Materiales Didácticos

Dibujo Técnico

BACHILLERATO

Ministerio de Educación y Ciencia

Materiales Didácticos

Ciencias de la Naturaleza y de la Salud / Tecnología

Dibujo Técnico

Autora:
Sofía Calvo Montoro

Coordinación:
Eugenio Bargueño Gómez
del Servicio de Innovación

Ministerio de Educación y Ciencia

DEPARTAMENTO DE INFORMACIÓN, DOCUMENTACIÓN, EDICIÓN Y DIFUSIÓN

C. N. R. E. E. / SERVICIO DE INNOVACIÓN:

- *Coordinación de la edición:* Ana Francisca Aguilar Sánchez
- *Maquetación y supervisión de pruebas:* Salvador Peña Neva

Ministerio de Educación y Ciencia
Secretaría de Estado de Educación

N. I. P. O.: 176-93-101-5
I. S. B. N.: 84-369-2408-8
Depósito legal: Z-2203-93
Realización: EDELVIVES

Prólogo

La finalidad de estos materiales didácticos para el Bachillerato es orientar a los profesores que, a partir de octubre de 1993, impartirán las nuevas enseñanzas de Bachillerato en los centros que han anticipado su implantación. Pretenden facilitarles el desarrollo de las materias de segundo curso, algunas de las cuales continúan las de primer curso. Con estos materiales el Ministerio de Educación y Ciencia quiere facilitar a los profesores la aplicación y desarrollo del nuevo currículo en su práctica docente, proporcionándoles sugerencias de programación y unidades didácticas que les ayuden en su trabajo; unas sugerencias, desde luego, no prescriptivas, ni tampoco cerradas, sino abiertas y con posibilidades varias de ser aprovechadas y desarrolladas. El desafío que para los centros educativos y los profesores supone el haber anticipado desde el curso 1992/93 la implantación de las nuevas enseñanzas, constituyéndose con ello en pioneros de lo que será más adelante la implantación generalizada, merece no sólo un cumplido reconocimiento, sino también un apoyo por parte del Ministerio, que a través de estos materiales didácticos pretende ayudar a los profesores a afrontar ese desafío.

El Ministerio valora muy positivamente el trabajo de los autores de estos materiales, que se adaptan a un esquema general propuesto por el Servicio de Innovación, de la Subdirección General de Programas Experimentales, y han sido elaborados en estrecha conexión con los asesores de este Servicio. Por consiguiente, aunque la autoría pertenece de pleno derecho a las personas que los han preparado, el Ministerio considera que son útiles ejemplos de programación y de unidades didácticas para la correspondiente asignatura, y que su utilización por profesores, en la medida en que se ajusten al marco de los proyectos curriculares que los centros establezcan y se adecuen a las características de sus alumnos, servirá para perfeccionar estos materiales y para elaborar otros.

La presentación misma, en forma de documentos de trabajo y no de libro propiamente dicho, pone de manifiesto que se trata de materiales con cierto carácter experimental: destinados a ser contrastados en la práctica, depurados y completados. Es intención del Ministerio seguir realizando ese trabajo de contrastación y depuración a lo largo del próximo curso, y hacerlo precisamente a partir de las sugerencias y contrapropuestas que vengan de los centros que se anticipan a la reforma.

El Real Decreto 1179/1992 de 2 de octubre, por el que se establece el currículo de Bachillerato, contiene en su anexo la información referida a esta asignatura que aparece reproducida al término del presente volumen.

Índice

Introducción

Los contenidos que nos propone el currículo oficial (*Ver Anexo)* son los fundamentos del *Dibujo Técnico*, lenguaje cuyo conocimiento permitirá al alumno comunicar sus ideas con claridad y objetividad, encontrar soluciones gráficas precisas, interpretar planos y usar las normas, que amplían el ámbito de dicho lenguaje dándole un carácter universal.

Al realizar la programación de esta materia consideraremos, paralelamente a los contenidos, los objetivos y los criterios de evaluación que se nos proponen. Cada profesor realizará una programación de acuerdo con sus criterios didácticos y su propia experiencia en el aula, que sea adecuada al grupo de alumnos a quienes vaya dirigida.

Conviene analizar previamente los posibles enfoques que puede tener dicha programación. En cada uno de ellos se procurará equilibrar los contenidos de los tres ámbitos fundamentales de la materia: los trazados geométricos y descriptivos, la normalización y las técnicas gráficas, refiriendo todo ello a su aplicación práctica en los distintos campos del diseño (industrial, gráfico, arquitectónico,...).

A modo de ejemplo, se pueden considerar tres posibles enfoques, que parecen los más adecuados al planteamiento de una programación de *Dibujo Técnico*.

Enfoque I

Consiste en presentar los contenidos partiendo de las construcciones simples hasta llegar a las complejas y a su posterior aplicación.

Partiendo de este enfoque, el planteamiento de la programación del curso podría ser éste:

- Dedicar el **primer trimestre** al conocimiento de la Geometría Métrica, utilizando una estrategia de doble alcance: por una parte, exponer contenidos y proponer ejercicios y problemas que el alumno resolverá con la mayor exactitud, pero sólo a lápiz, lo que le permitirá realizar más trazados durante la clase, adquiriendo así soltura y seguridad en la obtención de soluciones gráficas y, por otra parte, proponer *tareas de aplicación* de los trazados aprendidos, como el dibujo de piezas (aplicación de tangencias), el diseño de un laberinto (aplicación de construcción de polígonos), el análisis de los movimientos que puede haber en un artesonado islámico o el de las transformaciones de un rosetón gótico. En estas tareas se aplicarán técnicas gráficas como la tinta, los rayados y las tramas. Si se dispusiera de un programa de ordenador tipo CAD en el aula, sería interesante que los alumnos fueran realizando con él alguno de estos trabajos y comprobaran la exactitud que se puede alcanzar en los resultados.

- El **segundo trimestre** podría comenzar con los sistemas de representación. Se sugiere empezar por las axonometrías, ortogonales y oblicuas, analizando sus métodos operativos y sus relaciones con las transformaciones, y, más adelante, pasar al sistema diédrico, viendo las analogías entre dichos sistemas, lo que ayudará al alumno a entenderlos mejor. La propuesta de *tareas* será la misma que en el trimestre anterior: ejercicios y problemas realizados a lápiz para que el alumno se familiaricen con los trazados descriptivos y tareas de aplicación realizadas a tinta o con el ordenador. Es aconsejable realizar las tareas de aplicación de estos contenidos simultáneamente en sistema diédrico y en una axonometría. Éstas podrían ser: dibujos de piezas con realización de secciones, sección de un cubo por dos planos inclinados y composición escultórica a partir de las piezas obtenidas, análisis de una figura de ajedrez, despiece de un bolígrafo o estudio de la utilización de las axonometrías en una perspectiva «imposible» de Escher.

- En el **tercer trimestre** se comenzará con la perspectiva cónica, viendo su relación con las homologías y analizando sus ámbitos de aplicación. Se expondrán, a continuación, los temas de Normalización y Técnicas Gráficas, proponiendo, como se ha hecho anteriormente, ejercicios y problemas para ser resueltos a lápiz.

  En cuanto a *tareas de aplicación*, es interesante plantear la realización de proyectos presentados en sus distintas fases, lo que supone un recorrido por todos los contenidos del curso

Cada proyecto estará integrado por:

- **Memoria.** Breve escrito con las consideraciones funcionales y ergonómicas en que se ha basado el trabajo y con la propuesta de los materiales que se consideren adecuados para su posible realización.
- **Boceto.** Perspectiva a mano alzada, con técnica libre, con posibilidad de color, que sea un reflejo de la idea básica del proyecto.
- **Croquis acotado.** Dibujo a lápiz, a mano alzada, de las vistas necesarias para describir el objeto creado.
- **Dibujo de taller.** Representación en sistema diédrico de dicho objeto con las acotaciones señaladas en el croquis, dibujado a tinta con arreglo a las normas.
- **Perspectiva.** Adecuada al tipo de objeto que proponga el proyecto, a tinta, con arreglo a las normas.
- Si existen talleres adecuados en el Centro, sería muy interesante la realización de una maqueta o prototipo que completara el proyecto.

Podría proponerse, por ejemplo, el diseño de una lámpara de estudio, de un rompecabezas tridimensional, de una silla, dependiendo del nivel y los intereses de cada alumno.

Este enfoque es el idóneo para una clase con alumnas y alumnos de distintas procedencias que hayan estudiado en los cursos anteriores con profesores de dibujo pertenecientes a seminarios que hayan enfatizado más en un ámbito o en otro de la materia. Es un planteamiento claro y ordenado que permite ver la secuenciación lógica de los trazados geométricos y descriptivos, su interrelación y sus posteriores aplicaciones y que facilita al alumno la realización de su propio «libro» de Dibujo Técnico con las anotaciones tomadas en clases, referentes a cada contenido y con los trazados correspondientes.

Enfoque II

Otra forma de organizar los contenidos consiste en comenzar por los trazados descriptivos y añadir los demás contenidos de modo transversal. Considerando este enfoque, el planteamiento de la programación podría ser así:

- Se parte de los Sistemas de Representación, introduciendo los contenidos de Geometría Métrica, Normalización y Técnicas Gráficas según se vayan necesitando. Por ejemplo, al empezar el sistema diédrico y exponer la representación del punto y la recta, se ven los casos de perpendicularidad y paralelismo entre rectas. Cuando haya que dibujar una forma triangular se analizan los distintos tipos de triángulos y sus trazados. Cuando se necesite solucionar determinadas tangencias, se plantean las aplicaciones de la potencia o de las transformaciones. Simultáneamente se considerarán las normas que interesen en cada caso y se expondrán las técnicas y soportes adecuados para la realización de cada dibujo.

En cuanto a la propuesta de tareas este enfoque de la materia permite plantear aplicaciones de los contenidos desde el primer momento, acompañadas a menudo de algún ejercicio o de algún problema. Estas tareas podrían plantearse como proyectos cada vez más amplios según vaya avanzando el curso. Por ejemplo, si se propone diseñar un portalápices prismático que tenga como base un polígono regular presentando boceto, croquis y dibujo de taller, cuando se está exponiendo el sistema diédrico, se puede aplicar simultáneamente un cuestionario sobre los polígonos regulares con ejercicios sobre los trazados más comunes.

Se trata de un planteamiento que resulta muy atractivo para el alumno pues comienza enseguida con las partes de la materia que son nuevas para él mientras que los contenidos que en parte vio en la E. S. O. van apareciendo transversalmente. Este enfoque, que necesita una programación especialmente cuidadosa para no dejar fuera ninguno de los contenidos, es adecuado para los casos en los que el profesor conoce a los alumnos de cursos anteriores, lo que suele darse en centros pequeños. También podría aplicarse a un grupo que, sometido a una evaluación inicial, demostrara tener una madurez suficiente de conocimientos.

Enfoque III

Este tercer enfoque consiste en comenzar directamente por las aplicaciones de los contenidos, planteando la programación de la forma siguiente:

- Proponer cada trimestre varios proyectos completos en sus distintas fases (boceto, croquis, dibujo de taller, perspectiva, memoria y, si es posible, maqueta o prototipo) e ir incluyendo los contenidos adecuados a cada proyecto dentro de los ámbitos fundamentales de la materia: trazados geométricos y descriptivos, técnicas gráficas y normalización.

- Una vez propuesto cada proyecto, el profesor tendrá que exponer la parte de materia correspondiente, planteando también tareas complementarias (cuestionarios, ejercicios, problemas, tests).

- Por ejemplo, uno de los proyectos del primer trimestre podría ser el diseño de un puzzle formado por circunferencias, arcos de circunferencias y segmentos de rectas tangentes entre sí. En este caso el profesor expondría los distintos trazados de tangencias, planteando ejercicios y problemas, las normas para croquizar y acotar y las técnicas y soportes adecuadas para la presentación del proyecto.

Este tercer enfoque, como el segundo, es adecuado para grupos de alumnos que tienen un buen nivel de conocimientos y resulta muy atractivo para ellos porque desde el primer momento ven la aplicación práctica de la materia.

La programación por proyectos debe realizarse con especial cuidado para no olvidar ningún contenido.

Elección de un Enfoque

Antes de decidir el enfoque de la programación, puede ser muy útil realizar una evaluación inicial de cada grupo de alumnos. Teniendo en cuenta que el tipo de alumnado que vamos a encontrar con más frecuencia tendrá niveles individuales distintos de conocimientos, voy a elegir el primero para realizar la programación, pues ofrece una visión ordenada y claramente estructurada de la asignatura: el alumno ve cómo unas construcciones geométricas sencillas son la base de otras más complejas, lo que facilita su comprensión de la materia.

El planteamiento de la programación según este enfoque puede ser también muy atractivo si tenemos en cuenta que la asignatura va dirigida a la aplicación de los contenidos, si proponemos tareas que estimulen el interés de los alumnos y si fomentamos el uso de las tecnologías actuales, cada vez más a nuestro alcance.

Orientaciones didácticas y para la evaluación

Orientaciones generales

En primer lugar, conviene estimular el interés del alumno hacia el *Dibujo Técnico*.

Esto puede lograrse presentando la asignatura como un lenguaje.

Debemos hacer ver al alumno y alumna que se encuentra ante un lenguaje universal y objetivo con el que podrá expresar con exactitud las formas que imagine o que necesite comunicar en un momento dado.

Al mismo tiempo, usando este lenguaje, el alumno podrá comprobar todo lo que el profesor exponga e investigar sobre ello: su laboratorio será sencillo y accesible, le bastará su propio material de dibujo. De este modo aplicará el método científico al conocimiento del dibujo técnico, como nos indican los objetivos generales de la etapa.

Como ejemplos de las aplicaciones de este lenguaje es interesante plantear realizaciones que el alumno conozca desde otro punto de vista: las perspectivas arquitectónicas de Rafael son, en su estructura, un problema de Geometría Descriptiva bien planteado y bien resuelto; las perspectivas imposibles de Escher son problemas planteados por el dibujante, cambiando los puntos de vista para obtener efectos inquietantes (*Figura 1);* y cualquier objeto de nuestro entorno, desde una lata

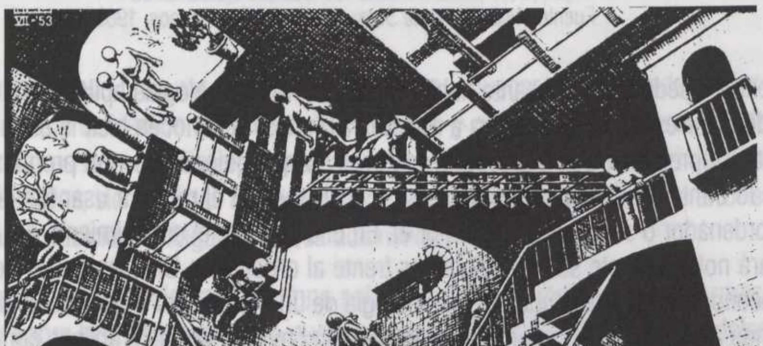


Figura 1: Perspectiva imposible de ESCHER.
Fuente: *De Werelden van M. C. ESCHER,* Ed. Menlewhoff: Amsterdam, 1971.

de refresco hasta un avión pueden describirse gráficamente con toda exactitud, de hecho, los dibujos han sido el primer paso en su proceso de creación y fabricación *(Figuras 2 y 3)*.

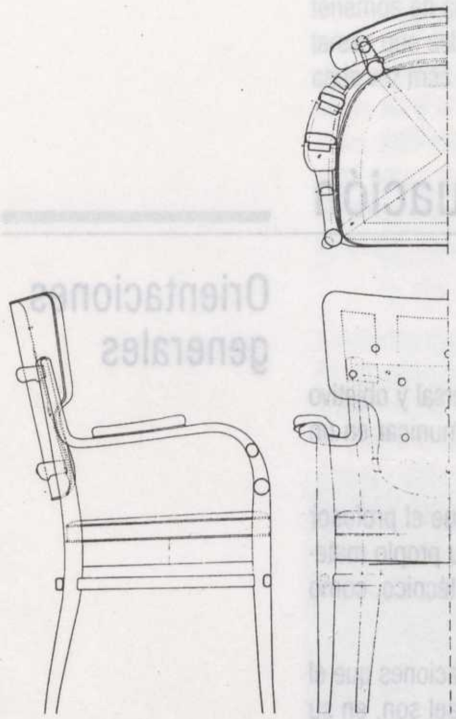
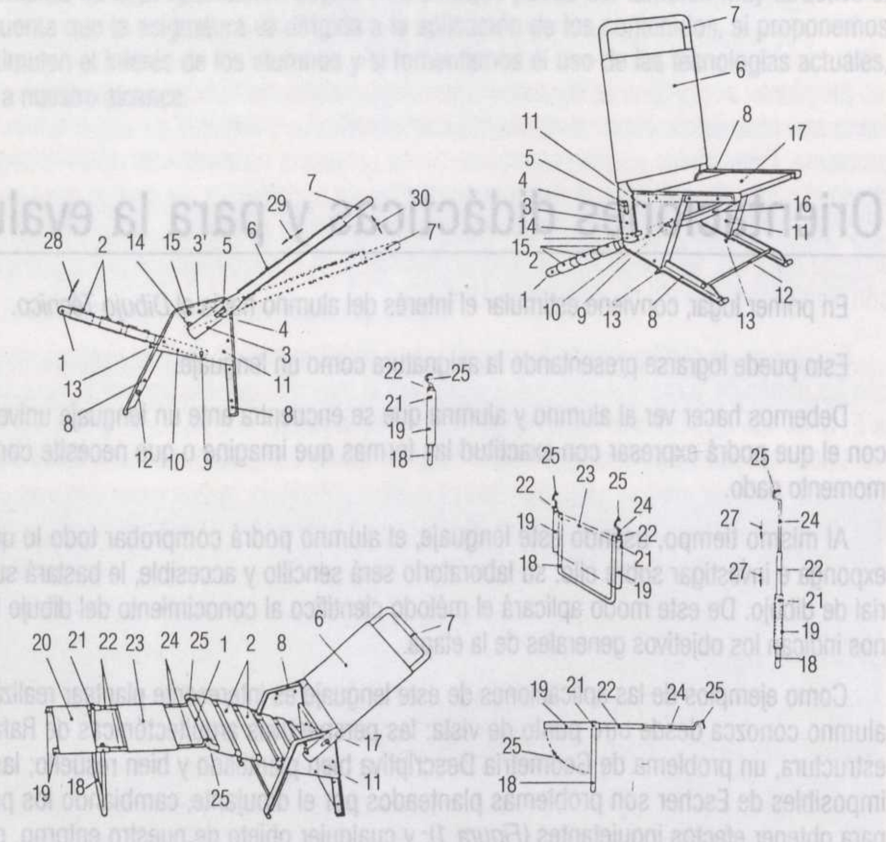


Figura 2: Silla de E. G. ASPLUND.
Fuente: *E. G. Asplund Mobili e Oggetti.* Ed. Electa: Milán, 1985, pág. 105.



Silla de A. de la SOTA
Fuente: *Alejandro de la Sota: Arquitecto.* Ed. Pronaos, 1989, pág. 215.

Por otra parte, puede ser interesante hablar de las nuevas tecnologías aplicadas al dibujo, pues el uso del ordenador es algo que interesa a muchos alumnos: si conocen bien la estructura de este lenguaje podrán representar con trazados descriptivos lo que quieran, con un programa adecuado tipo CAD; de lo contrario, tendrán que limitarse a «calcar» con el ratón, a usar los dibujos de los archivos del ordenador o a «dejarse llevar» por él. En una palabra, el conocimiento del *Dibujo Técnico* les ampliará notablemente sus posibilidades frente al ordenador. Una vez hechos estos razonamientos, es aconsejable plantear nuestra metodología de un modo claro y conciso: explicar al alumno cómo vamos a trabajar, cuáles son los contenidos y cómo los vamos a aplicar, con qué criterios vamos a evaluar y cuáles son los objetivos que queremos alcanzar a lo largo del curso, para el logro de lo establecido en el Decreto de currículo.

El proceso de enseñanza y aprendizaje debe establecer las relaciones entre lo que el alumno ya sabe y lo que está aprendiendo (aprendizaje significativo). Es fundamental que el alumno vea cómo sus conocimientos se van ampliando cuando investigue sobre ellos. Este proceso se desarrolla a través de toda la materia en función de fomentar y motivizar las actitudes que los alumnos y alumnas han de desarrollar a lo largo de este curso. Para conseguir esto la clase debe ser participativa: se fomentará el estudio y la investigación al exponer cada tema, invitando al alumno a descubrir lo que tiene que aprender y a comprobar todo sobre el papel. Por ejemplo, si estamos viendo los abatimientos en Sistema Diédrico, invitaremos a los alumnos a que descubran la relación que existe entre lo proyectado y lo abatido sobre el mismo plano: ellos solos llegarán al teorema de Chasles sin dificultad.

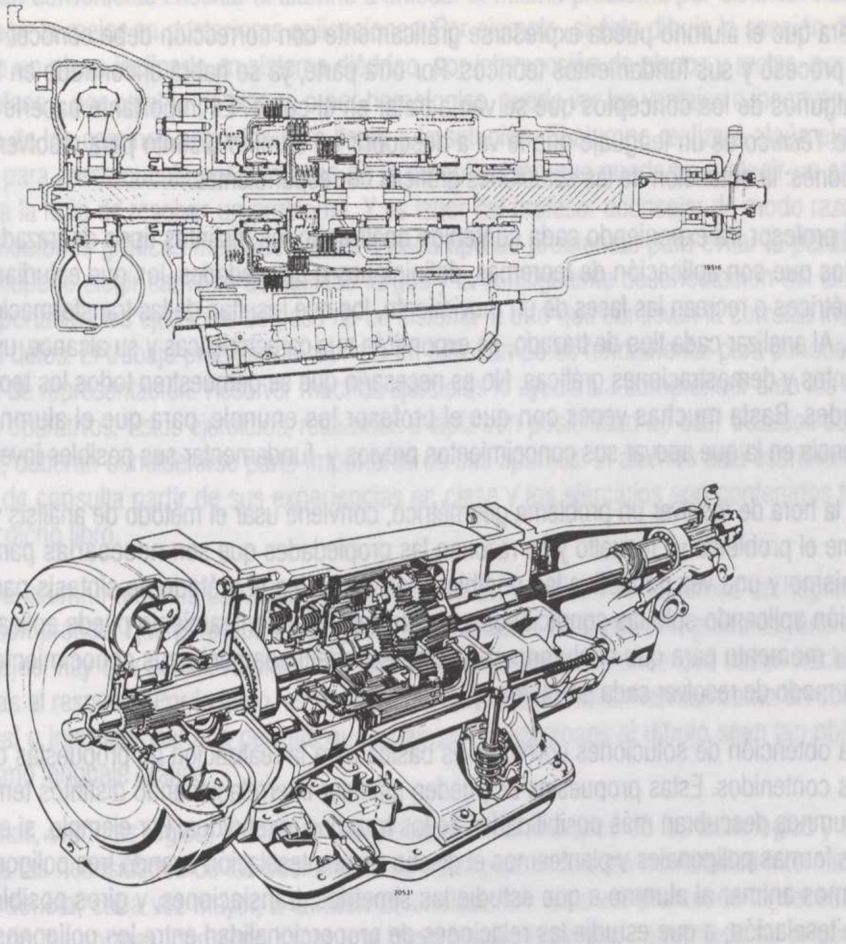


Figura 3: Caja de cambios, SEAT 132.
Fuente: *Dibujo Técnico*. Ed. Bruño: Madrid, 1978, pág. 242.

Al exponer, debemos procurar ser claros y concretos y buscar ejemplos adecuados que ilustren con exactitud lo que queremos decir en cada momento y que, en ningún caso, puedan ser ambiguos o inexactos: es muy común el caso del alumno que, en una evaluación inicial, confunde las elipses con los óvalos, siendo éstas curvas de estructura totalmente distinta. Este error se debe posiblemente a una exposición ambigua de las características de cada curva.

Por otra parte, hay que orientar al alumno sobre las técnicas gráficas y las normas a seguir en cada trabajo y sobre las dificultades que puede encontrar en las distintas tareas adelantándonos a posibles errores: Por ejemplo, en un trazado tan simple como la división de un segmento en partes iguales suelen cometer inexactitudes la mayor parte de los alumnos.

Es importante elegir cuidadosamente los libros de referencia, pues muchas veces el alumno no toma correctamente las anotaciones oportunas y necesita apoyarse en buenos libros con distintos planteamientos de los contenidos. Estos libros deben estar en el *Aula de Dibujo* a disposición de los alumnos para que puedan usarlos en todo momento.

Además del material bibliográfico, el aula de dibujo debe contar con el material básico siguiente: distintos tipos de piezas e instrumentos de medida en cantidad suficiente para que los alumnos puedan usarlos en la ejecución de las tareas oportunas, instrumentos de dibujo de pizarra y tizas de colores y, por lo menos, un ordenador con un programa tipo CAD y una buena impresora o un plotter para realizar trabajos en clase.

Orientaciones específicas

Para que el alumno pueda expresarse gráficamente con corrección debe conocer el porqué de cada proceso y sus fundamentos teóricos. Por otra parte, ya se habrá encontrado en Matemáticas con algunos de los conceptos que se van a tratar en el curso. Es importante hacerle notar que el *Dibujo Técnico* es un lenguaje que le va a descubrir un camino distinto para resolver las mismas cuestiones: la obtención de las soluciones gráficas correspondientes.

El profesor irá exponiendo cada contenido analizando los distintos tipos de trazados geométricos: los que son aplicación de teoremas, definiciones o propiedades, los que estudian los lugares geométricos o recrean las fases de un movimiento, los que resultan de las transformaciones geométricas. Al analizar cada tipo de trazado, se expondrán sus características y su alcance, usando procedimientos y demostraciones gráficas. No es necesario que se demuestren todos los teoremas y propiedades. Basta muchas veces con que el profesor los enuncie, para que el alumno tenga una referencia en la que apoyar sus conocimientos previos y fundamentar sus posibles investigaciones.

A la hora de resolver un problema geométrico, conviene usar el método de análisis y síntesis: se supone el problema ya resuelto y se razonan las propiedades que son **necesarias** para la solución del mismo y una vez pensadas las posibles vías, se aplica el método de síntesis para llegar a la solución aplicando sólo las condiciones **suficientes**. Este planteamiento puede aplicarse desde el primer momento para que el alumno sepa emplear adecuadamente sus conocimientos y elegir el mejor modo de resolver cada problema.

La obtención de soluciones correctas es básica para la realización de propuestas de aplicación de los contenidos. Estas propuestas se pueden plantear interrelacionando distintos temas para que los alumnos descubran más posibilidades de los trazados aprendidos. Por ejemplo, si estamos viendo las formas poligonales y planteamos el diseño de una teselación usando tres polígonos distintos, podemos animar al alumno a que estudie las simetrías, translaciones, y giros posibles dentro de dicha teselación, a que estudie las relaciones de proporcionalidad entre los polígonos usados o a que defina la escala del dibujo para que un elemento de dicha teselación tenga una superficie determinada. Cuando se propongan estos trabajos es conveniente que el profesor vaya dando indicaciones acerca de cómo ejecutar los dibujos con arreglo a las normas. Así, el alumno irá acostumbrándose a ese lenguaje.

Para que el alumno comprenda satisfactoriamente cada uno de los Sistemas de Representación, no es suficiente ver de una manera intuitiva cómo se dibujan determinadas figuras, es fundamental analizar la estructura geométrica de cada Sistema. Sólo así el alumno será capaz de usarlos con corrección y comprenderá la amplitud de posibilidades que esta parte del programa abre ante él. Se expondrán por lo tanto los fundamentos y los métodos operativos de cada sistema y los procedimientos de paso de unos a otros. Da buenos resultados, desde el punto de vista didáctico, comenzar por las axonometrías: la primera dificultad al construir rectas y planos (dificultad que puede ser paliada usando trazados de colores) se ve, más tarde, compensada por la facilidad con que el alumno traslada los métodos operativos al sistema diédrico.

Resulta de gran interés el plantear los mismos problemas, simultáneamente, en distintas axonometrías y en Sistema Diédrico. Por ejemplo, el alumno representa en los dos sistemas la intersección de una figura con un plano, puede comparar las posibilidades que le ofrece cada uno de ellos y ver mejor las concordancias entre los métodos operativos de ambos.

En cuanto a las relaciones de los sistemas de representación con los contenidos de métrica, no debemos olvidar las fundamentales: relación de afinidad entre lo abatido y lo proyectado sobre el mismo plano, relación de afinidad entre las proyecciones de dos secciones planas de un cilindro o un prisma, relación de homología entre las proyecciones de dos secciones planas de un cono o una pirámide y relación de homología en la perspectiva cónica, aplicada al abatimiento del plano geometral.

Es también conveniente enseñar al alumno a enfocar el mismo problema por distintas vías para que sepa elegir la mejor en posteriores aplicaciones. Por ejemplo, si éste dibuja la sección de una pirámide con un plano inclinado en sistema diédrico, por intersección de planos y rectas, por intersección de planos, por cambio de planos o por homologías, puede ver las ventajas e inconvenientes de cada uno de los caminos seguidos para llegar a la solución. El alumno realizará algún ejercicio de este tipo para darse cuenta por sí mismo de la complicación que puede traer elegir un camino inadecuado a la hora de resolver un problema. Y es labor del profesor aconsejar de modo razonado sobre las soluciones gráficas más adecuadas a cada tipo de problemas para evitar la pérdida de tiempo que supone elegir caminos demasiado largos y la consiguiente desorientación del alumno. Son muy importantes los ejercicios de paso de un sistema a otro que conllevan la correcta interpretación de los datos. El trabajo práctico del alumno en este campo es fundamental para conocer bien los sistemas de representación. Resolver muchos ejercicios le ayudará a comprender bien los distintos métodos operativos. Estos ejercicios, realizados a lápiz con posibilidad de usar trazados adecuados de color, deberán considerarse parte importante de sus apuntes. El alumno está escribiendo su propio libro de consulta partir de sus experiencias en clase y los ejercicios son contenidos fundamentales de dicho libro.

Cuando el alumno tenga la capacidad de expresarse en los distintos Sistemas de Representación podrá comprender que para que un proyecto sea realizable no basta con presentar una buena serie de dibujos: hay que acotar, rotular y dar una serie de especificaciones que hacen necesarias unas **Normas** al respecto. Por lo tanto, es el momento de presentarle las Normas como un código a nivel nacional o internacional que permite que estas puntualizaciones al dibujo sean tan objetivas como el mismo lenguaje gráfico.

Las normas, como es lógico, aumentan y evolucionan con el avance de las tecnologías y se van adecuando a las necesidades de las sociedades de cada país o de cada comunidad internacional, con una tendencia, cada vez mayor, a la internacionalización. Una vez planteada la necesidad e importancia de las normas, conviene hacer una breve reseña histórica, comentado su origen y su evolución, para pasar después a analizar los distintos tipos que siguen en vigor, centrándonos en las que afectan al Dibujo Técnico a nivel nacional e internacional. Nos centraremos en trazados, vistas, cortes, secciones, roturas, convencionalismos, simplificaciones, acotación y formatos del papel, según nos proponen los contenidos de este curso. Estos temas deben exponerse con concreción, huyendo de generalidades y proponiendo numerosos ejemplos.

Conviene que el desarrollo de los contenidos de **Técnicas Gráficas** sea paralelo al resto del programa. A principio de curso se hará una exposición clara del material que se va a utilizar analizando sus posibilidades y su utilización correcta. Más adelante, según vayamos planteando tareas, se irán viendo las técnicas adecuadas a cada caso, incluyendo, si es posible, la utilización de las nuevas tecnologías.

Los ejercicios de aplicación que se propongan a lo largo del curso pueden tener distintos enfoques:

a) Análisis de objetos existentes simples o compuestos.

b) Creación de formas nuevas presentadas como proyectos completos.

c) Análisis de diseños actuales significativos.

d) Estudio técnico de dibujos relacionados con la geometría descriptiva realizados en distintas épocas.

Ejemplos de estos tipos de tarea podrían ser:

a) Análisis de un «dispensador» de pastillas de sacarina, tomando los datos del objeto real, presentando croquis acotado, dibujo de taller, despiece con efecto explosión y perspectiva.

b) Diseño de un casco de ciclista, presentado como proyecto completo.

c) Análisis de la cafetera modelo cúpula de Aldo Rossi a partir de su representación en diédrico, realizando una perspectiva con color.

d) Estudio de la aplicación de las axonometrías en un dibujo de Escher.

Orientaciones para la evaluación

Generales

Los criterios de evaluación que se nos proponen son una enumeración de capacidades que el alumno debe adquirir a lo largo del curso y que suponen la consecución de los objetivos generales de la asignatura. Para valorar tales capacidades, el profesor establecerá su propio sistema de evaluación, estructurado por distintos tipos de ejercicios, pruebas o tareas que se calificarán con arreglo a un orden determinado de prioridades. Como sugerencia, podríamos establecer estos cuadros de prioridades, considerando que se califica sobre 10 puntos:

a) Para ejercicios y problemas resueltos a lápiz.
Exactitud en la solución – hasta 5 puntos.
Elección de las construcciones más adecuadas – hasta 3 puntos.
Orden, claridad y limpieza en la presentación – hasta 2 puntos.

b) Para tareas de aplicación de conocimientos realizadas a tinta.
Adecuación y corrección de las construcciones aplicadas – hasta 6 puntos.
Respeto a las Normas – hasta 2 puntos.
Aplicación correcta de las técnicas gráficas – hasta 2 puntos.

c) Para tareas de aplicación propuestas como diseño o creación de nuevas formas.
Calidad del diseño (funcionalidad, ergonomía, estética, originalidad) – hasta 2 puntos.
Realización técnica – hasta 6 puntos.
Respeto a las Normas – hasta 2 puntos.

Los criterios de calificación variarán en función de los distintos trabajos que se propongan a lo largo del curso. Conviene realizar evaluaciones durante el proceso de aprendizaje y al término de cada fase del mismo, esto hará que se puedan subsanar a tiempo posibles errores en los planteamientos. Es muy importante que el registro de los datos de cada alumno en hojas de seguimiento sea claro, objetivo y concreto, para evitar cualquier inexactitud en la evaluación.

Específicas

Ya vimos anteriormente que antes de decidir qué enfoque dar a la programación, conviene hacer una evaluación inicial de cada grupo de alumnos. Esto nos permitirá calibrar con exactitud sus conocimientos previos y adecuar a ellos nuestros planteamientos.

Teniendo en cuenta los contenidos de la Educación Secundaria Obligatoria, se ha elaborado un *cuestionario* que se incluye como sugerencia para dicha evaluación inicial.

CUESTIONARIO PARA UNA EVALUACIÓN INICIAL

Nombre..

Curso...

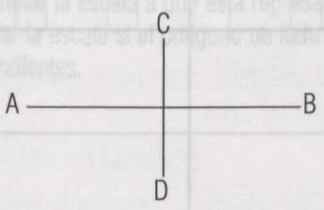
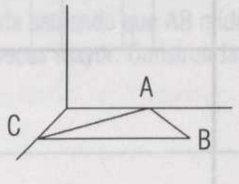
1. Triángulo ABC, siendo: AB = 4 cm BC = 5 cm CA = 3,5 cm	2. Cuadrado de diagonal d. d
3. Dividir el segmento dado en 5 partes iguales. A —————————— B	4. Pentágono regular de lado dado l. l
5. Elipse de ejes AB y CD. 	6. Magnitud real de ABC, si la reducción es 1/2. 

Figura 4.

Una vez comenzado el **proceso de aprendizaje** es fundamental ir evaluando los objetivos que se van alcanzando. Siendo el Dibujo Técnico una asignatura eminentemente práctica, cualquier ejercicio hecho en clase puede tener carácter de prueba y su calificación debe considerarse importante. Al final de cada unidad conviene analizar los resultados obtenidos, a través de las tareas realizadas y mediante un cuestionario. Asimismo, al término de cada trimestre se puede realizar una prueba global que puede tener una doble vertiente, por una parte, la realización de una tarea de aplicación y por otra, la resolución de una serie de problemas. El registro de todos estos datos nos permitirá tener elementos suficientes para evaluar correctamente.

Como sugerencia propongo la siguiente *hoja de seguimiento*.

FICHA DE SEGUIMIENTO

Fotografía.	Nombre .... Curso .... Grupo	Observaciones ....

	I Trimestre.	II Trimestre.	III Trimestre.
Trabajos en clase.			
Intervenciones en clase.			
Trabajos en casa.			
Pruebas.			
Tareas de recuperación.			
Faltas a clase.			
Evaluación sumativa.			

JUNIO	SEPTIEMBRE
Observaciones.	

Figura 5

Al realizar la evaluación sumativa al final de curso debemos considerar los contenidos que nos propone el Decreto de currículo y comprobar si cada alumno los ha alcanzado. Para esto puede ser útil el *cuestionario* que propongo a continuación.

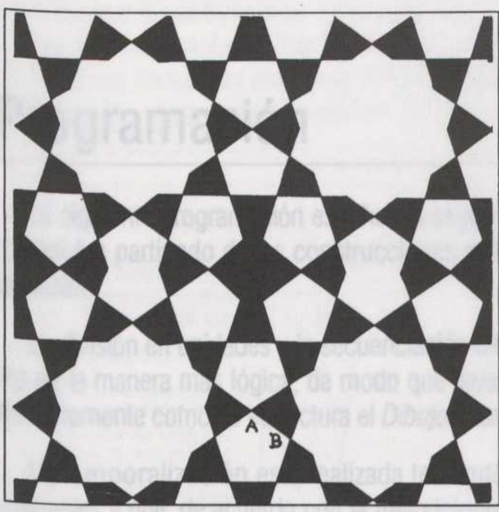
CUESTIONARIO DE DIBUJO TÉCNICO

Nombre ....

Curso .... Grupo .... Fecha ....

Calificación ....

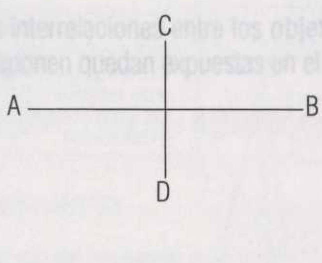
1. Dibujar la red básica, los módulos y submódulos de esta teselación.



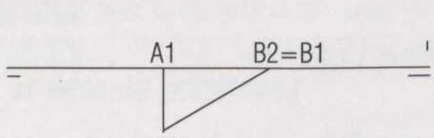
2. Definir distintas transformaciones que relaciones entre sí a los elementos que forman dicha teselación.

3. Determinar la escala a que está representada la teselación dada sabiendo que AB mide realmente 5 cm. Determinar la escala si el polígono de lado AB tuviera un área 3 veces mayor. Construir las escalas volantes correspondientes.

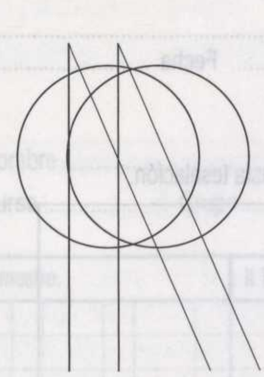
4. Elipse de ejes AB y CD. Dibujar sus focos.



5. Tetraedro de arista AB, acotado según normas UNE.



6. Diseñar una letra capital R utilizando circunferencias de radio r tangentes a las líneas dadas.



7. Croquis acotado del montaje de un bolígrafo.

8. Axonometría isométrica de la intersección definida en diédrico.

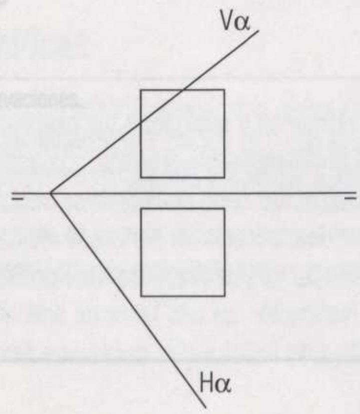


Figura 6

Programación

La siguiente programación está hecha según el enfoque anteriormente elegido, presentando los contenidos partiendo de las construcciones simples hasta llegar a las complejas y a su posterior aplicación.

La división en unidades y la secuenciación de éstas responden al criterio de ordenar los contenidos de la manera más lógica, de modo que vayan sucediéndose racionalmente para que el alumno vea claramente como se estructura el *Dibujo Técnico.*

La **temporalización** está realizada teniendo en cuenta que la asignatura es de cuatro horas semanales y que, de acuerdo con la metodología expuesta, el profesor expone los contenidos a un ritmo que permite al alumno seguirle, dibujar a lápiz las construcciones correspondientes y realizar en clase algún trabajo de aplicación más complejo. Por otra parte, se prevé dedicar dos horas para evaluar los objetivos alcanzados en cada unidad.

El conjunto de esta temporalización puede verse en el siguiente calendario:

- **Primer trimestre**: unidades I al V, correspondientes a los contenidos de **Geometría Métrica**.

  Número de horas: 46.

- **Segundo Trimestre**: unidades **VI** y **VII**, correspondientes a los **Sistemas de Representación** (menos la Perspectiva Cónica).

  Número de horas: 54.

- **Tercer Trimestre**: unidades VIII a XI, correspondientes a la Perspectiva cónica, la **Normalización** y las **Técnicas Gráficas**.

  Número de horas: 38.

Las interrelaciones entre los **objetivos**, los **contenidos** y los **criterios de evaluación** que se nos proponen quedan expuestas en el gráfico adjunto.

OBJETIVOS GENERALES

1. Desarrollar destrezas y habilidades que permitan expresar con precisión, claridad y objetividad soluciones gráficas.
2. Valorar las posibilidades del *Dibujo Técnico* como instrumento de investigación, apreciando la universalidad del lenguaje objetivo en la transmisión y comprensión de informaciones.
3. Conocer y comprender los fundamentos del *Dibujo Técnico* para aplicarlos a la interpretación de planos y para elaborar soluciones razonadas ante problemas geométricos en el plano y en el espacio.
4. Valorar la normalización como convencionalismo idóneo para simplificar, no sólo la producción, sino también la comunicación, dándole a ésta un carácter universal.
5. Comprender y representar formas mediante croquis acotados, ateniéndose a las normas UNE e ISO.
6. Integrar los conocimientos que el *Dibujo Técnico* proporciona dentro de los procesos de investigación, sean estos científicos o tecnológicos.
7. Valorar el correcto acabado del dibujo, así como las mejoras que en la representación puedan introducir las diversas técnicas gráficas.

OBJETIVOS DIDÁCTICOS

- Realizar construcciones geométricas.
  Realizar los trazados con precisión.
  Hallar soluciones gráficas con exactitud.
- Resolver problemas gráficamente.
  Conocer los fundamentos teóricos de cada construcción.
- Conocer los fundamentos teóricos de cada sistema de representación.
  Interpretar con corrección planos.
- Conocer las Normas.
  Interpretar y usar correctamente las normas UNE e ISO.
- Realizar croquis acotados.
- Relacionar lo aprendido con otras materias.
- Usar correctamente distintas técnicas gráficas.

CONTENIDOS

- **Unidad I:** Trazados fundamentales en el plano.
  Formas poligonales.
- **Unidad II:** Proporcionalidad.
- **Unidad III:** Curvas en general.
- **Unidad IV:** Tangencias.
- **Unidad V:** Transformaciones en el plano.
- **Unidad VI:** Sistemas de representación: Axonometrías.
- **Unidad VII:** Sistemas de representación: Sistema diédrico.
- **Unidad VIII:** Sistemas de representación: Sistema cónico de perspectiva lineal.
- **Unidad IX:** Análisis comparativo de los distintos sistemas de representación.
- **Unidad X:** Normalización.
- **Unidad XI:** Técnicas gráficas.

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

1. Resolver problemas de configuración de formas en los que participen trazados poligonales y para los que sea necesario recurrir a transformaciones.
2. Construir escalas volantes.
3. Diseñar objetos de uso común en los que intervengan tangencias del tipo RRr, CCr, RDr.
4. Definir gráficamente una cónica a partir del conocimiento de sus ejes que, en el caso de la elipse, pueden ser reales o conjugados.
5. Aplicar el sistema diédrico y la normalización para realizar los planos técnicos necesarios para describir e, incluso, poder fabricar un objeto que ofrezca, por lo menos, una cara oblicua a los dos planos de proyección.
6. A partir de su representación diédrica, desarrollar y construir un sólido, poliédrico o de revolución, al que se le haya practicado un corte oblicuo a los planos fundamentales, para dibujarlo en Axonometría.
7. Analizar el montaje de objetos compuestos de escasa dificultad, utilizando para ello el sistema isométrico y las nociones sobre acotación ajustadas a este sistema.
8. Utilizar recursos gráficos tales como el color, las texturas y las letras y signos transferibles para exponer con mayor evidencia los datos y la información que el dibujo técnico propicia, tanto en el campo de la técnica como en el de la ciencia.

Figura 7: Relaciones entre los contenidos de la programación, los objetivos y los criterios de evaluación

En el apartado correspondiente a **objetivos** que figura en la programación de cada unidad solo figuran los objetivos didácticos de cada una, estando los generales señalados en dicho gráfico. Lo mismo sucede en el apartado correspondiente a las **sugerencias para la evaluación**, donde se proponen tareas adecuadas a los criterios de evaluación expuestos en el Decreto de currículo. Una selección de estas tareas, junto con un cuestionario, podría servir como prueba para evaluar cada unidad. Los **contenidos** que aparecen en cada unidad constituyen una enumeración de los trazados geométricos o descriptivos correspondientes y de los fundamentos teóricos de los mismos, mientras que las **actividades propuestas** son una serie de sugerencias de trabajos de distintos niveles de dificultad. La realización de unas u otras dependerá del nivel de cada grupo. Por último, los **recursos** necesarios para cada unidad se mencionan sólo cuando se trata de elementos que no suelen ser los habituales en un aula de Dibujo, como la que vimos anteriormente.

Unidad didáctica 1:

TRAZADOS FUNDAMENTALES EN EL PLANO.

Temporalización

8 horas.

Objetivos didácticos

— Realizar los trazados geométricos fundamentales en el plano: paralelismo y perpendicularidad entre rectas, ángulos, bisectrices, mediatrices, arco capaz, construcción de formas poligonales.

— Conocer los fundamentos teóricos de dichos trazados.

— Aplicar dichos trazados a la realización de trabajos más complejos.

— Usar correctamente el compás, la regla, la escuadra, el cartabón, los estilógrafos y el lápiz.

— Ver el *Dibujo Técnico como un lenguaje.*

Contenidos

Conceptos

Mediatriz de un segmento.

Rectas perpendiculares. Rectas paralelas.

División de un segmento en partes iguales.

Traslación, suma y resta de ángulos. Bisectriz de un ángulo. Construcción del arco capaz.

Sección áurea. Triángulos: características generales.

Cuadriláteros.

Polígonos. Polígonos regulares: construcciones generales.

Procedimientos

Método de los lugares geométricos.

Método de aplicación de teoremas.

Método de semejanza.

Uso adecuado de la regla, el compás, la escuadra, el cartabón.

Sugerencias de tipos de actividades

— Dibujar distintos casos de formas poligonales utilizando los trazados fundamentales arriba expuestos.

— Investigar las relaciones entre los vértices de los polígonos regulares de lado común dado y número de lados múltiplo de tres.

— Realizar una teselación formada por tres polígonos, siendo dos de ellos regulares.

Sugerencias para la evaluación

— Diseñar la planta de un laberinto formado por polígonos regulares concéntricos.

— Dibujar la retícula básica de un techo de lacería islámico, a partir de una reproducción.

Unidad didáctica 2:
PROPORCIONALIDAD

Temporalización

10 horas.

Objetivos didácticos

— Resolver problemas gráficos relacionados con la proporcionalidad directa y la semejanza.

— Trabajar con distintas escalas.

— Resolver problemas gráficos relacionados con la proporcionalidad inversa y la potencia.

Contenidos

Conceptos

La proporcionalidad directa y sus aplicaciones: división del segmento en partes proporcionales (media, tercera y cuarta proporcional).

Relación de semejanza: Propiedades y aplicaciones.

Escalas. Problemas directos e inversos.

Proporcionalidad inversa. Potencia: definición y expresión gráfica, eje y centro radical.

Procedimientos

Método gráfico de semejanza.

Construcción de escalas gráficas y volantes.

Procedimientos abreviados para resolver problemas de potencia a partir de circunferencias o rectas accesorias.

Sugerencias de tipos de actividades

— Relacionar la fachada del Partenón con la proporción áurea, trabajando sobre una reproducción.

— Dadas seis circunferencias de igual radio, convertir cada una de ellas en la planta de: una plaza de toros, una piscina, una alfombra, una bandeja, un compact-disc y una cabeza de tornillo. Señalar la magnitud real de cada objeto representado y determinar la escala correspondiente a cada caso, realizando las escalas volantes.

— Diseñar la planta de una plaza en la que existan elementos fijos circulares o rectilíneos y en la que deban figurar paseos circulares que,siendo tangentes a dichos elementos fijos, pasen por determinados puntos.

Sugerencias para la evaluación

— Dadas una serie se reproducciones de una fachada a distintas escalas y conociendo la medida real de un determinado elemento, indicar la escala de cada representación y realizar las escalas volantes.

— Dibujar piezas en las que intervengan problemas de tangencia que se resuelvan por potencia.

Unidad didáctica 3:
CURVAS EN GENERAL

Temporalización

8 horas.

Objetivos didácticos

— Dibujar curvas cónicas, mecánicas y técnicas, distinguiendo el origen y las características de cada una.

— Conocer y aplicar las propiedades de las curvas cónicas y de sus rectas tangentes.

Contenidos

Conceptos

Concepto de óvalo, ovoide, espiral, cicloide, epicicloide, hipocicloide. Aplicaciones.

Concepto de cono y de cono de revolución. Propiedades de las curvas cónicas y de sus tangentes.

Procedimientos

Método gráfico de aplicación de teoremas, definiciones y propiedades.

Análisis de las fases de un movimiento para dibujar una trayectoria.

Realización de empalmes. Definición gráfica de los puntos de tangencia entre recta y cónica.

Sugerencias de tipos de actividades

— Dibujar todas las espirales cuyos centros estén en los vértices del cuadrado de lado l = 2 cm.

— Estudiar los tipos de teselaciones que pueden realizarse a partir del trabajo anterior.

— Diseñar un «puzzle» en el que intervengan solamente curvas estudiadas en esta unidad y rectas tangentes a ellas.

Sugerencias para la evaluación

— Dibujar elipses conociendo les ejes o los diámetros conjugados.

— Dibujar una rueda dentada con dientes de evolvente.

Unidad didáctica 4:
TANGENTES

Temporalización

10 horas.

Objetivos didácticos

— Realizar las construcciones básicas de tangencias entre rectas y circunferencias y entre circunferencias, situando los correspondientes puntos de tangencia.

— Realizar con corrección los enlaces correspondientes.

— Aplicar el procedimiento gráfico de sumar y restar datos.

— Analizar y ordenar todos los casos de tangencias estudiados, para posteriores aplicaciones.

— Conocer las propiedades de las tangentes.

Contenidos

Conceptos

Definición y propiedades de la tangencia entre rectas y circunferencias y entre circunferencias. Puntos de tangencia.

Rectas tangentes a la circunferencia y tangentes a dos circunferencias. Circunferencias tangentes entre sí. Circunferencias tangentes a rectas y a circunferencias dadas.

Procedimientos

Método de los lugares geométricos.

Procedimiento gráfico de suma y resta de datos.

Realización de empalmes.

Sugerencias de tipos de actividades

— Elaborar un esquema con la sistematización de los problemas de tangencias.

— Dibujar líneas continuas formadas por arcos de circunferencias tangentes entre sí.

— Dibujar piezas de dificultad creciente, aplicación de tangencias.

Sugerencias para la evaluación

— Dibujar un perfil de raíl.

— Diseñar una letra capital formada por arcos de circunferencias y segmentos rectilíneos tangentes entre sí.

Unidad didáctica 5:

TRANSFORMACIONES EN EL PLANO

Temporalización

10 horas.

Objetivos didácticos

— Contactar con la geometría proyectiva como ampliación de la euclidiana.

— Realizar transformaciones en el plano: homologías y sus casos particulares, giros e inversiones.

— Aplicar dichas transformaciones a problemas de tangencias.

— Conocer las relaciones de las transformaciones con la geometría descriptiva.

Contenidos

Conceptos

Concepto de geometría proyectiva, de transformación y de homografía. Definiciones que rigen las homologías. Métodos operativos. Casos particulares de homologías: afinidad, simetrías, homotecia, traslación.

Giros: características y aplicaciones gráficas.

Inversión: definición y propiedades.

Procedimientos

Métodos gráficos de aplicación de transformaciones.

Sugerencias de tipos de actividades

— Realizar ejercicios sobre las transformaciones estudiadas.

— Dibujar algún caso de tangencia que se resuelva por homotecia o por inversión.

— Dada una figura, realizar una composición de transformaciones hasta que coincida con ella misma, haciendo, al menos, una simetría, una traslación y un giro.

— Dado un triángulo escaleno, realizar una homología que lo transforme en equilátero.

Sugerencias para la evaluación

— Buscar distintas transformaciones que puedan encontrarse en la retícula poligonal de un paramento de azulejos islámico.

— Buscar distintas transformaciones que puedan encontrarse entre los elementos estructurales de un rosetón gótico.

Unidad didáctica 6:

SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN: AXONOMETRÍAS

Temporalización

29 horas.

Objetivos didácticos

— Entender la necesidad y la importancia de los distintos sistemas de representación que se van a ver este curso.

— Conocer los fundamentos teóricos de los sistemas axonométricos.

— Dibujar en sistemas axonométricos ortogonales y oblicuos.

— Resolver, en dichos sistemas, problemas de definición de puntos, rectas y planos; de intersección de dichos elementos; de representación de sólidos sencillos; de secciones de sólidos.

Contenidos

Conceptos

Exposición general de los distintos sistemas y sus aplicaciones más importantes.

Concepto de proyección cilíndrica ortogonal. Fundamentos de las axonometrías ortogonales: triedro trirrectángulo de referencia, proyecciones primeras y segundas, triángulo de trazas, abatimiento para hallar los coeficientes de reducción. Axonometrías isométrica, dimétricas y trimétricas.

Concepto de proyección cilíndrica oblicua. Axonometrías oblicuas. Perspectiva caballera.

Elementos y distintas posiciones del punto, la recta y el plano. Intersecciones entre estos elementos. Representación de figuras planas. La circunferencia. Sólidos, secciones planas, otros abatimientos, magnitudes reales. Sombras.

Procedimientos

Métodos operativos en las axonometrías.

Técnicas gráficas: tintas, lápices, acuarelas, tramas.

Sugerencias de tipos de actividades

— Ejercicios y problemas sobre los métodos operativos de las axonometrías: obtención de trazas de rectas y planos, intersecciones, secciones y magnitudes reales.

— Composición libre a partir de tres poliedros determinados, señalando un punto de luz y representando las sombras propias y arrojadas en una axonometría ortogonal libre.

— Composición libre de tres sólidos de revolución, señalando la dirección de la luz y representando las sombras propias y arrojadas en una axonometría oblicua libre.

— Perspectiva «imposible» en la que intervengan: una escalera, un arco de medio punto y un poliedro regular, a partir de una axonometría isométrica.

Sugerencias para la evaluación

— Análisis del montaje de un cuerpo compuesto de escasa dificultad, representándolo con el efecto «explosión», en isométrica.

Unidad didáctica 7:

SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN: SISTEMA DIÉDRICO

Temporalización

25 horas.

Objetivos didácticos

— Dibujar en sistema diédrico, resolviendo problemas de paralelismo, perpendicularidad, ángulos, distancias, intersecciones, secciones planas de sólidos y sus respectivos desarrollos.

— Relacionar el sistema diédrico con los sistemas axonométricos estudiados.

Contenidos

Conceptos

Fundamentos del sistema diédrico. Representación de puntos, rectas y planos en distintas posiciones, paralelismo y perpendicularidad, distancias e intersecciones entre dichos elementos.

Representación de sólidos poliédricos y de revolución, desarrollos, secciones planas, sombras.

Magnitudes reales. Aplicación de las transformaciones homológicas en las secciones por planos no proyectantes.

Procedimientos

Métodos operativos en el sistema diédrico.

Sugerencias de tipos de actividades

— Ejercicios y problemas sobre los métodos operativos del sistema diédrico: Trazas de rectas y planos, intersecciones de dichos elementos, secciones y magnitudes reales. Distancias.

— Realizar una sección de un sólido por un plano no proyectante, aplicando los distintos métodos estudiados y analizar las ventajas e inconvenientes de cada método.

— Dibujar en sistema diédrico una composición libre compuesta por cinco poliedros.

— Diseñar un recipiente a partir de una superficie de revolución.

Sugerencias para la evaluación

— Dada una pieza en axonometría isométrica, representarla en sistema diédrico, realizando las secciones necesarias para su completa definición.

Unidad didáctica 8:

SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN: SISTEMA CÓNICO DE PERSPECTIVA LINEAL

Temporalización

16 horas.

Objetivos didácticos

- Dibujar en perspectiva cónica a partir de representaciones diédricas, interpretando correctamente las indicaciones respecto a la posición del punto de vista y de los planos del cuadro y geometral.
- Conocer los fundamentos y los métodos operativos de dicho sistema.
- Relacionar la perspectiva cónica con la homología en el abatimiento del plano geometral.
- Aplicar los distintos tipos de perspectiva cónica.

Contenidos

Conceptos

Estructura del sistema de perspectiva cónica lineal. Concepto de proyección cónica. Elementos que configuran el sistema: funciones e interrelaciones. Punto, recta y plano: características de su representación, intersecciones. Representación de sólidos.

Relaciones entre las transformaciones homológicas y la perspectiva cónica.

Distintos tipos de perspectivas cónicas. Sus aplicaciones principales. Sombras.

Procedimientos

Métodos operativos de la perspectiva cónica. Aplicación de la homología en el abatimiento del plano geometral.

Métodos de paso de diédrico a perspectiva.

Método de los puntos métricos reducidos.

Sugerencias de tipos de actividades

- Ejercicios y problemas sobre los métodos operativos de la perspectiva cónica.
- Realizar una perspectiva del interior del aula en perspectiva cónica paralela.
- Perspectivas cónicas de un grupo de rascacielos, considerando distintos puntos de vista, a partir de una representación diédrica.
- Composición libre de elementos arquitectónicos esquematizados formando un posible decorado escénico. Realización en diédrico y en perspectiva cónica. Dibujo de sombras, una vez establecido el punto luminoso o la dirección de la luz.

Sugerencias para la evaluación

- Perspectiva cónica de un grupo de edificios, a partir de la representación diédrica correspondiente, colocando árboles, personas y mobiliario urbano adecuadamente.

Unidad didáctica 9:

ANÁLISIS COMPARATIVO DE LOS DISTINTOS SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN

Temporalización

8 horas.

Objetivos didácticos

— Analizar la adecuación de cada sistema de representación estudiado a las necesidades reales.

Contenidos

Conceptos

Clasificación y análisis de los contenidos relativos a Sistemas de Representación, estableciendo las oportunas comparaciones entre éstos y señalando los usos más convenientes de cada sistema.

Sugerencias de tipos de actividades

— Realizar un esquema de aplicación de los Sistemas de Representación estudiados, con ejemplos de su utilización más oportuna.

Sugerencias para la evaluación

— Dadas las representaciones diédricas de una pieza mecánica, un dado, una vasija formada por una superficie de revolución, una habitación, una casa, un barrio y un puente, exponer por escrito cuál sería el sistema o sistemas de representación más adecuado para cada caso, razonando la respuesta.

Unidad didáctica 10:

NORMALIZACIÓN

Temporalización

10 horas.

Objetivos didácticos

— Conocer el origen y alcance actual de las normas y valorar su necesidad y su importancia.

— Conocer las normas UNE e ISO respecto a formatos, líneas, escalas, rotulación, vistas, secciones, roturas y cortes.

— Usar convencionalismos y simplificaciones en la representación de formas roscadas y dentadas.

— Comprender y representar formas mediante croquis acotados, usando instrumentos de medida.

Contenidos

Conceptos

Breve historia de las normas, origen y evolución de las mismas. Situación actual. La norma nacional en relación con las internacionales. Tipos de Normas según su área de aplicación.

Soportes y formatos.

Vistas. Secciones. Roturas y cortes.

Tipos de acotaciones: acotación de longitudes y ángulos. Símbolos complementarios de la acotación: línea de cota, de referencia y de llamada. Flechas.

Reproducción, plegado de planos y tipos de archivos. Aportación de la informática.

Sugerencias de tipos de actividades

— Dada una serie de dibujos, señalar cuáles respetan la normativa vigente y cuáles no.

— Dada una serie de piezas de dificultad creciente, realizar su representación gráfica con croquis acotado, dibujo de taller y perspectiva.

— Proyecto de un taburete de dibujo.

— Visitar un departamento de proyectos para ver las distintas fases por las que atraviesa una realización, desde el croquis hasta el archivo.

Sugerencias para la evaluación

— Dada una pieza compuesta realizar el croquis, el dibujo de taller y un despiece con efecto explosión.

Unidad didáctica 11:

TÉCNICAS GRÁFICAS

Temporalización

4 horas.

Esta unidad, como hemos visto en las Orientaciones didácticas, es transversal a todas las demás pues las técnicas gráficas se van aplicando a lo largo del curso en todas las tareas. Estas cuatro horas se dedicarán a utilizar técnicas y tecnologías que no se hayan visto con anterioridad.

Objetivos didácticos

— Conocer las técnicas gráficas.

— Conocer las posibilidades que ofrecen las nuevas tecnologías.

Contenidos

Conceptos

Recapitulación sobre el uso del material gráfico a lo largo del curso.

Introducción a nuevos materiales.

Uso del ordenador en dibujo técnico.

Procedimientos

Uso de distintos tipos de soportes.

Uso de plantillas de distintos tipos.

Uso de material transferible.

Uso de programas de ordenador adecuados.

Sugerencias de tipos de actividades

— Estudio completo de un objeto, desde los croquis hasta la perspectiva, usando materiales libres y aplicando color. El objeto podría ser un bolígrafo, un estilógrafo, una linterna, un picaporte o cualquier otro al alcance del alumno.

— Diseño de un objeto, desde el croquis a la perspectiva, usando materiales libres y aplicando el color. El objeto podría ser, por ejemplo, una mesa de dibujo con tablero articulado, una silla de dibujo de altura regulable o una lámpara de estudio.

Recursos

— Ordenador, programa de dibujo tipo CAD, impresora o *plotter*.

Contenidos

Conceptos

Breve historia de las normas, origen y evolución de las mismas. Situación actual. La norma nacional en relación con las internacionales. Tipos de Normas según su área de aplicación.

Soportes y formatos.

Vistas. Secciones. Roturas y cortes.

Tipos de acotaciones: acotación de longitudes y ángulos. Símbolos complementarios de la acotación: línea de cota, de referencia y de llamada. Flechas.

Reproducción, plegado de planos y tipos de archivos. [illegible]

Sugerencias de tipos de actividades

— Dada una serie de piezas de dificultad creciente, realizar su representación gráfica con croquis acotado, dibujo de taller y perspectiva.

— [illegible] a los alumnos de dibujo.

— Visitar un departamento de proyectos para ver los procesos por los que atraviesa una realización, desde el croquis hasta el archivo.

Sugerencias para la evaluación

— Dada una pieza compuesta, realizar el croquis, el dibujo de taller y un despiece con efecto explosión.

Unidad didáctica 11:
TÉCNICAS GRÁFICAS

Temporalización

4 horas.

Esta unidad, como hemos visto en las Orientaciones didácticas, es transversal a todas las demás pues las técnicas gráficas se van aplicando a lo largo del curso en todas las tareas. Estas cuatro horas se dedicarán a utilizar técnicas y tecnologías que no se hayan visto con anterioridad.

Objetivos didácticos

— Conocer las técnicas gráficas.

— Conocer las posibilidades que ofrecen las nuevas tecnologías.

Contenidos

Conceptos

Recapitulación sobre el uso del material gráfico a lo largo del curso.

Desarrollo de la Unidad 5: Transformaciones en el plano

Introducción

Hemos elegido esta Unidad para su desarrollo, porque nos parece especialmente significativa dentro del programa, pues, desde el punto de vista conceptual, vemos en ella cómo se amplía el alcance de la geometría euclidiana, constituyéndose la geometría proyectiva, en el aspecto procedimental, en ella se reúnen los contenidos de las unidades anteriores y se realizan transformaciones que requieren gran exactitud en el trazado y en las que es fundamental el uso de los métodos gráficos, con los que se obtiene mayor concreción en los resultados. Los planteamientos numéricos deben servir, en esta materia, para situar datos o realizar comprobaciones.

Finalmente, respecto a las aplicaciones de la Unidad, vemos cómo se usan las transformaciones para resolver problemas de tangencias y la importancia que tendrán dichas transformaciones para resolver, más adelante, problemas en los distintos sistemas de representación.

Temporalización

Dentro del planteamiento general del curso, a esta unidad le corresponden 10 horas, que podrían dividirse del siguiente modo: 3 horas para presentar la unidad y explicar las homologías y las afinidades; 2 horas para las homotecias; 3 horas para las inversiones y 2 hora para las translaciones, los giros y las simetrías.

Esta división del tiempo está pensada para exponer y realizar las construcciones fundamentales de cada transformación y algunos trabajos de aplicación, seleccionados por el profesor entre los que se exponen más adelante.

Objetivos didácticos

— Contactar con la geometría proyectiva, como ampliación de las euclidiana. Es fundamental que el alumno entienda la necesidad de los elementos en el infinito para explicar las propiedades de las proyecciones.

— Realizar transformaciones en el plano: homologías y sus casos particulares (afinidad, simetría axial, homotecia, simetría central y traslación), giros e inversiones.

— Aplicar dichas transformaciones en problemas de tangencias, como ampliación de los problemas vistos en la unidad anterior, viendo las posibilidades de resolución gráfica que nos ofrecen las propiedades de las transformaciones.

— Conocer las relaciones de dichas transformaciones con la geometría descriptiva.

Preconceptos

Son fundamentales los conceptos de razón simple, razón doble, cuaterna armónica, proporcionalidad directa e inversa y potencia para poder definir las características de las distintas transformaciones que vemos en la Unidad.

Para poder realizar las aplicaciones en los problemas de tangencias es necesario que el alumno tenga unos conocimientos previos de tangencias entre rectas y circunferencias y entre circunferencias.

Todo esto está previsto en esta secuenciación de unidades, pues los conceptos relativos a proporcionalidad se han visto en la Unidad II y los relativos a tangencias en la Unidad IV.

Contenidos

Antes de abordar los contenidos vemos necesario fundamentar teóricamente esta Unidad.

Para presentar «las *nociones de proyectividad como ampliación del espacio euclidiano*» conviene recordar un poco la historia de la geometría. La geometría métrica que hemos visto hasta ahora se rige por los postulados de Euclides:

I. Se puede trazar una línea recta que pase por dos puntos.

II. Se puede prolongar una línea recta indefinidamente a partir de una recta finita.

III. Se puede trazar una circunferencia con centro y radio dados.

IV. Todos los ángulos rectos son iguales.

V. Si una línea recta que corta a otras dos rectas forma de un mismo lado con ellas ángulos interiores cuya suma es menor que dos rectos, las dos últimas rectas prolongadas indefinidamente se cortan del lado en que la suma de los ángulos es menor que dos rectos.

El quinto postulado de Euclides ha sido objeto de estudio a lo largo de la historia pero nunca ha podido demostrarse.

«Cuando se consideran los innumerables intentos hechos a través de veinte siglos para demostrar este postulado, muchos de ellos por geómetras de primera fila, no se puede por menos de admirar el genio del hombre que llegó a la conclusión de que tal hipótesis, necesaria para la validez de todo el Sistema, es realmente indemostrable» (T. L. Heath).

«Todas las tentativas de demostrar el postulado quinto como consecuencia lógica de los otros cuatro (dirigidas, tal vez, a transmitir el pensamiento de Euclides mejor de lo que estaba expresado en su forma original), introdujeron en la demostración subrepticiamente hipótesis equivalentes al propio postulado y suponían, por tanto, lo mismo que querían demostrar» (L. Blumenthal).

Entre estas hipótesis se encuentra la de J. P Layfair (Siglo XVIII) que es la manera más usual de enunciar dicho postulado:

«Por un punto exterior a una recta se puede trazar una paralela y sólo una a dicha recta».

Los esfuerzos de 2000 años de intentos para demostrarlo (Proclo, Playfair, Legendre, Laplace, Saccheri, Lorentz, Gauss, Boliay...) sirvieron para que se estudiara la naturaleza de la geometría y se crearan otras geometrías distintas de la euclidiana.

Por otra parte, los estudios de Monge y Klein sobre las proyecciones, cuyas propiedades no se podían demostrar en su totalidad dentro de la geometría euclidiana, llevaron a la introducción de los elementos impropios o del infinito.

«La noción de elemento del infinito (punto, recta o plano) introducida por Desargues en el Siglo XVII es rehabilitada y empleada sistemáticamente por J. V. Poncelet (Siglo XIX) que convierte de este modo el espacio proyectivo en el marco general de todos los fenómenos geométricos» (N. Bourbaki).

Los elementos impropios permiten establecer enunciados generales exentos de excepciones y demostrar todas las propiedades de las proyecciones. Se amplía así el alcance de la geometría euclidiana y nos encontramos ante la geometría proyectiva, en cuyo ámbito, matemáticos como Monge, Poncelet y Chasles formularon de modo general las nociones de transformación puntual y de composición de transformaciones y las introdujeron sistemáticamente como medios de demostración.

En esta Unidad vamos a estudiar las transformaciones en el plano más importantes para el dibujo técnico, por sus posibilidades gráficas y por su estrecha relación con los sistemas de representación.

Antes de empezar, vamos a recordar lo que son elementos impropios: *Punto impropio o punto del infinito de una recta* es su dirección, pues todas las paralelas a una recta tienen en común dicho punto, dicha dirección. *Recta impropia o recta del infinito* de un plano es su orientación, pues todos los planos paralelos a un plano tienen en común dicha recta, dicha orientación. El conjunto de todos los puntos y todas las rectas del infinito debe considerarse como una *superficie en el infinito.*

Transformaciones proyectivas y homografías

Son transformaciones proyectivas las aplicaciones de un espacio lineal (rectas, planos, espacios tridimensionales) en otro, tal que cuatro puntos en línea recta se transforman en cuatro puntos en línea recta y la razón doble de los cuatro primeros es igual que la de los cuatro segundos.

Son transformaciones homográficas aquellas en las que se aplica un espacio lineal sobre sí mismo o sobre otro espacio, cuando toda variación lineal de uno se aplica sobre otra variación también lineal del otro.

La homografía respeta el orden y la clase de las variaciones algebraicas. Respeta también la cuaterna armónica de cuatro puntos en línea recta, así como la de cuatro rectas o la de cuatro planos de un mismo haz.

Son transformaciones homográficas: la homología, la afinidad, la homotecia, la traslación, la simetría y el giro.

Transformaciones homográficas en el plano

La homografía

Dos figuras planas son homográficas cuando se corresponden biunívocamente punto a punto y recta a recta, según una ley determinada, de modo que a todo punto y recta incidentes en una de las figuras corresponden un punto y una recta también incidentes en la otra.

La homología

CONCEPTOS

Dos figuras planas son homológicas si se corresponden punto a punto y recta a recta respetando las siguientes leyes:

1. Dos puntos homólogos A y A' están alineados con un punto fijo llamado centro de homología.

2. Dos rectas homólogas se cortan en una recta llamada eje de homología.

Vemos que las homologías son homografías por las que los puntos del plano de la forma A se corresponden biunívocamente con los puntos de la forma A', respetando las leyes mencionadas. El cumplimiento de la segunda ley hace que el eje de homología sea una recta doble de puntos dobles.

- **Coeficiente de homología**

Al ser la homología una transformación homográfica existirá una razón doble, constante, que forman dos puntos homólogos, A y A', el centro de homología O y el punto doble de la recta sobre la que se encuentran, $M \cong M'$ que pertenece al eje. Esta razón es el coeficiente de homología: $(O\ M\ A\ A') = \lambda$.

- **Rectas límite**

En la transformación homológica existen dos rectas límite l y l' cuyos puntos tienen los homólogos en el infinito:

— Todo punto P perteneciente a la recta l tendrá como homólogo un punto del infinito, $P'\infty$.

— Todo punto Q' perteneciente a la recta l' tendrá como homólogo un punto del infinito, $Q\infty$.

Las rectas límite son paralelas al eje, pues cada una debe cortarse en el eje en el infinito con su homóloga, la recta impropia.

Las rectas límite están a igual distancia del centro y del eje: distancia de l al centro = distancia de l' al eje.

Demostración:

Sea O el centro de homología, M el punto en que la recta AA' corta al eje y N el punto en que la recta BB' corta al eje. Tenemos: $(O\ M\ A\ A') = (O\ N\ B\ B') = \lambda$.

Si A está en la recta límite l' tendremos:

$(O\ M\ A\ A'\infty) = OA/MA = \lambda$.

Si B' está en la recta l' tendremos:

$(O\ N\ B\infty\ B') = OB'/NB' = 1/\lambda$.

Para explicar esta demostración, recordemos las definiciones de razón simple y doble:

Razón simple de tres puntos alineados, es el cociente:

$(A\ B\ C) = AC / BC$.

Razón doble de cuatro puntos alineados es el cociente de sus razones simples:

$(A\ B\ C\ D) = (A\ B\ D)/(A\ B\ C) = AD/BD : AC/BC$.

Aplicándolo a la demostración anterior, resulta:

$(O\ M\ A\ A'\infty) = OA'\infty/ MA'\infty : OA/MA$.

Como $\lim. OA'\infty/MA'\infty = 1$, resulta que:

$(O\ M\ A\ A') = 1 : OA/MA = MA/OA = \lambda$.

Se actuará de modo análogo con la otra razón doble.

Involución

Cuando en una homología el coeficiente es –1, las dos rectas límite se confunden y una figura, sea de la primera o de la segunda forma, tiene la misma homológica. En este caso se dice que las dos formas están en involución.

Rectas que convergen en la recta límite

Las rectas que convergen en un punto P de la recta límite l tienen sus homólogas paralelas a la dirección OP.

Consideremos que r es una de estas rectas, su homóloga r' estará definida por el punto de corte de r con el eje y la dirección OP, pues si r contiene al punto P, r' contendrá al punto P'∞, luego será paralela a la dirección OP donde está P'∞ *(Figura 8)*.

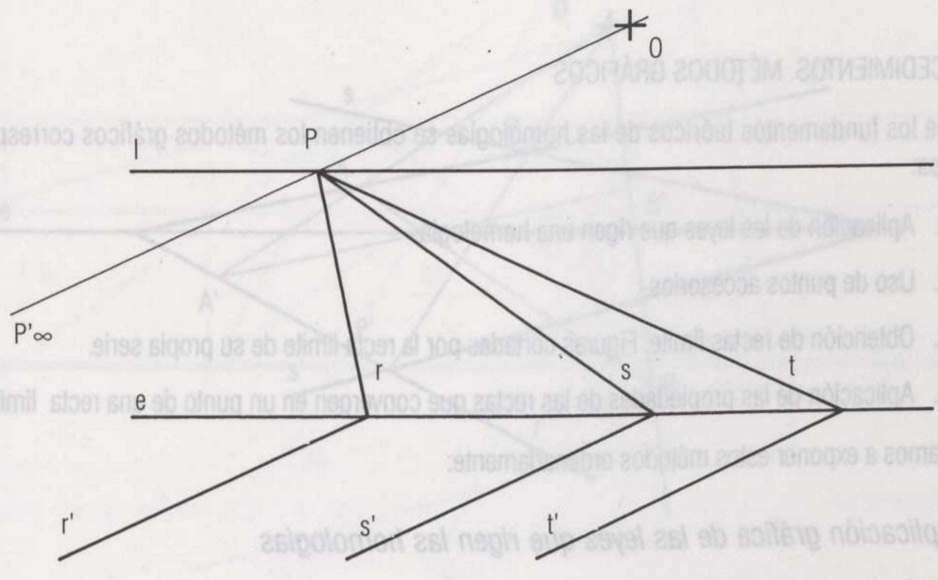


Figura 8

La situación será análoga a la de las rectas r' que converjan en un punto Q' de la recta límite l'.

Figuras de una forma que cortan la recta límite de la misma forma

Cuando una figura corta la recta límite de su misma forma, su homóloga tendrá dos ramas infinitas. Cuando una figura tiene un punto en la recta límite de su forma, su homóloga tendrá un punto en el infinito.

Teorema de las tres homologías	
Teorema I:	«Dos figuras planas, homológicas de una tercera respecto de un mismo eje, son homológicas entre sí respecto de este eje y los tres centros de homología están en línea recta».
Teorema II:	«Dos figuras planas, homológicas de una tercera respecto de un mismo centro, son homológicas entre sí respecto de ese centro y los tres ejes de homología pasan por un mismo punto».

Determinación de una homología

Una homología queda definida de distintos modos:

a) Dados el eje, el centro y un par de puntos homólogos.

b) Dados el centro y dos pares de rectas homólogas.

c) Dados un punto doble y dos pares de puntos homólogos.

d) Dados el centro, el eje y una recta límite.

e) Dados el centro, un par de puntos homólogos y una recta límite.

f) Dados el centro, el eje y el coeficiente de homología.

g) Dados el centro y las dos rectas límite.

h) Dadas dos figuras homológicas.

PROCEDIMIENTOS. MÉTODOS GRÁFICOS

De los fundamentos teóricos de las homologías se obtienen los métodos gráficos correspondientes:

1. Aplicación de las leyes que rigen una homología.
2. Uso de puntos accesorios.
3. Obtención de rectas límite. Figuras cortadas por la recta límite de su propia serie.
4. Aplicación de las propiedades de las rectas que convergen en un punto de una recta límite.

Vamos a exponer estos métodos ordenadamente:

1. *Aplicación gráfica de las leyes que rigen las homologías*

- *Dados el centro de homología O, el eje e y un par de puntos homólogos A y A', hallar el homólogo de un punto B dado.*

  Aplicando la primera ley, trazamos la recta OB, pues en ella estará B'. Aplicando la segunda ley, trazamos la recta AB que se cortará en el eje con la recta A'B', en el punto doble M. La recta A'M se cortará con OB en el punto B' buscado.

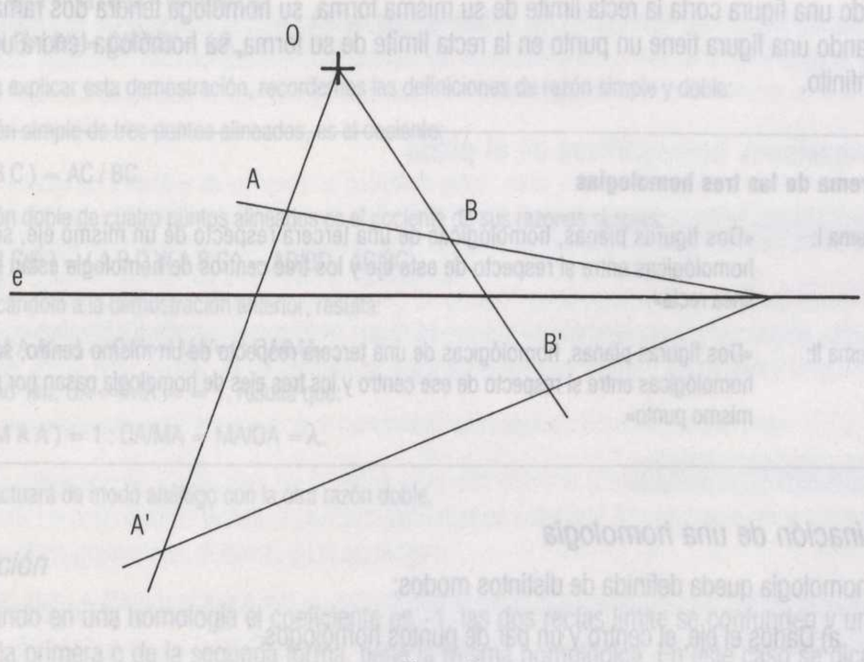


Figura 9

- *Dados dos pares de rectas homólogas, r y r', s y s' y el centro de homología O, hallar el homólogo de un punto B dado.*

  Aplicando la primera ley, trazamos una recta que corte a un par de rectas homólogas, por ejemplo r y r', obteniendo el par de puntos homólogos A y A'; por otra parte nos damos cuenta de que los puntos de intersección entre r y r' y entre s y s' son puntos del eje, que se dibuja uniendo dichos puntos. Se continúa como en la construcción anterior.

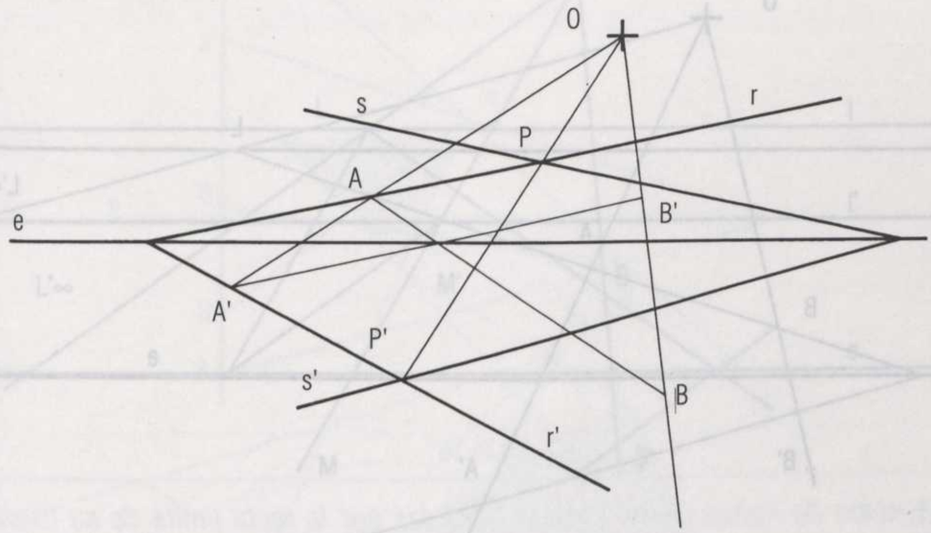


Figura 10

- *Dados un punto doble M ≅ M'y dos pares de puntos homólogos, A y A', B y B', hallar el homólogo de un punto dado C.*

  Por la primera ley, las rectas AA' y BB' se cortarán en el punto O, centro de la homología. Por la segunda ley, la recta AB se cortará en el eje con la recta A'B' en un punto doble que llamaremos Q ≅ Q'. El eje será la recta MQ. Se continúa como en el primer caso.

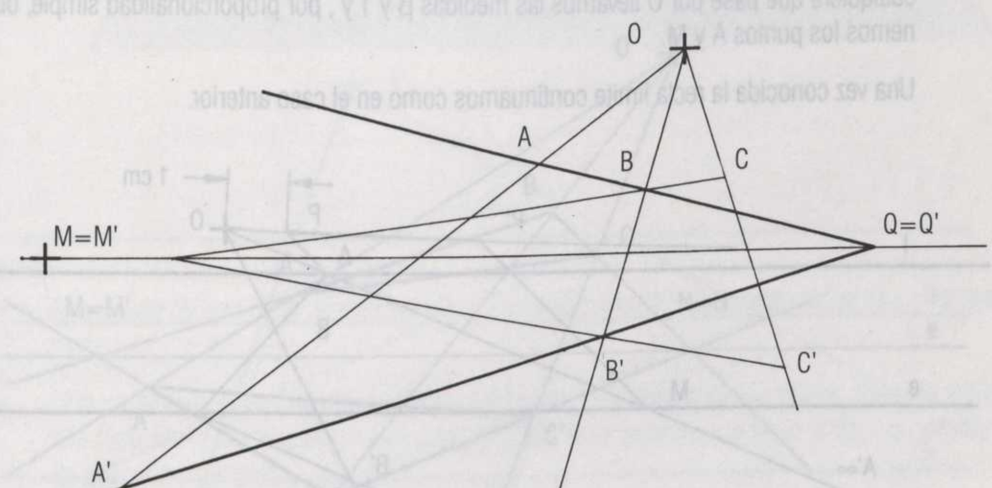


Figura 11

- *Dados el centro O, la recta límite I y el eje e, hallar el homólogo de un punto dado B.*

  Para tener una pareja de homólogos, se traza una recta desde el punto O que corte a la recta límite y en su intersección tendremos el punto L. El punto impropio de la recta OL será L'∞. Para hallar B', desde el punto de corte del eje con la recta BL trazamos una paralela a la dirección OL, que será la recta B'L'∞. La intersección de esta recta con la recta BO será el punto B' buscado.

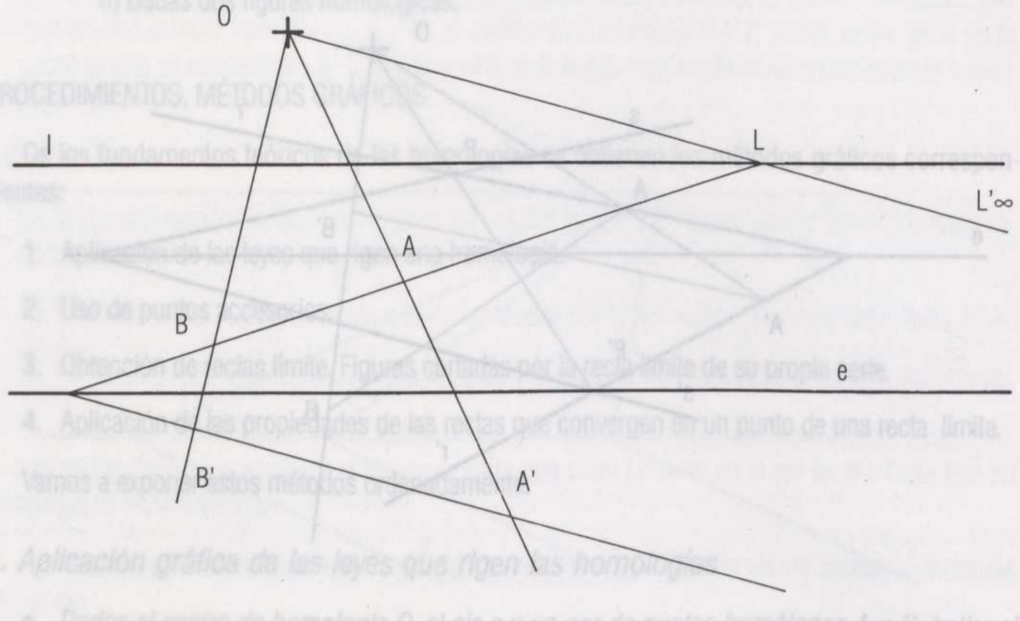


Figura 12

- *Dados el centro O, el eje e y el coeficiente de homología β, hallar el homólogo del punto B.*

  Recordando la demostración de la posición de las rectas límite, veremos que la construcción gráfica más cómoda viene de ella: Si aplicamos la definición de coeficiente de homología a un punto de la recta límite I, tendremos: $\beta = OA/MA$, siendo M el punto de intersección de OA con el eje; si consideramos $MA = 1$ unidad, $OA = \beta$. Sobre una recta cualquiera que pase por O llevamos las medidas β y 1 y , por proporcionalidad simple, obtenemos los puntos A y M.

  Una vez conocida la recta límite continuamos como en el caso anterior.

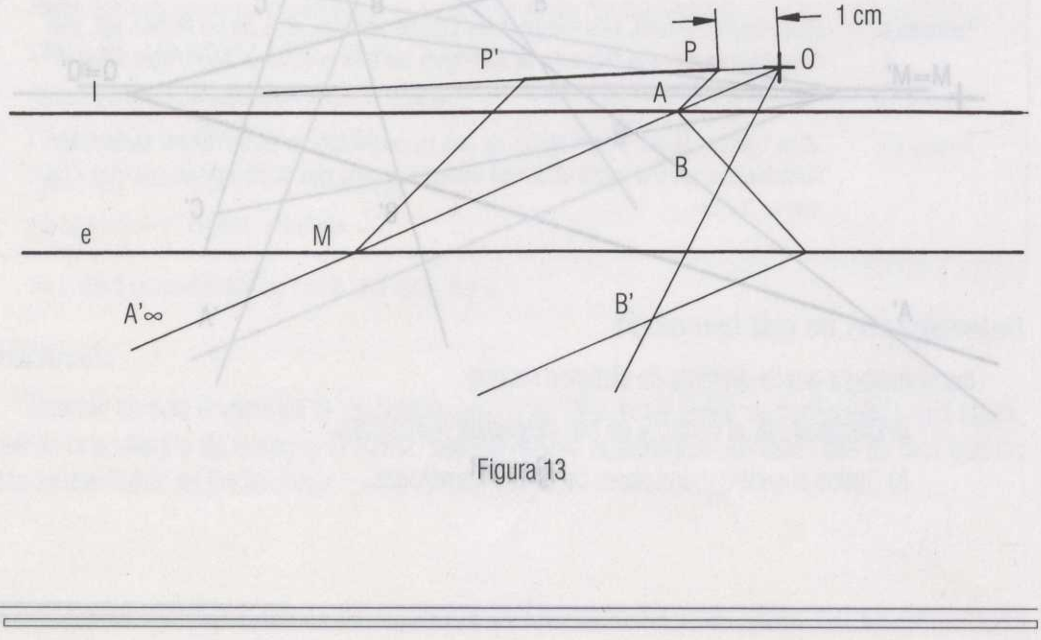


Figura 13

- *Dado el centro y las dos rectas límite l y l', hallar el homólogo de un punto B.*

  Hallamos dos pares de puntos homólogos trazando dos rectas desde O que corten a las rectas límite: L, L'∞ y Q∞, Q'. Trazamos ahora las rectas L Q∞ y Q'L'∞. Su punto de intersección será un punto del eje. Trazando por dicho punto una paralela a las rectas límite tendremos el eje. Se continúa el problema como en el primer caso.

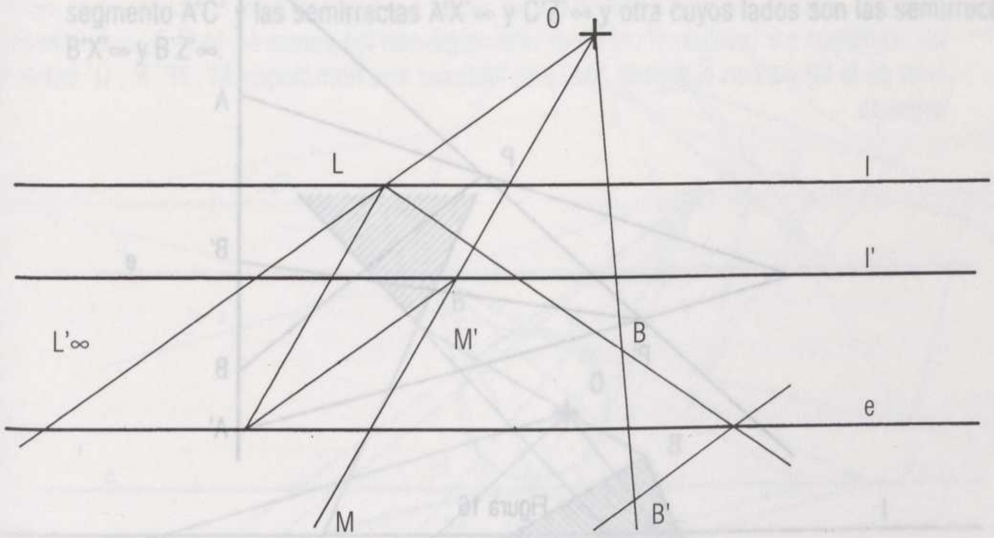


Figura 14

- *Dadas dos figuras homológicas, hallar el homólogo de un punto B.*

  Uniendo cada punto con su homólogo obtendremos un haz de rectas de vértice O = centro de homología. Uniendo ordenadamente dos pares de rectas homólogas, cada una con su transformada, obtendremos dos puntos del eje. Se continúa el problema como en el primer caso.

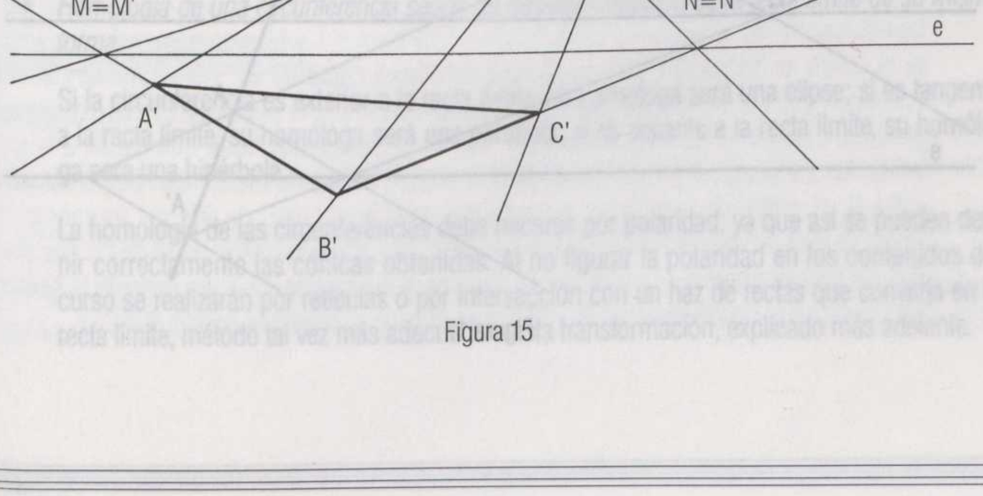


Figura 15

2. *Uso de puntos accesorios*

En el ejemplo, vemos cómo en algunas ocasiones en las que coincidan datos, conviene recurrir a un punto arbitrario P para resolver el problema: para hallar B' se ha recurrido a P.

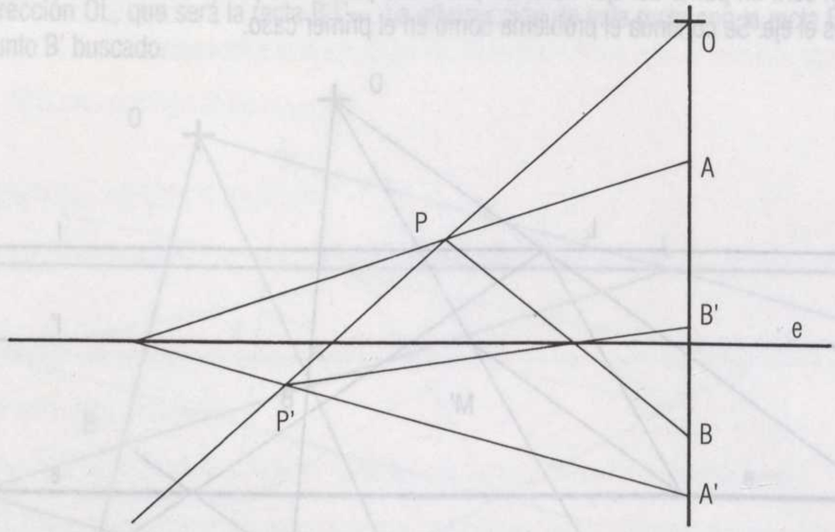


Figura 16

3. *Obtención de rectas límite. Figuras cortadas por la recta límite de su misma forma*

- *Dado el centro de homología O, el eje e y un par de puntos homólogos A y A', hallar las rectas límites de la transformación.*

Se traza una recta desde O, consideramos que en ella están un punto de la recta límite I, L y su homólogo L"∞ y llamamos a esta recta OL'∞. Dibujamos la recta A'L'∞, trazando una paralela por A' a la recta anterior. Su punto de corte con el eje será también un punto de la recta AL. Si unimos este punto con A, tendremos dicha recta. El punto A estará en la intersección de AL con OL'∞.

Se actúa de modo análogo para hallar I'. También podemos dibujarla directamente, pues sabemos que la distancia de I al centro es igual a la distancia de I' al eje.

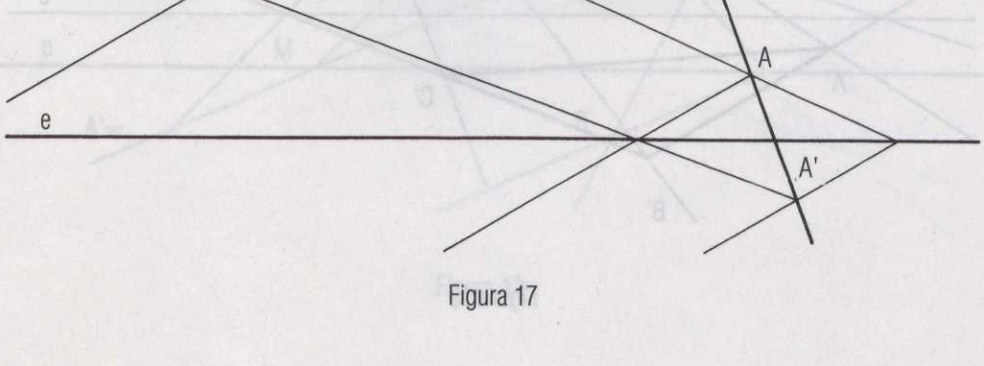


Figura 17

- *Homología del triángulo ABC, conociendo el centro O, el eje y la recta límite l, que lo corta en el punto X del lado AB y en el punto Z del lado BC.*

Establecido un par de homólogos L y L'∞ y trazando una recta desde O que corte a la recta l, hallamos A', B' y C'.

La figura homóloga de ABC está formada por dos ramas infinitas, una cuyos lados son el segmento A'C' y las semirrectas A'X'∞ y C'Z'∞ y otra cuyos lados son las semirrectas B'X'∞ y B'Z'∞.

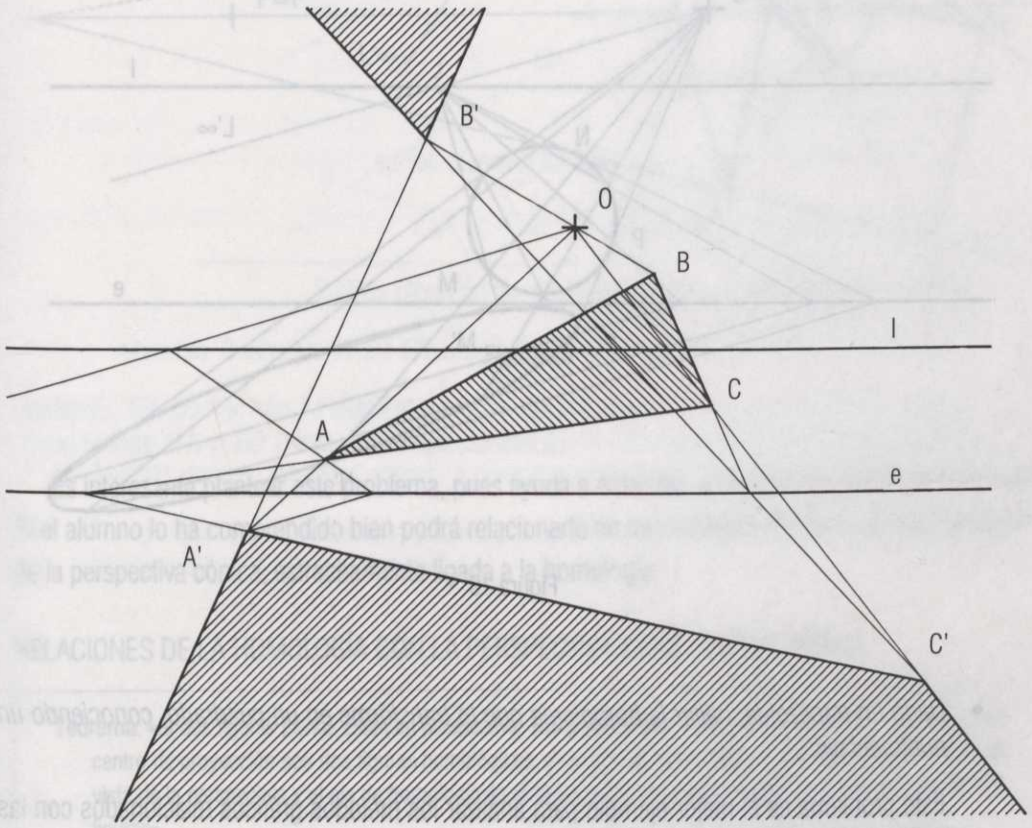


Figura 18

- *Homología de una circunferencia según su posición respecto de la recta límite de su misma forma.*

Si la circunferencia es exterior a la recta límite, su homóloga será una elipse; si es tangente a la recta límite, su homóloga será una parábola; si es secante a la recta límite, su homóloga será una hipérbola.

La homología de las circunferencias debe hacerse por polaridad, ya que así se pueden definir correctamente las cónicas obtenidas. Al no figurar la polaridad en los contenidos del curso se realizarán por retículas o por intersección con un haz de rectas que converja en la recta límite, método tal vez más adecuado a esta transformación, explicado más adelante.

4. *Aplicación de las propiedades de las rectas que convergen en un punto de la recta límite*

- *Homología de una figura dada por intersección con un haz de rectas que converja en la recta límite.*

  Ya hemos visto que las rectas homólogas de las del haz serán todas paralelas a la misma dirección. Bastará superponer dicho haz de rectas a la figura, dibujar el haz de rectas paralelas homólogo e ir uniendo el centro de homología con los puntos M, N, P, Q,..., de intersección de la figura con el primer haz, para obtener sus homólogos M', N', P', Q' sobre el segundo.

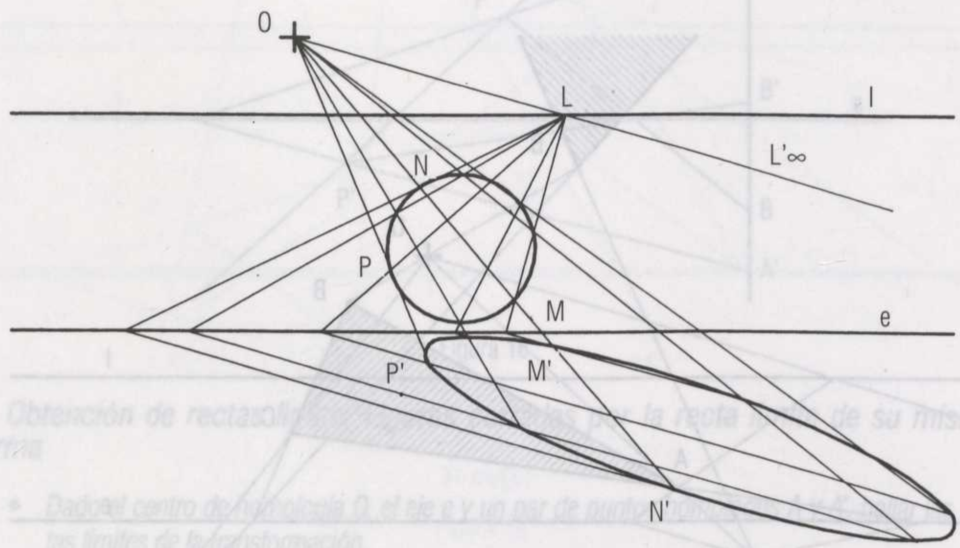


Figura 19

- *Dado un trapezoide, hallar la homología que lo transforme en un cuadrado, conociendo un punto del eje.*

  Este problema es el mejor ejemplo para analizar los métodos gráficos relacionados con las rectas que confluyen en la recta límite.

  Sea el trapezoide ABCD. Si prolongamos sus lados, obtendremos dos puntos L y M que pertenecen a la recta límite l de la homología que buscamos, porque esto hará que los homólogos de dichos lados sean paralelos dos a dos. Pero esto no basta, pues los lados de un cuadrado deben ser perpendiculares entre sí dos a dos e iguales. Como las rectas que se encuentran en un punto de la recta límite tienen sus homólogas paralelas a la recta que une dicho punto con el centro de homología, si queremos que los dos haces de paralelas homólogas de los dos haces que se cortan en los puntos L y M sean perpendiculares entre sí, el centro de homología sólo podrá estar en el arco capaz de 90° del segmento LM. Para conseguir que los lados sean iguales, debemos considerar la perpendicularidad de las diagonales. Dibujamos las diagonales AC y BD, las prolongamos hasta que corten a la recta límite l en los puntos P y Q. Para que las homólogas de dichas rectas sean perpendiculares entre sí, el centro de homología deberá estar en el arco capaz de 90° del segmento PQ. Ahora ya está resuelto el problema, pues el centro O está en la intersección de los dos arcos y el eje será la paralela a l por el punto dado en el enunciado. Una vez definida la homología, se realiza la transformación de ABCD y se obtiene el cuadrado pedido A'B'C'D'.

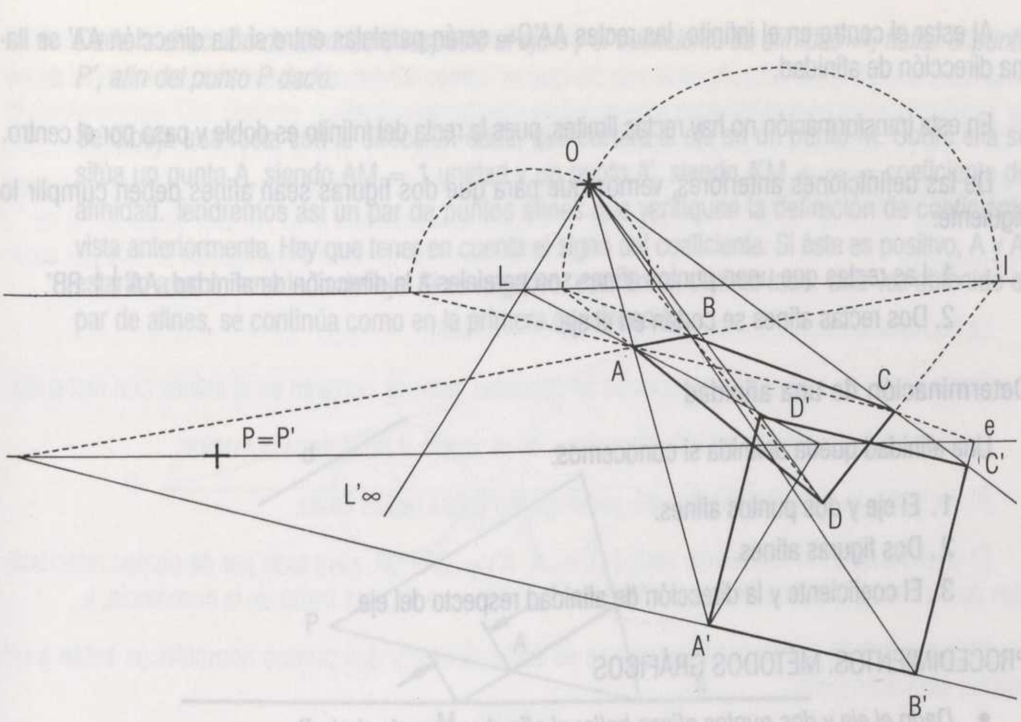


Figura 20

Es interesante plantear este problema, pues ayuda a entender el alcance de esta transformación. Si el alumno lo ha comprendido bien podrá relacionarlo en su momento con los métodos operativos de la perspectiva cónica, estrechamente ligada a la homología.

RELACIONES DE LA HOMOLOGÍA CON LA PERSPECTIVA Y LAS PROYECCIONES

Teorema: «Si dos figuras planas están en perspectiva, sus proyecciones sobre un plano desde un punto como centro de proyección son dos figuras homológicas; el centro de homología es la proyección del punto de vista de la perspectiva y el eje de homología es la proyección de la intersección de los planos de las dos figuras».

Recíproco: «Dos figuras homológicas pueden ser consideradas como la proyección sobre un plano de dos figuras planas en perspectiva».

Corolario: «Dos figuras situadas en un plano son homológicas cuando una de ellas puede ser considerada como la proyección de la otra desde un punto sobre un plano».

Homología afín

CONCEPTOS

Cuando una homología tiene el centro O en el infinito se llama homología afín. Su coeficiente será:

$(O\infty, M, A, A') = A'M/AM = \zeta$, donde M es el punto de intersección con el eje de la recta AA'.

Por lo tanto, la razón de distancias de dos puntos afines al eje es constante. Si esta relación es positiva, las dos figuras afines estarán al mismo lado del eje y si es negativa, estarán una a cada lado.

Al estar el centro en el infinito, las rectas AA'O∞ serán paralelas entre sí. La dirección AA' se llama dirección de afinidad.

En esta transformación no hay rectas límites, pues la recta del infinito es doble y pasa por el centro.

De las definiciones anteriores, vemos que para que dos figuras sean afines deben cumplir lo siguiente:

1. Las rectas que unen puntos afines son paralelas a la dirección de afinidad: AA' | | BB'.
2. Dos rectas afines se cortan en el eje.

Determinación de una afinidad

Una afinidad queda definida si conocemos:

1. El eje y dos puntos afines.
2. Dos figuras afines.
3. El coeficiente y la dirección de afinidad respecto del eje.

PROCEDIMIENTOS. MÉTODOS GRÁFICOS

- *Dado el eje y dos puntos afines hallar el afín de un punto dado B.*

  Se traza por B una paralela a la dirección AA'. Sobre ella estará el punto B' buscado.

  Se traza la recta AB, que se cortará en el eje, en el punto doble M, con la recta A'B'. Se dibuja esta última uniendo los puntos M y A'. La intersección de las rectas BB' y A'B' será el punto B' buscado.

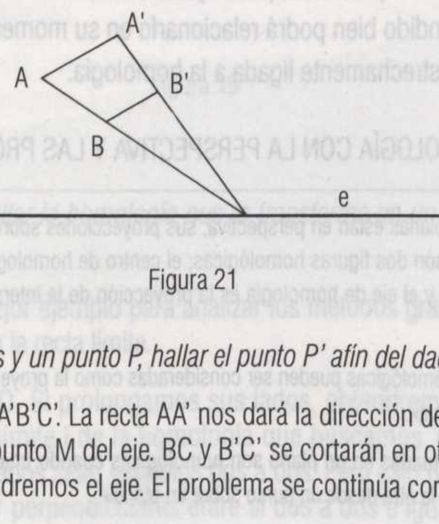


Figura 21

- *Dadas dos figuras afines y un punto P, hallar el punto P' afín del dado.*

  Sean las figuras ABC y A'B'C'. La recta AA' nos dará la dirección de afinidad. Las rectas AB y A'B' se cortarán en un punto M del eje. BC y B'C' se cortarán en otro punto N del eje. Uniendo los puntos M y N tendremos el eje. El problema se continúa como el anterior.

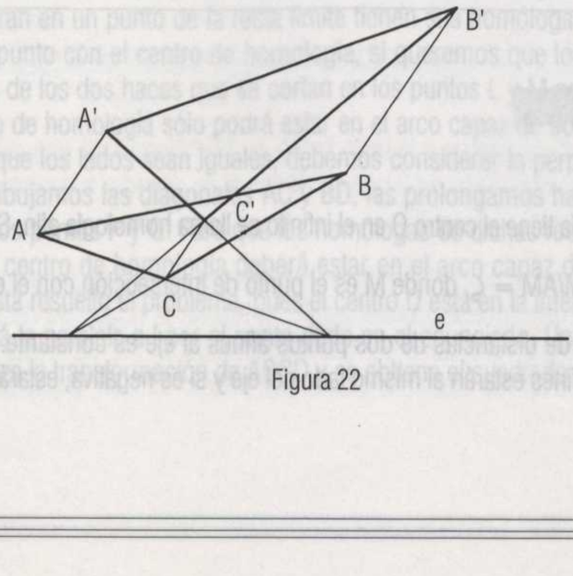


Figura 22

- *Dada la dirección de afinidad d respecto al eje e y el coeficiente de afinidad ∞, hallar el punto P', afín del punto P dado.*

  Se dibuja una recta con la dirección dada, que cortará al eje en un punto M. Sobre ella se sitúa un punto A, siendo AM = 1 unidad y un punto A', siendo A'M = ∞ = coeficiente de afinidad. Tendremos así un par de puntos afines que verifiquen la definición de coeficiente vista anteriormente. Hay que tener en cuenta el signo del coeficiente. Si éste es positivo, A y A' estarán a un mismo lado del eje. Si es negativo, estarán en distinto lado. Una vez obtenido el par de afines, se continúa como en la primera construcción.

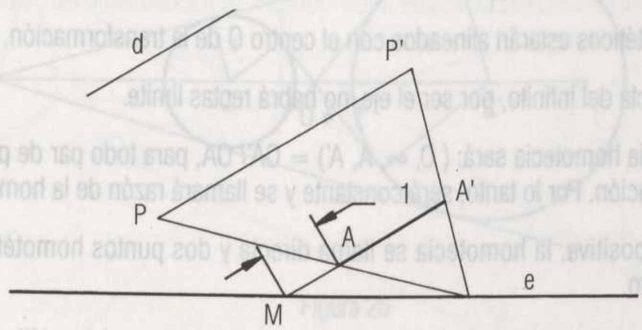


Figura 23

- *Muchas veces es necesario recurrir a puntos accesorios para realizar una afinidad.*

  Por ejemplo, en el problema siguiente, para poder dibujar el punto afín al punto dado, B, se ha recurrido a un punto arbitrario P.

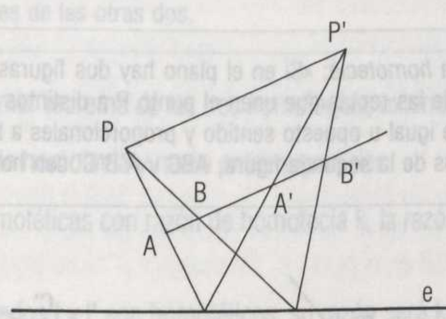


Figura 24

- *Afinidad de circunferencias.*

  Las circunferencias se transformarán siempre en elipses, al no existir rectas límite en la afinidad. Como aplicación, conviene recordar a los alumnos el método de dibujar elipses por afinidad.

CASOS PARTICULARES DE AFINIDAD

Si el coeficiente de afinidad es –1 y la dirección es oblicua respecto del eje, dos figuras afines serán simétricas oblicuas.

Si el coeficiente de afinidad es −1 y la dirección perpendicular al eje, dos figuras afines serán simétricas ortogonales. Estas figuras son las que se llaman simplemente simétricas respecto de un eje (Simetría axial) y serán objeto de estudio en esta misma unidad.

Homotecia

CONCEPTOS

La homotecia es una homología con el eje en el infinito.

Por lo tanto, las rectas homotéticas serán paralelas, pues se cortarán en el infinito con dicho eje.

Los puntos homotéticos estarán alineados con el centro O de la transformación.

Al ser doble la recta del infinito, por ser el eje, no habrá rectas límite.

El coeficiente de la homotecia será: (O, ∞, A, A') = OA'/ OA, para todo par de puntos relacionados por la transformación. Por lo tanto, será constante y se llamará razón de la homotecia, k.

Si la razón k es positiva, la homotecia se llama directa y dos puntos homotéticos están a un mismo lado del centro.

Si la razón k es negativa, la homotecia se llama inversa y dos puntos homotéticos están a distinto lado del centro.

Dos figuras homotéticas son siempre semejantes. Dos figuras semejantes no tienen por qué ser homotéticas, aunque, por composición de transformaciones, pueden ponerse siempre en posición homotética.

Los elementos dobles de la homotecia son el centro y las rectas que pasan por él, que son rectas dobles cuyos puntos no son dobles.

Teorema fundamental de la homotecia: «Si en el plano hay dos figuras ABC y A'B'C' y dos puntos P y P', tales que las rectas que unen el punto P a distintos puntos de la primera figura son paralelas, de igual u opuesto sentido y proporcionales a las que unen el punto P' a los distintos puntos de la segunda figura, ABC y A'B'C' son homotéticas».

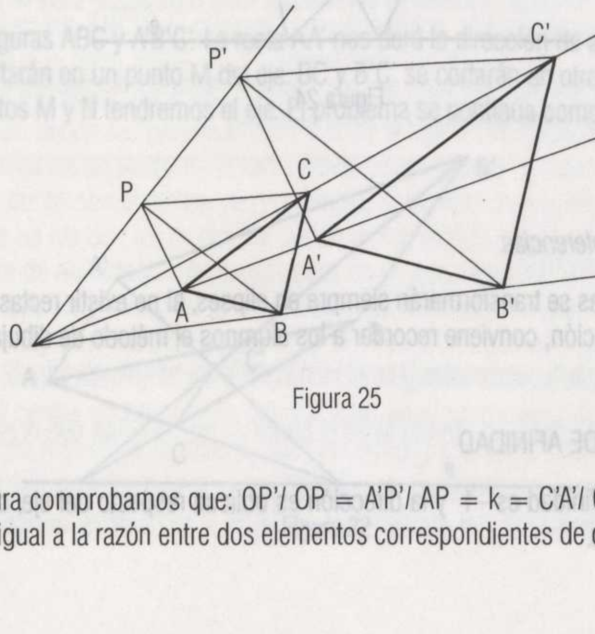


Figura 25

Viendo la figura comprobamos que: OP'/ OP = A'P'/ AP = k = C'A'/ CA. Por lo tanto, la razón de homotecia es igual a la razón entre dos elementos correspondientes de dos figuras homotéticas.

Dos circunferencias siempre están relacionadas por dos homotecias. Los centros de homotecia serán los puntos de intersección de las rectas tangentes comunes exteriores e interiores a dichas circunferencias. Las razones serán función de los radios respectivos del modo siguiente: Sean las circunferencias de centros C y C' y radios r y r'. Sean los centros de las homotecias O y O*. Si la homotecia de centro O transforma a C en C', la razón será r'/r; si dicha homotecia transforma a C' en C , la razón será r/r'. Si la homotecia de centro O* transforma a C en C', la razón será –r'/r; si dicha homotecia transforma a C' en C, la razón será –r/r'.

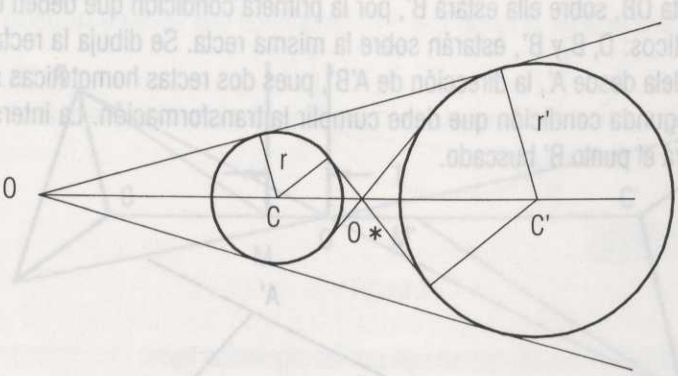


Figura 26

Los dos centros de homotecia y los centros de las circunferencias homotéticas son cuaterna armónica:

$OC'/OC = r'/r$; $O^*C'/O^*C = -r'/r$; dividiendo estas igualdades tendremos: $OC'/OC : O^*C'/O^*C = -1$; luego $(O, O^*, C, C') = -1$.

> *Teorema*: «Dos sistemas P' y P" homotéticos de un sistema P son homotéticos entre sí y sus centros de homotecia están alineados». La razón de la tercera homotecia será función de las razones de las otras dos.

Este teorema es el primer teorema de las tres homologías, extendido a las homotecias.

Relación entre razón de homotecia y razón entre superficies.

Si dos figuras son homotéticas con razón de homotecia k, la razón entre sus superficies será k2. Veamos un ejemplo:

Si dos cuadrados de lados l y l' son homotéticos, su razón será k = l'/l. Sus respectivas superficies serán l2 y l'2.

La razón entre éstas será: l'2/ l2 = k2.

Esta relación es muy importante para la resolución de problemas, como veremos más adelante.

Determinación de una homotecia:

Una homotecia queda definida por los siguientes elementos:

1. Por el centro y un par de puntos homotéticos.
2. Por el centro y la razón de homotecia.
3. Por dos figuras homotéticas.
4. Por la razón entre las áreas de dos figuras semejantes.

Vamos a analizar los métodos gráficos, dependiendo de los tipos de datos que nos ofrezca el problema.

- *Conocemos el centro O y dos puntos homotéticos A y A' y nos piden el homotético de un punto dado B.*

  Se dibuja la recta OB, sobre ella estará B', por la primera condición que deben cumplir los puntos homotéticos: O, B y B', estarán sobre la misma recta. Se dibuja la recta AB y, trazando una paralela desde A', la dirección de A'B', pues dos rectas homotéticas son paralelas según la segunda condición que debe cumplir la transformación. La intersección de OB con A'B' será el punto B' buscado.

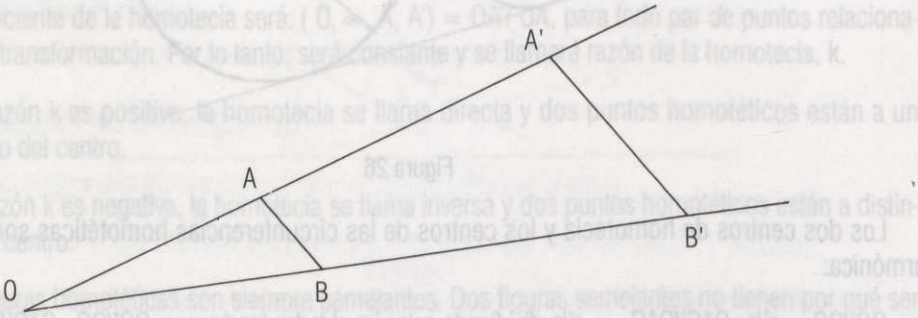


Figura 27

- *Conocemos el centro O y la razón de la homotecia k y nos piden hallar la figura transformada de una figura dada, ABC.*

  Dibujamos un par de puntos M y M' que cumplan la razón k, sobre una recta arbitraria que pase por O. Así, situamos M' a la distancia k de O y M a una unidad de distancia de O, teniendo presente el signo de k (si k es positiva M y M' estarán al mismo lado y si es negativa estarán a distinto lado respecto de O). Una vez establecido el par de puntos homotéticos, se trazan las rectas AM y su paralela por M', que nos dará la dirección A'M'. La intersección de A'M' con OA será el punto A'. Se trazan las rectas OB y OC. Se traza por A' la paralela a AB, que se cortará con OB en el punto B'. Se traza por B' la paralela a BC, que se cortará con OC en el punto C'.

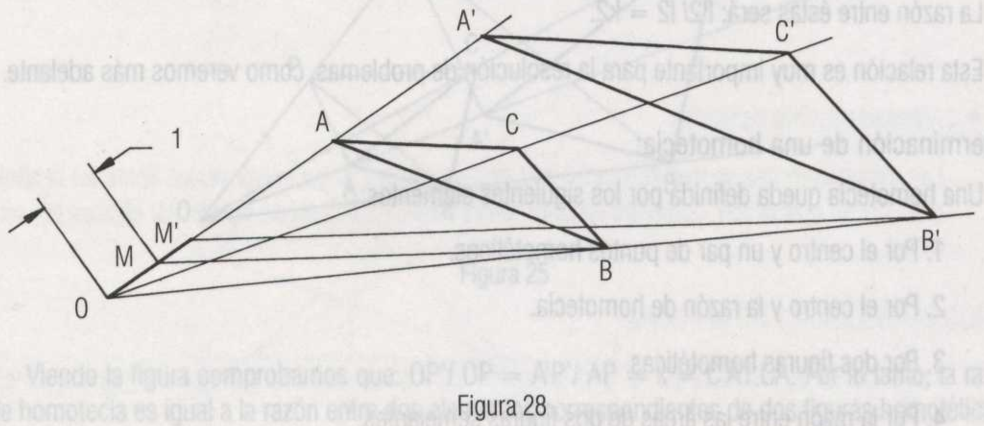


Figura 28

- *Conocemos dos figuras homotéticas ABC y A'B'C' y se nos pide hallar el centro O y la razón k de la transformación.*

  Dibujamos las rectas AA', BB' y en su intersección estará O. Para calcular gráficamente k, dibujamos una recta arbitraria que pase por O y situamos un punto M sobre ella, de modo que OM sea una unidad. Trazamos la recta AM y su paralela por A' que nos da la dirección A'M'. El punto M' estará en la intersección de OM con A'M'. La distancia OM' es la razón pedida k, pues OM'/OM = k/1.

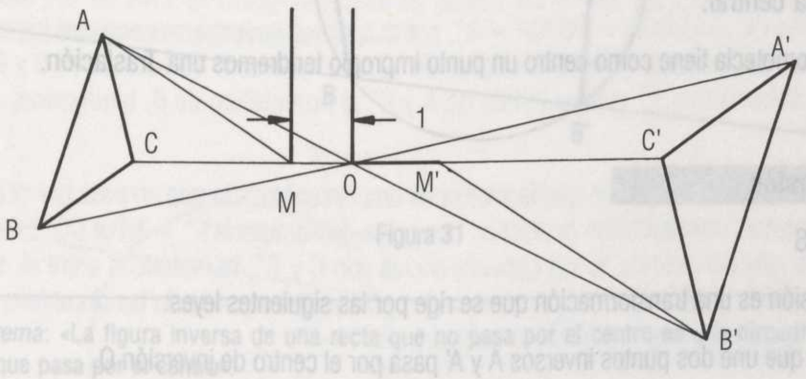


Figura 29

- *Conocemos una figura ABC y nos piden dibujar otra semejante a ella, que tenga un área n veces mayor.*

Dibujamos el centro de homotecia en un punto arbitrario O.

Ya hemos visto que la razón de homotecia debe ser $\sqrt{n}$.

Recordamos que para calcular gráficamente una raíz cuadrada suele usarse la construcción de la media proporcional: la media proporcional de n y la unidad será la $\sqrt{n}$ buscada.

Se dibujan un par de homotéticos M y M' relacionados por la razón calculada y se continúa el problema como en casos anteriores.

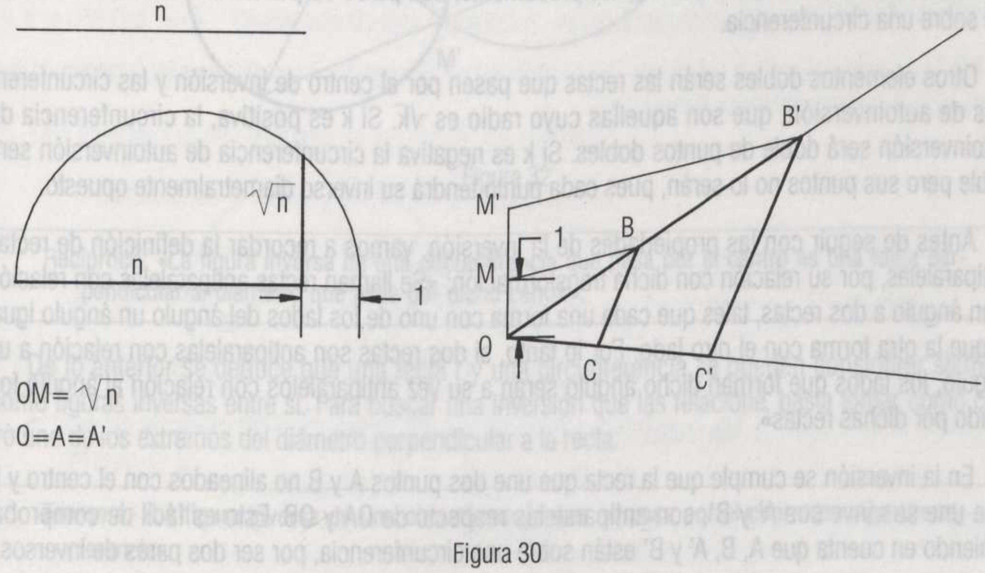


Figura 30

Nota: Si nos piden dibujar una figura semejante a la figura ABC dada, con un área n veces menor, vemos que la razón de la homotecia es la misma que en el problema anterior, pero la figura buscada será menor que el dato. Se realizará la homotecia considerando que el dato debe pertenecer a la forma A'B'C' y el resultado a la forma ABC. Un cambio de nomenclatura es la solución más rápida.

CASOS PARTICULARES DE HOMOTECIA

Si una homotecia inversa tiene la razón k = –1 , tendremos una simetría respecto al punto O, una **Simetría central**.

Si una homotecia tiene como centro un punto impropio tendremos una **Traslación**.

La Inversión

CONCEPTOS

La inversión es una transformación que se rige por las siguientes leyes:

La recta que une dos puntos inversos A y A' pasa por el centro de inversión O.

Todo par de puntos inversos verifica que el producto de sus distancias al centro es constante: AO . A'O = k.

Se llama potencia de inversión a la constante k. Dicha constante será positiva o negativa según que los puntos inversos estén a un mismo lado de O, o a distinto lado.

El inverso de O será un punto impropio.

Una inversión es un caso de proporcionalidad inversa, estrechamente relacionado con la potencia. Nos damos cuenta de que si planteamos la potencia de un punto P respecto de una circunferencia c, todos los pares de puntos que obtenemos al trazar secantes desde P a la circunferencia son inversos con respecto al centro P y si trazamos la tangente desde P a la circunferencia, obteniendo el punto de tangencia T, PT = $\sqrt{k}$, siendo k la potencia de inversión que coincide con la potencia establecida al principio.

Por lo tanto, toda circunferencia que pase por un par de puntos inversos A y A', será una circunferencia doble de la transformación y, recíprocamente, dos pares de puntos inversos estarán siempre sobre una circunferencia.

Otros elementos dobles serán las rectas que pasen por el centro de inversión y las circunferencias de autoinversión, que son aquellas cuyo radio es $\sqrt{k}$. Si k es positiva, la circunferencia de autoinversión será doble de puntos dobles. Si k es negativa la circunferencia de autoinversión será doble pero sus puntos no lo serán, pues cada punto tendrá su inverso diametralmente opuesto.

Antes de seguir con las propiedades de la inversión, vamos a recordar la definición de rectas antiparalelas, por su relación con dicha transformación: «Se llaman rectas antiparalelas con relación a un ángulo a dos rectas, tales que cada una forma con uno de los lados del ángulo un ángulo igual al que la otra forma con el otro lado. Por lo tanto, si dos rectas son antiparalelas con relación a un ángulo, los lados que forman dicho ángulo serán a su vez antiparalelos con relación al ángulo formado por dichas rectas».

En la inversión se cumple que la recta que une dos puntos A y B no alineados con el centro y la que une sus inversos A' y B', son antiparalelas respecto de OA y OB. Esto es fácil de comprobar teniendo en cuenta que A, B, A' y B' están sobre una circunferencia, por ser dos pares de inversos y recordando las propiedades de los ángulos en la circunferencia. Así, vemos que los triángulos OAB y OA'B' son semejantes.

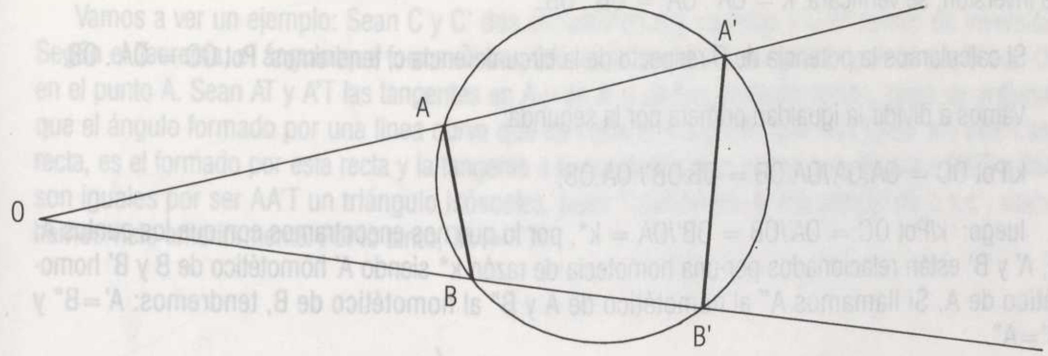


Figura 31

> *Teorema*: «La figura inversa de una recta que no pasa por el centro es una circunferencia que pasa por el centro».

Sea una recta r que no pase por O. Trazamos desde O dos rectas que corten a r en los puntos M y P, siendo OP perpendicular a r. Si hallamos P' y M', al ser MP y M'P' antiparalelas, el ángulo recto MPP' será igual al ángulo PM'P'. Por lo tanto, para todo punto M de r se verificará que OM'P' es un ángulo recto, luego el lugar geométrico del punto M' es la circunferencia de diámetro OP'.

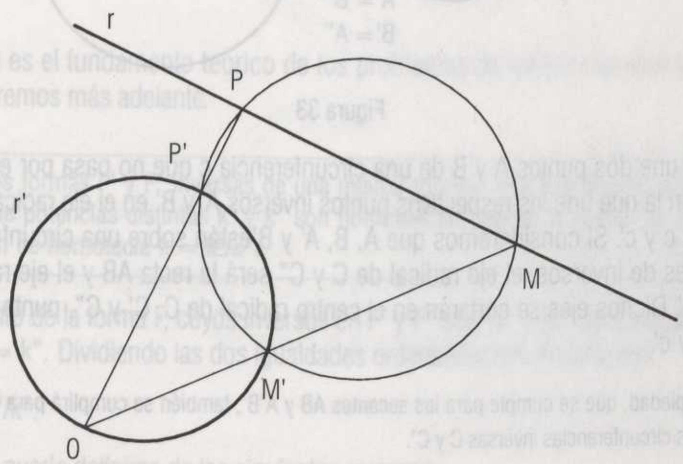


Figura 32

> Recíproco: «La figura inversa de una circunferencia que pasa por el centro es una recta perpendicular al diámetro que pasa por dicho centro».

De lo anterior se deduce que una recta r y una circunferencia se pueden considerar siempre como figuras inversas entre sí. Para buscar una inversión que las relacione, basta tomar como centro uno de los extremos del diámetro perpendicular a la recta.

> *Teorema:* «La figura inversa de una circunferencia que no pasa por el centro es otra circunferencia».

Vamos a suponer el problema resuelto para analizar sus propiedades. Sean O el centro de inversión y c y c' dos circunferencias inversas con respecto a dicho centro. Si trazamos una secante desde O a las dos circunferencias obtendremos los puntos A, B, A' y B' sobre ellas. Si k es la potencia de inversión, se verificará: k = OA . OA' = OB . OB'.

Si calculamos la potencia de O respecto de la circunferencia c, tendremos: Pot OC = OA . OB.

Vamos a dividir la igualdad primera por la segunda:

k/Pot OC = OA.OA'/OA.OB = OB.OB'/ OA.OB;

luego: k/Pot OC = OA'/OB = OB'/OA = k*, por lo que nos encontramos con que los puntos A, B, A' y B' están relacionados por una homotecia de razón k* siendo A' homotético de B y B' homotético de A. Si llamamos A" al homotético de A y B" al homotético de B, tendremos: A'=B" y B'=A".

De todo lo anterior, deducimos que la inversa de una circunferencia que no pasa por el centro es otra circunferencia homotética con la anterior, con razón de homotecia k* = k/Pot OC. Es importante hacer notar que los centros de las circunferencias son C y C", homotéticos entre sí, siendo el inverso C' un punto distinto de C". Solamente en los puntos de tangencia de las circunferencias con las rectas tangentes comunes a ambas se verificará que T'=T".

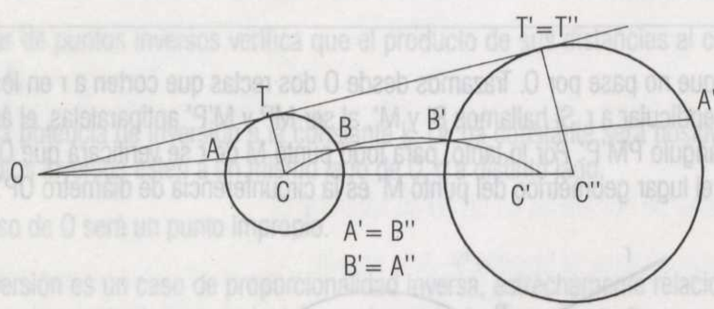


Figura 33

La recta que une dos puntos A y B de una circunferencia c que no pasa por el centro de inversión, se corta con la que une los respectivos puntos inversos A' y B' en el eje radical de las circunferencias inversas c y c'. Si consideramos que A, B, A' y B'están sobre una circunferencia doble c", por ser dos pares de inversos, el eje radical de C y C" será la recta AB y el eje radical de C' y C" será la recta A'B'. Dichos ejes se cortarán en el centro radical de C, C' y C", punto que pertenece al eje radical de c y c'.

Nota: Esta propiedad, que se cumple para las secantes AB y A'B', también se cumplirá para las tangentes en dos puntos T y T' de dos circunferencias inversas C y C'.

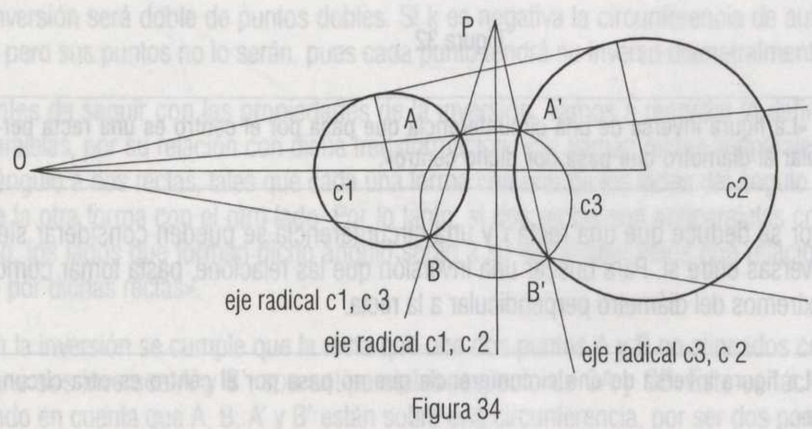


Figura 34

> *Teorema*: «El ángulo de dos líneas que se cortan es igual al ángulo de sus dos líneas inversas».

Vamos a ver un ejemplo: Sean C y C' dos circunferencias inversas y 0 el centro de inversión. Según el Teorema, el ángulo que forma C' con OA', en el punto A', es igual al que forma C con OA en el punto A. Sean AT y A'T las tangentes en A y en A' a dichas circunferencias, pues se entiende que el ángulo formado por una línea curva que se corta en un punto con otra línea, en este caso recta, es el formado por esta recta y la tangente a la curva en dicho punto. Los ángulos OA'T y TAA' son iguales por ser AA'T un triángulo isósceles, pues T pertenece al eje radical de c y c', como hemos visto anteriormente. Por lo tanto, TA = T'A.

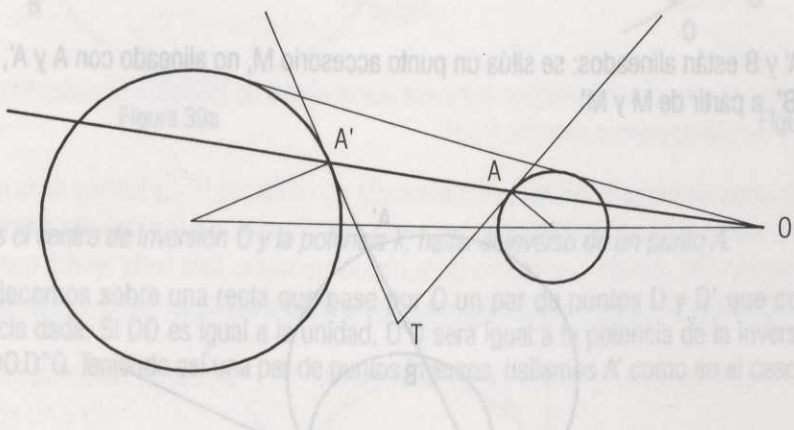


Figura 35

Este teorema es el fundamento teórico de los problemas de tangencias que se resuelven por inversión, que veremos más adelante.

> *Teorema:* Dos formas F' y F" inversas de una misma forma F con respecto a un mismo centro 0 y de potencias distintas k' y k" son homotéticas, siendo el centro de homotecia 0 y la razón de homotecia k = k'/k".

Sea M un punto de la forma F, cuyos inversos en F' y F" son M' y M", se cumplirá que: OM.OM' = k' y OM.OM" = k". Dividiendo las dos igualdades ordenadamente resulta que

OM'/OM" =k'/k".

Una inversión puede definirse de las siguientes maneras:

1. Conociendo el centro y un par de puntos inversos.
2. Conociendo el centro y la potencia.
3. Conociendo dos figuras inversas.

PROCEDIMIENTOS. MÉTODOS GRÁFICOS

- *Dados el centro de inversión O, un par de puntos inversos A y A' y otro punto B, hallar B', inverso de B.*

  Si A, A' y B no están alineados: se dibuja la circunferencia que pasa por los tres. La intersección de dicha circunferencia con la recta OB será el punto B buscado.

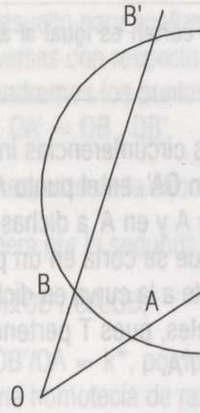


Figura 36

Si A, A' y B están alineados: se sitúa un punto accesorio M, no alineado con A y A', se halla M' y se busca B', a partir de M y M'.

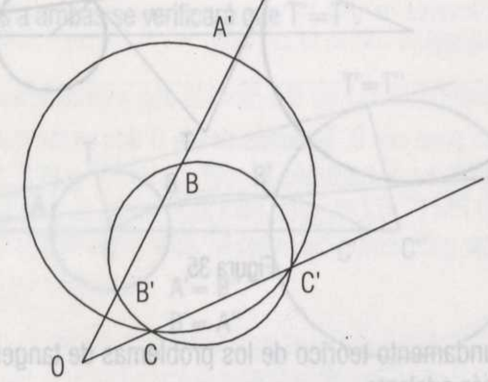


Figura 37

Para resolver el caso anterior se puede aplicar la media proporcional de la siguiente manera: se traza la media proporcional de OA y OA', que es la raíz cuadrada de la potencia k y se hace que los segmentos OB y OB' tengan la misma media proporcional y por lo tanto, cumplan que OB.OB' = k

Si k es negativa se usará el método gráfico de la *Figura 38:*

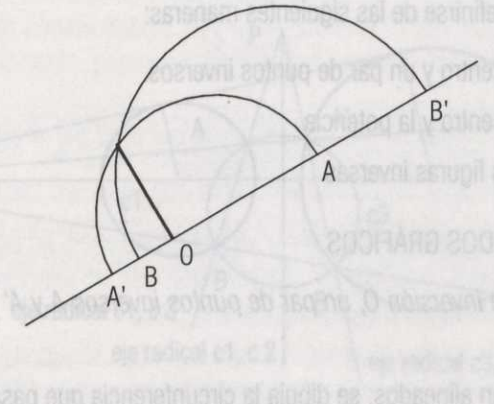


Figura 38

Si k es positiva se usará el método gráfico de las figuras siguientes:

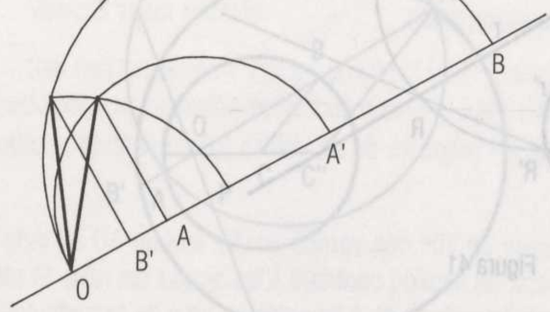


Figura 39a

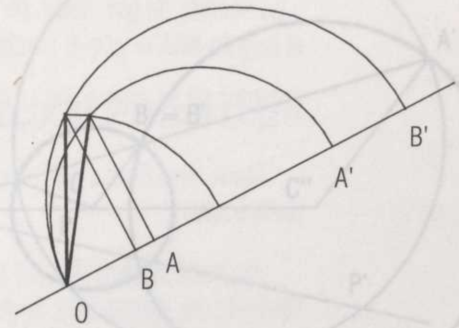


Figura 39b

- *Dados el centro de inversión O y la potencia k, hallar el inverso de un punto A.*

  Establecemos sobre una recta que pase por O un par de puntos D y D' que cumplan la potencia dada. Si DO es igual a la unidad, D'O será igual a la potencia de la inversión, pues k = DO.D"O. Teniendo así una par de puntos inversos, hallamos A' como en el caso anterior.

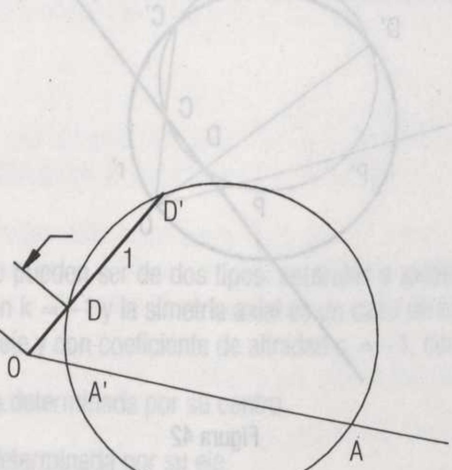


Figura 40

- *Inversa de una recta r que no pase por el centro de inversión, conociendo el centro O y un par de puntos inversos P y P'.*

  Tomamos un punto R sobre la recta r y hallamos R'. La inversa de la recta será, como vimos anteriormente, una circunferencia que pase por O y tenga el centro en la recta p, perpendicular desde O a la recta r. Esta circunferencia tendrá que pasar por el punto R'. Por lo tanto su centro C será la intersección de p con la mediatriz de OR' y su radio, el segmento CO = CR'.

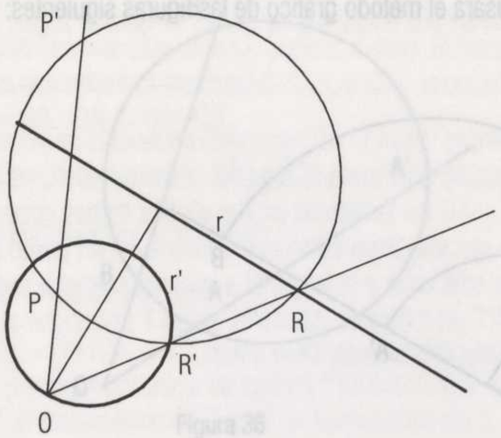


Figura 41

- *Inversa de una circunferencia c que pase por el centro de inversión O, conociendo dicho centro y un par de puntos inversos P y P'.*

Tomamos un punto D sobre la circunferencia c y hallamos D'. La inversa de la circunferencia será, como vimos anteriormente, una recta que no pase por O y que sea perpendicular a la dirección OC, siendo C el centro de la circunferencia c. Esta recta tendrá que pasar por el punto D'. Por lo tanto, la recta c' buscada, será la perpendicular desde D' a la recta OC.

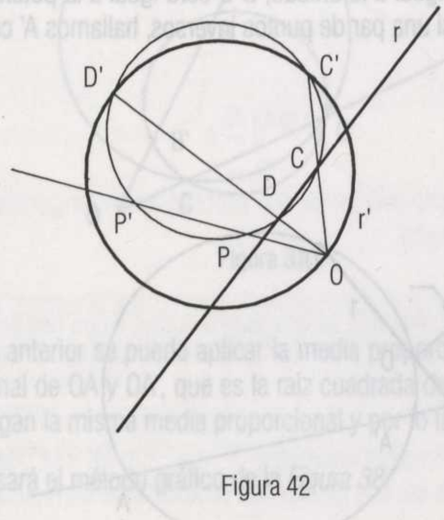


Figura 42

- *Inversa de una circunferencia c que no pase por el centro de inversión O, conociendo dicho centro y un par de puntos inversos P y P'.*

Tomamos un punto A sobre la circunferencia c y hallamos su inverso A'. La inversa de c será, como vimos anteriormente, otra circunferencia c', homotética con la anterior con el mismo centro y con razón de homotecia k' = k/Pot OC. Como ya vimos en la demostración, la recta OA corta a la circunferencia c en otro punto, B y se verifica que el homotético de A es B' y el homotético de B es A'. Por lo tanto, trazando la paralela a OB desde A' obtendremos en su intersección con la recta OC el punto C", siendo C y C" los centros de c y c' respectivamente. La circunferencia c' tendrá de radio el segmento C"A'. Llamamos C" al homotético de C, que es el centro de la circunferencia inversa pero que no coincide con el inverso de C que sería otro punto C', como ya vimos en la demostración.

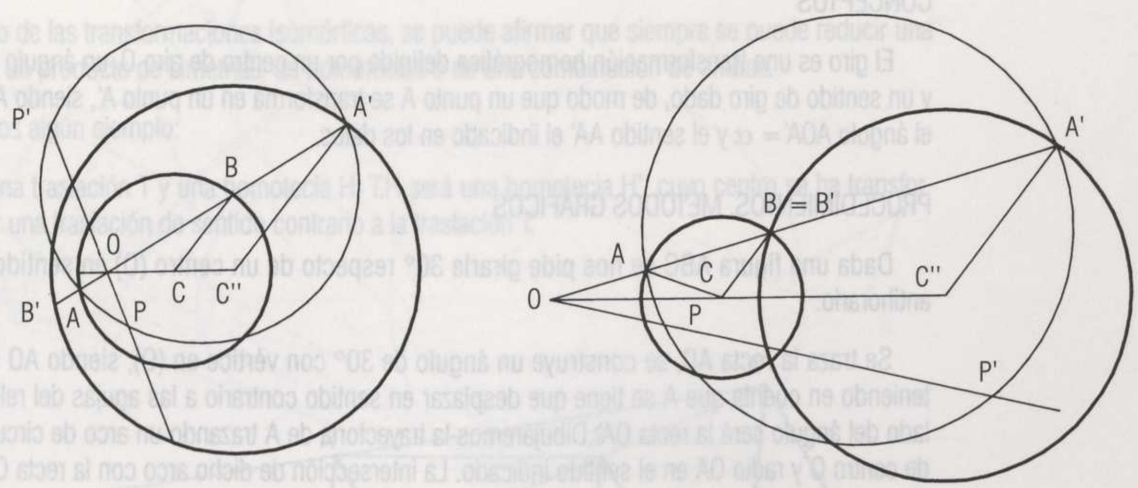


Figura 43

• *Definir la inversión por su centro y su potencia, conociendo dos figuras inversas ABC y A'B'C'.*

La intersección de las rectas AA' y BB' será el centro O buscado. La potencia será la media proporcional entre OA y OA'.

Las simetrías

CONCEPTOS

Las simetrías en el plano pueden ser de dos tipos: centrales o axiales. La simetría central es un caso de homotecia con razón k = –1 y la simetría axial es un caso de homología afín con dirección de afinidad perpendicular al eje y con coeficiente de afinidad c = –1, como ya vimos más atrás.

La simetría central queda determinada por su centro.

La simetría axial queda determinada por su eje.

PROCEDIMIENTOS. TÉCNICAS GRÁFICAS

Para dibujar una figura A'B'C' simétrica de otra dada ABC, conocido su centro O, operamos como en una homotecia de razón k = –1.

Se traza la recta AO, el punto A' estará en dicha recta al otro lado de O, siendo AO = A'O.

Las rectas AB, AC y CB serán paralelas a sus simétricas A'B', A'C' y C'B' respectivamente.

Para dibujar una figura A'B'C', simétrica de otra dada ABC, conocido su eje e, operamos como en una afinidad de dirección perpendicular al eje y coeficiente c = –1.

Se traza desde A la perpendicular a e, el punto A' estará en dicha recta, pero al otro lado del eje, siendo iguales las distancias de A al eje y de A' el eje.

Las rectas AB, AC y CB se cortarán en el eje con sus simétricas A'B', A'C' y C'B' respectivamente.

El giro

CONCEPTOS

El giro es una transformación homográfica definida por un centro de giro O, un ángulo de giro α y un sentido de giro dado, de modo que un punto A se transforma en un punto A', siendo AO = A'O, el ángulo AOA'= α y el sentido AA' el indicado en los datos.

PROCEDIMIENTOS. MÉTODOS GRÁFICOS

Dada una figura ABC se nos pide girarla 30° respecto de un centro (O) en sentido positivo antihorario.

Se traza la recta AO, se construye un ángulo de 30° con vértice en (O), siendo AO un lado y teniendo en cuenta que A se tiene que desplazar en sentido contrario a las agujas del reloj. El otro lado del ángulo será la recta OA'. Dibujaremos la trayectoria de A trazando un arco de circunferencia de centro O y radio OA en el sentido indicado. La intersección de dicho arco con la recta OA' será el punto A' buscado.

La traslación

CONCEPTOS

La traslación es una homotecia que tiene el centro en el infinito.

Una traslación queda definida si nos dan la dirección, el sentido y la distancia entre dos puntos A y A' transladados.

PROCEDIMIENTOS. MÉTODOS OPERATIVOS

Dados un par de puntos transladados A y A', transformar la figura ABC.

Se trazan paralelas a AA' desde B y desde C, pues sobre ellas estarán los puntos B' y C' buscados. Como las rectas A'B', A'C' y C'B' tienen que ser paralelas a las rectas AB, AC y CB respectivamente, las vamos dibujando a partir de A' y obtenemos B' sobre BB' y así sucesivamente.

Composición de transformaciones en el plano

Las transformaciones pueden ser de tres tipos:

— *Isométricas*: son aquellas en las que se conservan las medidas de segmentos y ángulos. Son transformaciones isométricas las translaciones, los giros y las simetrías. Estas transformaciones reciben también el nombre de movimientos.

— *Isomórficas*: son aquellas que conservan las formas, luego conservan el paralelismo, la perpendicularidad y los ángulos entre segmentos y se pueden establecer relaciones de proporcionalidad entre dos figuras transformadas. Son transformaciones isomórficas las isométricas y la homotecia.

— *Anamórficas*: son aquellas que varían las formas, como la homología, la afinidad y la inversión.

Se pueden realizar composiciones o productos de transformaciones entre todas ellas de la siguiente manera:

Sea una forma F a la que se aplican las transformaciones T1, T2, T3,... Un elemento A de dicha forma se transformará en A' por T1; A' se transformará en A" por T2; A" se transformará en A"' por T3, y así sucesivamente.

Cada transformación puede descomponerse en producto de otras, aunque este tipo de problemas suele hacerse con las transformaciones isomórficas.

Dentro de las transformaciones isomórficas, se puede afirmar que siempre se puede reducir una de ellas a un producto de simetrías, de homotecias o de una combinación de ambas.

Veamos algún ejemplo:

Sea una traslación T y una homotecia H, T.H será una homotecia H', cuyo centro se ha transformado por una traslación de sentido contrario a la traslación T.

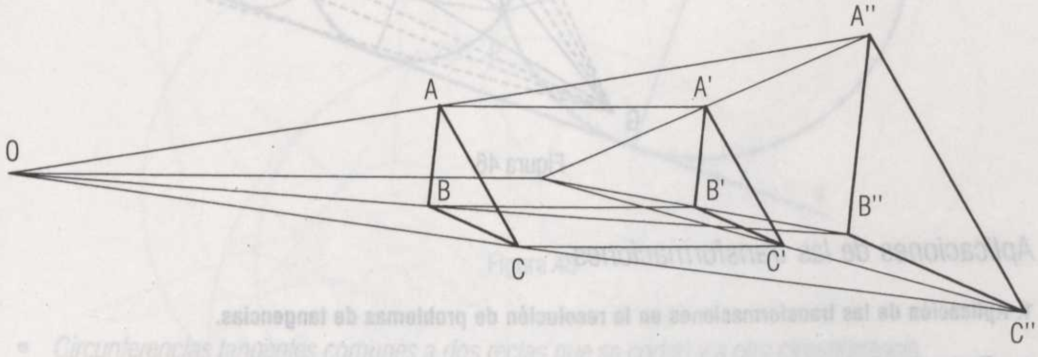


Figura 44

Sea una homotecia H y una simetría central S_C. Su producto será una homotecia de igual razón, pero con distinto signo y centro.

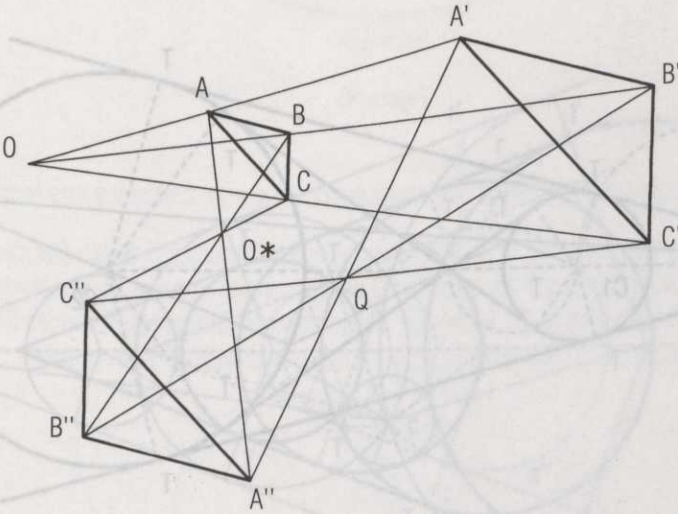


Figura 45

Sea una simetría axial S_a. Su producto por un giro G será equivalente al producto de tres simetrías axiales.

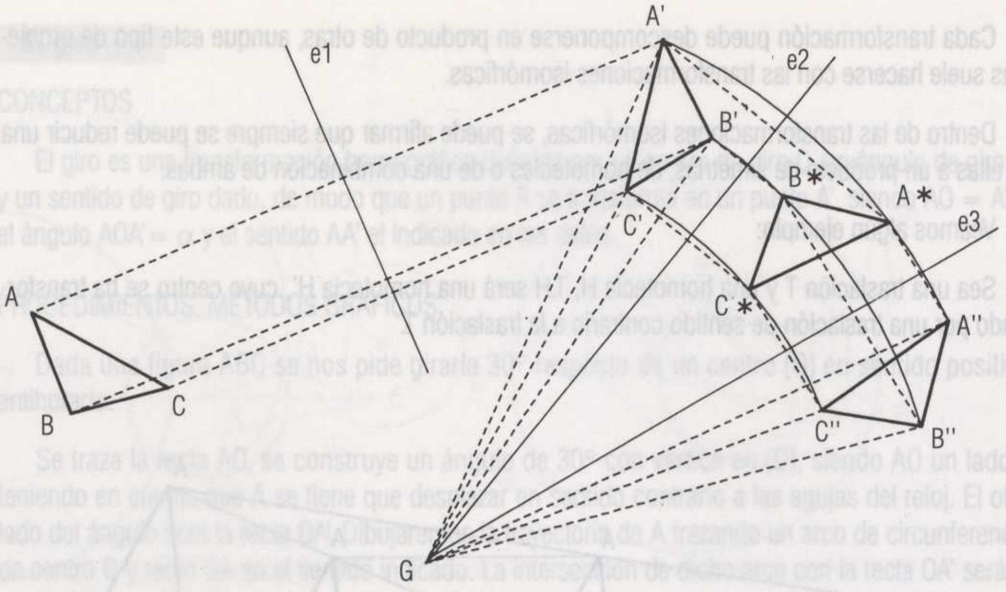


Figura 46

Aplicaciones de las transformaciones

1. Aplicación de las transformaciones en la resolución de problemas de tangencias.

- *Rectas tangentes comunes a dos circunferencias, aplicando la homotecia.*

Sean las circunferencias de centros C y C'. Si trazamos radios paralelos CA y C'A', teniendo C'A' el mismo y distinto sentido que CA y construimos las rectas AA', en sus intersecciones con CC' estarán los centros O y O' de las homotecias que las relacionan. Se trazan las tangentes desde O y O' a una de las circunferencias y se señalan los puntos de tangencia. Estas tangentes serán las tangentes comunes buscadas. Para hallar los puntos de tangencia que faltan, se construirán los homotéticos de los hallados.

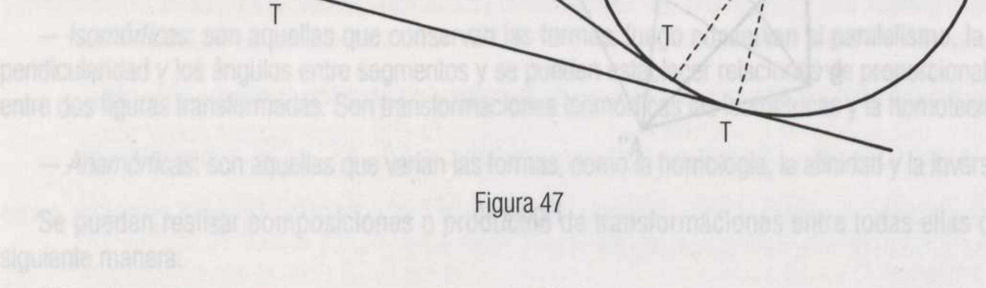


Figura 47

- *Circunferencias tangentes comunes a dos rectas dadas r y s y que pasen por un punto dado P.*

Se considera centro de homotecia O el punto de intersección de las rectas dadas. Se dibuja una circunferencia accesoria tangente a las dos rectas dadas. Se traza la recta OP y se llaman M y N a sus puntos de intersección con la circunferencia dibujada. Las circunferencias solución del problema son las homotéticas de la anterior, considerando P=N' y P=M'.

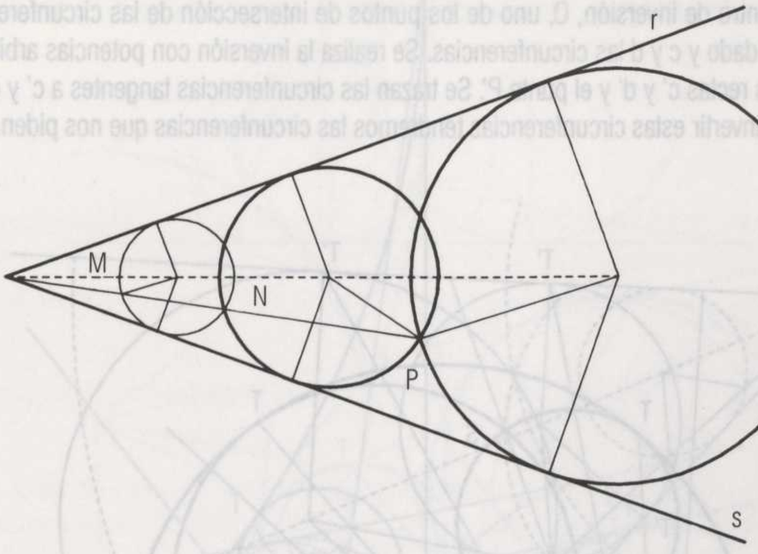


Figura 48

- *Circunferencias tangentes comunes a dos rectas que se cortan y a otra circunferencia.*

Sean r y s las rectas dadas y m el radio de la circunferencia c, dada. En este problema se aplica el método gráfico de sumar y restar datos para llegar al caso anterior. Se trazan paralelas a r y a s, a la distancia m, obteniéndose las rectas r', s', r" y s". Se realiza la construcción anterior (1.2), hallando las circunferencias tangentes a r',s' y c y a r", s" y c, obteniéndose los puntos de tangencia llamados T' y T" en la figura. Los puntos de tangencia de las soluciones son las intersecciones de T'T" con r y con s.

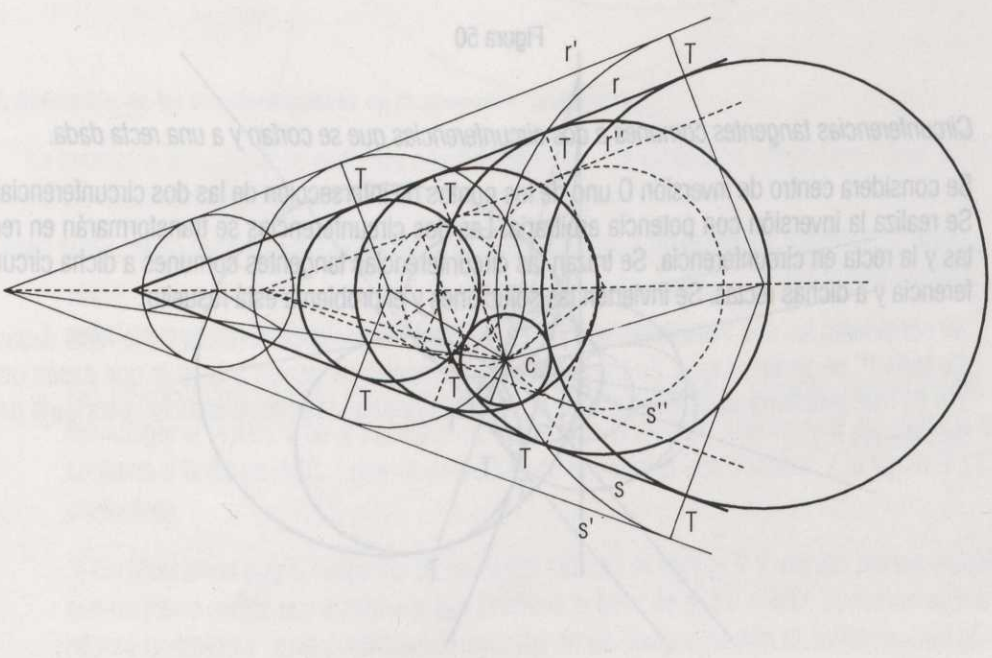


Figura 49

- *Circunferencias tangentes comunes a dos circunferencias que se cortan y que pasen por un punto dado.*

  Se considera centro de inversión, O, uno de los puntos de intersección de las circunferencias. Sean P el punto dado y c y d las circunferencias. Se realiza la inversión con potencias arbitrarias y se obtienen las rectas c' y d' y el punto P'. Se trazan las circunferencias tangentes a c' y d' que pasen por P'. Al invertir estas circunferencias tendremos las circunferencias que nos piden.

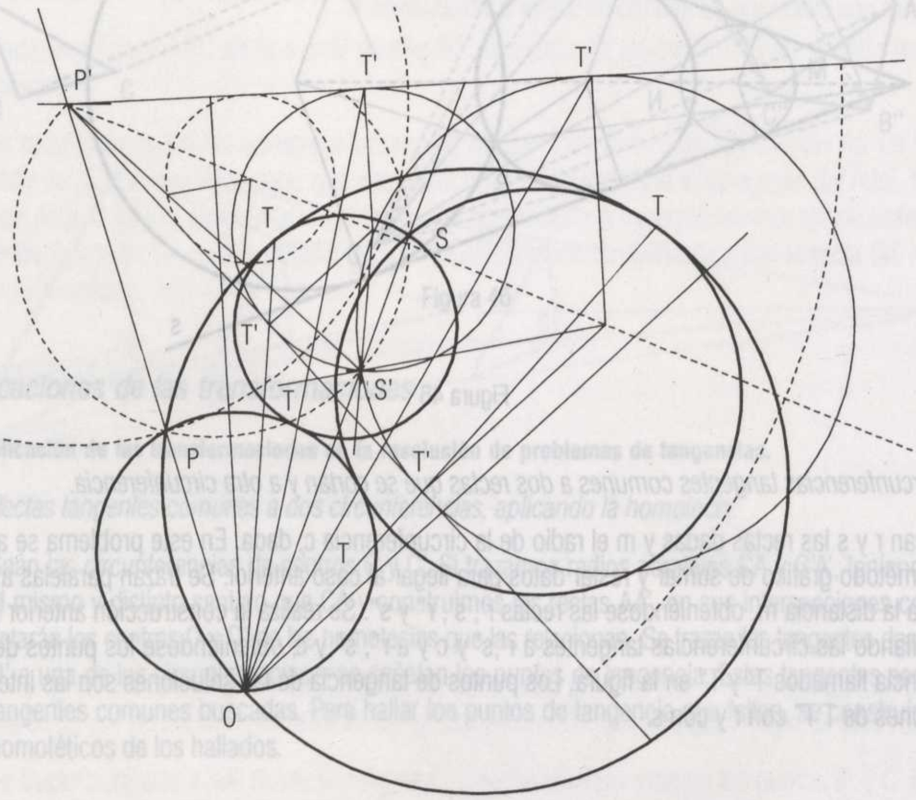


Figura 50

- *Circunferencias tangentes comunes a dos circunferencias que se cortan y a una recta dada.*

  Se considera centro de inversión O uno de los puntos de intersección de las dos circunferencias. Se realiza la inversión con potencia arbitraria. Las dos circunferencias se transformarán en rectas y la recta en circunferencia. Se trazan las circunferencias tangentes comunes a dicha circunferencia y a dichas rectas. Se invierten las soluciones y el problema está resuelto.

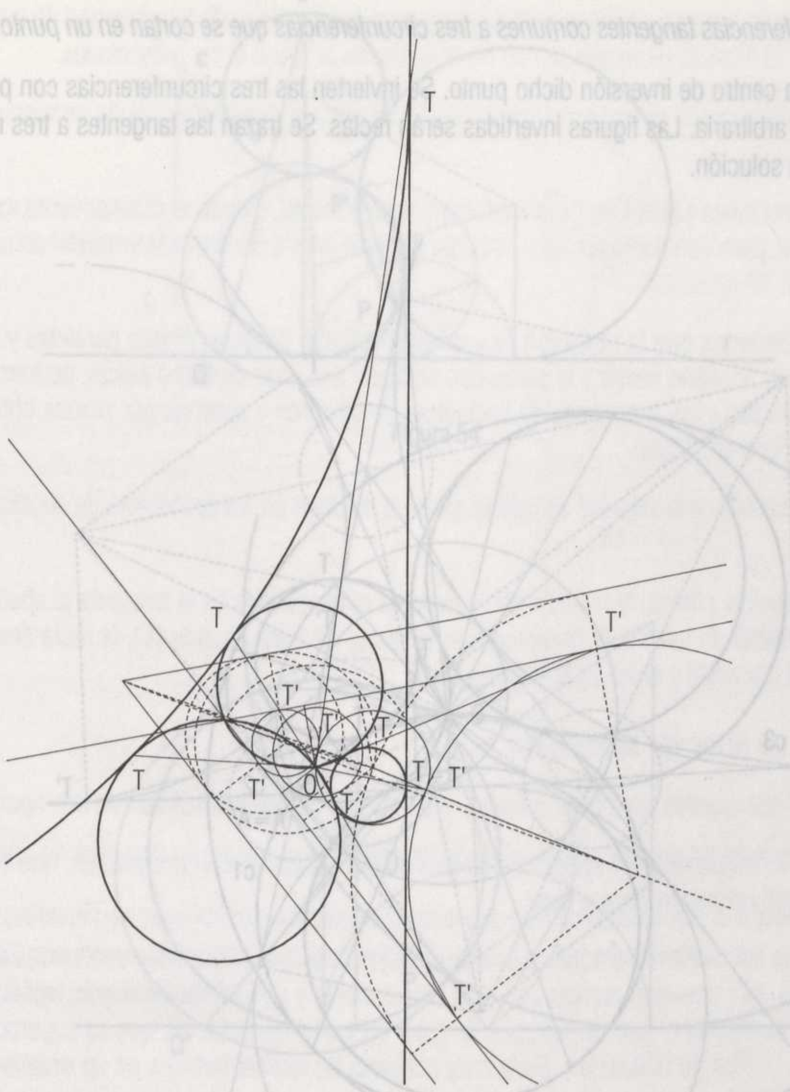


Figura 51

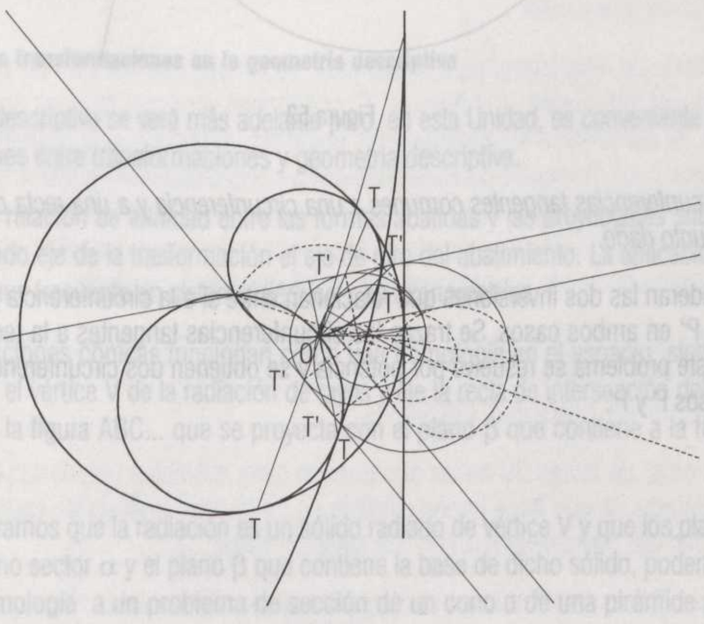


Figura 52

- *Trazar circunferencias tangentes comunes a tres circunferencias que se cortan en un punto.*

  Se considera centro de inversión dicho punto. Se invierten las tres circunferencias con potencia de inversión arbitraria. Las figuras invertidas serán rectas. Se trazan las tangentes a tres rectas y se invierte la solución.

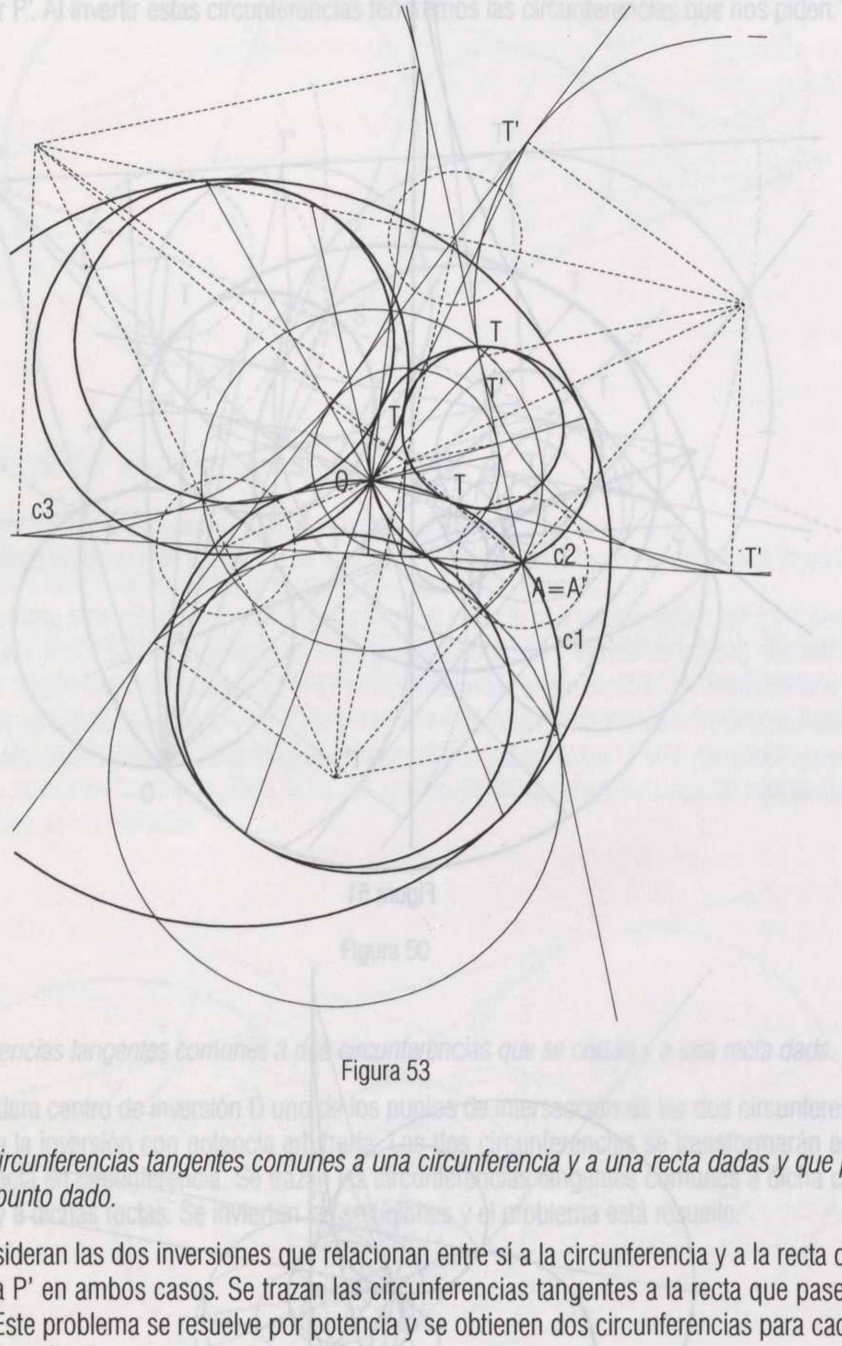


Figura 53

- *Trazar circunferencias tangentes comunes a una circunferencia y a una recta dadas y que pasen por un punto dado.*

  Se consideran las dos inversiones que relacionan entre sí a la circunferencia y a la recta dadas. Se halla P' en ambos casos. Se trazan las circunferencias tangentes a la recta que pasen por P y P'. Este problema se resuelve por potencia y se obtienen dos circunferencias para cada par de inversos P y P'.

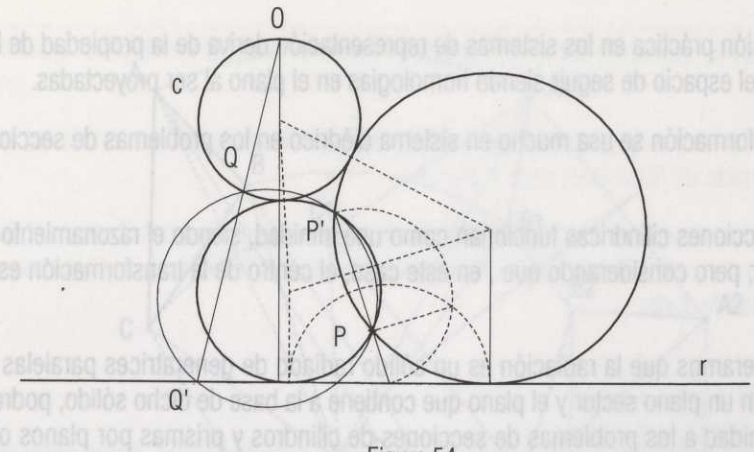


Figura 54

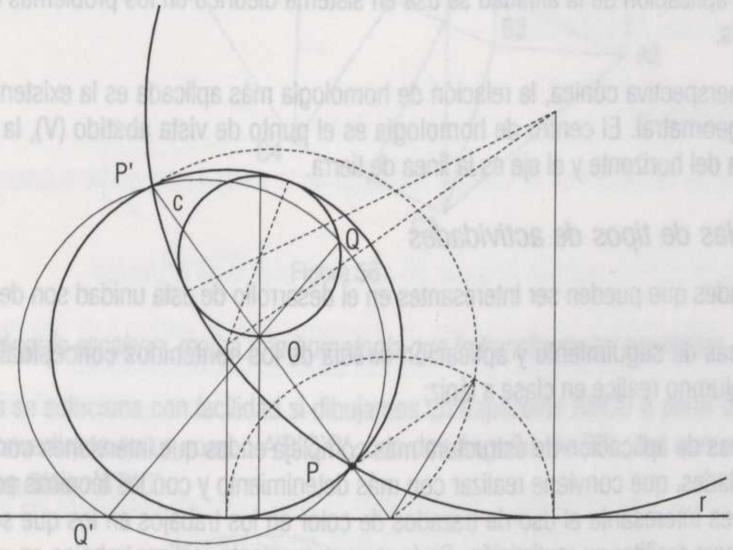


Figura 55

2. Aplicación de las transformaciones en la geometría descriptiva

La geometría descriptiva se verá más adelante pero, en esta Unidad, es conveniente dejar planteadas ya las relaciones entre transformaciones y geometría descriptiva.

— Existe una relación de afinidad entre las formas abatidas y las proyectadas sobre un mismo plano, siendo eje de la trasformación el eje de giro del abatimiento. La aplicación de esta afinidad es muy frecuente en sistema diédrico y en axonometrías.

— Las proyecciones cónicas funcionan como una homología en el espacio, siendo centro de homología el vértice V de la radiación de rayos y eje la recta de intersección del plano α que contiene a la figura ABC... que se proyecta con el plano β que contiene a la figura A'B'C'... proyectada.

Si consideramos que la radiación es un sólido radiado de vértice V y que los planos aludidos son un plano sector α y el plano β que contiene la base de dicho sólido, podemos aplicar la misma homología a un problema de sección de un cono o de una pirámide por un plano oblicuo a su base.

La aplicación práctica en los sistemas de representación deriva de la propiedad de las homologías en el espacio de seguir siendo homologías en el plano al ser proyectadas.

Esta transformación se usa mucho en sistema diédrico en los problemas de secciones antes aludidos.

— Las proyecciones cilíndricas funcionan como una afinidad, siendo el razonamiento igual que el anterior, pero considerando que , en este caso, el centro de la transformación es un punto impropio.

Si consideramos que la radiación es un sólido radiado de generatrices paralelas y que los planos son un plano sector y el plano que contiene a la base de dicho sólido, podremos aplicar la afinidad a los problemas de secciones de cilindros y prismas por planos oblicuos al plano en que se apoyan.

Esta aplicación de la afinidad se usa en sistema diédrico en los problemas de secciones aludidos.

— En perspectiva cónica, la relación de homología más aplicada es la existente al abatir el plano geometral. El centro de homología es el punto de vista abatido (V), la recta límite es la línea del horizonte y el eje es la línea de tierra.

Sugerencias de tipos de actividades

Las actividades que pueden ser interesantes en el desarrollo de esta unidad son de tres tipos:

1. Las tareas de seguimiento y aplicación directa de los contenidos conceptuales, que conviene que el alumno realice en clase a lápiz;

2. Las tareas de aplicación de estructura más compleja en las que intervienen contenidos de distintas unidades, que conviene realizar con más detenimiento y con las técnicas adecuadas. En esta unidad es interesante el uso de trazados de color en los trabajos en los que se superponen trazados, para facilitar su realización. Sería muy conveniente realizar trabajos en un ordenador (programa tipo CAD);

3. Las tareas de aplicación y de análisis susceptibles de múltiples respuestas, que conviene realizar con técnicas de tinta y color.

En el apartado de «Materiales para el alumno», se incluye una serie de propuestas concretas: Las tareas que van del número 1 al número 32 pertenecen al primer tipo, las que van del número 33 al número 39 pertenecen al segundo y las restantes, al tercero. Las propuestas de tareas de los dos primeros tipos tienen los datos semejantes a los que aparecen como ejemplos en la exposición de los conceptos de la unidad, para facilitar la comprensión de los contenidos y la comprobación de los resultados. Muchas de las tareas propuestas están resueltas en la exposición de contenidos, correspondiendo a cada tarea una figura, del modo siguiente:

(Tarea / Figura), (1/8), (2/9), (3/10), (4/11), (5/12), (6/13), (7/14), (8/15), (9/16), (10/17), (11a/18), (14/19), (15/20), (16/22), (17/23), (18/24), (21/25), (22/28), (24/26), (26/36-39), (33/47-48), (34/53), (35/50-49), (38/51-52), (39/54-55).

Las propuestas de tareas del tercer tipo pueden tener múltiples respuestas en muchos casos totalmente distintas, lo que hace imprescindible un cuidadoso análisis de cada resultado. Como ejemplo, adjunto dos planteamientos con una solución válida:

a) *Dada una figura, sométela a una composición de transformaciones hasta que coincida con ella misma, realizando al menos una simetría, una traslación y un giro.*

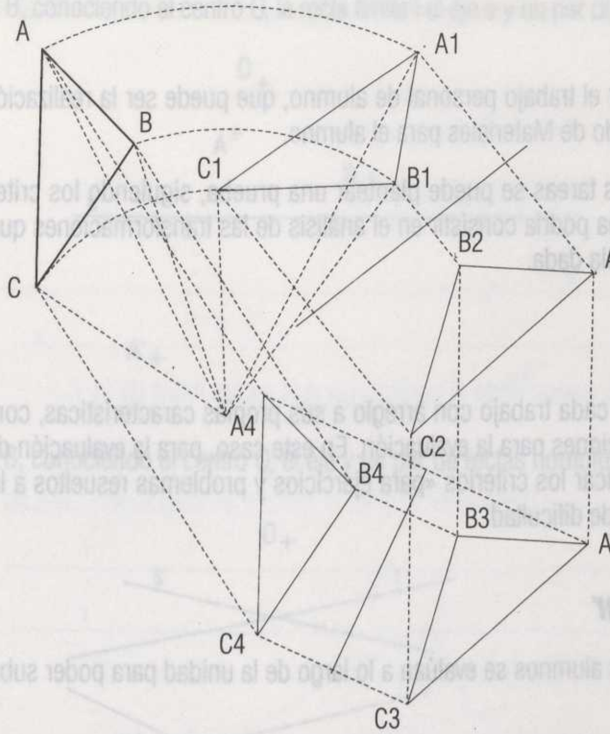


Figura 56

b) *Dado un triángulo escaleno, realiza una homología que lo transforme en equilátero.*

Este problema se soluciona con facilidad si dibujamos un trapezoide ABCD a partir del triángulo dado ABC y lo convertimos en un rombo A'B'C'D', con dos ángulos de 60°, del que nos interesa sólo el triángulo equilátero A'B'C'.

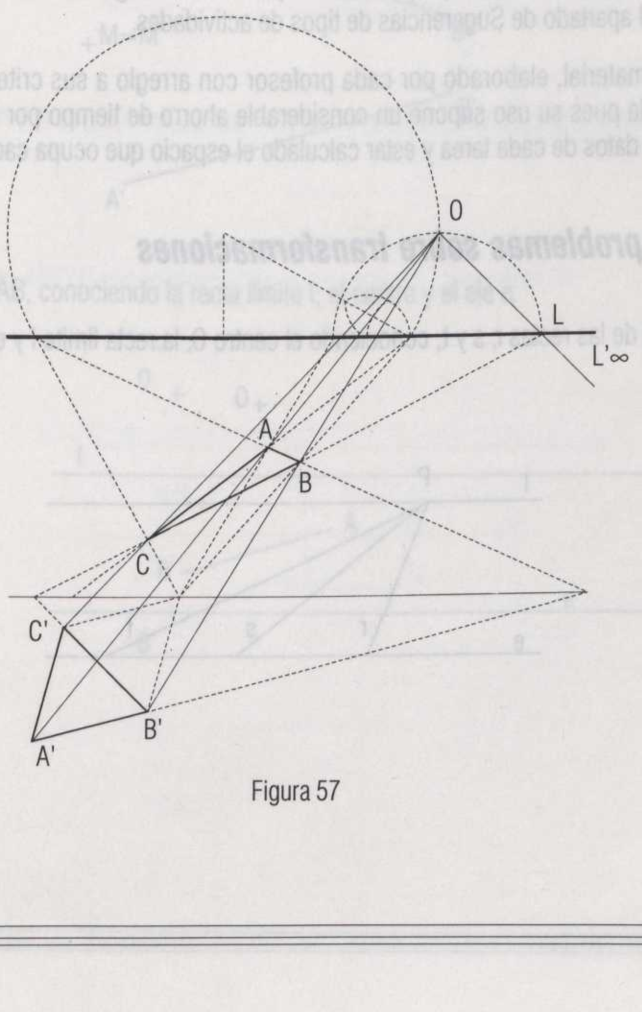


Figura 57

Evaluación

Qué evaluar

Conviene evaluar el trabajo personal de alumno, que puede ser la realización de las tareas propuestas en el apartado de Materiales para el alumno.

Además de estas tareas se puede plantear una prueba, siguiendo los criterios del Decreto de currículo. Esta prueba podría consistir en el análisis de las transformaciones que relacionen los elementos de una retícula dada.

Cómo evaluar

Se debe evaluar cada trabajo con arreglo a sus propias características, como señalamos en el apartado de Orientaciones para la evaluación. En este caso, para la evaluación de las tareas mencionadas, conviene aplicar los criterios «para ejercicios y problemas resueltos a lápiz», considerando los distintos grados de dificultad.

Cuándo evaluar

Las tareas de los alumnos se evalúan a lo largo de la unidad para poder subsanar a tiempo posibles errores.

La prueba global se evaluará después de aplicarla, al final de la Unidad.

Por otra parte, al llegar a los sistemas de representación, se evaluará de una manera indirecta lo aprendido en esta unidad aplicado a los distintos sistemas transversalmente.

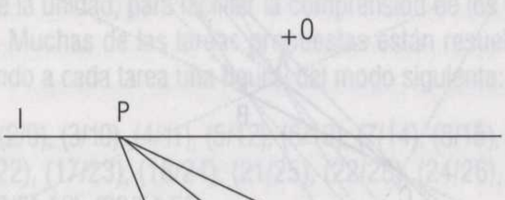
Materiales para el alumno

Como material para el alumno, proponemos el planteamiento gráfico de las distintas tareas ya comentadas en el apartado de Sugerencias de tipos de actividades.

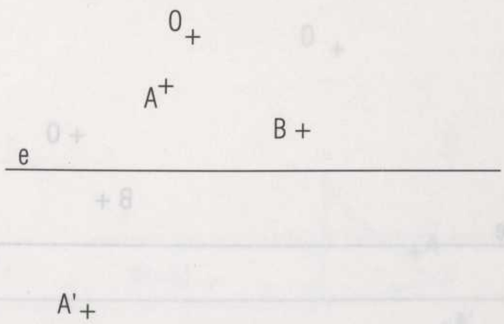
Este tipo de material, elaborado por cada profesor con arreglo a sus criterios, puede resultar muy útil en el aula pues su uso supone un considerable ahorro de tiempo por estar planteados los enunciados y los datos de cada tarea y estar calculado el espacio que ocupa cada solución.

Ejercicios y problemas sobre transformaciones

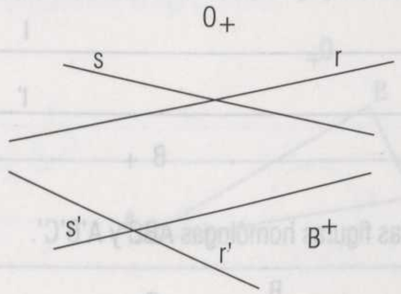
1. Homología de las rectas r, s y t, conociendo el centro O, la recta límite l y el eje e.



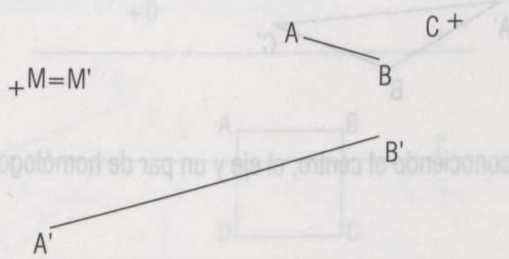
2. Homólogo de B, conociendo el centro O, la recta límite l el eje e y un par de homólogos A y A'.



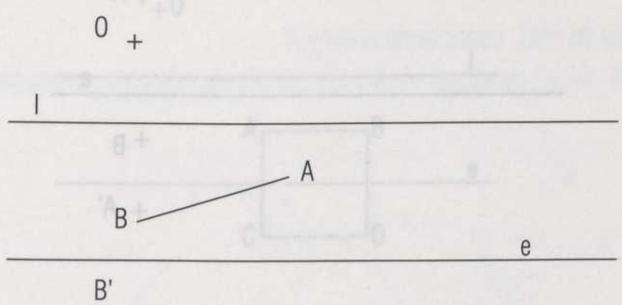
3. Homólogo de B, conociendo el centro O, el eje y un par de rectas homológas, r , r', s, s'.



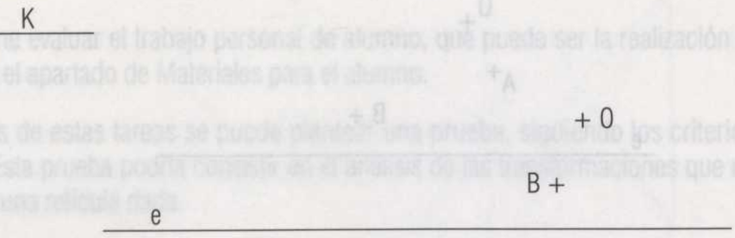
4. Homólogo de C, conociendo un par de segmentos homólogos, el centro O y un punto doble.



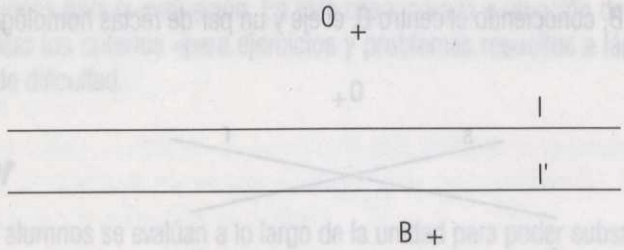
5. Homólogo de AB, conociendo la recta límite l, el centro y el eje e.



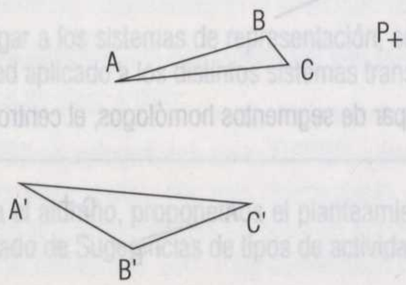
6. Homólogo de B, conociendo el centro, el eje y el coeficiente de homología k.



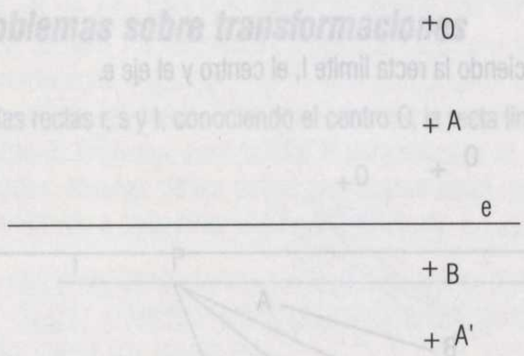
7. Homólogo de B, conociendo el centro y las dos rectas límite de l y l'.



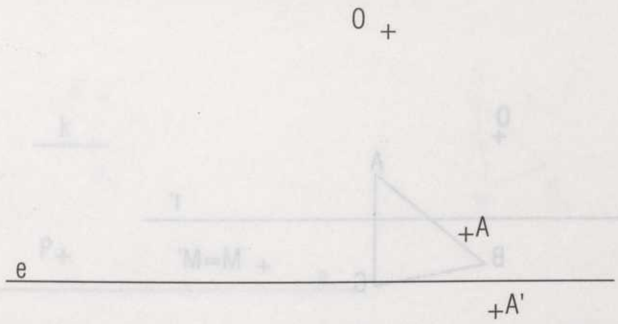
8. Homólogo de P, conociendo las figuras homólogas ABC y A'B'C'.



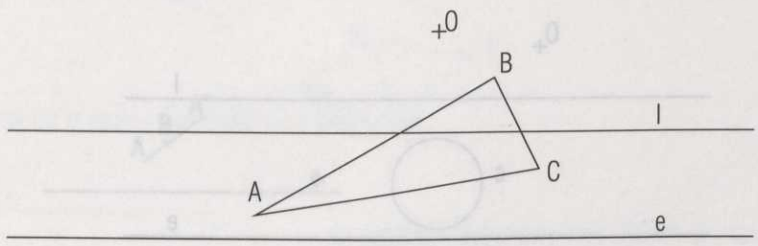
9. Homólogo de B, conociendo el centro, el eje y un par de homólogos A y A'.



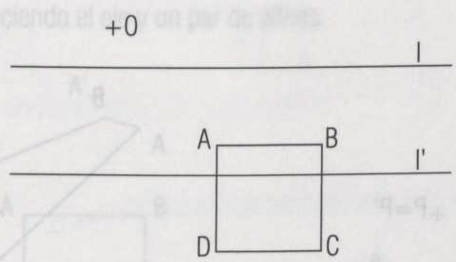
10. Hallar las rectas límite de la homología definida por el centro O, el eje e y un par de homólogos A y A'.



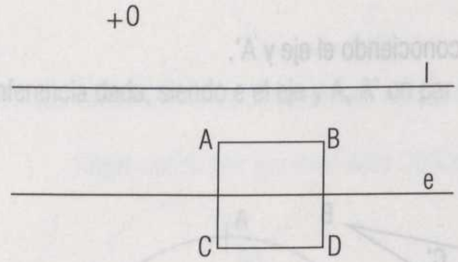
11a. Homólogo de ABC, conociendo el centro, el eje y la recta límite l.



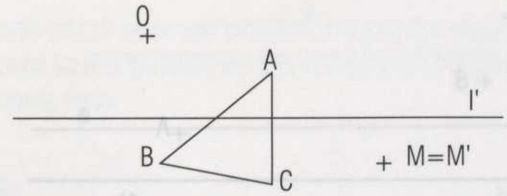
11b. Homólogo de ABCD, conociendo el centro y las dos rectas límite.



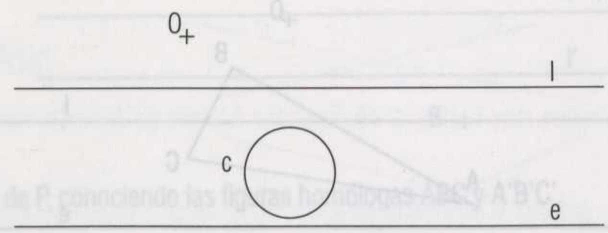
12. Homólogo de ABCD, conociendo el eje, la recta límite l y el centro O.



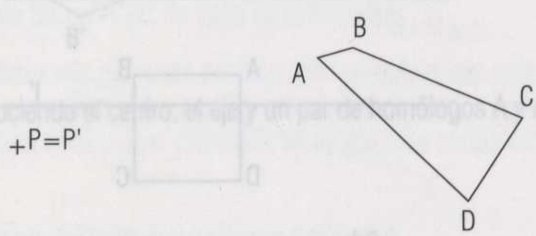
13. Homólogo de ABC, conociendo el centro O, un punto doble M=M' y la recta límite l'.



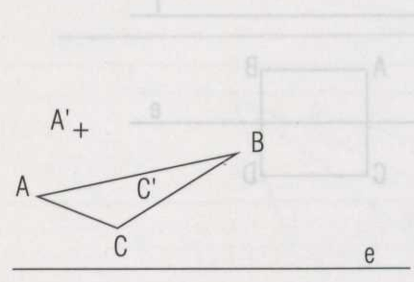
14. Homóloga de la circunferencia dada, conociendo el centro, la recta límite l y el eje.



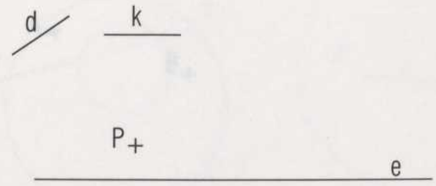
15. Definir la homología que transforma el cuadrilátero ABCD en un cuadrado, conociendo un punto doble P=P'.



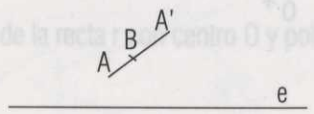
16. Figura afín de ABC, conociendo el eje y A'.



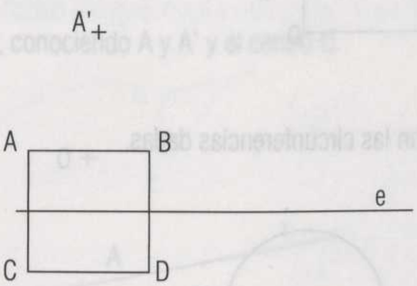
17. Afín de P, conociendo el eje y la dirección y el coeficiente de afinidad k.



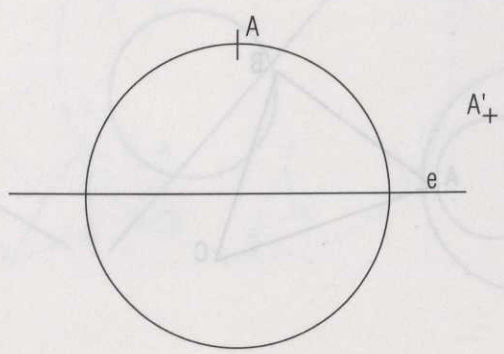
18. Afín del punto B, conociendo el eje e, A y A'.



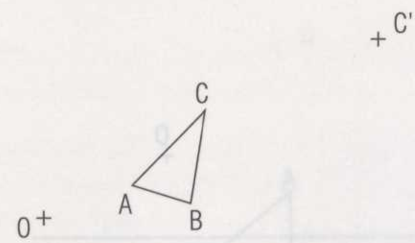
19. Afín de ABCD, conociendo el eje y un par de afines.



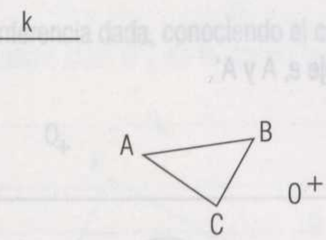
20. Afinidad de la circunferencia dada, siendo e el eje y A, A' un par de puntos afines.



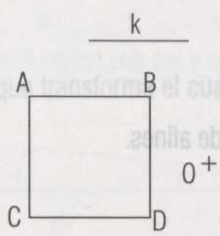
21. Homotecia de ABC con centro O, conociendo el punto C'.



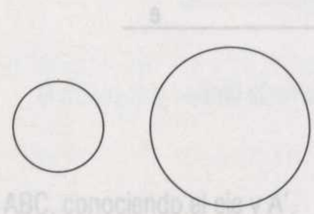
22. Homotecia de ABC, con centro O y razón k.



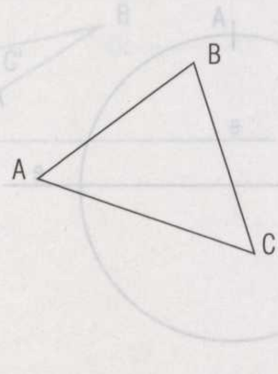
23. Homotecia de ABCD, con centro en O y razón –k.



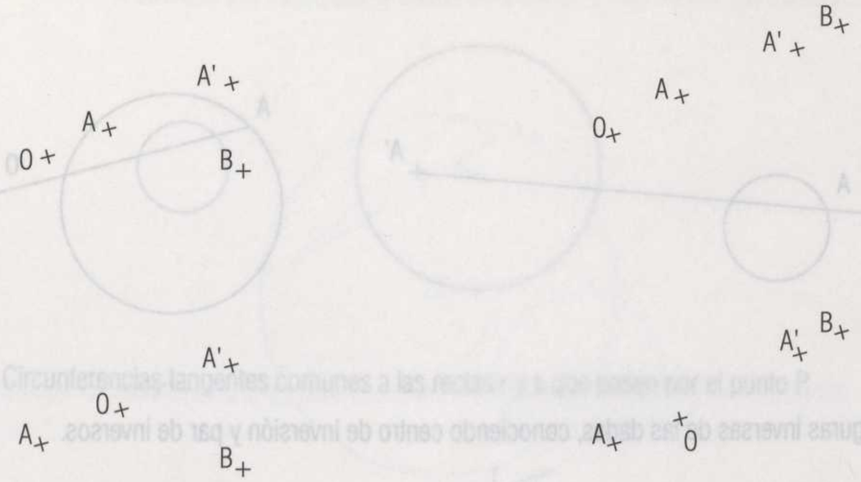
24. Homotecias que relacionan las circunferencias dadas.



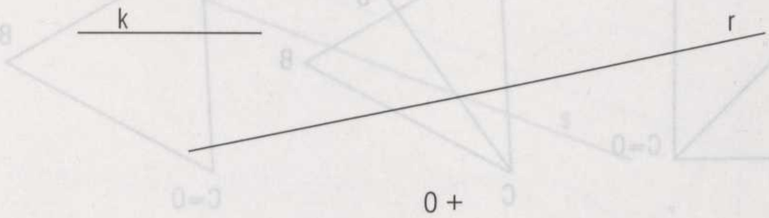
25. Triángulo semejante a ABC cuya área sea tres veces mayor.



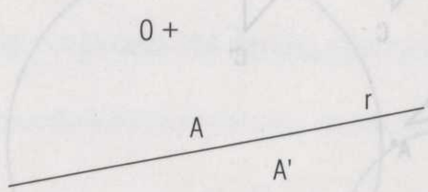
26. Inverso de B, siendo A y A' un par de inversos y siendo O el centro de inversión.



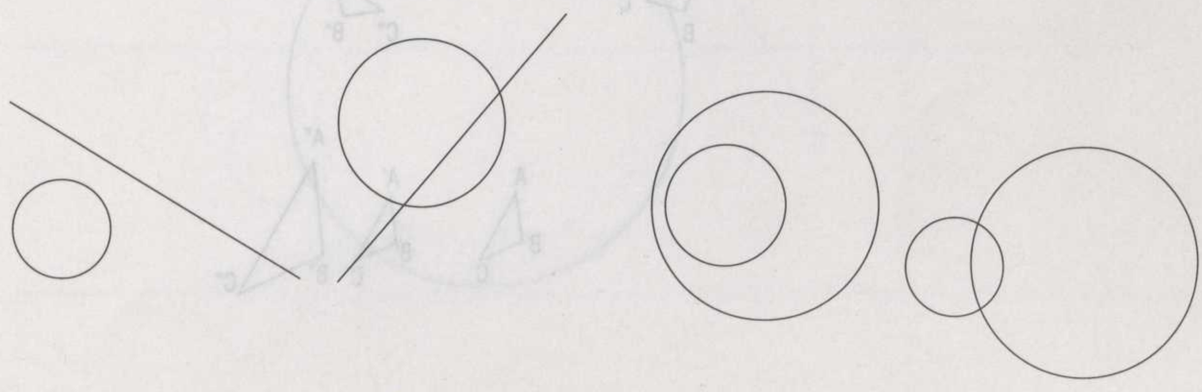
27. Inversa de la recta r con centro O y potencia k.



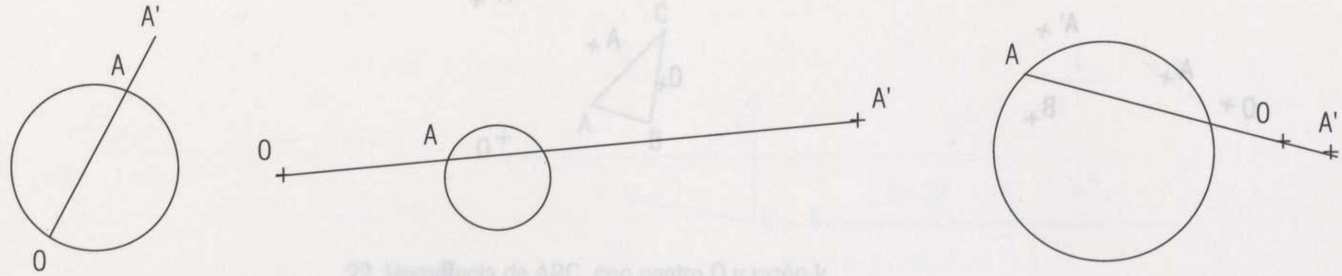
28. Inversa de la recta r, conociendo A y A' y el centro O.



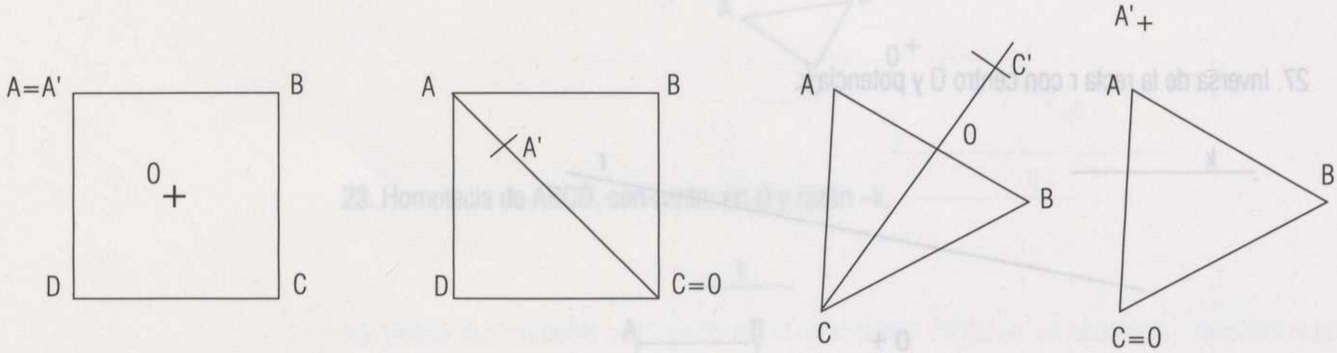
29. Definir las inversiones que relacionan entre sí a cada par de figuras dadas.



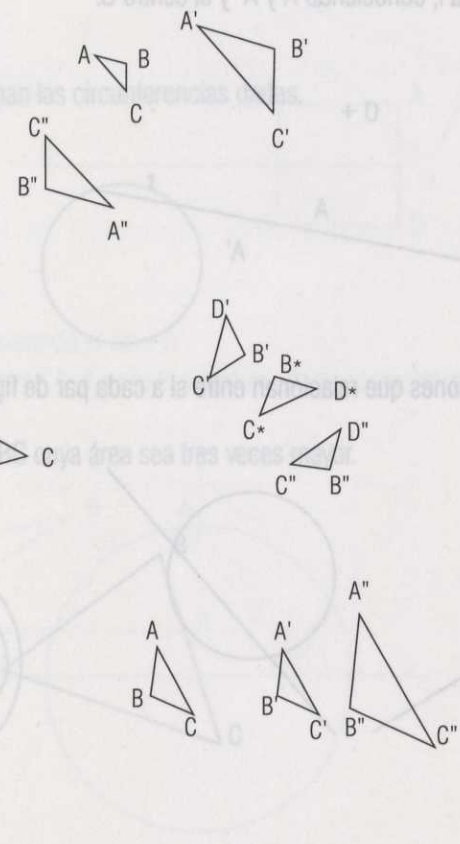
30. Inversas de las circunferencias dadas, siendo O el centro de inversión y A, A' un par de puntos inversos.



31. Figuras inversas de las dadas, conociendo centro de inversión y par de inversos.

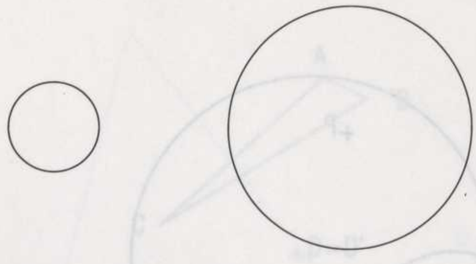


32. Definir las transformaciones que relacionan a los triángulos dados.

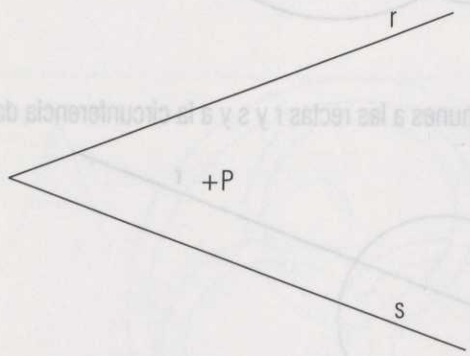


33. Tangencias como aplicación de transformaciones:

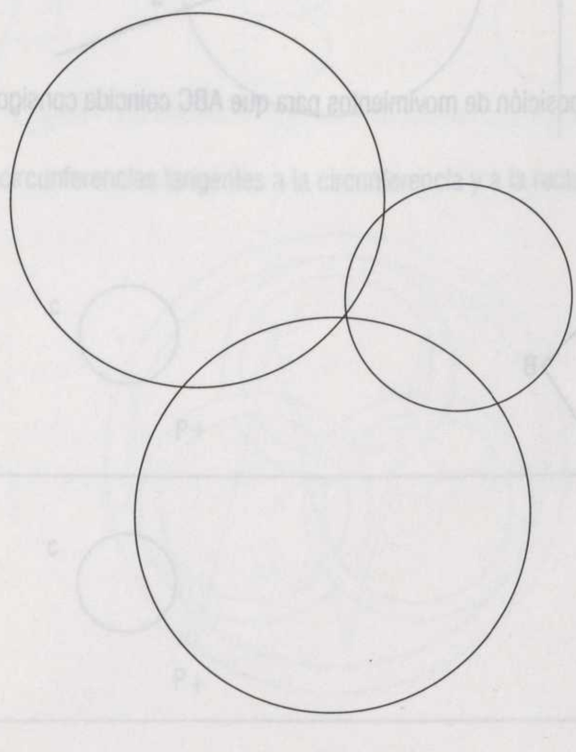
Rectas tangentes comunes a las circunferencias dadas.



Circunferencias tangentes comunes a las rectas r y s que pasen por el punto P.

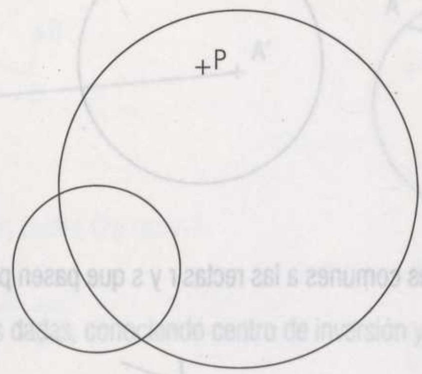


34. Tangencias como aplicación de transformaciones: Circunferencias tangentes comunes a las tres circunferencias dadas.

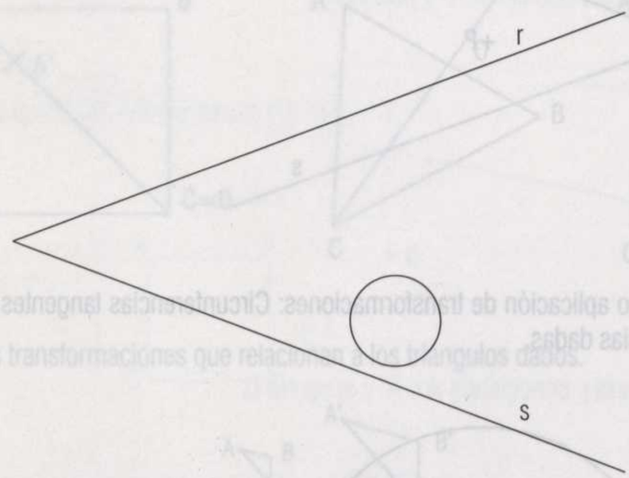


35. Tangencias como aplicación de transformaciones.

Circunferencias tangentes comunes a las dadas y que pasen por el punto P.

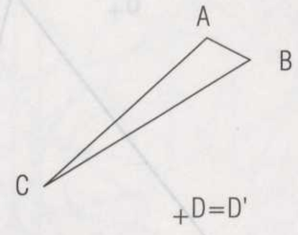


Circunferencias tangentes comunes a las rectas r y s y a la circunferencia dada.

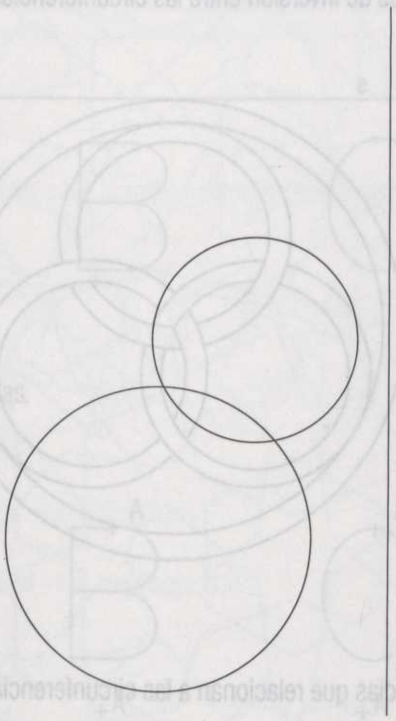


36. Realizar una composición de movimientos para que ABC coincida consigo mismo.

37. Realizar una homología que transforme el triángulo dado en un triángulo equilátero.

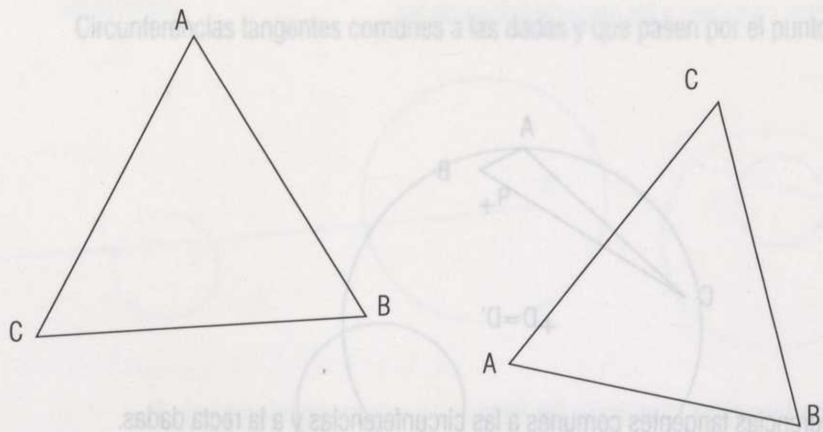


38. Dibujar circunferencias tangentes comunes a las circunferencias y a la recta dadas.

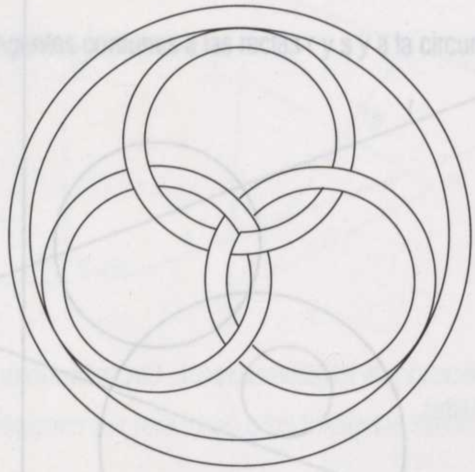


39. Dibujar las circunferencias tangentes a la circunferencia y a la recta dadas que pasen por el punto P.

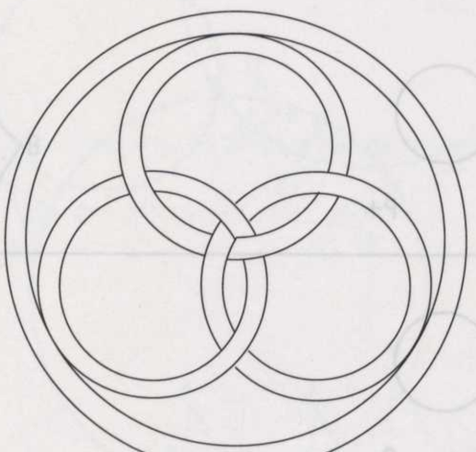
40. Realizar una composición de movimientos para que ABC coincida con A'B'C'.



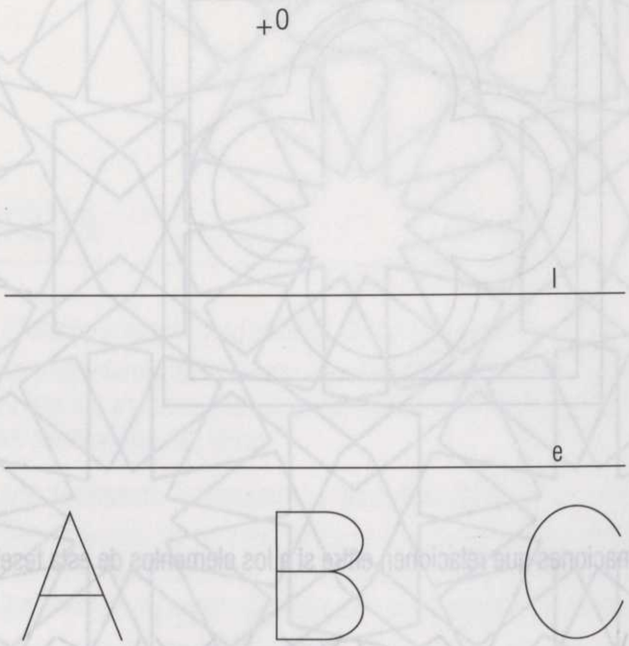
41. Buscar las relaciones de inversión entre las circunferencias que definen el rosetón dado.



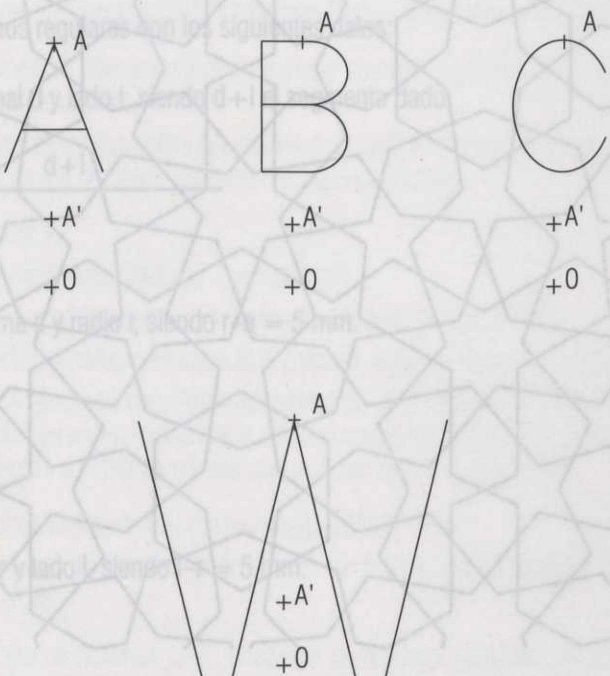
42. Buscar las homotecias que relacionan a las circunferencias que forman el rosetón dado.



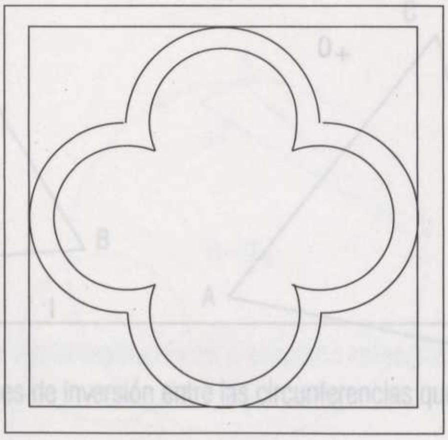
43. Homología de las letras dadas.



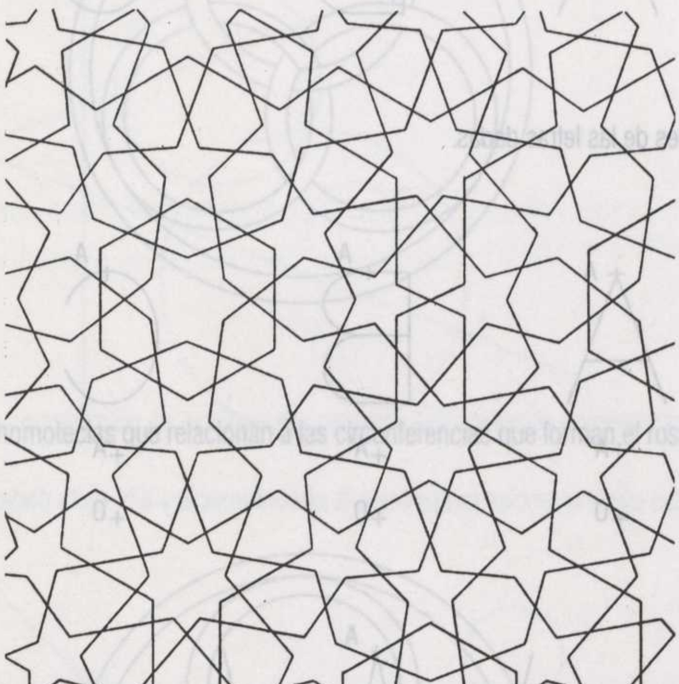
44. Inversiones de las letras dadas.



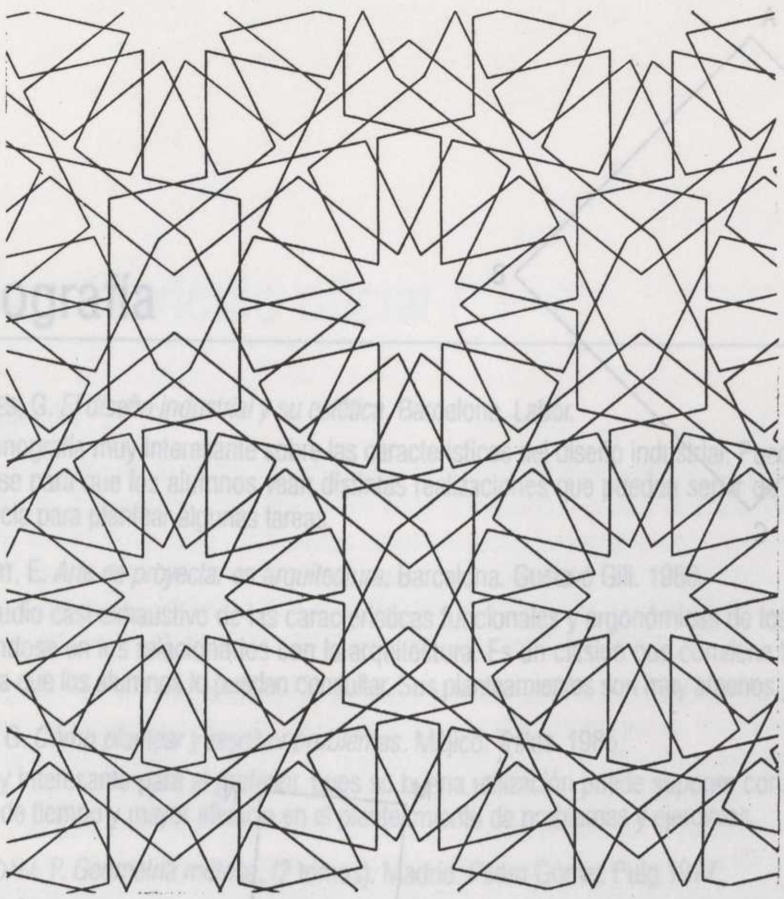
45. Inversiones que relacionan los elementos de esta pieza.



46. Definir transformaciones que relacionen entre sí a los elementos de esta teselación



47. Definir transformaciones que relacionen entre sí a los elementos de esta estructura.



48. Pentágonos regulares con los siguientes datos:

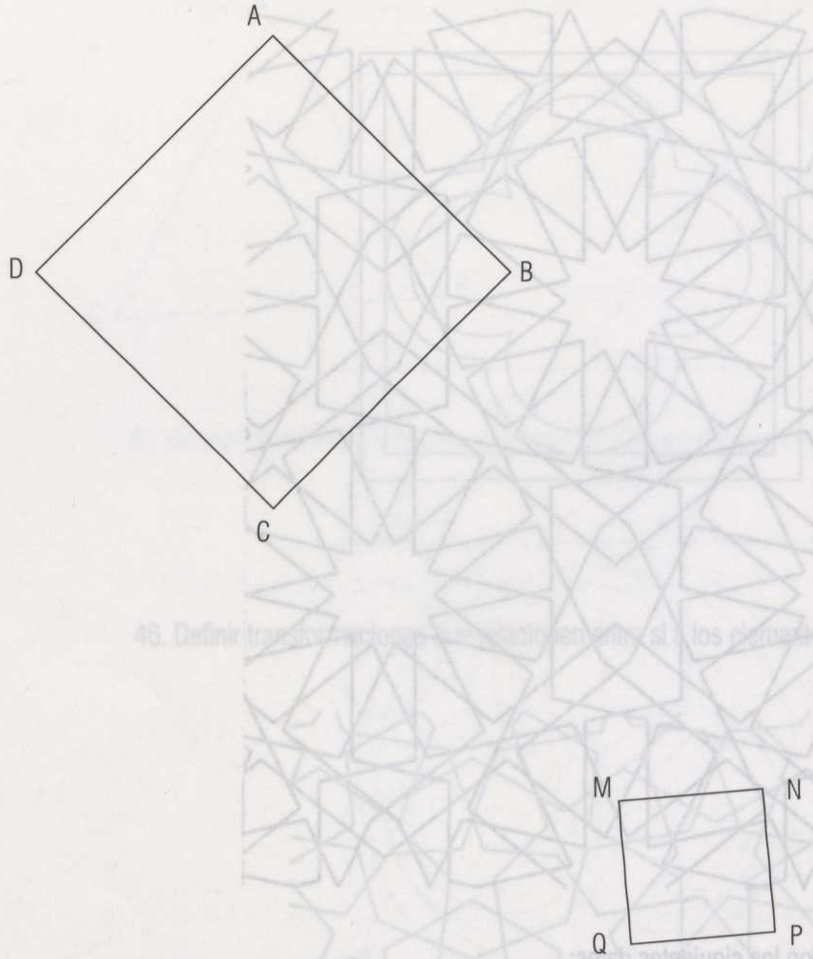
a) Diagonal d y lado l, siendo d+l el segmento dado.

d+l

b) Apotema a y radio r, siendo r–a = 5 mm.

c) Radio r y lado l, siendo l–r = 5 mm.

49. Realiza una composición de transformaciones para que ABCD llegue a coincidir con MNPQ.



Bibliografía

DORFLES, G. *El diseño industrial y su estética*. Barcelona. Labor.

Monografía muy interesante sobre las características del diseño industrial. Puede utilizarse en clase para que los alumnos vean distintas realizaciones que pueden servir de punto de referencia para plantear algunas tareas.

NEUFERT, E. *Arte de proyectar en arquitectura*. Barcelona. Gustavo Gili. 1980.

Estudio casi exhaustivo de las características funcionales y ergonómicas de los objetos, centrándose en los relacionados con la arquitectura. Es un clásico que conviene tener en clase para que los alumnos lo puedan consultar. Sus planteamientos son muy amenos y sugerentes.

POLYA, G. *Cómo plantear y resolver problemas*. Méjico. Trillas. 1985.

Muy interesante para el profesor, pues su buena utilización puede suponer considerable ahorro de tiempo y mayor eficacia en el planteamiento de problemas y ejercicios.

PUIG ADAM, P. *Geometría métrica*, (2 tomos). Madrid. Pedro Gómez Puig.1977.

Tratado muy completo de geometría, muy claro y ordenado en sus planteamientos. Contiene gran número de construcciones métricas. Muy interesante para el profesor.

TAIBO FERNÁNDEZ, A. *Geometría descriptiva y sus aplicaciones*, (2 tomos). Madrid. Escuela de Ingenieros Industriales.

Libros muy completos sobre geometría descriptiva con numerosos problemas que pueden de aplicación de los distintos sistemas de representación.

IZQUIERDO ASENSI, F.

Geometría descriptiva. Madrid. Dossat. 1991.

Geometría descriptiva superior y aplicada. Madrid. Dossat. 1985.

Ejercicios de geometría descriptiva, (2 tomos). Madrid. Paraninfo. 1992.

Estos cuatro libros se complementan entre sí, ofreciendo una visión completa de la geometría descriptiva. Las exposiciones son minuciosas y muy claras. En cuanto a los ejercicios, hay planteamientos a distintos niveles que pueden ser de gran utilidad.

MALKEVITCH, J. *Geometry's future*. Lexintong. COMAP. 1991.

Visión de lo que pudiera ser la geometría del futuro. Muy sugerente para aplicar el las exposiciones teóricas.

IRANOR. *Catálogo de Normas UNE, Catálogo de Normas ISO, Normas UNE*. Madrid. Instituto de Racionalización y Normalización.

Es interesante que en el aula de dibujo haya una colección de estos catálogos para que el alumno puedan consultarlos.

Anexo: Currículo oficial (*)

Introducción

El dibujo técnico es un medio de expresión y comunicación indispensable, tanto en el desarrollo de procesos de investigación científica, como en la comprensión gráfica de proyectos tecnológicos cuyo último fin sea la creación y fabricación de un producto. Su función esencial en estos procesos consiste en ayudar a formalizar o visualizar lo que se está diseñando o descubriendo, y contribuye a proporcionar desde una primera concreción de posibles soluciones hasta la última fase del desarrollo, donde se presentan los resultados en planos definitivamente acabados.

El dibujo técnico no sólo ayuda en la concreción visual, sino que también contribuye a comunicar las ideas en cualquier momento de su desarrollo, lo que resulta uno de los aspectos más relevantes de la comunicación. El dibujo, en fase de boceto previo, es un instrumento ideal para desarrollar, mediante la comunicación y confrontación de opiniones, trabajos de investigación o propuestas de diseño de todo tipo. Dicha función de comunicación, que caracteriza al dibujo técnico, favorece no sólo las fases de creación, sino la posterior difusión e información sobre el objeto en situación de proyecto o de fabricación, lo que hace de él un instrumento insustituible para el desarrollo de la actividad científica y tecnológica. Ésta requiere que la comunicación sea objetiva, de interpretación unívoca y capaz de permitir un diálogo fluido entre proyectista, fabricante y usuario. Para ello se establecen un conjunto de convencionalismos y normas que caracterizan el lenguaje específico del dibujo técnico, y que le dan su carácter objetivo, fiable y universal.

Considerado el dibujo técnico como un medio de comunicación con el que el investigador o el creador transmite ideas, debe también contemplarse desde el punto de vista de la lectura y comprensión de las ideas o proyectos de los demás. La rápida y correcta interpretación de ciertas informaciones, como planos o datos de carácter gráfico, es absolutamente necesaria para la adquisición de saberes básicos para la madurez y progreso del alumno.

De este modo se encuentran en el dibujo técnico definidas las funciones instrumentales de análisis, investigación, expresión y comunicación en torno a los aspectos visuales de las ideas y de las formas. El desarrollo de capacidades vinculadas a estas funciones constituye el núcleo de las finalidades formativas que en esta etapa pueden alcanzarse con esta materia.

Partiendo de las anteriores consideraciones se acotan, tres grandes subconjuntos que constituyen la urdimbre sobre la que construir la disciplina: los trazados geométricos y descriptivos, que se necesitan para la representación objetiva de las formas; la normalización, que simplifica y universaliza los dibujos; y las técnicas gráficas, que enriquecen la comunicación de las representaciones, mejorando los aspectos semióticos de las mismas.

Esta materia, se encuentra directamente conectada con el área de Educación Plástica y Visual de la Educación Secundaria Obligatoria, en la que ya se contempla esta disciplina, aunque en un

(*) Real Decreto 1179/1992, de 2 de octubre, por el que se establece el currículo de Bachillerato (*BOE*, n.º 253 de 21 de octubre de 1992.

estado incipiente, pero suficente para definir sus caraterísticas diferenciales, tales como la objetividad y el rigor en la representación. En esta asignatura el campo de acción queda perfectamene delimitado desde el principio por el diseño y función de las formas que se representan, por lo que se gana en profundización y especialidad para enlazar adecuadamente con estudios superiores bien sean profesionales o universitarios, especialmente los relacionados con la arquitectura o con cualquier ingeniería.

Objetivos generales

El desarrollo de esta materia ha de contribuir a que las alumnas y alumnos adquieran las siguientes capacidades:

1. Desarrollar destrezas y habilidades que les permitan expresar con precisión, claridad y objetividad soluciones gráficas.

2. Valorar las posibilidades del dibujo técnico como instrumento de investigación, apreciando la universalidad del lenguaje objetivo en la transmisión y comprensión de informaciones.

3. Conocer y comprender los fundamentos del dibujo técnico para aplicarlos a la interpretación de planos y para elaborar soluciones razonadas ante problemas geométricos en el plano y en el espacio.

4. Valorar la normalización como convencionalismo idóneo para simplificar, no sólo la producción, sino también la comunicación, dándole a ésta un carácter universal.

5. Comprender y representar formas mediante croquis acotados, ateniéndose a las normas UNE e ISO.

6. Integrar los conocimientos que el dibujo técnico proporciona dentro de los procesos de investigación, sean éstos científicos o tecnológicos.

7. Valorar el correcto acabado del dibujo, así como las mejoras que en la representación puedan introducir las diversas técnicas gráficas.

Contenidos

Geometría métrica aplicada

- Trazados fundamentales en el plano: paralelas, perpendiculares, mediatrices. Operaciones con ángulos. Arco capaz.

- Construcción de formas poligonales: triángulos y cuadriláteros. Polígonos, en general y polígonos regulares.

- Proporcionalidad y semejanza: conceptos fundamentales. Elementos que definen una semejanza. Determinación de la media geométrica o proporcional. Escalas. Construcción de escalas gráficas y volantes para la resolución de problemas específicos.

- Potencia. Eje radical y centro radical.

- Transformaciones geométricas: translaciones, giros y simetrías. Homotecia e inversión.

- Nociones de proyectividad como ampliación del espacio euclidiano. Homografías especiales: homología y homología afín.

- Curvas en general. Trazado de envolventes como definición de curvas completas.

- Las cónicas. Curvas mecánicas y técnicas.
- Sistematización de los problemas de tangencias. Estudio de los casos más relevantes en la práctica del dibujo técnico.

Geometría descriptiva

- Fundamentos y finalidad de la geometría descriptiva. Diferenciación de sus distintos campos de acción. Generalidades sobre los principales sistemas.
- Sistema diédrico: punto, recta y plano. Métodos. Paralelismo, perpendicularidad, ángulos y distancias.
- Sistema diédrico: superficies. Sólidos. Secciones y desarrollos.
- Sistema axonométrico ortogonal y oblicuo. Punto, recta y plano. Sólidos. Secciones.
- Sistema axonométrico oblicuo. Análisis de la situación de los ejes. Sólidos.
- Sistema cónico de perspectiva lineal. Elección del punto de vista y de los elementos con relación al plano del cuadro y al geometral. Punto, recta y plano. Sólidos.
- Comparación y elaboración de conclusiones sobre el uso de los distintos sistemas para representar un mismo objeto.
- Aplicación de las nuevas tecnologías a la realización de planos técnicos.

Normalización de planos

- La normalización como factor que favorece el carácter universal del lenguaje gráfico. Normas ISO, DIN, UNE, y ASA.
- Principales aspectos que la norma impone en el dibujo técnico.
- Convencionalismos sobre representación de objetos. Simplificaciones.
- La acotación. Normas generales. Tipos de cotas. Sistemas de acotación.
- Reproducción, archivo y almacenaje de planos. Aportación de la informática.
- Manejo de instrumentos de medida. El pie de Rey, compás de espesores.

Técnicas Gráficas

- El material fundamental y sus usos. Lapiceros, plantillas, reglas, estilógrafos.
- Conocimiento de los soportes. Papeles blancos o de color. Vegetales y acetatos. Cartulinas especiales.
- Técnicas del borrado y de la restauración. Eliminación de errores.
- Circunstancias de uso y correcto empleo de plantillas especiales para rotular. Plantillas para elipses, círculos y otros elementos.
- Uso del material transferible. Letras, líneas, tramas. Texturas y color.
- Posibilidades de la informática al dibujo técnico.
- Calidad en el acabado y en la presentación de todo el trabajo.

Criterios de evaluación

1. *Resolver problemas de configuración de formas en los que participen trazados poligonales (regulares o no) y para los que sea necesario recurrir a transformaciones tales como: giros, traslaciones, simetría u homotecia.*

   Con este criterio se pretende averiguar si los alumnos han comprendido la naturaleza y el alcance de las transformaciones en el plano, copiando formas ya dadas, introduciendo modificaciones sobre las mismas, o, incluso, creando formas inéditas. Estas transformaciones no han de ser un núcleo de conocimientos que se evalúe aisladamente, sino siempre dentro de una aplicación práctica.

2. *Construir escalas «volantes» y utilizarlas tanto para la ejecución de ejercicios concretos como para la lectura e interpretación de las medidas reales sobre planos ya dibujados.*

   Con la ayuda de este criterio se trata de saber en qué medida el alumno ha comprendido el fundamento de las escalas, no sólo como concepto abstracto-matemático, sino como aplicación a la configuración de sus propios dibujos de la realidad hechos a distinto tamaño, a la comprensión de los planos técnicos, mapas, diagramas y, en general, a la lectura de las medidas de información visual proporcionada.

3. *Diseñar objetos de uso común y de escasa complejidad formal, en los que intervengan problemas de tangencia del tipo RRr, RCr y CCr, siendo C o R, respectivamente, circunferencia o recta conocida y r el radio de la circunferencia que ha de ser tangente a los datos conocidos.*

   A través de este criterio se intenta conocer si los alumnos utilizan con fundamento la teoría básica sobre las tangencias, siendo capaces de representar formas concretas, logrando un nivel medio en la calidad de acabado, es decir en la resolución de los enlaces. Los alumnos indicarán el proceso seguido para la resolución del problema, incluyendo la ubicación de los diversos puntos de tangencia que hayan resultado del mismo.

4. *Obtener la definición gráfica de una cónica a partir del conocimiento de sus ejes, que, en el caso de la elipse, pueden ser reales o conjugados.*

   La principal intención de este criterio es la de valorar la capacidad de los alumnos para configurar gráficamente una cónica, tanto por la comprensión que de la misma hayan adquirido como por la destreza lograda en el uso de los instrumentos específicos para configurarla.

5. *Aplicar el sistema diédrico y la normalización para la representación de los planos técnicos necesarios para describir, e, incluso, poder fabricar un objeto que ofrezca, por lo menos, una cara oblicua a los dos planos de proyección.*

   Con este criterio se quiere valorar el nivel alcanzado por los alumnos en el conocimiento aplicado del sistema diédrico, uniendo el sistema de representación con la normalización, referida esta última a las cuestiones básicas sobre acotación, cortes, secciones y roturas.

6. *A partir de su representación en diédrica, desarrollar y construir un sólido, poliédrico o de revolución, al que se le haya practicado un corte oblicuo a los planos fundamentales, para dibujarlo en axonometría.*

   La intención del presente criterio es la de evaluar la capacidad de comprensión del espacio, así como la de análisis de la forma, desarrollada por los alumnos, al tiempo que permite valorar el grado de comprensión que los mismos han alcanzado sobre la relación y correspondencia entre los diversos sistemas que se estudian.

7. *Analizar el montaje de objetos compuestos de escasa dificultad, utilizando para ello el sistema isométrico y las nociones sobre acotación ajustadas a este sistema.*

Se propone este criterio como medio para medir el nivel del alumno en cuanto al conocimiento del sistema, y ello en la doble vertiente, tanto de expresión como de comprensión. El uso de la perspectiva en estos montajes se hace siguiendo el conocido efecto de «explosión», en el que los componentes se mantienen relacionados axialmente, aunque lo suficientemente separados como para que la representación de uno no entorpezca la lectura del otro.

8. *Utilizar recursos gráficos tales como el color, las texturas y las letras y signos transferibles para exponer con mayor evidencia los datos y la información que el dibujo técnico propicia, tanto en el campo de la técnica como en el de la ciencia.*

La finalidad de este criterio es, especialmente, la de permitir juzgar si el alumno ha comprendido el aporte que en el campo de la comunicación y de la estética supone el recurrir a las técnicas gráficas indicadas.

Criterios de evaluación

1. *Resolver problemas de configuración de formas en los que participen trazados poligonales [illegible] en los que sea necesario recurrir a transformacio-nes tales como giros, traslaciones, simetrías u homotecias.*

   Con este criterio se pretende averiguar si los alumnos han comprendido la naturaleza y el alcance de las transformaciones en el plano, [illegible] formas ya dadas, introduciendo modificaciones sobre las mismas, o incluso, creando formas nuevas. Estas transformaciones no han de ser un bloque de conocimientos que se evalúe aisladamente, sino siempre dentro de una aplicación práctica.

2. *Construir escalas «volantes» y utilizarlas tanto para la ejecución de ejercicios con-cretos como para la lectura e interpretación de las medidas reales sobre planos ya dibujados.*

   Con la ayuda de este criterio se trata de saber en qué medida el alumno ha comprendido el fundamento de las escalas, [illegible] en su apli-cación a la configuración de sus propios dibujos de la realidad [illegible], a la comprensión de los planos técnicos, mapas, diagramas y, en general, a la lectura de las medidas de información visual proporcionada.

3. *Diseñar objetos de uso común y de escasa complejidad formal, en los que inter-vengan problemas de tangencia del tipo RRr, RCr y CCr, siendo C o R, respectiva-mente, circunferencia o recta conocida y r el radio de la circunferencia que ha de ser tangente a los datos conocidos.*

   A través de este criterio se intenta conocer si los alumnos utilizan con fundamento la teoría básica sobre las tangencias, siendo capaces de representar formas concretas, logrando un nivel medio en la calidad de acabado, es decir en la precisión de los enlaces. Los alumnos indicarán el proceso seguido para la resolución del problema, indicando la ubicación de los diversos puntos de tangencia que hayan resultado del mismo.

4. *Obtener la definición gráfica de una cónica a partir del conocimiento de sus ejes, que, en el caso de la elipse, pueden ser reales o conjugados.*

   La principal intención de este criterio es la de valorar la capacidad de los alumnos para con-figurar gráficamente una cónica, tanto por la comprensión que de la misma hayan adquirido como por la destreza lograda en el uso de los instrumentos específicos para configurarla.

5. *Aplicar el sistema diédrico y la normalización para la representación de los planos técnicos necesarios para describir, e, incluso, poder fabricar un objeto que ofrez-ca, por lo menos, una cara oblicua a los dos planos de proyección.*

   Con este criterio se quiere valorar el nivel alcanzado por los alumnos en el conocimiento aplicado del sistema diédrico, uniendo el sistema de representación con la normalización, referida esta última a las cuestiones básicas sobre acotación, cortes, secciones y roturas.

6. *A partir de su representación en diédrica, desarrollar y construir un sólido, polié-drico o de revolución, al que se le haya practicado un corte oblicuo a los planos fundamentales, para dibujarlo en axonometría.*

   La intención del presente criterio es la de evaluar la capacidad de comprensión del espacio, así como la de análisis de la forma, desarrollada por los alumnos, al tiempo que permite

DIRECCIÓN GENERAL DE RENOVACIÓN PEDAGÓGICA
SUBDIRECCIÓN GENERAL
DE PROGRAMAS EXPERIMENTALES