

Primer Ciclo
EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA

Guía de aprovechamiento de Recursos Didácticos

Área de Matemáticas



Ministerio de Educación y Ciencia
Dirección General de Renovación Pedagógica

Primer Ciclo
EDUCACIÓN SECUNDARIA OBLIGATORIA

Guía de aprovechamiento de Recursos Didácticos

Área de Matemáticas



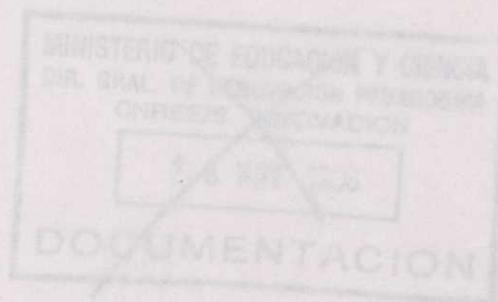
Ministerio de Educación y Ciencia
Dirección General de Renovación Pedagógica



GUÍA DE APROVECHAMIENTO
DE RECURSOS DIDÁCTICOS

MATEMÁTICAS

PRIMER CICLO DE LA E.S.O.



Autores:

Recursos bibliográficos

María Luz CALLEJO DE LA VEGA

Antonio LEDESMA LOPEZ

Recursos audiovisuales e informáticos

Antonio PEREZ SANZ

Recursos materiales

Carmen CALVO ALDEA

Isabel CALLEJO OLMOS

Rosa FORNIES REJAS

Angelina GARCÍA GIL

María F. JIMENEZ GARLJO

Lidia VIVAS ARCE

Coordinación:

Javier BRIHUEGA NIETO

del Servicio de Innovación



Ministerio de Educación y Ciencia
Secretaría de Estado de Educación

Deposito legal: M-30451-1993
Impreso: MARIN ALVAREZ HNOS



**GUÍA DE APROVECHAMIENTO
DE RECURSOS DIDÁCTICOS**

MATEMÁTICAS

PRIMER CICLO DE LA E.S.O.

Autores:

Recursos bibliográficos

**María Luz CALLEJO DE LA VEGA
Antonio LEDESMA LOPEZ**

Recursos audiovisuales e informáticos

Antonio PEREZ SANZ

Recursos materiales

**Carmen CALVO ALDEA
Isabel CALLEJO OLMOS
Rosa FORNIÉS REJAS
Angelines GARCÍA GIL
María F. JIMENEZ GARIJO
Lidia VIVAS ARCE**

Coordinación:

**Javier BRIHUEGA NIETO
del Servicio de Innovación**

SUMARIO

INTRODUCCIÓN	3
RECURSOS BIBLIOGRÁFICOS	5
RECURSOS AUDIOVISUALES E INFORMÁTICOS	26
RECURSOS MATERIALES	57

SUMARIO

Este guía de aprovechamiento de recursos didácticos de Matemáticas para el primer ciclo de la Educación Secundaria Obligatoria tiene como principal finalidad dar una información lo más precisa posible, sobre aquellos recursos bibliográficos, audiovisuales, informáticos y materiales, que se han seleccionado por que tienen una especial relevancia en cuanto a su utilidad para trabajar en el aula y que pueden facilitar la elaboración de una programación para este ciclo.

INTRODUCCIÓN	3
RECURSOS BIBLIOGRÁFICOS	5
RECURSOS AUDIOVISUALES E INFORMÁTICOS	26
RECURSOS MATERIALES	57

Por otro lado, los recursos audiovisuales e informáticos, cada vez más introducidos en el proceso de enseñanza y aprendizaje, pero que, a su vez, no están suficientemente divulgados. En este apartado, además de comentar y analizar los recursos seleccionados para el ciclo, se dan algunas puntualizaciones y recomendaciones sobre su utilización en el aula.

Por último, los recursos materiales, entendiendo por materiales los instrumentos didácticos que los alumnos y alumnas pueden manipular, construir modelos matemáticos con ellos y particularizar ideas más o menos abstractas. De estos recursos se hace una descripción y, en algunos de ellos, se indica como se pueden construir o donde se pueden conseguir, incluyendo algunas actividades para los alumnos utilizando cada material.

Cada uno de estos tres bloques de recursos incluye los criterios manejados por los autores para seleccionarlos, aunque, dado que estos tres tipos de recursos son diferentes, en cuanto a su utilización por parte del profesor o de los alumnos, la estructura de los apartados no es la misma, intentando, de esta manera, conseguir que los distintos recursos comentados puedan ser de la mayor utilidad posible.

INTRODUCCIÓN

Esta guía de aprovechamiento de recursos didácticos de Matemáticas para el primer ciclo de la Educación Secundaria Obligatoria tiene como principal finalidad dar una información, lo más precisa posible, sobre aquellos recursos bibliográficos, audiovisuales, informáticos y materiales, que se han seleccionado por que tienen una especial relevancia en cuanto a su utilidad para trabajar en el aula y que pueden facilitar la elaboración y/o puesta en práctica de una programación para este ciclo.

Se ha estructurado en torno a tres grandes bloques de recursos, por un lado, los *recursos bibliográficos*, que pueden ayudar para organizar una programación y/o elaborar unidades didácticas y contienen orientaciones para su puesta en práctica y, algunos de ellos, con actividades que se pueden fotocopiar y distribuir directamente a los alumnos.

Por otro lado, los *recursos audiovisuales e informáticos*, cada vez más introducidos en el proceso de enseñanza y aprendizaje, pero que, a su vez, no están suficientemente divulgados. En este apartado, además de comentar y analizar los recursos seleccionados para el ciclo, se dan algunas puntualizaciones y recomendaciones sobre su utilización en el aula.

Por último, los *recursos materiales*, entendiendo por materiales los instrumentos didácticos que los alumnos y alumnas pueden manipular, construir modelos matemáticos con ellos y particularizar ideas más o menos abstractas. De estos recursos se hace una descripción y, en algunos de ellos, se indica como se pueden construir o donde se pueden conseguir, incluyendo algunas actividades para los alumnos utilizando cada material.

Cada uno de estos tres bloques de recursos incluye los criterios manejados por los autores para seleccionarlos, aunque, dado que estos tres tipos de recursos son diferentes, en cuanto a su utilización por parte del profesor o de los alumnos, la estructura de los apartados no es la misma, intentando, de esta manera, conseguir que los distintos recursos comentados puedan ser de la mayor utilidad posible.

RECURSOS BIBLIOGRÁFICOS

Autores:

María Luz CALLEJO DE LA VEGA

Antonio LEBESMA LÓPEZ

INDICE

Introducción	7
Criterios de selección	7
1. Propuestas globales para el ciclo 12-14	8
2. Capacidades generales	11
3. Aritmética y álgebra	13
RECURSOS BIBLIOGRÁFICOS	
4. Geometría	16
5. Funciones	19
6. Estadística y probabilidad	21
7. Tablas resumen	23

Autores:

María Luz CALLEJO DE LA VEGA

Antonio LEDESMA LÓPEZ

INTRODUCCIÓN

Esta guía de recursos bibliográficos para el Primer Ciclo de la Educación Secundaria Obligatoria se ha elaborado tomando como referencia la *Secuencia de contenidos* de J. Colera y R. Nombredén. Se divide en siete apartados:

1. Propuestas globales para el ciclo 12-14
2. Capacidades generales
3. Aritmética y álgebra
4. Geometría
5. Funciones

INDICE

6. Estadística y probabilidad
7. Tablas resumen

En el primero apartado se incluyen aquellos materiales que cubren la casi totalidad de los objetivos y contenidos del ciclo 12-14 de la Educación Secundaria Obligatoria. Aunque algunos de ellos no se han elaborado específicamente para el actual sistema educativo, tienen un plan

apartado "Capacidades generales" de la secuencia mencionada, y los apartados 3 a 6 corresponden a los contenidos de las "Capacidades específicas" de dicha secuencia.

Por último, para facilitar al profesorado el uso de esta guía, se presenta a modo de resumen, en el apartado 7, un listado de tablas de contenidos para cada uno de las "Capacidades específicas" que relacionan los documentos seleccionados con los diferentes aspectos que abarcan estas capacidades.

Para facilitar al profesorado el uso de esta guía, se presenta a modo de resumen, en el apartado 7, un listado de tablas de contenidos para cada uno de las "Capacidades específicas" que relacionan los documentos seleccionados con los diferentes aspectos que abarcan estas capacidades.

Cada libro está encuadrado en aquel apartado que tiene más desarrollado. Aparecen como

el tipo de documentación que proporciona (actividades de aprendizaje, actividades de evaluación, orientaciones para el profesor, etc.) como las capacidades que trata. Las referencias se dan al título de los documentos de la secuencia de contenidos y de su interés para este ciclo. En algunos casos sólo se han dado descriptores.

Se han seleccionado prioritariamente aquellos materiales:

- que están enfocados según los principios y orientaciones de la actual reforma educativa;
- que están preparados para utilizarse directamente en el aula;
- que contienen orientaciones para el profesor.

Se ha tratado de que la documentación de cada apartado cubra los objetivos y contenidos que se trabajan en el ciclo 12-14 de la E.S.O.

INTRODUCCIÓN

Esta guía de recursos bibliográficos para el Primer Ciclo de la Educación Secundaria Obligatoria se ha elaborado tomando como referencia la *Secuencia de contenidos* de J. Colera y R. Nomdedéu. Se divide en siete apartados:

1. Propuestas globales para el ciclo 12-14
2. Capacidades generales
3. Aritmética y álgebra
4. Geometría
5. Funciones
6. Estadística y probabilidad
7. Tablas resumen

En el primero apartado se incluyen aquellos materiales que cubren la casi totalidad de los objetivos y contenidos del ciclo 12-14 de la Educación Secundaria Obligatoria. Aunque algunos de ellos no se han elaborado específicamente para el actual sistema educativo, tienen un planteamiento acorde con él. El segundo reúne aquellos libros que pueden servir de apoyo al apartado "Capacidades generales" de la secuencia mencionada, y los apartados 3 a 6 corresponden a los cuatro tipos de "Capacidades específicas" contempladas en dicha secuencia. Por último, para facilitar al profesorado el uso de esta guía, se presenta a modo de resumen, en el apartado 7, un conjunto de tablas de doble entrada para cada una de las "Capacidades específicas", que relacionan los documentos seleccionados con los diferentes aspectos que abarcan estas capacidades.

Cada libro está encuadrado en aquel apartado que tiene más desarrollado. Aparecen como descriptores tanto el tipo de documentación que proporciona (actividades de aprendizaje, actividades de evaluación, orientaciones para el profesor, etc.) como las capacidades que trata. Las referencias de los mismos son desiguales en razón de la naturaleza de la publicación y de su interés para este ciclo. En algunos casos sólo se han dado descriptores.

CRITERIOS DE SELECCIÓN

Se han seleccionado prioritariamente aquellos materiales:

- que están enfocados según los principios y orientaciones de la actual reforma educativa;
- que están preparados para utilizarse directamente en el aula;
- que contienen orientaciones para el profesor.

Se ha tratado de que la documentación de cada apartado cubra los objetivos y contenidos que se trabajan en el ciclo 12-14 de la E.S.O.

PROPUESTAS GLOBALES PARA EL CICLO 12-14

En este apartado se incluyen algunos materiales desarrollados para la experimentación de la Educación Secundaria Obligatoria (ESO), un proyecto de innovación, libros de texto y cuadernos de actividades del Ciclo Superior de E.G.B. planteados en línea renovadora y un documento elaborado en Estados Unidos.

AA. VV. *Materiales de Matemáticas para Secundaria Obligatoria*. Valencia: Cons. de Cultura, Educació i Ciència de la Generalitat Valenciana, 1990:

- *Para comenzar... y números*. 1er. Curso ESO
- *Números*. 2º Curso ESO
- *Álgebra. Gráficas*. 1er. Curso ESO
- *Álgebra. Gráficas*. 2º Curso ESO
- *Geometría*. 1er Curso ESO
- *Geometría*. 2º Curso ESO
- *Probabilidad y estadística*. 1er. Curso ESO
- *Probabilidad y estadística*. 2º Curso ESO
- *Guía de uso de los materiales*

Descriptores : Actividades para los alumnos. Guía para el profesorado. Material fotocopiable.

Estas carpetas son un banco de actividades fotocopiables, elaboradas en la Comunidad Valenciana para la actual reforma educativa, con orientaciones para su uso. El profesor puede utilizarlas de diversos modos: para elaborar unidades didácticas, como refuerzo, como ampliación, etc. Cada carpeta tiene dos tipos de actividades denominadas A (básicas) y B (complementarias) que cubren los mismos apartados.

GRUPO CERO, *De 12 a 16 . Un proyecto de currículum de matemáticas*. Vol. III y IV , Valencia: Cons. de Cultura Educació i Ciència de la Generalitat Valenciana, 1988.

Descriptores:

Actividades para el alumno y comentarios para el profesor.

Vol. III: Resolución de problemas, Aritmética, Geometría, Álgebra y Algoritmos.

Vol. IV: Resolución de problemas, Aritmética, Funciones, Estadística, Geometría y Álgebra.

Estos materiales forman parte de un proyecto de innovación y desarrollo curricular que se llevó a cabo en la Comunidad Valenciana durante 3 años con un nutrido grupo de profesores y alumnos. Aunque el proyecto se ha publicado en 6 volúmenes, interesan especialmente para este ciclo el III y el IV, aunque se pueden consultar el I y el II que lo fundamentan y lo explican. El proyecto está basado en el modelo de enseñanza centrado en la resolución de problemas, es decir, partiendo de la actividad de los alumnos al enfrentarlos con verdaderos problemas para crearles así un conflicto cognoscitivo y buscando que se produzcan aprendizajes en los alumnos gracias a la reestructuración de sus esquemas mentales.

Los autores del proyecto reconocen que la utilización del material puede resultar difícil pues no se trata de una colección de problemas para "motivar" la enseñanza de un concepto o de una técnica, sino de problemas elegidos para construir algunas de las intrincadas redes que forman las ideas matemáticas. En efecto, la opción del modelo de enseñanza no comporta sólo privilegiar un tipo determinado de actividades, en este caso los problemas, sino también seguir una dinámica de la clase basada en la comunicación e interacción entre todos los miembros así como un estilo de profesor que es guía y facilitador de la actividad de los alumnos más que instructor.

AA.VV. *Eureka, Séptimo Curso de Matemáticas*. Ciclo Superior de E.G.B. Col. La Llave de "Rosa Sensat", Barcelona: Onda, 1985

AA.VV. *Estrategia. Octavo Curso de Matemáticas*. Ciclo Superior de E.G.B. Col. La Llave de "Rosa Sensat", Barcelona: Onda, 1986

AA. VV. *Guía del maestro y solucionario: Eureka y Estrategia*. Col. La Llave de Rosa Sensat, Barcelona: Onda, 1987

Descriptor: Actividades para los alumnos y orientaciones para el profesor.

Se presentan aquí estos libros de texto de la aún vigente E.G.B. porque tienen un planteamiento acorde con la actual reforma educativa, tanto por la forma en que aborda los contenidos como por el planteamiento metodológico. Los temas empiezan por una introducción histórica o anecdótica en forma de texto corto, siguen con una serie de preguntas y actividades y terminan con un resumen que recoge las ideas más importantes estudiadas. Al final de cada libro hay una recopilación de ejercicios y problemas agrupados por temas.

Las unidades temáticas de cada libro son:

- Eureka:
- Geometría
 - Trabajo con números enteros
 - Iniciación al lenguaje algebraico
 - Proporcionalidad
 - Gráficas y estadísticas
 - Areas
 - Poliedros
- Estrategia:
- Los números: potencias, divisibilidad, fracciones y racionales
 - Teorema de Pitágoras
 - Semejanzas
 - Geometría del espacio
 - Algebra y ecuaciones
 - Funciones y gráficas

GRUPO AZARQUIEL *En Acción. Ciclo Superior de E.G.B.* Madrid: SM, 1987. Cuadernos 1, 2 y 3.

Descriptores: Actividades para los alumnos. Geometría y Funciones.

Estos cuadernos contienen actividades de Geometría y de Funciones, presentadas de forma motivadora que se enmarcan en los objetivos de este ciclo que se especifican a continuación:

Cuadernos 1 y 2:

Reconocer, describir y representar figuras geométricas planas y tridimensionales sencillas

Inferir relaciones geométricas entre los elementos de una figura plana o tridimensional dadas mediante su representación

Inferir relaciones geométricas entre dos o más figuras planas o tridimensionales dadas mediante su representación

Aplicar de manera indirecta algunas fórmulas para cálculo de áreas

Calcular volúmenes muy sencillos

Aplicar la proporcionalidad

Aplicación directa de propiedades geométricas

Cuaderno 3: Interpretar fenómenos dados por gráficas

Representar una tabla mediante una gráfica

Representar un enunciado mediante una gráfica

Expresar analíticamente la función de proporcionalidad

BUJANDA, M.P. y DE LA FUENTE, A. *Cuadernos de trabajo de Matemáticas, 6º, 7º y 8º de E.G.B.*, Madrid: SM, 1991

Descriptores: Actividades de recuperación de refuerzo y de profundización.

Aritmética, Funciones, Magnitudes, Geometría del plano, Geometría del espacio y Estadística.

Estos tres cuadernos tienen como objetivo ayudar a los alumnos a afianzar los automatismos de cálculo y las destrezas instrumentales básicas y orientar el aprendizaje de la resolución de problemas. Están divididos en unidades que constan de cuatro secciones: Recuerda, Calcula, Resuelve e Investiga. Cada cierto número de unidades componen un bloque y como final del mismo se ofrecen actividades de recapitulación que se estructuran en cuatro secciones: Repasa, Jugando se aprende, Comprueba y Mosaico matemático.

N.C.T.M. *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*, Sevilla: S.A.E.M. Thales, 1991

Descriptores: Orientaciones sobre el currículum de matemáticas. Ejemplos de actividades de aprendizaje y de evaluación.

Este documento elaborado por la Sociedad de Profesores de Matemáticas de Estados Unidos (N.C.T.M.), da una visión general de lo que debe incluir el currículum de matemáticas. Para este ciclo interesan los estándares curriculares de los niveles 5 a 8 que tratan los siguientes aspectos:

1. Las matemáticas como resolución de problemas
2. Las matemáticas como comunicación
3. Las matemáticas como razonamiento
4. Conexiones matemáticas
5. Números y relaciones numéricas
6. Conjuntos numéricos y teoría de números
7. Cálculos y estimación
8. Patrones y funciones
9. Álgebra
10. Estadística
11. Probabilidad
12. Geometría
13. Medición

Los estándares de evaluación se refieren a la evaluación general, de los alumnos y del programa. Tanto unos como otros son una fuente de ideas y proporcionan numerosos ejemplos de actividades de enseñanza y de evaluación.

CAPACIDADES GENERALES

El apartado "Capacidades generales" de la secuencia de J. Colera y R. Nomdedéu comprende tres aspectos: Lenguaje, Resolución de problemas y Teorización. Aquí se comenta un libro que trata sobre el lenguaje para la matemáticas, dos que desarrollan modelos de enseñanza de la resolución de problemas y ocho colecciones de problemas. No se ha encontrado ningún material que trate específicamente sobre "Teorización".

Lenguaje

DE PRADA, M.D., MARTINEZ, I. y ALCALDE, J.L. *El comentario de textos matemáticos*, Málaga: Agora, 1990

Descriptores:

Actividades para los alumnos y comentarios para el profesor. Lenguaje para las matemáticas.

Este libro contiene una colección de textos matemáticos, algunos de ellos comentados y experimentados con alumnos del Ciclo Superior de EGB y Bachillerato, agrupados en torno a los bloques de contenido de la ESO. Con este material se puede trabajar la comprensión del lenguaje para las matemáticas, en particular: interpretar conceptos, enunciados, propiedades, procesos dados verbalmente o por escrito

Resolución de problemas

WOOD, L.E. *Estrategias de pensamiento*, Barcelona: Labor, 1987.

Descriptor: Destrezas básicas para resolver problemas y problemas para su aplicación.

La autora explora la cara heurística de la resolución de problemas poniendo un énfasis especial en desarrollar habilidades generales para resolver problemas. En cada capítulo presenta una estrategia que ilustra aplicándola a la resolución de algún problema, ofrece un resumen que recuerde y refuerce los aprendizajes y propone varios problemas para aplicar dicha estrategia.

El contenido de los capítulos es el siguiente:

Capítulo 1: Cómo organizar las ideas con rapidez y en el orden más claro y lógico.

Capítulo 2: Inferencias lógicas: Deducción e Inducción.

Capítulo 3: Un método útil para emplear el ensayo y error (fortuito, sistemático y dirigido).

Capítulo 4: Cómo establecer subobjetivos.

Capítulo 5: Cómo dominar la contradicción.

Capítulo 6: Trabajar marcha atrás.

MASON, J., BURTON, L. y STACEY, K. *Pensar matemáticamente*, Barcelona: Labor-MEC 1988.

Descriptores: Procesos, fases y estados emocionales en la resolución de problemas

Este libro es un manual dirigido al adulto que quiera mejorar sus capacidad de resolver problemas, pero se incluye aquí porque da ideas interesantes para llevar a la clase y contiene una colección de problemas muy sugerentes, algunos de los cuales se pueden proponer a los alumnos de este ciclo, ya sea porque las habilidades que haya que aplicar están a su alcance, ya sean porque traten de conceptos o propiedades aritméticos o geométricos que conocen los alumnos de este ciclo, por ejemplo, divisibilidad, proporcionalidad, simetrías, propiedades de las figuras, etc.

La tesis del libro es que la capacidad de razonamiento matemático se puede mejorar si se atacan los problemas de forma eficaz y concienzuda, se aprende de la experiencia y se reflexionando sobre el propio proceso de resolución. Los siete primeros capítulos del libro desarrollan estas ideas:

Capítulo 1: Procesos: particularizar y generalizar. Tomar notas de las ideas, de lo que se hace, de los pensamientos.

Capítulo 2: Fases del trabajo: abordaje, ataque y revisión.

Capítulo 3: Respuestas para cuando se está atascado.

Capítulo 4: Ataque: hacer conjeturas.

Capítulo 5: Ataque: justificar y convencer

Capítulo 6: Respuestas para cuando se continúa atascado

Capítulo 7: Desarrollo de un monitor interno

La obra se completa con tres capítulos más:

Capítulo 8: Cómo proponerse los propios problemas

Capítulo 9: Desarrollo del pensamiento matemático

Capítulo 10: Algo en qué pensar: selección de situaciones problemáticas para continuar trabajando

Se trata de un libro emblemático sobre resolución de problemas.

BOLT, B. *Divertimentos matemáticos*, Barcelona: Labor, 1987

BOLT, B. *Actividades matemáticas*, Barcelona: Labor, 1988

BOLT, B. *Más actividades matemáticas*, Barcelona: Labor, 1988

BOLT, B. *Aún más actividades matemáticas*, Barcelona: Labor, 1989

Descriptor: Colección de problemas de diversos tipos.

Amplia colección de problemas, pasatiempos y actividades matemáticas que debidamente seleccionados pueden ser muy útiles para los alumnos de este ciclo. Se incluyen problemas clásicos de matemática recreativa (cuadrados mágicos, juegos...) retos matemáticos con redes y grafos, actividades que requieren dibujos precisos o construcciones con materiales asequibles (papel, hilo, pajitas, ...), problemas de "ingeniería recreativa", divertimentos con calculadoras, etc, etc. La mayoría de las actividades están diseñadas para estimular el pensamiento creativo y animar a desarrollar la comprensión de los números, de los conceptos espaciales y del pensamiento matemático en general. En los cuatro libros se incluye una segunda parte que recoge comentarios, ideas adicionales y soluciones, a las que no se debe recurrir sin haberse enfrentado antes con los problemas durante un tiempo razonable.

FISHER, R. y VINCE, A. *Investigando las matemáticas*, Madrid: Akal, 1990 (Vol. 1 a 4)

Descriptor: Actividades para los alumnos con guía para el profesor. Material fotocopiable.

Se trata de una colección de problemas preparados para fotocopiar y proponer a los alumnos. Cada hoja va acompañada de unas "notas para el profesor" que orienta sobre la forma de proponer cada actividad, las dificultades que puede presentar a los alumnos, las variantes que se pueden sugerir y las posibles generalizaciones. Por ello, aunque a juicio de los autores las actividades están dirigidas a alumnos entre 6 y 12 años, los cuatro libros se pueden usar en esta etapa pues cada hoja de trabajo no es sino un punto de partida para la investigación matemática que se puede llevar a cabo en distintas direcciones y a diversos niveles. Una tabla resumen relaciona cada una de las 20 actividades de cada libro con los temas matemáticos que trata.

ARITMETICA Y ALGEBRA

Se comentan aquí una amplia colección de libros que abarcan prácticamente la totalidad de objetivos y contenidos de Aritmética y Álgebra de este ciclo.

Aritmética

GOMEZ, B. *Numeración y cálculo*. Col. Matemáticas, cultura y aprendizaje, nº3. Madrid: Síntesis, 1988

Descriptores: Ideas para el aula. Métodos y formas de presentación. Secuenciación y fundamentación de los contenidos aritméticos.

Obra eminentemente práctica que tras una introducción histórica sobre el origen del número, aborda la evolución y comparación de los sistemas de numeración, el cálculo mental en un amplísimo capítulo, los algoritmos, la utilización racional de la calculadora, los ejercicios y materiales más adecuados en cada caso, etc. Un anexo sobre la raíz cuadrada y otro sobre materiales manipulables completan la obra.

LLINARES, S. y SANCHEZ, M.V. *Fracciones*. Col. Matemáticas, cultura y aprendizaje nº 4. Madrid: Síntesis, 1988

Descriptores: Panorámica de la situación actual de la enseñanza de las fracciones,

Creencias de los alumnos sobre las fracciones, su tratamiento en los distintos currículos, las diferentes interpretaciones, la relación parte-todo, las operaciones, los algoritmos, los errores y la estimación, constituyen las partes de esta obra.

CENTENO, J.: *Números decimales, ¿por qué? y ¿para qué?*, Col. Matemáticas, cultura y aprendizaje nº 5, Madrid: Síntesis, 1988.

Descriptores:

Actividades para los alumnos; Comentarios para el profesor : aspecto social, histórico y matemático de los números decimales

En este libro se hace un estudio completo y profundo sobre los números decimales desde varios puntos de vista: social, histórico, matemático (primera y segunda parte) y didáctico (tercera y cuarta parte). Desde la vertiente didáctica se aborda los modos de presentación de los decimales, los materiales para trabajarlos, las situaciones didácticas que se pueden plantear, las dificultades, los errores, los conflictos y los obstáculos que se pueden encontrar, la progresión de los aprendizajes y las actividades con los decimales. Estas últimas giran en torno a la estimación de medidas, paso de un número fraccionario a decimal y viceversa, representación de los decimales en la recta numérica, operaciones con decimales y resolución de problemas.

SIERRA, M. y otros. *Divisibilidad*, Col. Matemáticas, cultura y aprendizaje nº 7, Madrid: Síntesis, 1989

Descriptor: Ideas para el profesor

La obra pretende reivindicar la Teoría de números como parte de los currículos de Primaria y Secundaria. Destacan en ella los siguientes capítulos: ámbitos en los que se presenta

la divisibilidad (científico y artístico) y la teoría de números; la divisibilidad en el currículum escolar en los diferentes planes y programas de estudio y, por último, uno muy práctico sobre actividades y recursos.

SEGOVIA, I. y otros. *Estimación de cálculo y medida*. Col. Matemáticas, cultura y aprendizaje nº 9, Madrid: Síntesis, 1989

Descriptor: Propuesta curricular para la enseñanza de la estimación en la ESO

En esta obra se abordan las siguientes cuestiones: ¿cuándo hay que estimar?, ¿por qué enseñar a estimar?, ¿qué se puede enseñar sobre la estimación? Trata sobre las estrategias de estimación en cálculo y en medida y el tema de la estimación en el currículum. Se incluyen más de 20 hojas de trabajo preparadas para su empleo inmediato en el aula.

UDINA, F. *Aritmética y calculadoras*. Col. Matemáticas, cultura y aprendizaje. Madrid: Síntesis, 1989

Descriptor: Introducción a las calculadoras de 4 operaciones

A lo largo de la obra se pretende dar respuesta a la pregunta siguiente: ¿Cómo hay que usar la calculadora en clase de matemáticas para que se convierta en un poderoso auxiliar didáctico y para evitar los peligros de su utilización irreflexiva? Tras analizar las posibilidades y limitaciones de las distintas formas en que se pueden realizar los cálculos: por escrito, mentalmente o con calculadora, se plantean los cambios que la presencia de la calculadora en la clase provocará en el currículum de matemáticas de la ESO.

Algebra

MARTIN y otros. *Iniciación al álgebra*. Col. Matemáticas, cultura y aprendizaje nº 23, Madrid: Síntesis, 1989.

Descriptores: orientaciones para la enseñanza-aprendizaje del Álgebra en la ESO

Se propone en este libro un acercamiento al Álgebra en términos de una traducción de lenguajes (el habitual, el algebraico, el aritmético, el geométrico y el de los modelos) que facilita la actividad matemática contemplada ésta como un proceso reversible de generalización y particularización, lo que estimula y favorece el desarrollo del conocimiento algebraico. Se abordan los siguientes aspectos: el lenguaje algebraico y la comprensión matemática; marco histórico del álgebra; el álgebra y los estadios de desarrollo de Piaget; enseñanza-aprendizaje del álgebra; lenguaje visual y lenguaje algebraico; iniciación a las ecuaciones.

Grupo AZARQUIEL. *Ideas y actividades para enseñar álgebra.* , Col. Matemáticas, cultura y aprendizaje nº 33, Madrid: Síntesis, 1991

Descriptor:

Actividades para los alumnos y comentarios para el profesor. Lenguaje. Álgebra

Este libro ofrece fundamentalmente recursos para la enseñanza del álgebra, abordando las dificultades para la enseñanza de esta parte de la matemática y los errores que habitualmente cometen los alumnos. Aborda los siguientes aspectos:

- Reconocer, interpretar y utilizar símbolos y signos algebraicos.
- Interpretar expresiones literales para expresar fórmulas de uso común.
- Usar expresiones literales para formular propiedades numéricas sencillas.
- Utilizar ciertas destrezas en el uso del cálculo algebraico.
- Aplicar la competencia algebraica a situaciones prácticas.
- Resolver ecuaciones.
- Abrir los ojos al álgebra como forma de expresión (generalización, simbolización, traducción de lenguajes)

BRIALES, F.J. y JIMENEZ, M. *Matemática viva* , Col. Biblioteca de Recursos Didácticos nº 30, Madrid: Alhambra, 1988

Descriptor:

Actividades de aritmética y álgebra para el alumno

Este libro aborda una serie de temas relacionados con la aritmética y el álgebra sin intención de ser exhaustivo en cuanto a su tratamiento. Está concebido para que el alumno pueda utilizarlo de manera autónoma y sus capítulos son independientes. El esquema de cada capítulo es hacer primero una aproximación intuitiva al tema y proponer a continuación actividades y ejercicios.

Los contenidos de los capítulos se refieren a:

- Números enteros y fraccionarios: conceptos y operaciones
- Porcentajes
- Proporcionalidad
- Ecuaciones

GEOMETRIA

En este apartado se comentan 12 libros que proporcionan gran cantidad de ideas y de recursos para trabajar la Geometría. Algunos incluyen propuestas didácticas o materiales preparados para llevar al aula.

ALSINA, C., BURGUES, C, y FORTUNY, J.M. *Materiales para construir la geometría.*, Col. Matemáticas, cultura y aprendizaje nº 11, Madrid: Síntesis, 1988.

Descriptores: Catálogo de materiales geométricos de todo tipo

La obra ofrece una guía estructurada de materiales geométricos, especificando su interés y su uso, con el objetivo de familiarizar al alumno a través del tacto, la vista, el dibujo y la manipulación, con las formas, las figuras y los movimientos, como requisito previo para trabajar más tarde los modelos geométricos abstractos. En el capítulo 1 se dan las bases sobre los tipos de materiales y sus posibilidades. Se dedican cinco capítulos a la geometría visual, construida, dibujada, medida y lúdica, en los que se incluyen tanto indicaciones de tipo general como fichas de material.

ALSINA, C. BURGUES, C. y FORTUNY, J.M. *Invitación a la didáctica de la geometría.* . Col. Matemáticas, cultura y aprendizaje nº 12, Madrid: Síntesis, 1987.

Descriptores: Orientaciones e ideas para el profesor

A lo largo de seis capítulos se desgranar temas tales como la historia de la geometría, la intuición, la percepción, el entorno natural, social y artístico, el razonamiento, la representación, el aprendizaje, y temas más específicamente didácticos sobre el currículum, la simbolización, las clasificaciones, los problemas o la evaluación. En todos ellos se incluyen propuestas y actividades para el aula y se indican los niveles a los que van destinadas.

ALSINA, C., PEREZ, R., y RUIZ, C. *Simetría dinámica*, Col. Matemáticas, cultura y aprendizaje nº 13, Madrid: Síntesis, 1989

Descriptores: Estudio de las transformaciones geométricas y de las figuras que generan

Se estudian algunas transformaciones geométricas, se analizan sus propiedades, sus combinaciones y sus usos (frisos, mosaicos, calidoscopios, ...), se dan ideas para el aula y se incluyen algunas investigaciones y ejercicios. Se puede completar este tema con los dos libros de actividades para el alumno que se indican a continuación:

ALSINA, C. y FORTUNY, J.M. *Miralandia. Un viaje geométrico al país de los espejos.* Col. 2 Puntos, Granada: Proyecto Sur, 1992.

Descriptores: Actividades de transformaciones geométricas para los alumnos

MORA, J.A. y RODRIGO, J. *Mosaicos 1.* Col. 2 Puntos, Granada: Proyecto Sur, 1993.

Descriptores: Actividades de transformaciones geométricas para los alumnos

Grupo BETA. Proporcionalidad geométrica y semejanza. Col. Matemáticas, cultura y aprendizaje, nº 14, Madrid, Síntesis, 1990

Descriptores: Una propuesta metodológica y un sinnúmero de actividades

Se da una panorámica general de la semejanza en el currículum escolar, se presentan las bases teóricas, se propone una alternativa metodológica y se indican algunas relaciones de este tema con otras áreas.

FIOL, M.L. y FORTUNY, J.M.: *Proporcionalidad directa. La forma y el número*. Col. Matemáticas, cultura y aprendizaje nº 20, Madrid: Síntesis, 1990.

Descriptores:

Fichas y problemas para el alumno, guía didáctica de cada ficha para el profesor, test diagnóstico sobre preconceptos. Geometría, Aritmética, Funciones

Este libro, además de fundamentar e ilustrar el tema de la proporcionalidad, contiene en el capítulo 6 una propuesta didáctica diseñada para trabajar la proporcionalidad en el primer ciclo de la ESO, que consta de dos partes: en la primera se trabaja el concepto de proporcionalidad a partir de nociones geométricas; la segunda se centra en las aplicaciones de este concepto: porcentajes, escalas, semejanzas de figuras y cuerpos, densidad, problemas. Se parte de una manipulación experimental y se intenta favorecer el intercambio de ideas entre los alumnos.

FERNANDEZ, M. y otros, *Circulando por el círculo*. Col. Matemáticas, cultura y aprendizaje nº 18, Madrid: Síntesis, 1991.

Descriptores: Actividades de aproximación, construcción y resolución de problemas.

DEL OLMO, M.A., MORENO, M.F. y GIL, F. *Superficie y volumen, ¿algo más que trabajo con fórmulas?* Col. Matemáticas, cultura y aprendizaje, nº 19, Madrid: Síntesis, 1989.

Descriptores: Ideas y comentarios para el profesor sobre los dos temas

GARCIA, J. y BELTRAN, C. *Geometría y experiencias*, Col. Biblioteca de Recursos Didácticos nº 20, Alhambra, Madrid, 1988

Descriptores: Manual ameno que condensa toda la geometría elemental

El libro se compone de dos partes bien diferenciadas: Geometría del plano y Geometría del espacio. Se tratan los siguientes temas de este ciclo: segmentos, ángulos, paralelismo, perpendicularidad, polígonos, proporcionalidad, teorema de Pitágoras, circunferencias y áreas. En cada tema se presentan experiencias, contenido teórico, actividades para que el alumno descubra y ejercicios de geometría recreativa.

GETE-ALONSO, J.C. y DEL BARRIO, V. *Medida y realidad*, Col. Biblioteca de Recursos Didácticos nº 33, Alhambra, Madrid, 1989 (Cap. 3 a 9)

Descriptores: Libro eminentemente práctico con muchas actividades y ejercicios

Los capítulos 3 a 9 de este libro tratan de la medida de la longitud, la capacidad, la superficie, el volumen, la masa, la densidad, el tiempo, y la temperatura. Cada tema o apartado consta de una introducción teórica, actividades de experimentación y manipulación y ejercicios.

CALLEJO, M.L. y LLOPIS, C. *Planos y mapas: Actividades interdisciplinares para representar el espacio*. Col. Materiales 12-16 para Educación Secundaria, Madrid: Narcea- MEC, 1992.

Descriptores: Actividades de aprendizaje y de evaluación. Orientaciones para el profesor. Interdisciplinariedad. Semejanza, escala, localización, orientación.

Esta carpeta trata la problemática de la representación plana de objetos del espacio y se centra en la elaboración e interpretación de planos y mapas. Contiene una guía para el profesor en la que se presentan la estructura del material, las actividades de aprendizaje y de evaluación para el alumno y se dan sugerencias para una programación o para la elaboración de Unidades Didácticas. Algunos de los temas que se tratan son: la semejanza, la escala, la localización, la orientación y la simbolización de planos y mapas. Las actividades para el alumno están preparadas para utilizar en el aula.

FUNCIONES

En este apartado se presentan tres libros con propuestas didácticas para trabajar la introducción a las funciones y con actividades muy sugerentes.

AZCARATE, C. y DEULOFEU, J. *Funciones y gráficas*. Col. Matemáticas, cultura y aprendizaje nº 26, Madrid: Síntesis, 1990. (Capítulos 3 y 4)

Descriptores: Propuesta didáctica para la enseñanza-aprendizaje del concepto de función.

Este libro presenta en la primera parte una visión teórica e histórica del concepto de función y en la segunda parte hace un análisis de los aspectos fundamentales de su didáctica. Para este ciclo se recomiendan los capítulos 3 (Funciones y gráficas cartesianas) y 4 (Tablas, fórmulas y modelos de funciones).

SHELL CENTRE FOR MATHEMATICAL EDUCATION. *El lenguaje de funciones y gráficas*, Madrid: Univ. del País Vasco y MEC, 1990.

Descriptores:

Actividades de aprendizaje y de evaluación para los alumnos y orientaciones para el profesor.

Lenguaje. Resolución de problemas. Funciones

Este libro es un módulo de trabajo elaborado en el Shell Centre for Mathematical Education de Nottingham, Inglaterra, basado en el modelo de "enseñanza por diagnóstico". Trata de desarrollar en los alumnos la capacidad de interpretar y usar información en una variedad de formas familiares, matemáticas o no matemáticas. Pone el énfasis en:

- ayudar a los alumnos a desarrollar una fluidez en la utilización del lenguaje matemático de gráficas, tablas y álgebra, de cara a describir y analizar situaciones del mundo real,
- crear un ambiente en clase que anime a una discusión meditada en la que los alumnos intenten comprender o comunicar información presentada en forma matemática.

El libro consta de las siguientes partes:

- Unidad A: significado cualitativo de las gráficas. Abarca los siguientes aspectos:

- interpretar fenómenos dados por gráficas
- representar un enunciado mediante una gráfica
- representar una tabla por una gráfica
- conocer y manejar la terminología básica de las funciones
- interpretar gráficas de funciones que aparecen fuera de la clase de matemáticas: reconociendo las dos variables que se relacionan e interpretando las variaciones que una de ellas sufre respecto de la otra.

- Unidad B: estudio de modelos y funciones tomados de situaciones de la vida real que se pueden representar mediante expresiones algebraicas: funciones lineales, recíprocas, cuadráticas y exponenciales.

- Modelos de preguntas de examen

- Una colección de problemas

- Materiales de apoyo: ideas, puntos de debate y actividades basadas en el módulo: resolución de problemas en grupo, errores y falsas concepciones de los alumnos, formas de trabajar en el aula, evaluación de las preguntas de examen y guía para la discusión en el aula.

Las actividades de aprendizaje de las dos unidades abarcan todo el estudio de las funciones del primer ciclo de la ESO y vienen acompañadas de una guía para el profesor que indica cómo se pueden trabajar en el aula así como algunas de las cuestiones que se pueden suscitar.

LANGE, J. de y otros. *Las matemáticas en la enseñanza secundaria*, Salamanca: ICE de la Universidad de Salamanca, 1989 (Capítulo 1)

Descriptor: Actividades para los alumnos. Funciones.

Este libro recoge algunas actividades para los alumnos, diseñadas en Holanda en el OW & OC (antiguo IOWO, fundado y dirigido por H. Freudenthal) en clave de "matemáticas realistas". Este enfoque se centra en los siguientes aspectos: poner el énfasis en la "reinención" de los conceptos y estructuras matemáticas partiendo de nociones intuitivas, progresar en

distintos niveles de abstracción, seguir el proceso histórico-genético en la introducción de los conceptos matemáticos y lograr un aprendizaje significativo partiendo de la realidad.

Aunque el libro consta de 7 capítulos, en este ciclo resulta útil el primero: Gráficas, relaciones y funciones para trabajar la interpretación de fenómenos dados mediante gráficas y representar un enunciado mediante una gráfica.

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

En esta apartado sólo se comentan dos libros de Estadística y otros dos de Probabilidad que permiten trabajar la introducción a estos temas en este ciclo.

Estadística

SANCHIS, C, y otros, *Hacer estadística*. Col. Biblioteca de Recursos Didácticos nº 4, Madrid: Alhambra, 1986

Descriptor: Ejercicios y actividades para los alumnos

El texto proporciona los medios para aplicar el método estadístico al tratamiento de una situación determinada y también para saber leer, interpretar y criticar una información estadística tal y como aparece por ejemplo en los medios de comunicación.

Contiene una amplia batería de ejercicios y actividades para practicar las técnicas adecuadas, se introducen abundantes datos estadísticos de observaciones de fenómenos físicos, tecnológicos, económicos, sociales, deportivos, etc., citando las fuentes de procedencia, lo que da una buena idea de las posibilidades de aplicación de la Estadística.

NORTES, A. *Encuestas y precios*. Col. Matemáticas, cultura y aprendizaje nº 28, Madrid: Síntesis, 1987.

Descriptor: Libro para el profesor con ejemplos de aplicación al aula.

Se detalla qué son las encuestas, cómo se realizan, cómo se presentan y cómo se utilizan. Se aborda extensamente el recuento, las frecuencias, las gráficas y los cálculos estadísticos con la finalidad de interpretar los resultados de las encuestas. Se analiza además el manejo de tablas para elegir el tamaño de la muestra y su interpretación, así como un caso práctico de estudio de los Índices de Precios a Consumo (IPC).

Probabilidad

DIAZ-GODINO, J. y otros, *Azar y probabilidad*, Madrid: Síntesis, 1988

Descriptor: Amplia fuente de ideas para el profesor

La obra resume los distintos aspectos de la didáctica de las nociones del azar y la probabilidad: fenomenología del azar, perspectiva histórica del cálculo de probabilidades,

concepto de probabilidad, desarrollo psicológico de la intuición probabilística, consideraciones metodológicas y resumen de la teoría matemática correspondiente.

Destacan en el libro las propuestas curriculares para introducir progresivamente el tema desde el inicio de la escolarización a través de 14 Unidades Didácticas. Consta cada una de ellas de dos partes: "situaciones didácticas" que presenta una situación problemática que debe abordar el alumno, y "orientaciones metodológicas" sobre el planteamiento en el aula de dicha situación.

DE LA CRUZ, M.C., GONZALEZ, C. y LLORENTE, J., *Introducción al azar*, Col. Materiales 12-16 para Educación Secundaria, Madrid: Narcea-MEC, 1993.

Descriptor: Actividades de aprendizaje y de evaluación. Orientaciones para el profesor.

Se trata de un conjunto de actividades de aprendizaje y de evaluación debidamente secuenciadas y preparadas para llevar al aula, para introducir a los alumnos en el concepto de azar. La guía del profesor orienta sobre las posibilidades de uso de dichas actividades. Aunque a juicio de los autores estos materiales van dirigidos a alumnos del segundo ciclo de la ESO, muchas de ellas se pueden adaptar fácilmente a los alumnos del primer ciclo.

TABLAS RESUMEN

Se presentan aquí tablas resumen de cada una de las "Capacidades específicas". Como ya se ha dicho en cada tabla se relacionan los distintos aspectos que comprende la capacidad en cuestión con los materiales que tratan sobre la misma. Estos aspectos se han delimitado siguiendo en lo posible la secuencia de J. Colera y R. Nomdedéu, y en el caso de que tengan un apartado especial en dicha secuencia se ha guardado la numeración asignada (por ejemplo, I.5.Algebra). De los materiales sólo se indica el título por motivos de espacio y para facilitar la localización de su descripción se ha escrito entre paréntesis el apartado en que están.

	Cap. 1	Cap. 2	Cap. 3	Cap. 4	Cap. 5
Probabilidad	X	X	X	X	X
Algebra	X	X	X	X	X
Geometría	X	X	X	X	X
Matemáticas	X	X	X	X	X
Combinatoria	X	X	X	X	X
Teoría de conjuntos	X	X	X	X	X
Teoría de números	X	X	X	X	X
Teoría de grafos	X	X	X	X	X
Teoría de juegos	X	X	X	X	X
Teoría de la medida	X	X	X	X	X
Teoría de la probabilidad	X	X	X	X	X
Teoría de la estadística	X	X	X	X	X

I. ARITMETICA Y ALGEBRA

ARITMETICA	I. 1 Números	I.2 Operaciones Proporcionalidad	I.3 Orden y representación	I.4 Divisibilidad	Resolución de problemas	Materiales
Numeración y cálculo (3)	X	X				X
Fraciones (3)	X	X	X			
Números decimales (3)	X	X	X		X	X
Divisibilidad (3)	X	X		X		
Estimación de cálculo y medida (3)	X	X	X		X	X
Aritmética y calculadoras (3)		X				X
Matemática viva (3)	X					
Para comenzar ... y Números (1)	X	X		X	X	X
Números (1)					X	
Eureka (1)	Tema 4.1	Temas 4.2 , 4.3 y 4.4				
Estrategias (1)	Temas 2.1 y 3	Temas 1.1, 1.2, 2.3 y 4		Tema 1.3 y 1.4		
De 12 a 16, Vol. III (1)					X	
De 12 a 16, Vol. IV (1)		X			X	
En Acción 2 (1)		X				
Cuadernos de trabajo (1)	X	X	X	X	X	X
Pensar matemáticamente(2)					X	

I.5. ALGEBRA	Lenguaje	Ecuaciones y sistemas	Resolución de problemas	Simboliza- ción	Generaliza- ción	Traducción	Juego
Iniciación al Algebra (3)	Cap. 1 a 5	Cap. 6		Cap. 1	X	X	
Ideas y actividades para enseñar álgebra (3)	X	Cap. 5 y 6	X	Cap. 3	Cap. 2	Cap. 4	Cap. 8
Matemática viva (3)		Cap. 4					
Algebra . Gráficas 1º (1)	X	X					
Algebra. Gráficas 2º (1)	X	X					
Eureka (1)	Tema 5	Tema 6	Tema 6				
Estrategia (1)		Tema 10	Tema 10				
De 12 a 16, Vol. III (1)	X	X	X	X	X	X	X
De 12 a 16, Vol. IV (1)	X	X	X	X	X	X	X
Cuadernos de trabajo (1)		X				X	

II.GEOMETRIA

	II.1. Formas y figuras	II.2. Estimación Medida directa e indirecta	II.3. Plano	II. 4. Espacio	II.5. Areas y volúmenes	II.6 Semejanza	Construc- ciones	Resolución de problemas
Materiales para construir la geometría (4)	X	X	X	X	X	X	X	
Invitación a la didáctica de la geometría (4)	X		X	X			X	X
Simetría dinámica (4)	X		X	X		X	X	X
Miralandia (4)	X		X	X		X	X	X
Mosaicos 1 (4)	X	X	X			X	X	X
Proporcionalidad geométrica ... (4)	X	X	X	X	X	X	X	X
Proporcionalidad directa ... (4)	X	X	X		X	X		X
Circulando por el círculo (4)	X	X	X		X		Cap. 3	Cap. 6
Superficie y volumen, ... (4)	X	X	X	X	X			Apéndice
Geometría y experiencias (4)	Cap. 2 y 5	Cap. 1 y 4	Cap. 2,3 y 4	Cap. 7, 8 y 9	Cap. 6, 8 y 9		Cap. 1	
Medida y realidad (4)		Cap. 3 a 9			Cap. 4			X
Planos y mapas (4)		X	X	X			X	X
Geometría 1º (1)	X						X	X
Geometría 2º (1)	X	X	X	X	X		X	X
Eureka (1)	Temas 2 y 3	Tema 2	Tema 2 y 3	Tema 12	Tema 10 y 11		Tema 1	
Estrategias (1)	Tema 6	Tema 5	Temas 5 y 6	Tema 8	Temas 7 y 8			
De 12 a 16 , Vol. III (1)	X	X	X	X	X	X	X	
De 12 a 16, Vol. IV (1)			X	X	X		X	X
En Acción 1 y 2 (1)	X	X	X	X	X	X	X	X
Cuadernos de trabajo (1)	X	X	X	X	X	X	X	X
Pensar matemáticamente(2)								X

III. FUNCIONES

	Toma de datos	Elaboración de gráficas y tablas	Interpretación gráficas y tablas	Formalización ecuación recta	Resolución de problemas
Funciones y gráficas (5)		Cap. 3 y 4	X	X	
El lenguaje de funciones y gráficas (5)	X	X	X		X
Las matemáticas en la ens. secundaria (5)		Cap. 1,2 y 3	Cap. 1 y 2		
Algebra. Gráficas. (1)		X	X	X	
Estrategias (1)				Tema 11	
De 12 a 16. Vol IV (1)					X
En Acción nº 3 (5)	Cap. 2	Cap. 2	Cap. 2	Cap. 1 y 3	Cap. 2
Cuadernos de trabajo (1)				X	

IV. ESTADISTICA Y PROBABILIDAD

ESTADISTICA	Toma de datos	Presentación de la información	Cálculo de parámetros	Interpretación de datos
Hacer estadística (6)	Cap. 1	Cap. 2	Cap. 3 y 4	
Encuestas y precios (6)	Cap. 2	Cap. 3	Cap. 4	X
Probabilidad y estadística 1º (1)		X		
Probabilidad y estadística 2º (1)	X	X		X
Eureka (1)	Tema 9	Tema 9		Tema 9
Cuadernos de trabajo (1)	X	X	X	X

PROBABILIDAD	Experiencias del Azar	Simulación	Problemas y juegos	Cálculo experimental
Azar y probabilidad (6)	Cap.2	Cap. 2	Cap. 2	Cap. 2
Introducción al azar (6)	X	X	X	X
Probabilidad y estadística 1º (1)	X	X	X	
Probabilidad y estadística 2º (1)	X			X

Antonio PÉREZ SANZ

INDICE

Introducción general 28

Recursos Audiovisuales

I. Introducción 29

II. Criterios para seleccionar materiales didácticos 31

III. Presentación de recursos **RECURSOS AUDIOVISUALES E INFORMÁTICOS**

Bibliografía complementaria 41

Recursos Informáticos

I. Introducción 44

II. Criterios de selección 45

III. Presentación de recursos 47

Bibliografía complementaria 54

Autor:
Antonio PÉREZ SANZ

INTRODUCCIÓN GENERAL

La utilización de recursos basados en las Nuevas Tecnologías, recursos audiovisuales y recursos informáticos, no debe responder a una visión mitificadora de estas tecnologías y debe basarse en una serie de consideraciones previas:

i) Los medios audiovisuales y los medios informáticos no se justifican por sí mismos. Es decir, su utilización en el aula como recursos didácticos estará en función de los objetivos generales y específicos que se pretendan cubrir, de la función que se pretenda dar a estos materiales, de la adecuación de sus contenidos a la programación y secuenciación realizada y de la calidad técnica, didáctica y comunicativa de los propios materiales.

ii) Su utilización no debe ser algo puntual y ajeno al desarrollo ordinario del aula. La concepción de un tipo de recurso como algo extraordinario y al margen de su quehacer cotidiano hace que la eficacia didáctica de dicho recurso sea muy limitada.

iii) Entre los condicionantes externos que el profesor ha de tener en cuenta, a la hora de decidir la inversión en recursos, está el de la infraestructura, dotación y organización del centro. La concentración de los recursos ya que su integración de forma natural en el ritmo normal del proceso de aprendizaje está condicionado por la disponibilidad. Usualmente se concentran los recursos informáticos y audiovisuales.

INDICE

Introducción general	28
----------------------------	----

Recursos Audiovisuales

I. Introducción	29
-----------------------	----

II. Criterios para seleccionar materiales didácticos	31
--	----

III. Presentación de los recursos	32
---	----

Bibliografía complementaria	41
-----------------------------------	----

Recursos Informáticos

I. Introducción	44
-----------------------	----

II. Criterios de selección	45
----------------------------------	----

III. Presentación de recursos	47
-------------------------------------	----

Bibliografía complementaria	54
-----------------------------------	----

INTRODUCCIÓN GENERAL.

La utilización de recursos basados en las Nuevas Tecnologías, recursos audiovisuales y recursos informáticos, no debe responder a una visión mitificadora de estas tecnologías y debe basarse en una serie de consideraciones previas:

i) Los medios audiovisuales y los medios informáticos no se justifican por sí mismos. Es decir, su utilización en el aula como recursos didácticos estará en función de los objetivos generales y específicos que se pretendan cubrir, de la función que se pretenda dar a estos materiales, de la adecuación de sus contenidos a la programación y secuenciación realizada y de la calidad técnica, didáctica y comunicativa de los propios materiales.

ii) Su utilización no debe ser algo puntual y ajeno al desarrollo ordinario del proceso de enseñanza. La apreciación por parte del alumno de un tipo de recurso como algo extraordinario y al margen de su quehacer cotidiano hace que la eficacia didáctica de dicho recurso sea muy limitada.

iii) Entre los condicionantes externos que el profesor ha de tener en cuenta, a la hora de decidir la integración de este tipo de recursos, está el de la infraestructura, dotación y organización del centro. La concentración de los recursos tecnológicos en un espacio diferente al espacio natural donde se desarrolla el trabajo cotidiano del alumno obliga a un esfuerzo extra en la secuenciación de las actividades en que se utilizan estos recursos ya que su integración de forma natural en el ritmo normal del proceso de aprendizaje está fuertemente condicionado por la disponibilidad de las aulas donde habitualmente se concentran los recursos informáticos y audiovisuales.

En este sentido es preciso desechar la idea, muy arraigada entre el profesorado, de que todo vídeo didáctico ha de tener una estructura del tipo de los documentales televisivos, en los que la función informativa prima sobre cualquier otra, siendo en la práctica casi excluyente. Un vídeo didáctico ha de ser un documento audiovisual más rico y complejo, con una funcionalidad mucho más diversa.

RECURSOS AUDIOVISUALES.

- Aproximar la realidad al aula, reproduciendo aspectos concretos de la misma.
- Motivar al alumno ante determinadas situaciones o investigaciones.

I. Introducción

Los medios audiovisuales posibilitan una gradación del proceso de abstracción, más acorde con la evolución intelectual del alumno, que las matemáticas llevan implícito.

La utilización de la imagen, tanto fija como en movimiento, permite:

- El estudio dinámico de distintos momentos (significativos) de un proceso (origen, fases de producción, crecimiento, evolución, etc)
- Simplificar realidades complejas, difícilmente aprehensibles y aprendibles en su estructura y configuración natural.
- Establecer comparaciones entre aspectos distintos de una misma realidad o entre diferentes realidades en el espacio y en el tiempo.
- Acceso al pasado (memoria histórica)
- Aproximarse a fenómenos difícilmente accesibles o reproducibles desde el aula. (Simulaciones, animaciones, recursos visuales y gráficos).

Resulta imprescindible, a la hora de integrar recursos audiovisuales en la clase de Matemáticas, que el profesor o la profesora tengan muy claro la función que le van a atribuir a un documento concreto; es decir, para qué lo van a utilizar: qué contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales presenta y propicia, qué tipos de aprendizajes potencia, qué actividades a realizar por los alumnos contiene, sugiere o posibilita.

En este sentido es preciso desechar la idea, muy arraigada entre el profesorado, de que todo vídeo didáctico ha de tener una estructura del tipo de los documentales televisivos, en los que la función informativa prima sobre cualquier otra, siendo en la práctica casi excluyente. Un vídeo didáctico ha de ser un documento audiovisual más rico y complejo, con una funcionalidad mucho más diversa.

Así un vídeo didáctico puede servir, entre otras cosas, para:

- Aproximar la realidad al aula, reproduciendo aspectos concretos de la misma.
- Motivar al alumno ante determinadas situaciones o investigaciones.
- Premover debates e investigaciones sugeridas por el video o complementarias a él.
- Adquirir destrezas y habilidades.
- Descubrir y aplicar procedimientos.
- Fomentar actitudes y transmitir valores.

Delimitar las funcionalidad atribuida a un documento concreto, su integración dentro de una programación, la secuenciación de su uso, la metodología a aplicar (formas y ritmos de visionado) y las actividades, tanto las previas al visionado, como las que se realicen durante el visionado, como las complementarias a realizar después de los visionados, constituye un trabajo previo nada desdeñable.

Este trabajo se ve notablemente facilitado si el documento audiovisual cuenta con una buena guía didáctica, que, en cualquier caso, si bien no va susutituir todo el trabajo del profesor o la profesora, al menos le va a proporcionar unas primeras pautas sobre las que trabajar.

Los medios audiovisuales no deben limitarse a su manifestación más compleja que es el vídeo didáctico. La integración de la imagen fija mediante el uso del retroproyector y las transparencias, la fotografía, tanto en papel como en diapositiva, constituye un recurso didáctico de gran utilidad.

En Matemáticas la imagen fija, y en concreto las transparencias y el retroproyector pueden convertirse en un instrumento muy adecuado para el desarrollo de temas que exijan un alto contenido gráfico y visual.

Sus contenidos se adecuan a los objetivos y contenidos curriculares de las Matemáticas del primer ciclo de la E.S.O.

Tienen un rigor conceptual bastante aceptable y no inducen a lecturas erróneas por parte de los alumnos.

Las ventajas del retroproyector sobre la pizarra son :

- Posibilidad de secuencialización y retroceso para recapitulaciones.
- No existen limitaciones de espacio.
- Los contenidos visuales se pueden tener preparados con anterioridad y no hace falta ir creándolos en el momento de la exposición, Aunque también brindan esa posibilidad.
- Posibilidad de composiciones por superposición.
- Focalización de atención.
- Mejora la conducción de la clase al resultar más fácil el diálogo con los alumnos al no darles la espalda y no se rompe la actividad al poder permanecer las luces encendidas.

El uso combinado con el ordenador nos permite la realización de transparencias utilizando programas de diseño gráfico (PAINT SHOW, DE LUXE PAINT...) o bien capturando pantallas directamente de programas de matemáticas con un tratamiento gráfico de temas de difícil visualización.

La utilización de las técnicas de reproducción electrónica - fotocopiadora - junto a las herramientas de realización de transparencias manuales permite la realización fácil de productos a medida de las necesidades específicas de cada grupo.

III. Presentación de los recursos

II.- Criterios para seleccionar materiales didácticos

OJO MATEMÁTICO (PRIMERA Y SEGUNDA SERIE)

Los siguientes vídeos han sido seleccionados , entre otros muchos cuyos contenidos se pueden adaptar a los diseños curriculares de este ciclo, teniendo en cuenta las consideraciones siguientes:

- Sus contenidos se adecuan a los objetivos y contenidos curriculares de las Matemáticas del primer ciclo de la E.S.O.

Es una serie de 20 vídeos independientes de unos 20 minutos de duración cada uno.

- Tienen un rigor conceptual bastante aceptable y no inducen a lecturas erróneas por parte de los alumnos.

- Por su estructura interna, su función no es meramente informativa, pudiéndose utilizar para otros fines que implican una actitud de los alumnos más participativa que la de meros receptores de información.

- Su estructura en bloques diferenciados, abierta y motivadora propicia su utilización con materiales complementarios, suministrados por la propia guía didáctica del vídeo o elaborados por el profesor.

- La duración de los documentos, los ritmos narrativos y la organización de los contenidos están pensados para ser utilizados en bloques independientes en el aula, con secuenciaciones y visionados ágiles, a gusto de cada profesor y según las características específicas de cada grupo.

- La calidad audiovisual es bastante alta y las estrategias comunicativas utilizadas son muy apropiadas a los gustos y nivel de percepción y lenguaje de alumnos de esta edad, y no provoca "ruidos" en la recepción de los mensajes.

- Son productos existentes en el mercado y, por tanto, de fácil acceso para cualquier centro, mediante la petición telefónica o por correo a las respectivas distribuidoras.

III. Presentación de los recursos

OJO MATEMÁTICO (PRIMERA Y SEGUNDA SERIE)

1. Área y Volumen

Productora: YORKSHIRE TV

Distribuidora en España: METROVIDEO ESCUELA. Imagen 35 & ASOCIADOS. Ctra. de Algete km 5,500. Pol. Ind. LOS NOGALES. C/ Río Tormes, Nave 68 28110. ALGETE. MADRID. Tfno.: (91) 628 21 60

Es una serie de 20 vídeos independientes de unos 20 minutos de duración cada uno, producida por Yorkshire TV y distribuida en España por Metrovídeo Escuela.

Cada vídeo viene acompañado de una guía didáctica que contiene :

- Sugerencias metodológicas para la utilización del documento
- Descripción de contenidos - minutos - y de las ideas a desarrollar en clase.
- Fichas de actividades, con dos problemas abiertos directamente relacionados con los contenidos del vídeo, presentadas directamente para fotocopiar y entregar a los alumnos.

La serie destaca por cuatro cuestiones fundamentales:

1º. Los contenidos, tanto por su selección como por el nivel al que se presentan, se adecuan de forma muy ajustada a los contenidos curriculares de este ciclo.

2º. La serie hace una apuesta por una metodología activa y participativa del alumno, en la que es éste el que tiene que construir los conceptos y procedimientos a partir de las informaciones y situaciones problemáticas que el vídeo le plantea. Los vídeos muy pocas veces ofrecen respuestas cerradas y en cambio si formulan interrogantes y situaciones entroncadas con la vida real que el alumno ha de investigar, suministrándole herramientas conceptuales y procedimentales que el profesor ha de completar.

3º El tratamiento de los contenidos actitudinales es muy interesante al transmitir mensajes positivos sobre la importancia de la curiosidad ante situaciones nuevas, la necesidad del trabajo en equipo, el intercambio de ideas, la observación crítica de la realidad, gusto por la realización de investigaciones autónomas, respeto por las opiniones de los demás, etc...

4º El material complementario que acompaña a cada vídeo es bastante bueno constituyendo una buena herramienta para el profesor.

De los 20 títulos tiene validez para este ciclo los siguientes:

1. Area y Volumen

Contenidos del vídeo:

Concepto de área

Perímetro como límite que encierra un área.

Concepto de volumen y métodos para realizar su cálculo.

Relación del área o superficie con la presión.

A igual volumen pueden existir áreas de superficie diferentes.

Relación área de superficie-volumen.

2. Ecuaciones y fórmulas

Contenidos del vídeo:

Exposición del concepto de fórmula asemajándola a proporción o receta.

Secuencias de números.

El Álgebra, su inventor, y el "montón" o incógnita, en dibujos animados.

Concepto de equilibrio e igualdad.

Las ecuaciones. Simbología y resolución de ecuaciones.

Algunas ecuaciones sencillas.

3. Fracciones y porcentajes.

Contenidos del vídeo:

Concepto de "mitad" como fracción.

Repartiendo una tarta.

Fracciones sencillas.

Sumar fracciones para completar un conjunto.

Relación entre fracciones y porcentajes.

Cálculo de porcentajes en una oferta.

Otros porcentajes de la vida real.

4. Gráficos.

Contenidos del vídeo:

¿Qué es un gráfico?.

Diferentes hechos reales mostrados mediante gráficos.

Trazado de gráficas mediante líneas rectas y onduladas.

Utilización de los gráficos para realizar predicciones.

Otras maneras de representar datos.

Los planos de situación.

Gráficos engañosos o poco rigurosos utilizados en publicidad.

5. Lógica y resolución de problemas

Contenidos del vídeo:

Lógica. Orden lógico.

Diagramas de flujo.

Secuencias lógicas de números.

Combinación de elementos simples para construir circuitos lógicos con "y" y con "o".

Enigmas de deducción lógica.

Casos prácticos.

Probabilidad y tablas de verdad.

Resolución de problemas mediante la deducción lógica.

6. Números

Contenidos del vídeo:

- Métodos especiales para contar en caso de dificultad.
- Contar en base 6 o en base 2. Ejemplos prácticos.
- Cambio de base (en dibujos animados de fácil comprensión).
- Números negativos, su interpretación y validez.
- El concepto de potenciación. Potencias de 2 y de 3.
- El mayor número conocido, el infinito.

7. Probabilidad

Contenidos del vídeo:

- Probabilidad y casualidad.
- La suerte.
- Las rifas como ejemplo práctico de probabilidad.
- El porcentaje de probabilidades de acierto.
- El uso de la probabilidad en los juegos.
- Gráficos para predecir tendencias y acercarse a la probabilidad.
- Posibilidad de que ocurran acontecimientos muy improbables.
- Probabilidad 0 y 1

8. Razón y escala.

Contenidos del vídeo:

- Introducción al concepto de "escala". Ejemplos de la vida real.
- Ampliación y reducción: el Pantógrafo. Ejemplos en la vida real.
- Modelos a escala y mapas.
- La razón entre números. La bicicleta, un ejemplo práctico.
- Elección de la escala correcta según distintas actividades.
- Cálculo de la razón para medir la altura de un edificio.

9. Formas y ángulos.

Contenidos del vídeo:

- Cálculo de rumbo y situación marcando puntos de referencia.
- Ángulos en la vida cotidiana.
- El ángulo recto.
- Las pirámides. ¿Cómo medían los ángulos los egipcios?
- Diferentes formas de dos dimensiones.
- Relación entre forma y perímetro.
- Los mosaicos. Investigación con formas irregulares.

10. Simetría.

Contenidos del vídeo:

Concepto de Simetría. Variedad de formas simétricas.

Búsqueda de simetrías en objetos cotidianos.

Simetrías en la naturaleza.

Uso de la simetría en el diseño.

Dibujos animados sobre Palíndromos. Reflexión y rotación.

Líneas de rotación.

11. Círculos

Contenidos del vídeo:

Circunferencias y círculos en la vida cotidiana y en la Naturaleza

Algunos problemas con figuras y cuerpos circulares

Definiciones gráficas de círculo, diámetro, radio y circunferencia.

Relación entre diámetro y circunferencia.

La historia de π y sus aproximaciones.

Aplicaciones a situaciones de la vida real

12. Investigación sobre los decimales

Contenidos del vídeo:

Qué son los números decimales y por qué son necesarios

Errores frecuentes en el cálculo con decimales

La importancia de la coma decimal

Cálculos con decimales, sus dificultades

La aparición del 0 y su importancia

14. Mapas y coordenadas

Contenidos del vídeo:

Técnicas de localización mediante mapas

Selección y uso de distintas escalas

Coordenadas en dos dimensiones: mapas, ajedrez, gráficos

Coordenadas en tres dimensiones

Aplicación de mapas y coordenadas en la vida real

15. Medidas

Contenidos del vídeo:

Magnitudes e instrumentos de medida

Medida del diámetro de la Tierra

Precisión en las medidas. Importancia de la elección de las unidades

Medidas del tiempo. Medidas de la velocidad

16. Cálculos aproximados

Contenidos del vídeo:

Importancia de las estimaciones

Diferencia entre estimación y cálculo preciso

Estimación de medidas de tiempos y de diversas magnitudes.

Cálculos de longitudes, áreas y volúmenes

17. Números de Fibonacci y números primos

Contenidos del vídeo:

Diseños numéricos en la naturaleza y en la vida cotidiana.

Sucesiones de Fibonacci en la Naturaleza

El rectángulo áureo y la razón áurea en la Naturaleza y el Arte

Divisibilidad y números primos

Utilizaciones prácticas de la paridad.

18. Estadística

Contenidos del vídeo:

Encuestas y recogida de datos. Importancia de la muestra

Estudio estadístico de un supuesto práctico: accidentes de tráfico

Medidas de centralización: media, moda, mediana

Gráficos estadísticos

Actitud crítica ante informaciones estadísticas.

20. Cómo abordar los problemas

Contenidos del vídeo:

Enmarcando problemas de la vida real.

Tipos de problemas y cómo abordarlos

Estrategias de resolución de problemas: pensar, plantear, experimentar, comprobar

Diferentes modos de abordar problemas

INVESTIGACIONES MATEMATICAS. 10

Productora: BBC Enterprises Limited

Distribuidora en España: International Education & Training Enterprises, S.A. C/
Campoamor 18, 2º A 28004 Madrid. Tfno.: (91) 308 69 25

Es un paquete formado por dos vídeos de 30 minutos cada uno, divididos en bloques autónomos de unos 10 minutos de duración cada uno. Viene acompañado de una guía didáctica con orientaciones generales sobre la utilización didáctica de los vídeos, una breve reseña de los contenidos de cada capítulo y una serie de actividades complementarias relacionadas con los temas tratados en el vídeo para su realización por los alumnos.

Contenidos de los vídeos:

- En proporción:

Reparto proporcional, comparación de proporciones, cubriendo el plano - mosaicos -, mapas y escalas.

- Siempre los números decimales:

Fraciones (dividiendo la unidad en partes), decimales periódicos, aplicación: obtención de cuadrados a partir de rectángulos.

- Progresiones aritméticas:

sucesiones de números, modelos de progr. Aritméticas. Suma de los terminos - método de Gauss -, de las sucesiones a las series.

- El triángulo de Pascal:

numero de rutas en una cuadrícula, modelo cara/cruz, filas del triángulo de Pascal.

Estos dos capítulos por sus contenidos y nivel parecen más adecuados para el segundo ciclo de la E.S.O.

- Introducción a la probabilidad:

acerca de la simetría, experimentaciones, juegos con dados, buscando lo justo, ejemplo: arriba con las dos (juego australiano)

- Consigue los datos:

Estadística, importancia de la muestra, elección de parámetros centrales.

LA AVENTURA DEL CUADRADO

Productora: MICHELE EMMER & FILM 7. Italia

Distribuidora en España: Mare Nostrum C/ Augusto Figueroa 39 1º. 28004 Madrid.

Tfno.: (91) 531 01 70

Vídeo de 29 minutos, perteneciente a la serie: Arte y Matemáticas del mismo autor. El documento consta de dos bloques; en el primero se resaltan los aspectos funcionales y estéticos de la geometría, en concreto de la presencia del cuadrado en multitud de manifestaciones geométricas en el Arte y en los objetos cotidianos. El segundo es una dramatización con objetos reales animados de "Flatlandia", una reflexión lúdico-social acerca de las dimensiones del espacio y de las formas geométricas.

Su utilización en clase requiere un trabajo previo por parte del profesor, en la selección de secuencias, explicaciones complementarias, canalización de los debates sobre las ideas del documento y actividades complementarias.

En el primer bloque, la terminología empleada puede ser algo compleja para los alumnos de este ciclo.

Contenidos del vídeo:

Elementos geométricos en las obras de Kandinsky.

El cuadrado en los elementos de Euclides.

Descomposición de un cubo. Presencia de cuadrados y cubos en los objetos cotidianos.

Cuadrado mágico.

Flatlandia

Historia de dos cuadrados. Lissitzkij

TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS. ENUNCIADO DE THALES

Productora: Centro Nacional de Documentación Pedagógica (C.N.D.P.). Francia
Distribuidora en España: Mare Nostrum C/ Augusto Figueroa 39 1º. 28004 Madrid.
Tfno.: (91) 531 01 70

Vídeo de 32 minutos de duración, en el que mediante dramatizaciones, imágenes reales y animaciones se ponen de manifiesto las distintas transformaciones en el plano y el teorema de Tales de forma muy plástica y divertida. Es un documento sin voz, por lo que la presentación de los distintos conceptos se realiza exclusivamente de forma visual.

Contenidos del vídeo:

Transformaciones geométricas planas: translaciones, homotecias, simetrías y giros.

Semejanza

Composición de isometrías

Teorema de Thales: aplicaciones.

Bibliografía complementaria:

Alonso, Manuel y Matilla, Luis. *Imágenes en acción. Análisis y práctica de la expresión audiovisual en la escuela activa.* Madrid. Ed. Akal. , 1990.

Campuzano Rúiz A. *Tecnologías Audiovisuales y Educación: Una visión desde la práctica.* Madrid AKAL Ed. 1992

Ferrés, Joan. *Como integrar el vídeo en la escuela.* Barcelona. Ediciones CEAC. , 1988.

Ferrés i Prats, Joan. *Vídeo y Educación.* Ed. Laia, Barcelona Cuadernos de Pedagogía. 1988. Funes, Ana. *Retroproyección.* Madrid. Ed. Programa de Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación (PNTIC). MEC. 1989.

González Monclús, Antonino y otros. *El video en el aula.* Madrid. Edita Programa de Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación. MEC. , 1989. 157 págs.

RECURSOS AUDIOVISUALES. CUADERNO EDUCATIVO		
Blogue	Contenidos	Capítulos
números y operaciones; significados, estrategias y simbolización	<ol style="list-style-type: none"> 1. Números naturales, enteros, decimales y fracciones 2. Sentencias numéricas 3. Operaciones 4. Relaciones entre los números 5. Figuras proporcionales 6. Aproximación y estimación de cantidades 7. Algoritmos básicos e instrumentos de cálculo 8. El lenguaje algebraico 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Estructuras 2. Estructuras y contextos 3. Estructuras y operaciones 4. Operaciones 5. Estructuras y relaciones 6. Estructuras y aproximaciones 7. Estructuras y algoritmos 8. Estructuras y lenguaje algebraico
medida, estimación y cálculo de magnitudes	<ol style="list-style-type: none"> 1. Medición de longitudes 2. Sistemas de medida 3. La medida del tiempo 4. La medida de ángulos 5. Medidas aproximadas 6. Mediciones indirectas 8. Instrumentos de medida 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Área y perímetro 2. Área y volumen 3. Área y perímetro 4. Área y volumen 5. Área y volumen 6. Área y volumen 7. Área y volumen 8. Área y volumen
representación y organización en el espacio	<ol style="list-style-type: none"> 1. Elementos geométricos en el plano y en el espacio 2. Sistemas de referencia 3. Figuras y cuerpos 4. Figuras semejantes: la representación a escala 5. Transformaciones isométricas 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Área y volumen 2. Área y volumen 3. Área y volumen 4. Área y volumen 5. Área y volumen 6. Área y volumen 7. Área y volumen 8. Área y volumen

RECURSOS AUDIOVISUALES. CUADRO RESUMEN

Bloque	Contenidos	Materiales
<p>Números y operaciones: significado, estrategias y simbolización</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Números naturales, enteros, decimales y fracciones 2. Notaciones numéricas 3. Operaciones 4. Relaciones entre los números 5. Magnitudes proporcionales 6. Aproximación y estimación de cantidades 7. Algoritmos básicos e instrumentos de cálculo 8. El lenguaje algebraico 	<p>OJO MATEMÁTICO</p> <ol style="list-style-type: none"> 2. Ecuaciones y fórmulas 3. Fracciones y porcentajes. 6. Números 8. Razón y escala. 12. Investigación sobre los decimales 16. Cálculos aproximados 17. Números de Fibonacci y números primos <p>INVESTIGACIONES MATEMÁTICAS. 10</p>
<p>Medida, estimación y cálculo de magnitudes</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Medición de magnitudes 2. Sistemas de medida 3. La medida del tiempo 4. La medida de ángulos 5. Medidas aproximadas 6. Mediciones indirectas 8. Instrumentos de medida 	<p>OJO MATEMÁTICO</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Area y Volumen 9. Formas y ángulos. 14. Mapas y coordenadas 15. Medidas 16. Cálculos aproximados
<p>Representación y organización en el espacio</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Elementos geométricos en el plano y en el espacio 2. Sistemas de referencia 3. Figuras y cuerpos 4. Figuras semejantes: la representación a escala 5. Transformaciones isométricas 	<p>OJO MATEMÁTICO</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Area y Volumen 8. Razón y escala. 9. Formas y ángulos. 10. Simetría. 11. Círculos 14. Mapas y coordenadas <p>LA AVENTURA DEL CUADRADO TRANSFORMACIONES GEOMÉTRICAS. ENUNCIADO DE TIALES</p>

RECURSOS AUDIOVISUALES. CUADRO RESUMEN

Bloque	Contenidos	Materiales
Interpretación, representación y tratamiento de la información	A) Información sobre fenómenos causales: <ol style="list-style-type: none"> 1. Dependencia funcional 2. Características de las gráficas 3. Funciones elementales B) Información sobre fenómenos aleatorios <ol style="list-style-type: none"> 4. Obtención de información 5. Parámetros estadísticos 	OJO MATEMÁTICO 4. Gráficos. 18. Estadística INVESTIGACIONES MATEMÁTICAS. 10
Tratamiento del azar	<ol style="list-style-type: none"> 1. Fenómenos aleatorios y terminología 2. Asignación de probabilidad a sucesos 	OJO MATEMÁTICO 7. Probabilidad INVESTIGACIONES MATEMÁTICAS. 10
Aspectos transversales	<ol style="list-style-type: none"> 1. Lenguaje Matemático y Utilización de la Información 2. Resolución de problemas 	OJO MATEMÁTICO 5. Lógica y resolución de problemas 20. Cómo abordar los problemas LA AVENTURA DEL CUADRADO

RECURSOS INFORMÁTICOS

La selección de los siguientes programas responde a tres tipos de criterios:

I. Introducción

En las orientaciones didácticas del currículum de Matemáticas de la Educación Secundaria Obligatoria se recogen tres de las muchas características de los medios informáticos que tienen especial interés desde un punto de vista didáctico:

El ordenador proporciona una forma cómoda de procesar y representar la información, permitiendo al alumno dedicar más atención al sentido e interpretación de los datos y al análisis de los resultados.

La segunda es la gran rapidez con que el ordenador puede realizar instrucciones y procesos repetitivos.

La tercera, muy condicionada por el tipo de programas que se utilicen, es el alto nivel de interactividad entre el medio y el usuario.

El gran inconveniente que hasta hace muy poco tiempo, e incluso en la actualidad, presentan estos medios es la exigencia de un entrenamiento para familiarizarse con ellos. En la actualidad, y para un futuro inmediato, la apuesta por parte de las empresas productoras de software de facilitar entornos de trabajo cada vez más amigables para el usuario y con niveles de exigencias de conocimientos meramente informáticos cada vez más bajos, han paliado de forma notable esta dificultad añadida.

La evolución vertiginosa del mercado informático del hardware hará, en un plazo muy corto de tiempo, posible el acceso de todos los centros a este tipo de tecnología.

II. Criterios de selección

La selección de los siguientes programas responde a tres tipos de criterios:

II.1. Criterios metodológicos.

No todos los programas, por su estructura, contenidos, exigencia de conocimientos informáticos y requerimiento de hardware, pueden usarse de la misma manera.

En esta línea, se han seleccionado tres tipos de programas:

a) *Para utilización en un aula de informática*

Programas para ser usados por los alumnos, de forma individual o en pequeños grupos - dos o tres alumnos por ordenador - en un aula de informática con varios ordenadores funcionando simultáneamente. Son programas generalmente de Enseñanza Asistida por Ordenador (EAO).

b) *Para su utilización con un solo ordenador en el aula de matemáticas*

Programas aconsejados para ser usados por el profesor, en la línea de utilización del ordenador como pizarra electrónica, complementándolo con otros soportes técnicos como la pantalla de cristal líquido o una tarjeta de salida a un monitor de TV. Son programas más complejos de manejo, pensados como herramientas de propósito general, que se usan puntualmente en el desarrollo ordinario de la clase.

c) *Para uso individualizado como programas de autoaprendizaje*

Son tutoriales para ser utilizados de forma individual por el alumno en actividades de profundización, repaso, refuerzo y evaluación.

II.2. Criterios didácticos.

- Sus contenidos se adecúan a los objetivos y contenidos curriculares de las Matemáticas del primer ciclo de la E.S.O.
- Tienen un rigor conceptual y una estructuración y presentación de los contenidos bastante aceptable y no inducen a lecturas erróneas por parte de los alumnos.
- Propician metodologías activas y la adquisición de forma autónoma de destrezas procedimentales y posibilitan la adquisición y consolidación de conceptos
- Su nivel de interactividad es medio - alto

II.3. Criterios técnicos.

- No requieren ordenadores muy potentes. Pueden ser utilizados en ordenadores PC o compatibles 286 o superiores, aconsejablemente con monitor EGA o VGA o super VGA color y disco duro, aunque esto último no es para la mayoría de los programas necesario.
- No exigen, ni al profesor ni al alumno unos conocimientos informáticos elevados, ni para su instalación ni para su manejo
- No requieren mucho tiempo de entrenamiento para seguir los itinerarios formativos con una cierta soltura.
- En ningún caso demandan del profesor conocimientos de programación

III. Presentación de recursos

Contenidos:

SERIE "AVENTURAS MATEMÁTICAS"

Producción: Anaya.1989

Hardware necesario: PC compatible.640 K de memoria RAM. Monitor color. Una o dos disqueteras o disco duro.

Documentación complementaria:

Aporta guía didáctica y manual de uso elaborados por Ricardo Gómez y Rafael Valbuena.

Son programas de EAO de estructura cerrada (sólo permiten la selección de contenidos e itinerarios al principio del programa). La presentación es en CGA, un tanto limitada. Tienen una cierta posibilidad de utilización para la evaluación.

En un entorno atractivo y motivador para el alumno (un viaje, una aventura...) se le presenta a este una serie de tareas matemáticas que ha de ir superando para el cumplimiento de su misión. Generalmente estos problemas consisten en la elección de la respuesta correcta a una pregunta entre tres opciones posibles que se presentan en pantalla.

Los programas de la serie que se pueden utilizar en este ciclo son:

Aventura Matemática en Europa: Números decimales, longitud, capacidad y masa

Contenidos:

En el contexto de un supuesto viaje por Europa se trabajan los siguientes contenidos

Orden en \mathbb{Z}

Valor absoluto

Opuesto de un número entero

Operaciones elementales

Potenciación en \mathbb{Z}

Operaciones combinadas

Divisibilidad

Notación científica

Introducción a la resolución de ecuaciones

Aventura Matemática en el Mediterráneo: Números racionales, proporciones, ecuaciones

Contenidos:

En el contexto de una aventura por el Mediterráneo se repasan los siguientes contenidos:

Orden en \mathbb{Q}

Fracciones

Operaciones con racionales

Números racionales y decimales

Ecuaciones con solución racional

Porcentajes, descuentos e interés simple

Aventura Matemática en Mesopotamia

Contenidos:

Organizando el trabajo en varios niveles de complejidad se abordan:

El número natural:

Ordenación de números naturales.

Operaciones básicas con naturales.

Propiedades de estas operaciones.

Producto y división por la unidad seguida de ceros.

Potenciación, raíz cuadrada.

Divisibilidad, cálculo de m.c.m y M.C.D.

El número decimal:

Ordenación de números decimales.

Operaciones básicas con decimales.

Producto y división de decimales por la unidad seguida de ceros.

Operaciones combinadas de números decimales y naturales.

Cuadrados y raíces cuadradas de números decimales.

Fracciones:

Ordenación de fracciones.

La fracción como operador.

La fracción equivalente y sus propiedades

Relación entre fracciones y decimales.

Operaciones básicas con fracciones.

Aventura Matemática en el Espacio

Contenidos:

Pares de valores asociados a una función.
Representación de puntos en los ejes cartesianos.
Representación gráfica de las funciones lineales.
Cálculo de formas canónicas.
Funciones equivalentes.
Puntos de corte de una recta con los ejes cartesianos.
Ecuaciones de primer grado.

APUNTES

Autor: Antonio Roldán Martínez.

Producción: Ministerio de Educación y Ciencia.PNTIC- CIDE.1990

PC o compatible. Se recomienda la utilización de dos disqueteras o disco duro.

Pantalla gráfica CGA, admitiendo también EGA y VGA

Documentación complementaria: Guía, bastante completa, de 157 páginas en la que se explican todas las funciones del programa y se dan ejemplos.

El programa es un editor de hojas de trabajo, que permite su utilización como un procesador de textos, incorporando de forma sencilla, la gestión de operaciones de números, fórmulas y tablas, como una hoja de cálculo pero sin su complicación de manejo. Es una herramienta muy útil para generar y presentar trabajos de investigación y experimentación matemática en clase

Contenidos:

Con este programa se puede realizar un trabajo similar al que se realiza con una hoja de papel en la que realizáramos operaciones con una calculadora y relaciones, y presentáramos los resultados en un informe o mediante gráficas.

FUNCIÓN LINEAL. FUNCIÓN AFÍN.

Producción: Idealógic.Ediciones S.M.1989

Autores: E.Gallego.Ernesto Lowy.Serafín Mansilla.José Luis

Robles.Esteban Cueva.Julio Moral.

Hardware necesario: PC o compatible. 256 K de memoria RAM. Ratón opcional.

Documentación complementaria: Guía de 35 páginas en la que se explica el funcionamiento del programa con ejemplos

Contenidos:

Algebra: expresiones literales, ecuaciones.

Función lineal. Proporcionalidad numérica. Representación gráfica de funciones. Familias de rectas (Recta paralelas. Haz de rectas)

ADI ACOMPAÑANTE ESCOLAR: MATEMÁTICAS (7º EGB)

Producción: Coktel Educative, 1991

IBM PC o compatibles y Tandy ; CGA, Hércules, EGA, VGA / MCGA ; 512 KB / 640KB ; DOS 2.11 o posterior

El programa es un tutorial concebido para el autoaprendizaje con un entorno de trabajo agradable y con un alto nivel de interactividad.

Contenidos:

Geometría: simetrías axiales, figuras simples (triángulos, cuadriláteros, construcciones geométricas), perímetros, áreas, volúmenes.

Números: operaciones - cálculo, división euclidiana, divisibilidad, múltiplos, fracciones, proporcionalidad, porcentaje, ecuaciones, cálculo mental.

ADI ACOMPAÑANTE ESCOLAR: MATEMÁTICAS (8º EGB)

Producción: Coktel Educativo

Contenidos:

Geometría: simetrías axiales, simetrías centrales, figuras planas, ángulos, áreas y volúmenes.

Números: fracciones - simplificación, suma, resta, multiplicación y operaciones combinadas -, proporcionalidad - escalas, velocidad, porcentajes -, cálculo mental

Algebra: expresiones literales, ecuaciones.

SUPERMÁTICAS. MICROLAB DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Producción: DEGEM SYSTEMS. 1991

IBM PC o compatibles; pantalla gráfica CGA, EGA, VGA, dos unidades de 5 1/4" 360 KB o una de 3 1/2" de 720 KB. MS DOS 3.1 o posterior. Consejable disco duro y ratón

Documentación complementaria: dos guías, una para el docente para la preparación de sesiones y utilización como herramienta tutorial y otra general para la instalación y utilización del programa

Bajo una metodología de resolución de problemas, el programa presenta un amplio temario, con posibilidad de selección previa de contenidos y de personalización para cada alumno, por parte del profesor, en que el alumno ha de analizar el problema, seleccionar y reunir los datos y la información necesaria para abordarlo, aplicar los conceptos, algoritmos y procedimientos apropiados y presentar la solución contextualizada seleccionando unidades y aplicando las conclusiones a preguntas adicionales relacionadas con el problema.

El nivel de interactividad es bastante alto, permitiendo el acceso al alumno en todo momento a ayudas tanto de conceptos teóricos implicados en el problema como a algoritmos y fórmulas para su resolución, mediante sugerencias, consejos o resolución guiada del problema

Bastantes de los contenidos sobrepasan los niveles de esta etapa. Este inconveniente puede verse paliado por el hecho de que el profesor puede seleccionar los problemas que ha de resolver el alumno entre los de nivel más bajo.

Contenidos:

El programa consta de 7 cursos divididos en 22 módulos,
Cada módulo contiene varios temas.

Aritmética: Decimales; fracciones, porcentajes. Estimación. Unidades y medidas. Números con signo. Tablas y gráficos. Trabajo con datos. Razones y proporciones. Potencias y raíces; notación científica.

Geometría: Rectas y ángulos. Figuras bidimensionales: polígonos y círculo. Figuras tridimensionales: áreas y volúmenes del cubo, el cilindro, la esfera y el cono.

Algebra: Dibujos a escala. Medidas: Precisión, exactitud y tolerancia. Problemas con raíces y potencias.

Uso de fórmulas. Ecuaciones lineales, sistemas. Gráficas, coordenadas. Funciones cuadráticas

Probabilidad y estadística: Estadística: Cálculo de la media; cálculo de la mediana; cálculo de la tendencia central; cálculo del intervalo; uso de la desviación estándar.

Probabilidad: probabilidad de un suceso; intersección de sucesos; unión de sucesos; sucesos ciertos o imposibles; cálculo de probabilidades; unión e intersección de sucesos; sucesos complementarios-

GEOMOUSE

Producción: PNTIC-CIDE

IBM PC o compatibles; pantalla gráfica EGA, VGA, unidad de 3 1/2" de 720 KB. MS DOS 3.1 o posterior.

Es un programa más bien concebido para uso del profesor, bien para su uso como pizarra gráfica o como herramienta para preparar y presentar problemas geométricos en el plano, en papel o transparencias.

Tiene una presentación muy atractiva y es de fácil manejo, sin necesidad de tener conocimientos previos de informática.

Incorpora una serie de rutinas geométricas (trazar segmentos, punto medio de un segmento, trazar circunferencias, trazar ángulos, medir segmentos, ángulos, trazar perpendiculares y paralelas, etc...) ejecutables de forma cómoda mediante botones activos.

Tiene así mismo una biblioteca de problemas preparados que el profesor puede ir aumentando.

DE LUXE PAINT II ENHANCED

Producción: Electronics Arts

IBM PC o compatibles con disco duro; pantallas gráficas Hércules, CGA, EGA, VGA, MCGA. MS DOS 2.11o posterior. Ratón compatible Microsoft

Es un programa clásico de dibujo asistido por ordenador. Lo que le hace aconsejable para este ciclo y para ciclos posteriores es la versatilidad de sus herramientas geométricas que permiten trazar de forma directa rectas, cuadrados, rectángulos polígonos, curvas, círculos y elipses.

Las herramientas de perspectiva y simetría, junto a la de pincel, que permite ampliar y reducir, girar y distorsionar gráficos pueden constituir una interesante herramienta para usar por el profesor a la hora de preparar materiales de geometría, sobre figuras y formas en el plano, transformaciones en el plano, mosaicos, teselas...

Puede ser utilizado por los alumnos, aunque exige un proceso de aprendizaje del programa previo. Es más aconsejable su utilización por el profesor con pantalla de cristal líquido para el conjunto de la clase o como herramienta para generar materiales.

*El Ordenador en Matemáticas. Proyecto de la fase de extensión. Madrid, MEC-
PNTIC, 1992.*

MICROSOFT WORKS

Producción: Microsoft Corporation

IBM PC o compatibles con disco duro; CGA, EGA, VGA, MCGA. MS DOS 3.0 o posterior. Ratón compatible Microsoft. Existe en versión MS DOS y en versión Windows

Es un paquete integrado formado por cinco herramientas:

El Procesador de textos para escribir y editar documentos

La Hoja de cálculo instrumento válido para el tratamiento de informaciones numéricas funcionales, estadísticas, para simular procesos aleatorios, etc

Los Gráficos para convertir los números de la hoja de cálculo en representaciones gráficas estadísticas y funcionales

La Base de datos para recoger, organizar e imprimir información

Aunque es un programa de fácil manejo, quizás no sea aconsejable como instrumento para ser usado de forma sistemática por los alumnos en la clase, a menos que la utilización de algunas de sus partes se realice mediante prácticas guiadas por el profesor.

Este tipo de prácticas implican el diseño por el profesor de modelos de hojas de cálculo en que los alumnos han de volcar la información para estudiar de forma numérica y/o gráfica los resultados de situaciones y procesos. La herramienta de gráficos asociados a la hoja de cálculo puede ser una ayuda inestimable para el estudio gráfico de informaciones estadísticas asociadas a fenómenos familiares para los alumnos y a situaciones próximas a ellos.

Bibliografía complementaria

El Ordenador en Matemáticas. Proyecto de la fase de extensión. Madrid. MEC-PNTIC. 1992

RECURSOS INFORMÁTICOS. CUADRO RESUMEN

Bloque	Contenidos	Materiales
<p>Números y operaciones: significado, estrategias y simbolización</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Números naturales, enteros, decimales y fracciones 2. Notaciones numéricas 3. Operaciones 4. Relaciones entre los números 5. Magnitudes proporcionales 6. Aproximación y estimación de cantidades 7. Algoritmos básicos e instrumentos de cálculo 8. El lenguaje algebraico 	<p>Aventura Matemática en Europa: Números decimales, longitud, capacidad y masa Aventura Matemática en el Mediterráneo: Números racionales, proporciones, ecuaciones Aventura Matemática en Mesopotamia Apuntes ADI Acompañante escolar Supermáticas. Microlab de Resolución de Problemas Microsoft Works</p>
<p>Medida, estimación y cálculo de magnitudes</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Medición de magnitudes 2. Sistemas de medida 3. La medida del tiempo 4. La medida de ángulos 5. Medidas aproximadas 6. Mediciones indirectas 8. Instrumentos de medida 	<p>Aventura Matemática en Europa: Números decimales, longitud, capacidad y masa ADI Acompañante escolar Supermáticas. Microlab de Resolución de Problemas Geomouse</p>
<p>Representación y organización en el espacio</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Elementos geométricos en el plano y en el espacio 2. Sistemas de referencia 3. Figuras y cuerpos 4. Figuras semejantes: la representación a escala 5. Transformaciones isométricas 	<p>Supermáticas. Microlab de Resolución de Problemas ADI Acompañante escolar Geomouse De Luxe Paint II Enhanced</p>

RECURSOS INFORMÁTICOS. CUADRO RESUMEN

Bloque	Contenidos	Materiales
Interpretación, representación y tratamiento de la información	A) Información sobre fenómenos causales: 1. Dependencia funcional 2. Características de las gráficas 3. Funciones elementales B) Información sobre fenómenos aleatorios 4. Obtención de información 5. Parámetros estadísticos	Aventura Matemática en el Espacio Apuntes Función lineal. Función afín. ADI Acompañante escolar Supermáticas. Microlab de Resolución de Problemas Microsoft Works
Tratamiento del azar	1. Fenómenos aleatorios y terminología 2. Asignación de probabilidad a sucesos	Supermáticas. Microlab de Resolución de Problemas Microsoft Works
Aspectos transversales	1. Lenguaje Matemático y Utilización de la Información 2. Resolución de problemas	Apuntes Supermáticas. Microlab de Resolución de Problemas De Luxe Paint II Enhanced Microsoft Works

Consideraciones generales sobre el uso de materiales	39
Criterios utilizados para seleccionar materiales	60
Españoles y libros de españoles	61
Follecillos	67
Dados	72

RECURSOS MATERIALES

Crear y troquelados	77
Tablero de ecuaciones	82

Juegos

- Cuadrados mágicos	89
- Mensajes secretos	93
- Dominós	98
- Tableros para jugar a "el patito"	100

Autoras:

Carmen CALVO ALDEA
Isabel CALLEJO OLMOS
Rosa FORNIES REJAS
Angelines GARCÍA GIL
Maria F. JIMENEZ GARIJO
Lidia VIVAS ARCE

CONSIDERACIONES GENERALES SOBRE EL USO DE MATERIALES

El sentido del uso de materiales en el aula de matemáticas es potenciar un acercamiento intuitivo a los contenidos que se van a trabajar.

La introducción de cualquier material didáctico en el área de Matemáticas, debe ir precedida de un primer contacto libre y espontáneo de los alumnos y alumnas con los materiales. Este primer contacto permite que el chico y la chica encuentren todo su interés, curiosidad y atención en la exploración en sí, lo que les permitirá descubrir usos, posibilidades, etc. del material.

Es importante que, en estos primeros momentos, no se le den orientaciones ni normas; es interesante que cada uno explore los materiales y que se intercambien las ideas y opiniones que les han sugerido. Después de esta exploración al margen de los contenidos, se debe promover la reflexión sobre lo que se está haciendo para trascender el material concreto, simbólico y en definitiva abstracto, lo que permitirá interiorizar los conceptos matemáticos y después aplicarlos.

Consideraciones generales sobre el uso de materiales	59
Criterios utilizados para seleccionar materiales	60
Espejos y libros de espejos	61
Policubos	67
Dados	72
Creator y troquelados	77
Tablero de ecuaciones	82

Juegos

- Cuadrados mágicos	89
- Mensajes secretos	93
- Dominós	97
- Tableros para jugar a "el puente"	100

CONSIDERACIONES GENERALES SOBRE EL USO DE MATERIALES

El sentido del uso de materiales en el aula de matemáticas es potenciar un acercamiento intuitivo a los contenidos que se van a trabajar.

La introducción de cualquier material didáctico en el área de Matemáticas, debe ir precedida de un primer *contacto libre y espontáneo* de los alumnos y alumnas con los materiales. Este primer contacto permite que el chico y la chica centren todo su interés, curiosidad y atención en la exploración en sí, lo que les permitirá descubrir características, posibilidades, etc. del material.

Es importante que, en estos primeros momentos, no se le den orientaciones ni normas; es interesante que cada uno explore los materiales y que se intercambien las ideas y opiniones que les han sugerido. Después de esta exploración al margen de los contenidos matemáticos, el grupo está en mejores condiciones para utilizar el material como soporte, modelo o recurso didáctico para la comprensión de los contenidos matemáticos que se trabajan con él. Para ello, mientras se están utilizando, se debe promover la reflexión sobre lo que se está haciendo para trascender el material concreto y transformar la manipulación y visualización en algo más gráfico, simbólico y en definitiva abstracto, lo que permitirá interiorizar los conceptos matemáticos y después aplicarlos en situaciones diferentes.

Un mismo material puede utilizarse *en diferentes momentos* del proceso de aprendizaje y con *diferente finalidad*. Por ejemplo, se puede emplear para la comprensión de un procedimiento, para la consolidación del mismo y además como elemento motivador dado el carácter lúdico de la mayoría de ellos. Con frecuencia un material presenta numerosas posibilidades para visualizar, analizar, relacionar conceptos, lo que permite iniciar y avanzar en el proceso de generalización y abstracción.

Otra consideración a tener en cuenta en la utilización de materiales en el aula es la conveniencia de emplear, siempre que sea posible, *más de un recurso* para trabajar un mismo contenido matemático, pues cada uno, aporta un aspecto concreto y no es fácil abarcar los diferentes matices con un único material. En este sentido se puede afirmar que no hay mejores ni peores recursos sino que para determinados aspectos y contenidos hay unos más indicados que otros.

Sin embargo, frente a esta riqueza, no puede olvidarse que no todos los conceptos matemáticos pueden trabajarse con materiales e incluso que si el uso que se hace de los mismos, no es el adecuado, puede ocurrir que el alumnado no lo trascienda, dificultando la abstracción y por tanto no "haciendo matemáticas". Por ello, nunca se debe perder de vista que los materiales son un medio y han de utilizarse con mesura, teniendo muy claras las funciones que pueden cumplir y sabiendo que un buen uso favorece la elaboración de conceptos matemáticos pero que el abuso o mal uso puede obstaculizarlo.

CRITERIOS UTILIZADOS PARA SELECCIONAR LOS MATERIALES

Para la selección que a continuación se indican se han tenido en cuenta diversos criterios:

1. Que un mismo material permita trabajar contenidos diferentes o en distintos momentos en el proceso de su aprendizaje. Por ejemplo, que inicie el concepto de eje de simetría pero que también sirva para consolidar las características de los polígonos, clases de ángulos, etc.
2. Todos los que se presentan han sido utilizados en las aulas para realizar las actividades que se indican y otras que por la limitación del documento no se incluyen. Se han seleccionado aquellos que a lo largo de varios años han sido experimentados por diferentes personas en distintas aulas y con alumnado diverso. En todos los casos la valoración ha sido muy positiva.
3. Por último, todos estos materiales son de fácil adquisición, bien porque su comercialización está generalizada o porque pueden ser elaborados, bien por el profesorado, bien en el aula por el propio grupo.

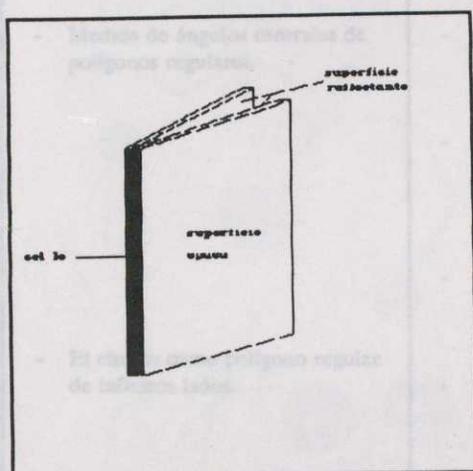
ESPEJOS Y LIBROS DE ESPEJOS

Contenidos que se trabajan

Descripción del material

Se pueden utilizar espejos propiamente dichos u otras superficies reflectantes que tienen la ventaja de no romperse y de que no cortan; se encuentran en las casa distribuidoras de material didáctico. Otra opción interesante es comprar una plancha¹ de espejo de plástico y pedir que corten las piezas en rectángulos de 8 x 12 cm. (de cada plancha se obtienen unos 180 espejos).

El libro de espejos se construye con facilidad uniendo los espejos por el lomo con cinta de celo, de manera que las superficies reflectantes de las dos piezas queden hacia el interior del libro, procurando que se abra y cierre con facilidad.



La utilización tanto del espejo simple como del libro de espejos tiene como objeto, fundamentalmente:

- favorecer la **visualización** (de ejes de simetría, polígonos...)
- **analizar**, de modo informal, las propiedades de las figuras que se han percibido mediante la experimentación.

Así, dentro de los niveles VAN HIELE² propuestos para la enseñanza de la Geometría (visualización, análisis, deducción informal, deducción formal y rigor), los espejos son un material muy interesante para trabajar los dos primeros y, unidos a otros (transportador de ángulos,...), propiciar la consecución del tercer nivel, en el estudio de algunos conceptos.

Es un material altamente motivante que genera por sí mismo actitudes positivas hacia las matemáticas.

¹ Ceplasa. Central de plásticos S.A. C/ Cardenal Cisneros 45. 28010 MADRID

² CORBERAN, R.M. et Clic (1989): "Didáctica de la Geometría: modelo Van Hiele. Servei de Publicacions. Universitat de Valencia.

Contenidos que se trabajan

Con un espejo

Conceptos	Procedimientos	Actitudes
<p>Con un espejo</p> <ul style="list-style-type: none"> - Aproximación al concepto de simetría axial. - Eje de simetría. - Simetrías en las figuras geométricas. 	<ul style="list-style-type: none"> - Identificación de transformaciones isométricas: traslaciones, giros y simetrías. 	<ul style="list-style-type: none"> - Sensibilidad ante las cualidades estéticas de las configuraciones geométricas, reconociendo su presencia en la naturaleza y en el arte.
<p>Con el libro de espejos</p> <ul style="list-style-type: none"> - Clasificación de polígonos: regulares e irregulares. - Algunos elementos característicos de los polígonos regulares: apotema y ángulo central. - Medida de ángulos centrales de polígonos regulares. - El círculo como polígono regular de infinitos lados. - Polígonos estrellados. Estudio de las regularidades de los elementos de los polígonos estrellados. 	<ul style="list-style-type: none"> - Obtención de polígonos regulares y observación de su descomposición en triángulos para analizarlos. - Utilización del transportador para medir ángulos centrales de polígonos regulares. - Utilización de tablas para recoger los datos obtenidos en las medidas anteriores. - Búsqueda de regularidades para la obtención del ángulo central de un polígono regular según el nº de lados. - Utilización del lenguaje algebraico para expresar la medida del ángulo central de un polígono regular. - Obtención de las relaciones entre los elementos del círculo y de polígonos regulares: $r = a;$ $2 r = P$ y sustitución de los mismos en la fórmula $S = (P \times ap): 2$, a fin de obtener la de la superficie del círculo. - Obtención de polígonos estrellados, mediante el libro de espejos y un segmento. 	<ul style="list-style-type: none"> - Curiosidad e interés por investigar sobre formas, configuraciones y relaciones geométricas - Curiosidad e interés por investigar regularidades. - Reconocimiento y valoración de la medida como elemento de relación entre diferentes lenguajes, conceptos y métodos matemáticos.

Una vez finalizada, a partir del análisis de las figuras que se pueden obtener y de las que no se pueden obtener, se descubrirán las condiciones que ha de cumplir una figura para que sea simétrica.

Ejemplos para su utilización

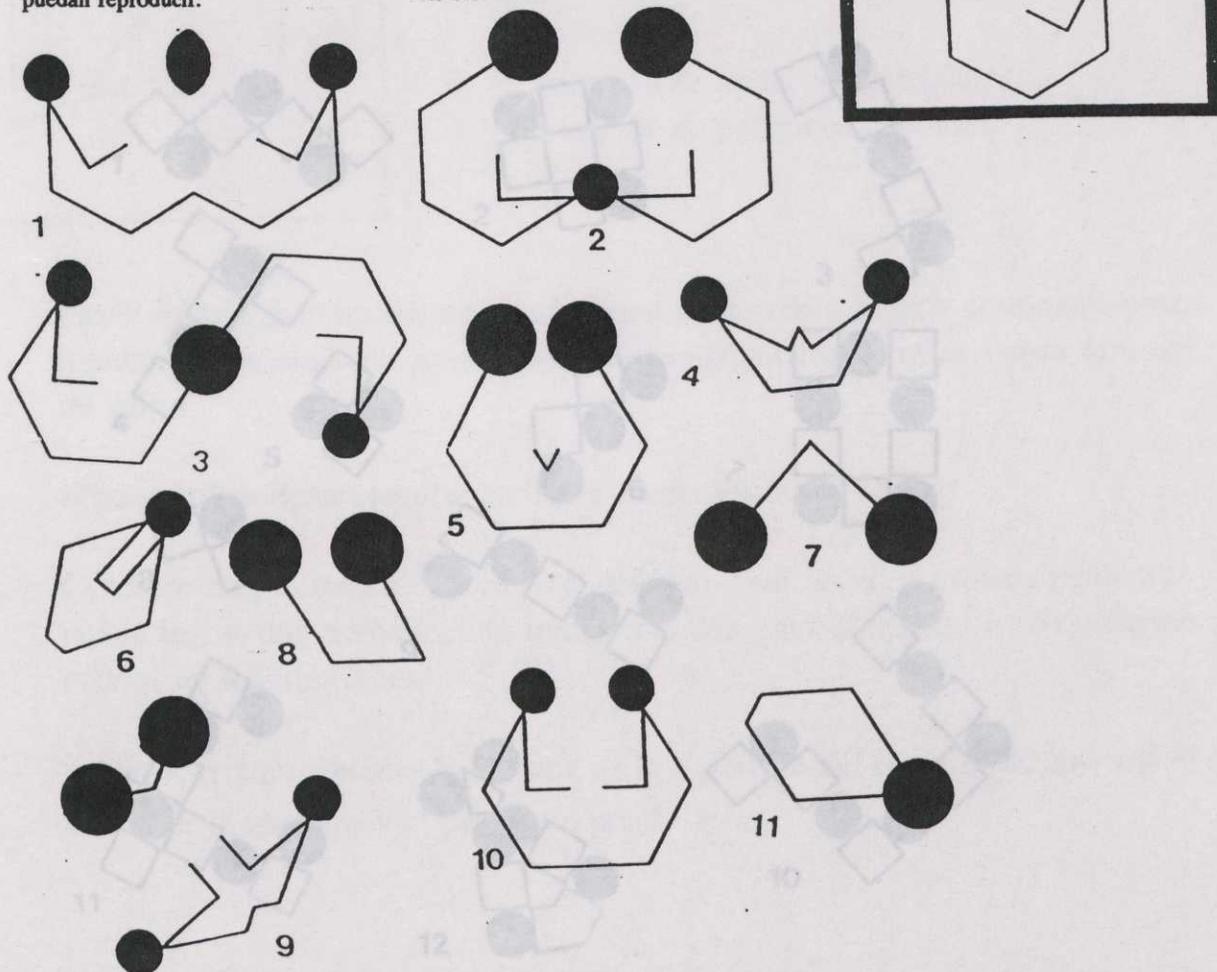
Con un espejo

Visualización y análisis de ejes de simetría axial

- Se proporciona al alumnado una hoja como la del modelo³, en la que viene descrita la actividad, que se propone en un primer momento como un juego.

Fíjate en la figura patrón que hay en el recuadro, vas a intentar reproducir cada una de las siguientes figuras, colocando el espejo en el lugar adecuado de esta figura patrón.

Ten cuidado, pues algunas figuras quizás no se puedan reproducir.

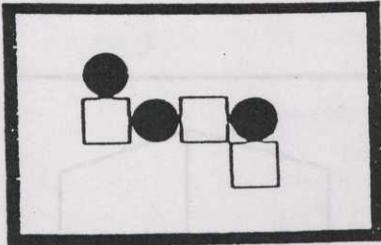


- Una vez finalizada, a partir del análisis de las figuras que se pueden obtener y de las que no se pueden obtener, se descubrirán las condiciones que ha de cumplir una figura para que sea simétrica.

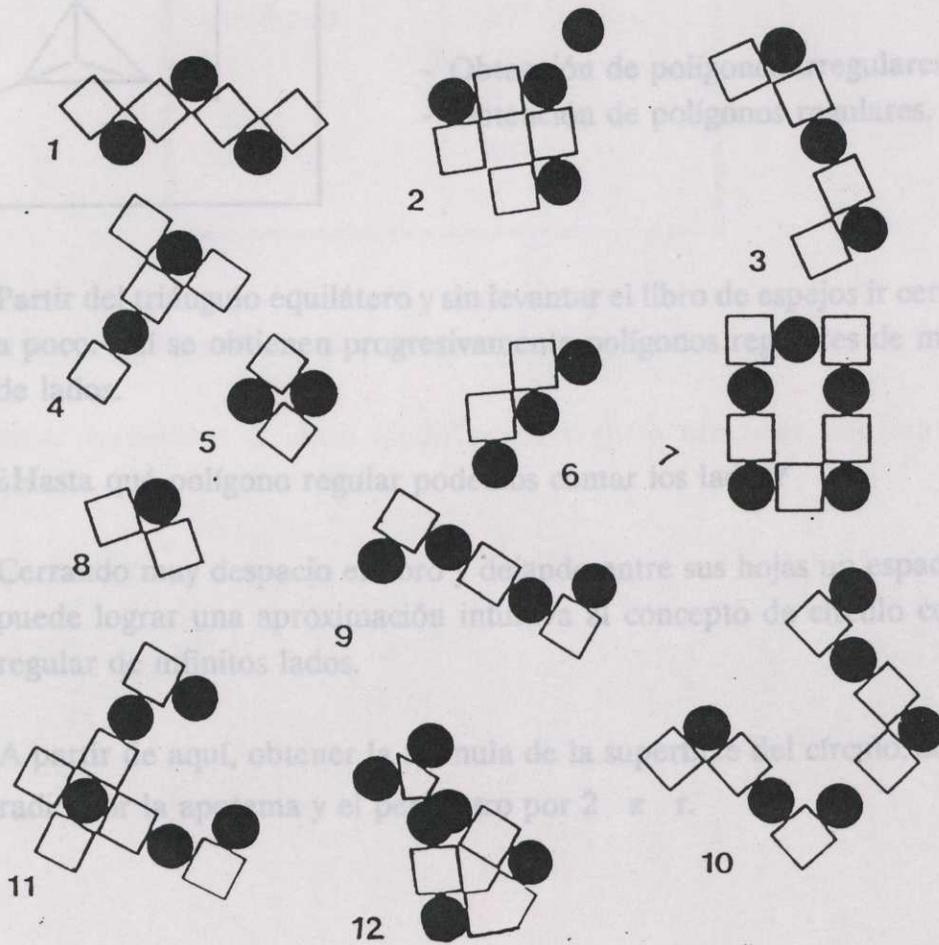
³ Adaptado de the Mirror Puzzle Book. Marion Walter. Tarquin Publication. Norfolk. England.

La actividad que aparece en este segundo modelo ofrece mayor dificultad; se hace más hincapié en el análisis de la figura y de sus ejes de simetría y, supone buscar "media figura" en el modelo.

FIGURA PATRON

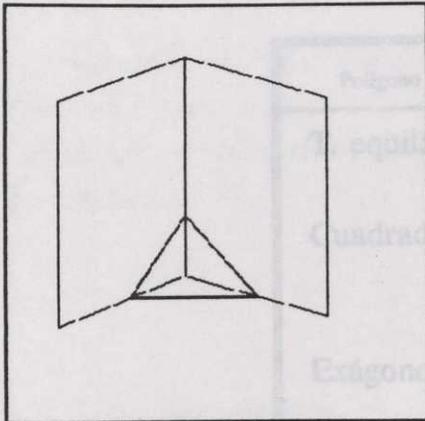


Observa muy bien cada una de las figuras y, sin probar con el espejo, imagina cómo puedes obtenerlas a partir del modelo y de tu espejo. Una vez que estés seguro o segura coloca el espejo para comprobar si tu hipótesis era cierta o no.



Con el libro de espejos

Visualización y análisis de polígonos regulares e irregulares. Aproximación al concepto de círculo como polígono regular de infinitos lados.



- Colocando el libro de espejos perpendicularmente sobre un segmento dibujado en un folio, se puede pedir:

- Obtención de polígonos irregulares.
- Obtención de polígonos regulares.

- Partir del triángulo equilátero y sin levantar el libro de espejos ir cerrándolo poco a poco. Así se obtienen progresivamente polígonos regulares de mayor número de lados.

- ¿Hasta qué polígono regular podemos contar los lados?

- Cerrando muy despacio el libro y dejando entre sus hojas un espacio mínimo se puede lograr una aproximación intuitiva al concepto de círculo como polígono regular de infinitos lados.

- A partir de aquí, obtener la fórmula de la superficie del círculo, sustituyendo el radio por la apotema y el perímetro por $2 \pi r$.

Medida del ángulo central

- Colocando el espejo sobre el segmento, de forma que se obtenga un triángulo equilátero y colocando un transportador en la parte superior del libro, se mide la amplitud del ángulo central.
- Se recogen los resultados en una tabla

Polígono regular	Medida a. central
T. equilátero	120°
Cuadrado	90°
Exágono	60°

- Se miden los ángulos centrales del cuadrado, exágono...
- Formular conjeturas ¿cuánto medirán los ángulos centrales del pentágono y del eneágono?
- Comprobarlar con el espejo.

Descripción del material

Los policubos son piezas iguales en forma de cubo. Están contruidos en madera, plástico, porespán...pudiendose engarzar unos con otros por una cara, mediante pegamento o pivotes, y formando, así, diversas composiciones geométricas.

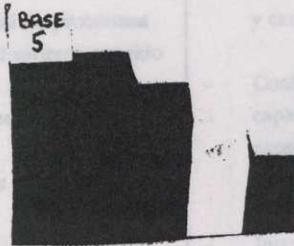
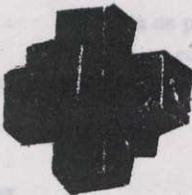
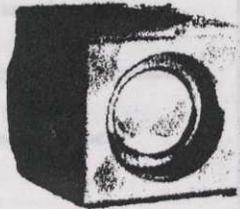
Existen en las casas especializadas en materiales didácticos, policubos de plásticos de diversos colores de dos cm. de arista y con pivotes para su unión. Los policubos de un cm. de arista (centicubo) son especialmente adecuados para trabajar concepto y medida de volumen.

Registralos en figuras y cuerpos.

Relación entre el volumen de cuerpos...

Tímido

Vistas



Ejemplos de utilización

Hay un hilo conductor en la presentación de las actividades que se pueden realizar con este material. En torno a los procedimientos (construcción y representación; estimación y medida; expresión verbal gráfica y simbólica) se agrupan conceptos y actitudes.

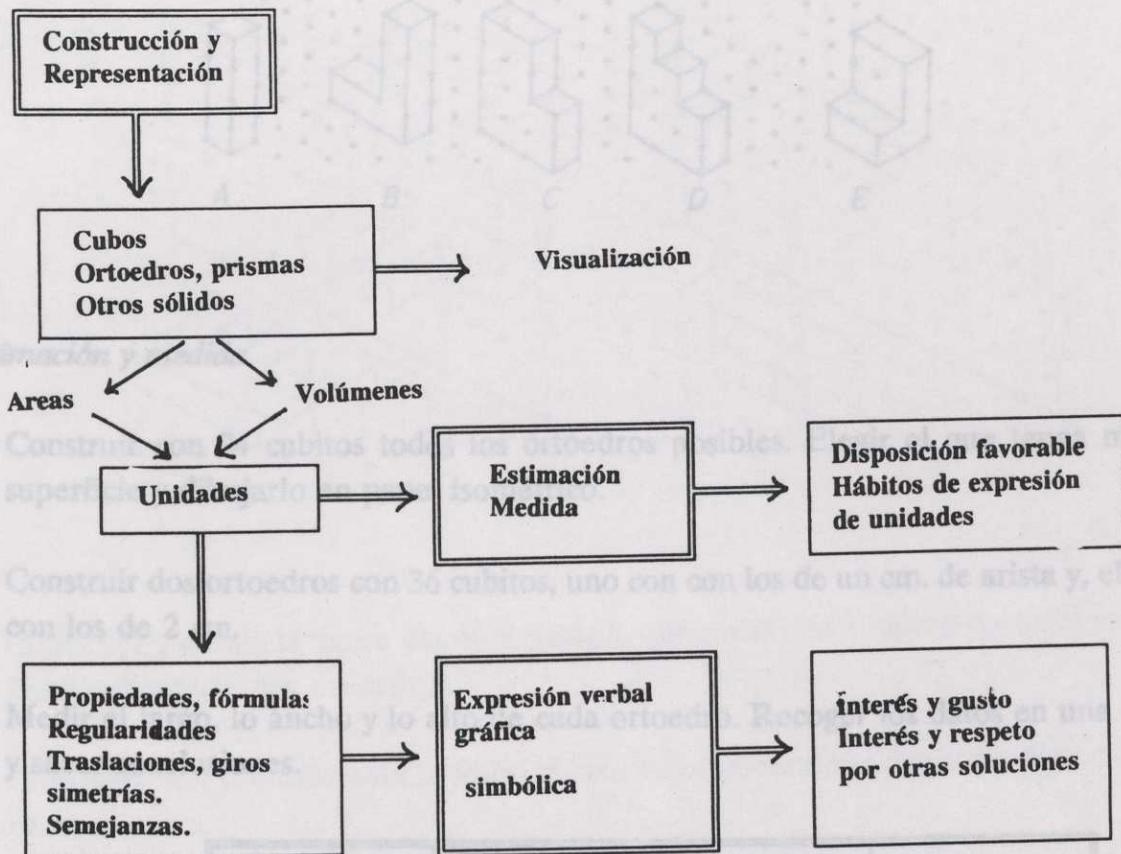
Contenidos que se trabajan

Conceptos	Procedimientos	Actitudes
<ul style="list-style-type: none"> - Unidades de volumen - Relación área volumen. Conservación - Fórmulas para calcular el volumen de cubos, ortoedros y prismas. - Relaciones de paralelismo y perpendicularidad en el espacio. - Regularidades en figuras y cuerpos. - Relación entre el volumen de cuerpos semejantes. - Traslaciones, giros y simetrías. - Visualización espacial 	<ul style="list-style-type: none"> - Representación isométrica y proyectiva de cuerpos contruidos con policubos. - Utilización del vocabulario adecuado para interpretar y transmitir informaciones sobre los cuerpos contruidos, así como sobre su tamaño. - Estimación del volumen de cuerpos y expresión de sus unidades. - Medida del volumen de cubos, ortoedros y prismas. - Descripción verbal de problemas geométricos y del proceso seguido en su resolución. Confrontación con otros posibles procesos. - Utilización de los instrumentos de dibujo. - Identificación de la semejanza entre cuerpos geométricos y obtención del factor escala. - Búsqueda de propiedades y regularidades en cuerpos. 	<ul style="list-style-type: none"> - Incorporación al lenguaje cotidiano de los términos de medida para describir objetos. - Disposición favorables para realizar, estimar y calcular medidas de cuerpos. - Hábitos de expresar los resultados numéricos de las mediciones indicando las unidades de medida utilizadas. - Interés y gusto por la descripción verbal precisa de formas y características geométricas. - Confianza en las propias capacidades para percibir el espacio y resolver problemas geométricos. - Interés y respeto por las estrategias y soluciones a problemas geométricos, distintas de las propias.

Ejemplos para su utilización

Hay un hilo conductor en la presentación de las actividades que se pueden realizar con este material. En torno a los procedimientos (construcción y representación; estimación y medida; expresión verbal gráfica y simbólica) se agrupan conceptos y actitudes.

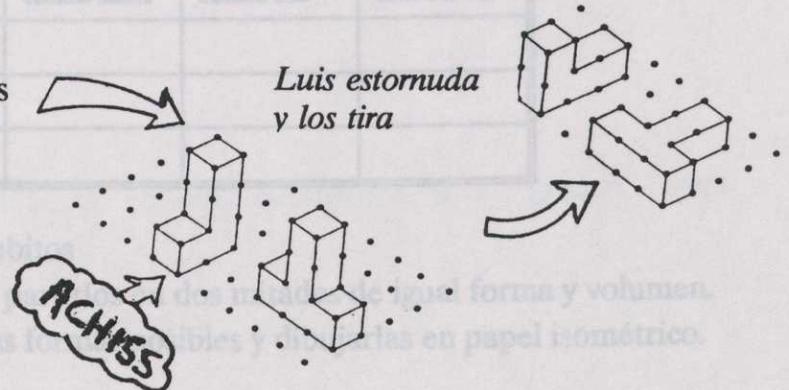
Aquí hay más tetracubos y otros sólidos. Dibójalos cuando Luis ya ha estornudado.



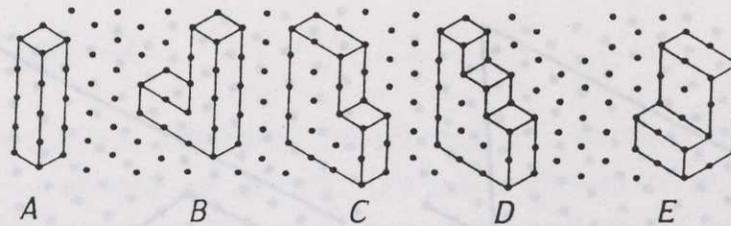
Construcción y representación

- Construir todos los tetracubos posibles (un tetracubo son cuatro cubos unidos por sus caras). Representarlos en papel isométrico. Construir con algunas o todas las piezas de los tetracubos, cubos, ortoedros, prismas...

- Olga construye dos tetracubos



Aquí hay más tetracubos y otros sólidos. Dibújalos cuando Luis ya ha estornudado.



Estimación y medida

- Construir con 24 cubitos todos los ortoedros posibles. Elegir el que tenga mayor superficie y dibujarlo en papel isométrico.
- Construir dos ortoedros con 36 cubitos, uno con los de un cm. de arista y, el otro con los de 2 cm.

Medir el largo, lo ancho y lo alto de cada ortoedro. Recoger los datos en una tabla y sacar conclusiones.

Arista ortoedro	Largo	Ancho	Alto
1 cm.			
2 cm.			

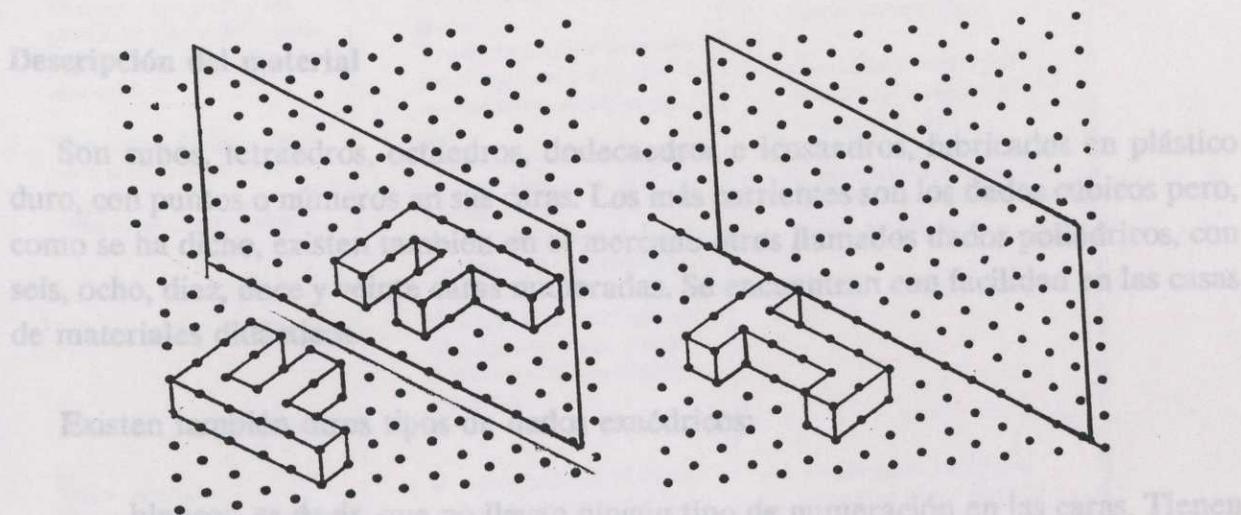
Expresión verbal, gráfica y simbólica

- Con los ortoedros contruidos con 24 cubitos recoger datos en la tabla y buscar una forma rápida de calcular el volumen.

Ortoedro	cubitos largo	cubitos ancho	cubitos alto	total cubitos
A				
B				
...				

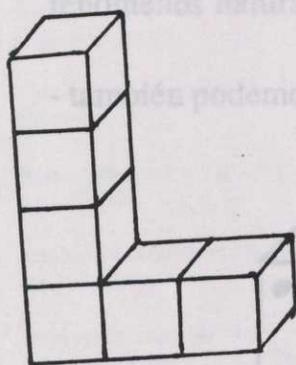
- Construir un cubo de $2 \times 2 \times 2$ cubitos
Imaginar como darles cortes para partirlos en dos mitades de igual forma y volumen.
Construir esas mitades de todas las formas posibles y dibujarlas en papel isométrico.

- Esto representa un espejo reflejando la letra F.



Construye y dibuja la figura del otro ejemplo que resultaría al reflejarse en el espejo. Puedes ayudarte con un espejo.

- Construye con polícubo esta L. Fabrica otra L aumentando el doble las dimensiones de la primera.



Cuenta la cantidad de cubitos de ambas L.

Construye una tabla y recoge en ella los datos

¿Cuántas L "pequeñas" puedes hacer con los cubitos de la L "grande". Saca conclusiones.

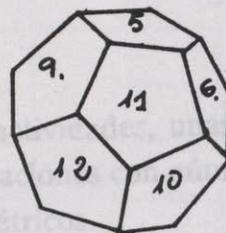
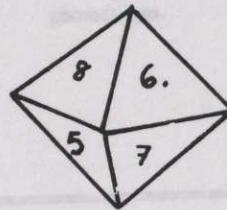
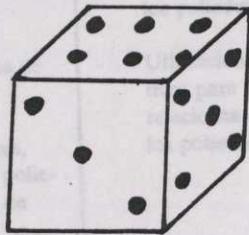
D A D O S

Descripción del material

Son cubos, tetraedros, octaedros, dodecaedros e icosaedros, fabricados en plástico duro, con puntos o números en sus caras. Los más corrientes son los dados cúbicos pero, como se ha dicho, existen también en el mercado otros llamados dados poliédricos, con seis, ocho, diez, doce y veinte caras numeradas. Se encuentran con facilidad en las casas de materiales didácticos.

Existen también otros tipos de dados exaédricos:

- blancos, es decir, que no llevan ningún tipo de numeración en las caras. Tienen la ventaja de que podemos trabajar con ellos repetidamente, según el campo numérico que nos interese.
- existen dados "cargados", en los que las apariciones de las seis caras no son equiprobables. Es muy interesante y divertido para el alumnado averiguar dónde está la carga y la probabilidad de aparición de las diversas caras.
- existen también en el mercado dados "exaédricos" muy pequeñitos de 0,5 cm. de arista, que utilizados en grandes cantidades son muy interesantes para simular fenómenos naturales en los que interviene el azar.
- también podemos encontrar dados de signos matemáticos, potencias de dos, etc.



Conceptos	Procedimientos	Actitudes
<ul style="list-style-type: none"> - Obtención por medios empíricos, de información sobre regularidades en situaciones aleatorias. Frecuencias absolutas, relativas y porcentuales. Gráficas estadísticas usuales. 	<ul style="list-style-type: none"> - Utilización de distintos lenguajes. Verbal: vocabulario adecuado para cuantificar y describir situaciones relacionadas con azar. Gráfico: elaboración de gráficas para representar fenómenos aleatorios. Simbólico: Utilización de la fórmula de la probabilidad. - Formulación y comprobación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios. 	<ul style="list-style-type: none"> - Actitud positiva para cuantificar la probabilidad. - Curiosidad e interés por investigar fenómenos relacionados con el azar. - Sentido crítico ante las creencias populares sobre fenómenos aleatorios.
<ul style="list-style-type: none"> - Números enteros. Manejo y significado. Operaciones con números enteros: la suma, resta, producto y división. 	<ul style="list-style-type: none"> - Representación de números enteros en rectas numéricas. - Comparación y ordenación de números enteros. - Elaboración y utilización de estrategias personales de cálculo mental. - Utilización de los algoritmos de suma, resta, producto y división de números enteros. 	<ul style="list-style-type: none"> - Confianza en las propias capacidades para afrontar cálculos numéricos. - Disposición favorable a la revisión y mejora del resultado de cualquier conteo o cálculo. - Sensibilidad y gusto por la presentación ordenada y clara de los resultados obtenidos en cálculos numéricos.
<ul style="list-style-type: none"> - Fenómenos aleatorios y terminología para describirlos: <ul style="list-style-type: none"> - imprevisibilidad y regularidades en fenómenos y experimentos aleatorios. - posibilidad de realización de un suceso. - Relaciones entre los lados de un triángulo. - Elementos característicos de los poliedros. - Relaciones entre las caras, vértices y aristas de los poliedros convexos: fórmula de Euler. 	<ul style="list-style-type: none"> - Obtención de números aleatorios. - Planificación y realización de experiencias sencillas para estudiar el comportamiento de fenómenos de azar. - Búsqueda de regularidades en los poliedros. - Utilización de métodos inductivos para la obtención de las relaciones entre elementos de los poliedros. 	<ul style="list-style-type: none"> - Reconocimiento y valoración de las matemáticas para interpretar, describir y predecir situaciones inciertas. - Sensibilidad, gusto y precisión en la observación y diseño de experiencias relativas a fenómenos de azar. - Curiosidad e interés por investigar sobre relaciones geométricas.

Ejemplos para su utilización

Se presentan diversos tipos de actividades, unas para trabajar el azar, otras para consolidar los algoritmos de las operaciones con números enteros y, finalmente, otras en las que se trabajan conceptos geométricos.

Podrá ampliarse la actividad con tres o más dados (dos positivos y uno negativo o viceversa).

De la misma manera se pueden trabajar las otras operaciones de números enteros y poniendo otras condiciones para ganar.

El triángulo (juego para dos jugadores o jugadoras)

Se utiliza un dado icosaédrico.

El jugador A lanza 3 veces el dado. Gana si con los tres números obtenidos, utilizados como medida de los lados se puede formar un triángulo. El jugador B en caso contrario.

¿Cuál de los dos jugadores prefieres ser?

Habrá que investigar previamente que condiciones han de cumplir los lados para formar triángulo: $a + b > c$

Se debe sugerir recoger los datos en una tabla, es importante no anotar los números obtenidos hasta después de haber realizado las tres tiradas.

a	b	c	¿forman triángulo?

Posteriormente, a partir del análisis de los resultados obtenidos y recogidos en la tabla, deberán optar por ser el jugador A o él B.

Siempre que se trabaje el azar mediante simulaciones o juegos con dados, ruletas, etc. Es importante hacerles reflexionar sobre:

- la imposibilidad de predecir con certeza el resultado de una experiencia aleatoria.
- cuantas más veces se repita el experimento, más elementos de juicio habrá para tomar una decisión sobre qué opción adoptar (si se trata de ello en el juego)
- el azar produce regularidades.

Obtención de la fórmula de Euler

Trabajo de grupo

Material: un juego de dados poliédricos para cada grupo.

Analizar cada uno de los poliedros y anotar los datos en la siguiente tabla.

poliedro	nº de caras	nº vértices	nº caras + vértices	aristas

- Analizar la tabla.
- ¿Existe alguna relación aritmética entre la suma del nº de caras + el nº de vértices y el nº de aristas.
- Investigar si se cumple la ley con poliedros convexos no regulares.
- Investigar si se cumple la ley con poliedros estrellados.

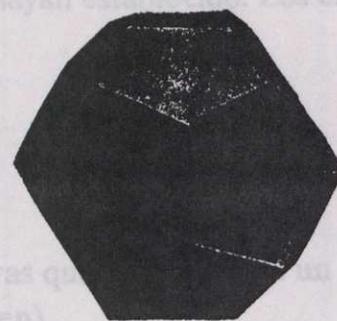
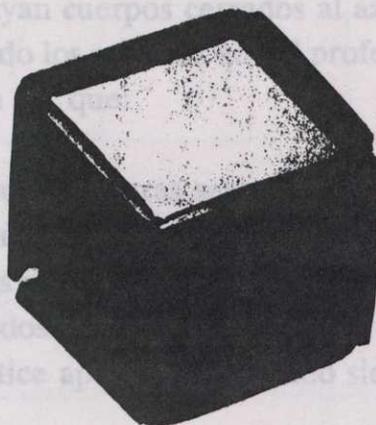
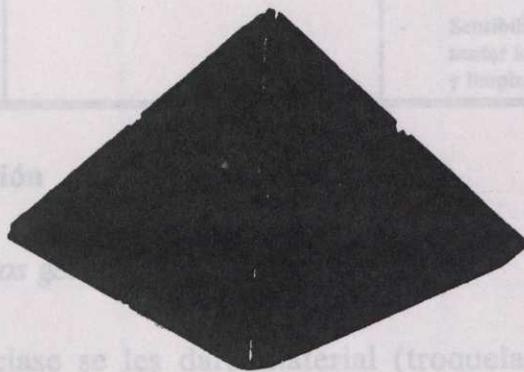
Toda esta actividad se puede realizar con el creador, que tiene la ventaja sobre los dados de que el alumno o la alumna construye las figuras y que éstas son más grandes; sin embargo los dados nos han sido perfectamente útiles en casos en los que no teníamos aquél material disponible.

Descripción del material

El creator es un conjunto de piezas de plástico de diferentes colores (rojo verde y azul). Tienen forma de polígonos regulares de igual lado (triángulos, cuadrado y pentágonos). Las piezas llevan en sus lados unos entrantes y salientes, que actúan como bisagra y les permite unirse unas con otras.

Existe otro material, que cumple la misma función, llamado "Material de Plot" o troquelado. Se compone de hojas de cartón de polígonos regulares (de 3, 4, 5, 6, 8, 10 y 12 lados), con aristas de igual longitud y otros dos irregulares (rectángulo y triángulo isósceles). Las dimensiones de los lados del rectángulo coinciden con las de los lados del triángulo isósceles. En este triángulo su lado desigual tiene la misma longitud que los lados de los polígonos regulares. Todos los polígono están bordeados por unas pestañas que permiten unirlos con gomas elásticas.

Este material desarrolla la creatividad, la intuición espacial, la visualización de los elementos de los cuerpos. Además, permite descubrir las relaciones entre caras, aristas y vértices. También es interesante para consolidar la medida de los ángulos de los polígonos regulares y para descubrir el ángulo polédrico de los cuerpos geométricos.



Contenidos que se trabajan

Conceptos	Procedimientos	Actitudes
<ul style="list-style-type: none"> - Medida, estimación y cálculo de magnitudes - Medición de magnitudes <p>La medida como información cuantitativa del tamaño.</p> <p>Áreas y volúmenes</p> <ul style="list-style-type: none"> - Medida de ángulos planos y diedros. <p>Sistema sexagesimal</p> <ul style="list-style-type: none"> - Fórmulas para calcular áreas de cuerpos geométricos. 	<ul style="list-style-type: none"> - Utilización de diferentes lenguajes. - Expresión de medidas en unidades adecuadas y utilizando los instrumentos con precisión y de acuerdo con el contexto. 	<ul style="list-style-type: none"> - Hábito de expresar los resultados numéricos de la mediciones manifestando las unidades de medida utilizada.
<ul style="list-style-type: none"> - Representación y ordenación de formas espaciales. - Clasificación de cuerpos atendiendo a diversos criterios. - Elementos característicos de los poliedros. - Regularidades en cuerpos. 	<ul style="list-style-type: none"> - Construcción de cuerpos geométricos. - Desarrollo plano de cuerpos. - Formulación y comprobación de conjeturas sobre propiedades geométricas. - Utilización de modelos inductivos y deductivos para descubrir propiedades geométricas de los cuerpos. 	<ul style="list-style-type: none"> - Sensibilidad para descubrir la belleza de configuraciones geométricas, en la naturaleza, el arte y la técnica. - Interés y gusto por la descripción verbal precisa de formas geométricas. - Curiosidad e interés por investigar propiedades y regularidades en los cuerpos geométricos. - Sensibilidad y gusto para presentar los trabajos con orden y limpieza.

Ejemplos para su utilización

Construir y clasificar cuerpos geométricos

- A cada grupo de la clase se les dará material (troquelado o creador) para que construyan cuerpos cerrados al azar. Cada grupo clasificará los cuerpos construidos siguiendo los criterios que el profesor o ellos mismos hayan establecido. Los criterios pueden ser que:
 - todas las caras sean polígonos regulares,
 - tengan las caras regulares e iguales,
 - los polígonos sean cóncavos o convexos,
 - todos los vértices sean congruentes (todas las caras que confluyen en un mismo vértice aparecen siguiendo siempre el mismo orden).

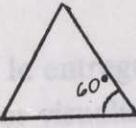
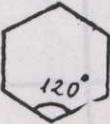
Una vez clasificados, se reflexiona para deducir el número máximo y mínimo de polígonos que pueden concurrir en un mismo vértice.

- Con el material dado construirán todos los posibles cuerpos que se pueden formar con triángulos equiláteros. Lo mismo con los cuadrados, pentágonos, exágonos...

Completarán la tabla y sacarán conclusiones a partir de las cuales deducirán cuales son los cuerpos regulares.

Poliedro regular	Número de caras	Número de vértices	Número de aristas

Investigando poliedros regulares

POSIBLES CARAS DEL POLIEDRO	NUMERO CARAS POR VERTICE	SUMA DE ANGULOS EN CADA VERTICE	POLIEDRO REGULAR
			
			
			
			

Investigando el Teorema de Euler

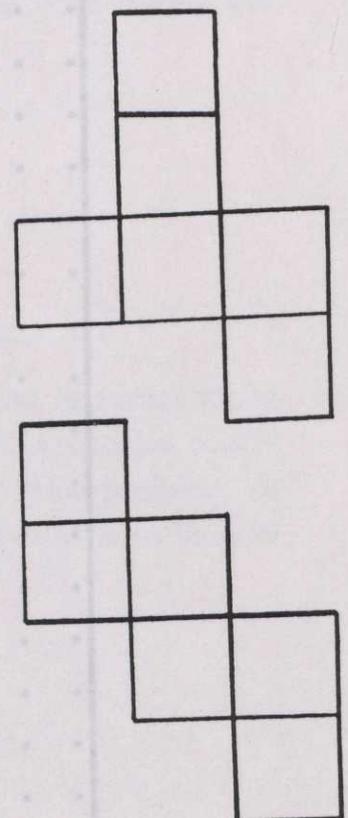
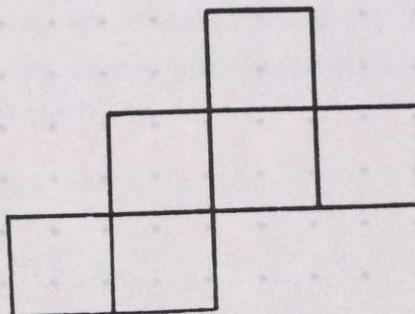
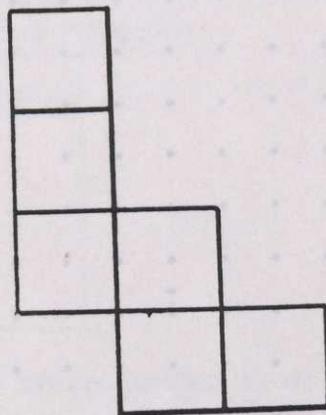
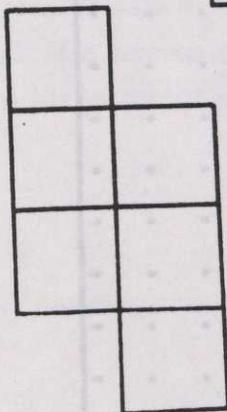
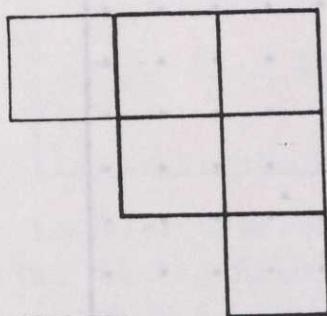
- Posteriormente, utilizando el creador o troquelados, comprobarán las conjeturas. A partir de los poliedros regulares construidos se recogerán datos en una tabla para descubrir la relación que hay entre caras, aristas y vértices.

Poliedro regular	Número de caras	Número de vértice	Número de aristas

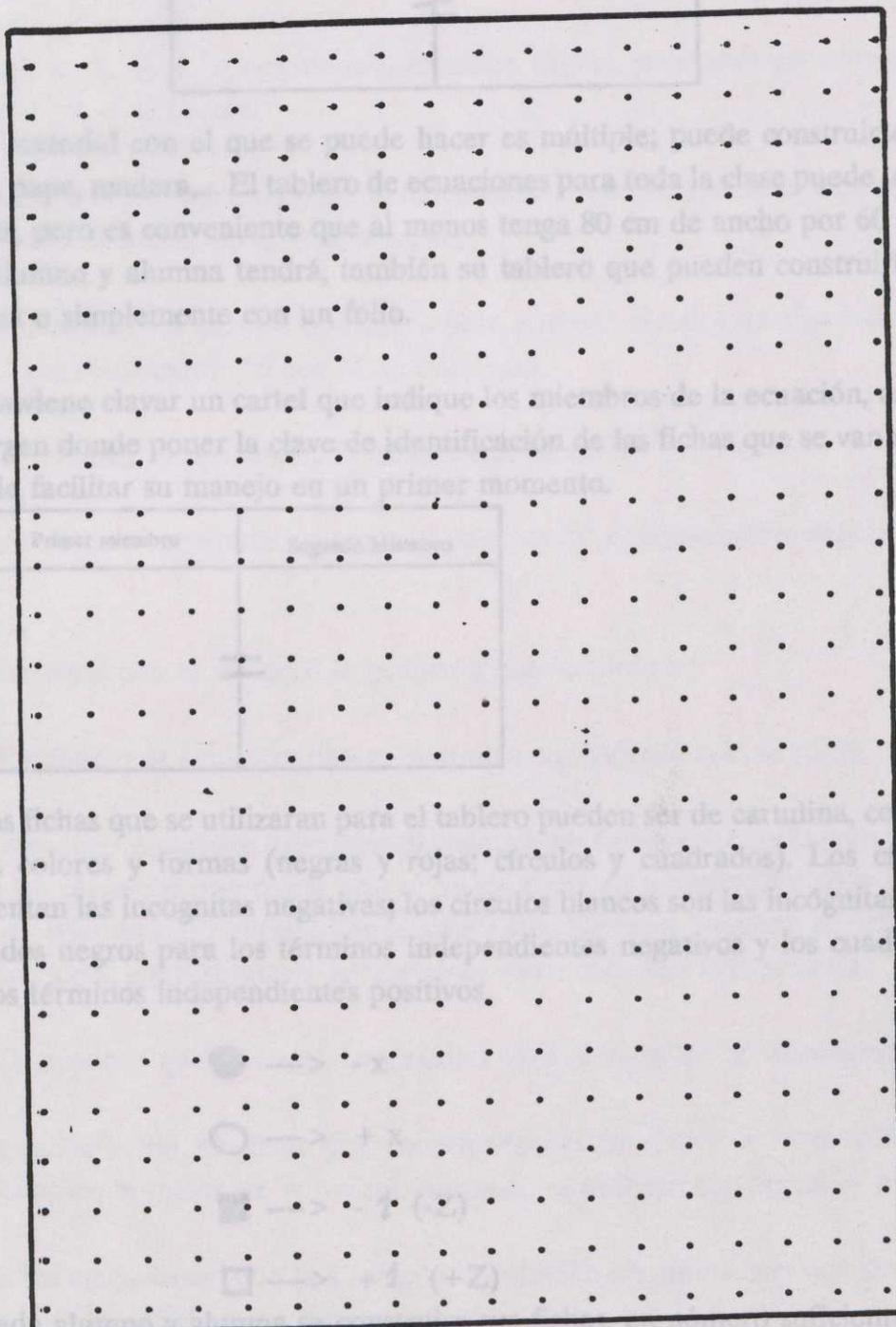
- Comprobarán la generalización con otros poliedros no regulares.

Desarrollo plano del cubo

Se le entrega al alumnado una hoja con las figuras que aparecen a continuación para que por visualización, sin material, digan cuáles son desarrollo plano del cubo y cuáles no.



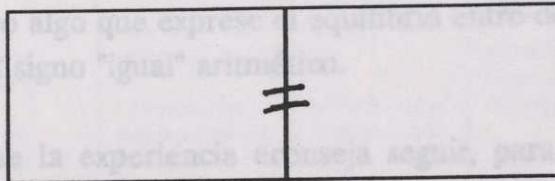
- Posteriormente, utilizando el creador o troquelados, comprobarán las conjeturas realizadas.
- Sobre una hoja punteada, similar a la que se dibuja a continuación, harán otros desarrollos planos con la ayuda del material.
- Por último, se hará una puesta en común para extraer algunas de las condiciones que debe cumplir el desarrollo plano del cubo.



TABLERO DE ECUACIONES

Descripción del material

El tablero de ecuaciones consta de una superficie rectangular dividida por la mitad mediante una línea vertical excepto en el centro donde aparece el signo igual (=).



El material con el que se puede hacer es múltiple; puede construirse con cartón, corcho, pape, madera,... El tablero de ecuaciones para toda la clase puede tener medidas variadas, pero es conveniente que al menos tenga 80 cm de ancho por 60 cm. de largo. Cada alumno y alumna tendrá, también su tablero que pueden construirlo con media cartulina o simplemente con un folio.

Conviene clavar un cartel que indique los miembros de la ecuación, así como dejar un margen donde poner la clave de identificación de las fichas que se van a utilizar, con el fin de facilitar su manejo en un primer momento.

Primer miembro	Segundo Miembro
=	

Las fichas que se utilizaran para el tablero pueden ser de cartulina, construyendolas en dos colores y formas (negras y rojas; círculos y cuadrados). Los círculos negros representan las incógnitas negativas; los círculos blancos son las incógnitas positivas; los cuadrados negros para los términos independientes negativos y los cuadrados blancos para los términos independientes positivos.

● ----> - x

○ ----> + x

■ ----> - 1 (-Z)

□ ----> + 1 (+Z)

Cada alumno y alumna se construya sus fichas, en número suficiente.

Algunas consideraciones

El "tablero de ecuaciones" es un material que permite trabajar la ecuación como equilibrio entre dos miembros; por eso si se manipula en un miembro, para que el equilibrio no se rompa hay que hacer lo mismo en el otro miembro.

Es interesante haber utilizado antes una balanza para que entiendan el signo "igual" de la ecuación como algo que exprese el equilibrio entre dos miembros de la ecuación, diferenciándolo del signo "igual" aritmético.

El proceso, que la experiencia aconseja seguir, para trabajar con el tablero de ecuaciones es el siguiente:

1. Obtener el valor de x manipulativamente, neutralizando una ficha positiva con otra negativa de la misma forma.
2. Realizar los dibujos oportunos para obtener el valor de x y, a la vez, expresar simbólicamente lo que se va haciendo.
3. Realizar la resolución de ecuaciones de forma simbólica.

Para obtener manipulativamente el valor de " x " es conveniente seguir los siguientes pasos:

- Expresar con el material la ecuación que se plantee.
- Simplificar la ecuación obteniendo otra equivalente más sencilla.
- Introducir en *los dos miembros* del tablero las fichas necesarias para ir neutralizando los términos oportunos, con el fin de dejar en un miembro sólo a la " x " y en el otro miembro un término independiente. De esta manera se irán obteniendo ecuaciones equivalentes a la que se dé pero cada vez más sencillas.
- Comprobar que es cierta la igualdad para el valor de " x " encontrado.

Se recomienda empezar por ecuaciones del tipo $a + x = b$, continuando con ecuaciones en la forma $ax = b$ y terminando el proceso con las $ax + b = c$.

En las ecuaciones que la x tenga una solución no entera hay que dividir en partes iguales la ficha o fichas que correspondan.

Contenidos que se trabajan

Conceptos	Procedimientos	Actitudes
<ul style="list-style-type: none"> - Números naturales, enteros, decimales y fraccionarios. - Jerarquía de las operaciones: paréntesis. - Significado y uso de la suma, resta, multiplicación y división. - Algoritmos para operar con números enteros, decimales y fraccionarios sencillos. - Significado y uso de las propiedades de las operaciones. - Vocabulario algebraico. - Significado y uso de las letras para representar números. - Reglas para desarrollar y simplificar expresiones literales. 	<ul style="list-style-type: none"> - Interpretación y utilización de los números, las operaciones y el lenguaje algebraico en diferentes contextos, eligiendo la notación más adecuada para cada caso. - Formulación verbal de problemas numéricos y algebraicos. - Elaboración y utilización de estrategias personales de cálculo mental y escrito. - Utilización de los algoritmos tradicionales de suma, resta, multiplicación y división con números enteros, decimales y fraccionarios. - Utilización de diferentes procedimientos para efectuar cálculos de manera más sencilla. - Utilización de la jerarquía y propiedades de las operaciones y de las reglas de uso de los paréntesis en cálculos escritos y en la simplificación de expresiones algebraicas sencillas. - Resolución de ecuaciones de primer grado por transformación algebraica de manera manipulativa, gráfica y simbólica. - Búsqueda y expresión de propiedades, relaciones y regularidades en conjuntos de números. - Identificación de problemas numéricos diferenciando los elementos conocidos de los que se pretende conocer y los relevantes de los irrelevantes. - Reducción de problemas numéricos complejos a otros más sencillos para facilitar su comprensión y resolución. - Decisión sobre que operaciones son adecuadas en la resolución de problemas numéricos. 	<ul style="list-style-type: none"> - Valoración de la precisión, simplicidad y utilidad del lenguaje numérico y del álgebra para representar, comunicar o resolver diferentes situaciones de la vida cotidiana. - Sensibilidad, interés y valoración crítica ante las informaciones y mensajes de naturaleza numérica. - Reconocimiento y valoración crítica de la utilidad para la vida cotidiana de la resolución de ecuaciones. - Confianza en las propias capacidades para afrontar problemas y realizar cálculos y estimaciones numéricas. - Perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones. - Disposición favorable a la revisión y mejora del resultado. - Interés y respeto por las estrategias y soluciones de ecuaciones distintas de las propias. - Sensibilidad y gusto por la presentación ordenada y clara del proceso seguido y de los resultados obtenidos en problemas y cálculos numéricos.

Ejemplos para su utilización

Reconocimiento del material a utilizar

1ª Actividad

Coloca las fichas correspondientes en el tablero para expresar las siguientes ecuaciones algebraicas:

a) $x + 2 - 3 = -4 - x + 1$

b) $3 - x + 4 = -1 + 3$

c) $x - 1 + x - 3 - x = 1 - x + 2 - x$

d) $-x - x + 4 = 1 + x$

a)

Primer miembro	Segundo miembro

$$x + 2 - 3 = -4 - x + 1$$

b)

Primer miembro	Segundo miembro

$$3 - x + 4 = -1 + 3$$

c)

Primer miembro	Segundo miembro

$$x - 1 + x - 3 = 1 - x + 2 - x$$

d)

Primer miembro	Segundo miembro

$$-x - x + 4 = 1 + x$$

2ª Actividad

Representa en el tablero con las fichas correspondientes los siguientes enunciados.

a) Tu dinero más 13 pts. es igual a 19 pts.

b) Mi edad más cuatro años es igual a 16

a)

Primer miembro	Segundo miembro

$$x + 13 = 19$$

b)

Primer miembro	Segundo miembro

$$x + 4 = 16$$

Resolución de ecuaciones

3ª Actividad

Ecuación de la forma: $a + x = b$

$$2 + x = 6$$

a)

Primer miembro	Segundo miembro

$$2 + x = 6$$

b)

Primer miembro	Segundo miembro

$$2 + (-2) + x = 6 + (-2)$$

c)

Primer miembro	Segundo miembro

$$x = 4$$

d)

Primer miembro	Segundo miembro

4ª Actividad

Ecuación de la forma: $a + x + b = c + d$

$$3 + x + 1 - 2 = -2 + 3 + 5$$

a)

Primer miembro	Segundo miembro

$$3 + x + 1 - 2 = -2 + 3 + 5$$

b)

Primer miembro	Segundo miembro

$$x + 2 = 6$$

c)

Primer miembro	Segundo miembro

$$x + 2 + (-2) = 6 + (-2)$$

d)

Primer miembro	Segundo miembro

$$x = 4$$

5ª Actividad

Ecuación de la forma: $a + x + b + x = c + d$

$$-x + 3 - x + x + 1 = 4 - 2 + 1$$

a)

Primer miembro	Segundo miembro

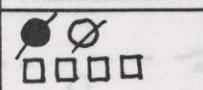
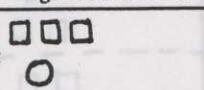
$$-x + 3 - x + x + 1 = 4 - 2 + 1$$

b)

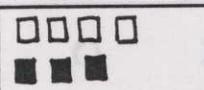
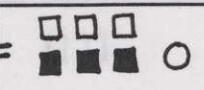
Primer miembro	Segundo miembro

$$-x + 4 = 3$$

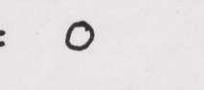
c)

Primer miembro	Segundo miembro
	
$=$	
$-x + x + 4 = 3 + x$	

d)

Primer miembro	Segundo miembro
	
$=$	
$4 - 3 = 3 - 3 + x$	

e)

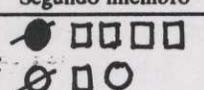
Primer miembro	Segundo miembro
	
$=$	
$x = 1$	

6ª Actividad:

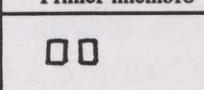
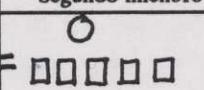
Ecuación de la forma: $a = b + x$

$$-1 + 3 = -x + 4 + x - 1 + x$$

a)

Primer miembro	Segundo miembro
	
$=$	
$-1 + 3 = -x + 4 + x + 1 + x$	

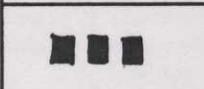
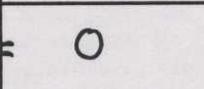
b)

Primer miembro	Segundo miembro
	
$=$	
$2 = x + 5$	

c)

Primer miembro	Segundo miembro
	
$=$	
$2 + (-5) = x + 5 + (-5)$	

d)

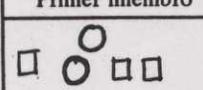
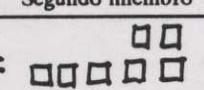
Primer miembro	Segundo miembro
	
$=$	
$-3 = x$	

7ª Actividad:

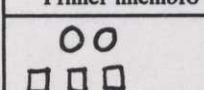
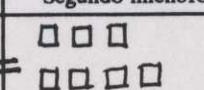
Ecuación de la forma: $ax + b = c$

$$x + 1 + x + 2 = 7$$

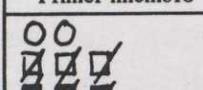
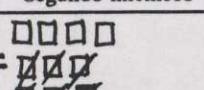
a)

Primer miembro	Segundo miembro
	
$=$	
$x + 1 + x + 2 = 7$	

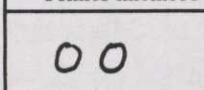
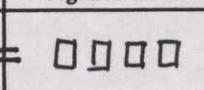
b)

Primer miembro	Segundo miembro
	
$=$	
$2x + 3 = 7$	

c)

Primer miembro	Segundo miembro
	
$=$	
$2x + 3 + (-3) = 7 + (-3)$	

d)

Primer miembro	Segundo miembro
	
$=$	
$2x = 4$	

e)

Primer miembro	Segundo miembro
○ ----- ○	□ □ ----- □ □

f)

Primer miembro	Segundo miembro
○	= □ □

$$\frac{2x}{2} = \frac{4}{2}$$

$$x = 2$$

Los juegos de matemáticas pueden utilizarse en cualquier momento del desarrollo de los contenidos que estén trabajando, tanto si lo que se pretende es la comprensión de un concepto, como su consolidación o su aplicación.

Tiene la enorme ventaja de su motivación intrínseca y, a poco que nos pongamos a pensar en el trabajo matemático que realiza nuestro alumnado cuando están ocupados con un dominó o descifrando un mensaje secreto, nos daremos cuenta de que introducir aspectos lúdicos en la clase de matemáticas es una cosa muy seria.

Se presentan a continuación diversos tipos de juegos, muchos de ellos los puede construir el profesor o profesora o incluso el alumnado; otros son de fácil adquisición en las casas que distribuyen material. Vamos a analizar diversos juegos: (mensajes secretos, dominó, bingos, cuadrados mágicos, tableros)¹.

Conceptos	Procedimientos	Actitudes
<ul style="list-style-type: none"> - Interiorización y comprensión de todo el tiempo numérico trabajado en el ciclo. - Interiorización y comprensión de conceptos geométricos. - Interiorización y comprensión de equivalencia entre medidas. 	<ul style="list-style-type: none"> - Consolidación de los diferentes algoritmos trabajados en el ciclo. - Estimación y utilización de otras formas personales de cálculo mental. - Utilización de la calculadora (en algunos juegos). - Utilización de diversas estrategias para contar o estimar cantidades. - Búsqueda y expresión de propiedades, relaciones y regularidades. 	<ul style="list-style-type: none"> - Curiosidad e interés por enfrentarse a problemas matemáticos y investigar las regularidades y relaciones que aparecen en contextos de números y conceptos geométricos. - Confianza en las propias capacidades para afrontar problemas y realizar cálculos y estimaciones matemáticas. - Interés y respeto por las estrategias y soluciones a problemas matemáticos y geométricos diseñados de las propias.

CUADRADOS MÁGICOS

Un cuadrado mágico es una disposición cuadrada de números enteros, 1 a n^2 , colocados sin repetición en cada una de las casillas, de forma que la suma de cada fila, de cada columna y de las diagonales, sea constante. El número "n" establece el orden del cuadrado.

¹ Se pueden encontrar muchos de otros juegos para trabajar el álgebra en "Ideas y actividades para enseñar álgebra" Grupo Atarquié (1971) Síntesis, Madrid.

Los juegos son un recurso que se puede utilizar en la clase de matemáticas en cualquier momento del aprendizaje de los contenidos que se estén trabajando, tanto si lo que se pretende es la comprensión de un concepto, como su consolidación o su aplicación.

Tiene la enorme ventaja de su motivación intrínseca y, a poco que nos pongamos a pensar en el trabajo matemático que realiza nuestro alumnado cuando están ocupados con un dominó o descifrando un mensaje secreto, nos daremos cuenta de que introducir aspectos lúdicos en la clase de matemáticas es una cosa muy seria.

Se presentan a continuación diversos tipos de juegos, muchos de ellos los puede construir el profesor o profesora e incluso el alumnado; otros son de fácil adquisición en las casas que distribuyen material. Vamos a analizar diversos juegos: (mensajes secretos, dominós, bingos, cuadrados mágicos, tableros)⁴.

Conceptos	Procedimientos	Actitudes
<ul style="list-style-type: none"> - Interiorización y comprensión de todo el campo numérico trabajado en el ciclo. -Interiorización y comprensión de conceptos geométricos. - Interiorización y comprensión de equivalencia entre medidas 	<ul style="list-style-type: none"> - Consolidación de los diferentes algoritmos trabajados en el ciclo. - Elaboración y utilización de estrategias personales de cálculo mental. - Utilización de la calculadora (en algunos juegos). - Utilización de diversas estrategias para contar o estimar cantidades. - Búsqueda y expresión de propiedades, relaciones y regularidades. 	<ul style="list-style-type: none"> - Curiosidad e interés por enfrentarse a problemas numéricos e investigar las regularidades y relaciones que aparecen en conjuntos de números y conceptos geométricos. - Confianza en las propias capacidades para afrontar problemas y realizar cálculos y estimaciones numéricas. - Interés y respeto por las estrategias y soluciones a problemas numéricos y geométricos distintas de las propias.

CUADRADOS MAGICOS

Un cuadrado mágico es una disposición cuadrada de números enteros, 1 a n^2 , colocados sin repetición en cada una de las casillas, de forma que la suma de cada fila, de cada columna y de las diagonales, sea constante. El número "n" establece el orden del cuadrado.

⁴Se pueden encontrar modelos de otros juegos para trabajar el álgebra en "Ideas y actividades para enseñar álgebra". Grupo Azarquel (1991) Síntesis. Madrid.

Hay cuadrados mágicos de orden 3, 4, 5, 6, 7 ... El cuadrado mágico más pequeño es el de 9 casillas, o también llamado de tercer orden.

Se puede trabajar con ellos los campos numéricos cuya operativa nos interese consolidar. En un momento posterior, pueden utilizarse como problema, poniendo al alumnado frente al reto de averiguar qué condiciones tienen que cumplir los números elegidos para que, situados convenientemente, cumplan las condiciones que definen un cuadrado mágico

Cuando se entienda que es un recurso que se ha utilizado suficientemente y va perdiendo su potencial de motivación, se pueden explicar los métodos de construcción y pedir al alumnado que propongan cuadrados mágicos al resto de la clase. El proceso de construcción y la resolución de los propuestos por compañeros y compañeras son, a su vez, recursos para consolidar seriaciones y operativa.

Los cuadrados mágicos como instrumentos para consolidar la operativa.

Actividad 1ª

Se ofrece un ejemplo sencillo para sumar números enteros. Como se verá después, es muy fácil inventar tantos como se desee, cambiando el campo numérico y el orden del cuadrado. En este tipo de actividad se tiene que dar siempre el resultado del cuadrado y los números que se deben colocar, procurando no presentar la serie ordenada.

- Coloca los números - 8, 2, - 4, - 10, 0, - 6, 6, - 2 y 4 en esos cuadrados mágicos de manera que su suma sea - 6. Hay varias posibilidades.

Actividad 2ª

- Completar el cuadrado mágico de forma que cada fila, columna y diagonales sumen (- 1,75).

	0,5	
	-0,5	
-0,25		-0,25

Actividad 3ª

- Observa bien la colocación de los números en los cuadraditos de ambos cuadrados, y encuentra una estrategia para confeccionar otros.

12	27	6
9	15	21
24	3	18

16	36	8
12	20	28
32	4	24

Construcción de cuadrados mágicos

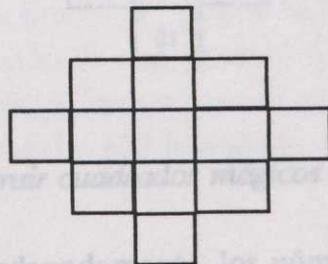
Método de las terrazas para construir cuadrados mágicos de orden impar⁵.

1º. Se ordenan de mayor a menor los nueve números.

Si tenemos: -1, +2, +5, +8, -7, -4, +17, +14, +11.

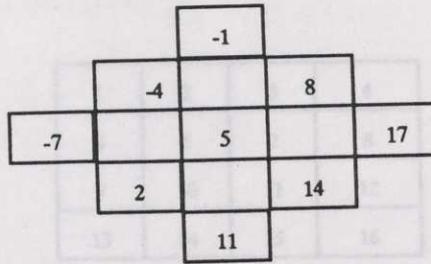
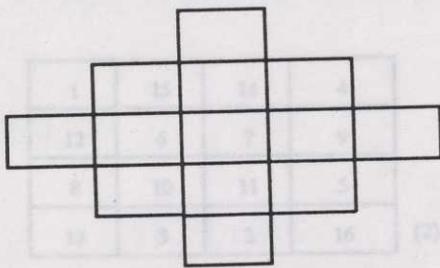
Se ordenan: -7, -4, -1, +2, +5, +8, +11, +14, +17.

2º. Se añade al cuadrado 3 x 3 un cuadrado en cada lado:

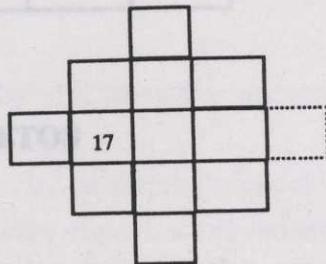


3º. Se colocan los nueve números en las tres diagonales obtenidas:

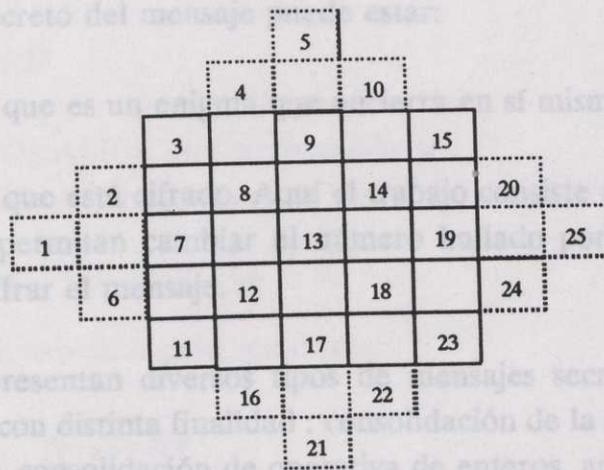
⁵ Tomado de "Matemática viva" pág. 51 de BRIALES, F. J. y JIMENO, M.



4º. El cuadradito que está fuera a la derecha, se mete dentro a la izquierda. De igual manera, el que está a la izquierda, a la derecha, el que está arriba, abajo y el que está abajo, arriba:



Ejemplo para construir un cuadrado mágico de orden 5



3	16	9	22	15
20	8	21	14	2
7	25	13	1	19
24	12	5	18	6
11	4	17	10	23

Método para construir cuadrados mágicos de orden par

Se colocan, ordenadamente, los números según el cuadrado (1); los números que aparecen en las casillas con "x" permanecen fijos; y basta con cambiar los números de las casillas restantes, según el orden que se deduce de la observación del cuadrado (2).

- Verificar como se intercambian los otros números.

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

(2)

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

(1)

x			x
	x	x	
	x	x	
x			x

MENSAJES SECRETOS

Los mensajes secretos son un tipo especial de problemas, muy bien aceptado por el alumnado, y que suponen un reto pues para su solución se tienen que poner en juego conocimientos matemáticos diversos.

El secreto del mensaje puede estar:

- En que es un enigma que encierra en sí mismo las claves para su resolución.
- En que está cifrado. Aquí el trabajo consiste en operar, hallar regularidades, etc. que permitan cambiar el número hallado por la letra correspondiente a fin de descifrar el mensaje.

Se presentan diversos tipos de mensajes secretos, cada uno de los cuales está pensado con distinta finalidad: consolidación de la relación entre la circunferencia y su diámetro, consolidación de operativa de enteros, análisis de regularidades, etc. Sólo se pretende que sean sugerencias para el profesorado, a quién sin duda se le ocurrirán múltiples aplicaciones. La elaboración es muy sencilla y su utilización en el aula puede ser:

- Bien ofreciéndoles mensajes secretos para resolver.
- Bien proponiéndoles que elaboren mensajes secretos para sus compañeros y compañeras. En este tipo de actividad se les puede enmarcar el campo numérico

en el que deben moverse, si es lo que interesa, o bien sugerirles la búsqueda en bibliografía, revistas, etc, de enigmas matemáticos.

Actividad 1ª.

**SI FUERA
IGUAL A 3
ESTA
PROPOSICION
SE ESCRIBIRIA
ASI**

Aquí la finalidad del mensaje secreto es consolidar:

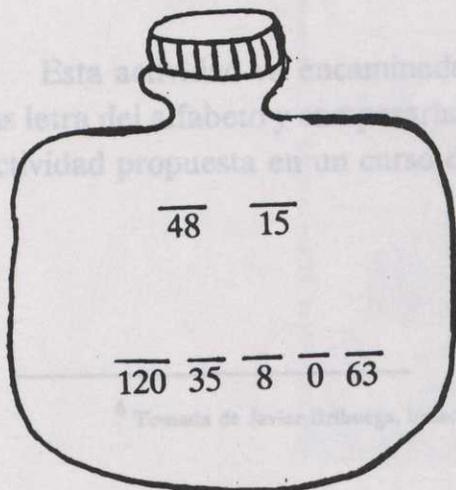
- La relación entre la circunferencia y su diámetro,
- La relación entre el perímetro del exágono regular y el diámetro de la circunferencia en que está inscrito,
- Recordar que un exágono regular se descompone en triángulos equiláteros y que por tanto $r = l$, etc.

Actividad 2ª

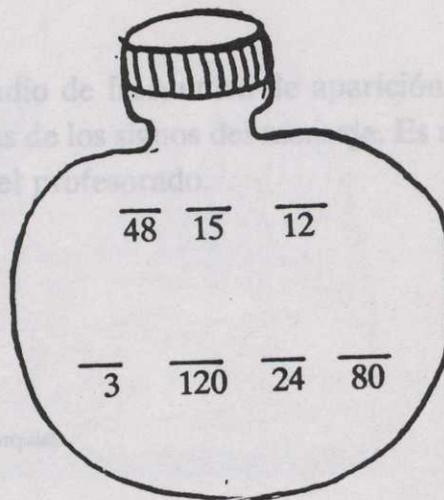
PANORAMIX está preparando su posición mágica.

Hemos averiguado que es un sal...

¿Qué necesitas para obtenerla?



99



Actividad 4

En esta actividad se debe completar la serie y sustituir, posteriormente, cada número por la letra que le corresponde. Se trata, pues, de un análisis de regularidades.

D	N	V	O	U	A	P	E
3-20	10-15	15-20	5-10	4-9	1-5	1-5	7-12
4-1					12-7	1-5	
	<u>D</u>	<u>B</u>	<u>I</u>	<u>N</u>	<u>S</u>	<u>C</u>	
	0	3	8				
T	R	O	2	U	7		
	<u>U</u>	<u>O</u>	<u>E</u>	<u>Y</u>	<u>A</u>		
		63					

(Averiguar la serie que forman los números y descifrar el mensaje secreto)

Actividad 3⁶

$$= 5 \quad 9 \quad 7 \quad 8 \quad 1 \quad + = \quad = 8 \quad 0 \quad + \quad 8 \quad 8 \quad 9 \quad 0$$

$$¿0 \quad 9 \quad 1 \quad * = 240 + 1.$$

$$50 \quad 8 = * 020 \quad / \$ = \quad " R = 2 = 21$$

$$15 " R + = R 8 \quad & ? 0 = ? \quad S 20 \quad 9059 \$ 50 + 1 ? R$$

$$+ = 3158 R 551.$$

$$\% 0 " R = ?$$

Esta actividad va encaminada a realizar un estudio de frecuencia de aparición de las letra del alfabeto y compararlas con las frecuencias de los signos del mensaje. Es una actividad propuesta en un curso de estadística para el profesorado.

⁶ Tomada de Javier Brihuega, basada en una idea del grupo Azarquiel.

Actividad 4ª

Con este mensaje se ejercita la operativa con números enteros.

D	N	V	G	U	A	P	L
$\frac{-18 - (-6)}{-4 + 3}$	$\frac{-10 - 3 + 5}{2 (-2)}$	$\frac{3 - 5 + 2 - 7 - 2}{3 (-3)}$	$\frac{5 (-3) + 27}{3 + 7 - 6}$	$4(-3) + 8 - 3(-3)$	$\frac{1 + 5 - 8}{12 - 3 - 7}$	$\frac{(-18) \cdot 3}{+6}$	$7 + 3 - 2 \cdot 4 + 6(-2)$
T	S	Q	Z	O	J		
$\frac{3 + 4 + 5 - (-12)}{-4 \cdot 4}$	$\frac{(-5)^2}{+8 - 13}$	$3(8 - 5) + 2(3 - 1)$	$\frac{-6 + 4(-6)}{8 - (-5) - 12}$	$\frac{8(-3) + 4(-6)}{-6}$	$\frac{3}{(-2)}$		
R	I	E					
$-15 - 3(-5)$	$\frac{11(-2) + 4}{3}$	$\frac{24 + 5(-1)}{10 - (+7)}$					



DOMINOS

Los dominós matemáticos son recursos que como el resto de los estudiados en este apartado aportan por sí mismos el potencial motivador del juego.

Se pueden utilizar en todos los niveles de la enseñanza obligatoria y se puede trabajar con ellos muchos contenidos. Se adjuntan algunos modelos, en los que se trabajan contenidos adecuados al primer ciclo de ESO. También se ha incorporado un dominó de relaciones trigonométricas, que se puede utilizar en el 2º ciclo de ESO, en la opción B. En la base de estos juegos están las relaciones de equivalencia y el cálculo mental.

Se encuentran en el mercado, en todas las casas que distribuyen material didáctico y en diversos soportes: madera, plástico, cartón plastificado, etc. También se pueden construir en clase, pegando fotocopias sobre cartulina y recortando después las fichas, o bien rotulando directamente sobre cartulina o cartón. En ambos casos, si se plastifica, se pueden conservar varios cursos, si se concientia al alumnado de la importancia de contar las fichas antes de guardarlas.

Construcción de dominós

La construcción de dominós es interesante para el profesorado, a fin de poder elaborar todos los que desee, según los contenidos a consolidar y, además, es una actividad divertida para el alumnado.

Analizamos el dominó:

- el número total de fichas es ventiocho.

- el número total de casillas es cincuenta y seis.

- ¿Cuántos resultados distintos se obtienen? siete (en el dominó común, blanca y del 1 al 6 inclusive).

- ¿Cuántas veces cada uno de los resultados? Si hay cincuenta y seis casillas y siete resultados, aparecen ocho veces cada uno de los resultados.

Debemos, por lo tanto, preparar ocho operaciones distintas que nos den el mismo resultado y, esto para cada uno de los siete resultados.

Por ejemplo, si queremos construir un dominó para consolidar la operativa de decimales que los siete resultados sean: 1,75; 5,25; 6,3; 2,5; 3,4; 8,25; y 4,75. Se empieza buscando ocho operaciones con decimales que den cada uno de ellos.

Para el 1,75 pueden ser:

$2 - 0,25$	$7 : 4$	$14 : 8$	$0,25 + 1,5$
$0,5 + 1,25$	$3,5 - 1,75$	$5,5 - 3,75$	$14 : 8$

Para el 5,25 pueden ser:

$10,5 : 2$	$2,75 + 2,5$	$7,75 - 2,5$	$12 - 6,75$
$1,75 + 3,5$	$6,5 - 1,25$	$7,3 - 2,05$	$1,25 + 4$

y así sucesivamente para cada uno de los demás. A continuación se colocan en el dominó blanco cuyo modelo incluimos siguiendo las pautas que se dan a continuación:

- Se colocan los números que se obtienen en las operaciones encabezando filas y columnas en el mismo orden.

- Se colocan las operaciones del primero (1,75) en columna, en la casilla de la izquierda de cada una de las filas. En el primer número, sobrará una operación que se colocará en la fila correspondiente al 1,75, casilla de la derecha, con lo que se habrá obtenido la ficha doble del 1,75.

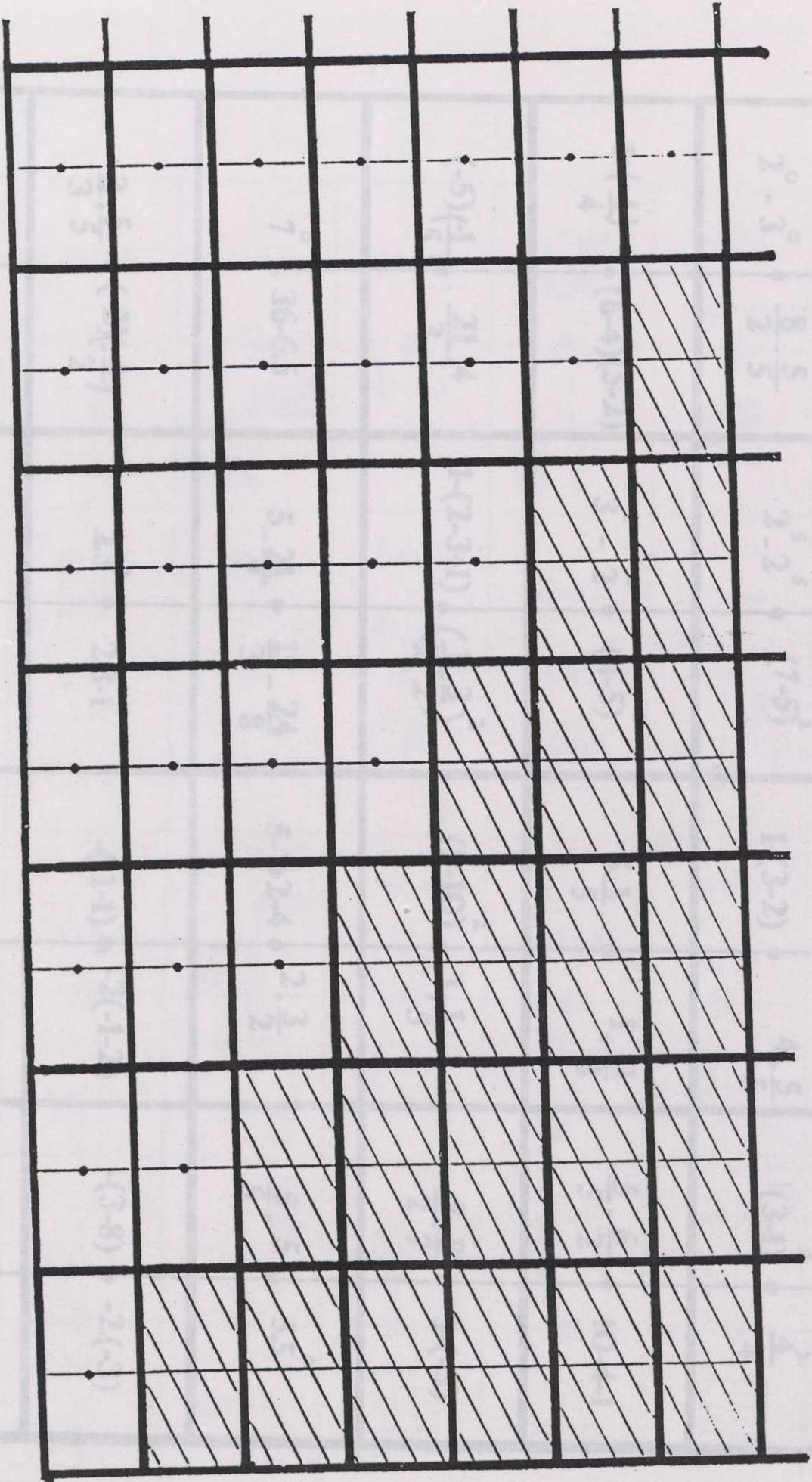
- Se hará lo mismo con el segundo número (5,25). En este caso, sobrarán dos operaciones, que se colocarán en las casillas de la derecha de las fichas pertenecientes a la fila 5,25.

Y así sucesivamente.

Adquirida una cierta práctica se realiza muy fácilmente.

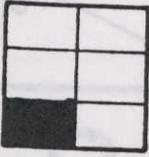
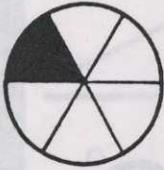
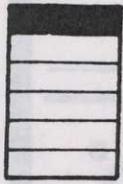
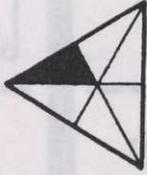
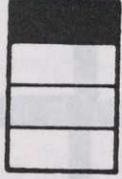
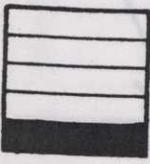
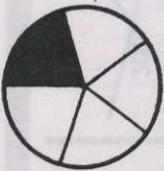
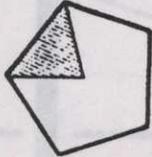
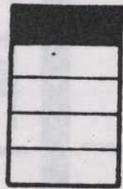
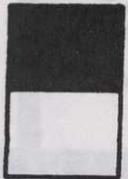
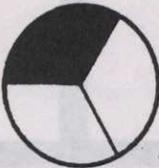
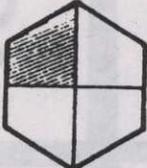
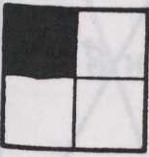
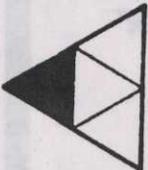
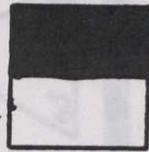
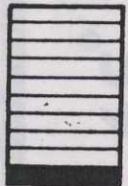
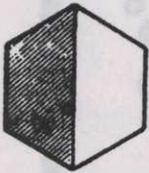
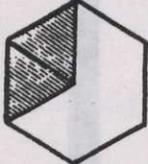
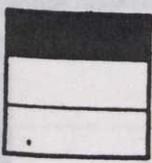
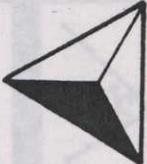
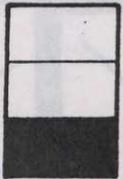
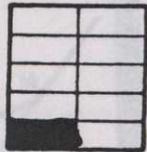
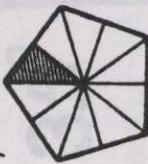
La realización de dominós por el alumnado, tiene en sí misma el valor de consolidación de operativa y de fomentar la valoración del orden y de realización de trabajos en bien del grupo: poder contar en un momento dado con gran número de dominós diferentes para consolidar los mismos contenidos.

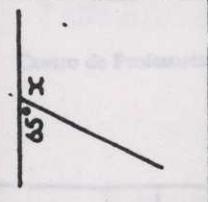
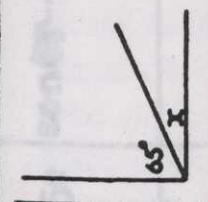
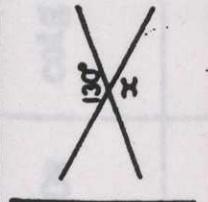
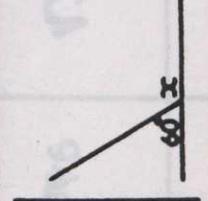
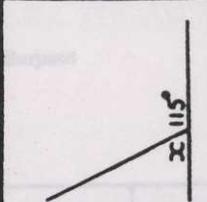
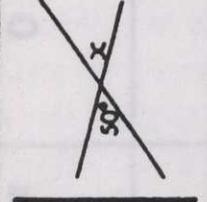
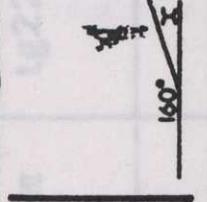
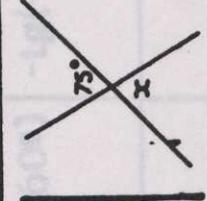
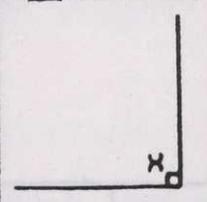
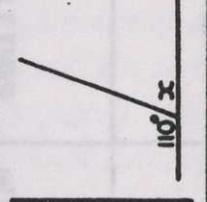
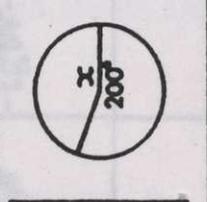
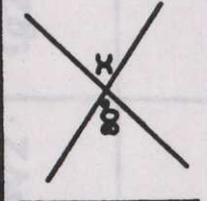
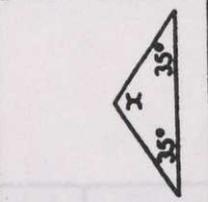
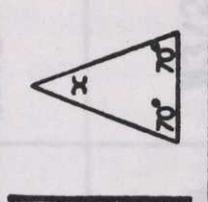
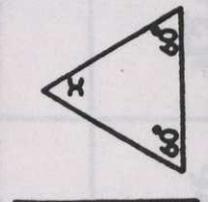
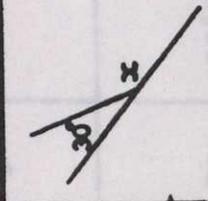
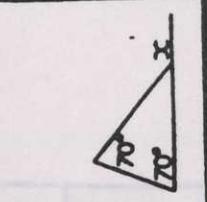
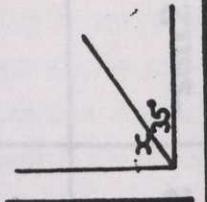
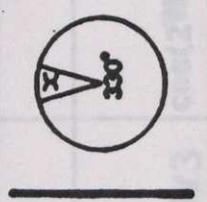
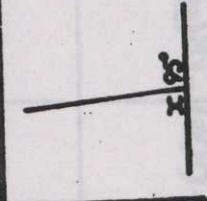
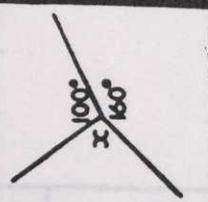
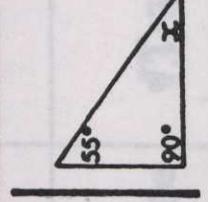
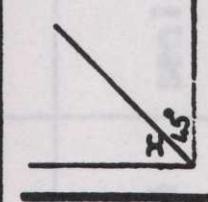
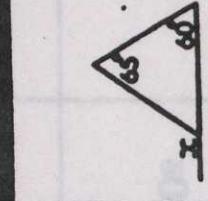
	1,75	5,25	6,3	2,5	3,4	8,25	4,7 5
1,75	2-0,25 14:8						
5,25	0,5+1,25 12-6,75	10,5:2					
6,3	7:4	1,75+3,5					
2,5	3,5-1,75	2,75+2,5					
3,4	14:8	6,5-1,25					
8,25	5,5-3,75	7,75-2,5					
4,75	0,25+1,5	7,3-2,05					



$3 \cdot (2-5+3)$	$\frac{15 \cdot 3}{10 \cdot 2}$	$10-2(9-4)$	$(\frac{2}{5})^\circ$	$-5-(-5)$	$\frac{1}{2}(-4+8)$	$\frac{9}{(1+2)}$	$9-(2+1)$
$2^\circ - 3^\circ$	$\frac{8 \cdot 5}{2 \cdot 5}$	$2^5 - 2^5$	$(7-5)^2$	$1-(3-2)$	$4+\frac{5}{5}$	$(3-1)^2$	$\frac{4^2}{4}$
$1+(-\frac{4}{4})$	$(6-4)(5-2)$	$3^2 - 2^3$	$(4-5)^2$	$5 \cdot \frac{1}{5}$	$1+\frac{3}{3}$	$\frac{5}{5}+\frac{6}{2}$	$10-4-1$
$(-5)(\frac{1}{5})$	$\frac{21 \cdot 4}{3}$	$1-(2-3+1)$	$(\frac{1+3}{2})^2$	$(9-10)^2$	$1 \cdot \frac{1}{5}$	$\frac{7 \cdot 8}{2 \cdot 7}$	$3-(-3)$
7°	$36-6 \cdot 5$	$5-\frac{21}{7}$	$\frac{15}{3}-\frac{24}{8}$	$5-1+2-4$	$2 \cdot \frac{3}{2}$	$\frac{5}{5} \cdot 5$	$5 \cdot 5^\circ$
$\frac{3}{3}+\frac{5}{5}$	$(-2)(-\frac{4}{2})$	$2 \cdot 3^\circ$	$2 \cdot 3 \cdot 1^\circ$	$-(-1-1)$	$-2(-1-2)$	$-(3-8)$	$-2 \cdot (-3)$
$7 \cdot \frac{3}{7}$	$\frac{4}{2}+\frac{3}{3}$	$(2-3)(-3)$	$(5-7)^2$	$\frac{1}{3} \cdot 9$	$5(\frac{1}{5})-4$	$\frac{21}{3}-1$	$1+(\frac{25}{5})$

$\frac{1}{3}$			$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{3}$	
$\frac{2}{3} - \frac{1}{3}$			$\frac{1}{2}$		$\frac{3}{4}$		$\frac{1}{2}$	
$\frac{1}{3}$			$\frac{3}{4} - \frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$	
1			$\frac{3}{4} - \frac{1}{4}$		$1 - \frac{1}{4}$		$\frac{1}{10} + \frac{1}{10}$	
$\frac{1}{4}$			$1 - \frac{9}{10}$		$1 - \frac{1}{2}$		$1 - \frac{4}{5}$	
$-\frac{1}{4}$			$\frac{1}{5}$		$1 - \frac{3}{4}$		$\frac{3}{2} - \frac{1}{2}$	
			$\frac{1}{10} + \frac{1}{10}$		$1 - \frac{1}{3}$		$1 - \frac{2}{3}$	
			$1 - \frac{9}{10}$		$\frac{1}{10}$		$1 - \frac{9}{10}$	
			$\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$		$\frac{1}{10} + \frac{1}{10}$		$\frac{3}{4} - \frac{1}{4}$	
			$1 - \frac{1}{2}$		$\frac{1}{10} + \frac{1}{10}$		$1 - \frac{1}{2}$	
			$1 - \frac{4}{5}$		$\frac{1}{10} + \frac{1}{10}$		$\frac{2}{3} - \frac{1}{3}$	
			$1 - \frac{3}{4}$		$\frac{1}{10} + \frac{1}{10}$		$1 - \frac{2}{3}$	
			$1 - \frac{2}{5}$		$\frac{1}{10} + \frac{1}{10}$			
			$1 - \frac{1}{2}$		$\frac{1}{10} + \frac{1}{10}$			
			$1 - \frac{1}{2}$		$\frac{1}{10} + \frac{1}{10}$			
			$1 - \frac{2}{3}$		$\frac{1}{10} + \frac{1}{10}$			

						
	0'1	3/6	2/6	0'166...	0'2	1/6
				2/10	1/5	1/2
	2/20				0'2	0'5
			3/12		1/10	1/4
					0'1	0'25
			1/3			
			0'333...			

	160°		55°		115°		50°
	30°		25°		65°		60°
	80°		40°		120°		140°
	75°		90°		45°		125°
	110°		100°		85°		35°
	70°		150°		20°		130°

TABLEROS PARA JUGAR A 'EL PUENTE'

Centro de Profesores de Burjasot

$1/2$	$\text{sen } \pi/6$	$\sqrt{3}$	$\text{tg } 60^\circ$	$\text{cotg } 45^\circ$	$-\cos 225^\circ$	$\text{sen } \pi - 45^\circ$	$\text{tg } 210^\circ$
$\cos 60^\circ$	$\text{tg}(\pi + 60^\circ)$	$-\text{tg}(-60^\circ)$	$\cos 0^\circ$	$\text{tg } 225^\circ$	$\cos 270^\circ$	0	$\text{sen } 720^\circ$
$\cos 300^\circ$	$\text{sen } \pi/2$	$\text{tg } 240^\circ$	$\cos 45^\circ$	$-\text{tg}(\pi - 45^\circ)$	$-\cos 150^\circ$	$\text{sen } 180^\circ$	$\cos 30^\circ$
$\text{sen}(\pi/2 - 60^\circ)$	$\cos 315^\circ$	$1/\text{cotg } 60^\circ$	$\text{sen } 2\pi$	$-\cos 180^\circ$	$\text{tg } \pi/6$	$\cos 3\pi/2$	$\cot \pi/3$
$\text{sen } 150^\circ$	$\text{sen } 0^\circ$	$\text{cotg } 30^\circ$	$\cos \pi/6$	$\sqrt{2}/2$	$\text{sen } \pi/4$	$\sqrt{3}/2$	$\text{sen } 60^\circ$
$-\text{sen } 210^\circ$	$\text{sen}(\pi - 60^\circ)$	$-\text{tg}(\pi - 60^\circ)$	$\text{cotg } \pi/3$	$\cos(\pi - 45^\circ)$	$\cos \pi/2$	$-\text{sen } 210^\circ$	$-\text{tg } 330^\circ$
$\text{sen}(\pi - 30^\circ)$	$\text{tg } 30^\circ$	1	$\text{tg } \pi/4$	$\text{sen } 135^\circ$	$-\text{sen } 300^\circ$	$\sqrt{3}/3$	$-\text{tg}(\pi - 30^\circ)$

TABLEROS PARA JUGAR A "EL PUENTE"

Son juegos para dos jugadores. El juego consiste en conseguir un "puente" de fichas entre la orilla A y la B.

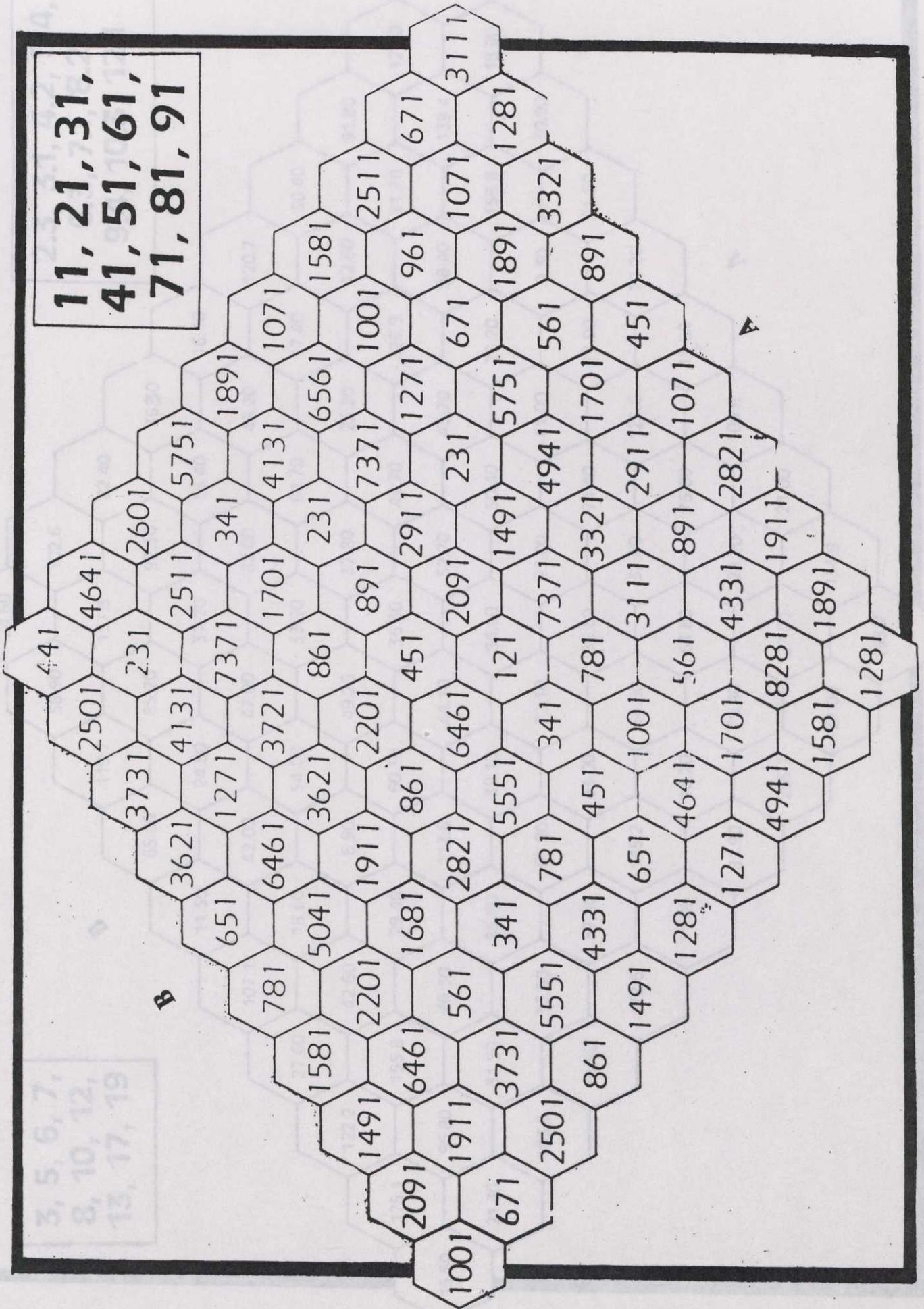
Cada uno de los jugadores tiene fichas de un color distinto.

Se echa a suerte con un dado para saber que color comienza. Cada jugada consiste en tomar dos números del recuadro (en el tablero nº 1) o uno de cada uno de los recuadros (en el tablero nº 2), de manera que, multiplicados nos den como resultado un número de los que hay en el tablero. En caso de cumplirse esta condición se coloca la ficha del color del jugador o jugadora que ha elegido en la celdilla donde está el número. Gana la persona que primero consiga trazar un puente entre los lados A y B.

Se pueden introducir muchas variantes. Por ejemplo, escoger primero la celdilla que se desee ocupar, es decir, el resultado del producto y, posteriormente, elegir los factores.

Sólo se puede elegir un par de números en cada jugada. Si lo que se desea consolidar es la estimación y no el algoritmo, se pueden comprobar los resultados con la calculadora y entonces el juego resulta mucho más ágil.

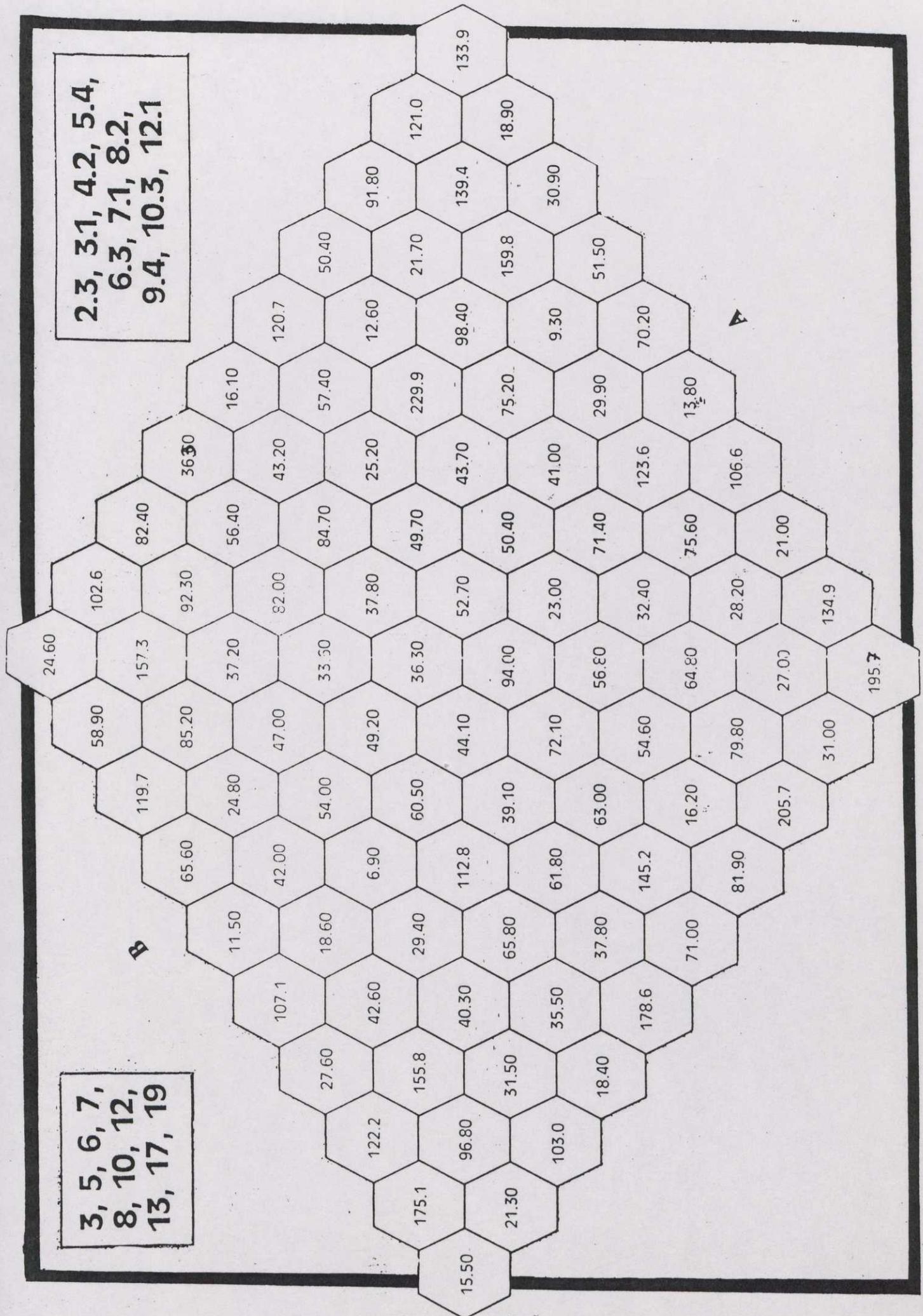
11, 21, 31,
41, 51, 61,
71, 81, 91



Tablero nº 1

2.3, 3.1, 4.2, 5.4,
6.3, 7.1, 8.2,
9.4, 10.3, 12.1

3, 5, 6, 7,
8, 10, 12,
13, 17, 19



B

A

-108-



