MINISTERIO DE EDUCACION Y CIENCIA
CENTRO DE PROFESORES
CEUTA

CONSTRUCCION DE FUNCIONES

Unidad Didáctica

MATEMATICAS
Educación Secundaria Obligatoria

Jorge Antonio González Ramírez
Francisco Javier Carroquino Cañas

*** UNIDAD DIDACTICA ***

AREA: Matemáticas

ETAPA: Educación Secundaria Obligatoria

CICLO: *1º o 2º* — CURSO: *2º o 3º*

TEMA: Funciones lineales, cuadráticas y escalonadas.

TITULO: Construcción de Funciones

AUTORES: JORGE A. GONZALEZ RAMIREZ & FCO. JAVIER CARROQUINO CAÑAS

EDITA: CEP DE CEUTA. MINISTERIO DE EDUCACION Y CIENCIA

DEPOSITO LEGAL: CE 124/92

ISBN: 84-600-8181-8

INTRODUCCION

Esta unidad didáctica está elaborada para su aplicación a estudiantes de Enseñanza Secundaria Obligatoria, dentro del área de Matemáticas.

A través de ella se pretende introducir al alumno en el estudio de las funciones, mediante una serie de actividades de clase en las que se plantean problemas de tipo técnico, económico, geométrico, etc. que se aproximan a casos reales.

Una vez planteado el problema, se va guiando al alumno para que sea él mismo quién construya el modelo matemático que permita estructurar, analizar, estudiar y resolverlo matemáticamente, debiendo dar una interpretación real de los resultados obtenidos.

Se intenta conseguir, además, una funcionalidad de esta disciplina para que los alumnos valoren su utilidad, observen su capacidad de abstracción de la realidad y capten su belleza.

Corresponderá al profesor decidir, en cada caso, el ciclo y curso donde debe ser aplicada, según la distribución de contenidos a lo largo de la etapa, aunque pensamos que puede distribuirse entre los cursos *2º (primer ciclo)* y *3º (segundo ciclo)* , de acuerdo con los conceptos que se interrelacionan y el grado de dificultad.

Esperamos que sea una herramienta útil para el profesor en el proceso *enseñanza - aprendizaje* y que el alumno alcance los objetivos previstos.

Los autores

OBJETIVOS

A través de esta unidad didáctica se pretende que los alumnos alcancen los siguientes objetivos:

1º) Comprender mensajes escritos y gráficos.

2º) Interpretar y producir mensajes que utilicen códigos técnicos y científicos.

3º) Obtener y seleccionar información con una finalidad previamente establecida y transmitirla a los demás de manera organizada e inteligible.

4º) Elaborar estrategias de identificación y resolución de problemas, mediante procedimientos intuitivos y de razonamiento lógico, reflexionando sobre el proceso seguido.

5º) Desarrollar actividades de forma autónoma y equilibrada, valorando el esfuerzo y la superación de las dificultades.

6º) Participar en actividades de grupo, superando inhibiciones y prejuicios.

7º) Conocer y valorar el desarrollo científico y tecnológico, sus aplicaciones e incidencias en su medio físico y social.

8º) Incorporar al lenguaje y modo de argumentación habitual las formas numérica, gráfica, lógica y algebráica de expresión matemática.

9º) Utilizar las formas de pensamiento lógico para formular y comprobar conjeturas, realizar inferencias y deducciones, y organizar y relacionar informaciones diversas relativas a la vida cotidiana y a la resolución de problemas.

10º) Cuantificar aquellos aspectos de la realidad que permitan interpretarla mejor, utilizando técnicas de recogida de datos, procedimientos de medida,las distintas clases de números y mediante los cálculos apropiados a cada situación.

11º) Elaborar estrategias personales para el análisis de situaciones concretas, la identificación y resolución de problemas, utilizando distintos recursos e instrumentos, y valorando la conveniencia de las estrategias utilizadas en función del análisis de los resultados.

12º) Utilizar técnicas sencillas de recogida de datos para obtener información sobre fenómenos y situaciones diversas, y representar esa información de forma gráfica y numérica y formarse un juicio sobre ella.

13º) Reconocer la realidad como diversa y susceptible de ser explicada desde puntos de vista contrapuestos y complementarios: Determinista/aleatorio, finito/infinito, exacto/aproximado, etc.

14º) Identificar las formas y relaciones espaciales que se presentan en la realidad, analizando las propiedades y relaciones geométricas implicadas y siendo sensible a la belleza que generan.

15º) Identificar los elementos matemáticos (gráficos, planos, cálculos, etc.) presentes en las noticias, opiniones, publicidad, etc., analizando criticamente las funciones que desempeñan y sus aportaciones para una mejor comprensión de los mensajes.

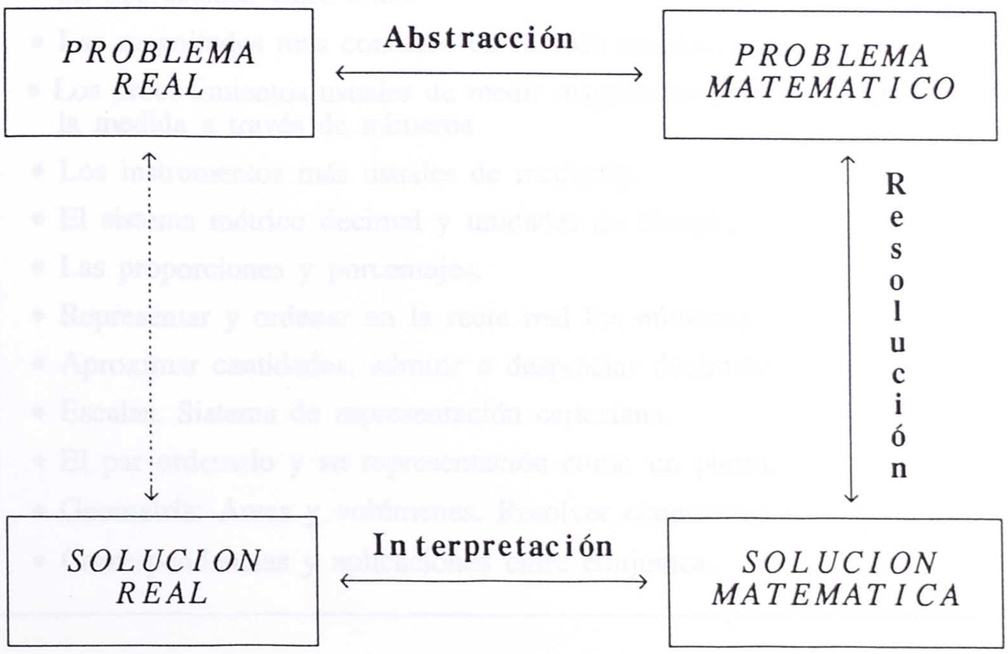
16º) Actuar, en situaciones cotidianas y en la resolución de problemas, de acuerdo con modos propios de la actividad matemática, tales como la exploración sistemática de alternativas, la precisión en el lenguaje, la flexibilidad para modificar el punto de vista o la perseverancia en la búsqueda de soluciones.

17º) Conocer y valorar las propias habilidades matemáticas para afrontar las situaciones que requieran su empleo o que permitan disfrutar con los aspectos creativos, manipulativos, estéticos o utilitarios de este área.

SOBRE LA METODOLOGIA

Se pretende, mediante una serie de actividades, que el alumno, de forma inductiva, vaya construyendo unas funciones que relacionan distintos tipos de magnitudes. De este modo, del estudio de un caso particular, puede llegar a la generalización.

Se ha intentado, en la medida de lo posible, partir de situaciones reales y prácticas, buscando una funcionalidad de las matemáticas, de manera que el alumno pueda percibir su utilidad en las actividades cotidianas de la vida.



Con el objetivo de dinamizar el trabajo en el aula, se ha intentado que las actividades sean atractivas en su diseño y por el uso de instrumental diverso (material de dibujo, calculadora y ordenador).

En resumen:

METODOLOGIA

CONSTRUCTIVISTA: El alumno construye las funciones.
INDUCTIVA: De lo particular a lo general.
FUNCIONAL: Se plantean casos reales.
ACTIVA: Se utiliza material, calculadora y software.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

Para abordar esta unidad, el alumno debe saber o conocer lo siguiente:

CONOCIMIENTOS PREVIOS

El alumno debe saber o conocer:

- Los números naturales, enteros, fraccionarios y decimales, así como las operaciones entre ellos.
- Las magnitudes más comunes en la vida cotidiana.
- Los procedimientos usuales de medir magnitudes y la forma de expresar la medida a través de números
- Los instrumentos más usuales de medición.
- El sistema métrico decimal y unidades de tiempo.
- Las proporciones y porcentajes.
- Representar y ordenar en la recta real los números.
- Aproximar cantidades, admitir o despreciar decimales
- Escalas. Sistema de representación cartesiana.
- El par ordenado y su representación como un punto.
- Geometría: Areas y volúmenes. Resolver ecuaciones.
- Correspondencias y aplicaciones entre conjuntos.

SOBRE LAS ACTIVIDADES *(GUIA DEL PROFESOR)*

En este apartado se hace, de forma esquemática, un breve resumen de cada una de las nueve actividades que componen esta unidad.

Cada esquema ofrece una información sobre el tipo de función que estudia cada actividad, así como de los conceptos más importantes, de otros temas, que en mayor o menor medida se interrelacionan en el desarrollo de la misma.

ACTIVIDAD 1

Tipo de función

$y = f(x) = ax$

Espacio | Tiempo | Velocidad | Semirrecta

ACTIVIDAD 2

Tipo de función

$y = f(x) = ax$

Capital Interés | Porcentaje | Semirrecta | Aproximaciones | Ecuaciones

ACTIVIDAD 3

Tipo de función

$y = f(x) = a x + b$

- Ecuaciones Fracciones
- Volumen
- Escalas
- Semirrecta
- Aproximaciones

ACTIVIDAD 4

Tipo de función

$y = f(x) = a x + b$

- Cuadrado Triángulo
- Longitud Areas
- Escalas
- Semirrecta
- Aproximaciones Ecuaciones

ACTIVIDAD 5

Tipo de función

$y = f(x) = a x^2$

- Círculo
- Longitud Area
- El número π Aproximaciones
- Escalas Ecuaciones
- Parábola

ACTIVIDAD 6

Tipo de función

$y = f(x) = a x^2 + b$

- Cilindro
  Cono
- Longitud
  Area
  Volumen
- Desigualdades
  Aproximaciones
- Ecuaciones
- Parábola

ACTIVIDAD 7

Tipo de función

$y = f(x) = a x^2 + b x + c$

- Rectángulo
  Semicírculos
  Triángulo isósceles
- Longitud
  Area
- Aproximaciones
  Escalas
- Desigualdades
  Ecuaciones
- Parábola

ACTIVIDAD 8

Tipo de función

Función Escalonada

- Capital
  (Depósito o préstamo)
  Porcentajes
  (Tipos de interés)
- Proporcionalidad
- Desigualdades
- Discontinuidades
  ("Saltos")

ACTIVIDAD 9

Estudio de funciones con ordenador

Estudio y representación gráfica de funciones lineales y cuadráticas. Evaluación

Relación de conceptos propios del tema de funciones y de otros temas que se desarrollan o aparecen a lo largo de todas las actividades:

(1) Velocidad ; (2) Correspondencia ; (3) Diagrama de flechas ; (4) Tabla de valores ; (5) Fórmulas y relaciones entre magnitudes ; (6) Par ordenado (7) Ejes coordenados ; (8) Representación gráfica de una relación o aplicación entre magnitudes ; (9) Función ; (10) Variable dependiente e independiente ; (11) Capital ; (12) Interés ; (13) Porcentaje ; (14) Tipo de interés ; (15) Función lineal ; (16) Gráfica de una función lineal ; (17) Ecuaciones ; (18) Proporciones ; (19) Fracciones ; (20) Interpretación y lectura de gráficas ; (21) Sistema métrico decimal; (22) Area de figuras planas ; (23) Escalas ; (24) Semirrecta ; (25) Números irracionales ; (26) El número π ; (27) Aproximaciones ; (28) Parábola ; (29) Función cuadrática ; (30) Figuras espaciales ; (29) Dominio de una función ; (30) Figuras (planas y espaciales) compuestas (31) Valor máximo de una función.Interpretación gráfica ; (32) Crecimiento (33) Decrecimiento ; (35) Función constante ; (36) Función escalonada.

CRITERIOS DE EVALUACION

Para la evaluación del trabajo desarrollado sobre esta unidad didáctica, se tendrán en cuenta los siguientes criterios de evaluación:

[1] Utilizar los números enteros, decimales y fraccionarios y los porcentajes para intercambiar información y resolver problemas y situaciones de la vida cotidiana.

- Las fracciones tendrán denominadores no muy grandes.
- No más de dos operaciones encadenadas.
- Porcentajes como relación entre números y como operador en la resolución de problemas. (MINIMOS)

[2] Resolver problemas que precisen el uso de las cuatro operaciones, las potencias y las raices cuadradas, con números enteros, decimales y fraccionarios, eligiendo la forma de cálculo apropiada y valorando la adecuación del resultado al contexto.

Valorar la capacidad de asignar a las distintas operaciones nuevos significados, e interpretar resultados diferentes a los que se obtienen habitualmente con números naturales.Valorar la capacidad de determinar cuál de los métodos de cálculo (escrito, mental o con calculadora) es adecuado en cada situación, además de no tomar un resultado como bueno sin contrastar con la situación de partida. (MINIMOS)

[3] Utilizar convenientemente aproximaciones por defecto y por exceso de los números, acotando el error al resolver problemas, desde la toma de datos hasta la solución.

Se pretende que el alumno aproxime cantidades obtenidas en los cálculos de acuerdo con las características de la situación que tiene planteada, siendo consciente y dominando los errores cometidos durante el proceso.(MIN)

[4] Interpretar relaciones funcionales dadas en forma de tabla o a través de una expresión algebráica sencilla y representarlas utilizando ejes cartesianos.

Supone el manejo de representaciones gráficas, tanto para obtener información a partir de ellas como para expresar relaciones de distinto tipo. La información obtenida de las gráficas ha de ser tanto global (aspectos generales, crecimiento, etc.) como local (obtención de pares de valores relacionados, etc.).

La realización de la gráfica será con cierta precisión, con la concepción de la escala adecuada en los ejes,del intervalo en que se debe limitar, etc. (MINIMOS).

5 Resolver problemas cotidianos mediante la simbolización de las relaciones que puedan distinguirse en ellos y la resolución de ecuaciones de primer grado. (MINIMOS).

Este criterio debe comprobar la capacidad del alumno de utilizar las herramientas algebráicas básicas en la resolución de problemas.Para ello, ha de poner en juego la capacidad de utilizar los símbolos,con las convenciones de notación habituales, para el planteamiento de ecuaciones, y resolver esas ecuaciones por algún medio fiable que no necesariamente ha de ser la manipulación algebráica de las expresiones. (MINIMOS)

6 Estimar la medida de superficies y volúmenes de espacios y objetos con una precisión acorde con la regularidad de sus formas y con su tamaño, y calcular superficies de formas planas limitadas por segmentos.

Se pretende comprobar si se ha adquirido la experiencia y capacidad necesaria para estimar superficies y volúmenes con una cierta precisión. (MINIMOS).

7 Interpretar representaciones planas de espacios y objetos y obtener información sobre sus características geométricas a partir de dichas representaciones, utilizando la escala cuando sea necesario.

Se pretende comprobar que se han conseguido manejar las representaciones planas habituales de los objetos y espacios bidimensionales y tridimensionales con la cantidad de información usual.Han de ser capaces de expresar la información obtenida en dichasrepresentaciones en términos de lo representado. Se requiere utilizar con soltura las escalas, numéricas y gráficas. (MINIMOS).

8 Identificar relaciones de proporcionalidad numérica.

A partir de la información disponible, distinguir si una relación es o no de proporcionalidad.Esa información puede ser una gráfica, una tabla de valores, un diagrama de flechas, etc. (MINIMOS).

$\boxed{9}$ Identificar y describir regularidades, pautas y relaciones conocidas en conjuntos de números y formas geométricas similares.

Este criterio pretende comprobar que el alumno y la alumna tienen recursos para percibir, en un conjunto o sucesión de objetos diferentes (formas geométricas, números, expresiones algebráicas, etc.), aquello que es común, la regla con la que se han construido, un criterio que permita ordenarlos, etc. (MINIMOS).

$\boxed{10}$ Utilizar estrategias sencillas, tales como la reorganización de la información de partida, la búsqueda de ejemplos, contraejemplos y casos particulares o los métodos de "ensayo y error" sistemáticos, en contextos de resolucion de problemas.

Este criterio se refiere a la manera de enfrentarse a la resolución de problemas, así como a alguna de las posibles estrategias que se pueden poner en práctica.

Debería tenerse en cuenta a la hora de aplicar este criterio la familiaridad del alumno con los objetos de los que trata, la disponibilidad de información esplícita y no excesivamente abundante o la facilidad de codificación u organización de la información. (MINIMOS)

Alumno: _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ *Curso:* _ _ *Grupo:* _ _ *Fecha:* _ _ _ _

ACTIVIDAD 1

Una persona se desplaza a una velocidad constante de 2 m/s . Vamos a establecer una correspondencia entre el tiempo (en segundos) y el espacio (en metros) recorrido en ese tiempo.

(a) Contesta a las siguientes cuestiones:

En **0** *segundos recorrerá* ☐ *metros*

En **1** *segundos recorrerá* ☐ *metros*

En **2** *segundos recorrerá* ☐ *metros*

En **3'5** *segundos recorrerá* ☐ *metros*

En **5'3** *segundos recorrerá* ☐ *metros*

(b) Asigna a cada valor del tiempo el espacio recorrido correspondiente:

T (Tiempo) *Segundos*		**E** (Espacio) *Metros*
0	$\longmapsto$	**0**
1	$\longmapsto$	
2	$\longmapsto$	
3	$\longmapsto$	
4	$\longmapsto$	
5	$\longmapsto$	
6	$\longmapsto$	
7	$\longmapsto$	
8	$\longmapsto$	
9	$\longmapsto$	
10	$\longmapsto$	

(c) Vamos a llamar **t** al tiempo y **e(t)** al espacio que recorre en el tiempo **t** . Es decir:

Si **t = 5** *s* , *entonces* **e(5) = 10** *m*

Si **t = 18** *s* , *entonces* **e(18) = 36** *m*

¿Ves alguna fórmula que permita calcular el espacio recorrido en un tiempo t ?

$$\boxed{\mathbf{e(t)\ =\ \qquad\qquad}}$$

(d) Si no encuentras la fórmula, vuelve a mirar el diagrama de flechas anterior y observa lo siguiente:

T		**E**
0	$\longmapsto$	**0 = 2 • 0**
1	$\longmapsto$	**2 = 2 • 1**
2	$\longmapsto$	**4 = 2 • 2**
3	$\longmapsto$	**6 = 2 • 3**
— — —	— — —	— — —
t	$\longmapsto$	**e(t) = ?**

Es decir, **e(t) = K • t** , siendo **K** un número. **¿Qué número?**

$$\boxed{\mathbf{K\ =\ \qquad}}$$

(e) Si has encontrado la fórmula, aplícala a los siguientes valores del tiempo t .

$t = 42'5\ s \longmapsto e(42'5) = \boxed{\qquad}\ m$

$t = 27'34\ s \longmapsto e(27'34) = \boxed{\qquad}\ m$

$t = 12\ mit\ 18\ s \longmapsto e(\quad) = \boxed{\qquad}\ m$

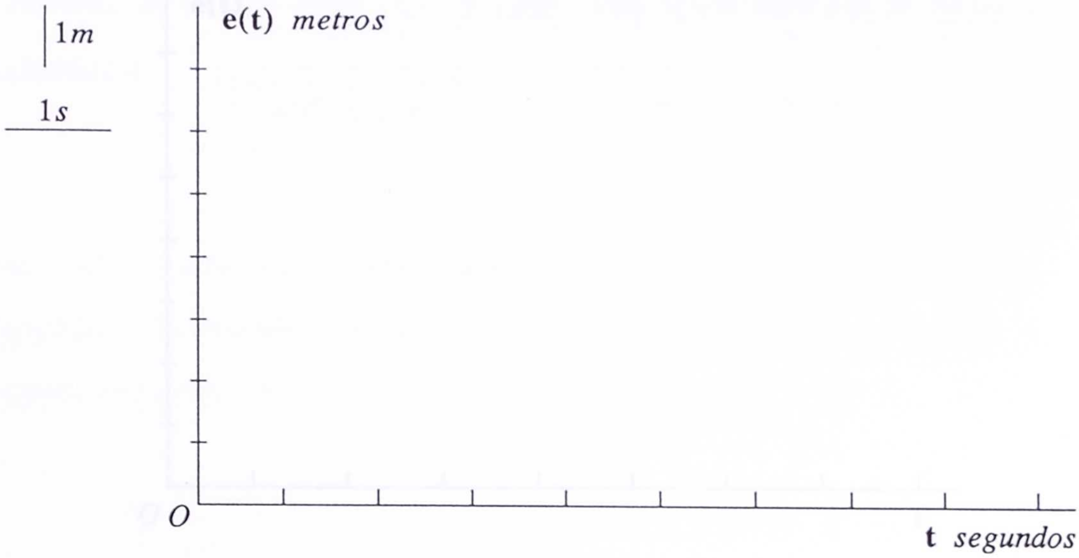
$t = 1\ h\ 14\ mit\ 9\ s \longmapsto e(\quad) = \boxed{\qquad}\ m$

Tienes que rellenar esto en segundos

(f) Completa la siguiente tabla de valores:

t *(Segundos)*	e(t) *(Metros)*	PARES ORDENADOS (t , e(t))
0	0	(0,0)
1	2	(1,2)
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

(g) Tu sabes que los pares ordenados se pueden representar en el plano mediante un sistema de ejes cartesianos. **Representa en el siguiente sistema de ejes los pares ordenados de la tabla anterior** (Utiliza regla y lápiz).



(h) Utiliza la regla y contesta a la siguiente pregunta:

¿Están todos los puntos que has dibujado en una misma linea recta?

SI ☐ NO ☐

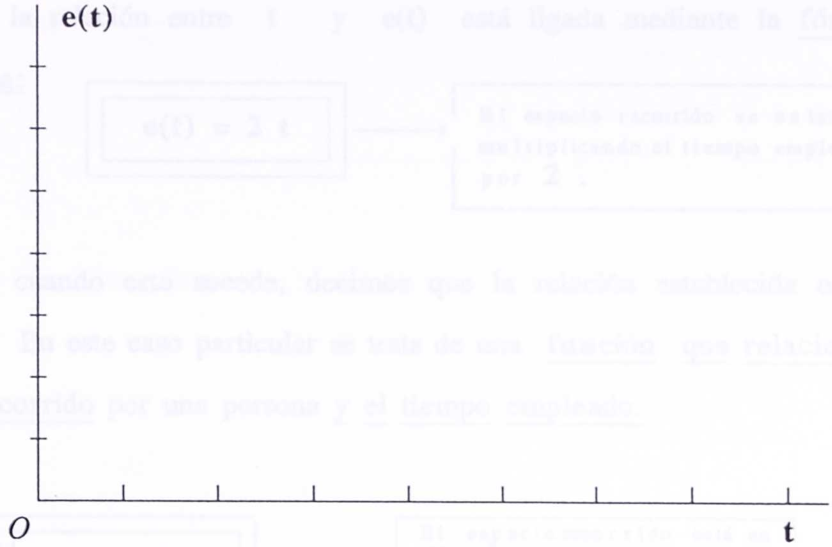
(i) Completa los siguientes pares ordenados y dibújalos en la gráfica del apartado (g).

(0'5 ,) ; (1'5 ,) ; (2'5,) ; (4'25,)

(j) Utilizando la regla comprueba si estos puntos están alineados con los anteriores.

¿Lo están? SI ☐ N0 ☐

(k) Efectivamente, todos los puntos que has dibujado, deben estar alineados, es decir, en la misma linea recta. **Dibuja esa recta.**



Esta recta (en relidad es una semi-recta) representa a la relación o correspondecia que hemos establecido entre los tiempos (**t**) y los espacios recorridos en ese tiempo (**e(t)**). Dicha recta es la gráfica de esa correspondencia, es decir de

$$\boxed{e(t) = 2\ t}$$

(l) Señala el valor de t = 5'5 en su eje (eje de abscisas) **y marca en el eje de los espacios** (eje de ordenadas) **el valor que le corresponde. ¿Cuál es ese valor?.**

$$\boxed{e(5'5) = \qquad}$$

Observarás que a cada valor de **t** que señalas en el eje le corresponde un sólo valor en el eje del espacio. Es decir:

Para cada valor de **t** *, hay un único valor* **e(t)** *.*

Además, la relación entre t y e(t) está ligada mediante la fórmula matemática:

$$\boxed{e(t) = 2\,t} \longrightarrow$$ El espacio recorrido se calcula multiplicando el tiempo empleado por **2** .

Pues bién, cuando esto sucede, decimos que la relación establecida es una **Función** . En este caso particular se trata de una **función** que relaciona el espacio recorrido por una persona y el tiempo empleado.

$$\boxed{e(t) = 2\,t} \longrightarrow$$ El espacio recorrido está en FUNCION del tiempo empleado.

$$\left\{ \begin{array}{lll} t & \longrightarrow & \text{se llama } \textit{Variable independiente} \\ e(t) & \longrightarrow & \text{se llama } \textit{Función o variable dependiente de } t \end{array} \right\}$$

CONCLUSION

Fijaté en lo que hemos hecho:

- Hemos establecido una relación (que hemos visto que es una función) entre dos tipos de magnitudes *(Tiempo y Espacio)*.

$$\boxed{\begin{array}{c} \textit{TIEMPO} \\ \textit{(segundos)} \end{array}} \longrightarrow \boxed{\begin{array}{c} \textit{ESPACIO} \\ \textit{(metros)} \end{array}}$$

$$t \longmapsto e(t) = 2\,t$$

- También podriamos haber establecido otras **funciones** entre distintos tipos de magnitudes. Por ejemplo:

$$\boxed{\begin{array}{c}AREA\\(\ m^2\ )\end{array}} \longrightarrow \boxed{\begin{array}{c}DINERO\\(pesetas)\end{array}}$$

$$\mathbf{a} \longmapsto \mathbf{p(a)} = \boxed{\text{FORMULA}}$$

Esta sería una **función** que relaciona el **área** (en m^2) con **dinero** (ptas)

$$\boxed{\begin{array}{c}LONGITUD\\(\ cm\ )\end{array}} \longrightarrow \boxed{\begin{array}{c}AREA\\(\ cm^2\ )\end{array}}$$

$$\mathbf{l} \longmapsto \mathbf{S(l)} = \boxed{\text{FORMULA}}$$

Esta sería una **función** que relaciona **longitudes**(en *cm*) con **superficies** (en cm^2).

- **En general podemos establecer una relación entre dos tipos de magnitudes** $\mathbb{X}$ e $\mathbb{Y}$ **.**

$$\boxed{\ \mathbb{X}\ } \qquad\qquad \boxed{\ \mathbb{Y}\ }$$

$$\mathbf{x} \longmapsto \mathbf{f(x)} = \boxed{\text{FORMULA}}$$

$$\boxed{\mathbf{f(x) = y}} \rightarrow \Big\{ \boxed{\begin{array}{l}\text{ES UNA FUNCION QUE RELACIONA LOS}\\ \text{VALORES DE } \mathbb{X} \text{ CON LOS DE } \mathbb{Y}\end{array}}$$

Alumno: _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ *Curso:* _ _ _ *Grupo:* _ _ _ _ *Fecha:* _ _ _ _

ACTIVIDAD 2

Un banco ofrece a sus clientes un interés del **12 %** al capital que esté a un plazo de un año. Es decir, si una persona deposita en el banco una cantidad de dinero **d** ,al cabo de un año tendrá el dinero inicial, más el **12 %** de esa cantidad en concepto de interés.

Contesta a las siguientes cuestiones:

(a) Una persona deposita con fecha 1 de Enero de 1.993 la cantidad **d = 850.000 ptas.**

Responde a las siguientes preguntas:

(a.1) ¿Qué cantidad de dinero en concepto de interés le pagará el banco por ese capital al cabo de un año?.

LE PAGARA - - - [ ] PTAS

(a.2) Al cabo del año , su capital final será el capital depositado más los intereses devengados.

¿Cuál será su capital final el 1 / 1 / 94 ?

Utiliza este recuadro para tus operaciones.

CAPITAL FINAL – – – [ ] PTAS

(b) La directora de una agencia de viajes deposita 1.420.000 ptas , un médico la mitad que la directora y un taxista 160.000 ptas más que el médico.

Completa el siguiente cuadro:

PROFESION	CAPITAL INICIAL (Capital depositado)	CAPITAL FINAL (Capital al año)
Directora		
Médico		
Taxista		

(c) Completa el siguiente diagrama que establece la correspondencia entre los capitales iniciales y finales.

CAPITAL INICIAL (*Ptas*)		CAPITAL FINAL (*Ptas*)
100.000	⟼	112.000
200.000	⟼	
475.000	⟼	
970.000	⟼	
1.325.000	⟼	
5.000.000	⟼	
25.000.000	⟼	

UTILIZA LA CALCULADORA

(d) Llamemos **d** al **Capital inicial** (Capital depositado)

" **D** " **Capital final** correspondiente a **d**

" **i** " **Interés** producido por **d**

Sabes, porque lo has hecho antes, que : **D = d + i** .

Intenta encontrar una fórmula de la forma $\boxed{\mathbf{D = k \bullet d}}$,siendo k un número. Tienes que hallar ese número k . Es decir, el capital final D se puede hallar multiplicando el capital inicial d por ese número k .

¡ Busca K !

Utiliza este recuadro para tus operaciones

Si lo has encontrado, $\boxed{\mathbf{k =} \quad\quad}$

(e) La fórmula que permite hallar el <u>capital final</u> **D** en función del <u>capital inicial</u> **d** es : **D = 1'12 d** .

¡Fíjate!:

- *Si* **d = 710.000** *ptas* , *entonces* **D = 1'12 • 710.000 = 795.200** *ptas* .

- *Si* **d = 870.000** *ptas* , *entonces* **D = 1'12 • 870.000 = 974.400** *ptas* .

Observa que <u>*para cada valor de*</u> **d** <u>*obtenemos un sólo valor de*</u> **D**. Es decir, el valor de **D** depende del valor de **d** (según la fórmula **D = 1'12 d**) .

En otras palabras, *el valor de* **D** *está en* **función** *de* **d** .

Como **D** depende de **d** , la fórmula se expresa de la forma siguiente:

$$\boxed{D(d) = 1'12\ d}$$

ESTA EXPRESION ES UNA FUNCION

$\boxed{D(d)}$ (Capital Final) se llama *Variable dependiente* porque su valor depende de **d** (Capital Inicial)

$\boxed{d}$ (Capital Inicial) se llama *Variable Independiente* porque le puedes dar el valor que quieras.

¡Observa!:

Para **d = 214.000** *ptas* , tenemos **D(214.000) = 1'12 • 214.000 = 239.680** *ptas.*

Completa lo siguiente:

Para **d = 550.000** *ptas* , tendremos **D(** ______) = ______ *ptas.*

Para **d = 2.300.000** *ptas*, tendremos **D(** ______) = ______ *ptas.*

(f) Completa la siguiente tabla de valores:

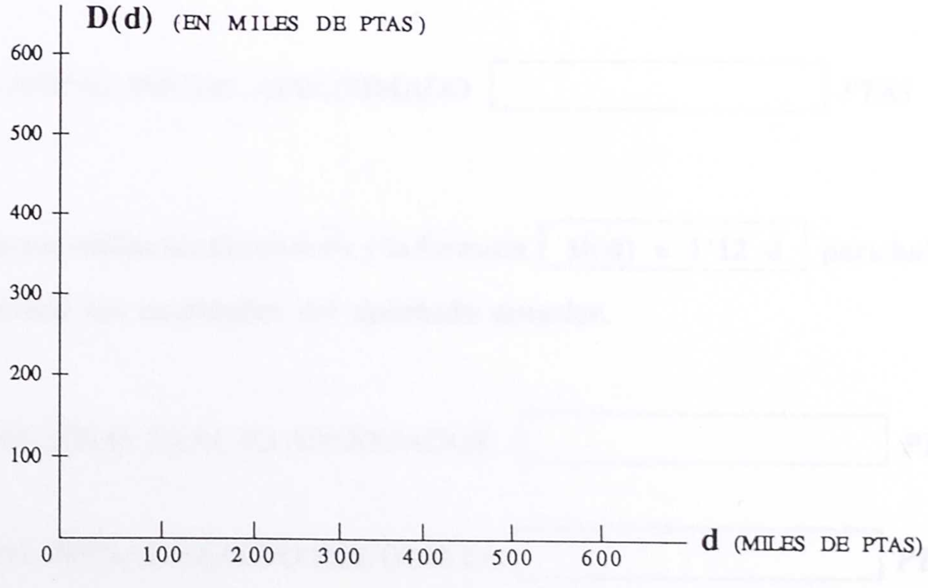
CAPITAL INICIAL d *ptas*	CAPITAL FINAL D(d) *ptas*	PARES ORDENADOS (d , D(d))
0		
100.000		
200.000	224.000	(200.000, 224.000)
300.000		
400.000		
500.000		

(g) Los siguientes pares ordenados corresponden a la función, **D(d) = 1'12 d**

Complétalos :

(125.000,________) ; (294.500,________) ; (1.025.360,__________)

(h) Representa en el siguiente sistema de ejes los pares ordenados de la tabla del apartado (f).



Contesta a la siguiente pregunta:

¿ Están los puntos que has dibujado en una misma linea recta (alineados) **?**

Utiliza la regla para verlo.

SI ☐ NO ☐

La respuesta debe ser SI , aunque quizá en tu dibujo no lo sea muy exactamente.

(i) **Utilizando la gráfica del apartado (h) y la escuadra y el cartabón** (No la calculadora), **contesta a las siguientes preguntas:**

- *El aparejador deposita un capital de* **450.000** *ptas. ¿Cuál será aproximadamente su capital final?.*

CAPITAL FINAL APROXIMADO ☐ *PTAS*

- *El capital final de la periodista al cabo de un año es:*

D = 644.000 *ptas*

¿Cuál era aproximadamente el capital inicial?

CAPITAL INICIAL APROXIMADO ☐ *PTAS*

(j) Ahora utiliza la calculadora y la formula $\boxed{D(d) = 1'12\ d}$ **para hallar exactamente las cantidades del apartado anterior.**

CAPITAL FINAL EXACTO APAREJADOR . ☐ *PTAS*

CAPITAL INICIAL EXACTO PERIODISTA. ☐ *PTAS*

CONCLUSIONES

Fijaté en lo que hemos hecho:

Hemos establecido una relación (que hemos visto que es una **función**) entre dos magnitudes del mismo tipo *(Dinero - Dinero)*.

CAPITAL INICIAL (Dinero)	$\longrightarrow$	*CAPITAL FINAL (Dinero)*
d	$\longmapsto$	**D(d) = 1'12 d**

Esta relación cuya fórmula es **D = 1'12 d** , es una **función** que se llama **LINEAL** porque su representación gráfica en el plano es una linea recta.

Observa otro detalle:

Para **d = 0** *tenemos que* **D(0) = 0** .

Esto nos dice que **la recta pasa por el origen de coordenadas** $O = (0,0)$.

EN GENERAL:

Esta función es del tipo $y = f(x) = a\,x$ **, donde :**

a $\rightarrowtail$ *es un número* (en el caso anterior **a = 1'12**)

x $\rightarrowtail$ *es la variable independiente*

y $\rightarrowtail$ *es la variable dependiente (depende de* **x***)*

Todas las funciones de la forma $y = f(x) = a\,x$ *tienen como representación gráfica una recta que pasa por el origen.*

*Alumno:*__________________ *Curso:*___ *Grupo:*___ *Fecha:*____

ACTIVIDAD 3

El pleno del ayuntamiento de una ciudad situada en el sur de España aprobó que el Servicio Municipal de Aguas de dicha ciudad cobrase el consumo de agua en las viviendas particulares bajo la siguiente tarifa:

Cuota fija por el servicio .... **500 ptas**

Cuota alquiler del contador .... **300** "

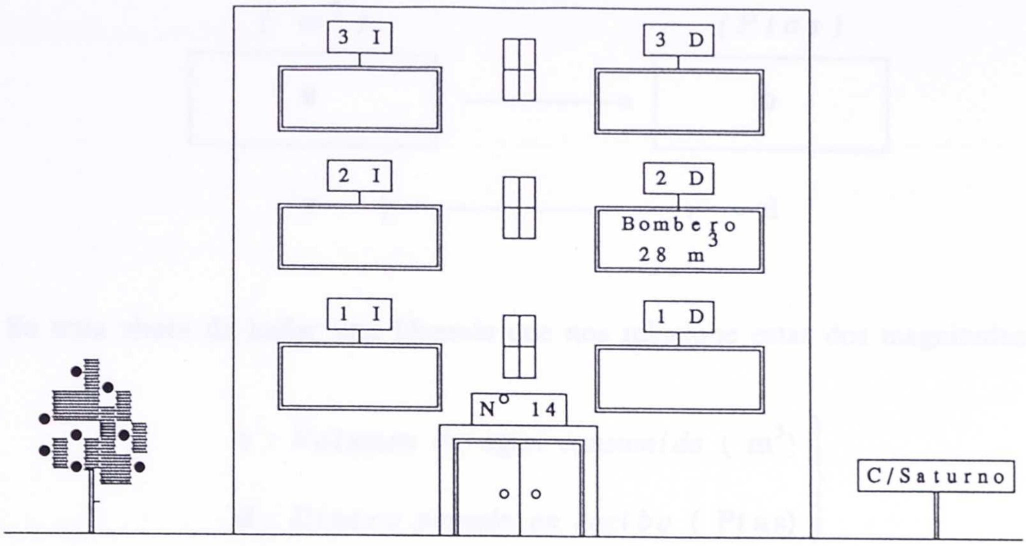
Por cada m^3 *de agua consumida* ... **60** "

En la calle Saturno nº 14 hay tres plantas con dos viviendas cada una y ocurre lo siguiente:

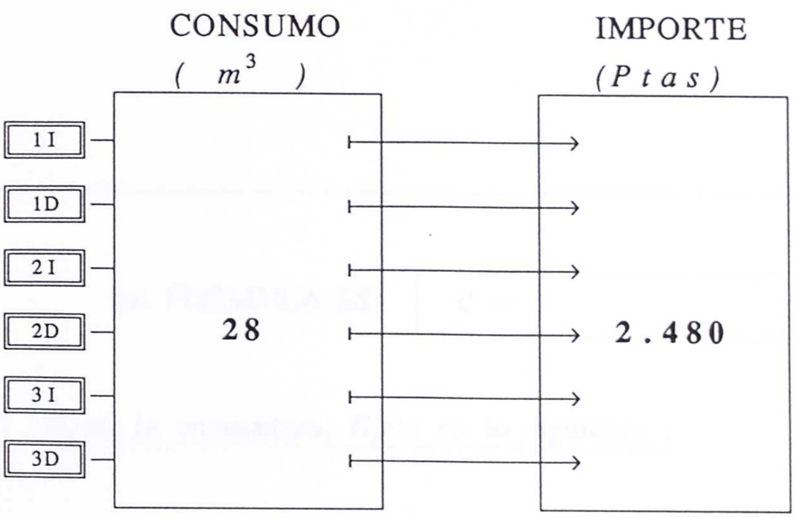
- El *bombero*, que vive en el 2º **D**, consumió en Julio **28** m^3.
- La familia del *comerciante* , que vive en el 1º consumió justo **el doble** que la *maestra* que vive en el 3º .
- Los *estudiantes*, que viven en el 2º piso, no consumieron **nada** porque estaban de vacaciones.
- La *maestra* gastó **16'5** m^3.
- En la vivienda de la *farmacéutica* , que está sobre la de los *estudiantes*, se gastaron **3** m^3 más que en la del *comerciante*.
- El *policía* consumió las **3/4 partes** del *bombero* , que es su vecino de arriba.

Contesta a las cuestiones:

(a) Completa los recuadros del esquema siguiente:



(b) Completa el siguiente cuadro, calculando previamente el importe del recibo del agua, correspondiente al mes de Julio, de cada vecino.



(c) ¡Observa lo que hemos hecho!

Hemos establecido una correspondencia entre dos tipos de magnitudes: **Volumen** y **Dinero.**

VOLUMEN (m^3) $\longrightarrow$ *DINERO* (*Ptas*)

$$\mathbb{V} \longrightarrow \mathbb{D}$$

$$v \longmapsto d$$

Se trata ahora de hallar una fórmula que nos relacione estas dos magnitudes:

$$\left.\begin{array}{l} \mathbf{v} : \textit{Volumen de agua consumida } (\mathbf{m^3}) \\ \mathbf{d} : \textit{Dinero pagado en recibo } (\mathbf{Ptas}) \end{array}\right\}$$

¡ **Búscala !** . Ayúdate del diagrama del apartado **(b)**.

Utiliza este recuadro para tus operaciones

LA FORMULA ES: $\boxed{\mathbf{d} = \quad\quad\quad\quad}$

Ayuda. Si no la encuentras, fíjate en lo siguiente :

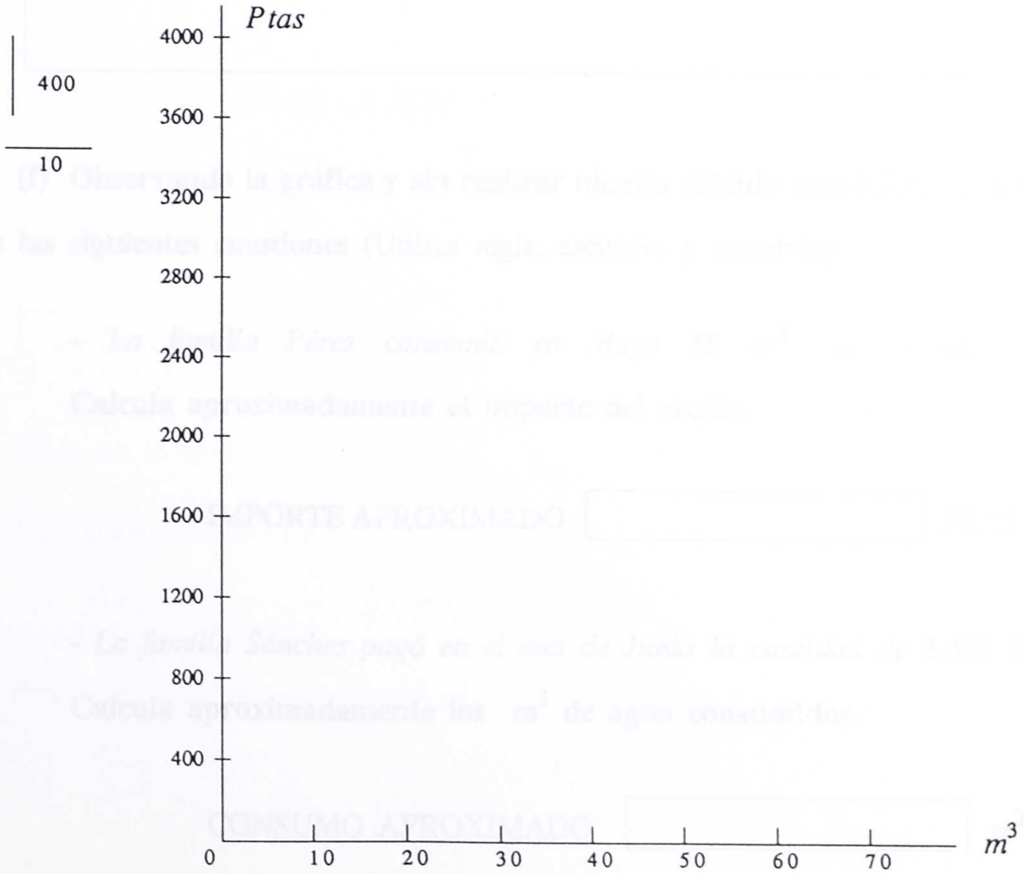
RECIBO DEL BOMBERO } →

EMPRESA MUNICIPAL DEL AGUA	D. José García Santos C/ Saturno núm. 14	TOTAL A PAGAR :
MES : Julio		2.480 PTAS
	CUOTA FIJA SERVICIO	500 Ptas
	" ALQUILER CONTADOR	300 "
CONSUMO : 28 m^3	CONSUMO AGUA	1.680 "

(d) Utilizando la fórmula, completa la siguiente tabla de valores relativa a distintos consumos:

CONSUMO m^3	DINERO $Ptas$	PARES ORDENADOS
0		
10		
20	**2.000**	**(20 , 2.000)**
30		
40		
50		

(e) Representa los pares ordenados en el siguiente diagrama cartesiano:



Observarás que los puntos que has dibujado, están alineados en una misma recta (Quizás no te hayan salido "demasiado" alineados).

Mira la gráfica:

Fíjate que la recta pasa por el punto **(0,800)** . *Es decir:*

(0,800)

→ *Para* **v = 0**

→ **d = 60 • 0 + 800 = 800**

$\boxed{\mathbf{(0,800)}}$

¿Pasa la recta por el origen de coordenadas?

SI ☐ NO ☐

¿Por qué?.

Escribe aquí tu respuesta

(f) Observando la gráfica y sin realizar ningún cálculo numérico, contesta a las siguientes cuestiones (Utiliza regla, escuadra y cartabón)

- *La familia Pérez consumió en Mayo* **35 m^3** *de agua.*

Calcula aproximadamente el importe del recibo.

IMPORTE APROXIMADO ☐ *PTAS*

- *La familia Sánchez pagó en el mes de Junio la cantidad de* **3.450 Ptas**.

Calcula aproximadamente los m^3 de agua consumidos.

CONSUMO APROXIMADO ☐ m^3

(g) **Utilizando la calculadora y la fórmula del apartado (c) ,** $\boxed{d = 60\ v + 800}$ **,<u>calcula</u> <u>exactamente</u> lo que se pide en el apartado anterior.**

Utiliza este reçuadro para tus operaciones

IMPORTE EXACTO DE LA FAMILIA PEREZ ________ *Ptas*

Utiliza este reçuadro para tus operaciones

CONSUMO EXACTO DE LA FAMILIA SANCHEZ ________ m^3

CONCLUSIONES

Fíjate en lo que hemos hecho:

Hemos establecido una correspondencia entre dos magnitudes :

Volumen - Dinero

Esa relación queda determinada mediante una fórmula. Dicha fórmula es:

$$\boxed{d = 60\ v + 800}$$

Volumen   *Dinero*

$\mathbf{v}\ (m^3)$ $\mathbf{d}\ (Ptas)$

$$\boxed{\mathbf{v}} \longrightarrow \boxed{\mathbf{D}}$$

$$\mathbf{v} \longmapsto \mathbf{d = 60\ v + 800}$$

Observa que :

Para cada valor de **v** *(volumen) obtenemos un único valor de* **d** *(dinero)*

Este tipo de relación entre dos magnitudes, ligadas mediante una fórmula, se llama **Función**.

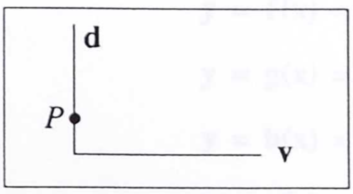
$\boxed{\mathbf{d = 60\ v + 800}}$ — *es una Función*

v $\rightarrowtail$ *se llama variable independiente*

d $\rightarrowtail$ *se llama variable dependiente porque su valor depende del valor de* **v** .

Por lo anterior, se puede escribir: $\boxed{\mathbf{d(v) = 60\ v + 800}}$

Habrás visto que la gráfica de esta **función** es una linea **recta** que NO PASA por el **origen**.



$P(0{,}800) \longrightarrow \mathbf{d(0) = 60 \bullet 0 + 800 = 800}$

EN GENERAL

Supongamos que tenemos dos tipos de magnitudes: $\mathbb{X}$ e $\mathbb{Y}$.

Consideremos que están relacionadas de la forma siguiente:

$$\boxed{\mathbb{X}} \longrightarrow \boxed{\mathbb{Y}}$$

$$\mathbf{x} \longmapsto \mathbf{y = a\ x + b}$$

Siendo $\begin{cases} \mathbf{x} \rightarrowtail \textit{valor de la magnitud } \mathbb{X} \\ \mathbf{y} \rightarrowtail \textit{valor de } \mathbb{Y} \textit{ correspondiente a } \mathbf{x} \\ \mathbf{a} \text{ y } \mathbf{b} \rightarrowtail \textit{números fijos distintos de } \mathbf{0} \end{cases}$

$\mathbf{x} \rightarrow$ *es la variable independiente*

$\mathbf{y} \rightarrow$ *es la variable dependiente*

$$\boxed{\mathbf{y = f(x) = a\ x + b}} \longrightarrow \boxed{\text{ES UNA FUNCION}}$$

$\boxed{\textit{A cada valor de } \mathbf{x} \textit{ le corresponde un único valor de } \mathbf{y}}$

Características de una función del tipo $\mathbf{y = f(x) = a\ x + b}$.

- *Su gráfica es una recta. Por eso se dice que es una función lineal*
- *NO pasa por el origen de coordenadas* $O(\mathbf{0,0})$.

  Observa que para $\mathbf{x = 0}$ tenemos $\mathbf{y = b}$.(Pasa por el punto $(\mathbf{0,b})$)

EJEMPLOS:

$$\left.\begin{array}{l} \mathbf{y = f(x) = 2\ x + 5} \\ \mathbf{y = g(x) = 4'8\ x + 9'6} \\ \mathbf{y = h(x) = \frac{7}{5}\ x - \frac{9}{7}} \\ \mathbf{y = s(x) = -36\ x + 93} \end{array}\right\} \textit{Son Funciones Lineales}$$

Ejercicio:

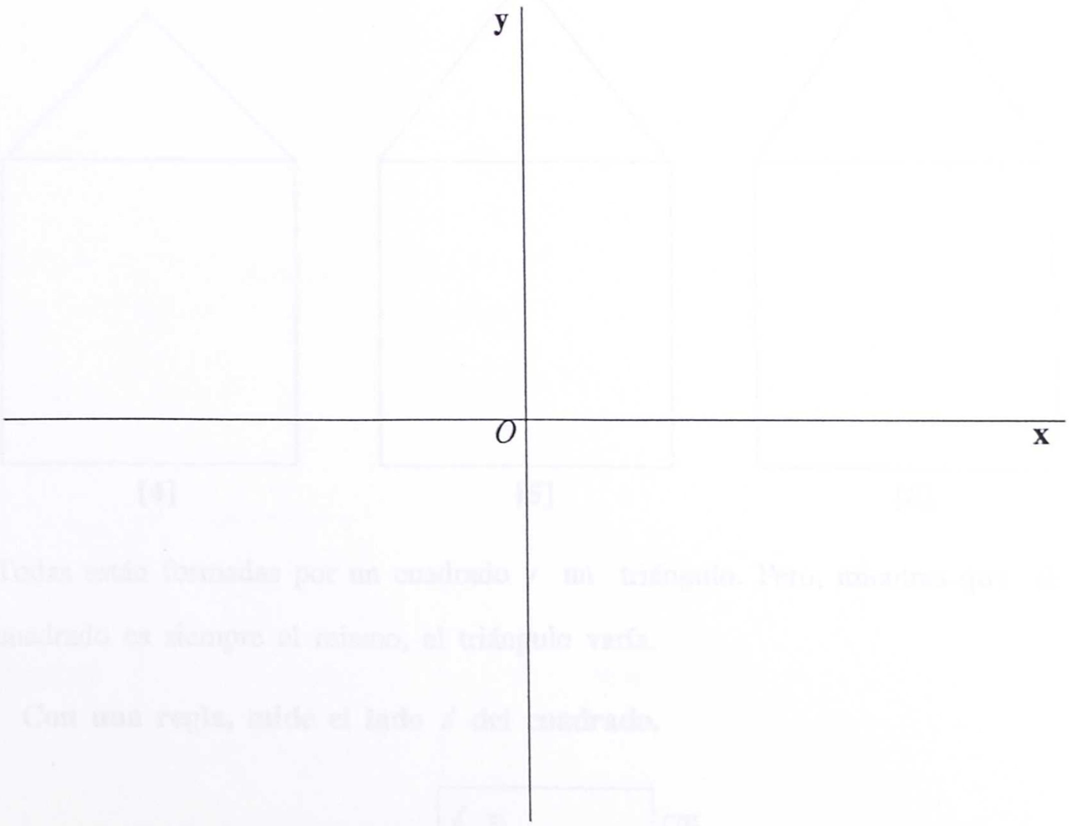
Dibuja la gráfica de la función : $y = f(x) = -3x + 5$

x	y	Pares
-1		
2		

Observa que *bastan dos puntos para representar cualquier Función Lineal.*

Tu solución es :

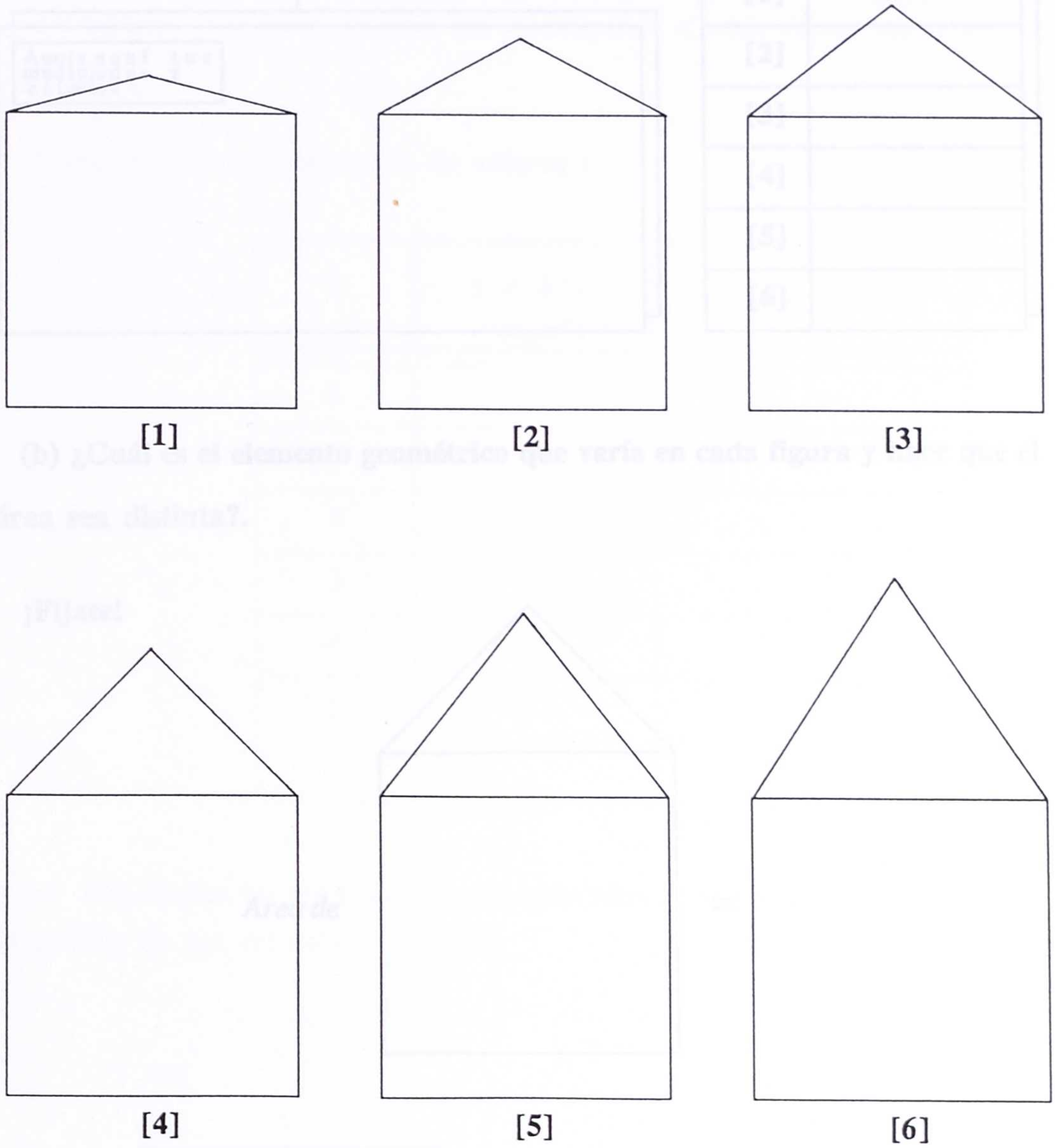
UTILIZA LA REGLA Y TOMA COMO UNIDAD 1/2 *cm*



Alumno: _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ *Curso:* _ _ _ *Grupo:* _ _ _ _ *Fecha:* _ _ _ _ _

ACTIVIDAD 4

Observa la siguiente serie de figuras geométricas :



Todas están formadas por un cuadrado y un triángulo. Pero, mientras que el cuadrado es siempre el mismo, el triángulo varía.

Con una regla, mide el lado ℓ del cuadrado.

ℓ = ______ *cm*

(a) **Vamos a hacer corresponder a cada figura su área.**

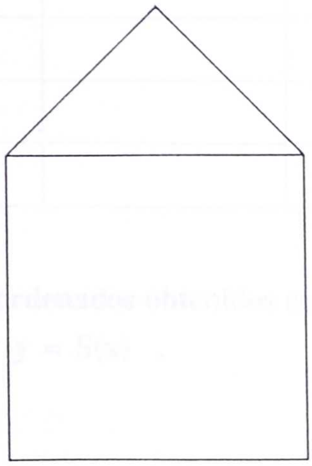
Utiliza para ello :
REGLA , ESCUADRA,CARTABON
Y CALCULADORA

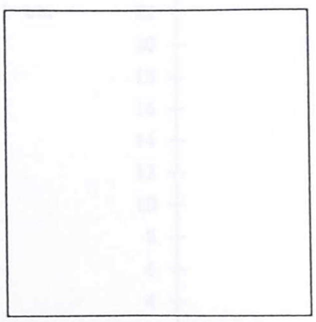
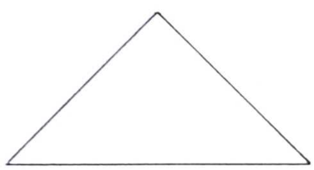
Anota aquí tus mediciones y cálculos

Figura	*Superficie*
[1]	
[2]	
[3]	
[4]	
[5]	
[6]	

(b) **¿Cuál es el elemento geométrico que varía en cada figura y hace que el área sea distinta?.**

¡Fíjate!

Area de  =

Area de  + *Area de* 

EL ELEMENTO QUE VARIA ES :

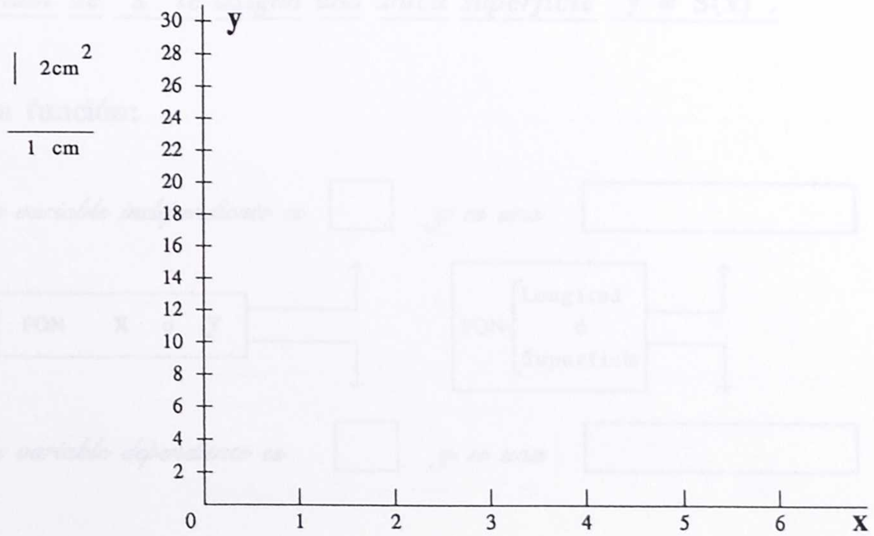
(c) Llamemos **x** a ese elemento que varía en cada figura.

Llamemos **y** = S(x) al área que corresponde a cada figura según el valor de **x** .

Completa la siguiente tabla de valores :

x (cm)	**y = S(x)** (cm^2)	**(x , S(x))**
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		

(d) Representa los pares ordenados obtenidos en la tabla anterior y dibuja la gráfica de esa relación y = S(x) .



Observando la gráfica veras que :

– *Te ha salido una linea recta (En realidad es una semirrecta)*

– *Para* **x = 0** *, el valor de* **y** *es distinto de cero* (**y ≠ 0**)*; es decir,* *la recta no pasa por el Origen de coordenadas. En otras palabras, la recta corta al eje de ordenadas en el punto*

P(**0,**   )

Escribe el valor que falta

(e) Busca una fórmula que relacione el valor de x correspondiente a cada figura, con con la superficie de ella.

Realiza aquí tus operaciones

y = S(x) =

La fórmula | y = S(x) = | representa a una función que *a cada valor de* **x** *le asigna una única superficie* **y = S(x)** .

En esta función:

La variable independiente es ☐ *y es una* ☐

PON **x** o **y**

PON Longitud ó Superficie

La variable dependiente es ☐ *y es una* ☐

(f) Observando la gráfica del apartado (d) y utilizando regla, escuadra y cartabón(No realices cálculos numéricos),**contesta a las siguientes cuestiones:**

– *Si* $x = 4'5$ cm *entonces* $y = S(4'5) = \boxed{}$ cm^2

Aproximadamente

– *Si el área de una figura es* $y = 27\ cm^2$ *entonces el valor de* x *es:*

$x = \boxed{}$ cm

Aproximadamente

(g) Utilizando la fórmula del apartado (e) y realizando cálculos, contesta:

– *Si* $x = 4'5$ cm , *entonces el valor de* y *es <u>exactamente</u>:*

Utiliza este recuadro para tus operaciones.

Tu respuesta $\longmapsto$ $y = S(4'5) = \boxed{}$ cm^2

Exactamente

– *Si el área de una figura es* $y = S(x) = 27\ cm^2$, *el valor <u>exacto</u> de* x *correspondiente es :*

Realiza aquí tus cálculos

Tu respuesta $\longmapsto$ $x = \boxed{}$ cm

Exactamente

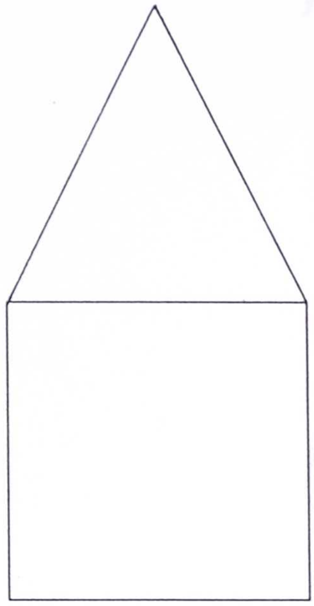
(h) ¿Podriamos imaginar valores <u>negativos</u> para x ?

Supongamos que sí.

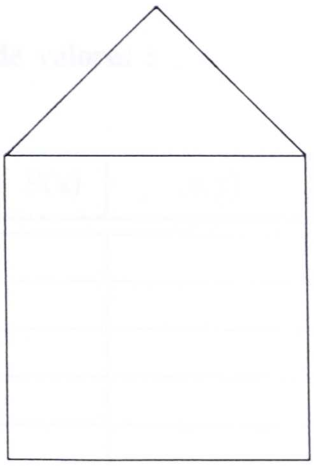
¿Cómo los interpretariamos?

Vamos a verlo.

Observa que :



Para $x = 4$ (positivo) $\longmapsto$ $y = S(3) = 22\ \text{cm}^2$



Para $x = 2$ (positivo) $\longmapsto$ $y = S(2) = \boxed{}\ \text{cm}^2$

Para $x = 0$ $\longmapsto$ $y = S(0) = \boxed{}\ \text{cm}^2$

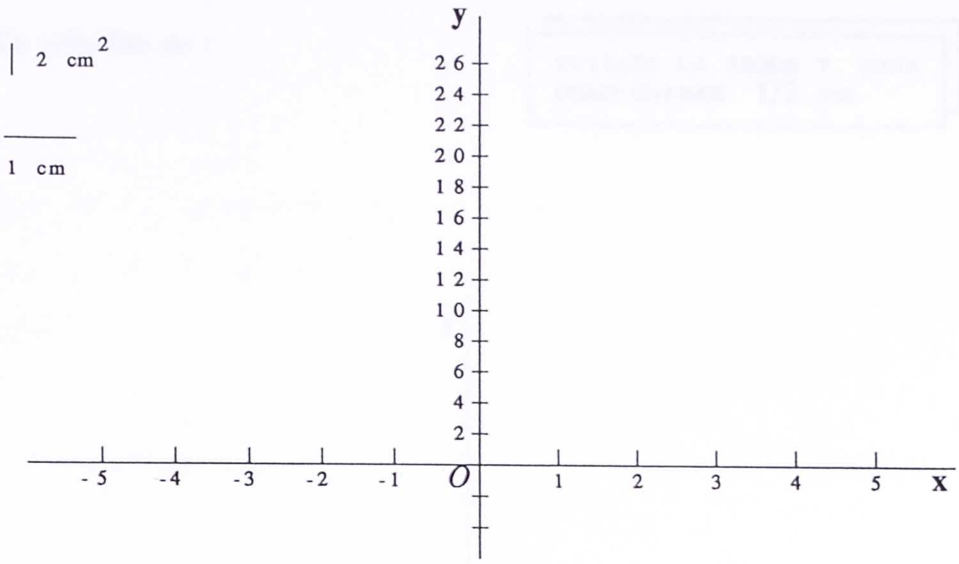
Para $x = -2$ ⟶ | Construye la figura que creas que le corresponde | ⟶ $y = S(-2) = \boxed{}\ cm^2$

Para $x = -4$ ⟶ | Construye la figura que creas que le corresponde | ⟶ $y = S(-4) = \boxed{}\ cm^2$

(i) Completa la siguiente tabla de valores :

x	y = S(x)	(x,y)
-4		
-3		
-2		
-1		
0		
1		
2		
3		
4		

(j) Representa de nuevo la gráfica de y = S(x) , considerando también los negativos que aparecen en la tabla anterior.



CONCLUSIONES

$y = f(x) = a\,x + b$ $\rightarrowtail$ *Es una función lineal cuya gráfica es una recta.*

En general la variable independiente x **puede tomar valores negativos, positivos o cero, pero en algunos casos prácticos vemos que no tiene sentido tomar valores negativos** (como hemos visto en casos anteriores).

Ejercicio:

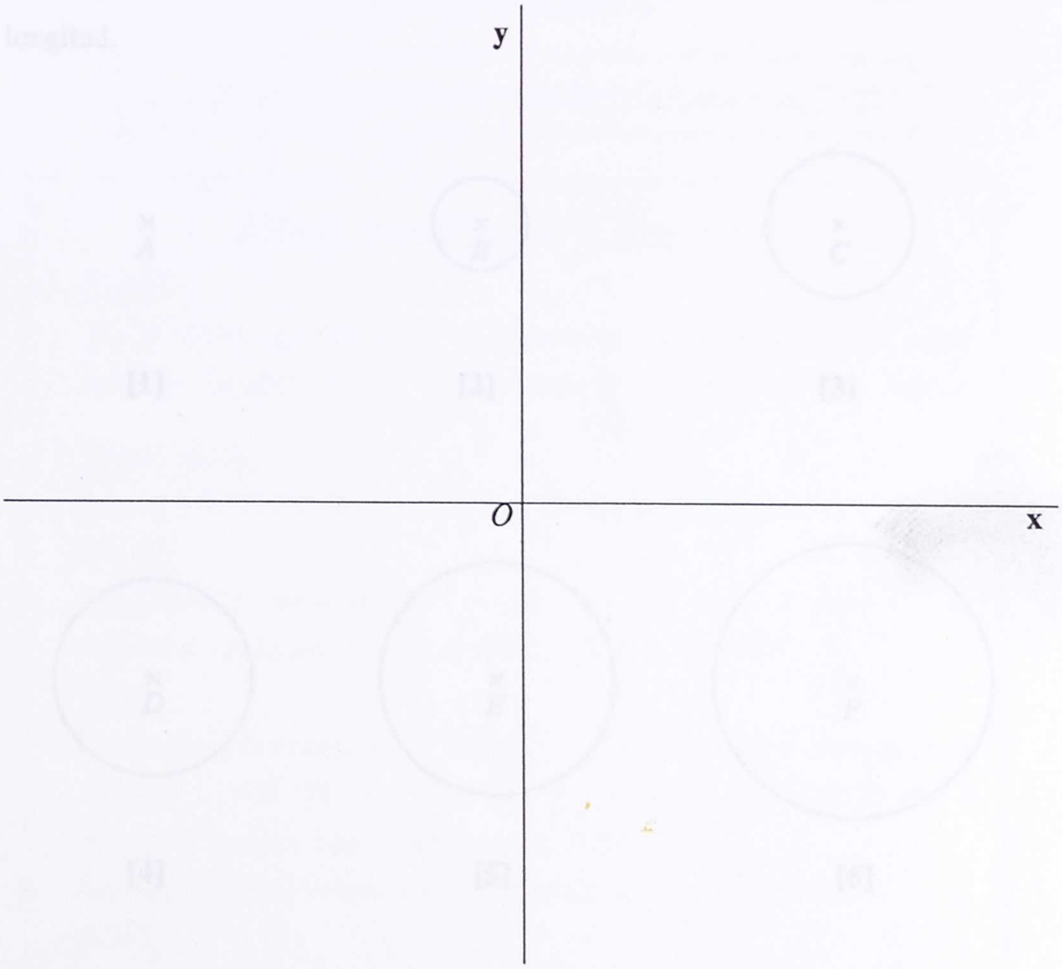
Representa la gráfica de la función : $\boxed{y = f(x) = \frac{3}{4}x - 2}$

x	y	Pares

Recuerda que *bastan dos puntos para representar cualquier Función Lineal.*

Tu solución es :

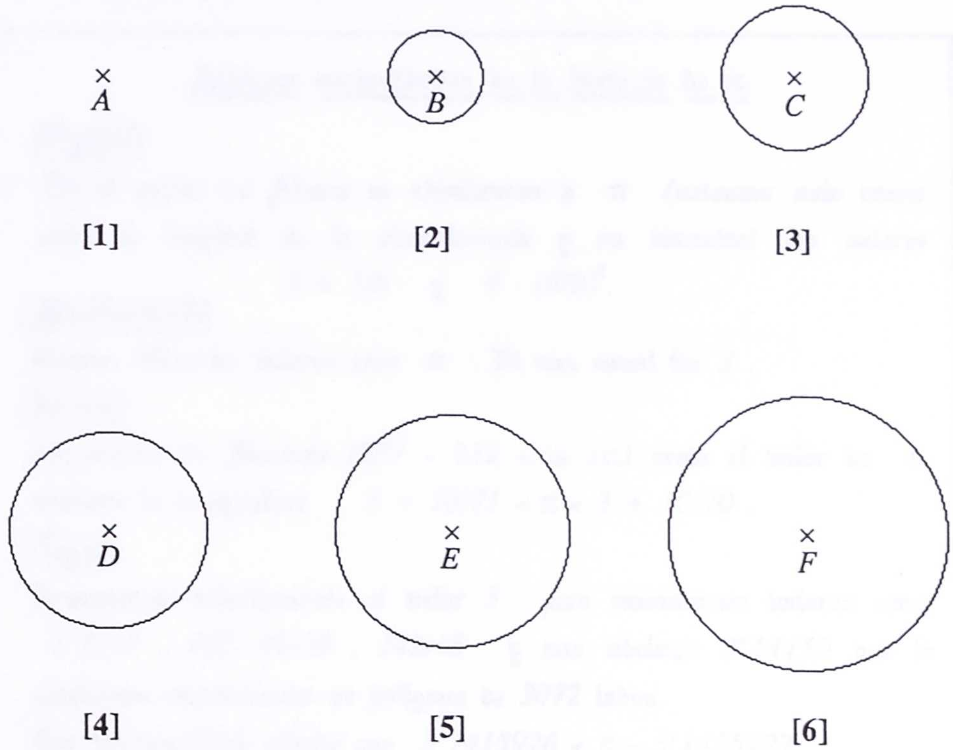
UTILIZA LA REGLA Y TOMA COMO UNIDAD $1/2\ cm$



*Alumno:*_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ *Curso:*_ _ _ *Grupo:*_ _ _ *Fecha:*_ _ _ _

ACTIVIDAD 5

Fíjate en los círculos que figuran a continuación. Sus centros son los puntos A , B , C , D , E y F . Observarás que los radios son de distinta longitud.



Prosigue con las siguientes cuestiones:

(a) Recordarás que el área de un círculo depende del valor del radio (está en función del radio) y la fórmula para calcularla es:

$$\textit{Area Círculo} = \boxed{S = \pi\, r^2}$$

NOTA:

El número π (pi) es un número que nos permite calcular la longitud de una circunferencia y el área de un círculo.

Representa la relación constante que existe entre la longitud de la circunferencia y su diámetro.

Tiene infinitas cifras decimales no periódicas.

π = 3'141592653589793238462633832795028 8............ (sigue)→

Algunas curiosidades de la historia de π

Egipto

En el papiro de Ahmes se adjudicaron a π (entonces solo razon entre la longitud de la circunferencia y su diametro) los valores $3 + 1/6$ y $4 \cdot (8/9)^2$.

Mesopotamia

Usaron diferentes valores para π . El mas usual fue *3* .

Grecia

Arquimedes de Siracusa (287 - 212 a. de J.C.) acota el valor de π mediante la desigualdad $3 + 10/71 < \pi < 3 + 10/70$.

China

Comenzaron adjudicandole el valor *3* pero encontraron valores como *3'1547* , $\sqrt{10}$, *92/29* , *142/45* y mas adelante *3'14159* que la obtuvieron considerando un poligono de *3072* lados.

Tsu Chung-Chich obtubo que $3'1415926 < \pi < 3'1415927$.

India

En general los matematicos indios usaron $\sqrt{10}$

Los Arabes

A comienzos del siglo *XV* , el matematico Al-Kashi encuentra la mejor aproximacion hasta el momento *3'14159265358979325* que no seria mejorada hasta finales del siglo *XVI*.

Europa

El frances Franciscus Vieta *(1540-1603)* encontro para π el valor *3'1415926536* , inferior a la aproximacion de Al-Kashi que Vieta no conocia. El resultado lo mejoro Ludolph van Ceulen *(1540-1610)* que calculo π con *35* cifras decimales exactas que su viuda grabo en su tumba.

Comprenderás que no es posible "trabajar" con infinitas cifras decimales, por eso, a partir de ahora vamos a tomar un valor aproximado de π ($\pi \simeq$ **3'14**)

Tomaremos $\boxed{\pi = 3'14}$ → Recuerda que es un valor aproximado

Contesta a la siguiente pregunta:

¿El valor $\pi = 3'14$ es un valor aproximado por defecto o por exceso?

ES UNA APROXIMACION POR [ ]

Contesta aquí

Teniendo en cuenta los seis círculos del principio de esta actividad y utilizando una regla, **completa el siguiente cuadro:**

Círculo	*Radio* cm	*Area* $\boxed{S = 3'14 \cdot r^2}$ cm^2
[1]		
[2]		
[3]		
[4]		
[5]		
[6]		

(b) Habrás observado que a cada valor del radio *(cm)*, le corresponde la superficie de un círculo *(cm^2)*.

Hemos establecido una relación entre dos tipos de magnitudes.

¿Cuáles son esas magnitudes? ¿En qué unidades están expresadas?

Magnitudes : [ ] → [ ]

Unidades : ( ) ( )

La fórmula que relaciona ambas magnitudes es :

$$\boxed{S = 3'14 \cdot r^2}$$

Fíjate que *para cada valor de r obtenemos un único valor de S .*

Esta relación es una **función** , y se expresa:

$$\boxed{S(r) = 3'14\ r^2}$$

r → *es la variable independiente*

$S(r)$ → *es la variable dependiente*

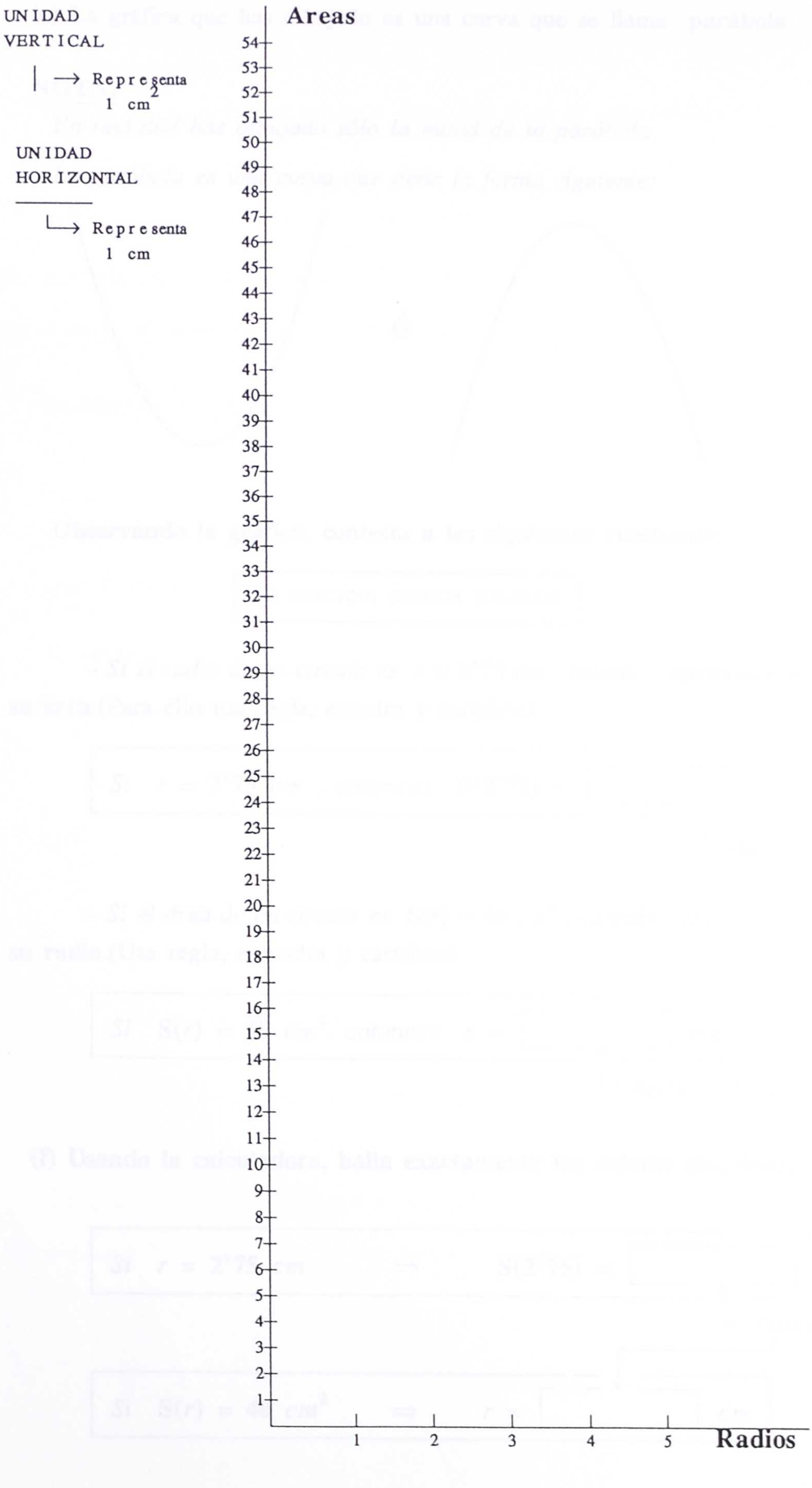
(c) Utilizando la calculadora, completa la siguiente tabla de valores:

r	$S(r) = 3'14 \cdot r^2$	PARES ORDENADOS
0		
0'5		
1		
1'5		
2		
2'5		
3		
3'5		
4		

(d) Representa los pares obtenidos y dibuja la gráfica de la función.

Observa que hemos tomado distinta escala para el eje de abscisas(horizontal) y de ordenadas (vertical).

Antes de dibujarla debes notar que los puntos no están en linea recta.Es decir, la grafica no es una recta, sino una curva.

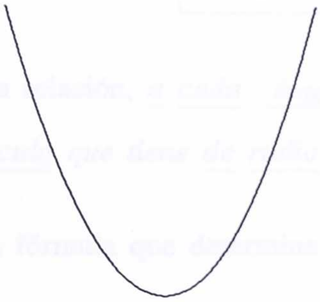

UNIDAD
VERTICAL
→ Representa
1 cm²
UNIDAD
HORIZONTAL
→ Representa
1 cm
Areas
Radios
1
2
3
4
5

(e) La gráfica que has dibujado es una curva que se llama **parábola** .

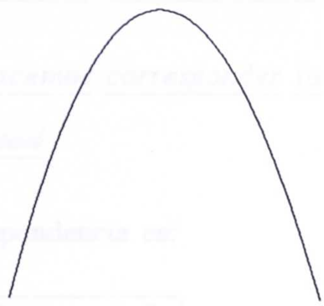
NOTA.

En realidad has dibujado sólo la mitad de la parábola.

La parábola es una curva que tiene la forma siguiente:



ó



Observando la gráfica, contesta a las siguientes cuestiones:

NO REALICES NINGUN CALCULO

– *Si el radio de un círculo es* r = **2'75** *cm* , **calcula aproximadamente su área**.(Para ello usa regla, escudra y cartabón)

Si r = **2'75** *cm* , *entonces* S(2'75) = $\boxed{}$ cm^2

Aproximadamente

– *Si el área de un círculo es* S(r) = **40** cm^2 , **calcula aproximadamente su radio**.(Usa regla, escuadra y cartabón)

Si S(r) = **40** cm^2, *entonces* r = $\boxed{}$ cm

Aproximadamente

(f) **Usando la calculadora, halla exactamente los valores anteriores:**

Si r = **2'75** *cm* $\Rightarrow$ S(2'75) = $\boxed{}$ cm^2

Exactamente

Si S(r) = **40** cm^2 $\Rightarrow$ r = $\boxed{}$ cm

CONCLUSIONES

Hemos establecido una relación entre dos tipos de magnitudes:

$$\boxed{\textit{Longitud } (cm) \quad \text{y} \quad \textit{Superficie } (cm^2)}$$

Por esa relación, <u>*a cada longitud le hacemos corresponder la superficie de un círculo que tiene de radio esa longitud*</u>

La fórmula que determina esa correspondencia es:

$$\boxed{S(r) = \pi\, r^2 = 3'14\; r^2}$$

<u>EN GENERAL :</u>

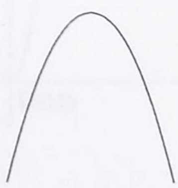
Consideremos dos tipos de magnitudes $\mathbb{X}$ e $\mathbb{Y}$ relacionadas entre sí mediante una fórmula del tipo $\boxed{\mathbf{y = f(x) = a\ x^2}}$, es decir :

$$\boxed{\mathbb{X}} \longrightarrow \boxed{\mathbb{Y}}$$

$$\mathbf{x} \longmapsto \mathbf{y = f(x) = a\ x^2}$$

$$\text{Siendo: } \begin{cases} \mathbf{x} \longleftrightarrow \textit{variable independiente} \\ \mathbf{y} \longleftrightarrow \quad '' \quad \textit{dependiente (depende de } \mathbf{x} \text{ ,por eso } \mathbf{y = f(x)}) \\ \mathbf{a} \longleftrightarrow \textit{es un número fijo distinto de cero} \end{cases}$$

Esta relación ($\mathbf{y = f(x) = a\ x^2}$) es una **función** del tipo **" Polinómica de de grado 2 "** y su gráfica se denomina **PARABOLA** y su forma es del tipo

 *ó*  . Sus características dependen de lo siguiente:

— *Si* a > 0 , *entonces tiene la forma* $\longrightarrow$

EL PUNTO "MAS BAJO" DE LA CURVA SE LLAMA **VERTICE** DE LA PARABOLA (*V*).

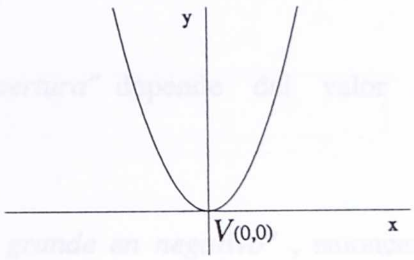
EN ESTE CASO EL VERTICE ESTA EN EL ORIGEN DE COORDENADAS,O SEA : $V(0,0)$

$V(0,0)$ $\longleftarrow$ Vértice de la Parábola

$\longrightarrow$ $\mathbf{y = f(0) = a \cdot 0^2 = 0}$

$\longrightarrow$ $\mathbf{x = 0}$

La gráfica de esta función tiene la forma :

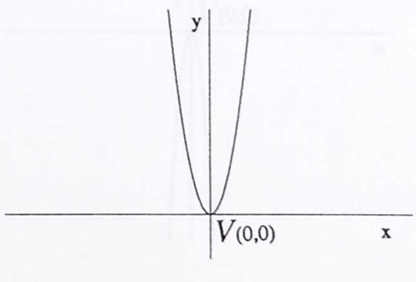


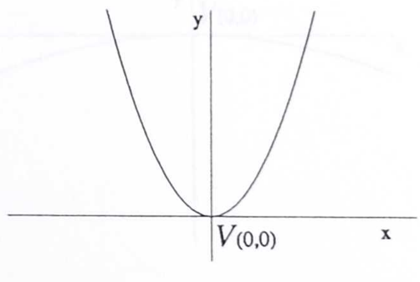
La parábola puede ser más *"abierta"*  ó más *"cerrada"*  . Depende de lo siguiente:

- Si a es *"muy grande"*, entonces es *"muy cerrada"*.
- Si a es un número *"muy próximo a cero"*, entonces es *"muy abierta"*.

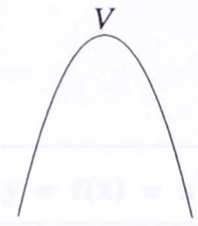
Por ejemplo :

La parábola $\mathbf{y = f(x) = 5\ x^2}$ *es "más cerrada" que la parábola* $\mathbf{y = g(x) = 0'8\ x^2}$.



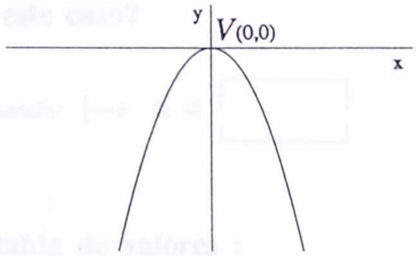


— *Si* **a < 0** , *entonces tiene la forma* ⟶



EN ESTE CASO EL **VERTICE** ES EL PUNTO "MAS ALTO" DE LA PARABOLA Y TAMBIEN COINCIDE CON EL ORIGEN DE COORDENADAS. V**(0,0)** .

La gráfica es de la forma:



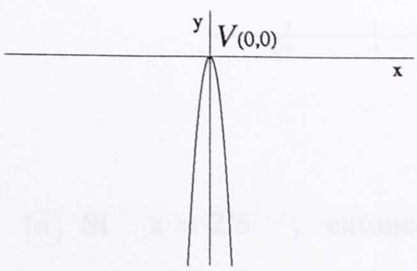
Su *mayor o menor "apertura"* depende del valor de **a** (en este caso negativo).

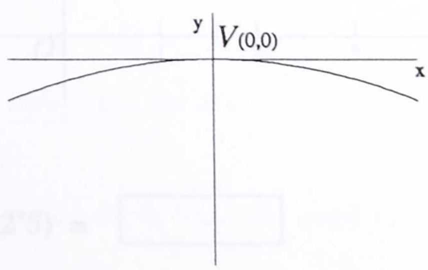
- Si **a** es *"muy grande en negativo"* , entonces la parábola es *"muy cerrada"* 

- Si **a** es un número *"muy próximo a cero"* (pero negativo), entonces la parábola es *"muy abierta"* 

Por ejemplo :

La parábola **y = f(x) = - 18 x²** *es "más cerrada" que la parábola* **y = g(x) = - 0'04 x²**





Ejercicio:

Vamos a representar la gráfica de la función $\boxed{y = f(x) = x^2}$.

Para ello, contesta a lo siguiente:

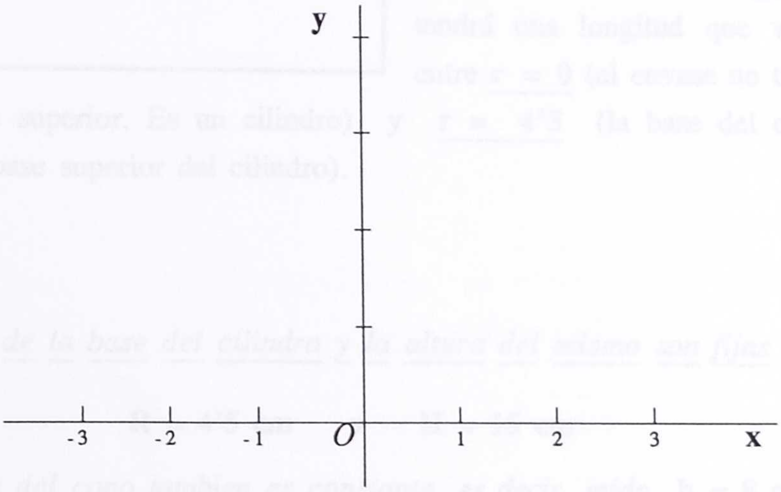
[1] ¿Cuanto vale $\underline{\underline{a}}$ en este caso?

Tu Respuesta $\longmapsto$ **a =** $\boxed{}$

[2] Completa la siguiente tabla de valores :

x	$y = x^2$	Pares
0		
1		
-1		
2		
-2		

[3] Dibuja la gráfica :



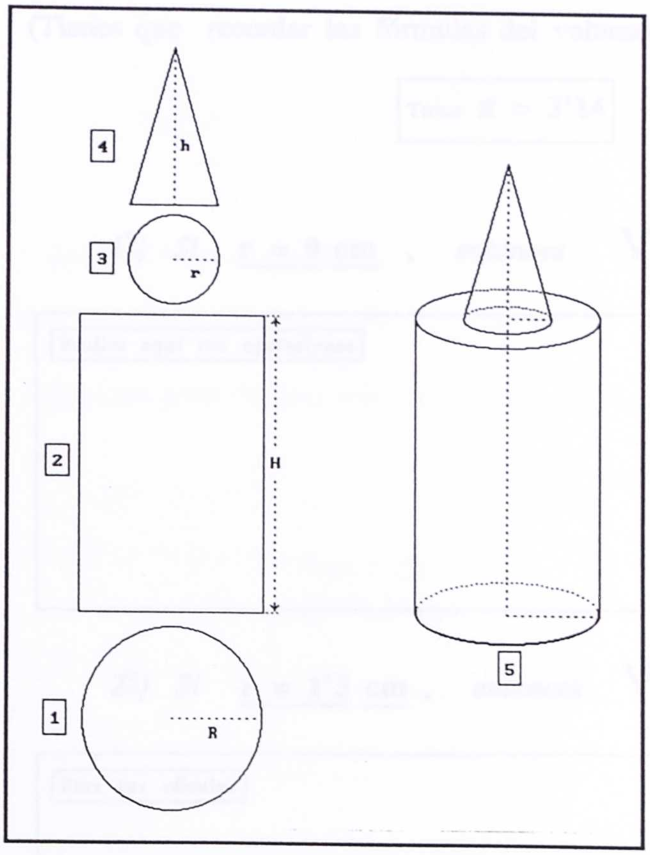
[4] Si x = 2'5 , entonces f(2'5) = $\boxed{}$

Si x = -2'5 , entonces f(-2'5) = $\boxed{}$

Alumno: _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ *Curso:* _ _ _ *Grupo:* _ _ _ _ *Fecha:* _ _ _ _ _

ACTIVIDAD 6

Observa el siguiente recuadro:



- La figura $\boxed{5}$ representa un envase de cierta substancia lubricante. Ese envase está formado por un cilindro y un cono en la base superior.

- La figura $\boxed{1}$ es la base del cilindro. Se trata de un círculo de radio $\boxed{\mathbf{R = 4'5\ cm}}$.

- La figura $\boxed{2}$ es el lateral del cilindro (visto en alzado). La altura mide $\boxed{\mathbf{H = 15\ cm}}$.

- Las figuras $\boxed{3}$ y $\boxed{4}$ representan el cono de la base superior.Su altura es $\boxed{\mathbf{h = 8\ cm}}$ y el radio de su base es $\boxed{\mathbf{r}}$ y tendrá una longitud que varíe entre **r = 0** (el envase no tiene cono en la parte superior. Es un cilindro) y **r = 4'5** (la base del cono coincide con la base superior del cilindro).

Resumiendo :

— *El radio de la base del cilindro y la altura del mismo son fijas :*

R = 4'5 cm *y* **H = 15 cm**

— *La altura del cono tambien es constante, es decir, mide* **h = 8 cm** .

Supongamos que hacemos variar el radio de la base del cono (r) entre los valores r = 0 y r = 4'5 ($0 \le r \le 4'5$).

Estarás de acuerdo que *para cada valor de* **r** *tendremos un envase diferente y, por tanto, un volumen distinto en cada caso.*

Contesta a las siguientes cuestiones:

(a) Calcula el volumen del envase en cada uno de los siguientes casos. (Tienes que recordar las fórmulas del volumen del cilindro y del cono).

Toma π = **3'14**

1º) Si **r = 0 cm** , *entonces* V = ______ **cm³**

Realiza aquí tus operaciones

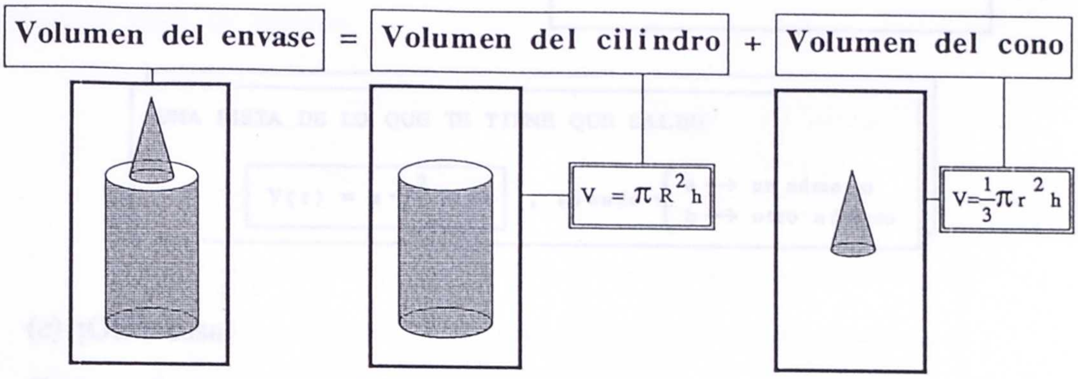
2º) Si **r = 1'5 cm** , *entonces* V = ______ **cm³**

Para tus cálculos

3º) Si **r = 4'5 cm** , *entonces* V = ______ **cm³**

Operaciones aquí

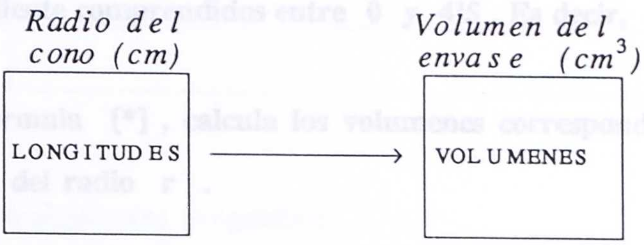
Supongo que no habrás tenido dificultad en saber que:



(b) También estarás de acuerdo en que el volumen del envase está en función del valor que tome el radio del cono (**r**).

Se trata pués de una función que relaciona dos magnitudes :

longitud — volumen



<u>A cada valor de</u> **<u>r</u>** *<u>le corresponde un único volumen de envase</u>.* Por tanto,

$$\mathbf{r} \longmapsto V(\mathbf{r})$$

Recuerda: $\pi \simeq 3'14$

Simplifica la fórmula al máximo (respeta hasta dos decimales).

Tus operaciones

LA FORMULA ES : $V(r) =$ [ ] [*]

UNA PISTA DE LO QUE TE TIENE QUE SALIR:

$\boxed{V(r) = a \cdot r^2 + b}$, siendo $\begin{cases} a \longrightarrow \text{un número} \\ b \longrightarrow \text{otro número} \end{cases}$

(c) **¡Otra cosa!**

Comprenderás que r (variable independiente) no puede tomar valores menores que **0 cm** ni mayores que **4'5 cm** .

¿Te imaginas como sería el envase si r = 6 cm ?

¡Piensa un poco!

En este caso se dice que **la función está definida para valores de la variable independiente comprendidos entre 0 y 4'5 . Es decir, $0 \le r \le 4'5$**

Aplicando la fórmula [*] , calcula los volumenes correspondientes a los siguientes valores del radio r .

Para **r = 0'8 cm** *tenemos* $V(0'8) =$ [ ] cm^3

Para **r = 2'75 cm** *tenemos* $V(2'75) =$ [ ] cm^3

Para **r = 4 cm** *tenemos* $V(4) =$ [ ] cm^3

OPERACIONES

(d) Como vamos a dibujar la gráfica de la función, antes completa la siguiente tabla de valores:

r	$V(r) =$ Pon la fórmula	PARES ORDENADOS $(r, V(r))$
0		
0'5		
1		
1'5		
2		
2'5		
3		
3'5		
4		
4'5		

(e) Contesta a las siguientes preguntas:

e.1) Si queremos que el envase tenga una capacidad de 1 litro. ¿Cuanto debe medir el radio r ?

(USA LA CALCULADORA)

Tus operaciones

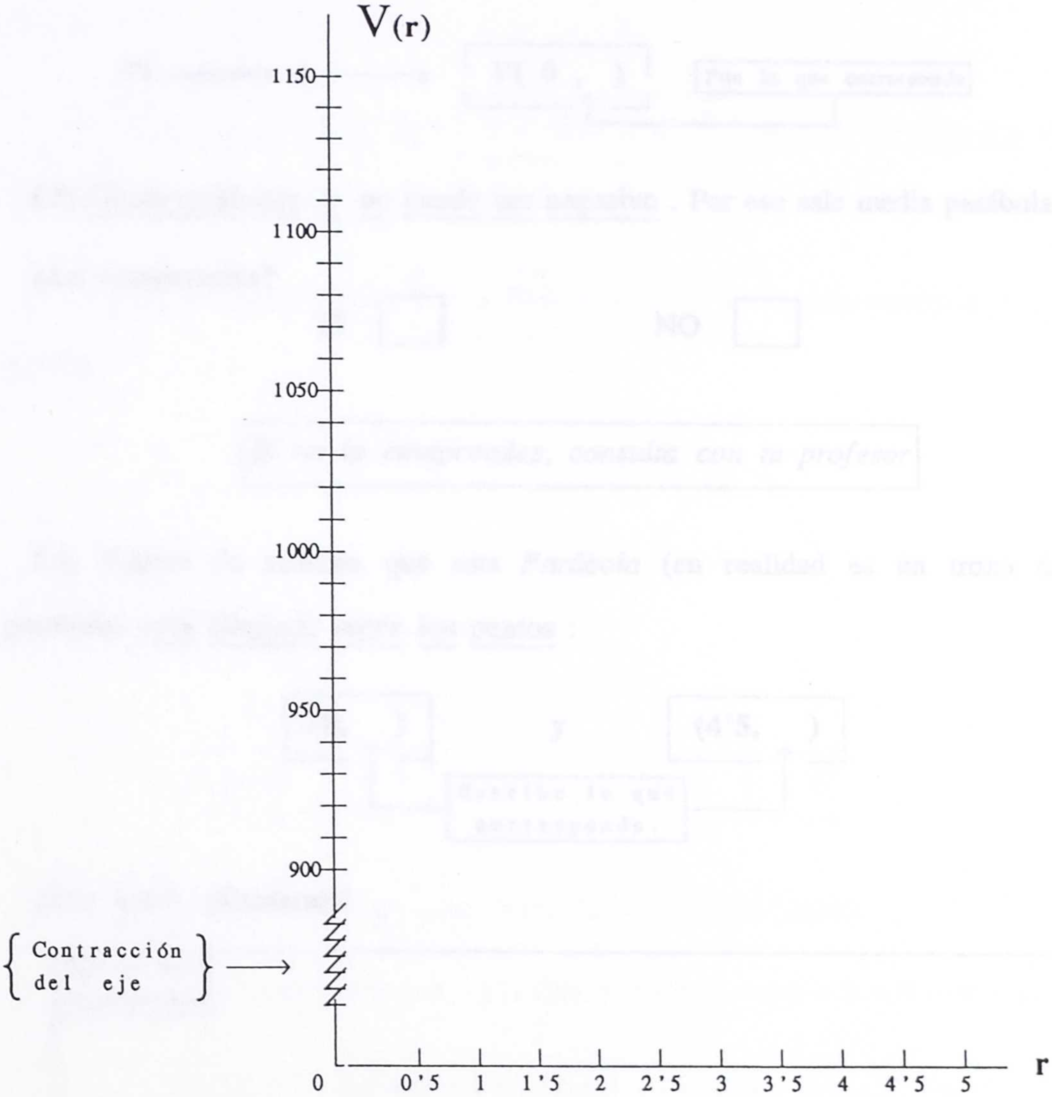
Tu respuesta ⟶ r = ☐ cm

e.2) **¿Sería posible construir un envase con una capacidad de 1'5 litros?**

RAZONA Y ESCRIBE TU RESPUESTA

Respuesta:

(f) Representa en el siguiente sistema de ejes los pares obtenidos y dibuja la gráfica.



La gráfica que te ha salido (o que te ha debido salir) es una *Parábola* (en realidad es media parábola).

Analicemos algunos de sus aspectos. Para ello, contesta a las siguientes cuestiones:

f.1) ¿Pasa por el origen de coordenadas?

SI ☐ NO ☐

f.2) ¿En qué punto corta la parábola al eje de ordenadas?

RECUERDA QUE EL RADIO DEBERA SER **r = 0**

Tu respuesta es ⟶ *V*(**0** ,) Pon lo que corresponda

f.3) Observarás que r no puede ser negativo . Por eso sale media parábola.

¿Lo comprendes?

SI ☐ NO ☐

Si no lo comprendes, consulta con tu profesor

f.4) Estarás de acuerdo que esta *Parábola* (en realidad es un trozo de parábola) está dibujada entre los puntos :

(0,) y **(4'5,)**

Escribe lo que corresponda.

¿Por qué? ¡Razónalo!

Escribe aquí tu respuesta

CONCLUSIONES

EN GENERAL :

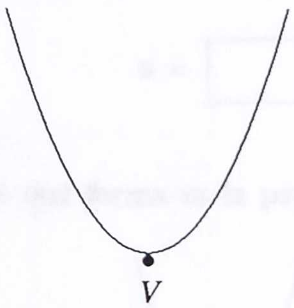
Supongamos que tenemos establecida una relación entre las magnitudes $\mathbb{X}$ e $\mathbb{Y}$ mediante una fórmula del tipo : $\boxed{y = f(x) = a\ x^2 + b}$

$$\text{Donde} \begin{cases} x \longrightarrow \textit{es la variable independiente} \quad (x \in \mathbb{X}) \\ y \longrightarrow \textit{es la variable dependiente} \quad (y = f(x) \in \mathbb{Y}) \\ a \text{ y } b \longrightarrow \textit{son números reales fijos distintos de cero} \end{cases}$$

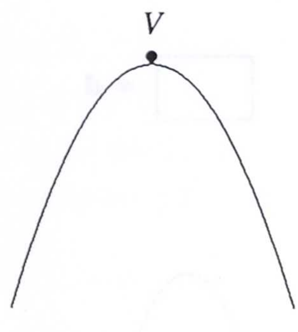
Este tipo de función (que es de grado 2) tiene por gráfica una linea curva que se llama *Parábola* .

Se diferencia de la del tipo $\boxed{y = f(x) = a\ x^2}$ en que *no pasa por el origen de coordenadas* .

La gráfica de una función $\boxed{y = f(x) = a\ x^2 + b}$ puede ser de la forma siguiente:



Cuando $a > 0$



Cuando $a < 0$

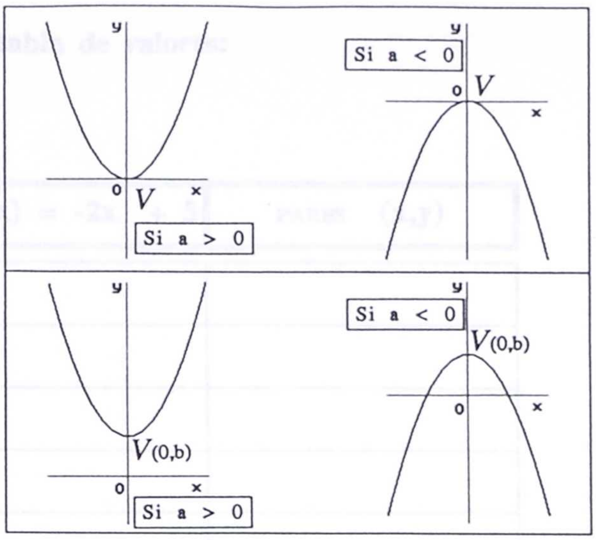
El *vértice* se obtiene (en este caso) de la siguiente forma:

Para $x = 0$ *, tenemos que* $y = f(0) = a \cdot 0^2 + b = a \cdot 0 + b = 0 + b = b$

Vértice : $\boxed{V(0,b)}$ $\longrightarrow$ Cuando $y = a\ x^2 + b$

RESUMIENDO

Si $y = a\,x^2$ ⟶



Si $y = a\,x^2 + b$ ⟶

Ejercicio:

Vamos a estudiar y dibujar la gráfica de la función

$$\boxed{y = f(x) = -\,2\,x^2 + 5}$$

Veamos:

— *Se trata de una función de grado* 2 .

— *Su gráfica es una parábola del tipo* $\boxed{y = a\,x^2 + b}$

[1] Rellena los siguientes recuadros :

a = ☐ **b =** ☐

[2] ¿De qué forma es la parábola?

☐ ⟵ { Marca con una × } ⟶ ☐

[3] ¿Cuál es el vértice?

$V\,(\quad,\quad)$ ⟵ Contesta

$\boxed{4}$ **Completa la siguiente tabla de valores:**

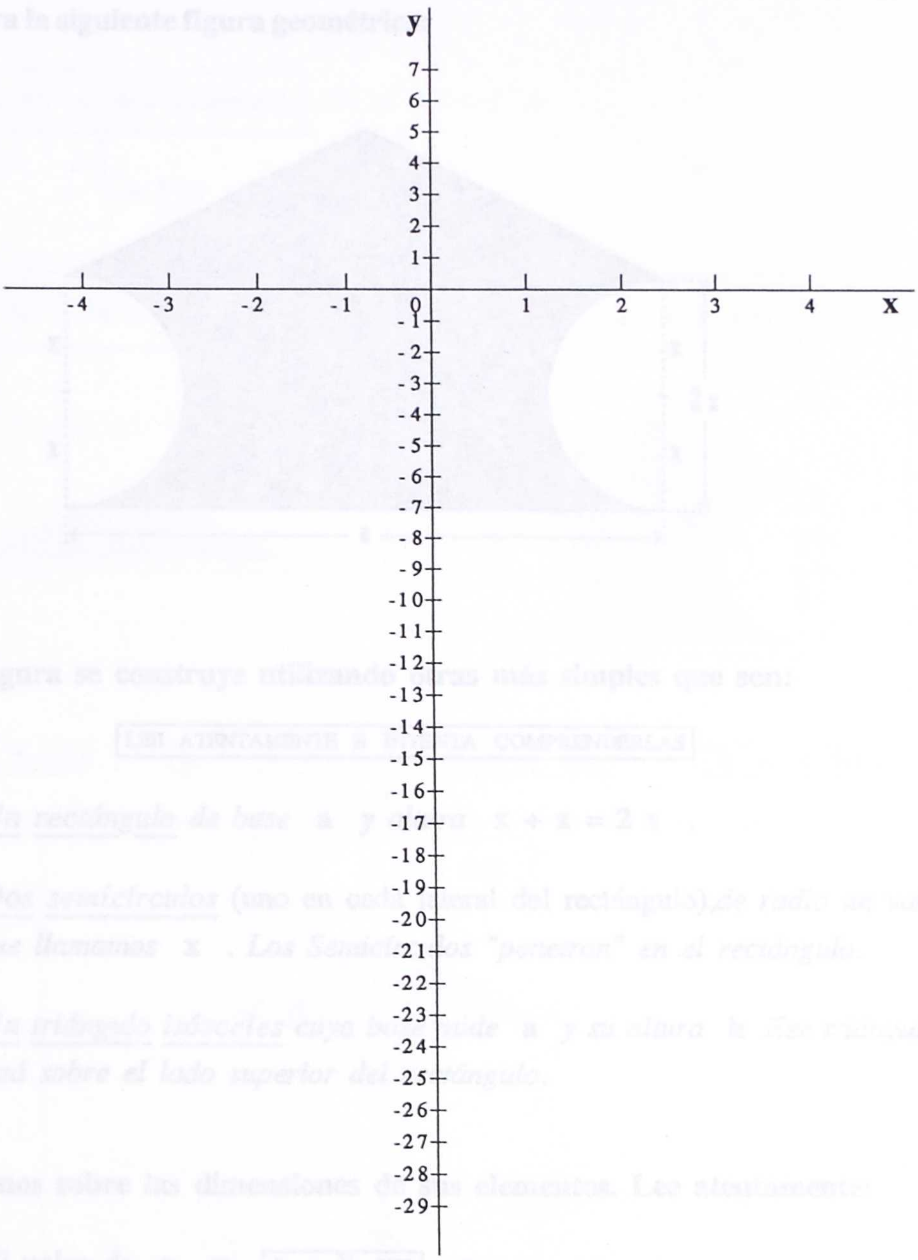
x	$y = f(x) = -2x^2 + 5$	PARES (x,y)
0		
1		
-1		
2		
-2		
3		
-3		
4		
-4		

NOTAS

A → *Como se trata de un caso general, a la variable* **x** *le damos valores positivos y negativos .*

B → *En otros casos, tomados de de la realidad, habrás visto que la variable independiente no siempre puede tomar cualquier valor.*

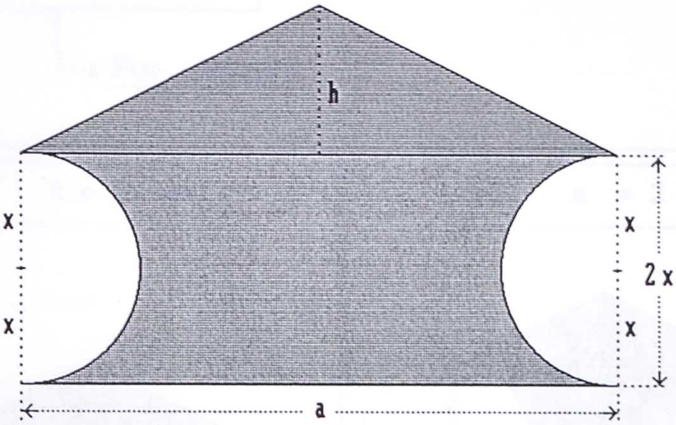
[5] **Dibuja la gráfica :**



*Alumno:*_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ *Curso:*_ _ _ *Grupo:*_ _ _ *Fecha:*_ _ _ _

ACTIVIDAD 7

Observa la siguiente figura geométrica:



Esta figura se construye utilizando otras más simples que son:

LEE ATENTAMENTE E INTENTA COMPRENDERLAS

— *<u>Un rectángulo</u> de base* **a** *y altura* **x + x = 2 x** .

— *<u>Dos semicírculos</u>* (uno en cada lateral del rectángulo),*de radio un valor que llamamos* **x** *. Los Semicírculos "penetran" en el rectángulo.*

— *<u>Un triángulo isósceles</u> cuya base mide* **a** *y su altura* **h** *.Ese triángulo está sobre el lado superior del rectángulo.*

Hablemos sobre las dimensiones de sus elementos. Lee atentamente:

→ *El valor de* <u>a</u> *es* $\boxed{a = 8 \text{ cm}}$ (Mídelo con la regla)

→ *El valor de* <u>h</u> *es* $\boxed{h = 2 \text{ cm}}$ (Mídela con la regla)

→ *El valor del radio,* **x** *, lo vamos a ir variando.*

Estarás de acuerdo que si hacemos variar el valor de **x** , obtendremos distintas figuras geométricas (distintos tamaños).

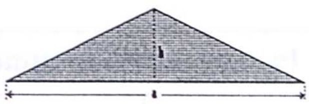
Por tanto :

$$\underline{\underline{\textit{Valores fijos}}} : \begin{cases} a = 8 \text{ cm} \\ h = 2 \text{ cm} \end{cases} ; \quad \underline{\underline{\textit{Valor variable}}} : \ x \text{ cm}$$

POR SI NO LO HAS ENTENDIDO

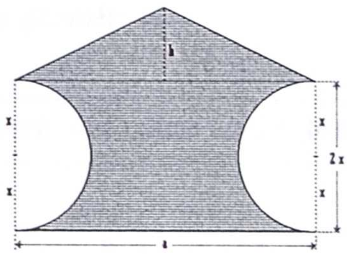
→ **Por ejemplo:**

Si **x = 0 cm**



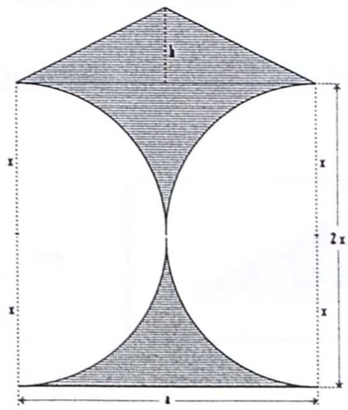
a = 8 cm **h = 2 cm**

Si **x = 2 cm**



a = 8 cm **h = 2 cm**

Si **x = 8 cm**



a = 8 cm **h = 2 cm**

Valor mínimo de **x** : **x = 0**

Valor máximo de **x** : **x = 4**

¿Lo has entendido ahora? ☐ SI ☐ NO

NOTA: SI LA RESPUESTA ES <u>NO</u> CONSULTA A TU PROFESOR

Vamos ha estudiar las áreas de esas figuras geométricas.

Comprenderás que el área dependerá del valor que tome x

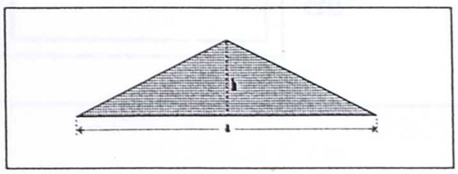
¿Estás de acuerdo? ☐ SI ☐ NO

Contesta a las siguientes cuestiones:

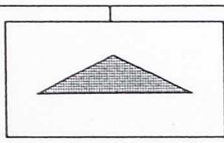
Recuerda que $\pi \simeq 3'14$

(a) <u>Si x = 0</u> ¿Cuanto vale el área de la figura que resulta?

x = 0 ⇒

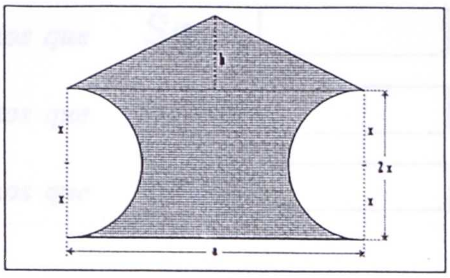


Area figura = *Area del triángulo* = ☐ **cm^2**

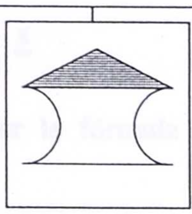


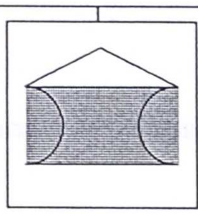
Si x = 2 cm **¿Cuánto vale el área de la figura resultante?**

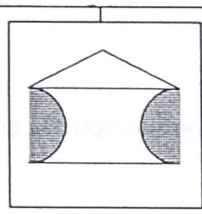
$\boxed{x = 2}$ $\Rightarrow$



Area figura = *Area triángulo* + *Area rectángulo* - *Areas semicírculos*







Area figura = $\boxed{}$ + $\boxed{}$ - $\boxed{}$ =

Tu respuesta

= $\boxed{}$ cm^2

Si x = 4 cm **¿Cuánto vale el área de la figura resultante?**

Area figura = $\boxed{}$ cm^2

Operaciones aquí

Resumiendo:

Si **x = 0 cm** , *tenemos que* $S(0) = \boxed{}$ cm^2

Si **x = 2 cm** , *tenemos que* $S(2) = \boxed{}$ cm^2

Si **x = 4 cm** , *tenemos que* $S(4) = \boxed{}$ cm^2

(b) Habrás observado que *para cada valor de* $\underline{\underline{x}}$ *obtenemos una figura diferente y su área correspondiente.* Es decir, el valor del área depende del valor que tome $\underline{\underline{x}}$.

Vamos a buscar la fórmula que permita encontrar el área si conocemos el valor del radio.

RECUERDA

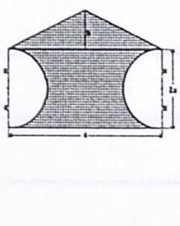
Area triángulo $= S_{\text{Triángulo}} = \dfrac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2}$

Area rectángulo $= S_{\text{Rectángulo}} = \text{base} \cdot \text{altura}$

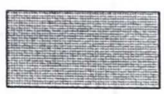
Area círculo $= S_{\text{Círculo}} = \pi \cdot r^2$ (r : radio)

En nuestra figura:

Supongamos un valor cualquiera x (radio del círculo)



Recuerda $\begin{cases} a = 8 \text{ cm} \\ h = 2 \text{ cm} \end{cases}$ Valores fijos

Area de la figura = $S(x)$ =  +  - 

$S(x) = \boxed{} + \boxed{} - \boxed{}$

Tus operaciones

Resultado: $S(x) = \boxed{}$ [*] ← Pon la fórmula aquí.

(c) Ahora que tienes la fórmula, habrás visto que *tenemos una función que transforma longitudes* **x (cm)** *en áreas* $S(x)$ **(cm^2)** . Es decir:

$$\begin{array}{ccc} \boxed{\begin{array}{c}\text{LONGITUDES} \\ \text{(Radios)}\end{array}} & \longrightarrow & \boxed{\text{AREAS}} \\ x & \longmapsto & S(x) \end{array}$$

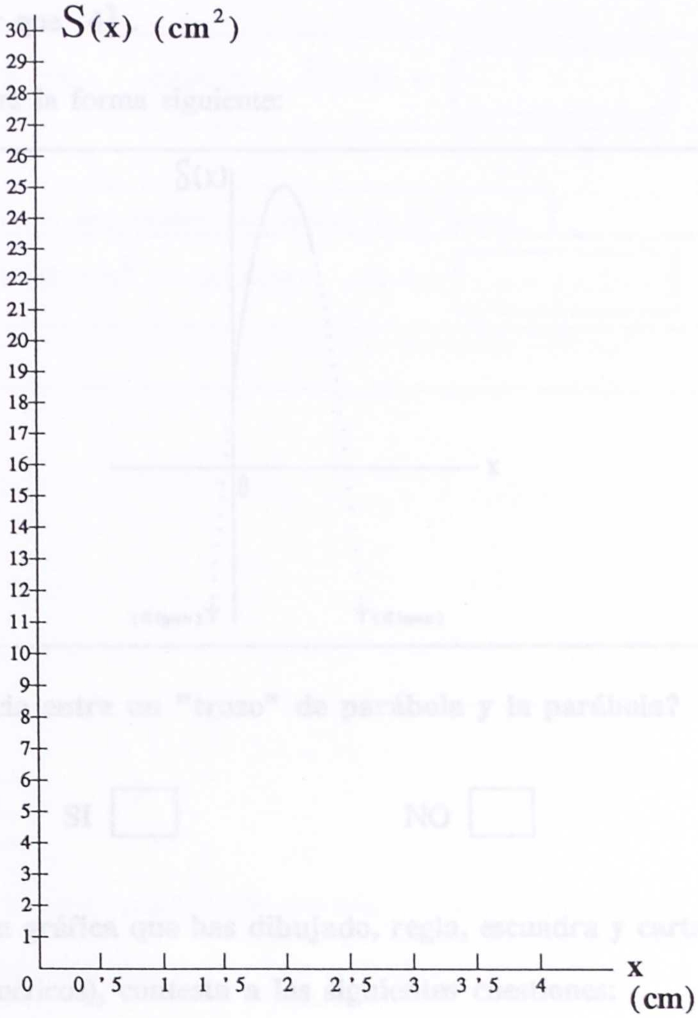
Completa la siguiente tabla de valores:

x	S(x)= Pon la fórmula	PARES ORDENADOS (x , S(x))
0		
0'5		
1		
1'5		
2		
2'5		
3		
3'5		
4		

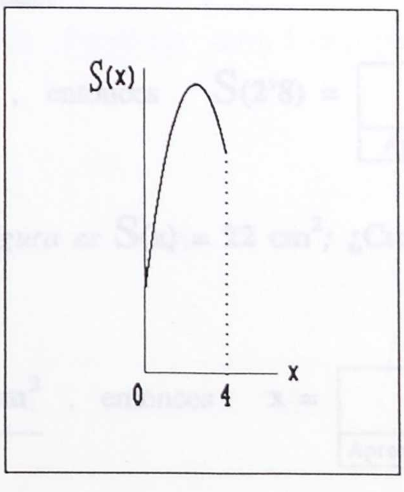
Recuerda que los valores de **X** son

$$\boxed{0 \le x \le 4}$$

(d) **Representa los pares ordenados obtenidos en el siguiente sistema de ejes :**

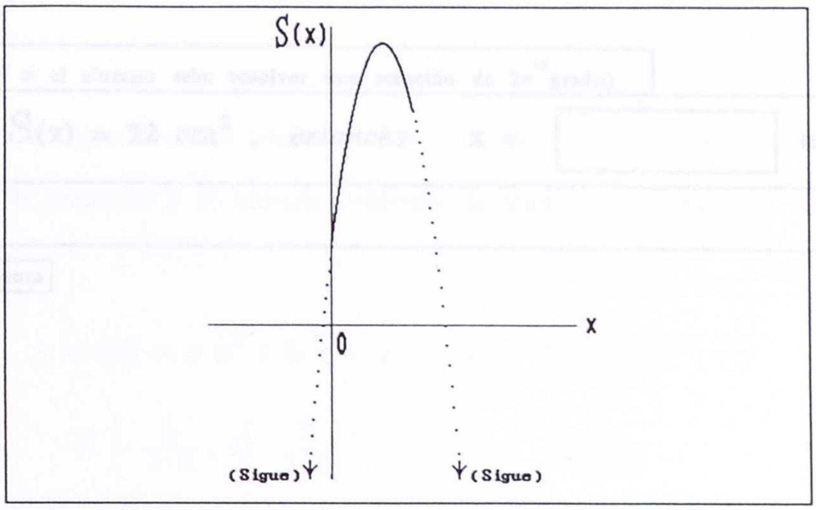


La gráfica que has dibujado, si lo has hecho bien, te ha debido salir algo así:



Se trata, como verás, de un "trozo" de parábola, ya que la hemos dibujado entre los valores **x = 0** y **x = 4** (recuerda que **x** no puede ser menor que **0** , ni mayor que **4**) .

La parábola tendrá la forma siguiente:



¿Ves la diferencia entre un "trozo" de parábola y la parábola?

SI ☐ NO ☐

(f) Utilizando la gráfica que has dibujado, regla, escuadra y cartabón (no hagas cálculos numéricos), **contesta a las siguientes cuestiones:**

[1] *Si el radio* x *de los semicírculos mide* **2'8 cm** *;* **¿Cuánto mide el área de la figura** (Aproximadamente)**?**

Si **x = 2'8 cm** , entonces S(2'8) = ☐ (Aproximadamente) cm^2

[2] *Si el área de la figura es* S(x) = **22** cm^2*;* **¿Cuánto mide**(aproximadamente) **el radio x ?**

Si S(x) = 22 cm^2 , entonces x = ☐ (Aproximadamente) cm

(g) **Utilizando ahora la fórmula [*] y la calculadora, contesta a las cuestiones anteriores hallando los valores con más exactitud:**

Si **x = 2'8 cm** , *entonces* S(2'8) =		$\mathbf{cm^2}$

(Sólo si el alumno sabe resolver una ecuación de 2=° grado)

Si S(x) = **22** $\mathbf{cm^2}$, *entonces* **x** =		**cm**

Tus operaciones

EN GENERAL

Supongamos que tenemos una función que relaciona dos magnitudes **x** e **y=f(x)** mediante una fórmula del tipo : $\boxed{y = f(x) = a\ x^2 + b\ x + c}$

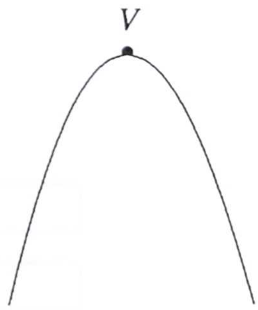
Siendo $\underline{\underline{a}}$, $\underline{\underline{b}}$ y $\underline{\underline{c}}$ números fijos distintos de cero.

Este tipo de función se llama , <u>también</u>, *"polinómica de grado 2"* y su gráfica es una curva llamada <u>*Parábola*</u> cuya forma (recuerda) era:

Cuando **a > 0**

ó

$\boxed{y = ax^2 + bx + c}$



Cuando **a < 0**

Por ejemplo:

$y = f(x) = 4x^2 + 2x - 7 \longrightarrow$ *parábola de la forma* 

$y = g(x) = -3x^2 + x + 1 \longrightarrow$ " " " " 

El punto V (puede ser el "más bajo" o "más alto" de la parábola) se llama *vértice* de la parábola y se calcula mediante la siguiente fórmula:

¡Atento!

$$y = f(x) = a\,x^2 + b\,x + c \longrightarrow \text{"parábola"}$$

$$V\left(-\frac{b}{2\cdot a},\ f\left(-\frac{b}{2\cdot a}\right)\right) \longrightarrow \underline{\text{vértice}}$$

Por ejemplo:

$$y = 2x^2 - 3x + 7 \longleftrightarrow \text{"PARABOLA"} \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \\ c = 7 \end{cases}$$

$$V\left(\frac{3}{4},\ f\left(\frac{3}{4}\right)\right) = \left(\frac{3}{4},\ \frac{47}{8}\right) = (0'75{,}5'875) \longleftrightarrow \boxed{\text{VERTICE}}$$

Recuerda la función que has construido a lo largo de esta actividad:

$$\boxed{S(x) = -3'14\,x^2 + 16\,x + 8}$$

Observa que se ajusta al tipo $\boxed{y = f(x) = a\,x^2 + b\,x + c}$

Contesta a las siguientes cuestiones:

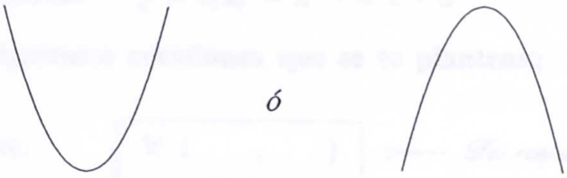
$\boxed{A}$ Rellena los siguientes recuadros:

El valor de $\underline{\underline{a}}$ *es* $\dashrightarrow$ a = $\boxed{}$

" " " $\underline{\underline{b}}$ *es* $\dashrightarrow$ b = $\boxed{}$

" " " $\underline{\underline{c}}$ *es* $\dashrightarrow$ c = $\boxed{}$

[B] Teniendo en cuenta el valor de $\underline{\underline{a}}$. ¿Qué forma tiene la gráfica?



☐ ⟵ $\left\{ \text{Marca con una } \times \right\}$ ⟶ ☐

[C] Halla el vértice de esa parábola.

$$S(x) = -3'14\ x^2 + 16\ x + 8$$

V [,] ⟵ Contesta

Para tus cálculos

Una vez calculado el vértice, observa y comprueba el resultado sobre la gráfica del apartado (d).

[D] Piensa un poco y contesta:

¿Cuál es el valor del radio $\underline{\underline{x}}$ para el que el área de la figura correspondiente es la mayor posible? Ayúdate de la gráfica

Valor de x = ☐ cm

Valor del ***área máxima*** S(x) = ☐ cm^2

Ejercicio:

Consideremos la función $y = f(x) = x^2 - 4x - 5$

Responde a las siguientes cuestiones que se te plantean:

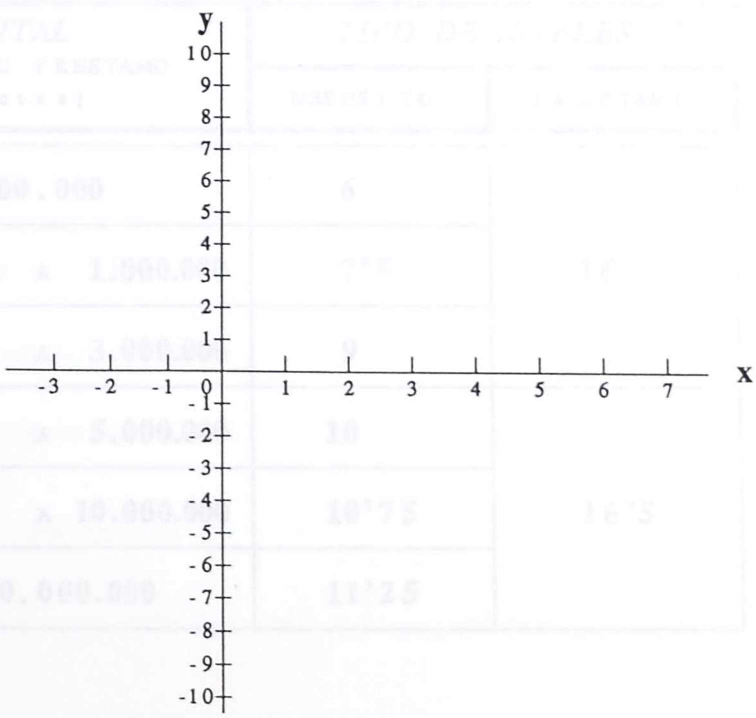
[1] Halla el vértice. V (,   ) ⟵ *Tu respuesta*

Operaciones

[2] Completa la siguiente tabla de valores:

x	y	PARES (x,y)
2		
1		
3		
0		
4		
-1		
5		
-2		
6		

[3] Dibuja la gráfica:



*Alumno:*_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ *Curso:*_ _ _ *Grupo:*_ _ _ _ *Fecha:*_ _ _ _ _

ACTIVIDAD 8

Sabes que en un Banco puedes efectuar un **depósito** o pedir un **préstamo.**

El depósito consiste en que tú guardas (o sea le prestas) un dinero en el Banco y , a cambio, este te da un interés por ese dinero.

El préstamo significa que el Banco te ofrece un dinero a cambio de que se lo devuelvas con un cierto interés.

El tipo de interés es el tanto por ciento que te da el Banco, si tú guardas dinero en él, o que te cobra ,si te presta a tí , sobre la cantidad guardada o prestada.

Comprenderás que el Banco en un "negocio" y no ofrece el mismo tipo de interés por guardar o prestar la misma cantidad de dinero. Es decir:

Si una persona guarda una cantidad **x** *,el Banco le ofrece un tipo de interés menor que el que le cobraría por prestarle esa misma cantidad.*

El Banco del Mediterraneo (a partir de ahora BM) ofrece a sus clientes los siguientes tipos de interés para depósitos y préstamos a plazo fijo de un año:

CAPITAL DEPOSITO O PRESTAMO (Pesetas)	*TIPO DE INTERES %*	
	DEPOSITO	PRESTAMO
HASTA **500.000**	6	
DE **500.001** A **1.000.000**	7'5	16
DE **1.000.001** A **3.000.000**	9	
DE **3.000.001** A **5.000.000**	10	
DE **5.000.001** A **10.000.000**	10'75	16'5
MAS DE **10.000.000**	11'25	

Por ejemplo:

El dueño de

L A   T A C H U E L A

F E R R E T E R I A
Y S A N I T A R I O S

La Libertad, 68
CEUTA

solicita al BM un préstamo, a devolver en un año, de **3.000.000** de **ptas.** para arreglar la fachada de la tienda.

El tipo de interés aplicable (ver cuadro anterior) , es del **16 %** .

Al cabo de un año,el comerciante deberá devolver la cantidad siguiente:

$$\boxed{\textit{Cantidad a devolver}} = \boxed{\textit{Capital prestado}} + \boxed{\textit{Intereses}}$$

Veamos:

$$\left.\begin{array}{llcl} \textit{Por} & \mathbf{100\ ptas} & \xrightarrow{\text{Paga de intereses}} & \mathbf{16\ ptas} \\ \text{"} & \mathbf{3.000.000\ ptas} & \xrightarrow{\text{Pagará de intereses}} & \mathbf{x\ ptas} \end{array}\right\} \mathbf{x = 480.000\ ptas}$$

$$\underline{\underline{\textit{Cantidad a devolver}}} = \mathbf{3.000.000} + \mathbf{480.000} = \underline{\underline{\mathbf{3.480.000\ ptas}}}$$

Supongamos ahora el siguiente caso:

Un jubilado deposita sus ahorros de **5.660.000 ptas** en el BM a plazo fijo de un año, el día *17/6/92* .

Contesta a las siguientes cuestiones:

(a) ¿Qué tipo de interés le aplicará el Banco por esa cantidad depositada?

Tu respuesta - - - → $\boxed{}$ %

(b) ¿Qué cantidad en concepto de intereses le pagará el Banco al cabo del año?

Operaciones

INTERESES DEVENGADOS - - - - - - | | ptas

(c) **¿Cuánto dinero tendrá el jubilado el día** *17/6/93* **?**

CAPITAL TOTAL EL DIA *17/6/93* - - - - | | ptas

Fíjate que hemos establecido una relación entre dos magnitudes:

DINERO —— *TIPO DE INTERES*
(Ptas) (%)

A partir de ahora vamos a establecer los siguientes criterios:

LEE ATENTAMENTE

- *Consideraremos cantidades de dinero POSITIVAS a aquellas que se DEPOSITAN en el Banco. Es decir, las que el cliente posee y guarda en el Banco.*

- *Serán NEGATIVAS aquellas cantidades que el Banco PRESTA a sus clientes.*

- *Tipo de interés POSITIVO será aquel que el Banco ofrece por los depósitos y NEGATIVO el que cobra por los préstamos.*

Por ejemplo:

Un joven matrimonio pide un préstamo de **750.000 ptas** *a pagar en un año para comprar un automovil.*

En este caso tenemos:

Capital = - 750.000 ptas

Tipo de interés = - 16 %

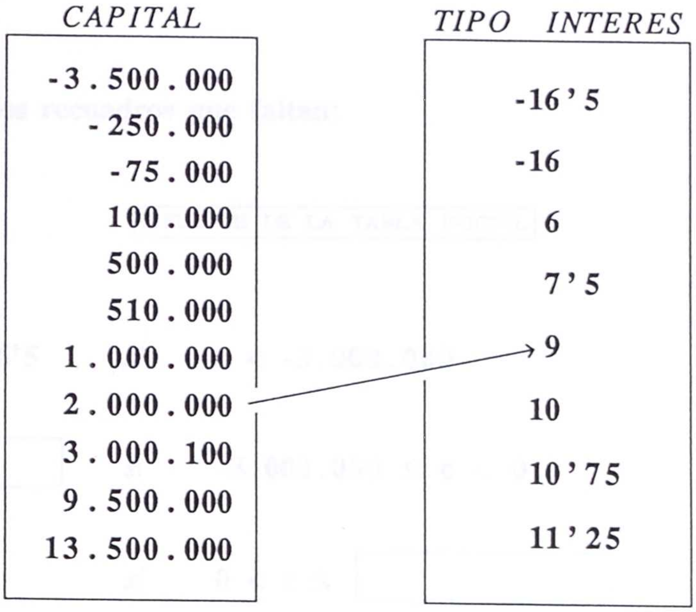
La dependiente de unos grandes almacenes tiene depositado en el BM **2.746.860 ptas** *a plazo de un año.*

En este caso:

Capital = 2.746.860 ptas

Tipo de interés = 9 %

(d) Establece, mediante un diagrama de flechas, la correspondencia entre las distintas cantidades :



(e) Contesta:

¿Qué significado tendrá *CAPITAL* **= 0 ?**

Respuesta

Convendremos, por razones obvias, que a un capital de 0 ptas , no le aplicaremos ningún tipo de interés.

Tenemos establecida una función entre dos tipos de magnitudes:

CAPITAL Excepto **0 ptas**	$\longrightarrow$	*TIPO INTERES* %

Vamos a definirla matemáticamente.

Llamaremos $\begin{cases} \text{c} \quad \textit{al capital préstadoo depositado} \text{ (VARIABLE INDEPENDIENTE)} \\ \text{P(c)} \quad \textit{al tipo de interés aplicable} \text{ (VARIABLE DEPENDIENTE)} \end{cases}$

Es decir:

Si **c = 850.600** (ptas) *entonces* **P(850.600) = 7'5** (%)

(f) Rellena los recuadros que faltan:

AYUDATE DE LA TABLA INICIAL

$$\begin{cases} P(c) = -16'5 & si \quad c < -3.000.000 \\ P(c) = \boxed{\quad} & si \quad -3.000.000 \le c < 0 \\ P(c) = 6 & si \quad 0 < c \le \boxed{\quad} \\ P(c) = \boxed{\quad} & si \quad 500.000 < c \le 1.000.000 \\ P(c) = 9 & si \quad \boxed{\quad} < c \le \boxed{\quad} \\ P(c) = 10 & si \quad 3.000.000 < c \le \boxed{\quad} \\ P(c) = \boxed{\quad} & si \quad \boxed{\quad} < c \le \boxed{\quad} \\ P(c) = \boxed{\quad} & si \quad \boxed{\quad} < c \end{cases}$$

(g) Completa la siguiente tabla de valores:

Capital c (En miles de ptas)	*Tipo interés* P(c) %	PARES ORDENADOS (c , P(c))
- 4.000	- 16'5	(- 4.000,-16'5)
- 3.100		
- 3.000		
- 2.900		
- 100		
100	6	(100,6)
475		
500		
525		
975		
1.000		
3.000		
3.100		
5.000		
7.000		
10.000		
11.000		

NOTA INFORMATIVA

↓
↓
↓

- 4.000 EN MILES DE PTAS, SIGNIFICA : - 4.000.000 PTAS

↓
↓
↓

525 EN MILES DE PTAS, SIGNIFICA : 525.000 PTAS

(h) Rellena los siguientes recuadros:

Si **c = 5.000.001 ptas** , *entonces* **P(5.000.001) =** ☐ %

Si **c = 9.999.999 ptas** , *entonces* **P(9.999.999) =** ☐ %

Si **c = 10.000.000 ptas** , *entonces* **P(10.000.000) =** ☐ %

Si **c = 10.000.001 ptas** , *entonces* **P(10.000.001) =** ☐ %

¿Has observado que ocurre para valores de **c** "muy próximos" a **10.000.000.** por defecto y por exceso?

Haz corresponder mediante flechas los valores que creas?

- - - - -	-16'5
9.999.998	-16
9.999.999	6
10.000.000	7'5
10.000.001	9
10.000.002	10
- - - - -	10'75
	11'25

¿Entre que valores de c se produce el "salto" de 10'75 a 11'25 ?

Tu respuesta: ⟶ Entre ______ y ______

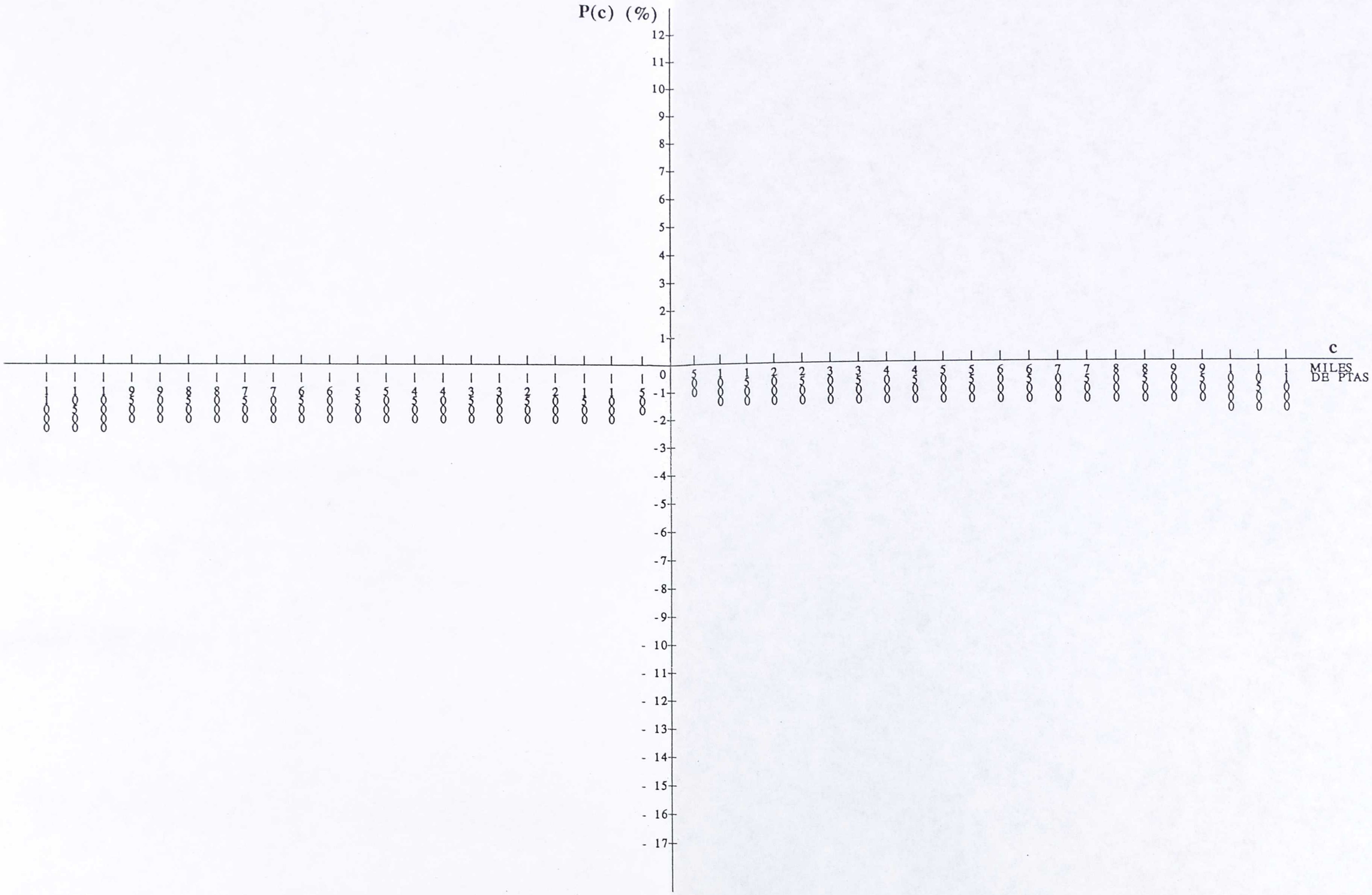
¿Entre que valores de c se produce el "salto" de - 16'5 a -16 ?

Tu respuesta: ⟶ Entre ______ y ______

(**i**) Vamos a construir la gráfica.

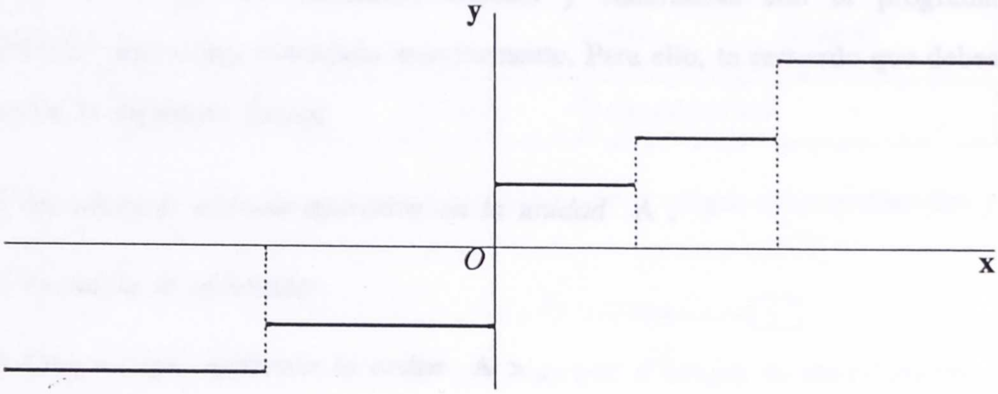
Para ello, **despliega la página siguiente y representa** los **pares ordenados obtenidos en el apartado (g) .**

¡Ten en cuenta los "saltos" que se producen!


P(c) (%)
c
MILES DE PTAS

CONCLUSIONES

En general una función de este tipo que acabamos de ver, se llama *FUNCION ESCALONADA* y su gráfica tiene un aspecto de la forma:



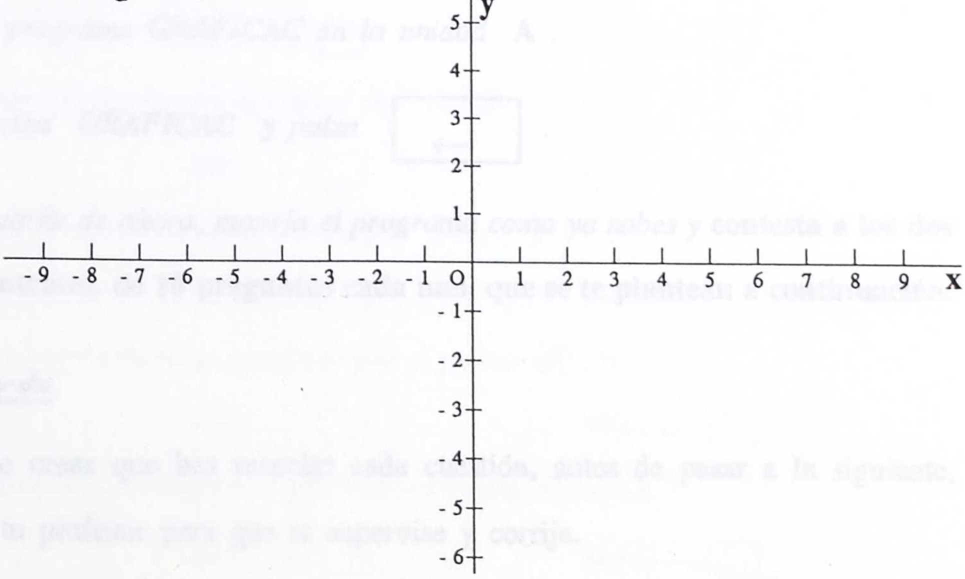
Fíjate que está formada por "trozos" de rectas paralelas al eje de abscisas **¿Comprendes porqué se llama *ESCALONADA*?**

Ejercicio:

Considera la función definida de la siguiente forma:

$$f(x) = \begin{cases} -6 & si \quad x \leq -5 \\ -3 & si \quad -5 < x \leq 1 \\ 2 & si \quad 1 < x \leq 6 \\ 5 & si \quad x > 6 \end{cases}$$

Represéntala graficamente.



*Alumno:*_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ *Curso:*_ _ *Grupo:*_ _ *Fecha:*_ _ _

ACTIVIDAD 9

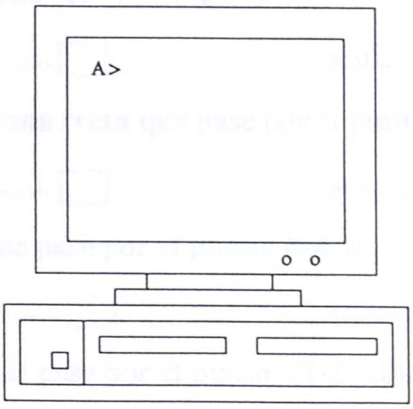
Estás sentado frente al ordenador.

Vamos a trabajar las funciones lineales y cuadráticas con el programa *GRAFICAC* que ya has manejado anteriormente. Para ello, te recuerdo que debes actuar de la siguiente forma:

1º) *Introduce el sistema operativo en la unidad* **A** .

2º) *Enciende el ordenador.*

3º) *Una vez que aparezca la orden* **A >** ,



saca el disco del sistema operativo de **A** *e introduce el que contiene el programa GRAFICAC en la unidad* **A** .

4º) *Teclea GRAFICAC y pulsa* ↵ .

5º) *A partir de ahora, maneja el programa como ya sabes y* **contesta a los dos controles, de 10 preguntas cada uno, que se te plantean a continuación.**

Recuerda:

Cuando creas que has resuelto cada cuestión, antes de pasar a la siguiente, llama a tu profesor para que te supervise y corrija.

CONTROL SOBRE GRAFICAS DE FUNCIONES LINEALES			
El alumno ante el ordenador con el programa *GRAFICAC*			
Texto elaborado con *CHIWRITER*	Referencia: *GRAFICAC.01*		
Alumno:		*Curso:*	*Grupo:*
Fecha:	BIEN:	MAL:	CALIFICACION:

[1] Muestra en pantalla una recta que pase por el origen de coordenadas y esté situada en los cuadrantes I y III .

BIEN........ [ ] MAL........ [ ]

[2] Muestra en pantalla una recta que pase por el origen de coordenadas y esté situada en los cuadrante II y IV .

BIEN........ [ ] MAL........ [ ]

[3] Muestra en pantalla una recta que pase por el punto $A(0,3)$.

BIEN........ [ ] MAL........ [ ]

[4] Muestra una recta que pase por el punto $B(4,0)$.

BIEN........ [ ] MAL........ [ ]

[5] Muestra una recta que pase por el punto $C(-2'5,0)$.

BIEN........ [ ] MAL........ [ ]

[6] Muestra una recta que pase por el punto $D(0,-7/2)$.

BIEN........ [ ] MAL........ [ ]

[7] Muestra una recta que pase por $O(0,0)$ y $E(2,6)$.

BIEN........ [ ] MAL........ [ ]

[8] Muestra una recta que pase por $O(0,0)$ y $F(-3,6)$.

BIEN........ [ ] MAL........ [ ]

[9] Muestra una recta que pase por el punto $G(5,3)$.

BIEN........ [ ] MAL........ [ ]

[10] Muestra una recta que pase por el punto $H(-3,-1)$.

BIEN........ [ ] MAL........ [ ]

CONTROL SOBRE GRAFICAS DE FUNCIONES CUADRATICAS

El alumno ante el ordenador con el programa *GRAFICAC*

Texto elaborado con *CHIWRITER*	Referencia: *GRAFICAC.02*

Alumno:	*Curso:*	*Grupo:*

Fecha:	BIEN:	MAL:	CALIFICACION:

1 **Muestra en pantalla la gráfica de la función** $f(x) = -2x^2 + 7$.

BIEN......... ☐ MAL......... ☐

2 **Muestra en pantalla la gráfica de la función** $f(x) = x^2 - 2x - 5$.

BIEN......... ☐ MAL......... ☐

3 **Muestra en pantalla una parábola cuyo vértice esté situado en el origen de coordenadas y gráfica por encima del eje de abscisas.**

BIEN......... ☐ MAL......... ☐

4 **Muestra en pantalla una parábola cuyo vértice esté situado en el origen de coordenadas y gráfica por debajo del eje de abscisas.**

BIEN......... ☐ MAL......... ☐

5 **Muestra una parábola que corte al eje de abscisas y cuyo vértice esté situado en el punto** $A(0,-4)$.

BIEN......... ☐ MAL......... ☐

6 **Muestra la gráfica de una función cuadrática cuyo vértice esté en el punto** $B(0,-1)$.

BIEN......... ☐ MAL......... ☐

7 **Muestra una parábola cuyo punto "más alto" sea** $C(0,5)$.

BIEN......... ☐ MAL......... ☐

8 **Muestra una parábola cuyo punto "más bajo" sea** $D(0,2'5)$.

BIEN......... ☐ MAL......... ☐

9 **Muestra una parábola que pase por el origen de coordenadas sin que este punto sea su vértice.**

BIEN......... ☐ MAL......... ☐

10 **Muestra una parábola que pase por el punto** $E(0,3)$ **sin que este punto sea su vértice.**

BIEN......... ☐ MAL......... ☐

INDICE

Construcción de funciones. Unidad Didáctica.

NOTA:

La referencia "Algunas curiosidades de la historia de π " que aparece en la actividad 5, página 46, está extraida del artículo *"Breve reseña histórica del número* π *"* cuya autora es *Mónica Escudero Baylin* y fue publicado en el número 12 de la revista ϵpsilon de la S.A.E.M. *"Thales"*.