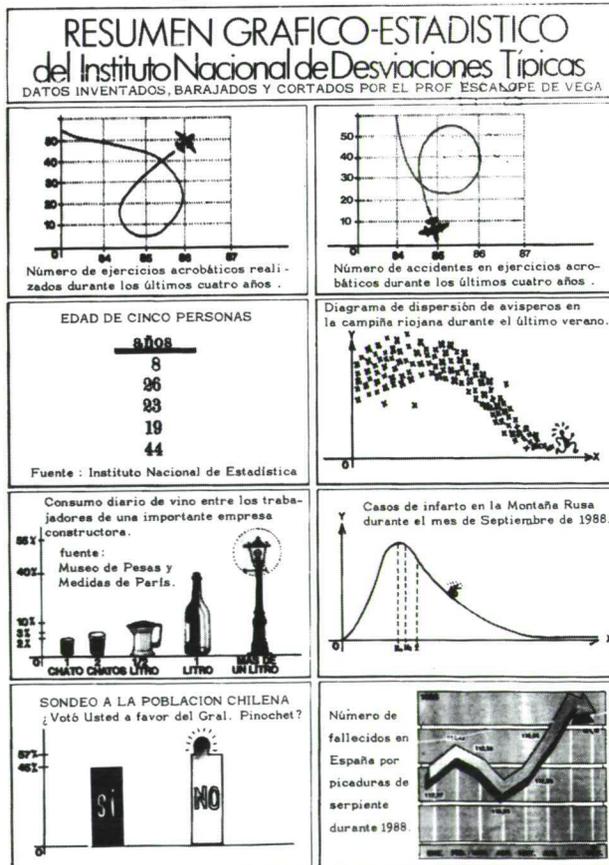
De cada 10 personas que utilizan el detergente EL MÁS BLANCO, la mitad son 5.

La mayoría de los accidentes ocurren a velocidades inferiores a 150 km/h. ES MÁS SEGURO CONDUCIR MUY RÁPIDO.

El Fotógrafo del periódico fue incapaz de cumplir el encargo de su director: sacar una foto para la primera página a una familia de tipo medio. FUE INCAPAZ DE ENCONTRAR FAMILIAS DE 2,5 HIJOS.

La mayoría de las muertes tienen lugar en la cama. LA CAMA ES MUY PELIGROSA.

Si tienes dos vacas y yo no tengo ninguna, la estadística demuestra que los dos tenemos una.



OYE ESTO, MARIVÍ; FÍJATE QUÉ ENCUESTA:

¿Que Gobernante nos visita esta semana?

Gorbachov	3%
Gorpachof	67%
Corvachós	29%
Linderberger	1%

¿ Como se llama su esposa ?

Raisha	2%
Risa	82%
Laisa Minelli	15%
Lech Walesa	1%

¿ De qué país es el máximo gobernante ?

U.R.S.S	3%
U.S.R.R	22%
Rusia	74%
Austria	1%

Su bebida nacional se llama.....

Vodka	46%
Wodka	50%
Bodca	3%
Polka	1%

Su política de apertura es conocida popularmente como....

Perestroika	3%
Pereztroica	82%
Gomeztroica	14%
El portero un coladero	1%

... y a la transparencia en su forma de gobernar se le llama...

Glasnot	1%
Gratnos	89%
Granos	9%
Noeli	1%

¿ Qué es lo que más le ha impresionado ?

Su naturalidad	3%
Su simpatía	4%
El pañuelo naranja de la interprete	92%
El segundo gol de Hugo	1%

¿ Crée Ud. que la visita será el inicio de unas nuevas relaciones de gran beneficio para ambos pueblos ?

Si	3%
No	2%
Depende	94%
Allí se le pué meter otra docenita	1%



12. UNIDAD D: Valores destacables de un colectivo que resumen o amplían la información sobre el mismo

D. VALORES DESTACABLES DE UN COLECTIVO QUE RESUMEN O AMPLÍAN LA INFORMACIÓN SOBRE EL MISMO.

D.1.2. Cálculos

CALIFICACIÓN DE LOS VINOS

La calificación de la cosecha de las Bodegas M. TINAJA en la década 70/80 ha sido la siguiente:

1970 E	1972 D	1974 B	1976 MB	1978 E
1971 D	1973 B	1975 MB	1977 R	1979 D

E: *Excelente* MB: *Muy buena* B: *Buena* R: *Regular* D: *Deficiente*

- ✎ Construye la correspondiente tabla de frecuencias.
- ✎ ¿Qué calificación elegirías para representar la calidad de estos vinos en la década 70-80?

CONSUMO DE TABACO

Realizada una encuesta entre fumadores se han obtenido los siguientes resultados:

nº cig.diarios	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30
nº de fumadores	10	15	25	18	22

- ✎ ¿A qué crees que se debe que hayan agrupado los valores en intervalos?
- ✎ ¿Cuál es el número medio diario de cigarrillos fumado por las personas entrevistadas?

EL FARMACÉUTICO

Un farmacéutico ha de preparar un compuesto para curar una determinada enfermedad. Al tomar el primer componente, lo pesa en su balanza de precisión y observa que pesa 5,75 mg. No fiándose mucho de su vista ni de la precisión del aparato lo vuelve a pesar y esta vez obtiene como resultado 5,72 mg. Al comprobar que no es el mismo peso que en la pesada anterior, decide hacer varias pesadas más y va obteniendo, sucesivamente, los siguientes resultados: 5,77; 5,70; 5,71; 5,72; 5,74; 5,72 y 5,75.

- ✎ ¿Qué medida debe poner el farmacéutico en la receta?

LOS NÚMEROS DE LA LOTERÍA

Los aficionados a la lotería suelen fijarse mucho en las terminaciones de los premios de los sorteos que se realizan. Los siguientes números han obtenido el primer premio en el sorteo de la lotería de Navidad en los primeros 40 años de este siglo:

1901:30.565	1914:50.047	1927:10.123
02:28.038	15:48.685	28:06.692
03:20.297	16:19.158	29:53.493
04:15.162	17:02.091	30:24.630
05:32.865	18:05.605	31:24.717
06:34.746	19:53.452	32:29.757
07:02.048	20:09.053	33:07.139
08:35.819	21:28.876	34:02.686
09:24.056	22:46.460	35:25.888
10:22.101	23:18.389	36:05.287
11:03.884	24:15.770	37:01.165
12:10.666	25:11.519	38:22.655
13:18.063	26:17.229	39:36.758
		40:43.944

- ✎ Haz un estudio de las terminaciones y organiza éstas del modo más conveniente.
- ✎ Si tuvieras que dar una terminación como representante de todas ellas, ¿con cuál te quedarías?

PERSONAS QUE VIVEN EN UNA BARRIADA

La asociación de vecinos desea conocer las características de los diferentes tipos de viviendas que configuran el barrio. Para ello se ha ido preguntando el número de personas que viven en cada edificio y se han obtenido los siguientes datos:

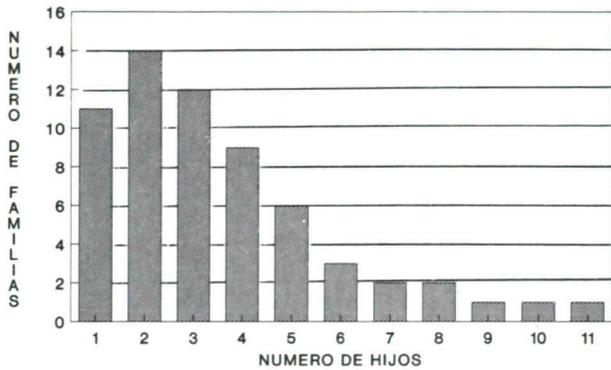
63, 61, 83, 81, 88, 65, 81, 83, 101, 121, 141, 157, 119, 127, 126, 139, 101, 111, 123, 121, 128, 90, 75, 137, 131, 65, 62, 100, 109, 107, 124, 103, 133, 128, 143, 110, 60, 84, 83, 141, 142, 124, 129, 96, 99, 72, 104, 92, 81, 98.

- ✎ Agrupa los datos en 5 intervalos de amplitud 20, siendo el centro del primer intervalo (marca de clase) 70 y construye la tabla correspondiente.
- ✎ Calcula la media a partir de los datos iniciales y a partir de la tabla que has construido. Compara ambos resultados. ¿Cuál consideras más exacto?

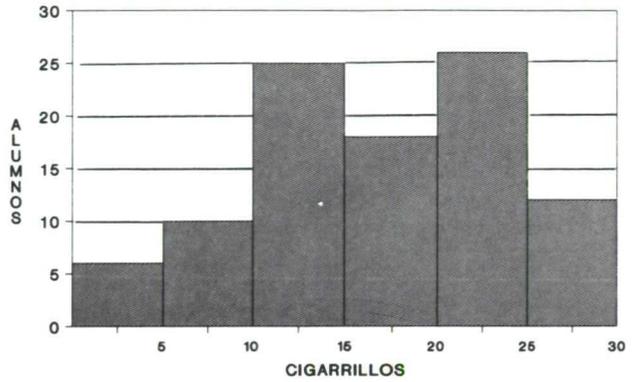
D.1.3. Analizamos y comprendemos el concepto de media

A continuación tienes las gráficas de algunas distribuciones estadísticas. Indica, de forma aproximada, cuál es el valor que le corresponde a la media en cada una de ellas:

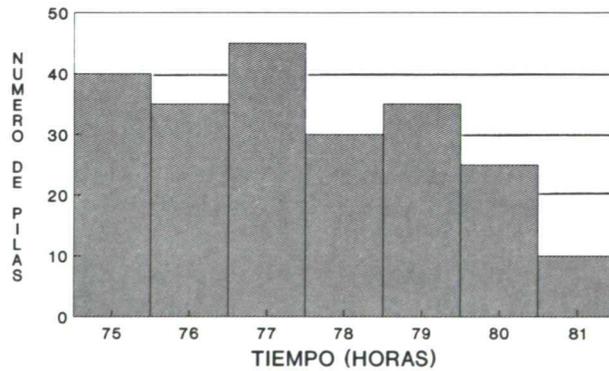
NUMERO DE HIJOS POR FAMILIA



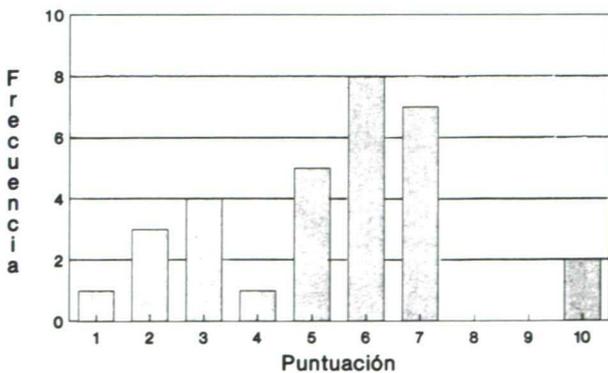
CONSUMO DE TABACO AVILES-91



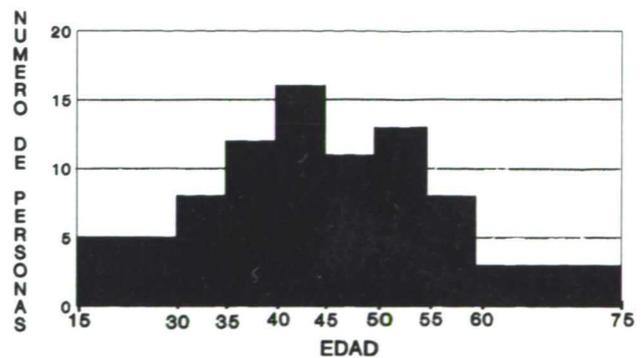
DURACION DE LAS PILAS



CALIFICACIONES DE UN GRUPO DE ALUMNOS



DISTRIBUCION DE LOS TRABAJADORES SEGUN EDADES



D.1.4. Algunas propiedades de la media

UN PROBLEMA QUE MOJA

Las lluvias, medidas en mm, registradas en Madrid durante el año 1.979 fueron las siguientes:

TRIMESTRE	CANTIDAD DE LLUVIA
1º	243,6 mm
2º	67,6 mm
3º	62,2 mm
4º	125,1 mm

- ☞ Si las precipitaciones se hubieran repartido por igual a lo largo del año, ¿cuántos mm se habrían recogido cada trimestre?
- ☞ Durante el mismo año, en Granada, se recogieron por término medio, 122,3 mm por trimestre. ¿Qué cantidad de lluvia se recogió en todo el año?
- ☞ Se sabe que las precipitaciones de Granada fueron 256; 62,5 y 52,5 mm en los tres primeros trimestres. ¿Cuál fue la cantidad de lluvia caída en el 4º trimestre?

LAS NOTAS DE MATE

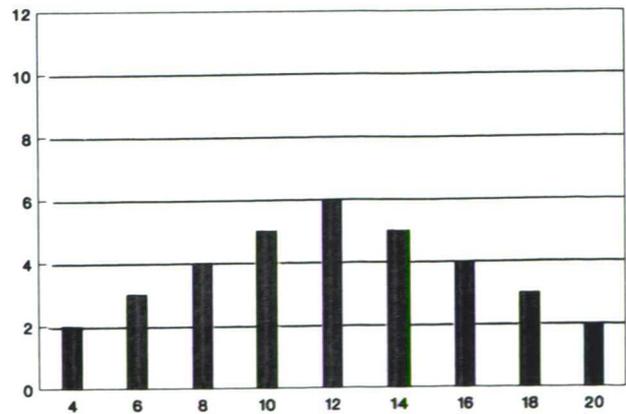
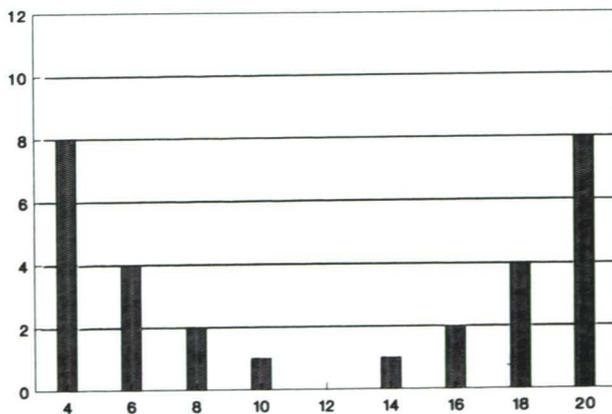
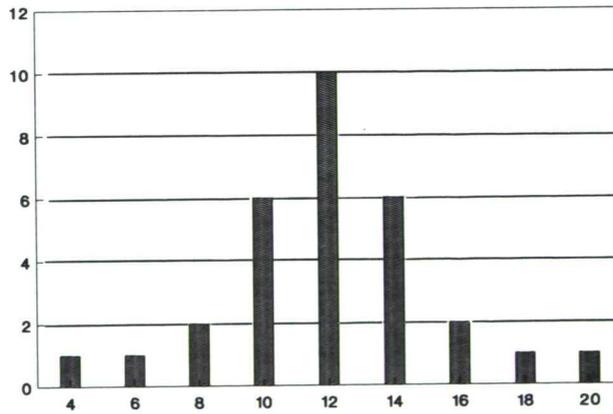
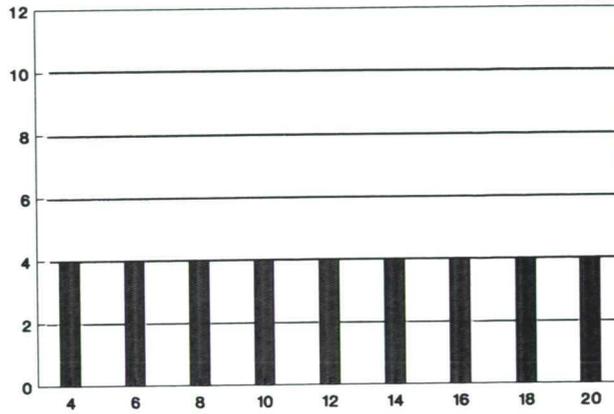
Un profesor da clase de matemáticas a dos grupos de primero. En uno de los grupos, de 20 alumnos, la nota media fue 6; la del otro grupo, de 30 alumnos, fue 5,2. Calcula la nota media del total de alumnos de 1º a los que da clase este profesor.



D.2.2. Interpretación de la dispersión y su medida

CADA OVEJA CON SU PAREJA

Asocia los valores 3,2; 4,3; 5,2 y 6,8 a las desviaciones típicas de las siguientes distribuciones:

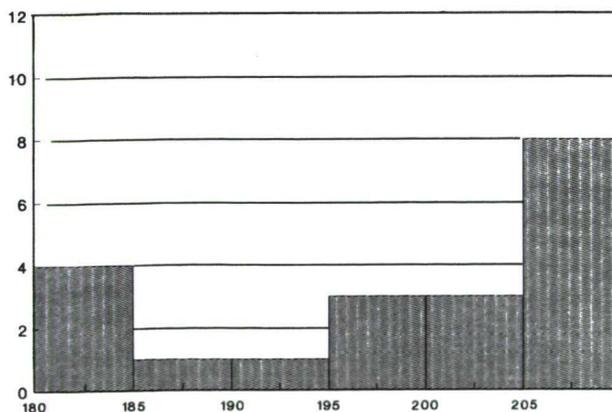
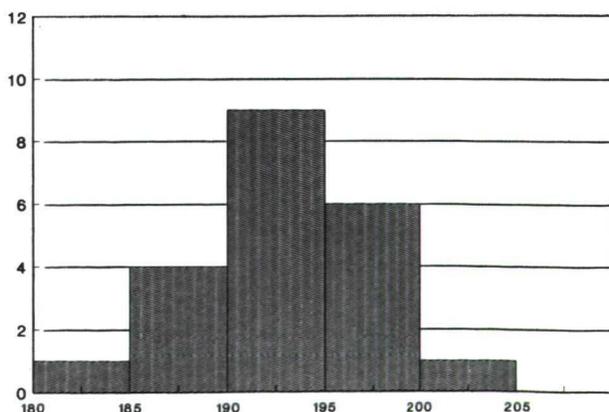
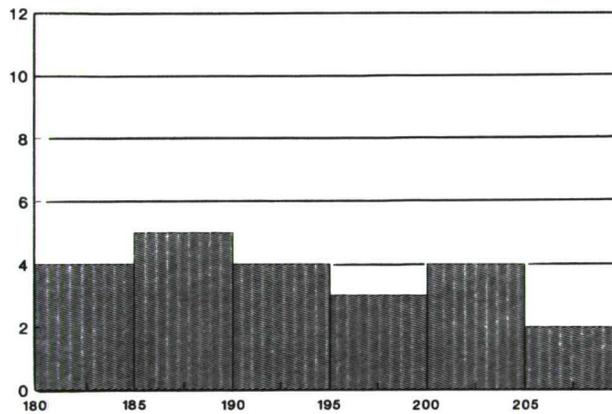
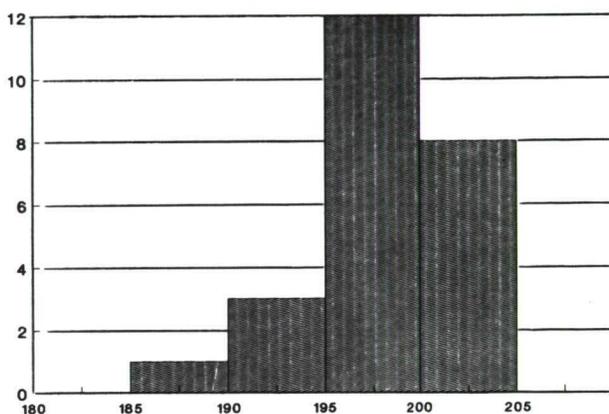


LOS GIGANTES DEL BALONCESTO

Las estaturas de los jugadores de cuatro equipos de baloncesto tienen las siguientes medias y desviaciones típicas:

Equipo	CANASTÓN	CAJALIANTE	BANCESTO	ESTUDIOSOS
Media	198,5	198,1	193	193,4
D. típica	9,7	3,9	4,6	8,1

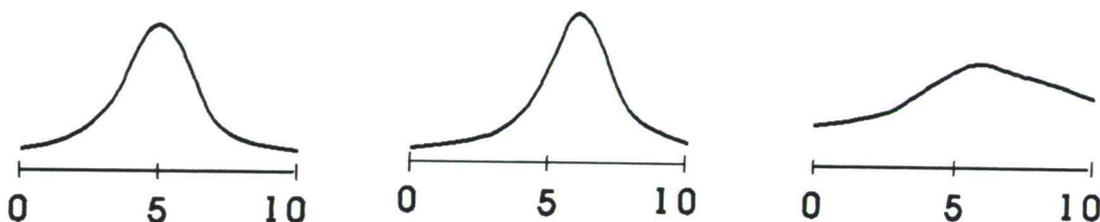
✎ ¿Qué gráfica, de las siguientes, corresponde a cada equipo?



LAS NOTAS DE UN EXAMEN

Se ha hecho un mismo examen en dos clases, A y B, de 40 alumnos cada una. La nota media en ambas clases es 6 y sus desviaciones típicas son, respectivamente: 1 y 3.

- ✎ Asigna la distribución de la clase A a una de las tres gráficas y la distribución de B a otra.
- ✎ En una de las clases hay 15 suspensos y 6 sobresalientes; en la otra, 5 suspensos y 1 sobresaliente. ¿Cuál es la clase A y cuál es la clase B?
- ✎ ¿En qué clase habrá más notas comprendidas entre 5 y 7?



RENTA PER CAPITA

Uno de los indicadores más importantes de la riqueza de un país es la “renta per cápita” (media de recursos por habitante). La desviación típica de la renta per cápita es un indicador de cómo está repartida entre sus habitantes la riqueza del país. A continuación tienes los correspondientes datos (en dólares USA) de algunos imaginarios países:

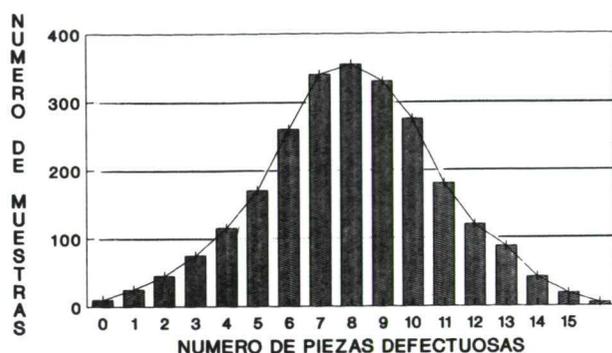
País	CUBAIT	CUBIA	JUECIA	KAMARUN
R. per cápita	15.000	1.000	12.000	800
D. típica	14.000	200	2.500	480

- ✎ ¿En cuál de estos países considerarías que está mejor repartida la riqueza? ¿En qué te basas para tu elección?

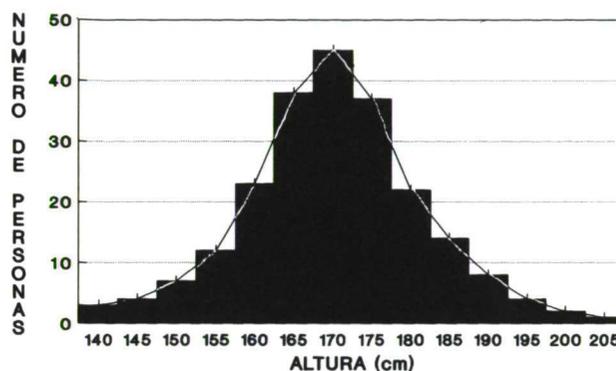
EL MODELO NORMAL

Las medidas de la mayoría de las variables, salvo algunas raras, se agrupan alrededor de un valor central y a medida que se alejan de dicho valor medio, se presentan con una frecuencia cada vez menor. El mayor número de individuos se encuentra en las proximidades de la media, para decrecer después simétricamente a izquierda y derecha (no hay por qué pensar que valores superiores a la media sean más frecuentes que valores inferiores a ella, o viceversa), siendo raros los individuos que presentan valores de la variable muy alejados de la media, tanto por encima como por debajo.

EL CONTROL DE CALIDAD EN LA FABRICA

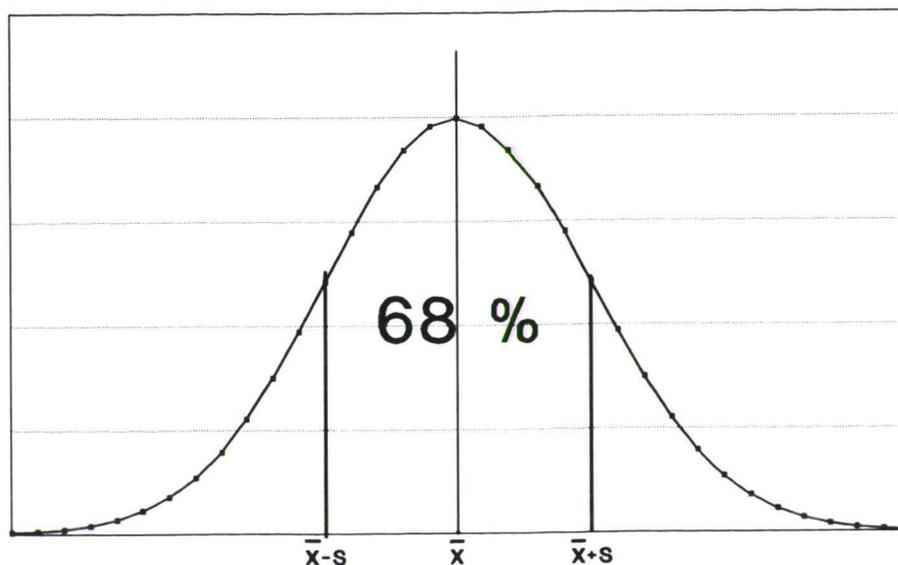


LA ALTURA DE LA POBLACION



El modelo matemático que describe este tipo de distribuciones de la variable se conoce como distribución normal, y su gráfica se denomina comúnmente “campana de Gauss”.

DISTRIBUCION NORMAL CAMPANA DE GAUSS



Con frecuencia se utilizan expresiones referidas a un valor considerado en un individuo, en comparación con los valores de la población a que pertenece, del tipo: come mucho, tiene la tensión muy baja, su peso es normal, etc. Estas expresiones son, generalmente, bien interpretadas, a pesar de su ambigüedad:

- mucho: bastante mayor que la media (la mayoría),
- muy baja: muy alejada y menor que la media,
- normal: cercano a la media, concordante con la mayoría.

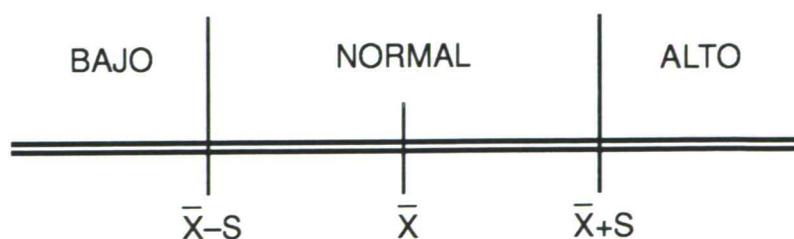
Evidentemente, lo anterior es una simplificación de una valoración estadística derivada de la distribución normal y las propiedades y características de la campana de Gauss.

El hecho de que un valor, superior a la media, se considere normal, alto o muy alto, no depende sólo de cuánto sea superior a ésta, sino que además habrá que tener en cuenta cómo se hallan distribuidos todos los valores de la población alrededor de la media; es decir, la dispersión.

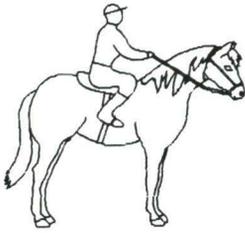
Según esto y los porcentajes indicados en la gráfica, en una población que siga la ley normal, aproximadamente, convendremos en decir que un valor de la variable es:

- bajo: si es inferior a la media menos la desviación típica
- normal: si está comprendido entre la media más la desviación típica y la media menos la desviación típica,
- alto: si es superior a la media más la desviación típica.

CLASIFICACIÓN DE LOS VALORES EN LA DISTRIBUCIÓN NORMAL



13. UNIDAD E: El tratamiento del azar



CARRERA DE CABALLOS



Necesitamos

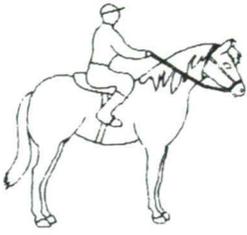
- ✓ Dos dados cúbicos
- ✓ 12 fichas de parchís, de colores cualesquiera
- ✓ Un tablero representando el "hipódromo"

Reglas de juego

- ✓ Se colocan las 12 fichas en las casillas de salida de modo que cada una representa uno de los 12 caballos que intervienen en la carrera.
- ✓ Cada jugador apuesta por el número del caballo que cree que va a ganar.
- ✓ Se lanzan sucesivamente los dos dados y se suman los puntos obtenidos en cada tirada. El caballo cuyo número coincida con la suma obtenida avanza una casilla hacia la meta y los demás se mantienen en su lugar.
- ✓ Gana la carrera el caballo que cruza la meta en primera posición. Ganará el juego el jugador que haya apostado por este caballo. Si no hay apostantes, el juego no tiene ganador.

Anotaciones

- ✓ Toma nota de las apuestas y de las clasificaciones de cada carrera. ¿Encuentras alguna interpretación para los resultados que obtienes?

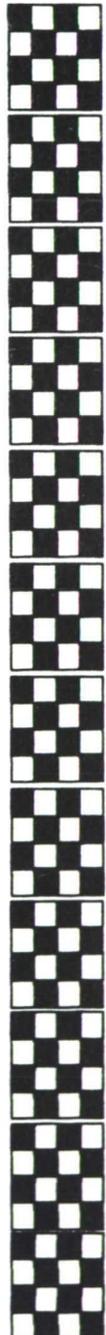


CARRERA DE CABALLOS

SALIDA

META

1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								
9								
10								
11								
12								



CARRERA DE CABALLOS

REGISTRO DE RESULTADOS

APUESTAS	
CARRERA Nº	<input type="text"/>
NOMBRE	CAB.

APUESTAS	
CARRERA Nº	<input type="text"/>
NOMBRE	CAB.

APUESTAS	
CARRERA Nº	<input type="text"/>
NOMBRE	CAB.

APUESTAS	
CARRERA Nº	<input type="text"/>
NOMBRE	CAB.

APUESTAS	
CARRERA Nº	<input type="text"/>
NOMBRE	CAB.

APUESTAS	
CARRERA Nº	<input type="text"/>
NOMBRE	CAB.

CLASIFIC.	1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º	11º	12º
CARRERA 1												
CARRERA 2												
CARRERA 3												
CARRERA 4												
CARRERA 5												
CARRERA 6												

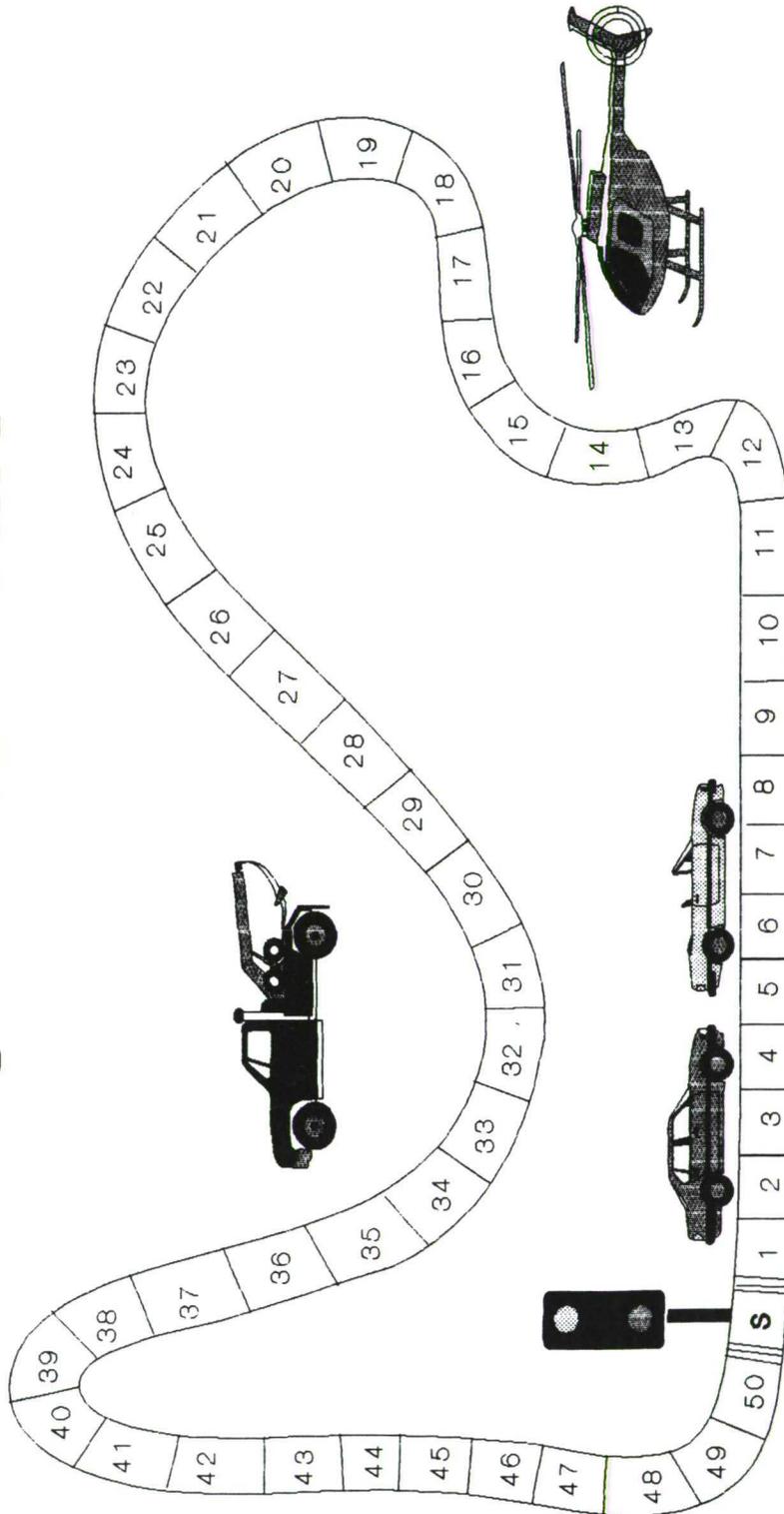
CARRERA DE CABALLOS

ESTADÍSTICA

N° CAB	EQ 1		EQ 2		EQ 3		EQ 4		EQ 5		EQ 6		EQ 7		CLASE	
	AP	GA	AP	GA												
1																
2																
3																
4																
5																
6																
7																
8																
9																
10																
11																
12																
TOT																

CONCLUSIONES

GRAND PRIX



¿Quién ganará la carrera?
¡SE ADMITEN APUESTAS!

Si después de terminar la carrera no os ha parecido justa, estudiad otras reglas de juego y ponédlas en práctica jugando otra vez

Reglas del juego

1. Juegan dos jugadores que disponen de una ficha cada uno y dos monedas.
2. Comienzan situando cada uno su ficha en la casilla de salida.
3. Sucesivamente van lanzando las dos monedas: si sale cara-cruz, uno de los jugadores avanza un lugar su ficha; si salen dos caras es el otro el que mueve su ficha y si salen dos cruces no avanza ninguno.

PROBLEMAS DE PROBABILIDAD

1. FAMILIA NUMEROSA

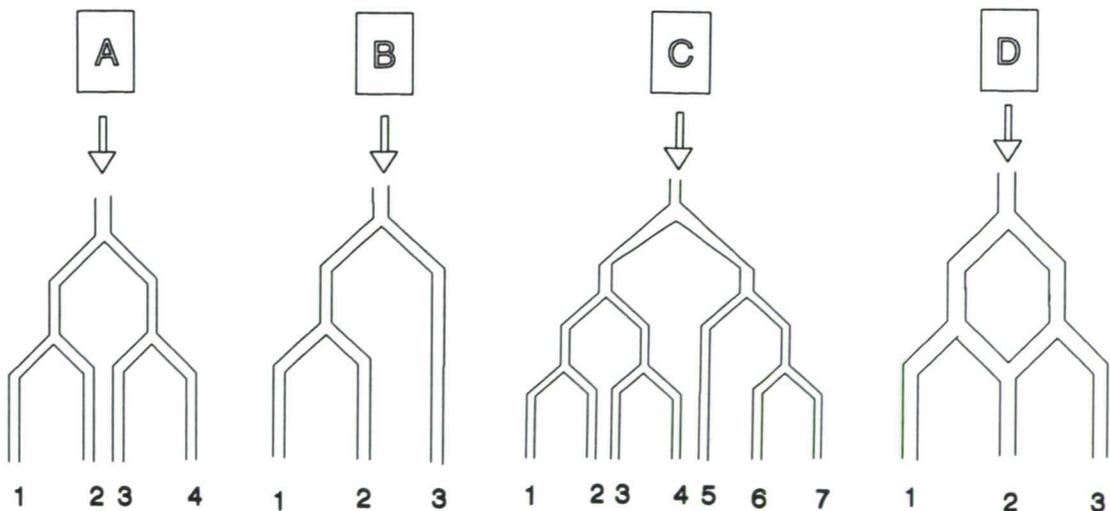
Por estudios estadísticos se sabe que, aproximadamente, la mitad de los recién nacidos son varones. ¿Cuál es la probabilidad de que en una familia de 4 hijos la mitad sean chicos y la mitad chicas?

2. LANZAMIENTO DE PENALTIS

El Fútbol Club Malnosvá ha reforzado la plantilla con un gran portero: el internacional Antón Zubizajeta. Las referencias que tienen de este guardameta auguran que detiene un 20% de los penaltis. A pesar de que ni el propio entrenador se lo explica, el equipo ha llegado a la final de un importante torneo y ha concluido tanto el partido como la prórroga con empate, por lo que se van a efectuar lanzamientos de penaltis. El reglamento del torneo estipula que han de ser 5 los que se lancen. ¿Qué probabilidad tiene de que pare alguno? ¿Y de que no pare ninguno?

3. CANALES

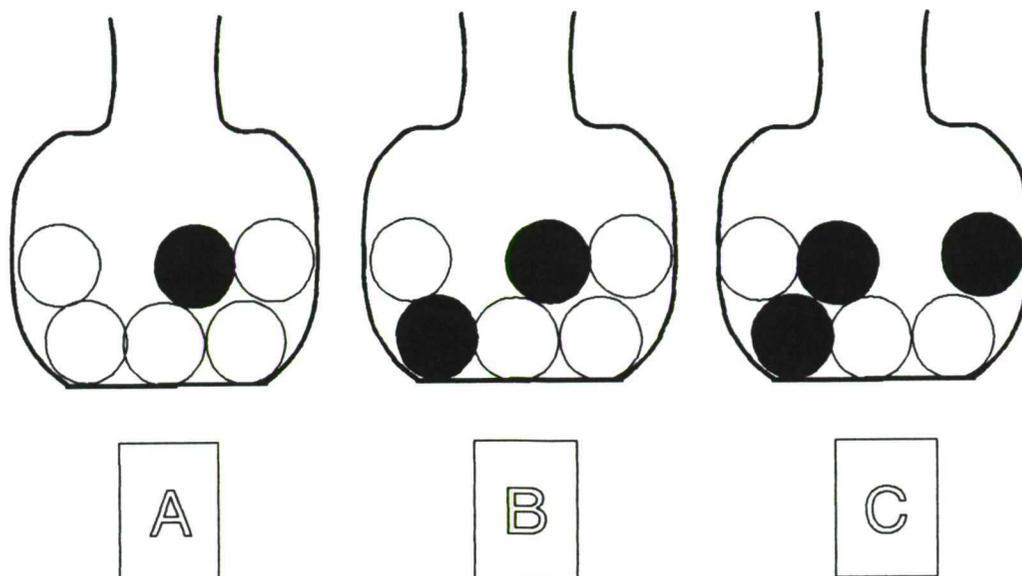
Se deja caer una canica por cada uno de los dispositivos de la figura. Estudia razonadamente las posibilidades que tiene de seguir los distintos canales que se le ofrecen.



4. LA ÚLTIMA OPORTUNIDAD

En un atrasado país, llamado Rodrigombia, la pena máxima que se le puede aplicar a un condenado es el destierro por el resto de sus días en una lejana y solitaria isla, rodeada de fieros tiburones. Sin embargo, el rey Rodríguez concede una última oportunidad al reo para librarse de esta pena: con los ojos vendados debe elegir una de las tres

urnas del dibujo y extraer de ella una bola. Sólo si la bola es blanca se salva. ¿Qué probabilidad tiene de salvarse?



El rey Rodríguez ha tenido una nueva idea: el condenado, antes de que le venden los ojos, podrá repartir como desee las bolas en las tres urnas. ¿Aumentan, con ello, sus posibilidades de no marchar al destierro?

5. UN CAJÓN DESORDENADO

Como soy bastante desordenado, tengo todos mis calcetines mezclados en uno de los cajones del armario. Allí, en el más absoluto desorden, tengo 4 calcetines negros, 6 azules y 2 blancos. Cada mañana, a la hora de vestirme, se me presenta el mismo problema: sacar al azar dos calcetines del cajón y que sean del mismo color. ¿Qué probabilidad tengo de que esto ocurra?

6. ¿UN SORTEO EQUITATIVO?

Ana, Jorge, Pepe y Montse han ganado un premio en un concurso de clase. Como no se puede repartir han decidido sortearlo entre los cuatro de la siguiente manera: prepararán cuatro papeletas, tres irán en blanco y una llevará una marca; convenientemente dobladas las meterán en una caja y, por turno, cada uno de ellos tomará una de las papeletas. Quién saque la papeleta marcada se llevará el premio.

Se entabla entre ellos una discusión acerca del orden de extracción: Ana piensa que quien primero elige tiene más ventaja; Jorge cree que es el último el que realmente está en desventaja, porque ya no puede elegir; Pepe y Montse no lo tienen muy claro, pero piensan que no tiene importancia el orden. Ayúdales un poco: ¿qué opinas tu de este sorteo? ¿En qué te basas para ello?

7. LAS TRES PUERTAS

Se trata de un juego de televisión en el que el concursante tiene que elegir una puerta entre tres. Detrás de una de ellas hay un gran premio y detrás de las otras dos solamente baratijas. Cuando el concursante elige una de las puertas, el presentador le muestra lo que hay detrás de una de las otras dos, siempre con un regalo sin valor. En ese momento se le propone al concursante el siguiente dilema: *¿Le gustaría mantener la puerta que ha elegido o prefiere cambiarla por la otra, todavía cerrada?*

Si fueras tú el concursante, ¿cuál de las tres siguientes estrategias crees que es mejor para conseguir el gran premio?

- a) mantener la puerta elegida inicialmente,
- b) elegir de nuevo, al azar, entre las dos puertas que quedan cerradas,
- c) cambiar la puerta elegida inicialmente por la otra que queda cerrada.

8. LA RAQUETA DE MOEBIUS

Pepe Vilander y Tomás Borg son dos tenistas que, por las referencias que nos han dado, tienen niveles de juego idénticos: ante un partido cuenta cada uno de ellos con las mismas probabilidades de ganar. Ambos han llegado a la final del curioso torneo “La raqueta de Moebius”, que se rige por las siguientes reglas: se llevará el trofeo el primero que sea capaz de ganar dos partidos seguidos o tres alternos. ¿Cuántos casos pueden presentarse en total? ¿Qué probabilidad tiene de ganar Tomás sin disputar más de tres partidos?

9. EL TIEMPO EN SIKINIA

El servicio meteorológico de este singular país no dispone de un avanzado sistema para pronosticar el tiempo, simplemente se basan en observaciones anteriores. De esta forma han llegado a la conclusión de que si hoy el tiempo es seco, la probabilidad de que mañana vuelva a ser seco es $5/6$. Si hoy es, por el contrario, húmedo, la probabilidad de que mañana siga siéndolo es $2/3$.

Hoy es domingo y el tiempo es seco. ¿Cuál es la probabilidad de que el martes sea seco? ¿Y de que el miércoles sea húmedo?

10. ECOGRAFÍAS

En Rodrigombia, 51 de cada cien recién nacidos son varones y 49 de cada cien son hembras. Hasta hace poco les resultaba difícil predecir el sexo del niño antes del nacimiento, pero en la actualidad, desde el sexto mes de embarazo, sus especialistas aciertan en la mayor parte de los casos, mediante una ecografía.

Por estudios que han realizado saben que, cuando se hace una ecografía, el 80% de los niños son clasificados como varones y el 90% de las niñas como hembras.

Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:

- un varón es clasificado como varón;
- un feto es varón;
- un feto es clasificado como varón;
- una hembra es clasificada como varón;
- un feto es clasificado correctamente;
- un feto es mal clasificado.

11. LACTANCIA

En un grupo de 200 recién nacidos se quiere estudiar la dependencia entre el tipo de lactancia (materna, artificial y mixta) y la predisposición del niño a las infecciones (ausencia o presencia de infección) en los primeros tres meses de vida. La siguiente tabla de contingencia muestra los resultados:

	MATERNA	ARTIFICIAL	MIXTA	TOTAL
AUSENCIA	95	15	40	150
PRESENCIA	5	5	40	50
TOTAL	100	20	80	200

Suponiendo la muestra suficientemente representativa, calcula:

- a) la probabilidad de tener infección con lactancia mixta;
- b) la probabilidad de no presentar infección y tener un tipo de lactancia materna;
- c) el tipo de lactancia más aconsejable;
- d) la probabilidad de tener infección.

Pastelería “LA CASADIELLA”

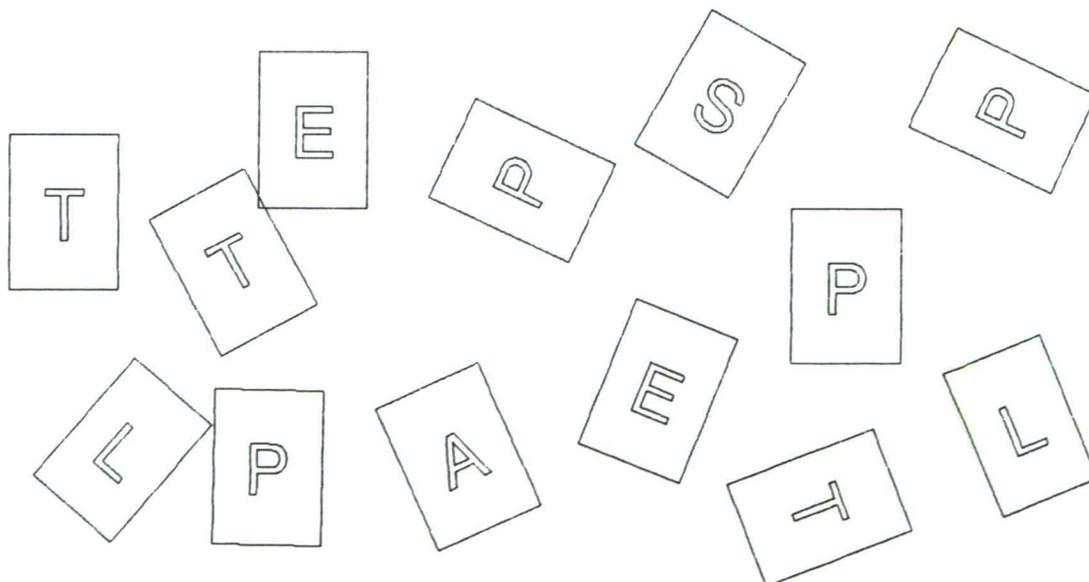
CONCURSO *El más llambión*

Es frecuente que las chocolatinas y algunos otros productos contengan en el interior de su envoltorio objetos coleccionables, como por ejemplos cromos.

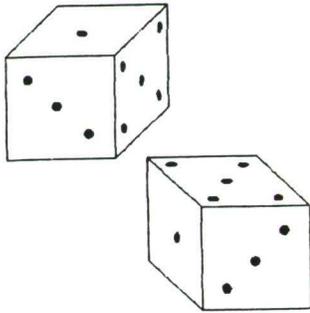
En la pastelería “LA CASADIELLA” se han basado en esta idea para organizar un concurso:

aleatoriamente, incorporan en todos los pasteles que fabrican una de las letras de la palabra **PASTEL**, bien en su interior, bien oculta en su envoltorio. Cuando un cliente es capaz de formar la palabra completa, recibe el título de **LLAMBIÓN DE HONOR** y lleva como premio la tarta especial de la casa

¿Cuántos pasteles será necesario comprar, por término medio, para poder completar la palabra y así obtener el premio?



JUGANDO AL PARCHÍS



En el juego del parchís, antes de comenzar a mover las fichas, tenemos que esperar a obtener un cinco: sólo en ese momento podemos "sacar de casa" dos fichas. A veces nos sale pronto y otras nos resulta desesperante ver cómo avanzan nuestros compañeros y, sin embargo, nosotros aún no hemos empezado.

¿Al cabo de cuántos lanzamientos podemos esperar obtener el codiciado cinco inicial?

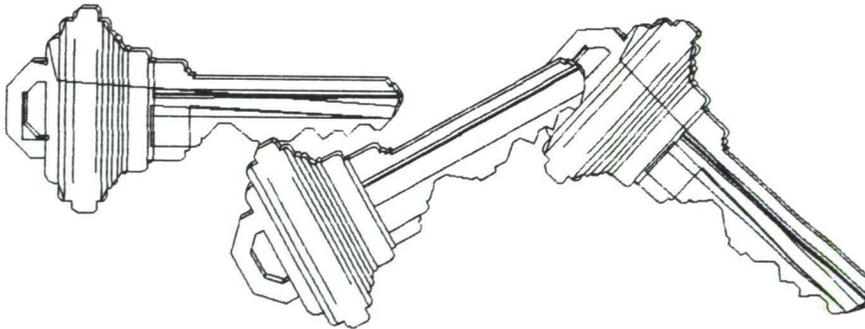


¡CUIDADO CON LA BEBIDA!

Don Ruperto Botella está decidido a acabar de una vez por todas con la bebida por los problemas que le ocasiona cada vez que regresa a casa. Aparte de las merecidas broncas que le esperan de toda su familia, debe superar antes un serio obstáculo: abrir la puerta.

Sueltas, en el interior de su bolsillo, lleva las cinco llaves que posee. Al llegar al portal mete la mano y, al azar, saca una llave con la que intenta abrir la puerta. Si no lo consigue, la mete de nuevo en el bolso, donde se le mezcla con las demás, y vuelve a comenzar la operación. Así hasta que da con la correcta.

¿Con cuántas llaves tendrá que probar para conseguir entrar en casa?



Una noche uno de sus amigos de correrías le ha sugerido una estrategia: “cuando una llave no te sirva, tírala al suelo y prueba con otra”.

Si sigue esta nueva estrategia, ¿cuántas llaves habrá de probar, por término medio, hasta conseguir abrir la puerta?

TIRO AL PLATO

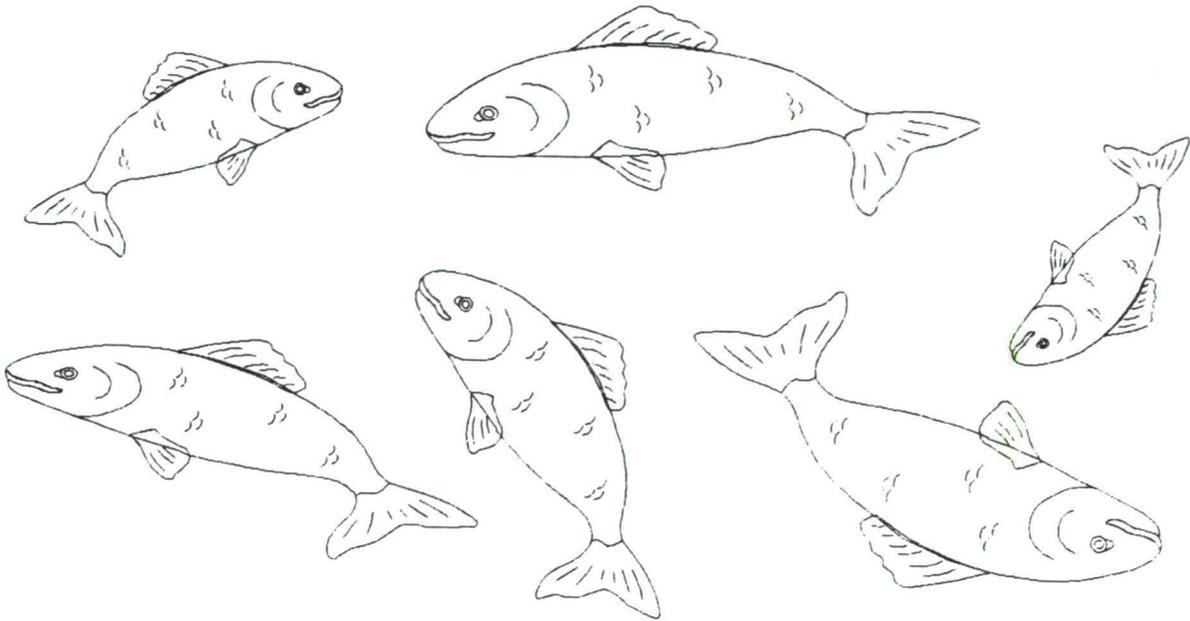
Tres tiradores infalibles (cuando disparan nunca fallan) han decidido practicar juntos al tiro.

Juntos acuden a las instalaciones del club deportivo "El disparo" y piden que les lancen, a la vez, seis platos. Sin embargo, no se pueden poner de acuerdo acerca del plato al que dispararán cada uno.

***¿Cuál es el número de platos más probable que romperán?
¿Cuántos quedarán intactos, por término medio?***



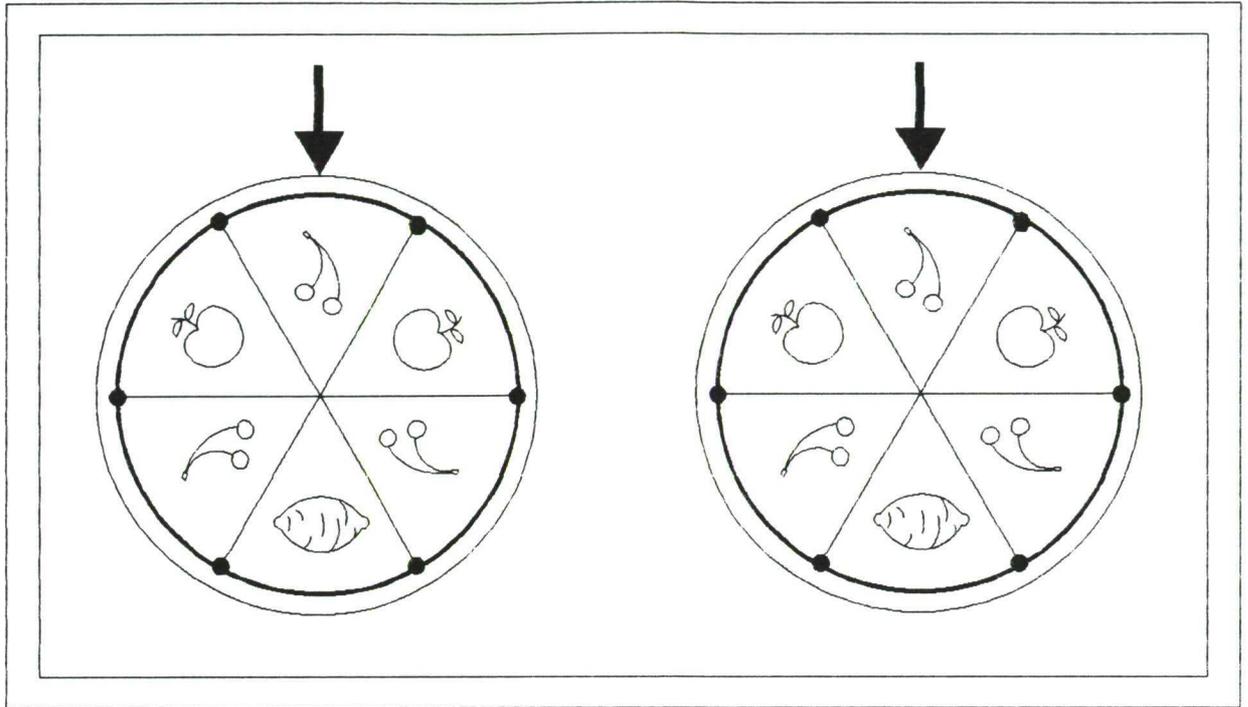
EL ESTANQUE



En un estanque hay 10 peces de distintas especies. Queremos saber cuántos peces hay de cada especie y cuántas especies hay, pero el agua está turbia y no podemos contarlos a simple vista. Lo único que tenemos es un artilugio que nos permite sacar un pez de cada vez y reintegrarlo inmediatamente al agua para que no se muera. ¿Qué podemos hacer para resolver el problema?

***Ya que no tenemos a mano el estanque, buscaremos una situación análoga:
en la bolsa que tienes hay 10 bolas de diferentes colores.
¿Cuántos colores distintos hay? ¿Cuántas bolas tienes de cada color?***

LAS RULETAS "TUTTI FRUTTI"



Para la fiesta de la asociación de vecinos han ideado un juego, en el que el participante ha de girar las dos ruletas del dibujo. Se consigue un premio si las frutas que resultan en ambas ruletas son iguales. En tal caso los premios son:

Cerezas:.....	100	ptas.
Manzanas	200	ptas.
Limonas	500	ptas.

Como no tienen interés en conseguir beneficios con el juego, ni tampoco desean perder dinero, no saben a cuánto han de cobrar cada partida.

¿Qué precio les aconsejarías?

14. ACTIVIDADES COMPLEMENTARIAS Y DE PROFUNDIZACIÓN

Las actividades complementarias tienen por objeto servir como refuerzo o ampliación de las previstas en el desarrollo de la unidad didáctica.

UN ESTUDIO ESTADÍSTICO: FACTORES PARA ELEGIR LA MUESTRA

Se desea realizar un estudio estadístico entre los alumnos del instituto sobre su rendimiento escolar en las distintas materias que se imparten. Para ello se estima conveniente tomar una muestra de los alumnos y se está pensando en qué factores será necesario tener en cuenta para confeccionar la misma:

edad	profesión de los padres
sexo	aficiones de los alumnos
curso	profesor de la materia
especialidad	horario del centro
barrio de procedencia	horas de estudio diario

Valora los factores anteriores y elige razonadamente los dos que a tu juicio deberán tenerse en cuenta para estratificar la muestra.

Teniendo en cuenta los factores que has elegido, ¿qué información necesitarías para preparar la muestra? ¿Cómo seleccionarías finalmente a los individuos?

LAS 125 DEL MERCADO ESPAÑOL FRENTE A FRENTE

A continuación se presentan los datos de un estudio comparativo realizado con 6 motocicletas de 125 centímetros cúbicos del mercado español:

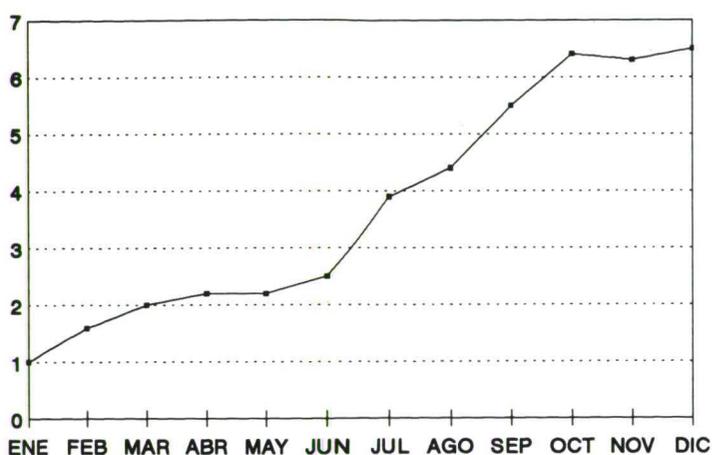
MOTO	VELOCIDAD	ACELERACIÓN	POTENCIA	PRECIO
APRILIA AF1	149	17,01	19,0	547.000 ptas.
CAGIVA FRECCIA	160	16,27	23,7	559.477 ptas.
GILERA KK	145	16,05	20,0	534.352 ptas.
HONDA NSR	140	17,55	18,4	489.000 ptas.
SUZUKI GAMMA	140	17,56	17,5	409.800 ptas.
YAMAHA TZR	145	16,75	19,6	505.100 ptas.

A partir de la tabla construye gráficas que te permitan analizar la variación de los caracteres estudiados en las motos.

EL ÍNDICE DE PRECIOS AL CONSUMO (IPC)

El IPC es un indicador de la evolución de los precios. Su cálculo se hace mensualmente partiendo de los precios de los productos alimenticios, vivienda, transporte, etc. de tal forma que este dato sirve para estudiar la evolución general de los precios y, por tanto, es la base para las negociaciones de los convenios colectivos de los trabajadores, ajustes económicos del gobierno, control de determinadas importaciones, etc. En general, cuando el gobierno hace público el IPC mensual, todos los medios de comunicación se hacen eco de ello y suelen presentar la información sobre el IPC acumulado en los meses transcurridos en lo que va de año, en forma de gráficas como la siguiente (diagrama de líneas) referida año 1990:

IPC 1.990



a) ¿En qué mes se ha producido la mayor subida del IPC? ¿Cuál es la variación del IPC en el primer semestre del año? ¿Y en el segundo? ¿En qué trimestre es mayor la variación del IPC?

b) Los valores del IPC en los respectivos meses del año 1987 son los siguientes:

ENERO	0,7	MAYO	-0,1	SEPTIEMBRE	0,9
FEBRERO	0,5	JUNIO	0	OCTUBRE	0,7
MARZO	0,5	JULIO	1	NOVIEMBRE	-0,3
ABRIL	0,3	AGOSTO	0	DICIEMBRE	0,4

Dibuja un gráfico del IPC de 1987 similar al que tienes de 1990. Compara los resultados obtenidos con los de 1990.

c) ¿Resultaría adecuado un diagrama de sectores para representar los datos anteriores? ¿A qué crees que es debido que se vayan acumulando los valores de los meses y no se haya hecho un diagrama representando directamente el valor del IPC de cada uno de los meses?

d) Calcula el valor medio del IPC a lo largo del año 87. Halla también la desviación típica. ¿Puede considerarse normal el IPC de julio? ¿Y el de marzo?

EL EFECTO DE UN BUEN ENTRENAMIENTO

Se han realizado dos cronometrajes en una carrera de 200 metros lisos a un grupo de 12 atletas, uno antes y otro después de una serie de entrenamientos específicos. Los resultados obtenidos son los que aparecen en la matriz de datos adjunta.

a) Completa la tabla inferior y construye a partir de ella los histogramas correspondientes.

b) Calcula la media y desviación típica de cada una de las series de datos. ¿Cuándo se obtienen resultados más regulares, antes o después de los entrenamientos? Razona tu respuesta.

ATLETA	ANTES	DESPUÉS	TIEMPO	ANTES		DESPUÉS	
	ENTRENO	ENTRENO		NÚM	%	NÚM	%
A	22,6	22,6	22-23				
B	26,5	25,1	23-24				
C	27,9	26,8	24-25				
D	27,8	25,4	25-26				
E	29,7	27,1	26-27				
F	28,8	25,9	27-28				
G	26,5	24,7	28-29				
H	24,9	23,9	29-30				
I	24,9	24,4					
J	22,1	22,4	TOTAL				
K	24,9	24,5					
L	22,6	23,5					

PERSONAS QUE VIVEN EN UNA BARRIADA

La asociación de vecinos desea conocer las características de los diferentes tipos de viviendas que configuran el barrio. Por ello, entre otras cosas, tiene interés en saber *cómo son los edificios del barrio, en lo referente del número de personas que los habitan*. Para ello se le ha preguntado el número de personas que viven en el edificio al presidente de la comunidad de cada uno de los portales y se han obtenido los siguientes datos:

63, 69, 83, 85, 93, 73, 80, 94, 104, 125, 141, 152, 115, 120, 127, 139, 105, 114, 123, 121, 128, 90, 75, 137, 131, 73, 62, 100, 109, 117, 124, 103, 133, 138, 143, 110, 60, 91, 87, 156, 147, 134, 129, 96, 99, 72, 104, 97, 84, 98, 78, 71, 113, 63, 69, 76, 86, 88, 77, 124, 116, 119, 102, 107, 106, 111, 119, 107, 100, 109, 83, 85, 93, 93, 118, 116, 117, 133, 155, 143, 112, 85.

A partir de los datos anteriores construye una tabla y una gráfica que nos permitan obtener de una manera clara la información que buscamos.

LAS CALIFICACIONES DE MATEMÁTICAS Y DE LENGUA

A continuación tienes la matriz de datos con los resultados de Lengua y Matemáticas de 45 alumnos y alumnas del centro. En la misma se indica el número de clase del alumno o alumna (los impares en la columna de la izquierda y los pares en la de la derecha), su sexo, la nota de lengua y la de matemáticas (sobre 10 puntos)

CALIFICACIONES DE LENGUA Y MATEMÁTICAS DE 45 ALUMNOS

NÚM.	SEXO	LENGUA	MATEMA.	NÚM.	SEXO	LENGUA	MATEMA.
1	MUJ	6	7	2	HOM	5	8
3	HOM	3	6	4	MUJ	4	5,50
5	HOM	1	5	6	MUJ	5	6,50
7	HOM	2	7	8	MUJ	5	4,50
9	MUJ	5	3,50	10	HOM	9	8
11	MUJ	8	4	12	HOM	7	9
13	MUJ	5	5	14	MUJ	5	6
15	MUJ	5	6	16	HOM	5	3
17	HOM	6	1	18	MUJ	3	5
19	MUJ	3	9	20	HOM	5,50	5
21	HOM	4,50	6	22	MUJ	7	5
23	HOM	1,50	0	24	HOM	5	9,50
25	MUJ	9	1,50	26	MUJ	7	5,50
27	HOM	10	6	28	HOM	3	8
29	HOM	7,50	2,50	30	HOM	8	1
31	MUJ	10	5,50	32	MUJ	6	4
33	HOM	6,50	5	34	MUJ	5	5
35	MUJ	5	5	36	HOM	4	1,50
37	HOM	5	6	38	HOM	3	8
39	HOM	2,50	0	40	MUJ	6	5
41	HOM	5,50	8,50	42	HOM	6,50	8
43	MUJ	7	5	44	HOM	8	6,50
45	HOM	3,50	1				

a) Completa la siguiente tabla:

CALIFICACIÓN	NÚM. CHICOS	NÚM. CHICAS	TOTAL	
			Nº	%
MD	0-2,5			
IN	2,5-5			
SU	5-6			
BI	6-7			
NO	7-8,5			
SB	8,5-10			

b) Realiza las gráficas que estimes oportunas para poder comparar claramente los resultados de los chicos con los de las chicas. A la vista de las gráficas valora los resultados.

c) Desamos ver si se corresponden las buenas notas en Matemáticas con las buenas notas en Lengua, es decir, si los alumnos que obtienen buenos resultados en matemáticas también tienen notas altas en Lengua y, por el contrario, si los que sacan malas notas en matemáticas también van mal en Lengua. Construye una tabla o una gráfica que permita comprobarlo.

BUSCANDO EL SUELDO MÁS JUSTO

Pretendemos estudiar la distribución de los sueldos en un taller de artes gráficas. Los sueldos mensuales de los trabajadores son los de la tabla siguiente:

<u>SUELDO</u>	<u>Nº TRABAJADORES</u>
59.500	2
62.000	2
80.000	2
85.500	3
88.000	2
92.000	2
98.000	6
102.000	2
115.000	1
148.000	1
245.000	1

a) ¿Cuál es el sueldo más frecuente?

b) ¿Cuánto debería cobrar un trabajador para que la mitad de los trabajadores de la empresa ganen menos que él (o como mucho lo mismo que él) y la otra mitad de la empresa gane más (o cuando menos igual)?

c) Si el total de lo que ganan entre todos se repartiera de manera equitativa, ¿cuánto debería ganar cada trabajador?

d) ¿Cuál de los tres sueldos que has calculado en los apartados anteriores te parece más representativo del total de los sueldos de la empresa?

CONTROL DE CALIDAD

En una fábrica de coches una de las piezas del motor de un determinado modelo se fabrica automáticamente con una máquina. Por perfecta que sea esta máquina, es imposible que todas las piezas salgan exactamente iguales. Queremos saber si es tolerable o no el número de piezas defectuosas.

Las longitudes, en milímetros de cien de estas piezas, elegidas al azar a lo largo de una semana, son las siguientes:

20,50	,50	,48	,51	,49	,49	,52	,45	,49	,48	,45	,46
,43	,53	,53	,51	,48	,50	,52	,47	,53	,55	,45	,50
,46	,53	,53	,57	,46	,52	,56	,51	,48	,48	,54	,50
,55	,47	,47	,53	,50	,50	,46	,52	,49	,47	,50	,54
,51	,49	,54	,49	,53	,53	,47	,50	,51	,49	,54	,44
,46	,46	,50	,47	,49	,50	,52	,59	,46	,50	,57	,55
,48	,52	,44	,50	,56	,51	,53	,57	,47	,47	,53	,50
,54	,49	,45	,49	,46	,45	,51	,42	,49	,45	,47	,51
,52	,48	,51	,47								

La pieza debería tener una longitud de 20,50 mm. Se consideran defectuosas las piezas de longitud menor de 20,45 mm o mayor de 20,55 mm.

- ¿Cuál es la población, la muestra y el carácter que se estudia?
- Representa los datos en un histograma, dividiéndolos previamente en 8 intervalos.
- Calcula el porcentaje de piezas defectuosas que hay en la muestra. ¿Se puede decir algo sobre el número de piezas defectuosas que fabricará la máquina en una semana?
- Calcula la media y la desviación típica. Halla el porcentaje de piezas comprendido en $(x - s, x + s)$ y en $(x - 2s, x + 2s)$. ¿Se corresponden con los de una distribución normal?

SELECCIÓN DE PERSONAL

Una empresa dedicada a la venta y reparación de automóviles ha realizado una prueba a los aspirantes a cubrir las plazas vacantes de VENDEDOR y de ADMINISTRATIVO. La prueba tenía dos partes: la primera estaba diseñada para valorar la aptitud del aspirante como vendedor y la segunda tenía por objeto valorar su aptitud como administrativo. Se puntuaron de 0 a 50 puntos cada una de las partes de la prueba.

En la primera parte la media de calificaciones ha sido de 28 puntos y la desviación típica 3,4 puntos. En la segunda parte los resultados han sido, respectivamente, 24 puntos y 2,1 puntos.

¿Qué tipo de trabajo debe asignarse a un aspirante que ha obtenido 33 puntos en la primera parte de la prueba y 28 puntos en la segunda?

LA ELECCIÓN DEL PROFESOR

Un alumno “muy previsor” quiere escoger una asignatura de la que dan clase dos profesores diferentes: Mariano Table y Rosa Probado. Según datos del año pasado, la nota media de los alumnos de don Mariano ha sido 6,1 y la desviación típica 0,95. En cuanto a los alumnos de doña Rosa su nota media fue de 5,2 y la desviación típica 2,2. A la vista de estos datos y suponiendo que puede elegir el profesor,

a) ¿qué profesor debe elegir si lo que desea es *aprobar sin demasiadas complicaciones*?

b) ¿qué profesor debe elegir si lo que desea es conseguir la nota más alta posible?

LA CARRERA DE CABALLOS: NUEVAS REGLAS

Se trata de un juego de características similares al que se ha propuesto con el mismo nombre en la unidad didáctica de Introducción al Azar. En esta ocasión participan 6 caballos en la carrera, representados por otras tantas fichas que se sitúan en las casillas iniciales. También necesitaremos dos dados y el tablero de juego.

Antes de iniciar la carrera, cada jugador apostará por el caballo que cree que va a ganar. Hechas las apuestas, se lanzan sucesivamente los dos dados y, tras cada tirada, se restan las puntuaciones obtenidas en ambos. El caballo cuyo número coincida con el resultado avanza una casilla hacia la meta y los demás se mantienen en su lugar. Gana la carrera el caballo que cruza la meta en primer lugar. Ganarán el juego el jugador o jugadores que hayan apostado por el caballo ganador.

SALIDA

0								
1								
2								
3								
4								
5								

META



EL MISMO SIGNIFICADO

Relaciona del modo que creas más conveniente cada una de las frases de la columna de la izquierda con una de la derecha:

No puede suceder	Muy probable
No sucede muy a menudo	Improbable
Sucede bastante a menudo	Probable
Sucede casi siempre	No muy probable
Sucede siempre	Equiprobable
Tienen las mismas posibilidades	Imposible

EL PROBLEMA DE ANA Y LUISA

Dos amigas, Ana y Luisa, pretenden resolver un problema que les ha propuesto el profesor de matemáticas. La probabilidad de que lo resuelva Ana es de un 40 %, mientras que Luisa suele tener más eficacia en este campo y la probabilidad de que lo resuelva es de un 75 %.

- Calcula la probabilidad de que lo resuelvan las dos (ayúdate de un diagrama de árbol).
- ¿Cuál es la probabilidad de que lo resuelva solamente una de ellas?
- ¿Cuál es la probabilidad de que no lo resuelva ninguna de las dos?

BUSCANDO UN PAR DE GUANTES

En un cajón tenemos mezclados 20 pares de guantes de lana.

- Si sacamos dos guantes del cajón, ¿cuál es la probabilidad de que sean uno de cada mano?
- ¿Cuál es el menor número de guantes que tengo que sacar del cajón para estar seguro de tener un guante de cada mano?

BOLAS DE COLORES

En una bolsa hay 10 bolas blancas, 8 rojas y 4 verdes. Se extraen dos bolas de la bolsa, una a una y sin devolver la primera a la bolsa una vez extraída. Calcula la probabilidad de que:

- a) la primera sea blanca y la segunda sea verde;
- b) una sea blanca y otra sea verde;
- c) las dos sean del mismo color.

ASIGNATURAS PENDIENTES

La siguiente tabla de contingencia muestra la composición de una clase en cuanto al sexo de los alumnos y la circunstancia de tener o no asignaturas pendientes del curso anterior:

	CON PENDIENTES	SIN PENDIENTES	TOTAL
CHICOS	12	4	16
CHICAS	16	8	24
TOTAL	28	12	40

- a) Indica: el número de varones; el número total de alumnos sin asignaturas pendientes.
- b) Si elegimos al azar una chica de la clase, ¿cuál es la probabilidad de que tenga asignaturas pendientes?
- c) Sabemos que un chico de la clase se ha dado de baja en el centro. ¿Cuál es la probabilidad de que tuviera asignaturas pendientes?
- e) Ayer ha faltado a clase alguien con asignaturas pendientes, ¿qué probabilidad hay de que haya sido una chica?

TIROS DE PERSONAL

Un jugador de baloncesto suele encestar el 70% de sus tiros de personal. Tiene que lanzar una personal de las llamadas de “uno más uno”: esto implica que hace un lanzamiento y si encesta tiene la oportunidad de hacer un segundo lanzamiento; en caso de fallar el primero no puede hacer el segundo lanzamiento. De esta forma, tiene la posibilidad de conseguir para su equipo cero, uno o incluso dos puntos. ¿Cuál es la probabilidad que tiene de obtener cada una de las puntuaciones anteriores? ¿Qué es lo más probable que puede suceder?

UN JUEGO CON DADOS

Celia y Miguel juegan con dos dados; el juego consiste en lo siguiente: lanzan sucesivamente los dos dados y restan los puntos obtenidos en cada dado; si la diferencia es 0, 1 o 2 gana Celia y si la diferencia es 3, 4 o 5 gana Miguel. ¿Cuál de los dos es más probable que gane?

En cada partida tienen como premio el total de lo apostado entre ambos. Si Celia apuesta 20 ptas. cada vez, ¿cuánto debe apostar Miguel para que el juego sea justo?

LA BARRACA DE FERIA

En una barraca de feria proponen un juego que consiste en insertar anillas en un pivote. Cada jugada cuesta 50 pesetas, que dan derecho a lanzar 4 anillas. Para conseguir un premio hay que tener al final de la partida más de 10 puntos. Las reglas para ganar o perder puntos son las siguientes:

—por cada acierto se suman 5 puntos;

—por cada fallo se restan 3 puntos.

¿Con cuántos puntos se puede acabar el juego? ¿Resulta fácil ganar el premio?

LAS TRES FICHAS

Se trata de un juego para dos jugadores. Se dispone de una bolsa con tres fichas, una roja por ambas caras, otra verde por ambas caras y una tercera con una cara roja y otra verde. Uno de los jugadores saca una ficha de la bolsa y le muestra una de sus caras al otro jugador; éste tiene que adivinar el color que hay en la otra cara. ¿Qué estrategia le recomendarías? ¿Y lo menos probable?

EL RESTAURANTE

En el restaurante italiano “El Cucharone” disponen de un comedor con 9 mesas. Los sábados y domingos muchos de sus clientes llaman con antelación solicitando la reserva de mesas. Sin embargo, en ocasiones algunos fallan a última hora y su mesa queda libre. El señor Luca Marero, propietario del local, estima que suele fallar una de cada seis reservas y, por ello, ha decidido aceptar hasta 11 reservas de mesa para cada comida, en previsión de que alguna de ellas quede anulada. ¿Es acertada su estrategia? ¿En qué proporción de casos puede encontrarse con más clientes que mesas a la hora de la comida?

EL ESTANQUE

En un estanque hay peces de distintas especies. Queremos saber que proporción hay de peces de cada especie y cuántas especies hay pero, como el agua está muy turbia, no podemos contarlos a simple vista. Decidimos sacar unos cuantos peces, marcarlos para distinguirlos de los otros y devolverlos al agua; a continuación sacamos una segunda muestra donde esperamos que haya peces marcados y sin marcar.

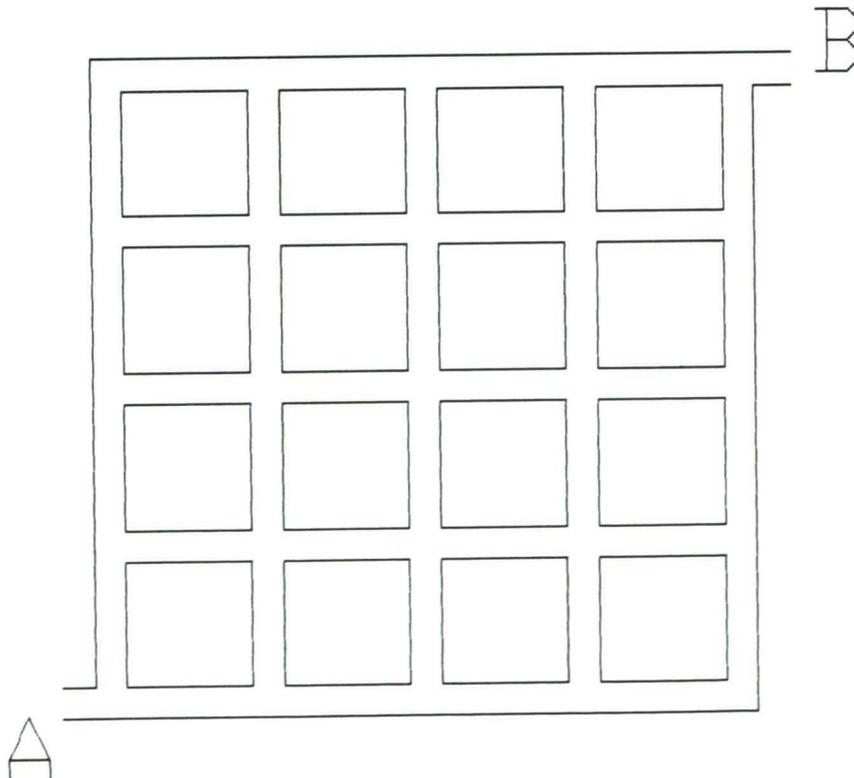
Con esta información, ¿te atreverías a dar el valor máximo y mínimo entre los que se encuentra comprendido el número de peces?

(Haz la simulación con la bolsa de bolas de colores que te proporciona el profesor).

EL LABERINTO

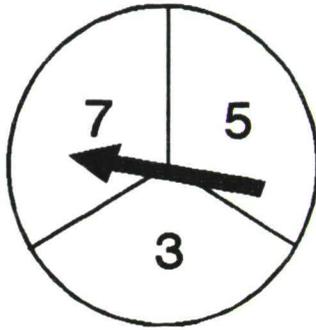
La siguiente figura representa un laberinto. Por la entrada A se introduce un ratón y por la B un gato. Ambos van a la misma velocidad hacia la salida opuesta, alejándose siempre del punto por el que han entrado. En cada cruce, eligen al azar uno de los dos caminos posibles (el ratón puede ir hacia el norte o hacia el este y el gato hacia el sur o el oeste). Si el gato encuentra al ratón, ... ¡se lo come!.

¿Conseguirá escaparse el ratón? ¿Se lo comerá el gato? ¿Tu por quién apostarías? Haz la simulación con un compañero.

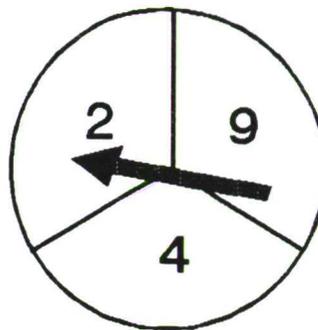


LA PARADOJA DE CONDORCET

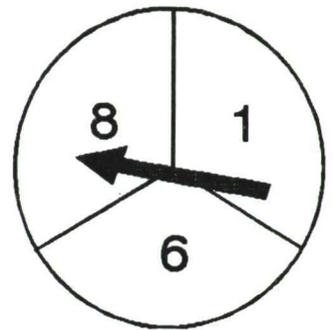
Elige una ruleta, yo elijo otra. Hazlas girar: el que obtenga un número más alto gana y ... YO GANO SIEMPRE, ¡AL MENOS MAS A MENUDO QUE TÚ! ¿Lo comprobamos?



A



B



C

BIBLIOGRAFÍA

- ALLEN PAULOS, J.: *El hombre anumérico*. Tusquets, Barcelona, 1990.
- ARRIETA, J., CASCANTE, C. y ROZADA, J. M.: *Desarrollo curricular y formación del profesorado*. Cyan, Gijón, 1989.
- CALOT, G.: *Curso de Estadística descriptiva*. Paraninfo, Madrid, 1985.
- CALVO, C. y otros: *Estadística y probabilidad. Material de apoyo para la experimentación de la reforma del ciclo superior de EGB*. MEC. Madrid, 1987.
- COLERA, J., GUZMAN, M. y SALVADOR, A.: *Matemáticas 1º BUP, 3º BUP y COU*. Anaya, Madrid, 1987.
- COLL, C.: *Psicología y currículum*. Laia, Barcelona, 1987.
- COMISIÓN COCKCROFT: *Las matemáticas sí cuentan. Informe COCKCROFT*. MEC, Madrid, 1985.
- DÍAZ, J., BATANERO, M^a. C. y CAÑIZARES, M^a. J.: *Azar y probabilidad*. Síntesis, Madrid, 1987.
- ELLIOT J. y otros: *Investigación/acción en el aula*. Generalitat Valenciana, Valencia, 1986.
- ENGEL, A.: *Probabilidad y estadística* (vol. 1 y 2). Mestral, Valencia, 1988.
- GARDNER, M.: *¡Ajá! Paradojas. Paradojas que hacen pensar*. Labor, Barcelona, 1983.
- GIMENO, J.: *El currículum: una reflexión sobre la práctica*. Morata, Madrid, 1988.

- GIMENO, J.: *La pedagogía por objetivos. Obsesión por la eficiencia*. Morata, Madrid, 1982.
- GLAYMANN, M. y VARGA, T.: *Las probabilidades en la escuela*. Teide, Barcelona, 1975.
- GONZÁLEZ, F. Y VILLANOVA, J.: *Curso práctico de matemáticas -COU. II Letras*. Edunsa, Barcelona, 1990.
- GRUP ZERO: *Estadística i atzar*. Vicens Vives, Barcelona, 1981.
- GRUPO AZARQUIEL: *Regresión y correlación. Una aproximación intuitiva*. ICE Universidad Autónoma, Madrid.
- GRUPO AZARQUIEL: *Curso inicial de Estadística en el Bachillerato*. ICE Universidad Autónoma, Madrid, 1982.
- GRUPO CERO: *De 12 a 16. Un proyecto de curriculum de matemáticas*. Vol. 1, 2 y 3. Generalitat Valenciana, Valencia, 1988.
- HOMES, P. T OTROS: *Statistic in your world, Schools Council Project on Statistical Education*. W. Foulsham & Co. limited, Slough, England, 1980.
- KEMMIS, S. y McTAGGART, R.: *Cómo planificar la investigación-acción*. Laertes, Barcelona, 1987.
- MEC: *Hacia la reforma. Documentos*. MEC, Madrid, 1985.
- MEC: *Diseño curricular base de la Enseñanza Secundaria Obligatoria*. MEC, Oviedo, 1989.
- MEC: *Ley Orgánica General del Sistema Educativo*. MEC, Madrid, 1990.
- NORTES, A.: *Encuestas y precios*. Síntesis, Madrid, 1987.
- ORTON, A.: *Didáctica de las matemáticas*. Morata-MEC, Madrid, 1990.
- SANCHÍS, C. y otros: *Hacer estadística*. Breda-Alhambra, Madrid, 1986.
- SHELL CENTRE FOR MATHEMATICAL EDUCATION: *El lenguaje de funciones y gráficas*. (Traducción y adaptación de ALAYO, F.). MEC-Universidad del País Vasco, Bilbao, 1990.
- STENHOUSE, L.: *Investigación y desarrollo del curriculum*. Morata, Madrid, 1984.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN Y CIENCIA
DIRECCIÓN PROVINCIAL DE ASTURIAS
CENTRO DE PROFESORES DE AVILÉS