

Instituto Nacional
de Bachillerato
a Distancia

2^o B.U.P.

Física y Química

inbad

B. U. P. 2.º C U R S O

Física y Química



**Ministerio de Educación y Ciencia
Instituto Nacional de Bachillerato a Distancia
Apartado de Correos 7069
MADRID**

© Ministerio de Educación y Ciencia
Seminario de Física y Química del I.N.B.A.D.

José Luis Hernández Pérez
M.ª Jesús Carro Martínez
Carlos Parejo Farell

2.ª Edición: marzo 1984

Edita: Servicio de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia

I.S.B.N.: 84-369-1124-5 Obra completa

I.S.B.N.: 84-369-0865-1 Tomo 1

D. Legal: M. 13389-1984

Imprime: GRAFOFFSET, S.L. - GETAFE (Madrid)

Impreso en España

Sumario

	<i><u>Página</u></i>
DOCUMENTO 0	5
TEMA 1	
La Física y la Química, ciencias experimentales. El método científico	11
TEMA 2	
Magnitudes físicas	35
TEMA 3	
Movimiento rectilíneo uniforme	69
TEMA 4	
Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado	97
TEMA 5	
Movimiento circular uniforme	135
TEMA 6	
Fuerzas, composición de fuerzas aplicadas en un punto ...	149
TEMA 7	
Composición de fuerzas coplanarias en un sólido rígido ...	181
TEMA 8	
Principios fundamentales de la dinámica	207

TEMA 9

Trabajo. Potencia. Energía	235
-----------------------------------	-----

TEMA 10

Energía térmica	261
------------------------	-----

TEMA 11

Estática de fluidos (I)	287
--------------------------------	-----

TEMA 12

Estática de fluidos (II)	309
---------------------------------	-----

TEMA 13

Estática de fluidos (III)	325
----------------------------------	-----

TEMA 14

Movimiento ondulatorio	345
-------------------------------	-----

TEMA 15

Sonido	349
---------------	-----

A modo de presentación

Con este documento se inician las enseñanzas de la Física y la Química por el INBAD. Enseñanzas que permitirán su comprensión y conocimiento a todos aquellos alumnos que, como tú, por diversos motivos, no disponen de tiempo material para seguir las explicaciones diarias de un profesor.

Es obvio decir que son muchas las dificultades que se presentan en la adopción de un método eficaz que permita al estudiante introducirse en el mundo de los fenómenos físicos y químicos, así como de las teorías, modelos y principios que los rigen.

Al preparar este documento, se ha puesto el mayor empeño en conseguirlo por parte del equipo de profesores que componen el Seminario de Física y Química del INBAD. Por ello éstos seguirán con la mayor constancia su desarrollo, pendientes siempre de la eficacia de sus resultados.

Objetivos generales del curso de Física y Química 2.º de BUP

- Iniciación en el lenguaje científico de la Física y de la Química.
- Desarrollo de las dotes de observación y análisis a través del método científico.
- Desarrollo de la capacidad creativa a través de la experimentación.

- Aplicación de los objetivos anteriores en la resolución de problemas conceptuales y numéricos.

Contenidos

Estos se encuentran en el libro de texto recomendado: POSITRON, de A. L. Lasheras y M. P. Carretero, de Editorial Vicens-Vives, y en los documentos del INBAD 31/1, 31/2 y 31/3.

Metodología o modo de estudiar

El programa o los contenidos están en el texto recomendado divididos en 40 temas.

Considerando un mínimo de cuatro horas por tema, se requieren un total de ciento sesenta horas para el estudio de este curso de Física y Química.

Si se dedican cinco horas semanales, significan treinta y dos semanas de estudio, o sea, ocho meses.

La Física y Química no es una asignatura fácil, y su aprendizaje requiere dedicación y tiempo. Un problema personal a resolver es la distribución del poco tiempo libre de que dispones. Conviene aprovechar todas las ocasiones.

Orden y método

Tú conoces tus obligaciones y horario normal de trabajo; hazte previamente un *plan de estudios*, es decir, señala el tiempo y las horas que dedicarás todos los días al estudio, y adquiere el compromiso de cumplirlo. Es preferible dedicar todos los días un corto tiempo, que estudiar muchas horas los días antes de exámenes.

Estudia sin precipitación

No resuelvas los ejercicios copiando de los textos o de los compañeros. Estudia personalmente, lee detenidamente el texto y repite su lectura.

No obstante, no basta con leer muchas veces y repetir; es preciso *comprender* lo que se está leyendo.

Para ello es útil y necesario tener a mano cuaderno y bolígrafo *para escribir en el papel lo que se está estudiando*. Es necesario especialmente escribir las fórmulas y seguir paso a paso los desarrollos y los ejercicios propuestos.

Estudia gradualmente

El estudio gradual consiste en no dar pasos en falso y en no saltar de una lección a otra caprichosamente y sin haber asimilado los temas precedentes.

Resume lo estudiado

No se debe estudiar de memoria todo, pero *si has de comprender todos los conceptos*, y debes tener presentes en la mente los objetivos que se persiguen en cada tema. Has de asimilar los conceptos importantes y tratar de *comprender* las explicaciones contenidas en los textos. Únicamente debes aprender de memoria fórmulas y términos científicos; lo demás has de *comprenderlo*.

Para saber si has comprendido la materia de estudio, procura redactarlo y repetirlo por escrito. Si eres capaz de sintetizar un tema en unas cuartillas, lo has entendido. Usa del documento INBAD para completar la comprensión, la realización de los ejercicios propuestos al final de cada tema y los ejercicios de autoevaluación.

Cuando encuentres en el texto partes que te son más difíciles, pon una indicación en aquellos párrafos poco claros. Encontrarás algunas veces estos párrafos ampliados en las orientaciones del documento del INBAD. También puedes y debes recurrir al tutor del Centro Colaborador más próximo si todo ello no fuera suficiente.

Anota todo en una libreta

Tanto para los resúmenes como para la realización de los ejercicios y cuestiones numéricas recomendadas por el texto, es preciso el empleo de un cuaderno, libreta o carpeta de hojas cambiables exclusivo para este uso.

En el mismo realizarás las autoevaluaciones de los diferentes temas. Subraya en rojo los errores, y en otro color los aciertos

El éxito o el fracaso de tu estudio estriba fundamentalmente en la autenticidad de tu trabajo. Cometer errores es sano y ayuda al aprendizaje si se tiene una mente crítica y capaz de rectificar. Copiar buenos resultados sólo conduce a estrechar la mente y no permite su desarrollo. Debes exigirte a ti mismo sinceridad. Este tipo de aprendizaje requiere estudiantes con un elevado sentido de responsabilidad.

En tu libreta puedes anotar los informes de las experiencias caseras que se recomiendan.

Práctica del estudio

- 1.º Subraya las palabras científicas y fórmulas contenidas en el texto. Observarás que la mayoría de las veces ya vienen escritas en caracteres distintos.
- 2.º Señala con una llave, u otro signo cualquiera, los párrafos más difíciles de comprender, para que fácilmente puedas encontrarlos para su repaso o posterior consulta en el documento INBAD o al tutor del Centro Colaborador al que estés adscrito.
- 3.º Haz un resumen por escrito de cada una de las lecciones que vas estudiando.
- 4.º Completa los resúmenes dibujando varias veces los gráficos y diagramas que acompañan a los textos.
- 5.º Utiliza una libreta de hojas cambiables o de otro tipo, según tus preferencias, con el uso exclusivo de recoger en ella todo lo referente a la Física y Química: resúmenes, cuestiones y problemas resueltos, gráficos y diagramas, informes de prácticas, autoevaluaciones, etc.

Estructura de las lecciones del texto POSITRON

Cada tema comprende dos partes:

- 1.º Exposición de conceptos y conocimientos o texto propiamente dicho.

2.º Cuestiones y problemas.

En el texto abundan los ejemplos. Las palabras clave y fórmulas importantes acostumbran a estar señaladas en letras distintas (bastardilla, negritas) o con fondo en color azul. En los márgenes vienen figuras que conviene interpretar con la ayuda de los textos de sus pies. Las tablas *no son para estudiarlas de memoria*, sino para comparar magnitudes y utilizarlas como fuentes de datos.

Documentos del INBAD

Consisten en documentos o guiones concebidos para ayudar al alumno en el estudio de la asignatura. Los de Física y Química de BUP 2.º curso contienen las siguientes partes para cada tema:

- Objetivos.
- Índice del contenido del tema en el documento.
- Contenidos básicos (seguido de la letra T, D, o ambas. T es la abreviatura que designa al texto, y D al documento).
- Orientaciones:
Acerca de puntos difíciles o algo oscuros en el texto recomendado.
- Cuestiones y problemas del texto:
Los razonamos detalladamente, aunque alguna vez damos sólo la solución del problema para que sirva de ejercicio.
- Problemas adicionales:
En algunos temas proponemos y explicamos problemas distintos de los del texto.
- Experimento casero:
Sólo en algunos temas.
- Ejercicio de autoevaluación.
- Soluciones al ejercicio de autoevaluación.

Punto final

Es importante la realización de todo lo expuesto anteriormente. Desde los resúmenes hasta la autoevaluación. Es necesario pensar, leer

concienzudamente los textos, darles vueltas a los temas hasta desentrañar los conceptos básicos y saberlos aplicar a problemas y cuestiones concretas. Transcribirlo y comprobarlo en los ejercicios de autoevaluación, y autocorregirse sin trampas a ti mismo. Si has sabido interpretar correctamente las cuestiones o problemas, sentirás la satisfacción de alcanzar una meta propuesta y te estimularás para superar nuevas dificultades.

Cuando el resultado obtenido no es el correcto, debes insistir en el tema; examina con detalle tus propios razonamientos tratando de encontrar el error y corregirlo.

OBJETIVOS

TEMA 1

— Describir en qué consiste el método científico.

— Conocer e interpretar los fenómenos físicos.

La Física y la Química, ciencias experimentales.

INDICE

El método científico

1.1. CONTENIDOS BÁSICOS

1.2. ORIENTACIONES

1.2.1. Acerca del método científico

1.2.2. Acerca de la construcción de gráficos

1.3. CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

1.4. EXPERIMENTO CASERO

1.5. EJERCICIO DE AUTOEVALUACIÓN

1.6. SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACIÓN

OBJETIVOS

- Describir en qué consiste el método científico.
- Construir e interpretar las representaciones gráficas aplicadas a los fenómenos físico-químicos.

INDICE

1.1 CONTENIDOS BASICOS

1.2 ORIENTACIONES

1.2.1 Acerca del método científico

1.2.2 Acerca de la construcción de gráficas.

1.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

1.4 EXPERIMENTO CASERO

1.5 EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

1.6 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

1.1 CONTENIDOS BASICOS (*)

- Observación (T, D).
- Experimentación (T, D).
- Hipótesis (T, D).
- Leyes (T, D).
- Teorías (T, D).
- Escalas (D).
- Representaciones gráficas (D).

1.2 ORIENTACIONES

1.2.1 Acerca del método científico

Con el fin de aclarar alguno de los conceptos que has estudiado en este tema, conviene que leas detenidamente, pero sin aprendértelo de memoria, el siguiente relato:

Observación

Hipótesis

«Un día contemplas las aguas tranquilas de un estanque y ves un objeto que flota. Decides cogerlo y observas que es de madera, que tiene forma cilíndrica; el hecho te parece tan natural que, sin más, exclamas: “Los objetos de madera flotan en el agua.” Un amigo que te acompaña y oye tu afirmación te dice: “No tienes razón; son los objetos cilíndricos los que flotan en el agua”.»

En la ciencia no se discute con palabras; son los experimentos los que tienen validez. Por tanto, te limitas a tomar un trozo de hierro cilíndrico y ponerlo sobre el agua; como se hunde, la afirmación de tu amigo no es correcta.

Experimentos

No obstante el éxito que has obtenido, por tu cuenta haces muchos *experimentos* con objetos de madera de distintas formas para asegurarte de que todos flotan en el agua.

(*) T, Texto; D, Documento.

Tu amigo, sin que tú lo sepas, ha metido en el interior de una bola de madera unos perdigones, y con aire socarrón te dice: «Mira, tengo una bola de madera que no flota en el agua.»

Tú te muestras incrédulo, pues tus experiencias te han demostrado justamente lo contrario. Como siempre son los experimentos los que deciden, tu amigo coloca la bola sobre la superficie del agua y, ante tu asombro, ésta se hunde. De momento quedas desconcertado, tomas en tu mano la bola, la vuelves a poner sobre el agua y observas, nuevamente, que se hunde. Dado que eres un buen observador, te percatas de que la bola tiene algo extraño; te parece que pesa demasiado para el volumen que tiene. Decides ir a un tendero y pedirle que ponga en la balanza la bola de tu amigo y *anotas* lo que marca la balanza. Buscas una bola de madera de igual tamaño y compruebas que la lectura en la balanza es inferior. Ya has descubierto el truco: dentro hay algo que no es madera y que es más pesado que ella. Quedas tranquilo, pero se te ocurre una nueva idea y estableces una *hipótesis*:

Observación

«Los objetos que flotan en el agua parece que han de tener poco peso para su volumen; en cambio, se hunden aquellos que tienen mucho peso para su tamaño.»

Nueva hipótesis

Te pones a trabajar y determinas el cociente entre el peso del objeto de madera y su volumen. Anotas cuidadosamente los resultados y encuentras una regularidad:

El cociente $\frac{\text{«Peso»}}{\text{Volumen}}$ es un número fijo para la madera.

Repites la operación con trozos de aluminio y encuentras que:

$\frac{\text{«Peso aluminio»}}{\text{Volumen}}$ es un número, siempre el mismo para

el aluminio, aunque distinto que el de la madera.

Si lo haces con objetos de hierro encuentras un número distinto de los anteriores. Repites lo mismo con otros materiales. Anotas todos tus resultados en forma de una tabla:

**Tabla
de obser-
vaciones**

«Peso (gramos de la balanza)»			
«Volumen en cm ³ »		Objeto	«Observación»
0,7		Madera	Flota
2,7		Aluminio	No flota
7,5		Hierro	No flota
8,9		Cobre	No flota
0,9		Hielo	Flota
.....			

El análisis de los datos de la tabla te permite deducir una *ley*:

Ley

«Los objetos cuyo $\frac{\text{«Peso»}}{\text{Volumen}}$ sean mayores que 1, se hunden en el agua; cuando el cociente sea menor que 1, flotan.»

Esta *ley* que has enunciado tiene validez, pues al ser contrastada con otros materiales, se cumple.

**Nuevas
hipótesis**

Como tu curiosidad científica no tiene límites, empiezas de nuevo a reflexionar y te haces una nueva pregunta: ¿Tendrá validez la ley para otros líquidos que no sean el agua?

**Programa-
ción de
experi-
mentos**

Como siempre es la experimentación quien decide, programas una serie de medidas usando alcohol en vez de agua y te encuentras que hay materiales cuyo $\frac{\text{«Peso»}}{\text{Volumen}}$ es menor que 1 y se hunden en alcohol.

Estos resultados no te desaniman; al fin y al cabo, el agua es distinta del alcohol. Así que decides obtener el cociente $\frac{\text{«Peso»}}{\text{Volumen}}$ para una serie de líquidos, con lo cual éstos quedan representados por un número.

**Ley más
generali-
zada**

Experimentas con distintos materiales y distintos líquidos, anotas tus resultados y de los mismos deduces una regularidad:

«Si $\frac{\text{«Peso»}}{\text{Volumen}}$ del cuerpo es mayor que $\frac{\text{«Peso»}}{\text{Volumen}}$

del líquido, este cuerpo se hunde.»

Has encontrado una ley mucho más general que la anterior, y ahora quieres enunciarla de una manera más cómoda; para ello al cociente $\frac{\text{«Peso»}}{\text{Volumen}}$ le llamas «densina» (*) (esto es una definición, no una ley). Usando definiciones, el lenguaje científico es más cómodo, de la misma manera que en el lenguaje corriente es más cómodo y más breve decir: «Mi primo» que «El hijo de un hermano de mi padre».

Definición

Finalmente, enuncias la ley de la siguiente manera:

«Todo cuerpo flotará en un líquido si su «densina» es menor que la del líquido, y se hundirá si su «densina» es mayor que la del líquido.»

**y nuevo
enunciado
de la Ley**

Si hubieses sido el primero en haber hecho este enorme trabajo, tu nombre estaría escrito en la historia de la Ciencia. Pero lo cierto es que esto ya está descubierto.

Quizá ahora veas la necesidad de aprender de los demás hombres. Cuando estudies los temas 11 y 12 (Estática de fluidos), aprenderás esto mucho más de prisa y comprenderás las ventajas que tienes al disponer de libros que expliquen la labor que nuestros antepasados han realizado. La información de los descubrimientos científicos entre los hombres es fundamental. El saber y descubrir la ciencia es privilegio de unos pocos, pero es necesario presentarlo a los demás para que aprendan más rápido y ellos a su vez contribuyan al avance científico.

**Importancia
de la
información
científica
previa**

Si cada uno de nosotros tuviese que descubrir todas las leyes, la ciencia se habría estancado y nuestra civilización, indudablemente, estaría en un estado de mayor atraso.

(*) En Física se utilizan los términos:

$$\text{Densidad} = \frac{\text{Masa}}{\text{Volumen}} ; \quad \text{Peso específico} = \frac{\text{Peso}}{\text{Volumen}}$$

Es muy importante que comprendas que lo descrito corresponde a un modo de hacer ciencia, y que constituye una parte importante del método científico.

1.2.2 Acerca de la construcción de gráficas

Desde el primer momento es muy conveniente que aprendas a construir gráficas. Para ello necesitas:

- papel milimetrado (lo venden en las papelerías);
- lapicero;
- goma de borrar.

Vamos a representar la gráfica del problema número 1 de la página 10 del libro de texto. Considera, para empezar, solamente los datos longitudes (m) e importe (pts.).

● Elección cuidadosa de la escala.

Esto estará en función del tamaño del papel milimetrado o del tamaño que quieras darle a la gráfica.

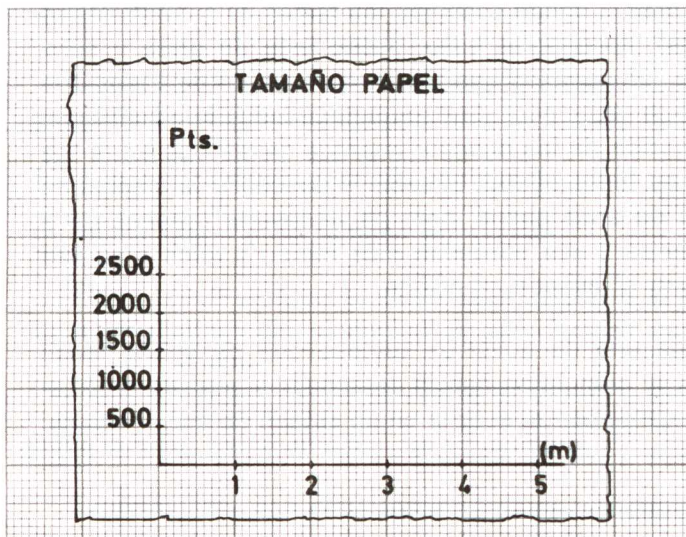


FIG. 1-1

Observa la figura 1-1. Hemos hecho una mala elección de la escala. En el eje X (llamado de abscisas), la escala es incorrecta, pues nos falta papel para meter todos los números. En el eje Y (llamado de ordenadas) también es incorrecta: nos sobra papel.

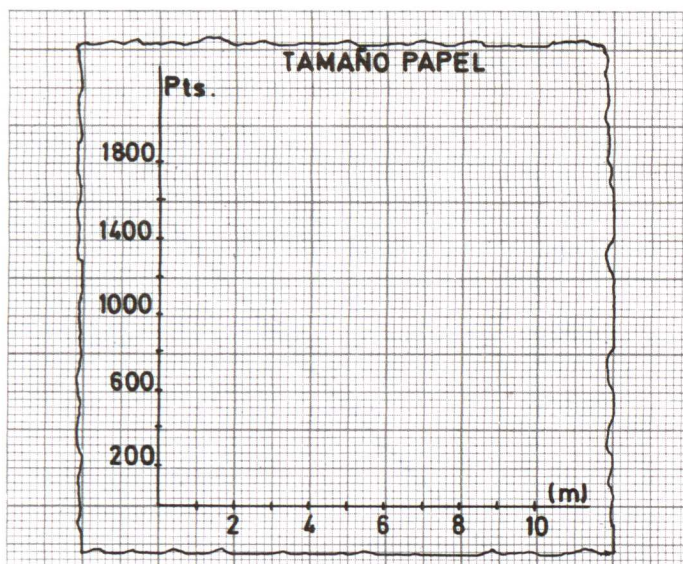


FIG. 1-2

En la figura 1-2 hemos elegido una escala adecuada al tamaño de nuestro papel. Fíjate que no colocamos los números que nos dan para representar; sólo figuran los de la escala.

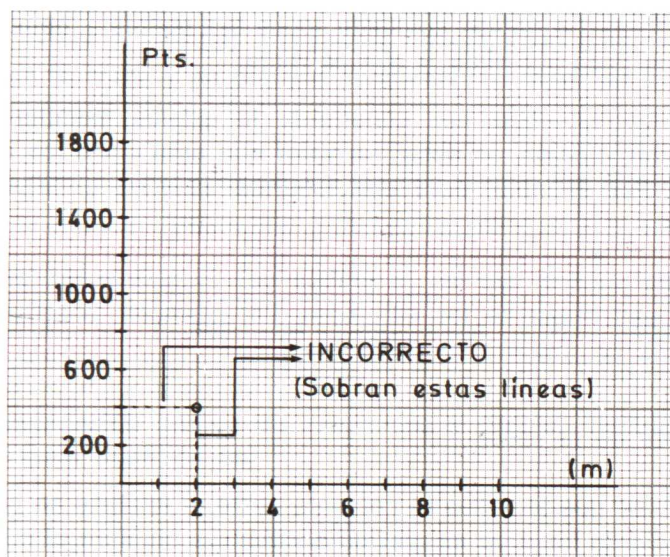


FIG. 1-3

En la figura 1-3 te señalamos cómo se coloca el primer punto (longitud, 2 m; importe, 400 ptas.). Primero avanzamos por el eje de las X hasta el punto 2 (no escribimos nada), luego levantamos una paralela al eje Y hasta 400, y marcamos un punto rodeado de un circulito. Observa que sólo marcamos el punto, no trazamos otras líneas, pues ya las lleva el papel milimetrado).

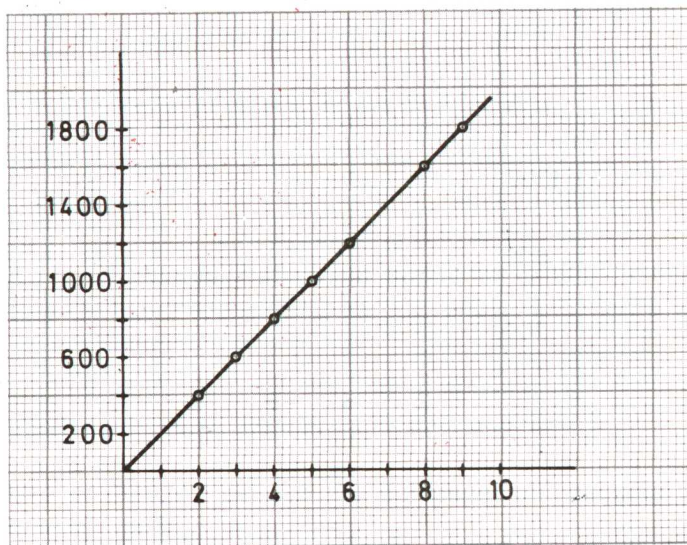


FIG. 1-4

En la figura 1-4 hemos colocado todos los puntos y hemos dibujado la línea que pasa por ellos, y que es recta.

- *Consecuencias.*—Una vez construida la gráfica, puedes «leer» en ella por *interpolación*, es decir, un valor que está entre los que figuran dibujados. Por ejemplo, para una longitud de 7 m el importe es de 1.400 ptas.

También puedes leer en la gráfica por *extrapolación*, es decir, un valor que está fuera de los dibujados. Por ejemplo: Longitud 10 m: le corresponde un importe de 2 000 ptas.

- *Pendiente de la recta.*

Fíjate bien que si hallas el cociente entre el importe en pesetas y la correspondiente longitud en metros encuentras siempre el mismo valor:

$$\frac{400 \text{ ptas.}}{2 \text{ m}} = \frac{800 \text{ ptas.}}{4 \text{ m}} = \frac{1\,600 \text{ ptas.}}{8 \text{ m}} = \dots = 200 \frac{\text{ptas.}}{\text{m}}$$

De forma general puedes escribir:

$$\frac{\text{Importe en pesetas}}{\text{Longitud en metros}} = \text{constante}$$

O, de forma más abreviada:

$$\frac{y}{x} = k$$

que recibe el nombre de **ecuación de una recta** que pasa por el origen

$$y = k x$$

en nuestro caso particular:

$$k = 200 \frac{\text{ptas.}}{\text{m}}$$

o sea,

$$y = 200 x$$

x representa cualquier longitud, y el importe para esa longitud. Por ejemplo, si $x = 5 \text{ m}$, $y = 200 \text{ ptas./metro} \cdot 5 \text{ m} = 1\,000 \text{ ptas.}$; k se llama **pendiente de la recta** y se obtiene dividiendo un valor de y por el correspondiente valor de x .

Suponte que las longitudes y los precios fuesen los siguientes:

Longitudes (m)	2	3	4	5	6	8	9
Precio (ptas.)	600	900	1 200	1 500	1 800	2 400	2 700

La representación gráfica de longitudes y precios también es una línea recta cuya ecuación es:

$$y = 300 x$$

pues ahora la pendiente de la recta es:

$$\frac{600 \text{ ptas.}}{2 \text{ m}} = \frac{900 \text{ ptas.}}{3 \text{ m}} = \frac{1\,200 \text{ ptas.}}{4 \text{ m}} = \\ = \frac{1\,500 \text{ ptas.}}{5 \text{ m}} = \dots 300 \frac{\text{ptas.}}{\text{m}}$$

- Debes ahora hacer el **problema número 3** (tema 1 del texto).

Observa que el cociente entre cualquier masa y su correspondiente volumen es constante.

$$\frac{15 \text{ g}}{2 \text{ cm}^3} = \frac{52,5 \text{ g}}{7 \text{ cm}^3} = \frac{75 \text{ g}}{10 \text{ cm}^3} = \frac{112,5 \text{ g}}{15 \text{ cm}^3} = \dots = 7,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Por tanto, la representación de la masa frente al volumen debe ser una línea recta (haz la representación).

La ecuación es:

$$\frac{\text{Masa (g)}}{\text{Volumen (cm}^3\text{)}} = 7,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

En forma más abreviada:

$$M = 7,5 V \quad \text{ó} \quad y = 7,5 x$$

- **Problema número 4** (tema 1 del texto)

Este problema es muy interesante. En los dos anteriores, el cociente y/x era constante. Ahora lo que permanece constante es el producto $\cdot PV = \text{constante}$, o sea, $y \cdot x = \text{constante}$. Luego la representación de la presión (P) frente al volumen (V) ya no puede ser una línea recta (fig. 1-5).

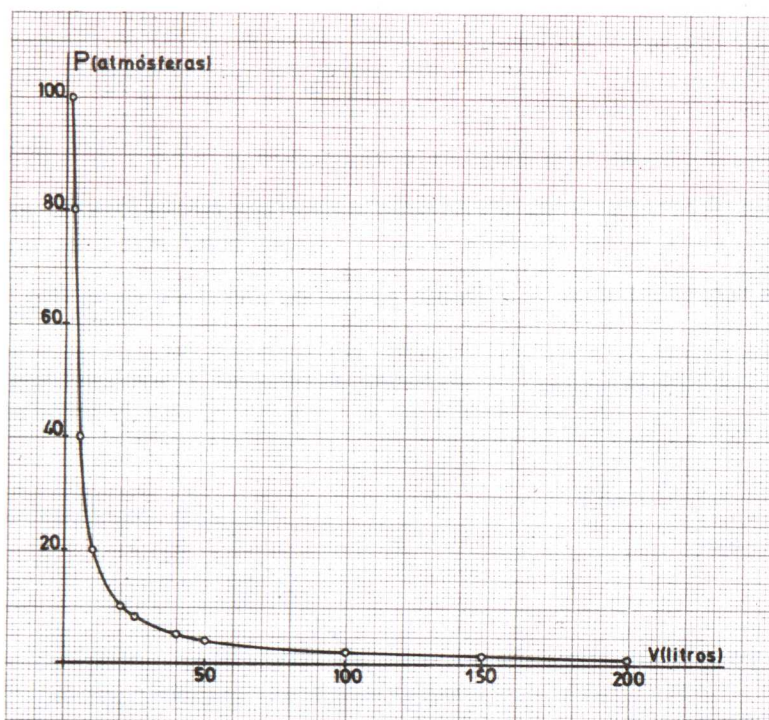


FIG. 1-5

Fíjate bien en la pregunta b):

$$PV = \text{constante} = K ; \quad P = K \frac{1}{V}$$

Si ahora representas P en el eje de ordenadas y $\frac{1}{V}$ en el de abscisas, la ecuación es:

$$y = K \cdot x$$

$$(P) \quad \left(\frac{1}{V} \right)$$

que corresponde a la ecuación de una línea recta.

La tabla de valores es:

Presión (eje Y) atmósferas	1	2	4	5	8	10	20	40	80	100
$\frac{1}{V}$ (eje X) litros ⁻¹	0,005	0,01	0,02	0,025	0,04	0,05	0,10	0,20	0,40	0,5

La representación de P frente a $\frac{1}{V}$ es una línea recta (fig. 1-6).

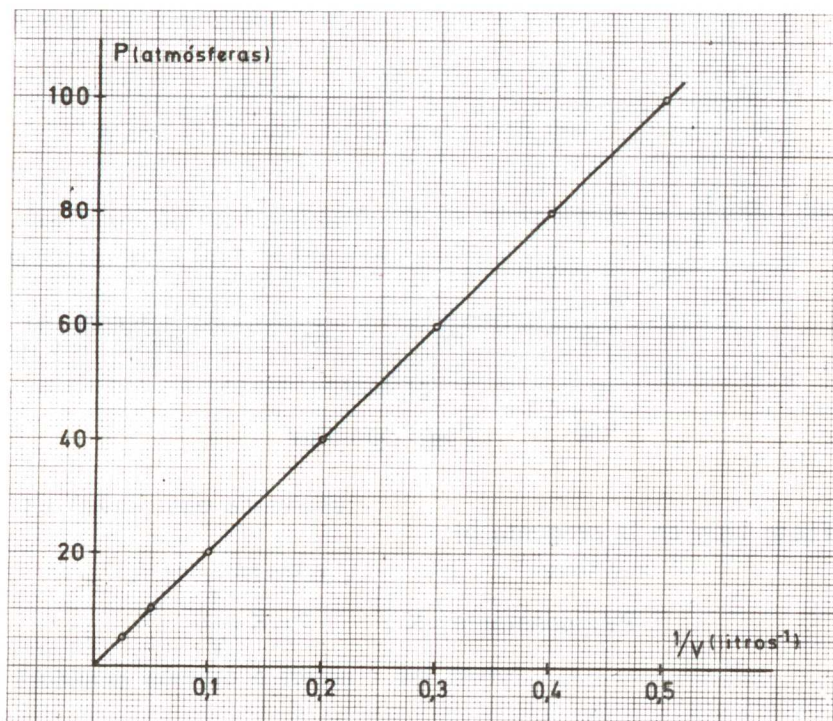


FIG. 1-6

Es muy importante que comprendas que la ecuación matemática de una línea recta es de primer grado.

1.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

- Cuestiones 7 y 8 (tema 1 del texto).

Si has estudiado bien el texto, podrás contestarlas con facilidad.

● Cuestión 9 (tema 1 del texto)

La solución correcta es la b), pero es un buen ejercicio justificar por escrito la falsedad de las otras dos opciones.

● Problema número 5

Si has entendido los ejercicios anteriores, puedes predecir que la gráfica no será una línea recta.

● Problema número 6

Cuando construyas la gráfica, observa el tramo horizontal; a esa temperatura coexisten el sólido y el líquido.

1.4 EXPERIMENTO CASERO

MATERIAL

Tabla de madera pulida, con un canal en el centro (puedes usar un perfil metálico de los de aluminio para ventanas: $\sqcup$).

- Papel blanco y papel de calco.
- Bola de acero o de cristal.
- Un metro de cinta, o simplemente una regla de dibujo.

PRIMERA FASE. OBSERVACION

Un día, estando en la piscina, *observas* cómo una serie de niños disfrutan deslizándose en un tobogán, hasta caer al agua. No todos actúan de la misma forma; unos, los más decididos, se lanzan, sin temor, desde la parte más alta del tobogán; otros, menos valientes, van con cuidado y sólo comienzan a deslizarse cuando alcanzan la parte media del mismo, y aún los habrá más miedosos, que evitan caer al agua, agarrándose con las manos.

Entre los niños más decididos organizan un concurso para ver quién es el que logra caer en el agua a mayor distancia del tobogán. Es evidente que el niño que lo logre será aquel que se ha dejado caer desde la parte más alta, procurando evitar cualquier movimiento que suponga un frenazo en su deslizamiento, e incluso tratará de favorecerlo, impulsándose con su propio cuerpo.

La conclusión es determinante. Para caer en el agua, lejos del tobogán, es necesario que el deslizamiento comience en la parte más alta del mismo, y disminuir todo lo posible los rozamientos.

Si en la piscina hubiese más toboganes, todos ellos con la misma inclinación, pero de diferentes longitudes, los niños podrían realizar nuevos concursos en cada uno de ellos. Los resultados obtenidos serían diferentes. El campeón lograría la mejor marca en el tobogán más largo.

La *observación* de este nuevo hecho te permitirá sacar una segunda conclusión: «Es evidente que la longitud del tobogán y la distancia de caída en el agua están relacionadas entre sí, de tal forma que, si la una crece, la otra también», pero, ¿en qué cuantía?, ¿cuál es la relación exacta que las liga?

Esta es la pregunta motivadora, que a un espíritu científico le hará pensar en alguna experiencia investigadora, cuya realización le permita responder y satisfacer su natural curiosidad. Tú eres un científico en ciernes y vas a introducirte en el mundo de la investigación, utilizando un método científico.

Tu primera actitud ante el problema planteado será realizar una **experiencia** análoga en condiciones óptimas. Para ello decides prescindir de los niños, ya que su falta de disciplina no les permitiría ser colaboradores eficaces e imparciales en la obtención de unos resultados fidedignos. Es necesario plantear un experimento que permita medir con la mayor exactitud posible las longitudes del plano de caída (tobogán) y las distancias logradas en la caída.

SEGUNDA FASE. EXPERIMENTACION

Vas a realizar un experimento, para el cual necesitas el material indicado inicialmente.

● **Preparación.**—En primer lugar vamos a construir un plano inclinado, semejante al tobogán. Para ello busca un punto de apoyo que te permita colocar la tabla de madera en forma de rampa. La inclinación de la tabla ha de permanecer invariable a lo largo de todo el proceso; por eso es conveniente que el apoyo sea sólido y estable.

El extremo más bajo de la tabla debe apoyarse en una superficie lisa (para evitar el rozamiento) y que tenga una determinada altura h

sobre la superficie de la mesa en la que se va a realizar la experiencia. Esto lo podrías conseguir utilizando una caja metálica, o bien una de cartón satinado.

En el plano de la mesa, a continuación de la caja metálica, colocarás un papel blanco, debajo del cual habrás introducido previamente un papel de calco. Aún es necesaria otra operación previa, que consistirá en medir la longitud de la madera que constituye la rampa. Para ello utilizas el metro, señalizando, a partir del extremo más alto, distancias correspondientes a 10 cm, que constituirán las longitudes designadas por las letras L_1 , L_2 , L_3 y L_4 (fig. 1-7).

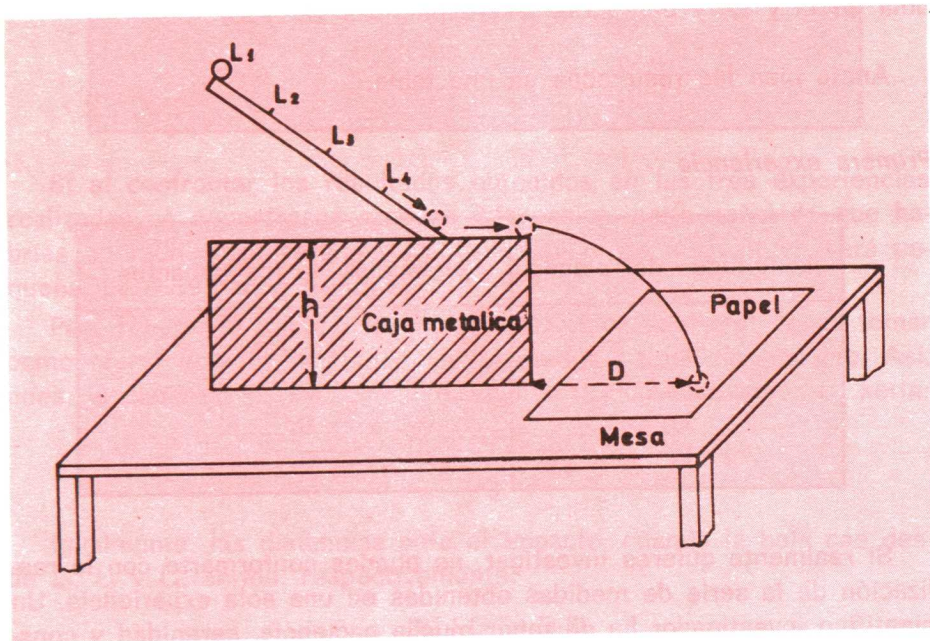


FIG. 1-7

● **Experimentación.**—Dispuestas así las cosas, comienza la experiencia.

Sitúa la bola en la señal L_1 , la más alta de la tabla, y *sin darle ningún impulso*, la dejas en libertad. La bola caerá rodando por la rampa, continúa sobre la superficie de la caja metálica, y al llegar al extremo de la misma caerá, alcanzando la mesa a una determinada

distancia D de la caja. Al rebotar sobre el papel allí colocado, la bola marcará un impacto. Date cuenta que es el primer impacto el que te interesa anotar; por tanto, o bien coges la bola en el aire, después de realizado este primer impacto, o bien lo señalizas inmediatamente en el papel. La distancia marcada por la bola que cae desde la longitud L_1 del plano de la rampa la llamaremos D_1' .

De nuevo vuelves a realizar todo el proceso, variando la longitud recorrida por la bola en su caída. Por tanto, ahora, inicialmente, colocas la bola en L_2 , que habías señalado 10 cm más abajo de L_1 . De esta forma la bola marcará un nuevo impacto sobre el papel, que medirá la distancia D_2' , que, evidentemente, será menor que D_1' .

Repites el proceso otras dos veces, colocando sucesivamente la bola en L_3 y L_4 , y obtendrás las respectivas D_3' y D_4' .

Anota bien los resultados en una tabla:

Primera experiencia

Longitudes del plano	Distancias de los impactos
L_1	D_1'
L_2	D_2'
L_3	D_3'
L_4	D_4'

Si realmente quieres investigar, no puedes conformarte con la realización de la serie de medidas obtenidas en una sola experiencia. Un científico investigador ha de tener mucha paciencia, serenidad y constancia en los afanes descubridores. Es necesario reducir al máximo las posibles causas de error que acompañan a la serie de manipulaciones realizadas. Para ello se hace necesario repetir todo el proceso de experimentación varias veces, anotando los resultados de cada determinación, que permitan luego una confrontación útil. Vamos, pues, a repetir de nuevo el proceso dos veces más:

Segunda experiencia

Longitudes del plano	Distancias de los impactos
L ₁	D ₁ ''
L ₂	D ₂ ''
L ₃	D ₃ ''
L ₄	D ₄ ''

Tercera experiencia

Longitudes del plano	Distancias de los impactos
L ₁	D ₁ '''
L ₂	D ₂ '''
L ₃	D ₃ '''
L ₄	D ₄ '''

Si al confrontar los resultados obtenidos en las tres experiencias realizadas no encontrases grandes diferencias, sería señal de que habrías operado correctamente. La discrepancia de los valores será pequeña, pero de hecho existirá.

Para reducir al mínimo los errores, el valor final que debes tomar como cierto será la media de los obtenidos para cada impacto. Así, pues, la distancia para el impacto, cuando la bola cae desde L₁, sería:

$$d_1 = \frac{D_1' + D_1'' + D_1'''}{3}$$

Igualmente, las distancias para el impacto, cuando la bola cae desde L₂, L₃ y L₄, serían, respectivamente:

$$d_2 = \frac{D_2' + D_2'' + D_2'''}{3}$$

$$d_3 = \frac{D_3' + D_3'' + D_3'''}{3} \quad \text{y} \quad d_4 = \frac{D_4' + D_4'' + D_4'''}{3}$$

Puedes hacer una tabla de valores global, como indicaremos más adelante.

Obtenidos los resultados experimentales, vamos a representarlos gráficamente. Para ello, en un sistema de coordenadas, llevarás al eje de ordenadas las longitudes del plano (L₁, L₂, L₃ y L₄), y al de abscis-

sas, las distancias de los impactos (d_1 , d_2 , d_3 y d_4). Une los puntos determinados y podrás comprobar que encuentras una curva.

Ahora eleva al cuadrado las distancias de los impactos, de forma que vamos a representar gráficamente las longitudes del plano (eje de ordenadas) frente a las distancias de los impactos elevados al cuadrado (eje de abscisas).

L	d ²
L ₁	d ₁ ²
L ₂	d ₂ ²
L ₃	d ₃ ²
L ₄	d ₄ ²

Determinados los puntos, observarás que se ajustan con gran aproximación a una línea recta, de tal forma que se cumple: $\frac{Y}{X^2}=K$, que en el caso de nuestra experiencia sería:

$$\frac{L}{d^2}=K \quad \text{o bien} \quad L=Kd^2$$

FORMA DE PROCEDER EN LA ANOTACION DE DATOS

Longitudes del plano	Distancias de los impactos			Media de las distancias de impacto para cada valor de L _n		
	1.º exp.	2.º exp.	3.º exp.			
L _n	D _n '	D _n ''	D _n '''	$d_n = \frac{D_n' + D_n'' + D_n'''}{3}$	d _n ²	$K = \frac{L_n}{d_n^2}$
L ₁ =	D ₁ '=	D ₁ ''=	D ₁ '''=	d ₁ =	d ₁ ² =	
L ₂ =	D ₂ '=	D ₂ ''=	D ₂ '''=	d ₂ =	d ₂ ² =	
L ₃ =	D ₃ '=	D ₃ ''=	D ₃ '''=	d ₃ =	d ₃ ² =	
L ₄ =	D ₄ '=	D ₄ ''=	D ₄ '''=	d ₄ =	d ₄ ² =	

TERCERA FASE. DISCUSION DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

¿Son sensiblemente iguales los valores de K? ¿Consideras que se cumple la hipótesis de la segunda fase? En caso afirmativo, enuncia la ley resultante y escribe la fórmula correspondiente.

1.5 EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

Debes realizar este ejercicio cuando consideres que tienes comprendido y aprendido el tema. Abstente de consultar en su realización los apuntes y el libro de texto, salvo si se te indica expresamente. Lo corriges de acuerdo con el solucionario. Si no alcanzas la puntuación mínima señalada, esto indica que debes insistir en el estudio del tema antes de pasar a otro nuevo.

● **Analiza el sentido de las siguientes frases y escribe cierto o falso a continuación de las mismas (C o F) (10 puntos):**

1. Observar es aplicar atentamente los sentidos sobre un objeto o fenómeno. C ☐ F ☐
2. Experimentar es lo mismo que observar. C ☐ F ☐
3. Si se miden las magnitudes que intervienen en un fenómeno que reproducimos en unas condiciones previamente establecidas, tiene lugar una experimentación cuantitativa. C ☐ F ☐
4. El paso de lo general a lo particular constituye la inducción. C ☐ F ☐
5. Parte del método científico consiste en realizar experimentos, tabular los datos y de ellos inducir una ley. C ☐ F ☐
6. «La densidad de un cuerpo es el cociente entre su masa y su volumen.» Por tanto, la frase anterior es una ley. C ☐ F ☐
7. Una teoría puede predecir hechos físicos que aún no han sido observados. C ☐ F ☐
8. Cuando Juan ve que el azúcar se disuelve en el agua emite una hipótesis. C ☐ F ☐
9. Cuando Pedro explica que el azúcar posiblemente está en forma molecular disuelto en el agua, observa un fenómeno. C ☐ F ☐

10. Cuando Pedro o Juan comprueban cuánto azúcar puede disolverse en una cantidad de agua, se trata de un experimento cualitativo.

C ☐ F ☐

● **Cuestiones de opción única (4 puntos):**

11. En la orientación sobre el método científico se habla del cociente $\frac{\text{«Peso»}}{\text{Volumen}}$, y al cual, por razones didácticas, se le ha llamado «densina». Para la madera se dice que la «densina» es 0,7. Entre las opciones siguientes sólo hay una correcta; señala cuál:

- A) El valor 0,7 ha de entenderse para un mismo tipo de madera; por ejemplo, de pino.
- B) El valor 0,7 es válido para todas las maderas, ya que todas tienen la misma «densina».
- C) El valor 0,7 es el mismo para todas las maderas que flotan en el agua.
- D) El valor 0,7 es el mismo para todas las maderas que se hunden en el agua.

11

12. Un objeto tiene de «densina» 5. El agua tiene de «densina» 1, y el mercurio, 13,6. Por tanto:

- A) El objeto flota en el agua y en el mercurio.
- B) El objeto flota en el agua solamente.
- C) El objeto flota en el mercurio solamente.
- D) El objeto se hunde en el agua y en el mercurio.

12

● **Ejecución e interpretación de una gráfica:**

13. Se calienta un bloque de un sólido y se obtienen los siguientes datos:

Tiempo (min):	0	2	4	6	10	12	14	16	18	20	22	24
Temperatura (°C):	25	28	31	34	40	44	46	49	50	50	50	50

- A) Representa gráficamente la variación de temperaturas (ordenadas) frente a los tiempos (abscisas) (3 puntos).

.....
.....

- B) ¿Puedes establecer alguna ley sobre el comportamiento de este sólido? (2 puntos).

.....
.....

- C) A partir de la gráfica (2 puntos):

- 1.º ¿Cuál es el aumento de temperatura por cada minuto en el intervalo de 2 minutos a 14 minutos?

.....

- 2.º ¿Y en el intervalo de 18 a 24 minutos?

.....

- D) ¿Qué temperatura estimas tenía el sólido a los 9 minutos de calentarse? (1 punto).

.....

1.6 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

1. C
2. F
3. C
4. F
5. C

6. F
7. C
8. F
9. F

10. F
11. A
12. C

13. A) Gráfica (fig. 1-8).

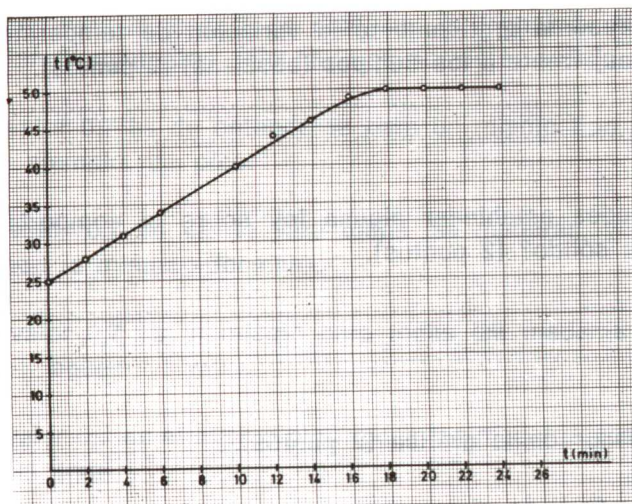


FIG. 1-8

- B) El primer tramo es una recta con pendiente no nula; hay, pues, proporcionalidad directa tiempos-temperaturas. A partir de los 18 minutos, temperatura invariable respecto al tiempo.

C) 1.º: $\text{pendiente} = k = \frac{y}{x} = \frac{46 - 28}{14 - 2} = \frac{18}{12} = 1,5$

2.º: $\text{pendiente} = k = \frac{50 - 50}{24 - 18} = \frac{0}{6} = 0$

- D) Por interpolación encontraríamos que la temperatura es de 37° C.

Puntuación máxima que se puede alcanzar: 22 puntos.

Puntuación mínima indispensable para pasar a estudiar el tema siguiente: 18 puntos.

TEMA 2

OBJETIVOS

Magnitudes físicas

- Escribir las medidas de las magnitudes físicas.
- Utilizar el Sistema Internacional (SI).
- Conocer las dimensiones de cada una de las magnitudes de una fórmula física, escribir la ecuación de dimensiones de ésta.

INDICE

2.1 CONTENIDOS BÁSICOS

2.2 ORIENTACIONES

2.2.1 Acerca de la medida

2.2.2 Medidas indirectas

2.2.3 Acerca del uso de potencias de diez en los múltiplos y submúltiplos del SI

2.2.4 Acerca de las ecuaciones de dimensiones

2.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

2.4 EXPERIMENTO CASERO

2.5 EJERCICIO DE AUTOEVALUACIÓN

2.6 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACIÓN

OBJETIVOS

- Escribir las medidas con sus incertidumbres.
- Utilizar el Sistema Internacional (SI).
- Conocidas las dimensiones de cada una de las magnitudes de una fórmula física, escribir la ecuación de dimensiones de ésta.

INDICE

2.1 CONTENIDOS BASICOS

2.2 ORIENTACIONES

2.2.1 Acerca de la medida

2.2.2 Medidas indirectas

2.2.3 Acerca del uso de potencias de diez en los múltiplos y sub-múltiplos del SI

2.2.4 Acerca de las ecuaciones de dimensión

2.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

2.4 EXPERIMENTO CASERO

2.5 EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

2.6 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

2.1 CONTENIDOS BASICOS

- Magnitud física (T).
- Medida (T, D).
- Unidad (T).
- Medidas directas (T).
- Medidas indirectas (T, D).
- Errores sistemáticos y accidentales (T).
- Error absoluto y relativo (T, D).
- Magnitudes fundamentales y derivadas (T, D).
- Sistema Internacional (T).
- Uso de potencias de diez (D).
- Ecuaciones de dimensión (D).

2.2 ORIENTACIONES

2.2.1 Acerca de la medida

Es necesario que al realizar una medida sepas luego cómo expresarla de forma que refleje la realidad. Cuando un físico o un químico trabaja con medidas experimentales, generalmente no conoce el valor exacto de cada magnitud medida, pues todo aparato de medida tiene un límite en su precisión. Por eso es imprescindible hacer unas consideraciones que te permitan comprender dos nuevos conceptos:

1. Supongamos que un experimentador emplea un reloj de pulsera corriente para medir un intervalo de tiempo entre dos sucesos, y da como resultado:

$$80 \text{ s y } \frac{5}{10} \text{ de segundo, o sea, } 80,5 \text{ s}$$

Desde el primer momento puedes asegurar que ese resultado no es correcto, ya que hace alarde de una precisión, que el aparato em-

pleado en realizar la medida no tiene, ya que ese reloj corriente sólo puede apreciar segundos.

Entonces esa medida debía haberse expresado simplemente así: 80 s, con una incertidumbre de ± 1 s, que se escribe en la forma:

$$80 \pm 1 \text{ s}$$

Este resultado está de acuerdo con la base experimental de la medida. Al verlo interpretamos que el valor exacto de esa medida es muy probable que esté comprendido entre 79 s y 81 s.

Si el intervalo de tiempo hubiese sido medido utilizando un cronómetro que aprecie décimas de segundo, y leemos 80,3 s, por ejemplo, la forma de expresar el resultado sería:

$$80,3 \pm 0,1 \text{ s}$$

indicando así que el intervalo de tiempo medido es muy probable que esté comprendido entre 80,2 s y 80,4 s.

El número añadido al resultado leído, que hemos precedido del signo $\pm$, expresa el margen de incertidumbre, dentro del cual se encuentra probablemente el valor de la medida, y se suele llamar *error* en la medida.

Veamos otro ejemplo que te ayude a clarificar más las ideas. Supongamos que queremos medir la masa de un cuerpo, y para ello disponemos de una balanza que aprecia décimas de gramo. Esta limitación del aparato la transfiere a todas las medidas realizadas con él; la incertidumbre de $\pm 0,1$ g aparecerá en los resultados. Supongamos que hemos encontrado para la masa medida el valor de 100,2 g. Su expresión correcta debe hacerse en la forma:

$$100,2 \pm 0,1 \text{ g}$$

Así (siempre que no haya otros errores), podemos decir que el valor de la masa es muy probable que esté comprendido entre

$$100,1 \text{ g} \text{ y } 100,3 \text{ g}$$

Es muy frecuente que encuentres medidas físicas expresadas en la forma: 20,00. Tú puedes pensar que es una redundancia poner una

coma decimal seguida de dos ceros, ya que numéricamente no valen nada; sin embargo, no es así:

Si expresas la longitud de una cinta en la forma

$$\ell = 20,00 \text{ m}$$

es diferente que si la expresas en la forma

$$\ell = 20 \text{ m}$$

o bien de esta otra manera:

$$\ell = 20,000 \text{ m}$$

En el primer caso, la presencia de los dos ceros a la derecha de la coma decimal están indicando que en la medida se ha apreciado hasta la centésima de metro; por tanto, indica que esa longitud está comprendida entre 19,99 m y 20,01 m.

En el segundo caso, 20 m nos indica que la apreciación máxima de la medida es de ± 1 m, o sea, que la longitud estaría comprendida entre 19 y 21 m.

¿Cuál de las dos medidas sería más precisa? Indudablemente, la primera.

En el tercer caso, se mide con una apreciación de $\pm 0,001$ m; por tanto, el valor de la longitud 20,000 m puede estar comprendido entre

$$19,999 \text{ m} \text{ y } 20,001 \text{ m}$$

2. Vamos ahora a introducirte en la idea de lo que es **el error relativo**.

Supongamos que con la balanza de nuestro ejemplo anterior, que sólo apreciaba décimas de gramo, hemos realizado las dos medidas siguientes:

$$1.^a \quad 125,6 \pm 0,1 \text{ g}$$

$$2.^a \quad 20,3 \pm 0,1 \text{ g}$$

Como ves, el error de ambas medidas es el mismo; ahora bien, ¿tú crees que la importancia de esa incertidumbre afecta de la misma ma-

nera a estas dos medidas para poder decir de ellas que son iguales en precisión?

Fácilmente recapacitas la respuesta, y comprendes que relativamente el $\pm 0,1$ afecta en menor cuantía a la primera medida que a la segunda, dado que la cantidad de magnitud de la primera es mayor.

¿Cómo expresar entonces la forma de poner de manifiesto la relatividad de la precisión de una medida? Es indudable que hay que relacionar el error de la medida con la cuantía de la misma. Así, en nuestro caso, la relatividad buscada la lograríamos en la forma:

$$1.^{\circ} \quad \frac{0,1}{125,6} = 0,000796, \text{ que suele expresarse también en tantos por}$$

$$\text{ciento, de forma que: } \frac{0,1}{125,6} \cdot 100 = 0,08 \, \%.$$

$$2.^{\circ} \quad \frac{0,1}{20,3} = 0,0049, \text{ o, en tantos por ciento: } \frac{0,1}{20,3} \cdot 100 = 0,5 \, \%.$$

Ahora sí que ponemos de manifiesto el grado relativo de precisión que tienen estas medidas, esto es, hemos expresado el error relativo como el cociente entre el error que acompaña a la medida y el valor de la medida.

2.2.2 Medidas indirectas

Son muchas las ocasiones que se presentan en la vida real en que nos vemos precisados a medir magnitudes, cuyo conocimiento implica realizar cálculos con otras magnitudes susceptibles de medirse directamente. Imagina una piscina rectangular de la que quieres conocer su superficie y su volumen. ¿Qué podrías hacer?

Para calcular la superficie necesitas medir dos magnitudes, las de los lados diferentes del rectángulo, ya que el área o superficie de esta figura geométrica viene dada por el producto base por altura:

$$\text{Superficie} = \ell_1 \times \ell_2$$

Para calcular el volumen necesitarías hacer una medida más, la de la altura de la piscina, h . Entonces:

$$\text{Volumen} = \ell_1 \times \ell_2 \times h$$

Todo este tipo de medidas de magnitudes, para cuyo conocimiento son necesarios realizar cálculos con otras magnitudes más sencillas susceptibles de ser medidas directamente, les llamamos **medidas indirectas**.

Veamos ahora con qué precisión se pueden dar los resultados en estos casos. Para ello vamos a considerar unos casos muy sencillos.

1.º Supongamos que queremos medir el semiperímetro de una mesa rectangular. Para ello tendremos que conocer la medida de la base y de la altura de ese rectángulo que es la mesa, ya que:

$$\text{Semiperímetro} = \text{base} + \text{altura}$$

Medimos la base, encontrando el valor: $\text{Base} = 1,22 \pm 0,01 \text{ m}$.

La medida de la altura es la siguiente: $\text{Altura} = 0,77 \pm 0,01 \text{ m}$.

Entonces:

$$\text{Semiperímetro} = 1,22 + 0,77 = 1,99 \text{ m}$$

Ahora bien, ¿cuál sería la incertidumbre de este resultado? Se establece que la medida indirecta lleva sumados los errores de las medidas directas. Según esto, el resultado debe expresarse en la forma:

$$\text{Semiperímetro} = 1,99 \pm 0,02 \text{ m}$$

2.º Consideramos ahora el caso de que lo que nos interesa es saber la diferencia que hay entre las longitudes de los dos lados diferentes de la mesa. De tal forma que:

$$\text{Diferencia de longitudes} = \text{base} - \text{altura}$$

Por tanto:

$$D = 1,22 - 0,77 = 0,45 \text{ m}$$

¿Cuál es la incertidumbre del resultado? Se establece que, como en el caso precedente, el error de la diferencia es igual a la suma de los errores del minuendo y del sustraendo. En nuestro ejemplo, el resultado se expresaría en la forma:

$$0,45 \pm 0,02 \text{ m}$$

Los casos 1.º y 2.º considerados nos llevan a establecer la siguiente **REGLA GENERAL**: El error de una suma o una diferencia es igual a

la suma de los errores de cada uno de los términos de la suma o la diferencia.

3.º Consideremos ahora el caso de una medida indirecta que implique en su cálculo un producto de medidas directas. Tal es el caso que se nos presenta si, en nuestro ejemplo anterior, lo que queremos medir es la superficie de la mesa:

$$\text{Area} = \text{base} \times \text{altura} = 1,22 \times 0,77 = 0,9394 \text{ m}^2$$

La incertidumbre que afecta a esta medida se halla *sumando los errores relativos* de las medidas directas:

$$\frac{0,01}{1,22} + \frac{0,01}{0,77} = 0,0082 + 0,0129 = 0,021$$

que en % sería: 2,1 %.

Ahora planteamos la proporción siguiente:

$$\frac{2,1}{100} = \frac{x}{0,9394} ; \quad x = 0,019 \approx 0,02$$

Por tanto, el resultado que expresa el área de la mesa sería:

$$\text{Area} = 0,94 \pm 0,02 \text{ m}^2$$

4.º Cuando en el cálculo de una medida indirecta intervienen varias magnitudes a medir en forma directa, es necesario emplear el mismo grado de incertidumbre para ellas; de no ser así, **la medida menos precisa limita la precisión** del resultado. Lo verás con claridad considerando un ejemplo sencillo: Vamos a calcular la superficie de un rectángulo, del cual conocemos que:

$$\begin{aligned} \text{base} &= 1,267 \pm 0,001 \text{ m} \\ \text{altura} &= 0,7 \pm 0,1 \text{ m} \end{aligned}$$

El área será:

$$A = B \cdot h = 1,267 \times 0,7 = 0,8868 \text{ m}^2$$

¿Con qué incertidumbre expresamos el área?

Veamos:

$$\text{error relativo de la base} = \frac{0,001}{1,267} \cdot 100 = 0,08 \%$$

$$\text{error relativo de la altura} = \frac{0,1}{0,7} \cdot 100 = 14 \%$$

La precisión de la medida de la base es muchísimo mayor que la de la altura:

$$\text{error relativo del área} = 0,08 + 14 \approx 14 \%$$

Por tanto:

$$\frac{14}{100} = \frac{x}{0,8869} ; \quad x = 0,1$$

$$\text{Area} = 0,9 \pm 0,1 \text{ m}^2$$

Ante este resultado, te habrás dado cuenta de que de nada sirve medir con mucha precisión la base, si la altura está medida con gran imprecisión. La precisión del resultado viene condicionada por la medida más imprecisa.

En el caso anterior, supongamos que las medidas realizadas hubiesen sido estas otras:

$$B = 1,267 \pm 0,001 \text{ m}$$

$$h = 0,705 \pm 0,001 \text{ m}$$

$$\text{error relativo de la base} = \frac{0,001}{1,267} \cdot 100 = 0,08 \%$$

$$\text{error relativo de la altura} = \frac{0,001}{0,705} \cdot 100 = 0,14 \%$$

$$\text{error relativo para el área} = 0,14 + 0,08 = 0,22 \%$$

$$\text{Area} = 1,267 \times 0,705 = 0,8932 \text{ m}^2$$

Entonces:

$$\frac{0,22}{100} = \frac{x}{0,8932} ; \quad x = 0,002$$

Luego el valor del área sería:

$$\text{Area} = 0,893 \pm 0,002 \text{ m}^2$$

Es visible la diferencia en la precisión del resultado operando de una y otra forma:

5.º Por último, veamos el caso de la incertidumbre de un cociente: Supongamos que se trata de determinar la densidad de un cuerpo. Dado que:

$$\text{densidad} = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}}$$

vemos que se hace necesario medir la masa y el volumen de dicho cuerpo.

Los resultados de estas medidas son:

$$\text{masa} = 6,27 \pm 0,01 \text{ g}$$

$$\text{volumen} = 2,43 \pm 0,02 \text{ cm}^3$$

$$\text{densidad} \rightarrow d = \frac{6,27}{2,43} = 2,580247 \text{ g/cm}^3$$

Para saber la incertidumbre de este resultado, se sigue el mismo camino que en el caso del producto:

$$\text{error relativo de la masa} = \frac{0,01}{6,27} \cdot 100 = 0,16 \%$$

$$\text{error relativo del volumen} = \frac{0,02}{2,43} \cdot 100 = 0,82 \%$$

$$\text{error relativo de la densidad} = 0,16 + 0,82 = 0,98 \approx 1 \%$$

Luego:

$$\frac{1}{100} = \frac{x}{2,5802} ; \quad x = 0,0258 \approx 0,03$$

Por tanto, el resultado correcto será:

$$d = 2,58 \pm 0,03 \text{ g/cm}^3$$

2.2.3 Acerca del uso de potencias de diez en los múltiplos y submúltiplos del SI

Además del *m*, *kg*, *s*, símbolos de las unidades fundamentales del SI, debes aprender también los de unidades derivadas de uso más frecuente (tabla I, tema 2 de POSITRON), por su utilización en este apartado.

No confundas el símbolo Tm (terámetro, múltiplo del metro) con tm = 10³ kg = una tonelada, de uso frecuente en la vida ordinaria, aunque no pertenezca al SI. (Resolución 7 de la IX C. G. P. M., año 1948.)

Sabemos que la unidad de masa en el SI es el kilogramo, y su símbolo *kg* (minúsculas ambas letras). Pero, según normas del SI, no se pueden poner dos prefijos (tabla II, pág. 19 de POSITRON) de múltiplos o submúltiplos delante del símbolo de la unidad principal. Ahora bien, el símbolo *kg* ya lleva, por motivos tradicionales, el prefijo kilo (símbolo *k*). En este caso, para evitar confusiones, las normas del SI determinan que los nombres de los múltiplos y submúltiplos de la unidad de masa se formen adjuntando los prefijos a la palabra «gramo».

El uso de potencias de diez para simplificar la expresión de números muy grandes o muy pequeños, que tienen muchos ceros, es muy frecuente en Física y Química. En la misma tabla II de múltiplos y submúltiplos, ya citada, tienes un ejemplo práctico en la tercera columna.

Veamos los casos que pueden presentarse.

Primer caso:

Uso de potencias de diez con exponente positivo.

Si el número está formado por varias cifras seguidas de ceros, es costumbre pasarlo a potencias de diez. Para ello:

1.º Pon una coma a la derecha de la primera cifra (entendemos por primera cifra la primera de la izquierda).

2.º Cuenta el número de cifras que hay a la derecha de la coma (incluidos los ceros); ese número es el exponente de diez.

Veamos un ejemplo: Sea 437000000000 J (julios).

1.º Pongamos la coma: 4,37000000000.

2.º Número de cifras, incluidos los ceros, a la derecha de la coma: 11.

El número, expresado en potencias de diez, es el siguiente:

$$4,37 \cdot 10^{11} \text{ J}$$

Comprueba los ejemplos siguientes:

$$2465000000 \text{ kN (kilonewtons)} = 2,465 \cdot 10^9 \text{ kN}$$

$$98000000000000 \text{ s (segundos)} = 9,8 \cdot 10^{13} \text{ s}$$

Segundo caso:

Uso de potencias de diez con exponente negativo, cuando el número es una cantidad decimal menor que la unidad, con muchos ceros después de la coma decimal.

1.º Corres la coma decimal hacia la derecha hasta ponerla a la derecha de la primera cifra que encuentres que no sea cero.

2.º Cuentas todos los lugares que ha corrido la coma, y este número es igual al exponente negativo de la potencia de diez.

Veamos un ejemplo: Sea 0,00000000000897 m.

1.º Corramos la coma decimal hacia la derecha hasta pasar la primera cifra distinta de cero: 8,97.

2.º Número de lugares que ha corrido la coma: 12.

El número dado, expresado en potencias de diez, es:

$$8,97 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

Comprueba los ejemplos siguientes:

$$0,0000000054 \text{ kg} = 5,4 \cdot 10^{-9} \text{ kg}$$

$$0,0042 \text{ MW (megawatios)} = 4,2 \cdot 10^{-3} \text{ MW}$$

Tercer caso:

Expresar una determinada cantidad de una magnitud física en distintos múltiplos o submúltiplos de la unidad correspondiente.

El uso de las potencias de diez simplifica mucho este caso. Al principio quizá te sea más fácil, con ayuda de las equivalencias de la tabla II (POSITRON, pág. 19), establecer unas sencillas proporciones:

Ejemplo 1.º

Expresar $4,37 \cdot 10^{11} \text{ J}$ en kJ.

Si $1 \text{ kJ} = 10^3 \text{ J}$, podemos establecer la siguiente proporción:

$$\frac{10^3 \text{ J}}{4,37 \cdot 10^{11} \text{ J}} = \frac{1 \text{ kJ}}{x \text{ kJ}} \left\} \times \text{kJ} = \frac{4,37 \cdot 10^{11} \text{ J} \times 1 \text{ kJ}}{10^3 \text{ J}} = 4,37 \cdot 10^8 \text{ kJ}$$

Luego

$$4,37 \cdot 10^{11} \text{ J} = 4,37 \cdot 10^8 \text{ kJ}$$

Ejemplo 2.º

Expresar $2,465 \cdot 10^9 \text{ kN}$ en GN.

a) Veamos primero a cuántos kilonewton equivale 1 GN (giganewton). Teniendo en cuenta las equivalencias con la unidad de la tabla II (pág. 19 de POSITRON), puedes establecer las operaciones siguientes, para hallar, en una primera etapa, el valor de 1 N en GN:

$$1 \text{ GN} = 10^9 \text{ N}$$

En la expresión anterior dividimos los dos miembros por 10^9 :

$$\frac{1 \text{ GN}}{10^9} = \frac{10^9}{10^9} \text{ N} \quad \text{y de aquí:} \quad 1 \text{ N} = \frac{1 \text{ GN}}{10^9}$$

Como $\frac{1}{10^9} = 10^{-9}$, quedará:

También debemos hallar la equivalencia de 1 N en kN. Sabemos por la tabla II el valor inverso, es decir:

$$1 \text{ kN} = 10^3 \text{ N}$$

Dividiendo los dos miembros de la expresión anterior por 10^3 :

$$\frac{1 \text{ kN}}{10^3} = \frac{10^3}{10^3} \text{ N} \quad \text{y de aquí:} \quad 1 \text{ N} = \frac{1 \text{ kN}}{10^3}$$

Como $\frac{1}{10^3} = 10^{-3}$, resultará: $1 \text{ N} = 10^{-3} \text{ kN}$

Acabamos de ver que:

$$\left. \begin{array}{l} 1 \text{ N} = 10^{-9} \text{ GN} \\ 1 \text{ N} = 10^{-3} \text{ kN} \end{array} \right\} \text{ Los segundos miembros serán iguales:}$$

$$10^{-9} \text{ GN} = 10^{-3} \text{ kN}$$

Dividamos por 10^{-9} los dos miembros de la expresión anterior:

$$1 \text{ GN} = \frac{10^{-3}}{10^{-9}} \text{ kN} = 10^6 \text{ kN}$$

b) Con esta equivalencia ya puedes establecer la proporción:

$$\begin{aligned} \frac{10^6 \text{ kN}}{2,465 \cdot 10^9 \text{ kN}} &= \frac{1 \text{ GN}}{x \text{ GN}} \quad \left. \vphantom{\frac{10^6 \text{ kN}}{2,465 \cdot 10^9 \text{ kN}}} \right\} \times \text{GN} = \frac{2,465 \cdot 10^9 \text{ kN} \times 1 \text{ GN}}{10^6 \text{ kN}} = \\ &= 2,465 \cdot 10^3 \text{ GN} \end{aligned}$$

Luego el resultado final será:

$$2,465 \cdot 10^9 \text{ kN} = 2,465 \cdot 10^3 \text{ GN}$$

Ejemplo 3.º

Expresar $8,97 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ en μm .

Sabemos por la tabla II (POSITRON, pág. 19) que:

$$1 \text{ m} = 10^6 \mu\text{m}$$

Dividamos por 10^6 :

$$\frac{1 \text{ m}}{10^6} = \frac{10^6}{10^6} \mu\text{m}; \quad \text{es decir: } 10^{-6} \text{ m} = 1 \mu\text{m}$$

Establezcamos ahora la siguiente proporción:

$$\frac{10^{-6} \text{ m}}{8,97 \cdot 10^{-12} \text{ m}} = \frac{1 \mu\text{m}}{x \mu\text{m}} \left. \vphantom{\frac{10^{-6} \text{ m}}{8,97 \cdot 10^{-12} \text{ m}}} \right\} \times \mu\text{m} = \frac{8,97 \cdot 10^{-12} \text{ m} \times 1 \mu\text{m}}{10^{-6} \text{ m}} =$$
$$= 8,97 \cdot 10^{-6} \mu\text{m}$$

Luego el resultado final será:

$$8,97 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 8,97 \cdot 10^{-6} \mu\text{m}$$

Ejemplo 4.º

Expresar $4,2 \cdot 10^{-3} \text{ MW}$ en kW.

Por la tabla II, ya mencionada (tema 2, POSITRON), sabes que:

$$1 \text{ MW} = 10^6 \text{ W}$$

$$1 \text{ kW} = 10^3 \text{ W}$$

De aquí, por procedimiento semejante al empleado en el apartado a) del Ejemplo 2.º, podemos deducir:

$$1 \text{ W} = 10^{-6} \text{ MW}$$

$$1 \text{ W} = 10^{-3} \text{ kW}$$

Los segundos miembros serán iguales:

$$10^{-6} \text{ MW} = 10^{-3} \text{ kW}$$

Dividiendo por 10^{-6} ambos miembros:

$$\frac{10^{-6} \text{ MW}}{10^{-6}} = \frac{10^{-3}}{10^{-6}} \text{ kW} ; \quad \text{es decir: } 1 \text{ MW} = 10^3 \text{ kW}$$

Con esta equivalencia, ya podemos establecer la siguiente proporción:

$$\frac{1 \text{ MW}}{4,2 \cdot 10^{-3} \text{ MW}} = \frac{10^3 \text{ kW}}{x \text{ kW}}$$

y de aquí:

$$x \text{ kW} = \frac{4,2 \cdot 10^{-3} \text{ MW} \times 10^3 \text{ kW}}{1 \text{ MW}} = 4,2 \text{ kW}$$

Luego el resultado final será:

$$4,2 \cdot 10^{-3} \text{ MW} = 4,2 \text{ kW}$$

Ejemplo 5.º

Expresar $5,4 \cdot 10^{-9} \text{ kg}$ en: a) mg; b) Tg.

Ten en cuenta lo expuesto al comienzo del apartado 2.2.3 de este documento INBAD acerca del uso de los prefijos en el caso de la unidad de masa. Es decir, para este caso que tratamos:

$$1 \text{ kg} = 10^3 \text{ g} ; \quad 1 \text{ Tg} = 10^{12} \text{ g} ; \quad 1 \text{ mg} = 10^{-3} \text{ g}$$

O sea, una cosa es que el uso de los múltiplos y submúltiplos debe afectar a la palabra «gramo» y otra que la unidad de masa según el SI es, en Física y Química, el kilogramo, por lo que si, en el curso de un problema cualquiera, queremos expresar todos los datos del mismo en unidades SI, debemos expresar la masa en kilogramos, pero haciendo las transformaciones de múltiplos y submúltiplos de la tabla II referidas al gramo.

a) *Expresemos primeramente $5,4 \cdot 10^{-9}$ kg en mg.*

Por la citada tabla II de equivalencias sabemos que:

$$\begin{aligned} 1 \text{ kg} &= 10^3 \text{ g} \\ 1 \text{ mg} &= 10^{-3} \text{ g} \end{aligned}$$

Análogamente a como se ha visto en los ejemplos que anteceden, si dividimos los dos miembros de la primera igualdad por 10^3 y los dos miembros de la segunda igualdad por 10^{-3} , deduciremos:

$$\begin{aligned} 1 \text{ g} &= 10^{-3} \text{ kg} \\ 1 \text{ g} &= 10^3 \text{ mg} \end{aligned}$$

Los primeros miembros son iguales, luego los segundos también:

$$10^{-3} \text{ kg} = 10^3 \text{ mg}$$

Dividiendo ambos miembros por 10^{-3} tendremos:

$$\frac{10^{-3} \text{ kg}}{10^{-3}} = \frac{10^3}{10^{-3}} \text{ mg} ; \quad \text{es decir: } 1 \text{ kg} = 10^6 \text{ mg}$$

Con esta equivalencia, ya podemos establecer la proporción:

$$\frac{1 \text{ kg}}{5,4 \cdot 10^{-9} \text{ kg}} = \frac{10^6 \text{ mg}}{x \text{ mg}}$$

de donde:

$$x \text{ mg} = \frac{10^6 \text{ mg} \times 5,4 \cdot 10^{-9} \text{ kg}}{1 \text{ kg}} = 5,4 \cdot 10^{-3} \text{ mg}$$

Luego el resultado final será:

$$5,4 \cdot 10^{-9} \text{ kg} = 5,4 \cdot 10^{-3} \text{ mg}$$

b) *Expresamos ahora $5,4 \cdot 10^{-9}$ kg en Tg (teragramos).*

Por la tantas veces citada tabla II de múltiplos y submúltiplos, sabemos que:

$$\begin{aligned} 1 \text{ Tg} &= 10^{12} \text{ g} \\ 1 \text{ kg} &= 10^3 \text{ g} \end{aligned}$$

Dividiendo la primera igualdad por 10^{12} y la segunda por 10^3 deducimos:

$$\begin{aligned} 1 \text{ g} &= 10^{-12} \text{ Tg} \\ 1 \text{ g} &= 10^{-3} \text{ kg} \end{aligned}$$

Los segundos miembros de estas últimas igualdades serán iguales:

$$10^{-12} \text{ Tg} = 10^{-3} \text{ kg}$$

Dividiendo ambos miembros por 10^{-12} :

$$\frac{10^{-12} \text{ Tg}}{10^{-12}} = \frac{10^{-3}}{10^{-12}} \text{ kg}; \quad \text{es decir:} \quad 1 \text{ Tg} = 10^9 \text{ kg}$$

Con esta equivalencia, ya podemos establecer la proporción:

$$\frac{10^9 \text{ kg}}{5,4 \cdot 10^{-9} \text{ kg}} = \frac{1 \text{ Tg}}{x \text{ Tg}}$$

de donde:

$$x \text{ Tg} = \frac{5,4 \cdot 10^{-9} \text{ kg} \times 1 \text{ Tg}}{10^9 \text{ kg}} = 5,4 \cdot 10^{-18} \text{ Tg}$$

Luego el resultado será:

$$5,4 \cdot 10^{-9} \text{ kg} = 5,4 \cdot 10^{-18} \text{ Tg}$$

2.2.4 Acerca de las ecuaciones de dimensión

Hemos visto cómo se realizan las medidas directas e indirectas teniendo en cuenta la precisión con que han sido realizadas y la forma de expresar correctamente el grado de incertidumbre de las mismas.

Ahora es necesario que te des cuenta de que los números, en Física, han de ir acompañados siempre de una unidad; de lo contrario, carecen de sentido. Expresamos, por ejemplo, el resultado:

345,00 metros

Sabemos que hemos medido una longitud y que la cantidad de la magnitud medida contiene 345 veces la unidad elegida.

Las unidades de medida se establecen previamente. Cada magnitud podría tener su unidad independiente de las demás magnitudes, pero esto nos conduciría a una gran complicación, cuando tratásemos de establecer relaciones entre las distintas unidades posibles.

Realmente un fenómeno físico se realiza en el espacio, en un determinado tiempo, y en él interviene un cuerpo con una determinada masa. En mecánica son suficientes estas tres magnitudes: longitud (L), masa (M) y tiempo (T) para definir todas las demás en función de estas tres que consideraremos magnitudes *fundamentales*. Las demás serán magnitudes *derivadas*, o sea, ligadas a las fundamentales mediante las fórmulas que las definen.

La elección de las magnitudes fundamentales es, desde luego, arbitraria, pero al hacerlo se ha tenido en cuenta el hecho de que son magnitudes ligadas a los tres elementos integrantes de todos los fenómenos físicos. Las demás magnitudes, llamadas *derivadas*, podemos expresarlas en función de las fundamentales, mediante ecuaciones sencillas, llamadas ecuaciones de dimensión o ecuaciones dimensionales.

Veamos la forma de hacerlo:

Representamos las magnitudes fundamentales por:

L	M	T
longitud	masa	tiempo

¿Cómo podríamos expresar una superficie, un volumen o una velocidad en función de estas tres fundamentales?

$$\text{Superficie} = \ell \times \ell = \ell^2$$

Podemos representar entonces una superficie por medio del cuadrado de una longitud. La magnitud que queremos expresar dimensionalmente se cierra dentro de un corchete. Ello nos indica que se trata de una ecuación de dimensión. Entonces la magnitud superficie tendrá la siguiente ecuación de dimensión:

$$[S] = L^2$$

Siguiendo el mismo razonamiento, podemos escribir la ecuación de dimensión de un volumen:

$$[V] = L^3$$

Veamos ahora la velocidad:

$$\text{velocidad} = \frac{\text{longitud}}{\text{tiempo}}$$

$$[v] = \frac{L}{T} = LT^{-1}$$

Cualquier magnitud es susceptible de esta representación dimensional. Consideremos la densidad de un cuerpo:

$$\text{densidad} = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}}$$

$$[d] = \frac{M}{V} = \frac{M}{L^3} = ML^{-3}$$

A medida que vayamos estudiando las diferentes magnitudes físicas, expresaremos sus respectivas ecuaciones dimensionales.

Todas las fórmulas físicas han de ser *dimensionalmente homogéneas*, es decir, que si en una ecuación física el primer miembro es una velocidad, el segundo miembro ha de tener las dimensiones LT^{-1} correspondientes a la velocidad.

Vamos a ver esto con un ejemplo. Recordaréis que la aceleración es una magnitud física que mide la variación de la velocidad en el tiempo. De forma que:

$$a = \frac{v}{t}$$

Y la ecuación de dimensión correspondiente sería:

$$[a] = \frac{LT^{-1}}{T} = LT^{-2}$$

Intenta contestar ahora a esta pregunta: Si te dicen que la velocidad de un móvil viene dada por

$$v = \sqrt{2as}$$

donde a =aceleración y s =longitud reconocida. ¿Sería esta expresión dimensionalmente correcta?

Veamos: el primer miembro y el segundo miembro han de tener la misma ecuación dimensional si la igualdad se establece entre magnitudes homogéneas. Por tanto:

Primer miembro:

$$[v] = LT^{-1}$$

Segundo miembro:

$$[a] = LT^{-2} ; \quad [s] = L$$

Entonces:

$$\sqrt{LT^{-2}L} = \sqrt{L^2T^{-2}} = LT^{-1}$$

resultan ser las dimensiones de una velocidad; por tanto, la expresión es correcta desde el punto de vista dimensional.

El manejar bien las dimensiones de las magnitudes físicas es fundamental para su estudio y para establecer las interrelaciones entre las distintas magnitudes.

Las *unidades* de las magnitudes fundamentales, para la mecánica, elegidas en el Sistema Internacional son: el metro, el kilogramo y el segundo. La adopción del SI de unidades ha simplificado mucho los cálculos al homogeneizar los resultados. De todas formas, no siempre se expresan las cantidades de las magnitudes en función de las unidades fundamentales, y en ese caso es necesario saber establecer la *equivalencia de valores*.

Si medimos la velocidad de un coche, generalmente expresamos la medida en $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, y dado que las unidades fundamentales de longitud y tiempo son respectivamente el metro y el segundo, debemos saber establecer la equivalencia.

Ejemplo 1.º

¿Cuál sería la velocidad de un coche, expresada en $\frac{\text{m}}{\text{s}}$, si el indicador de velocidades nos señala $72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$?

$$72 \text{ km} = 72\,000 \text{ m}$$

$$1 \text{ hora} = 60 \text{ minutos} = 60 \times 60 \text{ segundos}$$

Luego:

$$72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{72\,000 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = \frac{720 \text{ m}}{36 \text{ s}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ejemplo 2.º

¿Cuál sería la aceleración que desarrolla una locomotora, expresada en $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, si sabemos que su valor es de $50 \frac{\text{km}}{\text{h}^2}$?

$$50 \frac{\text{km}}{\text{h}^2} = \frac{50 \text{ km} \cdot 1\,000 \frac{\text{m}}{\text{km}}}{\text{h}^2 \cdot 3\,600 \frac{\text{s}}{\text{h}} \cdot 3\,600 \frac{\text{s}}{\text{h}}} = \frac{5 \cdot 10^4 \text{ m}}{36^2 \cdot 10^4 \text{ s}^2} = 0,00386 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

o bien:

$$50 \frac{\text{km}}{\text{h}^2} = 3,86 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

2.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

Cuestiones 1, 2 y 3: puedes contestarlas si has leído atentamente el texto.

Problema 6

Puedes contestar leyendo atentamente el párrafo 1-4 del texto (tema 2).

Problema 8

Consulta la tabla II, tema 2 del texto.

Problema 9

Resultado: kg/m^3 ; $1\,000\text{ kg/m}^3$.

Cuestión 10

Consulta el texto.

Problema 5

Si haces una medida con una balanza que aprecia 0,01 g y encuentras el valor 200 g, en realidad ya sabes que debes escribir:

$$200,00 \pm 0,01\text{ g}$$

El error relativo es:

$$\frac{0,01}{200} \times 100 = 0,005\%$$

Opera análogamente con los otros casos.

Problema 7

Con el doble decímetro puedes medir como máximo 20 cm; dado que está graduado en milímetros, puedes expresar el resultado como

$$20,0 \pm 0,1\text{ m}$$

Luego el error relativo es:

$$\frac{0,1}{20} \times 100 = 0,5\%$$

Completa el problema.

Problema 4

Si entendemos que 20 cm es el valor exacto, tu medida dará un valor por exceso, puesto que tu regla tiene una unidad menor.

Cuando midieses 0,95 cm con esta regla, darías como resultado 1 cm:

$$20 = \text{lectura en la regla} \times 0,95$$

de donde:

$$\text{Lectura de la regla} = \frac{20}{0,95} = 21,05 \approx 21,1$$

$$\text{Error absoluto} = 21,1 - 20,0 = 1,1 \text{ cm}$$

$$\text{Error relativo} = \frac{1,1}{20} \cdot 100 = 5,5 \%$$

2.4 EXPERIMENTO CASERO

MATERIAL

- Metro de hule.
- Recipientes de forma cilíndrica (botes de conserva, cacerolas de cocina, ollas, etc.).

OBJETIVO DEL EXPERIMENTO

- Determinar π .
- Determinar el error absoluto y relativo cometido.

EXPERIMENTACION

Coge un metro de hule y pásalo alrededor del cilindro y anota la medida, que corresponde a la longitud (L) de la circunferencia de la base.

En caso de que no tengas un metro de hule, toma una tira de papel o una cuerda, pásala alrededor del cilindro y luego mide la longitud (L) con una regla de dibujo.

Para medir el diámetro de la base, coloca el objeto sobre un papel blanco y sitúa dos libros como te indica la figura. Marca dos líneas (serán paralelas) y mide la mínima distancia entre ellas (D); es el diámetro de la base.

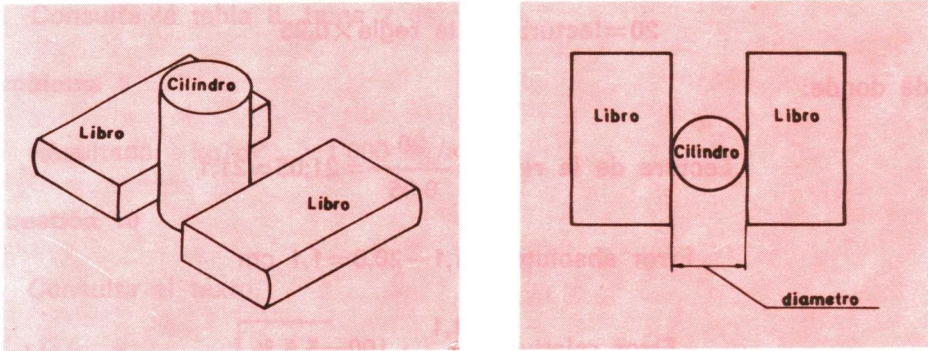


FIG. 2-1

Repita las medidas con todos los objetos y anota tu resultado en la tabla siguiente y calcula el valor de π .

Objeto	D (m)	L (m)	$\pi = \frac{L}{D}$	Error absoluto	Error relativo (%)

DISCUSION DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

- Expresa la fórmula $\pi = \frac{L}{D}$ en función del radio
- ¿Tiene dimensiones π ?

- Busca en la tabla la medida con mayor y con menor error relativo.
- ¿A qué objetos corresponden?
- ¿Los errores relativos más grandes se han cometido con los objetos grandes o pequeños?
- Explica con criterio científico los resultados de la pregunta anterior.
- Si algún objeto presenta al calcular el valor de π un error relativo muy grande, repite las medidas y trata de encontrar las posibles causas de error.

2.5 EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

En este ejercicio has de seguir la misma norma que en el del tema anterior.

• Ejercicio de opción única (14 puntos):

1. Se utiliza un aparato para medir pequeñas longitudes (calibrador), capaz de apreciar 0,1 mm. El diámetro interno de un tubo de vidrio es de $10,0 \pm 0,1$ mm, y el externo, de $12,0 \pm 0,1$ mm. El espesor medio de la pared del tubo es de:

- A) $1,0 \pm 0,2$ mm C) $2,0 \pm 0,2$ mm
B) $2,0 \pm 0,1$ mm D) $1,0 \pm 0,1$ mm

1

2. Algunas de las unidades fundamentales del Sistema Internacional (SI) son:

- A) Metro, gramo, kilogramo.
B) Centímetro, segundo, gramo.
C) Kilogramo, segundo, metro.
D) Longitud, masa, tiempo.
E) Amperio, kelvin, gramo.

2

3. Una milla terrestre equivale a 1,61 km. Teniendo esto en cuenta, una sola de las expresiones siguientes es la equivalencia de 85 millas/hora:

- A) 40 m/s C) 60 m/s E) 35,3 m/s
B) 38 m/s D) 53,4 m/s

3

4. Para 9170000000 s, una sola de las expresiones siguientes es correcta:

- A) $9,17 \cdot 10^9$ Gs C) 9,17 Gs
B) $9,17 \cdot 10^7$ s D) $9,17 \cdot 10^{19}$ ns

4

5. Para 0,00842 kN, una sola de las expresiones siguientes es correcta:

- A) $842 \cdot 10^{-6}$ kN C) $8,42 \cdot 10^3$ N
B) $8,42 \cdot 10^{-3}$ kN D) 84,2 N

5

6. Para calcular el volumen de un cilindro, se mide el radio de la base: $R=0,52 \pm 0,01$ m, y la altura: $h=1,32 \pm 0,03$ m. Si tomamos como valor $\pi=3,14$, el resultado correcto es:

- A) $1,12 \pm 0,04$ C) $1,12 \pm 0,01$
B) $1,12 \pm 0,03$ D) $1,12 \pm 0,07$

6

7. En periódicos distintos, a propósito del tiempo, se leen las expresiones siguientes:

«Los más viejos del lugar no recuerdan un año de sequía igual.»

«Ayer: ausencia casi total de precipitaciones, pues la cifra más destacable son dos litros por metro cuadrado en la serranía del Montseny, Barcelona.»

En relación con la importancia científica de estas informaciones, elige la mejor de las siguientes reflexiones:

- A) La primera frase es importante científicamente, pues se basa en la experiencia.
- B) La primera frase no es importante científicamente, puesto que no se basa en observaciones.
- C) La segunda frase no es científicamente importante, porque se trata de observaciones cualitativas.
- D) La segunda frase es científicamente importante, porque la observación ha sido objeto de medida.

7

8. Si en un supermercado encontraras una lista de artículos que dijera:

Carne de vaca	120 ptas/kilo
Huevos	60 ptas/docena
Carne de pollo	100 ptas/kilo
Cebollas	1 duro/la pieza
Jamón del país	200 ptas/libra
Chiclés de menta	2 reales/paquete

lo juzgas científicamente y hasta prácticamente, y debes afirmar que dicha lista es:

- A) Correcta, pues aplica la unidad adecuada para cada artículo.
- B) Incorrecta, pues no hay un sistema único de unidades.
- C) Incorrecta, pues no hay un sistema coherente de unidades.
- D) Incorrecta, pues no hay un sistema coherente y único de unidades.

8

9. La expresión $\sqrt{2as}$ tiene una de las siguientes dimensiones (a=aceleración; s=espacio):

A) LT^{-2} B) L^2T C) LT^{-1} D) $L^{-1}T$ E) ML

9

10. El período de un péndulo simple viene dado por la expresión:

$$T = 2\sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

La dimensión del período es T. La dimensión de ℓ (longitud) es L.

Por tanto, las dimensiones de g son:

A) LT^{-1} B) LT^{-2} C) L^2T^{-1} D) $L^{-1}T^{-1}$

10

11. La ecuación fundamental que relaciona la fuerza con la masa y la aceleración es:

$$F = m \cdot a$$

donde m es una masa y a una aceleración. Por tanto, las dimensiones de $[F]$ son:

A) ML^2T^{-1} B) MLT^{-1} C) MLT^{-2} D) ML^2T

11

12. La ley de la gravitación universal que expresa la fuerza con que se atraen dos masas viene dada por:

$$F = G \frac{m \cdot m'}{r^2}$$

donde m y m' son las masas, r la distancia que las separa y F la fuerza con que se atraen. Las dimensiones de G (constante de gravitación universal) serán:

- A) LMT^{-1} B) $L^2M^{-1}T^{-1}$ C) L^3MT^{-2} D) $L^3M^{-1}T^{-2}$

12

13. Una expresión en Física es:

$$\frac{m \cdot v^2}{r}$$

donde m representa una masa que se mueve con velocidad v constante en una trayectoria circular, y r la longitud del radio correspondiente. Las dimensiones de la citada expresión serán:

- A) LM^2T^{-1} B) L^2MT^{-2} C) LMT^{-1} D) LMT^{-2}

13

14. Una expresión sencilla del trabajo de una fuerza, en Física, al desplazarse un cuerpo, es:

$$\mathcal{E} = F \cdot s$$

donde $\mathcal{E}$ representa el trabajo realizado, F la fuerza y s la longitud recorrida. Las dimensiones de $\mathcal{E}$ son:

- A) LMT^{-1} B) L^2MT^{-1} C) L^2MT^{-2} D) L^2MT^{-1}

14

- Empareja los términos de la derecha con los que se correspondan de la izquierda, colocando la letra adecuada en el paréntesis (7 puntos):

- | | |
|----------------------------|--------------------------------|
| 15. 5 m^3 () | A) 5 400 s |
| 16. 300 g () | B) 5 760 s |
| 17. 36 km/h () | C) $5 \cdot 10^3 \text{ dm}^3$ |
| 18. 4 nanosegundos () | D) 0,3 kg |
| 19. 0,0625 días () | E) 10 m/s |
| 20. 1,6 horas () | F) $4,10^{-9} \text{ s}$ |
| 21. 5 metros cuadrados () | G) 500 dm^2 |

2.6 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

- | | | |
|------|-------|-------|
| 1. C | 8. D | 15. C |
| 2. C | 9. C | 16. D |
| 3. B | 10. B | 17. E |
| 4. C | 11. C | 18. F |
| 5. B | 12. D | 19. A |
| 6. D | 13. D | 20. B |
| 7. D | 14. C | 21. G |

Puntuación máxima que se puede alcanzar: 21 puntos.

Puntuación mínima indispensable para pasar a estudiar el tema siguiente: 17 puntos.

TEMA 3

OBJETIVOS

Movimiento rectilíneo uniforme

- En un espacio tridimensional (trazo sobre papel milimetrado) entre trayectoria y desplazamiento, con indicación del carácter vectorial de éste.
- Construir e interpretar gráficas espacio-tiempo y velocidad-tiempo en el movimiento rectilíneo uniforme (M.R.U.).
- Aplicar los conocimientos adquiridos a la resolución de problemas numéricos.

ÍNDICE

3.1 CONTENIDOS BÁSICOS

3.2 ORIENTACIONES

3.2.1 Aspectos de la trayectoria y el desplazamiento

3.2.2 Ejercicios complementarios

3.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

3.4 EXPERIMENTO CASERO

3.5 EJERCICIO DE AUTOEVALUACIÓN

3.6 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACIÓN

OBJETIVOS

- En ejemplos gráficos, distinguir (señalándolo claramente en el dibujo sobre papel milimetrado) entre trayectoria y desplazamiento, con indicación del carácter vectorial de éste.
- Construir e interpretar gráficas espacio-tiempo y velocidad-tiempo en el movimiento rectilíneo uniforme (m. r. u.).
- Aplicar los conocimientos adquiridos a la resolución de problemas numéricos.

INDICE

3.1 CONTENIDOS BASICOS

3.2 ORIENTACIONES

3.2.1 Acerca de la trayectoria y el desplazamiento

3.2.2 Ejercicios complementarios

3.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

3.4 EXPERIMENTO CASERO

3.5 EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

3.6 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

3.1 CONTENIDOS BASICOS

- Movimiento y reposo. Sistema de referencia y relatividad del movimiento (T).
- Punto móvil (T).
- Trayectoria; movimientos rectilíneos y curvilíneos (T, D).
- Desplazamiento: su carácter vectorial (D).
- Velocidad (constante) en el movimiento rectilíneo uniforme (m. r. u.) (T).
- Ecuación del movimiento rectilíneo uniforme (T).
- Gráficas espacio-tiempo y velocidad-tiempo en el m. r. u. (T).
- Ecuación de dimensiones de la velocidad (D).

3.2 ORIENTACIONES

3.2.1 Acerca de la trayectoria y el desplazamiento

Supongamos un móvil que inicia su movimiento en un lugar, representado por el punto A, y llega a otro lugar, representado por el punto B, al final del movimiento.

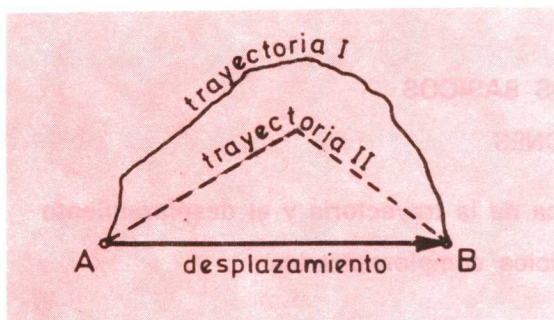


FIG. 3-1

El móvil tiene diferentes opciones para lograr su objetivo. En la figura 3-1 hemos supuesto dos posibilidades para su realización: la tra-

vectoria I y la trayectoria II; sus respectivas longitudes son distintas, aunque con ambas se consiga el mismo resultado.

En el estudio de los movimientos es de suma importancia la distancia (en línea recta) entre los puntos inicial y final de un movimiento. En dicha figura hemos señalado esta distancia con una línea recta que termina en una flecha en el punto final B; esto es un *vector*, el cual, en Física, recibe el nombre de VECTOR DESPLAZAMIENTO. Esta magnitud será, pues, una *magnitud vectorial*. Este tipo de magnitudes, llamadas vectoriales, necesitan para su determinación los siguientes datos:

- a) Un número seguido de su correspondiente unidad, que recibe el nombre de **módulo del vector**.
- b) La recta en la que está contenido el vector, que llamamos **dirección**.
- c) El **sentido** de actuación del vector, que lo señala la flecha.

NOTA.—Esta aclaración sobre vectores la encontrarás también en el texto, en la página 47, ya que es de gran importancia para la comprensión de muchas magnitudes físicas.

En la figura 3-1, por simple observación, te darás cuenta de que el **vector desplazamiento** y la **trayectoria** seguida por el móvil son dos conceptos diferentes. Veamos un ejemplo:

Un viajero va de Madrid a Barcelona. Supongamos que la distancia entre ambas poblaciones son 600 kilómetros. El vector desplazamiento estaría representado por la flecha de la figura 3-2 (a), cuya dirección

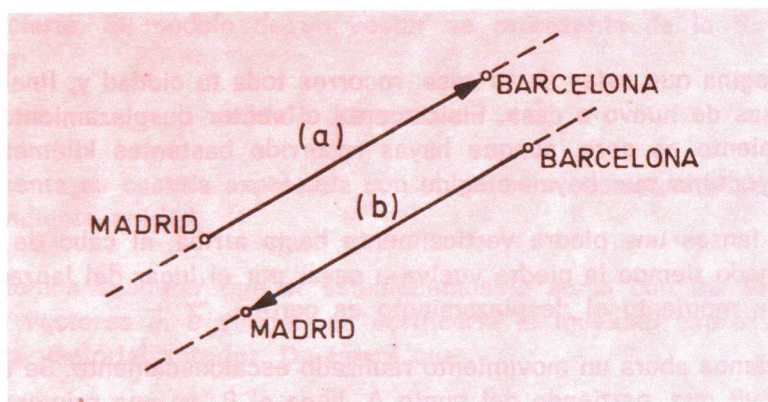


FIG. 3-2

es la de la línea recta que une Madrid con Barcelona. El sentido es el que marca la flecha, y el módulo, 600 kilómetros. Cuando el viajero regresa, el vector desplazamiento sería el mismo, con la sola variante del sentido, que sería el contrario [figura 3-2 (b)].

Veamos la trayectoria. Si el viajero va de Madrid a Barcelona pasando por Zaragoza, habrá seguido la trayectoria I señalada en la figura 3-3. Si, por el contrario, el viajero realiza el viaje por Valencia, la trayectoria sería la II. Son totalmente diferentes, pero a ambas le corresponde el mismo desplazamiento.

Cuando un móvil inicia su movimiento en un punto A y, después de una trayectoria recorrida, llega al mismo punto A, como punto final de su movimiento, el vector desplazamiento es nulo, sea cual fuere el camino recorrido por el móvil.



FIG. 3-3

Imagina que sales de tu casa, recorres toda tu ciudad y, finalmente, regresas de nuevo a casa. Físicamente el vector desplazamiento de tu movimiento es cero, aunque hayas recorrido bastantes kilómetros en la trayectoria que hayas elegido.

Si lanzas una piedra verticalmente hacia arriba, al cabo de un determinado tiempo la piedra vuelve a pasar por el lugar del lanzamiento. En ese momento el desplazamiento es cero.

Veamos ahora un movimiento realizado escalonadamente. Se trata de un móvil que, partiendo del punto A, llega al B, en una primera etapa. Más tarde, sale del punto B y llega al C (fig. 3-4).

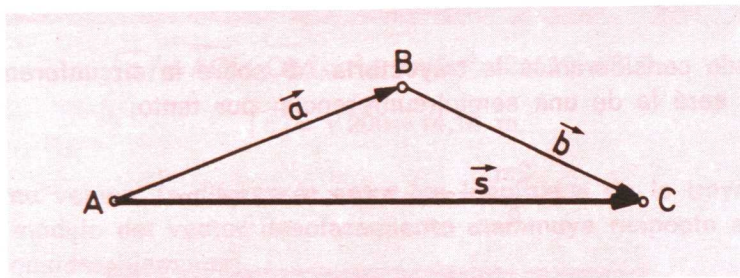


FIG. 3-4

El desplazamiento AB lo representamos por $\vec{a}$ (así se indica que es un vector).

El desplazamiento BC está representado por el vector $\vec{b}$, y el desplazamiento AC la representa el vector $\vec{s}$.

Podemos expresar la siguiente *igualdad vectorial*:

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{s}$$

Con ella establecemos que el vector $\vec{s}$ es igual a la suma de los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$. Ahora bien, esto es sólo cierto cuando esta suma es vectorial, es decir, cada uno de los vectores $\vec{a}$, $\vec{b}$ y $\vec{s}$ son considerados en módulo, dirección y sentido.

Si sólo consideramos los módulos de estos vectores, esa suma no sería cierta. El módulo de un vector se representa de la forma siguiente:

$$\text{módulo del vector } \vec{a} = |\vec{a}|$$

Representa su cuantía expresada con un número acompañado de la correspondiente unidad.

Podemos asegurar que si establecemos la suma con los módulos de los vectores $\vec{a}$, $\vec{b}$ y $\vec{s}$ no se verificaría la igualdad expresada en la suma vectorial anterior. De forma que

$$|\vec{a}| + |\vec{b}| \neq |\vec{s}|$$

3.2.2 Ejercicios complementarios

1.º Sea un móvil que recorre una trayectoria circular (fig. 3-5), siendo el radio igual a 10 metros.

Cuando consideramos la trayectoria AB sobre la circunferencia, su longitud será la de una semicircunferencia; por tanto,

$$\ell = \frac{2\pi r}{2} = \pi r = 3,14 \times 10 = 31,4 \text{ m}$$

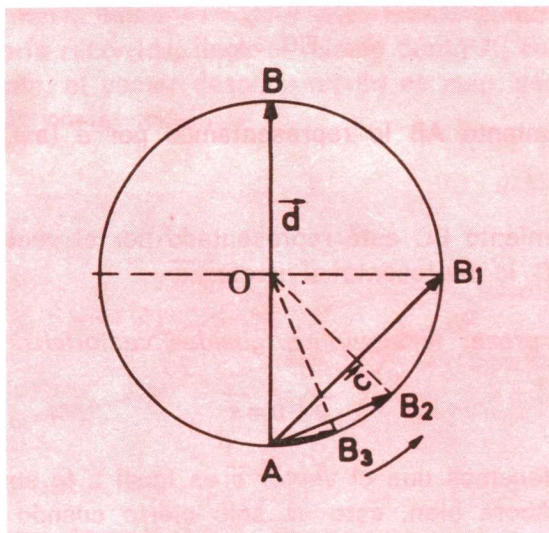


FIG. 3-5

En este caso el vector desplazamiento será en módulo justamente el diámetro de la circunferencia:

$$|\vec{AB}| = |\vec{d}| = 2r = 2 \times 10 = 20 \text{ m}$$

La diferencia entre ℓ y $|\vec{d}|$ es: $31,4 - 20 = 11,4 \text{ m}$. Si tomamos un punto más cerca de A, tal como el B_1 , tendremos que la longitud de la trayectoria sería $\frac{1}{4}$ de la longitud de la circunferencia:

$$AB_1 = \frac{2\pi r}{4} = \frac{\pi r}{2} = 3,14 \times \frac{10}{2} = 15,70 \text{ m}$$

El vector desplazamiento $\vec{AB}_1$, que en la figura representamos por $\vec{c}$, tendrá una longitud diferente. Podemos calcularla fácilmente si te fijas en que este vector es la hipotenusa del triángulo rectángulo AOB_1 , y, por tanto, recordarás que el Teorema de Pitágoras nos permite escribir:

$$|\vec{c}|^2 = \overline{AO}^2 + \overline{OB_1}^2 = r^2 + r^2 = 2r^2 = 2 \times 10^2 = 200$$

$$|\vec{c}| = \sqrt{200} = 14,14 \text{ m}$$

Como vemos, la diferencia entre las longitudes de la trayectoria y la del módulo del vector desplazamiento disminuye respecto al primer caso considerablemente:

$$15,7 - 14,14 = 1,56 \text{ m}$$

Considerando nuevos puntos B_2 , B_3 sobre la trayectoria, cada vez más próximos al punto A, veremos que esta diferencia se hace cada vez menor.

Se pueden ir calculando estos valores, en forma parecida a la empleada con los anteriores. Los resultados aparecen en la tabla siguiente, en la que se pone de manifiesto cómo disminuyen las diferencias entre ambas magnitudes.

Longitudes del arco (m)	Módulo del vector desplazamiento (m)	Diferencia (m)
31,4	20	11,42
15,71	14,14	1,57
7,85	7,65	0,20
2,62	2,62	0,01

2.º Vamos a realizar un nuevo ejercicio para insistir en la distinción entre trayectoria y desplazamiento de un móvil, pero antes necesitamos una explicación previa de algunos términos empleados en el enunciado del problema.

- Imagínate un móvil que parte de un punto A de la superficie terrestre y queremos determinar su desplazamiento a partir de ese punto. Sabes ya que el desplazamiento tiene carácter vectorial y que además de su módulo (que mide la distancia en línea recta entre el punto de partida y el de llegada) se precisa también la dirección (recta sobre

la que se hace el desplazamiento) y el sentido del movimiento dentro de esa dirección. Por eso, cuando el desplazamiento de un móvil sobre el terreno queremos representarlo en una gráfica, en papel milimetrado, por ejemplo, utilizamos segmentos rectilíneos cuya longitud, a escala adecuada, representa el desplazamiento realizado, cuya dirección (o recta a la que pertenece el vector) se representa en la gráfica teniendo en cuenta un sistema de referencia. Este puede ser un sistema de ejes cartesianos o, como usaremos seguidamente, los cuatro puntos cardinales. Estos señalan dos direcciones perpendiculares entre sí, Norte-Sur, Este-Oeste, que se cortan en el punto de partida del móvil (fig. 3-6).

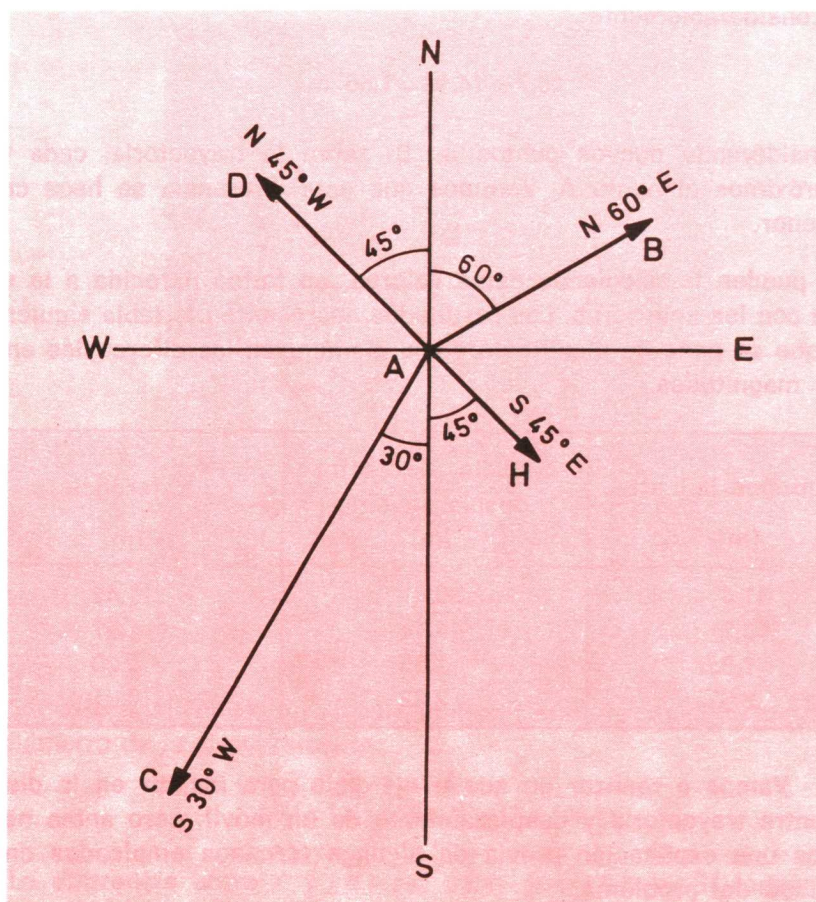


FIG. 3-6

Cuando, a partir de un punto cualquiera, un móvil se desplaza, por ejemplo, *hacia el Norte*, esta indicación basta para señalar no sólo la dirección, sino el sentido del vector desplazamiento; el módulo o medida del desplazamiento realizado lo representaremos por la lon-

gitud de la flecha, teniendo en cuenta la escala utilizada para representar la unidad. Para una dirección cualquiera distinta de las Norte-Sur o Este-Oeste, se utiliza la siguiente notación: supongamos que el móvil parte de A y se desplaza hasta B. La dirección AB la anotamos: N 60° E. **Se toma como dirección preferente siempre Norte-Sur**, lo que se indica en la primera letra de la notación. A partir de ella y con vértice en el punto origen del vector, se mide un ángulo igual al expresado, en este caso, 60°; la última letra indica el sentido en que se mide dicho ángulo, en este caso hacia el Este.

Otro ejemplo: el móvil parte de A y llega a C. Notación: S 30° W. Vemos cómo en la primera letra aparece la indicación de la dirección preferente, en este caso, hacia el Sur. A partir de ella y hacia el Oeste se miden 30°.

Otros ejemplos: dirección AD; anotaremos: N 45° W.

Dirección AH; anotación S 45° E.

● Veamos ya el problema. En un punto A, situado en una gran explanada, hay clavada una estaca de madera a la que se ata una cuerda de 28 m de longitud. Un estudiante, con el extremo de la cuerda en una mano y una brújula en la otra, camina en dirección N 45° E y, cuando la cuerda queda tensa, se para y clava una segunda estaca marcando el extremo de dicha cuerda (punto B; ver fig. 3-7). Después de atar a esta estaca una segunda cuerda, también de 28 m, camina a partir de ese punto B en dirección S 45° E. Se para nuevamente, al sentir tensa la cuerda, y clava una tercera estaca que marca el punto C sobre la explanada. ¿Cuáles son la trayectoria y el desplazamiento entre los puntos A y C?

Para hallar la solución, utilizaremos papel milimetrado, para la construcción de la gráfica. La escala será: 2 mm del papel representan 1 m del terreno. Señalamos el punto A. Partiendo del mismo, dibujamos una línea de puntos auxiliar, vertical y hacia arriba para indicar la dirección N a partir de A. Desde la línea de puntos trazada y hacia el Este medimos con el transportador 45° que nos dará la recta AB, y sobre ella, con una regla milimetrada, medimos 56 mm (que representan 28 m) y señalamos el punto B. A partir de B dibujamos la dirección Sur desde B con una línea auxiliar de trazos, y a partir de ella, y hacia el Este, medimos 45° que nos darán la dirección BC; sobre ella medimos 56 mm (que representan también 28 m) y señalamos el punto C. Unimos con

un vector A con C, poniendo en este último punto el extremo del vector (punta de flecha). Su longitud representa 40 m.

Evidentemente, la trayectoria será todo el camino recorrido por el estudiante, es decir, $AB + BC = 56$ m. El vector desplazamiento que señala el punto de partida y el de llegada, la dirección, el sentido y el módulo o medida, es el vector $\vec{AC}$, de dirección Este-Oeste, sentido hacia el Este, módulo igual a 40 metros.

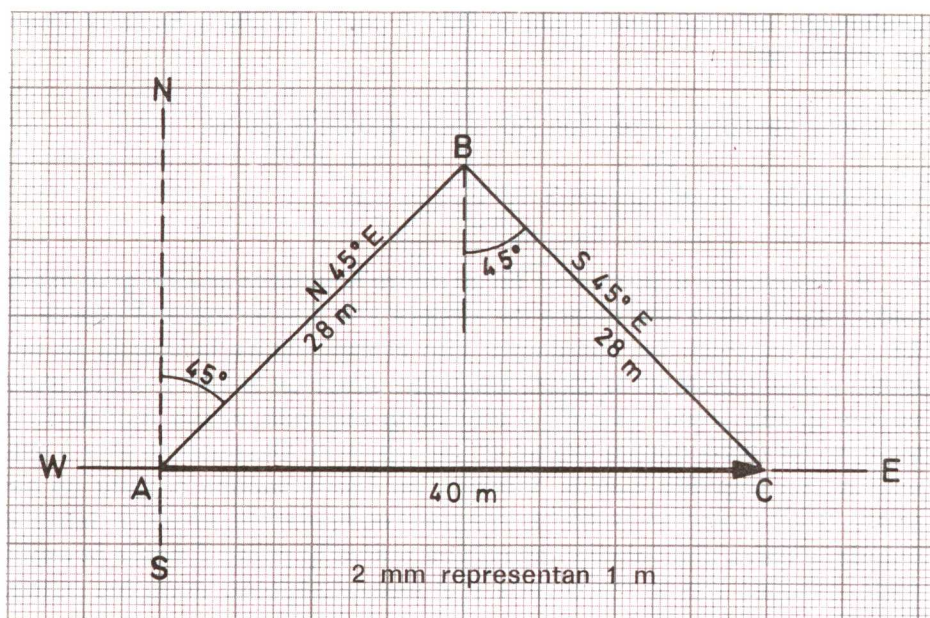


FIG. 3-7

3.º Un viajante de comercio, en un barrio de calles perpendiculares entre sí y de direcciones Este-Oeste y Norte-Sur, hace el siguiente recorrido al visitar varios comercios. Parte del punto A (ver figura 3-8), recorriendo a pie 20 metros hacia el Este, hasta el punto B, donde hace la primera visita; después sigue 15 m hacia el Norte (punto C) y, finalmente, 10 m hacia el Oeste (punto D). ¿Cuáles son la trayectoria y el desplazamiento?

La representación de los datos en la gráfica no ofrece dificultad por ser todas direcciones perpendiculares entre sí y Norte Sur, Este-Oeste. Como antes, 2 mm del papel representan 1 m del terreno. La trayectoria es la suma $AB+BC+CD=45$ m. El vector desplazamiento tendrá la dirección AD, origen en A y extremo en D. Módulo (midiendo AD con una regla milimetrada): 18 m. Dirección y sentido: N 33° E.

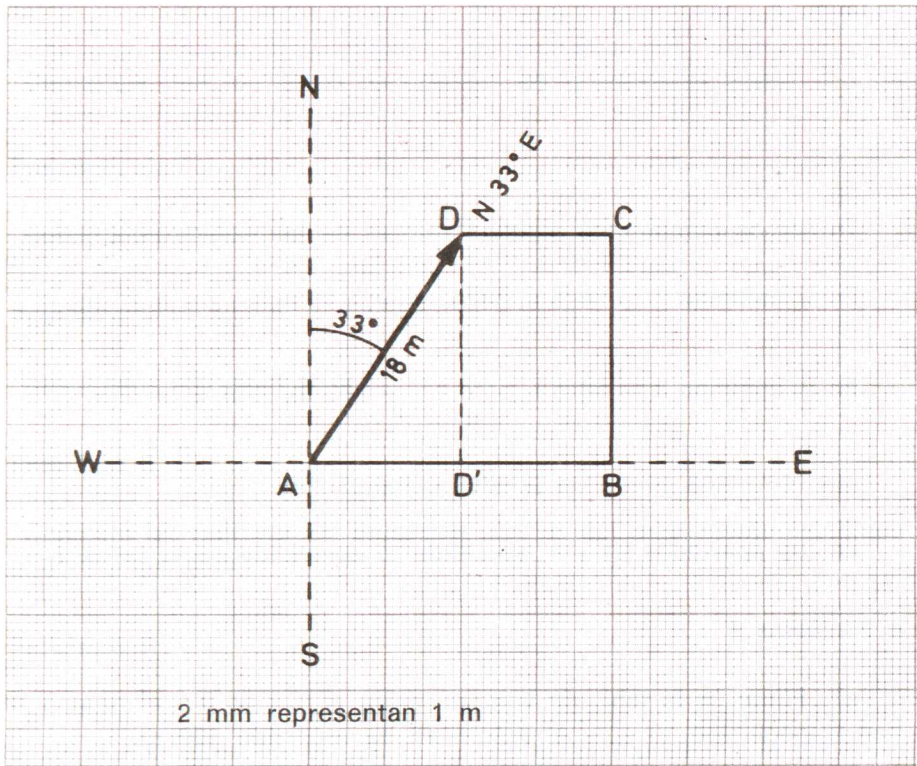


FIG. 3-8

3.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

- Cuestiones 1, 2, 3

Con consultar el texto es suficiente.

● Problema 4

Fíjate que en primer lugar debemos pasar la velocidad al SI:

$$v = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 54 \frac{10^3 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = \frac{54 \times 10^3 \text{ m}}{3\,600 \text{ s}} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 15 \text{ m s}^{-1}$$

Como el movimiento es uniforme, la velocidad es siempre la misma:

t (s)	0	2	4	7	70	—
s (m)	0	30	60	—	—	1 500
v (m/s)	15	15	15	15	15	15

Te hemos completado algunos valores de las columnas 2 y 3.

En la columna 2 te falta s, pero $s = vt = 15 \text{ m/s} \cdot 2 \text{ s} = 30 \text{ m}$.

En la columna 3 te falta t, pero $t = \frac{s}{v} = 60 \text{ m} / 15 \text{ m s}^{-1} = 4 \text{ s}$.

Las restantes columnas puedes completarlas.

En los apartados b) y c) recuerda lo aprendido en el tema 1.

● Problema 5

a) Fíjate en la tabla de valores: entre el tiempo 0 y el tiempo 10 s han transcurrido 10 s, y el automóvil ha recorrido 100 m.

Entre el tiempo $t = 10 \text{ s}$ y $t = 20 \text{ s}$ han transcurrido también 10 s, y el automóvil ha recorrido $200 \text{ m} - 100 \text{ m} = 100 \text{ m}$.

Entre el tiempo $t = 20 \text{ s}$ y $t = 30 \text{ s}$ han transcurrido otros 10 s y el espacio recorrido $350 \text{ m} - 200 \text{ m} = 150 \text{ m}$.

Luego a tiempos iguales no corresponden longitudes iguales recorridas; por tanto, no puede ser un movimiento uniforme.

Para dibujar la gráfica, recuerda el problema 6 de la página 11 del texto (tema 1).

b) Supongamos que el automóvil mantiene siempre la velocidad de los 10 primeros segundos.

$$v = 100 \text{ m}/10 \text{ s} = 10 \text{ m/s}$$

s (m)	0	100	200	300	400	500	700	800	900	1 000
t (s)	0	10	20	30	40	50	70	80	90	100
v (m/s)	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10

Construye con los datos de la tabla las gráficas s-t y v-t.

● Problema 6

Resultado: $15 \cdot 10^{10} \text{ m}$

● Problema 7

Resultados: 35 m; 2,86 s

● Problema 8

Compara las gráficas del problema con las del movimiento rectilíneo y uniforme del texto.

● Problema 9

a) Pasa las velocidades a m/s, luego calcula los espacios recorridos por dos móviles en los 300 s. La diferencia representa la distancia que los separa.

b) La representación s-t serán dos líneas rectas de distinta *pendiente*. (Recuerda lo dicho en el tema 1 del Documento.)

● Problema 10

$$72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$$

$$90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$$

Hagamos unas tablas de valores, s-t, para cada automóvil, recordando que $s = vt$:

$v=20 \text{ m/s}$

t (s)	s (m)
0	0
10	200
50	1 000
100	2 000
200	4 000
300	6 000

$v=25 \text{ m/s}$

t (s)	s (m)
0	0
10	250
50	1 250
100	2 500
200	5 000
300	7 500

En la figura 3-9 hemos tomado valores positivos y negativos de s , para indicar que los móviles se mueven en sentido contrario.

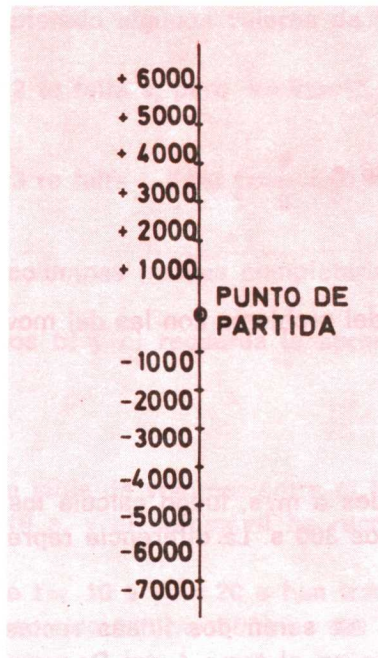


FIG. 3-9

A los 300 s el primer automóvil está a 6 000 m alejado del punto de partida, y el segundo, a 7 500 m del punto de partida, pero en sentido contrario; luego están separados por una distancia:

$$7\,500 \text{ m} + 6\,000 \text{ m} = 13\,500 \text{ m}$$

La representación gráfica es:

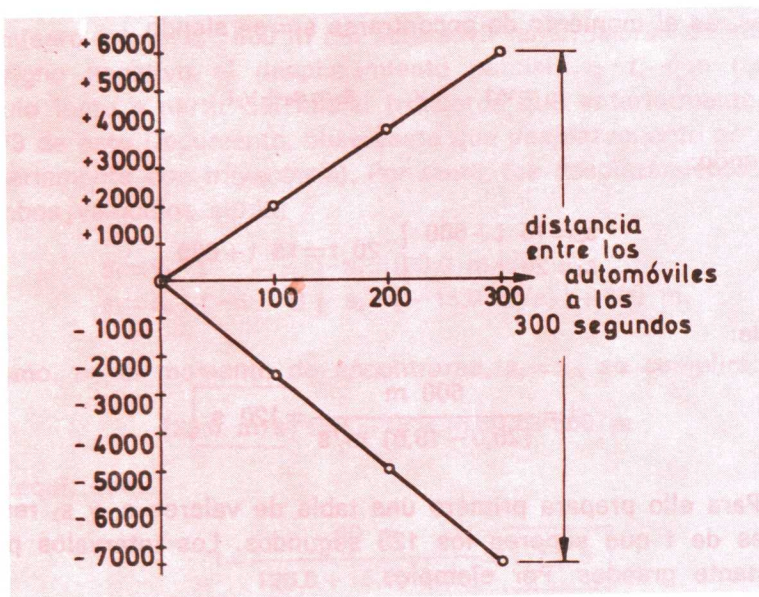


FIG. 3-10

● Problema 11

a) $v_1 = 72 \text{ km/h} = 20,0 \text{ m/s}$; $v_2 = 54 \text{ km/h} = 15,0 \text{ m/s}$

Si consideramos que es el automóvil rápido el que parte del origen, será el lento el que estará a 600 metros por delante (fig. 3-11). Cuando

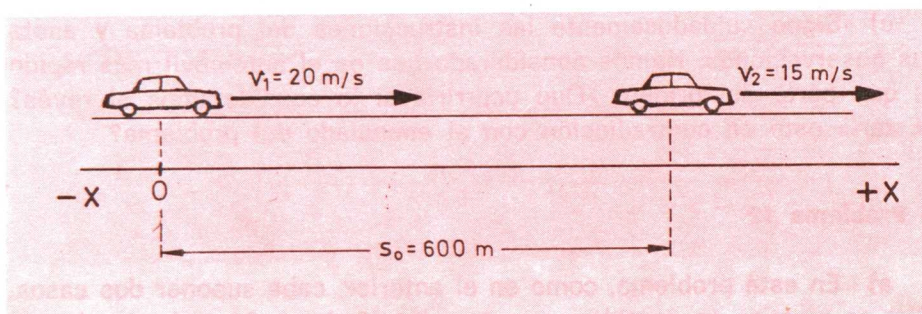


FIG. 3-11

el automóvil más rápido alcance al más lento habrá recorrido lo que éste, más la ventaja que llevaba o espacio inicial como si ya lo llevara recorrido en el tiempo cero ($t=0$), y lo llamaremos en general $s_0=600$ m. Así, pues, en el momento de encontrarse $s_1=s_2$, siendo

$$s_1=v_1t \quad \text{y} \quad s_2=s_0+v_2t$$

sustituyendo:

$$\left. \begin{array}{l} s_2=15t+600 \\ s_1=20t \end{array} \right\} 20t=15t+600$$

de donde:

$$t = \frac{600 \text{ m}}{(20,0 - 15,0) \text{ m/s}} = 120 \text{ s}$$

b) Para ello prepara primero una tabla de valores s_1 y s_2 respecto a valores de t que superen los 120 segundos. Los intervalos pueden ser bastante grandes. Por ejemplo:

t (s)	s_1 (m)	s_2 (m)
0	0	600
40	800	1 200
80	1 600	1 800
120	2 400	2 400
160	3 200	3 000

Para hallar los valores de s utiliza las fórmulas:

$$s_2=15 \cdot t+600$$

$$s_1=20 \cdot t$$

Construye la gráfica correspondiente.

c) Sigue cuidadosamente las instrucciones del problema y anota tus observaciones. Hemos considerado que es el automóvil más rápido el que parte del origen. ¿Qué ocurriría si lo consideramos al revés? ¿Estaría esto en contradicción con el enunciado del problema?

● Problema 12

a) En este problema, como en el anterior, cabe suponer dos casos. Que se muevan en sentidos opuestos dirigiéndose el uno hacia el otro, y al revés, separándose (ver fig. 3-12). En este último caso es obvio

que nunca se encontrarán, pues se separan más y más. Por tanto, consideremos el primer caso. Si llamas, como antes, al desplazamiento del automóvil rápido s_1 , considerándolo positivo lo mismo que el desplazamiento inicial $s_0=600$ m del automóvil lento, habrás de considerar con signo negativo el desplazamiento parcial, $v_2 \cdot t$, que realice el vehículo lento a partir del inicial (recuerda que anteriormente, en página 73 de este Documento, observaste que *desplazamiento* no coincide necesariamente con *trayectoria*). Por tanto, los desplazamientos *totales* de ambos vehículos serán:

$$\left. \begin{aligned} s_1 &= v_1 \cdot t \\ s_2 &= s_0 + (-v_2 \cdot t) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} s_1 &= (20,0 \text{ m/s}) t \\ s_2 &= (-15,0 \text{ m/s}) t + 600 \text{ m} \end{aligned}$$

Como, en el momento de encontrarse, $s_1=s_2$, se cumplirá:

$$(20,0 \text{ m/s}) t = (-15,0 \text{ m/s}) t + 600 \text{ m}$$

y, de aquí, que:

$$t = \frac{60 \text{ m}}{(20,0 + 15,0) \text{ m/s}} = 1,71 \text{ s}$$

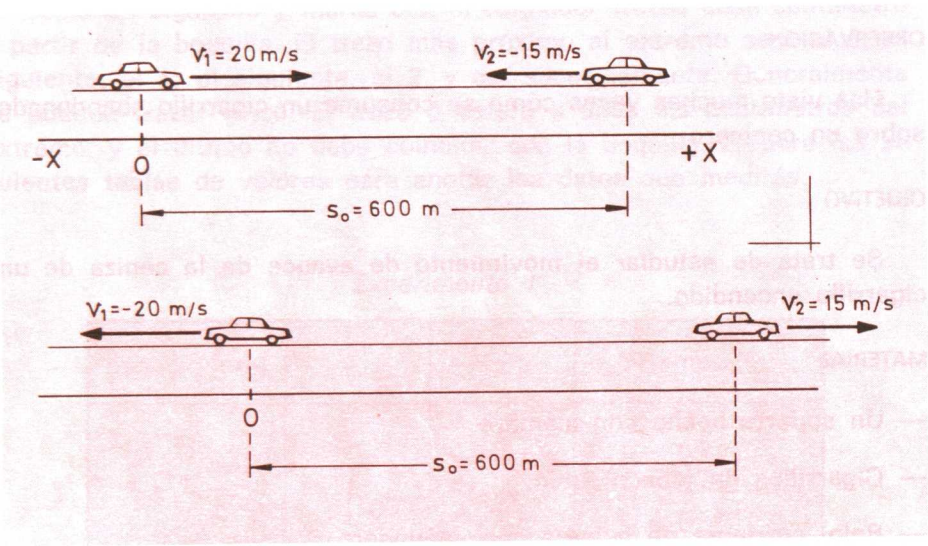


FIG. 3-12

b) Para resolver esta parte procederás como en el problema 11 b), confeccionando una tabla como la siguiente que te damos incompleta. Para el cálculo de s_1 y s_2 utiliza las fórmulas anteriores.

t (s)	s_1 (m)	s_2 (m)
0	0	600
10	...	...
20	...	...
30	...	...

Verás que la gráfica que obtienes está constituida por dos rectas de distinta pendiente que se cruzan en un punto.

c) Proyecta el punto de cruce sobre el eje t y mide la distancia al origen.

● Problema 13

Los problemas 11 y 12 te dan información, junto con el texto, para contestar a las preguntas de este problema.

3.4 EXPERIMENTO CASERO

OBSERVACION

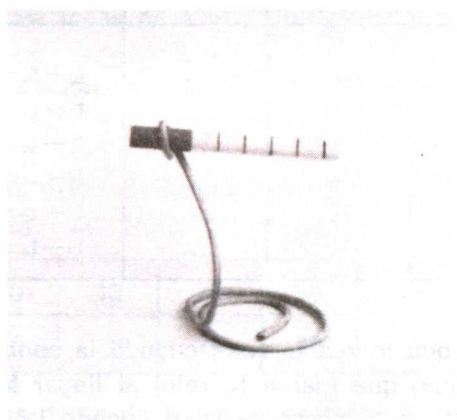
Has visto muchas veces cómo se consume un cigarrillo abandonado sobre un cenicero.

OBJETIVO

Se trata de estudiar el movimiento de avance de la ceniza de un cigarrillo encendido.

MATERIAL

- Un soporte hecho con alambre.
- Cigarrillos de tabaco rubio.
- Reloj corriente de pulsera con segundero.
- Regla.
- Rotulador.



PROCEDIMIENTO

Toma un cigarrillo y marca con el rotulador trazos cada centímetro a partir de la boquilla. El trazo más próximo al extremo será el 0; el siguiente, el 1; el siguiente, el 2, y así sucesivamente. Generalmente se pueden trazar cinco. El trazo 0 estará a unos 0,5 centímetros del extremo, y el último no debe coincidir con la boquilla. Prepara las siguientes tablas de valores para anotar los datos que medirás:

Experimento 1

Espacio (cm)	t_n	Hora	Tiempo (s)
0	t_0		$t_0 - t_0 = \text{.....}$
1	t_1		$t_1 - t_0 = \text{.....}$
2	t_2		$t_2 - t_0 = \text{.....}$
3	t_3		$t_3 - t_0 = \text{.....}$
4	t_4		$t_4 - t_0 = \text{.....}$
5	t_5		$t_5 - t_0 = \text{.....}$

Experimento 2

Espacio (cm)	t_n	Hora	Tiempo (s)
0	t_0		$t_0 - t_0 = \dots\dots\dots$
1	t_1		$t_1 - t_0 = \dots\dots\dots$
2	t_2		$t_2 - t_0 = \dots\dots\dots$
3	t_3		$t_3 - t_0 = \dots\dots\dots$
4	t_4		$t_4 - t_0 = \dots\dots\dots$
5	t_5		$t_5 - t_0 = \dots\dots\dots$

t_0 es el tiempo que marca tu reloj cuando la ceniza alcanza a la división 0; t_1 , el tiempo que marca tu reloj al llegar la ceniza a la división 1; t_2 , el tiempo que marca tu reloj cuando la ceniza llegue a la división 2, y así sucesivamente. Al anotar estos tiempos, anota hora, minutos y segundos; por ejemplo: 8-15-15, que quiere decir las ocho horas quince minutos y quince segundos.

Debes hacer dos experiencias: una colocando el cigarrillo en posición horizontal y otra en posición vertical con la boquilla apoyada en la mesa.

Una vez tomados los datos, representa en una misma gráfica $s-t$ para la posición horizontal y para la posición vertical.

DISCUSION DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

- a) ¿Existe proporcionalidad directa entre s y t ?
- b) Si existe, escribe la ecuación que relaciona s y t .
- c) Si no puedes sacar ninguna conclusión, puede que hayas cometido errores en la experimentación. Analiza tu forma de operar y repite el experimento y trata de contestar de nuevo a) y b).

3.5 EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

Sigue las normas dadas para las autoevaluaciones anteriores.

- Escribir a continuación de cada cuestión si es cierto o falso (4 puntos):

1. A partir de los datos de la siguiente tabla se deduce que el móvil lleva movimiento uniforme:

t (s)	0	10	20	30	40
v (m/s)	0	20	20	20	20

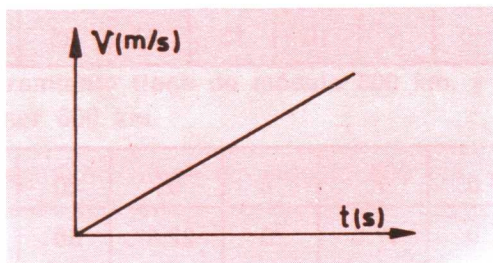
C ☐ F ☐

2. A partir de los datos de la siguiente tabla se deduce que el móvil lleva movimiento uniforme:

t (s)	0	1	2	3	4	5
s (m)	10	20	30	40	50	60

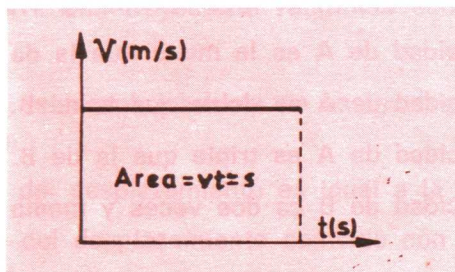
C ☐ F ☐

3. En un movimiento rectilíneo y uniforme la gráfica de velocidad respecto al tiempo es de la forma:



C ☐ F ☐

4. En un movimiento rectilíneo y uniforme se cumple la gráfica del tipo siguiente:



C ☐ F ☐

● Cuestiones de opción única (18 puntos):

5. Un cazador parte de un punto A en un vehículo todo terreno y recorre 15 km hacia el Este; después de este recorrido, se dirige 10 km hacia el Norte; a continuación, 35 km hacia el Oeste, y, finalmente, recorre 30 km hacia el Sur, llegando al punto B. Después de representar en papel milimetrado tanto la trayectoria como el desplazamiento, encuentras que el módulo y dirección de éste es:

- A) 20 km, dirección Sur
B) 32 km, dirección N 30° W
C) 28 km, dirección S 45° W
D) 28 km, dirección S 60° W

5

6. Dos móviles, A y B, recorren una trayectoria rectilínea, siendo sus tiempos y espacios:

Móvil A:

t (s)	0	1	2	3	4	5	6
s (m)	0	5	10	15	20	25	30

Móvil B:

t (s)	0	7	8	9	20	30
s (m)	0	17,5	20	22,5	50	75

De estos datos se deduce que:

- A) La velocidad de A es igual que la de B.
B) La velocidad de A es la mitad que la de B.
C) La velocidad de A es doble que la de B.
D) La velocidad de A es triple que la de B.
E) La velocidad de B es dos veces y media la de A.

6

7. Un móvil va del punto A al punto B y luego regresa a A . Se deduce que:

- A) La longitud de la trayectoria es cero.
- B) El desplazamiento es nulo.
- C) El desplazamiento es nulo y la trayectoria también.
- D) El desplazamiento es igual a la trayectoria.
- E) El desplazamiento no es nulo y sí lo es la trayectoria.

7

8. A representa una ciudad, y B , otra. La distancia entre A y B en línea recta es 500 km. Entre las opciones siguientes hay una correcta:

- A) El desplazamiento AB depende de la trayectoria.
- B) El desplazamiento AB es siempre el mismo, pero entre A y B sólo hay dos trayectorias.
- C) Entre A y B sólo hay una trayectoria y múltiples desplazamientos.
- D) El desplazamiento tiene de módulo 500 km, y una trayectoria puede tener 600 km.
- E) El desplazamiento tiene de módulo 500 km, y la trayectoria puede ser de 400 km.

8

9. Un móvil recorre una trayectoria rectilínea con movimiento uniforme; luego:

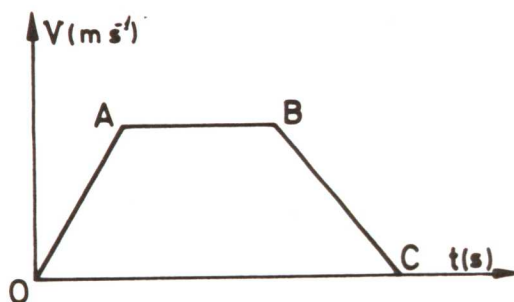
- A) El módulo del desplazamiento no es igual a la longitud de la trayectoria.
- B) El módulo del desplazamiento es igual a la velocidad.
- C) El módulo del desplazamiento coincide con la longitud de la trayectoria.

- D) El módulo del desplazamiento es 0.
 E) La longitud de la trayectoria es nula.

9

10. En el gráfico adjunto representamos un movimiento uniforme:

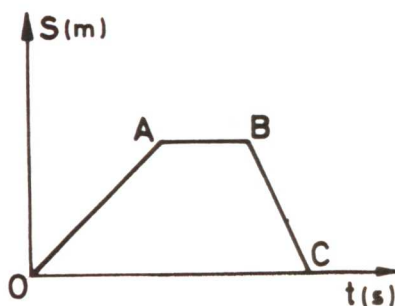
- A) El tramo OA.
 B) El tramo AB.
 C) El tramo BC.
 D) Ninguno.



10

11. En el gráfico adjunto no representa un movimiento uniforme:

- A) El tramo OA.
 B) El tramo AB.
 C) El tramo BC.
 D) Ninguno.



11

12. Un camión durante 10 km mantiene la velocidad constante de 72 km/h. El tiempo, en segundos, que ha empleado en recorrer los 10 km es:

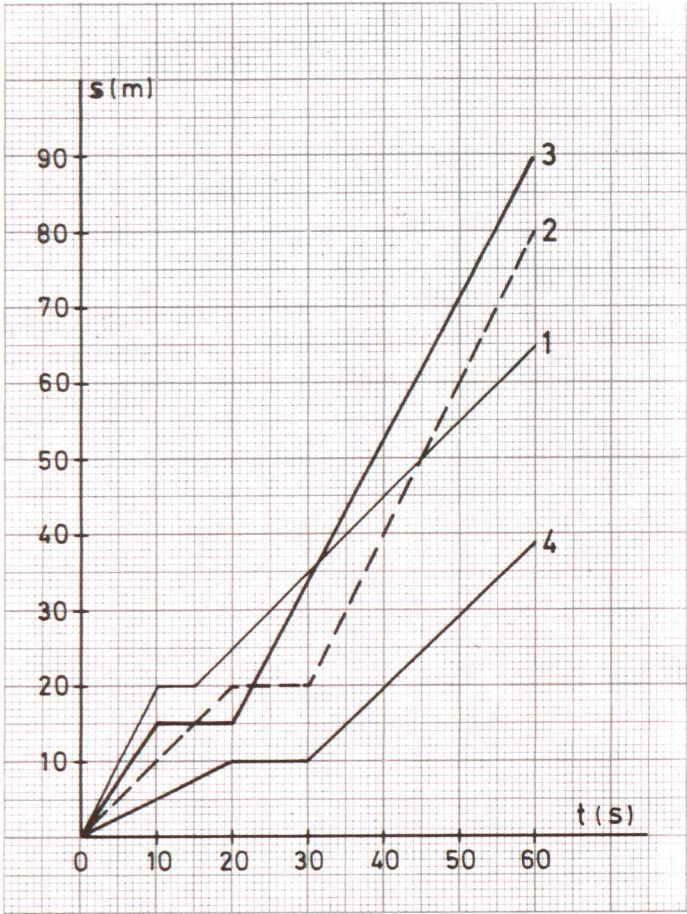
- A) 600 s B) 1 000 s C) 350 s D) 500 s

12

13. Un tren de juguete recorre una trayectoria rectilínea con velocidad uniforme de 1 m/s durante 20 s. Se para 10 segundos y luego reanuda su camino durante 30 segundos con una velocidad uniforme de 2 m s⁻¹. La gráfica s-t que representa el movimiento es (ver gráfica adjunta):

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

13



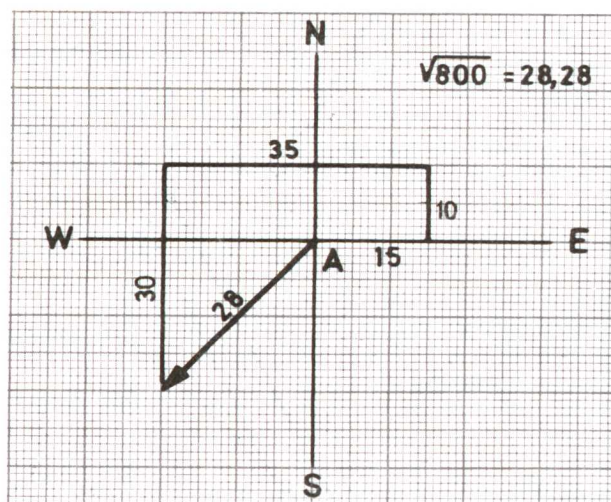
3.6 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

● Un punto por cuestión:

1. F 2. C 3. F 4. C

● Dos puntos por cuestión:

5. C (ver gráfica adjunta).



6. C 10. B
7. B 11. B
8. D 12. D
9. C 13. B

Puntuación máxima que se puede alcanzar: 22 puntos.

Puntuación mínima indispensable para pasar a estudiar el tema siguiente: 18 puntos.

TEMA 4

OBJETIVOS

- En ejemplos gráficos o numéricos distinguir entre velocidad media e instantánea.
- Dadas las características de un movimiento, construir los ejemplos gráficos de movimiento rectilíneo uniforme (m.r.u.) y movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (m.r.u.a.).
- Construir e interpretar gráficas $v-t$, $a-t$ y $x-t$ en m.r.u.a.
- Deducir, por métodos gráficos, las ecuaciones algebraicas del m.r.u.a.
- Aplicar las ecuaciones del m.r.u.a. a la resolución de problemas.

INDICE

4.1 CONTENIDOS BÁSICOS

4.2 ORIENTACIONES

4.2.1 Acerca de la velocidad media e instantánea

4.2.2 Acerca de las características del m.r.u. y del m.r.u.a.

4.2.3 Ejercicios complementarios

4.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

4.4 EJERCICIO DE AUTOEVALUACIÓN

4.5 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACIÓN



OBJETIVOS

- En ejemplos gráficos o numéricos, distinguir entre velocidad media e instantánea.
- Dadas las características de cada movimiento, distinguir (en ejemplos gráficos y numéricos) entre movimiento rectilíneo uniforme (m. r. u.) y movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (m. r. u. a.).
- Construir e interpretar gráficas $v-t$, $a-t$ y $s-t^2$ en m. r. u. a.
- Deducir, por métodos gráficos, las ecuaciones algebraicas del m. r. u. a.
- Aplicar las ecuaciones del m. r. u. a. a la resolución de problemas.

INDICE

4.1 CONTENIDOS BASICOS

4.2 ORIENTACIONES

4.2.1 Acerca de la velocidad media e instantánea

4.2.2 Acerca de las características del m. r. u. y del m. r. u. a.

4.2.3 Ejercicios complementarios

4.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

4.4 EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

4.5 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

4.1 CONTENIDOS BASICOS

- Velocidad media (T, D).
- Velocidad instantánea (T, D).
- Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (m. r. u. a.) (T, D).
- Aceleración; unidad (T, D).
- Gráficas v - t , a - t , s - t y s - t^2 en m. r. u. a. (T, D).
- Fórmulas del m. r. u. a. (T, D).
- Ecuación de dimensiones de la aceleración (D).

4.2 ORIENTACIONES

4.2.1 Acerca de la velocidad media e instantánea

Supongamos que en la figura 4-1 representamos una pista de carreras, por la que circula un automóvil, en el sentido indicado por la flecha.

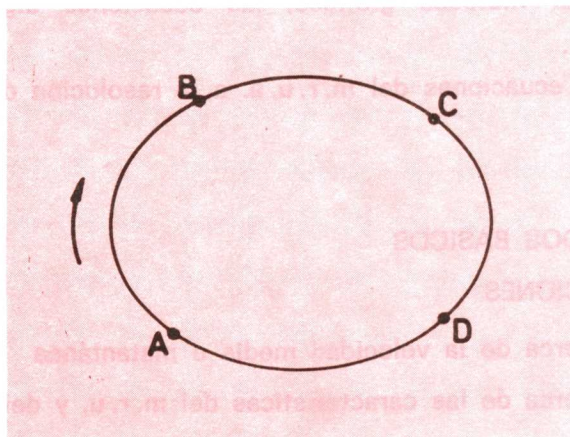


FIG. 4-1

La velocidad media desarrollada por el auto en la primera vuelta podemos calcularla midiendo la longitud de la pista y dividiéndola por el tiempo empleado en recorrerla.

$$\bar{v} = \text{veloc. media en una vuelta} = \frac{\text{longitud de la pista}}{\text{tiempo empleado en recorrerla}} \quad (*)$$

Si quieres calcular la velocidad media entre diferentes distancias de la pista, por ejemplo, las representadas en la figura 4-1 por AB, AC y AD, la calcularíamos en la forma:

$$\bar{v}_{AB} = \frac{\text{longitud de la pista (AB)}}{\text{tiempo en ir de A a B}}$$

$$\bar{v}_{AC} = \frac{\text{longitud de la pista (AC)}}{\text{tiempo en ir de A a C}}$$

$$\bar{v}_{AD} = \frac{\text{longitud de la pista (AD)}}{\text{tiempo en ir de A a D}}$$

Estas velocidades no tienen por qué ser iguales; cuando se habla de velocidad media, se entiende que ésa sería la velocidad desarrollada por el móvil que hubiese recorrido la distancia de referencia con una velocidad constante, hecho que no ocurre en la vida real; cuando nos estamos refiriendo a un automóvil, todos sabemos que, según las dificultades de la carretera, el coche va más o menos de prisa, y, por supuesto, corre mucho más en las líneas rectas que en las proximidades de las curvas.

La velocidad real del coche sólo la conoceremos con exactitud si consideramos un instante determinado.

Veamos cómo comprenderlo. Supongamos que queremos determinar la velocidad media entre A y B.

$$\bar{v}_{AB} = \frac{\text{longitud AB}}{\text{tiempo invertido en (AB)}}$$

Evidentemente, la longitud AB medida sobre la trayectoria dista mucho de ser igual al módulo del desplazamiento $\vec{a}$, $|\vec{a}|$ que hemos representado en la figura 4-2.

(*) Observa que el símbolo de velocidad media es la letra v con una tilde encima: $\bar{v}$.

Si consideramos las longitudes AB' , AB'' , AB''' , cada vez más pequeñas medidas sobre la trayectoria (fig. 4-3), a las que corresponden, respectivamente, los vectores desplazamiento $\vec{a}'$, $\vec{a}''$ y $\vec{a}'''$, también podemos establecer que:

$$|\vec{a}'| \neq \text{longitud } AB'$$

$$|\vec{a}''| \neq \text{longitud } AB''$$

$$|\vec{a}'''| \neq \text{longitud } AB'''$$

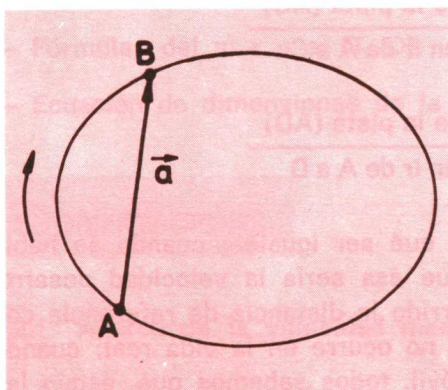


FIG. 4-2

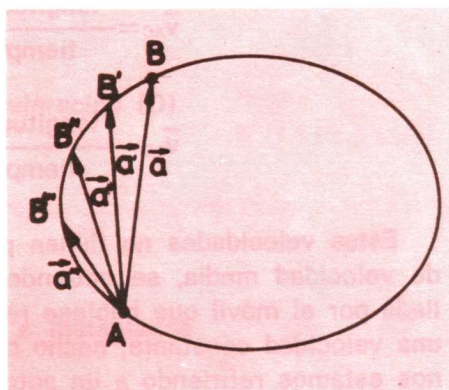


FIG. 4-3

Ahora bien, a medida que la longitud sobre la trayectoria es menor, vamos observando que la diferencia entre ésta y el módulo del vector desplazamiento es menor (consulta la tabla del apartado 3.2.2). Cuando los puntos considerados A y B sobre la trayectoria están tan próximos que puede confundirse la longitud media sobre ella con el módulo del desplazamiento, podremos escribir:

$$v = \frac{|\vec{a}|}{t} = \frac{AB}{t}$$

Esta sería la velocidad que lleva el móvil entre esos dos puntos tan próximos, y que llamaremos *velocidad instantánea*. Naturalmente, este valor no tiene por qué ser muy pequeño, ya que es el resultado de un cociente, en el que si el numerador (distancia entre dos puntos muy próximos) es muy pequeño, también es un hecho que el tiempo empleado en recorrerla, denominador del cociente, ha de ser asimismo muy pequeño.

La velocidad instantánea es un vector; por tanto, tiene módulo, dirección y sentido.

Este curso sólo vamos a manejar el módulo de la velocidad instantánea. Esto quiere decir que sólo consideraremos un aspecto de la cuestión. El próximo curso veremos el problema íntegramente.

4.2.2 Acerca de las características del m.r.u. y del m.r.u.a.

Movimiento rectilíneo uniforme:

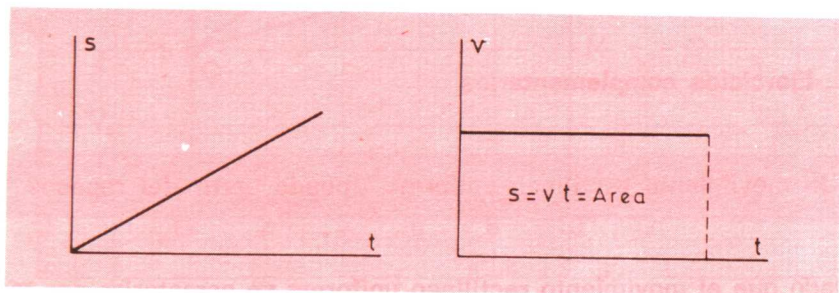
- La velocidad instantánea es siempre la misma en cualquier punto del trayecto, y además coincide con la velocidad media en cada tramo del recorrido y con la velocidad media total.

Movimiento rectilíneo y uniformemente acelerado:

- La velocidad crece linealmente con el tiempo. La representación gráfica de la velocidad frente al tiempo es una línea recta. La velocidad aumenta a medida que transcurre el tiempo.
- La aceleración, es decir, la variación de la velocidad en la unidad de tiempo, es siempre la misma. La gráfica aceleración-tiempo es una línea paralela al eje de los tiempos.
- El espacio frente al tiempo es una ecuación de segundo grado; por tanto, la gráfica s-t no puede ser una línea recta, sino una curva llamada parábola.
- Las gráficas correspondientes a estos movimientos vienen dadas en las gráficas que engloba la figura 4-4.

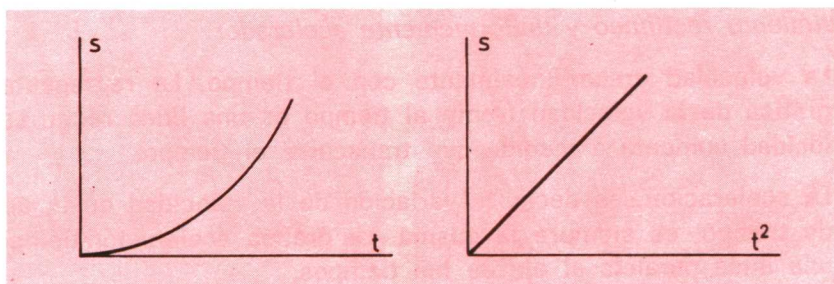
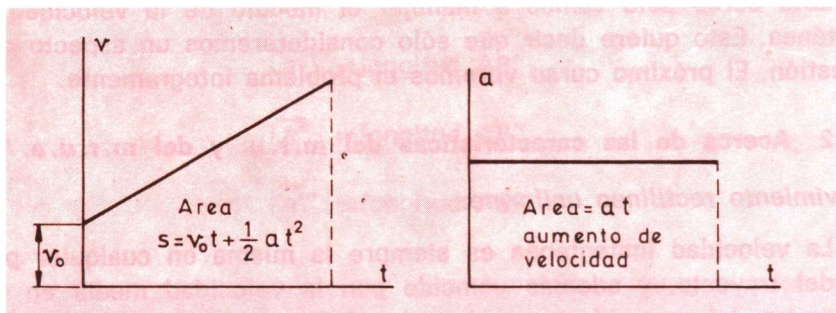
FIG. 4-4

Movimiento rectilíneo uniforme



Ecuación: $v = \frac{s}{t}$; $s = vt$

Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado



(La última gráfica del punto 2.4, tema 2, del libro de texto está equivocada.)

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 ; \quad v = v_0 + a t$$

4.2.3 Ejercicios complementarios

1.º Un movimiento rectilíneo uniforme, ¿puede partir del reposo?

Dado que el movimiento rectilíneo uniforme se caracteriza por tener una velocidad constante, no puede partir del reposo, en que $v=0$, para adquirir luego una determinada velocidad v , pues durante ese pe-

río de tiempo hay un aumento de velocidad, lo cual implica la existencia de una aceleración.

2.º Un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado, ¿puede partir del reposo?

Partir del reposo quiere decir que la velocidad inicial (v_0) es nula: $v_0=0$. Dado que la aceleración es constante en todo el trayecto, y siendo

$$a = \frac{v - v_0}{t},$$

podremos concluir que sí es posible tener un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado partiendo del reposo.

3.º Observa las gráficas de la figura 4-5. ¿Qué conclusiones deduces de ellas?

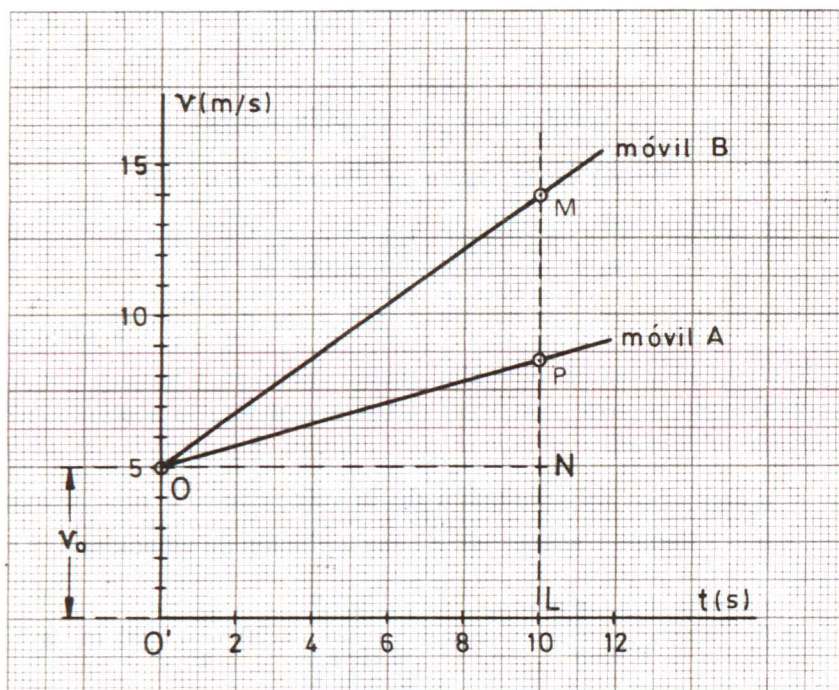


FIG. 4-5

1) El móvil A lleva un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. Igualmente, el móvil B lleva también un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

2) Los dos móviles A y B llevan la misma velocidad inicial v_0 .

3) El móvil B tiene mayor aceleración que el móvil A, pues, considerando para ambos el mismo tiempo ($t=10$ s), se observa que la velocidad lograda por el móvil B es mayor que la del móvil A.

4) Se pueden calcular los valores de las aceleraciones de cada móvil, a partir de la gráfica:

Móvil B:

$$v_0 = 5 \text{ m/s} ; \quad v = 14 \text{ m/s}$$

$$t = 10 \text{ s (O'L en la figura)}$$

$$(v - v_0) \text{ en la figura es } MN = 14 - 5 = 9$$

$$a_B = \frac{v - v_0}{t} = \frac{14 - 5}{10} = \frac{9}{10} = 0,90 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

Móvil A:

$$v_0 = 5,0 \text{ m/s} ; \quad v = 8,5 \text{ m/s}$$

$$(v - v_0) \text{ en la figura es } PN = 8,5 - 5,0 = 3,5$$

$$a_A = \frac{8,5 - 5,0}{10} = \frac{3,5}{10} = 0,35 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

4.º Si un móvil varía su velocidad, desde $v=8,0$ m/s hasta $v=10,0$ m/s, empleando en ello un tiempo de 0,1 s, ¿cuál es la aceleración?

$$a = \frac{\text{variación de la velocidad}}{\text{tiempo transcurrido en esa variación de velocidad}}$$

$$a = \frac{10,0 \text{ m/s} - 8,0 \text{ m/s}}{0,10 \text{ s}} = \frac{2,0 \text{ m/s}}{0,10 \text{ s}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

NOTA.—Ecuación de dimensiones de la aceleración: repasa el tema 2 de este Documento.

4.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

- Los ejercicios 1 y 2 del texto no encierran ninguna dificultad. Consulta el libro de texto y contéstalos.

• Problema 3

a) Como la aceleración unidad en SI es 1 m/s^2 , podemos escribir:

$$v = a \cdot t = 1 \text{ m/s}^2 \cdot 20 \text{ s} = 20 \text{ m/s}$$

Como $1 \text{ m} = 10^{-3} \text{ km}$ (ya que $1 \text{ km} = 10^3 \text{ m}$) y $1 \text{ s} = \frac{1}{3600} \text{ h}$ (ya que $1 \text{ hora} = 3600 \text{ s}$), tendremos:

$$20 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 20 \frac{10^{-3} \text{ km}}{\frac{1}{3600} \text{ h}} = 20 \cdot 3600 \cdot 10^{-3} \frac{\text{km}}{\text{h}} =$$

$$= 7,2 \cdot 10^4 \cdot 10^{-3} \frac{\text{km}}{\text{h}} = \boxed{72 \text{ km/h}}$$

$$\text{b) } s = \frac{1}{2} at^2 = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (20)^2 \text{ s}^2 = 0,5 \cdot 400 \text{ m} = 200 \text{ m} = \boxed{0,2 \text{ km}}$$

• Problema 4

Comencemos por el apartado b): Dado que en el tiempo 0 la velocidad es 0, ya podemos escribir que $v_0 = 0$. Por tanto, las ecuaciones del movimiento $v = v_0 + at$ y $s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$ quedan reducidas a:

$$\left. \begin{array}{l} v = at \\ s = \frac{1}{2} at^2 \end{array} \right\} [1]$$

En la columna 2 del problema se dan los valores de t (en segun-

dos) y de s (en metros). Con estos datos se calcula fácilmente la aceleración, en la forma:

$$s = \frac{1}{2} at^2 \quad || \quad a = \frac{2s}{t^2} = \frac{2 \cdot 2,5 \text{ m}}{1^2 \text{ s}^2} = 5 \text{ m/s}^2$$

Este valor de la aceleración se mantendrá constante, ya que se trata de un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

Sigamos ahora con el apartado a) de este problema, es decir, completemos la tabla (consulta el texto). En la columna 2 falta el valor de v . Aplicando la primera ecuación [1]:

$$v = a \cdot t = 5 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ s} = 5 \text{ m/s}$$

En la columna 3 se da el valor $t=2 \text{ s}$, y como $a=5 \text{ m/s}^2$, aplicando las ecuaciones [1] podremos calcular s y v :

$$s = \frac{1}{2} 5 \text{ m/s}^2 (2 \text{ s})^2 = 10 \text{ m}$$

$$v = 5 \text{ m/s}^2 \cdot 2 \text{ s} = 10 \text{ m/s}$$

Las columnas 4 y 5 ya no ofrecen ninguna dificultad, y puedes completarlas.

En la columna 6 se da el valor de $v=40,0 \text{ m/s}$. Dado que $a=5,0 \text{ m/s}^2$, y aplicando las ecuaciones [1], tendremos:

$$v = at ; \quad t = \frac{v}{a} = \frac{40,0 \text{ m/s}}{5,0 \text{ m/s}^2} = 8,0 \text{ s}$$

$$s = \frac{1}{2} at^2 ; \quad s = \frac{1}{2} 5,0 \text{ m/s}^2 (8,0 \text{ s})^2 = 160 \text{ m}$$

Apartados c) y d). Completada la columna 7, dibuja las gráficas:

$v-t$ (análoga a fig. 4-2 del texto)

$s-t$ (análoga a fig. 4-4 del texto)

El apartado e) de este problema es muy interesante. Se trata de construir la gráfica $s-t^2$.

La ecuación que da el espacio es:

$$s = \frac{1}{2} at^2 = \frac{a}{2} t^2$$

Si representamos t^2 en el eje de abscisas (eje X) y s en el de ordenadas (eje Y), la ecuación será:

$$y = \frac{a}{2} x$$

Se trata de la ecuación de una recta, cuya pendiente es $\frac{a}{2}$.

● Problema 5

Apartados a) y b). Para contestar a estos apartados tendremos que recordar que la característica del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado es que la aceleración es *constante*; luego tendremos que comprobar si, con los datos del problema, se cumple esta condición:

$$a = \frac{\text{variación de la velocidad}}{\text{tiempo transcurrido}}$$

Cálculo de a entre $t=0$ y $t=1$ (vemos que para $t=0$ ya hay una velocidad inicial $v_0=5$):

$$a = \frac{8-5}{1-0} = \frac{3}{1} = 3 \text{ m/s}^2$$

Cálculo de a entre $t=0$ y $t=2$:

$$a = \frac{11-5}{2-0} = \frac{6}{2} = 3 \text{ m/s}^2$$

Cálculo de a entre $t=0$ y $t=3$:

$$a = \frac{14-5}{3-0} = \frac{9}{3} = 3 \text{ m/s}^2$$

Realiza tú los cálculos correspondientes a la determinación de los valores de la aceleración entre los tiempos:

$$t=0 \quad y \quad t=4$$

$$t=0 \quad y \quad t=5$$

$$t=0 \quad y \quad t=6$$

$$t=0 \quad y \quad t=7$$

En el apartado c) dibuja la gráfica representativa de v frente a t . Si obtienes una línea recta habrás comprobado que la velocidad es directamente proporcional al tiempo; por tanto, el movimiento es uniformemente acelerado (dicha gráfica será análoga a la fig. 4-5 del texto).

En el apartado d) es necesario fijarse que en la gráfica anterior el área determinada entre la recta y el eje de los tiempos representa el espacio recorrido por el móvil:

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 = \underbrace{v_0 \cdot t}_{\text{área rectángulo}} + \underbrace{\frac{\overbrace{a \cdot t}^{\text{altura}} \cdot \overbrace{t}^{\text{base}}}{2}}_{\text{área triángulo}}$$

$$s = 5 \cdot 5 + \frac{1}{2} 3 \cdot 5^2 = 62,5 \text{ m}$$

Finalmente, dibuja la gráfica s - t .

● Problema 6

a) En el eje de ordenadas figuran los espacio (en metros), y en el de abscisas, los tiempos (en segundos).

En el primer tramo de la gráfica, comprendido entre 0 y 10 segundos, el espacio crece linealmente, luego el movimiento será uniforme (velocidad=constante).

Entre 10 y 20 segundos, el espacio no cambia de valor, luego en ese período de tiempo el móvil está parado. En el último tramo, entre 20 y 25 segundos, vemos que los valores de s disminuyen linealmente

con el tiempo, hasta volver a la misma posición inicial, luego el movimiento es de nuevo movimiento uniforme.

Podemos representar en un gráfico sencillo la posición inicial del móvil (A) y la posición al cabo de 10 segundos (que son 100 metros) (B en la fig. 4-6).

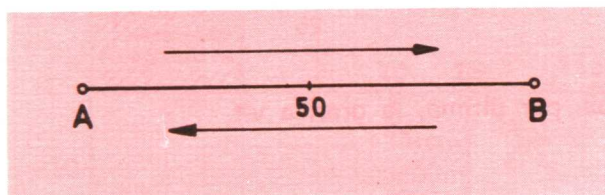


FIG. 4-6

b) En el primer tramo recorrido, AB, la distancia es 100 metros; en el segundo tramo el móvil está parado; en el tercer tramo vuelve a recorrer 100 metros (en menor tiempo, por tanto, a mayor velocidad). La distancia total recorrida en metros será:

$$\text{distancia} = 100 + 100 = 200 \text{ m}$$

Observa que el desplazamiento es 0, ya que vuelve al punto de partida.

Cambiamos el orden de los últimos apartados del problema:

d) El cálculo de la velocidad se haría en la forma siguiente:

$$\text{Tramo 1.º: } v_1 = \frac{s_1}{t_1} = \frac{100}{10} = 10 \text{ m/s ; sentido hacia la derecha.}$$

$$\text{Tramo 2.º: } v_2 = \frac{s_2}{t_2} = \frac{0}{10} = 0 \text{ m/s ; parado.}$$

$$\text{Tramo 3.º: } v_3 = \frac{s_3}{t_3} = \frac{100}{5} = 20 \text{ m/s ; sentido hacia la izquierda, volviendo al punto de partida.}$$

$$\text{velocidad media total} = \frac{\text{longitud total}}{\text{tiempo total}} = \frac{200}{25} = 8 \text{ m/s}$$

O bien podríamos calcularla en la forma:

$$v_m \text{ total} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2 + v_3 t_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{10 \cdot 10 + 0 \cdot 10 + 20 \cdot 5}{10 + 10 + 5}$$

$$v_m \text{ total} = \frac{100 + 100}{25} = 8 \text{ m/s}$$

c) Veamos, por último, la gráfica v-t.

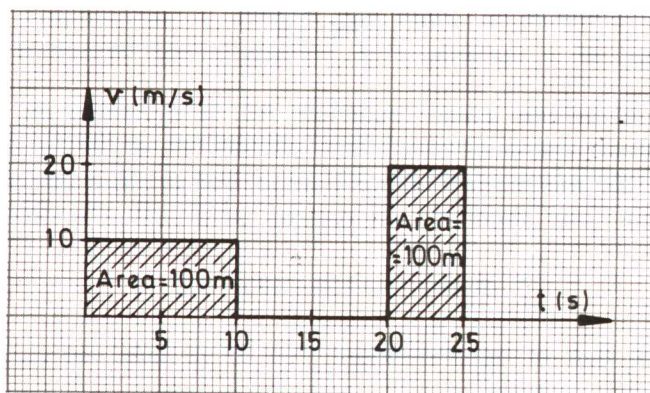


FIG. 4-7

Es necesario que te fijas que al construir esta gráfica (fig. 4-7) no hemos tenido en cuenta que la velocidad tiene un sentido diferente cuando el móvil va hacia la derecha y cuando va hacia la izquierda, lo cual debe traducirse en una diferencia de signo. En el próximo curso verás que la velocidad es un vector, y, por tanto, tiene módulo, dirección y sentido, y, según cual sea éste, su signo será positivo o negativo. Entonces la gráfica anterior realmente debería hacerse en la forma siguiente (fig. 4-8):

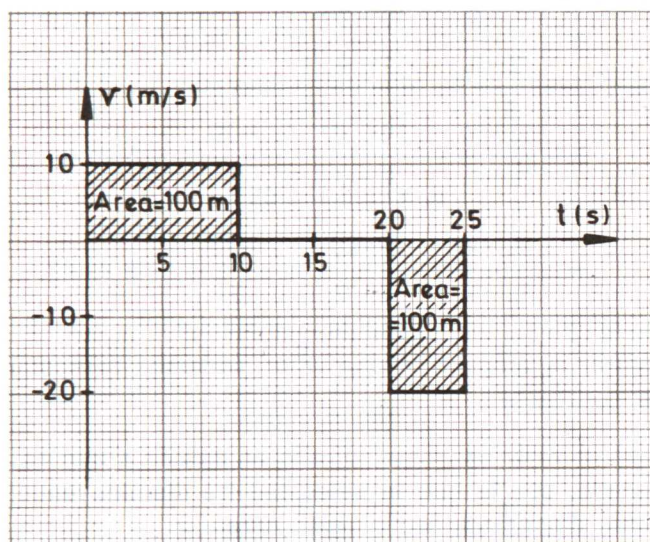


FIG. 4-8

● Problema 6 bis (*)

Una motocicleta lleva una velocidad de 20 m/s. Aplica sus frenos y la velocidad disminuye de acuerdo con la siguiente tabla:

v (m/s)	20	15	10	5	0
t (s)	0	1	2	3	4

- 1.º Establece si la aceleración es constante.
- 2.º Haz la gráfica v-t.
- 3.º Haz la tabla s-t.
- 4.º Haz la gráfica s-t.

(*) No está en el texto.

1.º Si la aceleración es constante, nos lo van a decir los siguientes cálculos:

$$a_1 = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0} = \frac{15 - 20}{1 - 0} = -5 \text{ m s}^{-2}$$

$$a_2 = \frac{v_2 - v_0}{t_2 - t_0} = \frac{10 - 20}{2 - 0} = \frac{-10}{2} = -5 \text{ m s}^{-2}$$

$$a_3 = \frac{v_3 - v_0}{t_3 - t_0} = \frac{5 - 20}{3 - 0} = \frac{-15}{3} = -5 \text{ m s}^{-2}$$

Al encontrar siempre el mismo valor, podemos contestar que la aceleración es *constante*.

Fíjate que el valor es *negativo*; ello es debido a que es una aceleración de frenado, con la que la velocidad irá disminuyendo; en el caso del problema, disminuye hasta valer cero.

2.º La gráfica v-t (fig. 4-9) pone de manifiesto la disminución de la velocidad, con una recta cuya *pendiente* es:

$$a = \frac{v}{t} = -5 \text{ m s}^{-2}$$

(Recuerda lo dicho en el tema 1.)

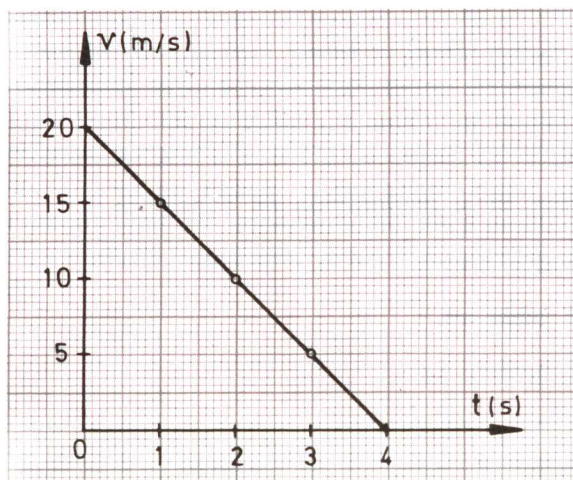


FIG. 4-9

3.º Para construir la tabla s-t haremos los siguientes cálculos:

$$t=0 ; \quad s_0=0$$

$$t=1 ; \quad s_1=v_0t_1+\frac{1}{2}at_1^2=20 \cdot 1+\frac{1}{2}(-5)1^2=$$

$$=20-\frac{5}{2}=17,5 \text{ m}$$

$$t=2 ; \quad s_2=v_0t_2+\frac{1}{2}at_2^2=20 \cdot 2+\frac{1}{2}(-5)2^2=$$

$$=40-10=30 \text{ m}$$

$$t=3 ; \quad s_3=v_0t_3+\frac{1}{2}at_3^2=20 \cdot 3+\frac{1}{2}(-5)3^2=$$

$$=60-22,5=37,5 \text{ m}$$

$$t=4 ; \quad s_4=v_0t_4+\frac{1}{2}at_4^2=20 \cdot 4+\frac{1}{2}(-5)4^2=$$

$$=80-40=40 \text{ m}$$

Tabla s-t:

s (m)	0	17,5	30	37,5	40
t (s)	0	1	2	3	4

4.º Gráfica s-t (fig. 4-10).

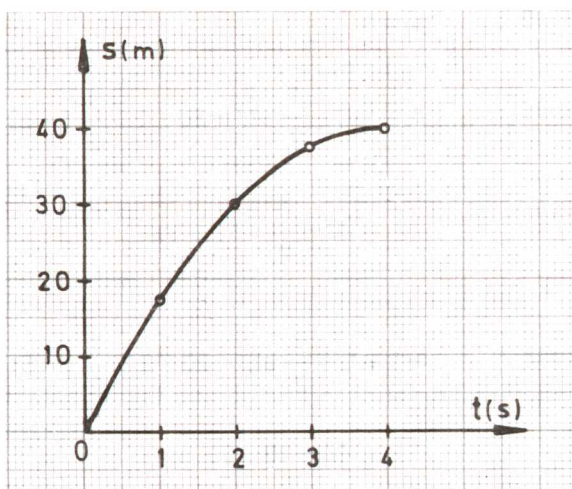


FIG. 4-10

● Problema 7

a) Este problema presenta la gráfica v-t de un movimiento. Su observación nos permite establecer que entre los tiempos 0 y 10 segundos la velocidad crece linealmente, y además, para $t=0$, $v=0$; luego se trata de un movimiento uniformemente acelerado con velocidad inicial nula ($v_0=0$).

Entre los tiempos 10 y 20 segundos la velocidad se mantiene constante, con el valor 20 m/s; luego en este período la aceleración es nula; por tanto, el movimiento será rectilíneo y uniforme.

Entre los tiempos 20 y 25 segundos, la velocidad disminuye hasta anularse; la disminución se realiza linealmente con el tiempo; por tanto, se trata de un movimiento uniformemente retardado (m. r. u. r.).

b) El espacio total recorrido se calcula midiendo el área comprendida entre la velocidad y el eje de los tiempos:

$$s = \frac{10 \cdot 20}{2} + 10 \times 20 + \frac{5 \times 20}{2} = 300 + 50 = 350 \text{ m}$$

c) Cálculo de las aceleraciones:

En el *primer tramo* la aceleración crece con el tiempo:

$$a_1 = \frac{v_{10} - v_0}{t_{10} - t_0} = \frac{20 - 0}{10 - 0} = 2 \text{ m/s}^2$$

(movimiento rectilíneo uniformemente acelerado: m. r. u. a.)

En el *segundo tramo*:

$$a_2 = \frac{v_{20} - v_{10}}{t_{20} - t_{10}} = \frac{20 - 20}{20 - 10} = 0 \text{ m/s}^2$$

(movimiento rectilíneo uniforme: m. r. u.)

En el *tercer tramo*:

$$a_3 = \frac{v_{25} - v_{20}}{t_{25} - t_{20}} = \frac{0 - 20}{25 - 20} = -4 \text{ m/s}^2$$

(movimiento rectilíneo uniformemente retardado: m. r. u. r.)

La gráfica aceleración-tiempo vendría dada según indica la representación de la fig. 4-11.

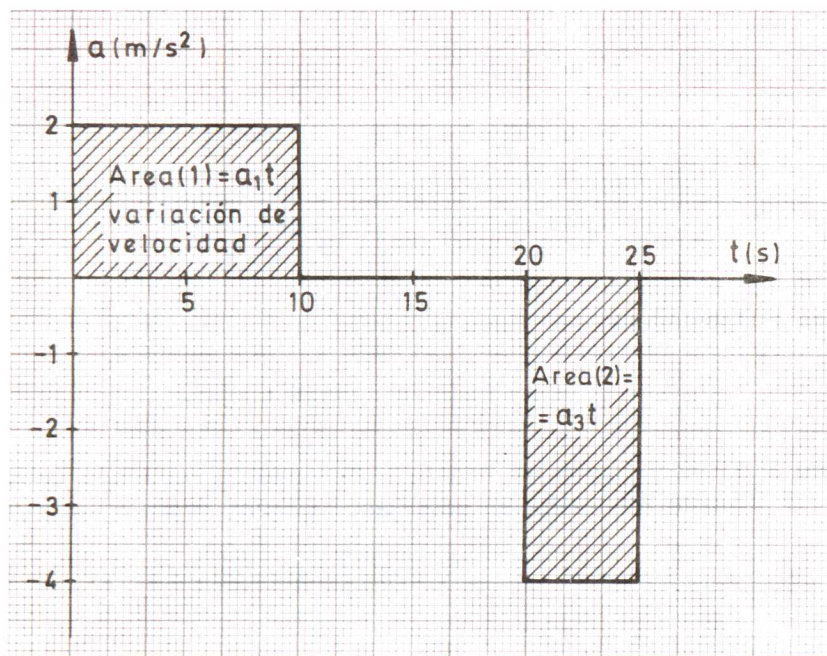


FIG. 4-11

Vamos a interpretarla:

$$\text{Area (1)} = a_1 t = 2 \cdot 10 = 20 \text{ m/s (variación de la velocidad)}$$

Dado que el móvil empezó con $v_0 = 0$, a los 10 segundos la velocidad habrá aumentado hasta valer

$$v_{10} = 20 \text{ m/s}$$

Entre 10 y 20 segundos el área es nula; luego no hay variación de la velocidad:

$$\text{Area (2)} = a_3 t = (-4 \text{ m/s}^2) \cdot 5 \text{ s} = -20 \text{ m/s}$$

Esto nos indica que en los últimos 5 segundos la velocidad disminuye en 20 m/s. Como anteriormente el aumento de velocidad había sido de +20 m/s, y la disminución es -20 m/s, resultará la velocidad final igual a cero.

d) Antes de construir la gráfica s-t (fig. 4-12), calcularemos los datos necesarios, es decir, los espacios en función del tiempo:

Tramo 1: Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado

$$(v_0 = 0 ; \quad a = a_1 = 2 \text{ m/s}^2):$$

$$v = v_0 + at = 0 + 2 t ; \quad v = 2 t$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 ; \quad s = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} 2 t^2$$

Tramo 2: Movimiento rectilíneo uniforme:

$$s = v \cdot t ; \quad s = 20 t$$

Tramo 3: La aceleración es negativa (movimiento rectilíneo uniformemente retardado; en este caso, $v_0 = 20$; $a = a_3 = -4 \text{ m/s}^2$):

$$v = v_0 + at ; \quad v = 20 + (-4) t = 20 - 4 t$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 ; \quad s = 20 t + \frac{1}{2} (-4) t^2 = 20 t - 2 t^2$$

Con ayuda de las anteriores ecuaciones del espacio, correspondientes a cada tramo, construimos tablas de valores de s para valores sucesivos de t , tal como indicamos a continuación.

Tramo 1		Tramo 2				Tramo 3			
Duración del movimiento: 10 s		Duración del movimiento: 10 s, y empieza a los 10 s				Duración del movimiento: 5 s, y empieza a los 20 s			
Ecuación: $s = \frac{1}{2} 2 t^2$		Ecuación: $s = 20 t$				Ecuación: $s = 20 t - 2 t^2$			
Empieza en 0 m		Empieza en 100 m				Empieza en 300 m			
		Parciales en el tramo		Totales		Parciales en el tramo		Totales	
t (s)	s (m)	t	s	s	t	t	s	s	t
0	0	0	0	100	10	0	0	300	20
2	4	2	40	140	12	1	18	318	21
4	16	4	80	180	14	2	32	332	22
6	36	6	120	220	16	3	42	342	23
8	64	8	160	260	18	4	48	348	24
10	100	10	200	300	20	5	50	350	25

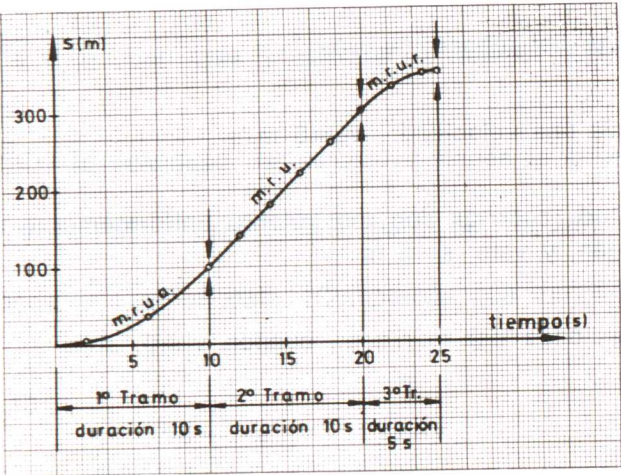


FIG. 4-12

● Problema 8 (fig. 4-13)

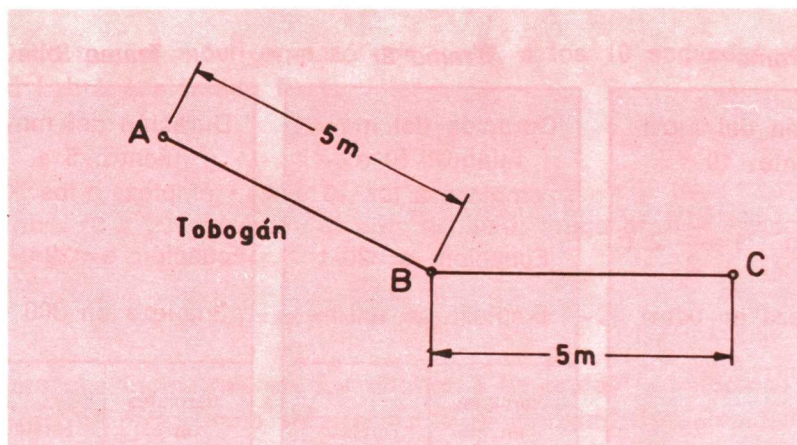


FIG. 4-13

AB, trayecto recorrido con movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

BC, trayecto con movimiento rectilíneo uniforme.

$$\bar{v}_{\text{media}_{BC}} = \frac{\text{longitud recorrida}}{\text{tiempo}} = \frac{5}{1} = 5 \text{ m/s}$$

En A parte del reposo: $v_0 = 0$.

En B lleva una velocidad: $v_B = 5 \text{ m/s}$.

La longitud recorrida con movimiento uniformemente acelerado es la del tobogán, y vale $s = 5 \text{ m}$.

Las ecuaciones del m.r.u.a., cuando $v_0 = 0$, son:

$$v = at ; \quad s = \frac{1}{2} at^2 \quad [1]$$

La aceleración es constante, cualquiera que sea el valor de t .

Dividiendo miembro a miembro las ecuaciones [1], teniendo en cuenta que $v=5 \text{ m/s}$ y $s=5 \text{ m}$,

$$\left. \begin{array}{l} 5=at \\ 5=\frac{1}{2}at^2 \end{array} \right\} \frac{5}{5} = \frac{at}{\frac{1}{2}at^2} = \frac{2}{t}; \quad t=2 \text{ s}$$

$$a = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ m s}^{-2}$$

● Problema 9

NOTA.—El camión alcanza al coche cuando éste arranca: significa sólo que pasa o rebasa al coche sin tocarlo ni chocar..

Observa que el camión lleva un movimiento uniforme y el coche uniformemente acelerado.

¿Qué hay en común entre ambos movimientos? El tiempo y el espacio recorrido. Luego:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Para el camión: } s=vt \\ \text{Para el coche: } s=\frac{1}{2}at^2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{siendo } v \text{ velocidad del camión,} \\ vt = \frac{1}{2}at^2; \quad t = \frac{2v}{a} \end{array}$$

Conoces v y a ; sustituyes y calculas el tiempo. (Comprueba que $t=16 \text{ s}$.)

Para calcular la velocidad del automóvil tienes la ecuación:

$$v=v_0+at, \quad \text{pero } v_0=0 \text{ (parte del reposo)}$$

t lo conoces, y a es un dato. (Comprueba que $v=24 \text{ m/s}$.)

● Problema 10

Aplica las ecuaciones del m.r.u.a. teniendo en cuenta que la velocidad inicial es $v_0=0$. Es decir:

$$s = \frac{1}{2} at^2$$

$$600 \text{ m} = \frac{1}{2} a (15 \text{ s})^2 ;$$

$$a = \frac{2 \cdot 600}{15^2} = \frac{1\,200}{225} = 5,33 \text{ m/s}^2$$

$$v = at$$

$$v = 5,33 \cdot 15 = 80 \text{ m/s} = \frac{\frac{80}{10^3} \text{ km}}{\frac{1}{3\,600} \text{ hora}} = \frac{80 \cdot 3\,600}{10^3} = 288 \text{ km/h}$$

● Problema 11

A las preguntas a) y b) puedes responder sin más que aplicar las ecuaciones del movimiento uniformemente acelerado ($v_0 = 0$). Así:

a) $s_1 = \frac{1}{2} at^2$ (s_1 = espacio recorrido en el tiempo total de 1 s desde el comienzo del movimiento):

$$a = \frac{2 s_1}{t^2} = \frac{2 \cdot 5}{1^2} = 10 \text{ m/s}^2$$

b) $s_4 = \frac{1}{2} at^2$ (s_4 = espacio recorrido en el tiempo total de 4 s desde el comienzo del movimiento):

$$s_4 = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} 10 \cdot 4^2 = 80 \text{ m}$$

c) Ahora te piden la distancia recorrida en el cuarto segundo del movimiento.

El 1.º segundo del movimiento comprende entre $t=0$ y $t=1$

El 2.º segundo del movimiento comprende entre $t=1$ y $t=2$

El 3.º segundo del movimiento comprende entre $t=2$ y $t=3$

El 4.º segundo del movimiento comprende entre $t=3$ y $t=4$

Calcula s para $t=4$ s y s para $t=3$ s. La diferencia representa el espacio recorrido en el 4.º segundo. Es decir:

$$\left. \begin{aligned} s_4 &= \frac{1}{2} a t_4^2 = \frac{1}{2} 10 \cdot 4^2 = 80 \text{ m} \\ s_3 &= \frac{1}{2} a t_3^2 = \frac{1}{2} 10 \cdot 3^2 = 45 \text{ m} \end{aligned} \right\} s_4 - s_3 = \frac{1}{2} a (t_4^2 - t_3^2)$$

$$s_4 - s_3 = 80 \text{ m} - 45 \text{ m} = 35 \text{ m}$$

d) De modo parecido, puede establecerse una fórmula de carácter general para calcular el espacio durante el n ésimo segundo:

$$s_n - s_{n-1} = \frac{1}{2} a [t_n^2 - t_{n-1}^2]$$

● Problema 12

La figura 3-8 está en el tema 3 del libro de texto.

a) La referida figura es una gráfica de velocidad frente al tiempo.

Vemos que v no crece linealmente con el tiempo, es decir, la gráfica no es una recta que forme ángulo con el eje X. Esto quiere decir que el cociente:

$$\frac{\text{aumento de velocidad}}{\text{tiempo transcurrido}}$$

no es constante, o, lo que es lo mismo: el movimiento no es uniformemente acelerado.

b) Para los primeros 5 segundos:

$$t=0 \quad ; \quad v=0$$

$$t=5 \text{ s} \quad ; \quad v=75 \text{ km/h} = 20,8 \text{ m/s}$$

Luego:

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{20,8 - 0}{5 - 0} \approx 4 \text{ m/s}^2$$

c, $162 \text{ km/h} = 45 \text{ m/s}$:

$$a = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{45}{35} = 1,3 \text{ m/s}^2$$

d) Si tomamos intervalos pequeños de tiempo, los fragmentos correspondientes de curva podemos considerarlos como rectilíneos y hallar la pendiente, es decir, la aceleración, que, de este modo, la consideramos constante en dicho intervalo pequeño de tiempo, aunque queda claro que la aceleración será distinta al pasar de un intervalo a otro.

Calculemos la aceleración (considerada constante) durante cada cinco segundos:

Para $t = 5$: $v_5 = 75 \text{ km/h} = 20,8 \text{ m/s}$.

Para $t = 10$: $v_{10} = 110 \text{ km/h}$.

Es decir:

$$v_{10} - v_5 = 110 - 75 = 35 \text{ km/h} = 9,8 \text{ m/s}$$

y por tanto:

$$a = \frac{v_{10} - v_5}{t_{10} - t_5} = \frac{9,8 \text{ m/s}}{5 \text{ s}} = 1,96 \approx 2 \text{ m/s}^2$$

Para los demás intervalos podemos establecer la siguiente tabla (tomando los datos de la lectura de la referida gráfica):

Tiempo t (s)	Velocidad v (km/h)	Velocidad v (m/s)	Diferencias de velocidades Δv (m/s)	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ (m/s ²)
0	0	0		$\frac{20,8}{5} = 4,2 \approx 4$ (entre 0 y 5 s)
5	75	20,8	$20,8 - 0 = 20,8$	$\frac{9,8}{5} = 1,96 \approx 2$ (entre 5 y 10 s)
10	110	30,6	$30,6 - 20,8 = 9,8$	$\frac{5,5}{5} = 1,1 \approx 1$ (entre 10 y 15 s)
15	130	36,1	$36,1 - 30,6 = 5,5$	$\frac{3,6}{5} = 0,72 \approx 0,7$ (entre 15 y 20 s)
20	143	39,7	$39,7 - 36,1 = 3,6$	$\frac{2,5}{5} = 0,5$ (entre 20 y 25 s)
25	152	42,2	$42,2 - 39,7 = 2,5$	$\frac{2}{5} = 0,4$ (entre 25 y 30 s)
30	159	44,2	$44,2 - 42,2 = 2,0$	$\frac{0,8}{5} = 0,16 \approx 0,2$ (entre 30 y 35 s)
35	162	45,0	$45,0 - 44,2 = 0,8$	

e) Para hacer la gráfica (fig. 4-14) aceleración-tiempo, observa, por ejemplo, que $a=4 \text{ m/s}^2$ no es ni para $t=0$, ni para $t=5 \text{ s}$, sino para el intervalo 0 y 5 s. Por esto vamos a representar la aceleración 4 m/s^2 en el punto medio del tiempo entre $t=0$ y $t=5 \text{ s}$, es decir, en el tiempo $t=2,5 \text{ s}$.

La aceleración $a=2 \text{ m/s}^2$ es entre $t=5 \text{ s}$ y $t=10 \text{ s}$; por tanto, al representar esta aceleración la haremos para un tiempo medio entre $t=5 \text{ s}$ y $t=10 \text{ s}$, es decir, para $t = \frac{10+5}{2} = 7,5 \text{ s}$.

Resumimos en una tabla todos los valores:

$a \text{ (m/s}^2\text{)}$	Tiempo (s)
4	$\frac{0+5}{2}=2,5$
2	$\frac{5+10}{2}=7,5$
1	$\frac{10+15}{2}=12,5$
0,7	$\frac{15+20}{2}=17,5$
0,5	$\frac{20+25}{2}=22,5$
0,4	$\frac{25+30}{2}=27,5$
0,2	$\frac{30+35}{2}=32,5$

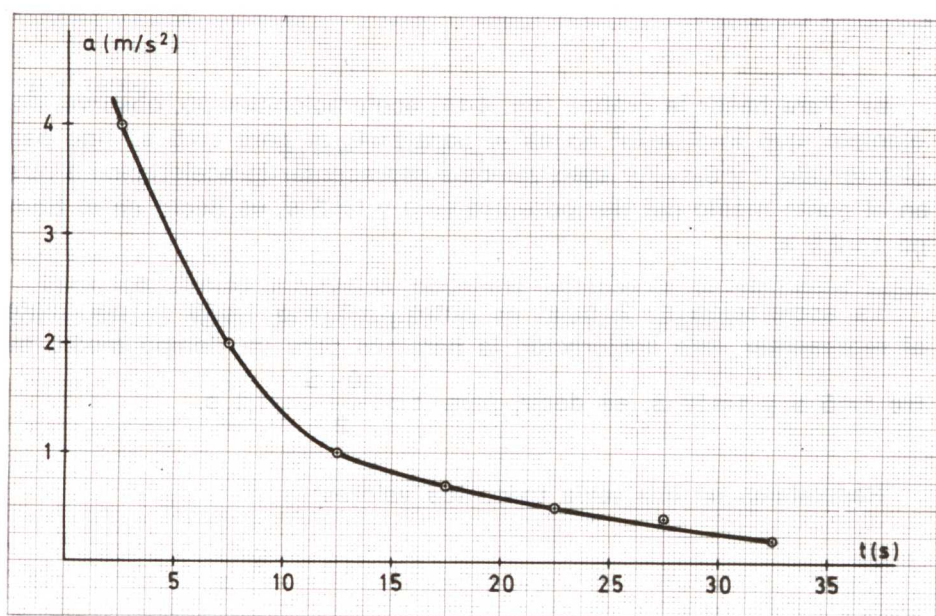


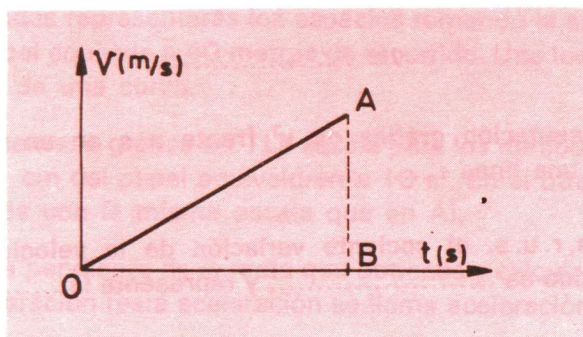
FIG. 4-14

4.4 EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

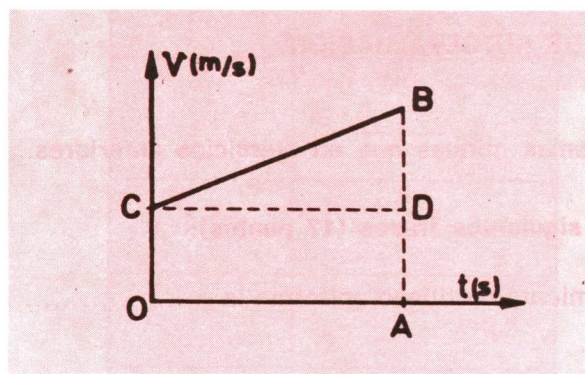
Sigue las mismas normas que en ejercicios anteriores.

● **Completa las siguientes frases (17 puntos):**

1. En un movimiento rectilíneo uniforme la es constante.
2. En un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado la es constante.
3. En un movimiento rectilíneo uniforme la representación gráfica $s-t$ da una
4. En un movimiento rectilíneo uniforme la representación gráfica $v-t$ da una línea recta al eje de tiempos.
5. En un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado la gráfica $a-t$ es una línea recta al eje de tiempos.
6. En un movimiento rectilíneo uniforme el valor de la aceleración será
7. En la gráfica adjunta el área del triángulo OBA nos da el valor del en un movimiento



8. En la figura adjunta el área del trapecio OABC nos da el valor del en un movimiento con velocidad inicial.



9. En la figura de la cuestión 8, el área del triángulo CDB nos da el valor del espacio suplementario producido por la
10. El área del rectángulo OADC nos mide el que hubiese recorrido el móvil si hubiese mantenido su
11. En la fórmula $a = \frac{v - v_0}{t}$, a significa; v_0 y t
12. La ecuación del movimiento rectilíneo y uniformemente acelerado es:

$$s = \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$$
13. La relación entre espacio y velocidad considerando $v_0 = 0$ es:

$$v = \dots\dots\dots$$
14. La representación gráfica de v^2 frente a s en un m.r.u.a. con $v_0 = 0$ es una línea
15. En un m.r.u.a. el cociente variación de la velocidad y tiempo transcurrido es, y representa la
16. En un m.r.u.a. la representación gráfica $s-t$ es una
17. En un m.r.u.a. con velocidad inicial nula la representación gráfica $s-t^2$ es una línea

● Decir si es cierto o falso (1 punto):

18. En un movimiento rectilíneo y uniforme la velocidad instantánea es siempre la misma, incluso cuando $t=0$. C ☐ F ☐

● Cuestión de opción única (2 puntos):

19. Un tren expreso recorre la distancia Madrid-Barcelona, de 670 km, a una velocidad media de 50 km/h. Para en Zaragoza y en Guadalajara 30 minutos en cada sitio. ¿Cuál sería la velocidad media si no hiciera dichas paradas?

A) 50 km/h B) 51,9 km/h C) 54 km/h D) 46,5 km/h

19

● Ejercicio gráfico y numérico (3 puntos por cada apartado):

20. La tabla siguiente nos da los valores observados para la caída libre (*) de un cuerpo sin velocidad inicial:

s (m)	0	19,6	78,4	176,4	240,1
t (s)	0	2	4	6	7

- A) Construye la gráfica s-t. Toma para ello papel milimetrado. En el eje de abscisas representarás los tiempos con la siguiente escala: 1 cm del papel equivalen a 1 segundo. En el eje de ordenadas representarás los espacios tomando la escala: 1 cm del papel equivale a 40 metros de recorrido. Une los puntos los medio de una curva.
- B) Representa la gráfica s-t². La escala para los tiempos al cuadro será: 1 cm del papel equivaldrán a 10 s². En el otro eje representarás con la misma escala que en A).
- C) Mide la pendiente de la recta que obtienes y calcula el valor de la aceleración (esta aceleración se llama aceleración de la gravedad).

(*) Caída libre de un cuerpo: cuando lo hace en el vacío, sin rozamiento alguno (ver tema 8).

- D) Conocida la aceleración de la gravedad (apartado C), completa la siguiente tabla:

v (m/s)					
t (s)	0	2	4	6	7

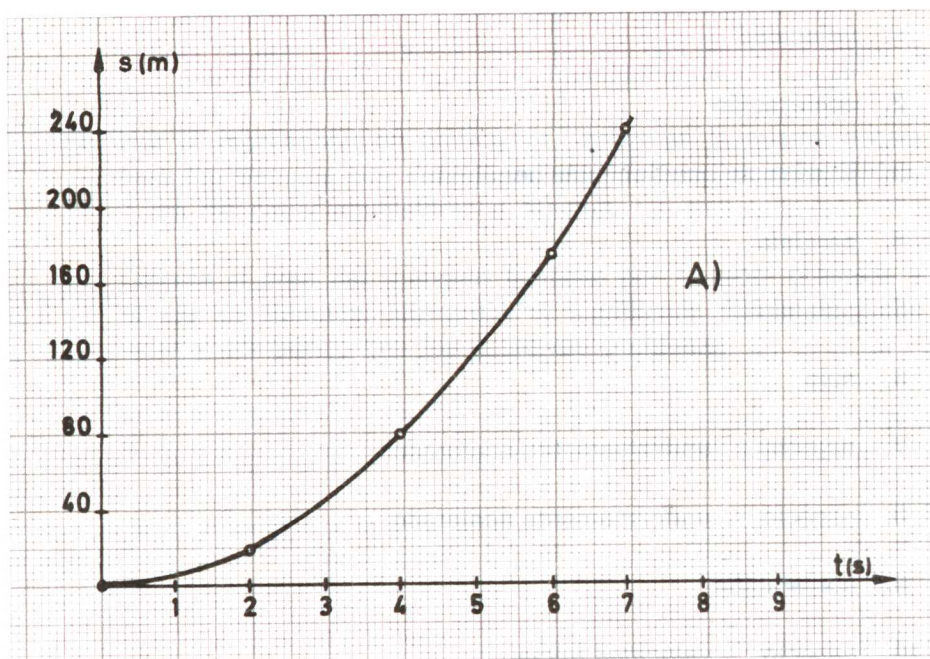
- E) Haz la representación gráfica v-t. Utilizarás la misma escala para los tiempos que en el apartado A). Para las velocidades, 1 cm del papel equivaldrán a 10 m/s.
- F) Calcula el área del triángulo formado por la recta obtenida y el eje de tiempos. Interpreta el significado físico de dicho valor y compáralo con los datos del problema.

4.5. SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

1. velocidad
2. aceleración
3. línea recta que tiene una pendiente
4. paralela
5. paralela
6. nulo
7. espacio, uniformemente acelerado
8. espacio, uniformemente acelerado
9. aceleración
10. espacio, velocidad inicial
11. aceleración, velocidad inicial, tiempo
12. $v_0 t + 1/2 at^2$
13. $\sqrt{2as}$
14. línea recta
15. constante, aceleración
16. parábola
17. recta
18. C
19. C

20. Ejercicio gráfico y numérico (Soluciones):

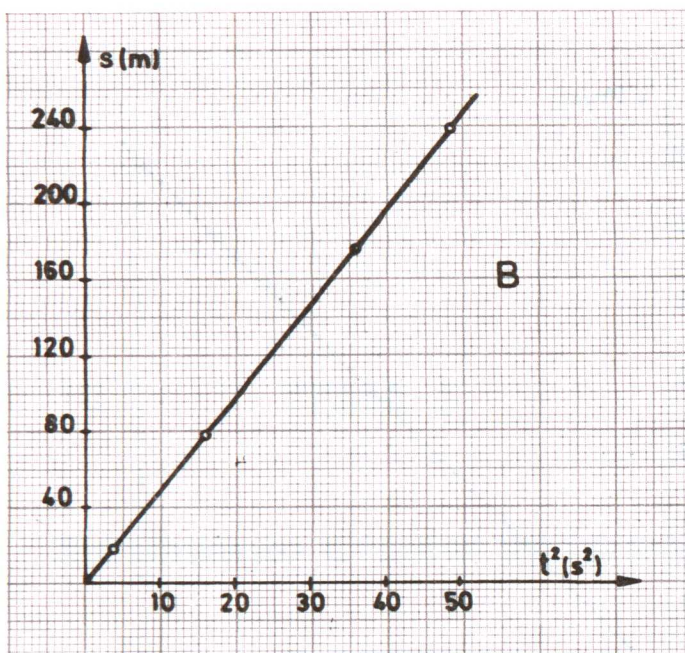
A) La gráfica A tendrá forma parabólica, como puedes ver.



B) Tabla de valores:

s (m)	0	19,6	78,4	176,4	240,1
t^2 (s ²)	0	4	16	36	49

La gráfica resultante es una recta que pasa por el origen.

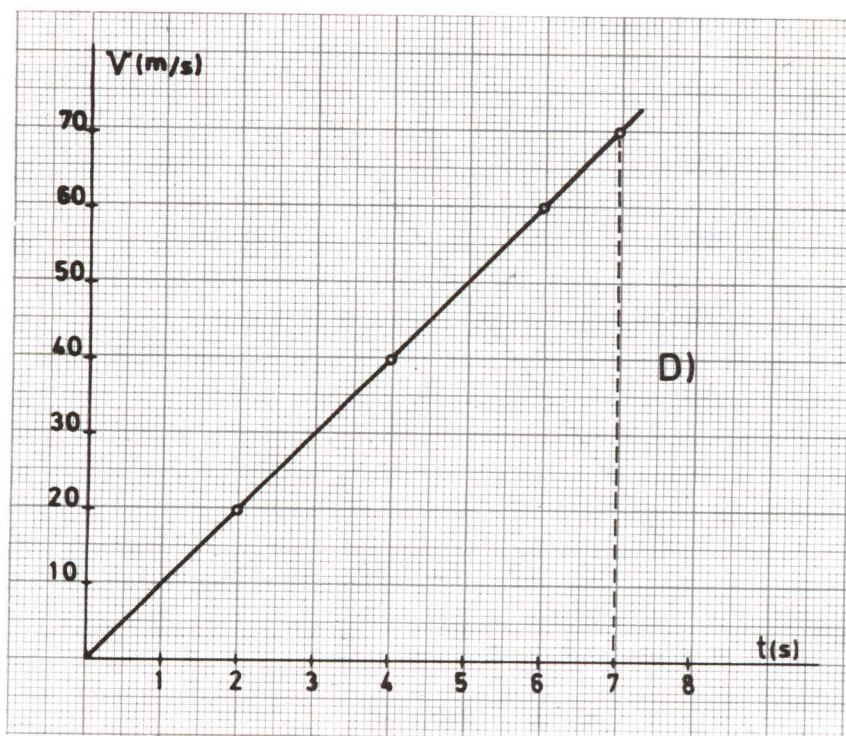


C) Pendiente = $\frac{s_1 - s_0}{t_1 - t_0} = \frac{240,1 - 0}{49 - 0} = 4,9$

Puesto que se trata de un m.r.u.a. que parte del reposo, la ecuación que la expresa es: $s = \frac{1}{2} a \cdot t^2$, ecuación de una recta que ha de coincidir con la dada, o sea, la pendiente = $a/2$; luego $a = 2 \times 4,9 = 9,8 \text{ m/s}^2$.

D) Conocido C) se completa la tabla a partir de la expresión $v = a \cdot t$. Los valores serán: 0; 19,6; 39,2; 58,8; 68,6.

E)



F) $\text{Area} = 1/2 \text{ base} \times \text{altura} = 1/2 \times 7 \times 68,6 = 240,1.$

El significado físico será el del espacio recorrido por el móvil, y, efectivamente, corresponde al dato dado para el espacio en el tiempo de 7 segundos en el enunciado del problema.

Puntuación máxima que se puede alcanzar: 38 puntos.

Puntuación mínima indispensable para pasar a estudiar el tema siguiente: 33 puntos.

TEMA 5

OBJETIVOS

- Definir **Movimiento circular uniforme** (m.c.u.) y su unidad en el S.I.
- Escribir la relación de la velocidad lineal con la angular.
- Resolver ejercicios sobre equivalencias entre revoluciones, radianes y grados.
- Relacionar el período, la frecuencia y la velocidad angular.
- Aplicar las relaciones entre magnitudes lineales y angulares del movimiento circular uniforme a la resolución de cuestiones y problemas.

INDICE

5.1 CONTENIDOS BÁSICOS

5.2 ORIENTACIONES

5.2.1 Acerca de la velocidad angular y la velocidad lineal

5.2.2 Ecuación de dimensiones de la velocidad angular

5.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

5.4 EJERCICIO DE AUTOEVALUACIÓN

5.5 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACIÓN



OBJETIVOS

- Definir la velocidad angular en el movimiento circular uniforme (m. c. u.) y su unidad en el SI.
- Escribir la relación de la velocidad lineal con la angular.
- Resolver ejercicios sobre equivalencias entre revoluciones, radianes y grados.
- Relacionar el período, la frecuencia y la velocidad angular.
- Aplicar las relaciones entre magnitudes lineales y angulares del movimiento circular uniforme a la resolución de cuestiones y problemas.

INDICE

5.1 CONTENIDOS BASICOS

5.2 ORIENTACIONES

5.2.1 Acerca de la velocidad angular y la velocidad lineal

5.2.2 Ecuación de dimensiones de la velocidad angular

5.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

5.4 EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

5.5 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

5.1 CONTENIDOS BASICOS

- Movimiento circular (T).
- Revolución (T).
- Radián (T).
- Velocidad angular (T, D).
- Velocidad lineal de un movimiento circular uniforme (T, D).
- Relación entre velocidad angular y lineal (T, D).
- Movimientos periódicos (T).
- Período en el movimiento circular (T).
- Frecuencia; su unidad: el hertz (T).
- Relaciones entre período, frecuencia y velocidad angular (T).
- Ecuación de dimensiones de la velocidad angular (D).

5.2 ORIENTACIONES

5.2.1 Acerca de la velocidad angular y la velocidad lineal

Es absolutamente necesario distinguir con claridad los conceptos de velocidad angular y velocidad lineal.

Supongamos que enchufamos nuestro tocadiscos en 33 revoluciones por minuto (r. p. m.).

Nos fijamos en un punto A del borde del disco (fig. 5-1), que al cabo de un tiempo t ha pasado a la posición A'. La distancia OA' es el radio del disco.

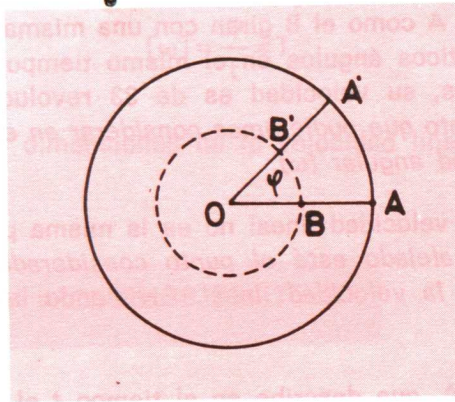


FIG. 5-1

Otro punto B, que está a una distancia del centro OB tal que es la mitad del radio OA, al cabo de un mismo tiempo t ha pasado a la posición B'. Tanto el punto situado en A como el situado en B han descrito en ese mismo tiempo idéntico ángulo, llamado φ en la figura; ahora bien, ¿son iguales los arcos AA' y BB' que han descrito respectivamente los puntos A y B en el tiempo t ? Es evidente que no. La longitud del arco AA' es mayor que la del BB'. Recordemos que se cumple la igualdad

$$\text{arco} = \text{radio} \times \text{ángulo}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{arco AA}' = OA \times \varphi \\ \text{arco BB}' = OB \times \varphi \end{array} \right\} [1]$$

Dado que

$$OB = \frac{OA}{2}$$

resulta:

$$\text{arco BB}' = \frac{OA}{2} \times \varphi$$

que es lo mismo que decir que el arco BB' es la mitad del arco AA'.

Vamos a interpretar estos resultados:

Tanto el punto A como el B giran con una misma velocidad angular, describiendo idénticos ángulos en el mismo tiempo. En nuestro ejemplo del tocadiscos, su velocidad es de 33 revoluciones por minuto. *Cualquier otro punto que pudiéramos considerar en el disco, giraría con la misma velocidad angular (ω).*

Ahora bien, la velocidad lineal no es la misma para todos los puntos; *cuanto más alejado esté el punto considerado del eje de giro, tanto mayor será la velocidad lineal.* Dividiendo las expresiones [1] por el tiempo:

Para el punto A, que describe en el tiempo t el arco $\widehat{AA'}$:

$$\frac{\widehat{AA'}}{t} = \frac{\varphi}{t} \times \overline{OA}$$

Para el punto B, que describe en el tiempo t el arco $\widehat{BB'}$:

$$\frac{\widehat{BB'}}{t} = \frac{\varphi}{t} \times \overline{OB} = \frac{\varphi}{t} \times \frac{1}{2} \overline{OA}$$

Es decir (si v_A y v_B son las velocidades lineales de A y B), las expresiones anteriores se convierten en:

$$\left. \begin{aligned} v_A &= \omega \times \overline{OA} \\ v_B &= \omega \times \frac{1}{2} \overline{OA} \end{aligned} \right\} \text{ Luego } v_A = 2 v_B$$

ya que ω tiene el mismo valor por ser constante.

5.2.2 Ecuación de dimensiones de la velocidad angular

Veamos primero las dimensiones del ángulo:

$$[\varphi] = \frac{\text{arco}}{\text{radio}} = \frac{L}{L} = L^1 \cdot L^{-1} = L^0 = 1$$

es decir, sin dimensiones.

La ecuación de dimensiones de la velocidad angular es:

$$[\omega] = \frac{\varphi}{t} = T^{-1}$$

La ecuación de dimensiones de la velocidad lineal la tienes deducida en el tema 2.

5.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

● Problema 1

La relación entre el arco, el ángulo y el radio es:

$$\ell = \varphi \cdot r$$

valor del arco = valor del ángulo · radio
(radianes)

$$r = 0,2 \text{ m} ; \quad \text{arco} = 0,6 \text{ m} ; \quad \varphi = \frac{0,6}{0,2} = 3 \text{ rad}$$

$$\frac{360^\circ}{2\pi \text{ rad}} = \frac{x}{3 \text{ rad}} ; \quad x = \frac{360^\circ \cdot 3 \text{ rad}}{2\pi \text{ rad}} = 171,9^\circ$$

● Problema 2

Convierte 60° en radianes y usa la relación del problema 1.

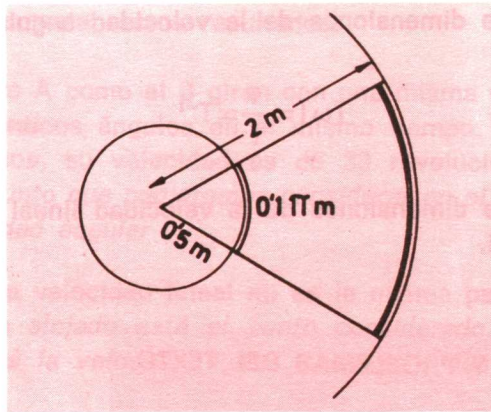
$$\frac{360^\circ}{2\pi \text{ rad}} = \frac{60^\circ}{x} ; \quad x = \frac{2\pi \text{ rad} \cdot 60^\circ}{360^\circ} = 1,04 \text{ rad}$$

$$\ell = \varphi \cdot r$$

(metros) (rad) (metros)

$$\ell = 1,04 \cdot 0,5 = 0,52 \text{ m}$$

● Problema 3



$$\varphi = \frac{\ell}{r} = \frac{0,1 \pi}{0,5} = \frac{\pi}{5} \text{ rad}$$

$$\frac{360^\circ}{2\pi \text{ rad}} = \frac{x}{\pi/5 \text{ rad}} ; \quad x = \frac{360 \cdot \pi/5}{2\pi} = 36^\circ$$

Aplicamos de nuevo la fórmula anterior, pero para $r=2$ m:

$$\ell = \varphi r = \frac{\pi}{5} \cdot 2 = \frac{2\pi}{5} \text{ m}$$

● Problema 4

$$1.^\circ \quad 78 \text{ r. p. m.} = 78 \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} = 8,17 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$1 \text{ revolución} = 2\pi \text{ radianes}$$

$$1 \text{ minuto} = 60 \text{ segundos}$$

Completa el resto del problema. Soluciones:

$$2.^\circ \quad \omega = 45 \text{ r. p. m.} = 4,71 \text{ rad/s}$$

$$3.^\circ \quad \omega = 33 \frac{1}{3} \text{ r. p. m.} = 3,49 \text{ rad/s}$$

$$4.^\circ \quad \omega = 16 \frac{2}{3} \text{ r. p. m.} = 1,73 \text{ rad/s}$$

● Problema 5

$$\omega = 33 \frac{1}{3} \text{ r. p. m.} = 33,33 \text{ r. p. m.} = 33,33 \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} = 3,49 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\text{velocidad lineal} = \text{angular} \times \text{distancia al eje o radio}$$

$$v = \omega \times r$$

$$v = 3,49 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 5 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 0,17 \text{ m/s}$$

Puedes calcular ya el resto. (Soluciones: 0,28 m/s; 0,35 m/s; 0,42 m/s; 0,52 m/s).

Para contestar a la segunda cuestión te basta haber entendido la orientación de esta lección:

$$\frac{v_1}{r_1} = \frac{v_2}{r_2} = \dots = \omega \text{ (constante)} = 3,49 \text{ rad/s}$$

● Problemas 6 y 7

Sabes el tiempo que tarda en dar una vuelta la Tierra sobre su eje.

Resultados: $7,25 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s} = \omega$ (velocidad angular, constante).

Velocidad lineal (en cualquier punto del ecuador):

$$v = 4,63 \cdot 10^2 \text{ m/s} = 1,67 \cdot 10^3 \text{ km/h}$$

(esta velocidad es mayor que en cualquier otro punto no situado sobre el ecuador).

● Problema 8

$$\omega = 4\,000 \text{ r. p. m.} = 4\,000 \times \frac{2\pi \text{ rad}}{60 \text{ s}} = 418,9 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

T, tiempo en dar una vuelta:

$$\frac{T}{2\pi \text{ rad}} = \frac{1 \text{ s}}{418,9 \text{ rad}} ; \quad T = \frac{2\pi}{418,9} = 0,01500 \text{ s}$$

Frecuencia, N:

$$N = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,01500} = 66,7 \text{ s}^{-1}$$

● Problema 9

Los dos móviles tienen en común el tiempo transcurrido hasta que se encuentran; entre los dos recorren toda la circunferencia, es decir, 600 m.

$$\left. \begin{array}{l} 1.^{\circ} \text{ móvil: } v_1 = \frac{s_1}{t} ; \quad 20 = \frac{s_1}{t} \\ 2.^{\circ} \text{ móvil: } v_2 = \frac{s_2}{t} ; \quad 10 = \frac{600 - s_1}{t} \end{array} \right\} \begin{array}{l} s_1 = 20 t \\ 10 t = 600 - 20 t \end{array} \right\} t = 20 \text{ s}$$

El primer móvil ha recorrido: $s_1 = 400 \text{ m}$

El segundo móvil ha recorrido: $s_2 = 600 - 400 = 200 \text{ m}$

5.4 EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

Sigue las normas establecidas para las autoevaluaciones anteriores.

● Completar las siguientes frases (6 puntos):

1. Movimiento circular es el que tiene por una circunferencia.
2. Un ángulo en que el arco correspondiente tiene una longitud igual a su radio recibe el nombre de un
3. Una revolución equivale a radianes.
4. En un m.c.u. se da el nombre de al cociente constante que se obtiene al dividir cada desplazamiento angular por el tiempo correspondiente.
5. En un m.c.u. la fórmula siguiente: $v = \omega \cdot r$,
 $v = \dots\dots\dots$, $r = \dots\dots\dots$ y $\omega = \dots\dots\dots$
6. El movimiento del péndulo de un reloj es, pues se repite a intervalos de tiempos iguales.

● Escribir cierto o falso a continuación de cada frase (6 puntos):

7. Todo movimiento circular tiene una velocidad angular constante. C ☐ F ☐
8. Todos los movimientos son periódicos. C ☐ F ☐
9. Todo movimiento circular uniforme tiene un período constante. C ☐ F ☐
10. Todo movimiento circular uniforme tiene una velocidad angular constante. C ☐ F ☐
11. Todos los puntos de un disco, al girar en un tocadiscos, tienen la misma velocidad angular. C ☐ F ☐
12. Todos los puntos de un disco que gira en un tocadiscos tienen la misma velocidad lineal. C ☐ F ☐

● **Empareja los términos de la izquierda con los correspondientes de la derecha (7 puntos)** (escribir en el paréntesis la letra correspondiente):

- | | |
|-------------------------|--|
| 13. 3 radianes () | A) 135° |
| 14. 360 r. p. m. () | B) 20π rad/s |
| 15. 90° () | C) 171,9° |
| 16. 10 Hz () | D) $\pi/2$ rad |
| 17. 25 rad/s () | E) 0,55 rev/s |
| 18. 33 r. p. m. () | F) $720 \pi \frac{\text{rad}}{\text{min}}$ |
| 19. $3\pi/4$ rad () | G) $\frac{12,5}{\pi}$ Hz |

● **Cuestiones de opción única (6 puntos):**

20. Consideremos un tocadiscos que está girando a 45,00 r. p. m. Su velocidad angular en el SI es:

A) 141,3 rad/min B) 141,3 rad/s C) 0,75 rev/s D) 4,71 rad/s

20

21. Su velocidad lineal en el SI, a una distancia de 8,000 cm del centro, es:

A) 37,68 cm/min B) 0,3768 m/s C) 37,7 m/s D) 37,7 m/min

21

22. Su período vale:

A) 13,33 s B) 1,33 s C) 1 333,3 m D) 133,3 s

22

23. Su frecuencia en el SI es:

- A) $0,075 \text{ s}^{-1}$ B) $0,75 \text{ Hz}$ C) $0,0075 \text{ Hz}$ D) $7,5 \cdot 10^{-4} \text{ períodos/s}$

23

24. $[T^{-1}]$ es la dimensión de:

- A) Un radián. C) Un período.
B) Una frecuencia. D) Una velocidad lineal.

24

25. Las dimensiones de una velocidad angular son:

- A) $[LT^{-1}]$ B) $[LT]$ C) $[T^{-1}]$ D) $[L^{-1}]$

25

5.5 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

1. trayectoria
2. radián
3. 2π
4. velocidad angular
5. velocidad lineal, radio, velocidad angular
6. periódico
7. F (puede ser movimiento circular, pero no uniforme)
8. F
9. C
10. C
11. C
12. F
13. C
14. F
15. D
16. B
17. G
18. E
19. A
20. D
21. B
22. B
23. B
24. B
25. C

Puntuación máxima que se puede alcanzar: 25 puntos.

Puntuación mínima indispensable para pasar a estudiar el tema siguiente: 20 puntos.

OBJETIVOS

TEMA 6

Fuerzas, composición de fuerzas aplicadas en un punto

- Describir el carácter vectorial de la fuerza y memorizar el nombre de su unidad en el SI.
- Resolver problemas de composición de fuerzas aplicadas en un punto, aplicando la ley de Hooke.
- Describir la condición necesaria para que un cuerpo sometido a distintas fuerzas pueda estar en equilibrio.
- Descomponer una fuerza en otras dos y aplicarlo al caso de un cuerpo sobre un plano inclinado.
- Calcular gráfica y analíticamente la resultante de fuerzas concurrentes.

INDICE

6.1 CONTENIDOS BÁSICOS

6.2 ORIENTACIONES

- 6.2.1 Acercas de la composición de dos fuerzas concurrentes en un punto
- 6.2.2 Resultante de varias fuerzas concurrentes
- 6.2.3 Problema inverso: descomposición de fuerzas
- 6.2.4 Suma de fuerzas por el método de las componentes

6.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

6.4 EJERCICIO DE AUTOEVALUACIÓN

6.5 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACIÓN

OBJETIVOS

- Describir el carácter vectorial de la fuerza y memorizar el nombre de su unidad en el SI.
- Resolver problemas gráficos y numéricos de aplicación de la ley de Hooke.
- Describir la condición necesaria para que un cuerpo sometido a distintas fuerzas pueda estar en equilibrio.
- Descomponer una fuerza en otras dos y aplicarlo al peso de un cuerpo sobre un plano inclinado.
- Calcular gráfica y analíticamente la resultante de fuerzas concurrentes.

INDICE

6.1 CONTENIDOS BASICOS

6.2 ORIENTACIONES

- 6.2.1 Acerca de la composición de dos fuerzas concurrentes en un punto
- 6.2.2 Resultante de varias fuerzas concurrentes
- 6.2.3 Problema inverso: descomposición de fuerzas
- 6.2.4 Suma de fuerzas por el método de las componentes

6.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

6.4 EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

6.5 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

6.1 CONTENIDOS BASICOS

- Fuerza; unidad en el SI (T).
- Peso (T).
- Ley de Hooke (T).
- Unidad de fuerza: el newton (T).
- Magnitud vectorial; sus elementos (T, D).
- Magnitud escalar (T).
- Composición de fuerzas; componentes y resultantes; fuerzas concurrentes (T, D).
- Composición de fuerzas en la misma dirección (T, D).
- Composición de fuerzas angulares (T, D).
- Descomposición de fuerzas (T, D).
- Equilibrio estático de los cuerpos (T).
- Condiciones de equilibrio estático (T).

6.2 ORIENTACIONES

6.2.1 Acerca de la composición de dos fuerzas concurrentes en un punto

Recordemos aquí la orientación que dimos en el tema 3, acerca del desplazamiento. Si aquello está claro, te será muy fácil comprender ahora la composición de fuerzas concurrentes.

● Fuerzas que forman entre sí un ángulo

Supongamos un punto O, sobre el que actúan las fuerzas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$, que forman entre sí un ángulo α .

Gráficamente la resultante se halla trazando la diagonal del paralelogramo construido tomando las fuerzas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ como lados, de forma que por $\vec{F}_1$ trazamos la paralela a $\vec{F}_2$ (línea de puntos) y por $\vec{F}_2$ se traza la paralela a $\vec{F}_1$ (línea de puntos). La intersección de ambas paralelas

determina el vértice del paralelogramo. La resultante $\vec{R}$ es la diagonal (fig. 6.1).

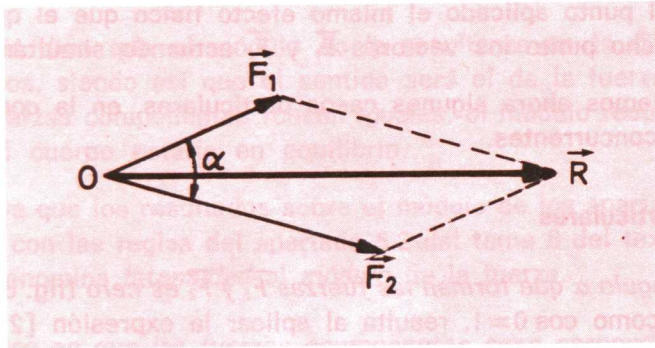


FIG. 6-1

Esta fuerza $\vec{R}$, que llamaremos resultante, es la suma de las dos componentes $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$, o sea, que podemos escribir la igualdad vectorial:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \quad [1]$$

Igualemos a $\vec{R}$ una suma de vectores. Por tanto, esto no quiere decir que el módulo de $\vec{R}$ sea igual a la suma de los módulos de $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$. (Recuerda lo dicho al final del apartado 3.2.1.)

El *módulo* de $\vec{R}$ se tiene que calcular geoméricamente. Recordemos que la fórmula que da el valor de la diagonal de un paralelogramo es:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 F_1 F_2 \cos \alpha} \quad [2]$$

Observa que en la expresión anterior y en las siguientes, siempre que hablamos del módulo de R lo representamos sin poner flecha encima de la letra correspondiente.

Para concretar ideas, supongamos que las fuerzas F_1 y F_2 valen 10 y 12 newtons, respectivamente, manteniendo la dirección y sentido dados en la figura 6-1, y forman entre sí un ángulo de 30 grados. El módulo de la resultante, aplicando la expresión [2] y teniendo en cuenta que $\cos 30 = \sqrt{3}/2$ será:

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{10^2 + 12^2 + 2 \times 10 \times 12 \times \sqrt{3}/2} = \\ R &= \sqrt{100 + 144 + 120\sqrt{3}} = 22,3 \text{ N} \end{aligned}$$

Fijémonos, pues, que el *módulo*, R , del vector suma, o resultante de $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$, no se podría calcular, en modo alguno, haciendo uso de la expresión [1]. Esta expresión sólo nos indica que el vector $\vec{R}$ producirá en el punto aplicado el mismo efecto físico que el que producirían en dicho punto los vectores $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ actuando simultáneamente.

Consideremos ahora algunos casos particulares, en la composición de fuerzas concurrentes.

● Casos particulares

a) El ángulo α que forman las fuerzas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ es cero (fig. 6-2 a).—En este caso, como $\cos 0 = 1$, resulta al aplicar la expresión [2]:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 F_1 F_2} = \sqrt{(F_1 + F_2)^2} = F_1 + F_2$$

Esto es, si dos vectores forman entre sí el ángulo cero (lo cual quiere decir que están en la misma dirección y tienen el mismo sentido), el *módulo de la resultante es simplemente la suma de los módulos de las componentes*.

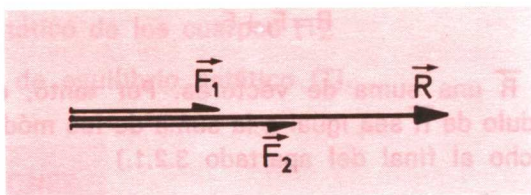


FIG. 6-2 a

b) El ángulo que forman las fuerzas es de 180° (fig. 6-2 b).—En este caso, estas fuerzas están situadas en la misma dirección y en sentidos contrarios.

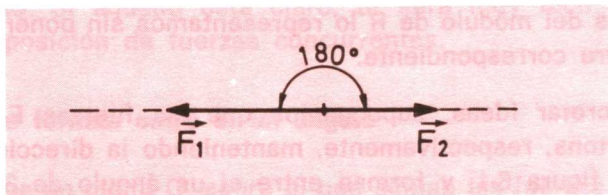


FIG. 6-2 b

Aplicando la expresión [2] y teniendo en cuenta que $\cos 180^\circ = -1$,

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 F_1 F_2 \cos 180^\circ} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 F_1 F_2}$$

o sea:

$$R = \sqrt{(F_1 - F_2)^2} = F_1 - F_2$$

lo que nos dice que el módulo de la resultante es la diferencia de los módulos, siendo así que el sentido será el de la fuerza mayor. Si las dos fuerzas componentes fuesen iguales, el módulo resultante sería cero, y el cuerpo estaría en equilibrio.

Observa que los resultados sobre el módulo de los apartados a) y b) coinciden con las reglas del apartado 5.2 del tema 6 del texto, pero en éste se denomina *intensidad* al módulo de la fuerza.

c) *Caso en que las fuerzas componentes sean perpendiculares entre sí* (fig. 6-3).—En este caso el ángulo que forman es de 90° , y como $\cos 90 = 0$, resulta al aplicar la [2] que el módulo de la resultante es:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

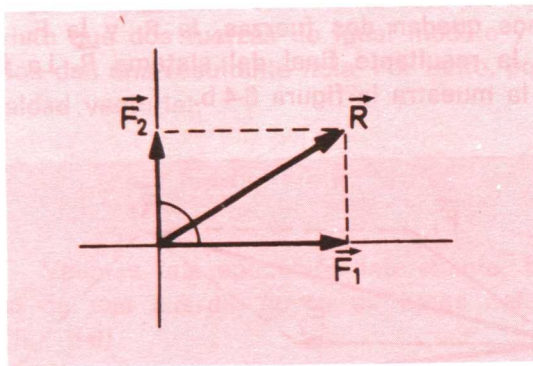


FIG. 6-3

Fijémonos que R es la diagonal de un rectángulo (fig. 6-3); por tanto, en el triángulo OF_1R la fuerza resultante resulta ser la hipotenusa de un triángulo rectángulo, cuyo valor, en virtud del Teorema de Pitágoras, es justamente el que hemos calculado anteriormente.

6.2.2 Resultante de varias fuerzas concurrentes

Cuando son más de dos las fuerzas que actúan en un punto, se van componiendo de la forma siguiente: Sean las fuerzas $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ y $\vec{F}_3$ de la figura 6-4 a. Primero se componen dos, las $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$, por ejemplo,

las cuales darían un resultante $\vec{R}_1$. Esta fuerza produciría sobre el punto el mismo efecto que las $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ actuando simultáneamente.

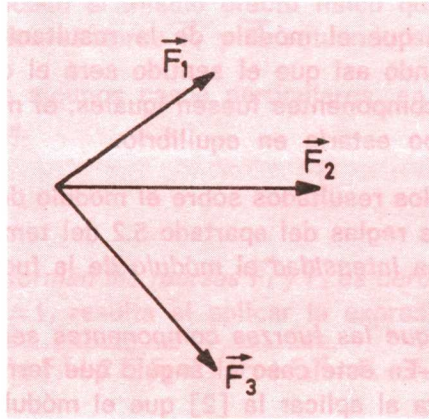


FIG. 6-4 a

Entonces nos quedan dos fuerzas, la $\vec{R}_1$ y la $\vec{F}_3$, que compondríamos, hallando la resultante final del sistema $\vec{R}$. La forma gráfica de realizarlo nos la muestra la figura 6-4 b.

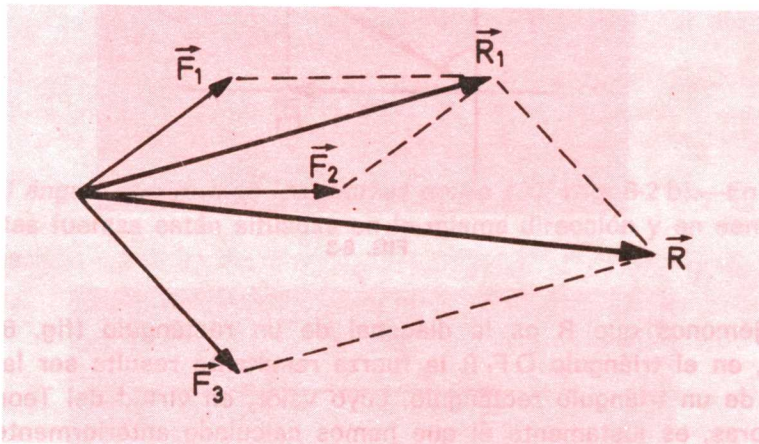


FIG. 6-4 b

● **Caso particular.**—Sean las tres fuerzas $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ y $\vec{F}_3$ concurrentes en un punto O (fig. 6-5).

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{R}_1$$

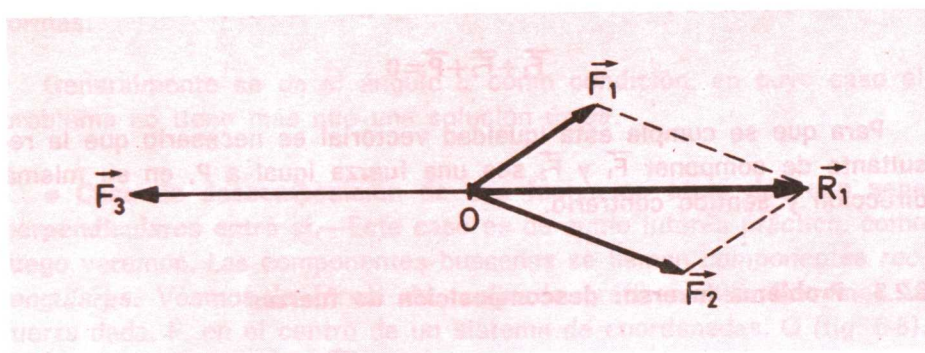


FIG. 6-5

Componemos $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$, dando la resultante $\vec{R}_1$, de tal forma que se verifica que ésta es del mismo módulo y de la misma dirección y sentido contrario que la tercera componente, $\vec{F}_3$, según indica la figura 6-5. ¿Qué pasaría ahora? Simplemente el sistema está en equilibrio, puesto que ya hemos visto que dos fuerzas de igual módulo y dirección y de sentidos contrarios dan una resultante nula. Por tanto, podemos escribir la siguiente igualdad vectorial:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$$

● **Aplicación.**—Veamos una aplicación interesante. Supongamos un peso que cuelga de una cuerda, cuyos extremos están fijos en los puntos A y B (fig. 6-6).

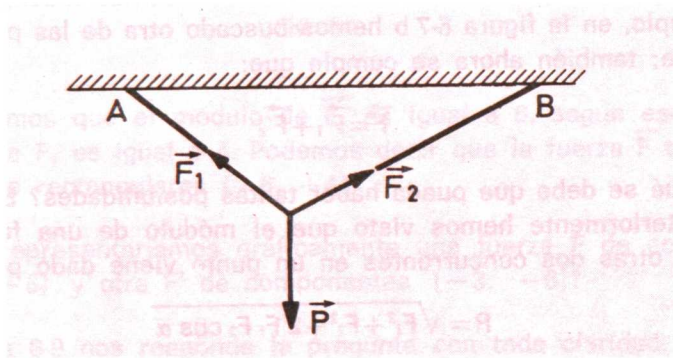


FIG. 6-6

El sistema está en equilibrio, y sobre el cuerpo de peso P actúan tres fuerzas, $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ y $\vec{P}$. Podemos escribir, por tanto, que:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{P} = 0$$

Para que se cumpla esta igualdad vectorial es necesario que la resultante de componer $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ sea una fuerza igual a P , en su misma dirección y sentido contrario.

6.2.3 Problema inverso: descomposición de fuerzas

Se trata ahora de sustituir una fuerza $\vec{F}$ aplicada en el punto O por otras dos, $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$, que actuando simultáneamente en dicho punto, produzcan el mismo efecto físico (fig. 6-7 a). De forma que:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

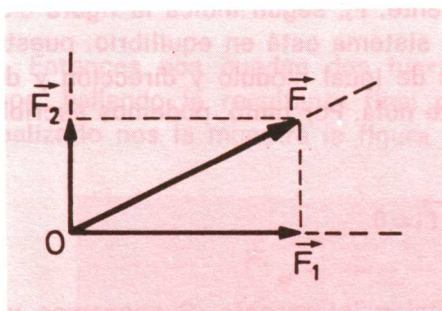


FIG. 6-7 a

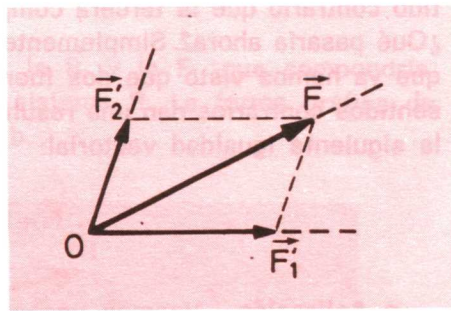


FIG. 6-7 b

Ahora bien, la solución dada es sólo una de las muchas posibles. Por ejemplo, en la figura 6-7 b hemos buscado otra de las posibles gráficamente; también ahora se cumple que:

$$\vec{F} = \vec{F}'_1 + \vec{F}'_2$$

¿A qué se debe que pueda haber tantas posibilidades? Es muy sencillo: anteriormente hemos visto que el módulo de una fuerza resultante de otras dos concurrentes en un punto viene dado por:

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 F_1 F_2 \cos \alpha}$$

Siempre que varíe el ángulo α obtendremos resultados diferentes. Entonces, en el caso de sustituir una fuerza dada, $\vec{F}$, por otras dos,

$\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$, si no nos imponen como condición el ángulo que han de formar entre sí las fuerzas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$, podremos resolver el problema de muchas formas.

Generalmente se da el ángulo α como condición, en cuyo caso el problema no tiene más que una solución única.

● **Caso de descomposición de una fuerza en otras dos que sean perpendiculares entre sí.**—Este caso es de sumo interés práctico, como luego veremos. Las componentes buscadas se llaman *componentes rectangulares*. Veamos la forma de realizarlo gráficamente. Situamos la fuerza dada, F , en el centro de un sistema de coordenadas, O (fig. 6-8).

Observa dicha figura. Se cumple:

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y$$

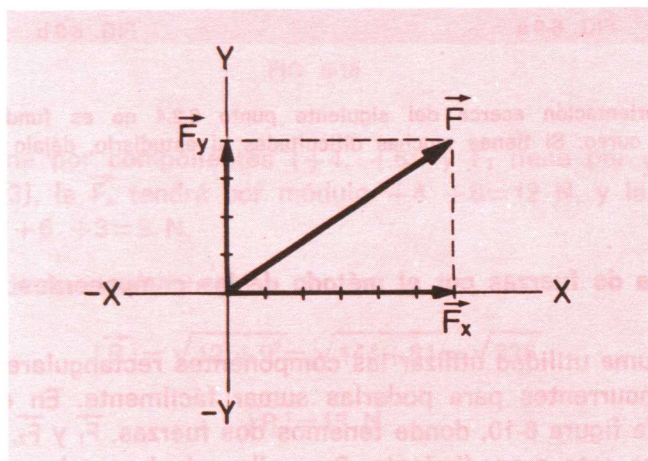


FIG. 6-8

Supongamos que el módulo de $\vec{F}_x$ es igual a 6, según escala elegida, y el de F_y es igual a 4. Podemos decir que la fuerza $\vec{F}$ tiene por componentes rectangulares $(+6, +4)$.

¿Cómo representaríamos gráficamente una fuerza F de componentes $(+5, -6)$ y otra F' de componentes $(-3, -6)$?

La figura 6-9 nos responde la pregunta con toda claridad. La figura 6-9 a representa la fuerza F de componentes $(+5, -6)$, y la figura 6-9 b representa la fuerza F' de componentes $(-3, -6)$.

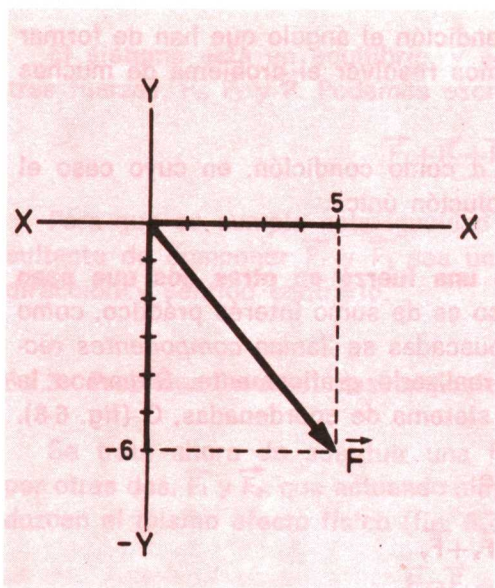


FIG. 6-9 a

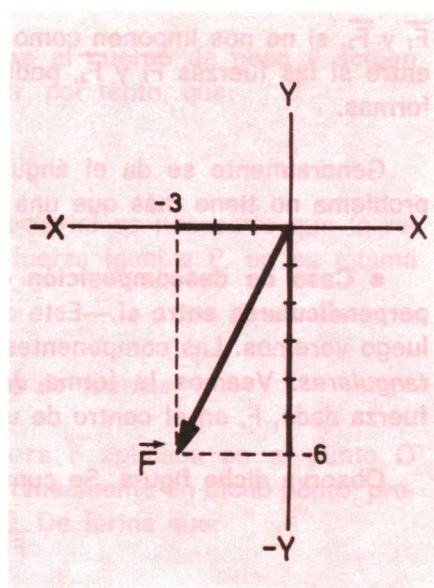


FIG. 6-9 b

NOTA.—La orientación acerca del siguiente punto 6.2.4 no es fundamental para este curso. Si tienes muchas dificultades al estudiarlo, déjalo y sigue adelante.

6.2.4 Suma de fuerzas por el método de las componentes

Es de suma utilidad utilizar las componentes rectangulares de varias fuerzas concurrentes para poderlas sumar fácilmente. En efecto, fijémonos en la figura 6-10, donde tenemos dos fuerzas, $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$, que vamos a sumar por este procedimiento. Para ello calculamos los vectores $\vec{F}_{1x}$ y $\vec{F}_{1y}$, que sumados dan $\vec{F}_1$. Análogamente, $\vec{F}_{2x}$ y $\vec{F}_{2y}$, que sumados dan $\vec{F}_2$. Entonces tendremos en el eje de las X dos fuerzas, $\vec{F}_{1x}$ y $\vec{F}_{2x}$, muy fáciles de sumar, por ser de la misma dirección y sentido. El resultado de su suma le llamaremos $\vec{F}_x$.

Por otra parte, según el eje Y, tendremos los otros dos vectores, $\vec{F}_{1y}$ y $\vec{F}_{2y}$, también de la misma dirección y sentido, que darían como resultante la $\vec{F}_y$.

Tenemos ya dos fuerzas: $\vec{F}_x$, resultante de la suma según el eje X, y la $\vec{F}_y$, resultante de las componentes según el eje Y. Basta con que calculemos la resultante de estas dos fuerzas para que hallemos la fuerza suma buscada.

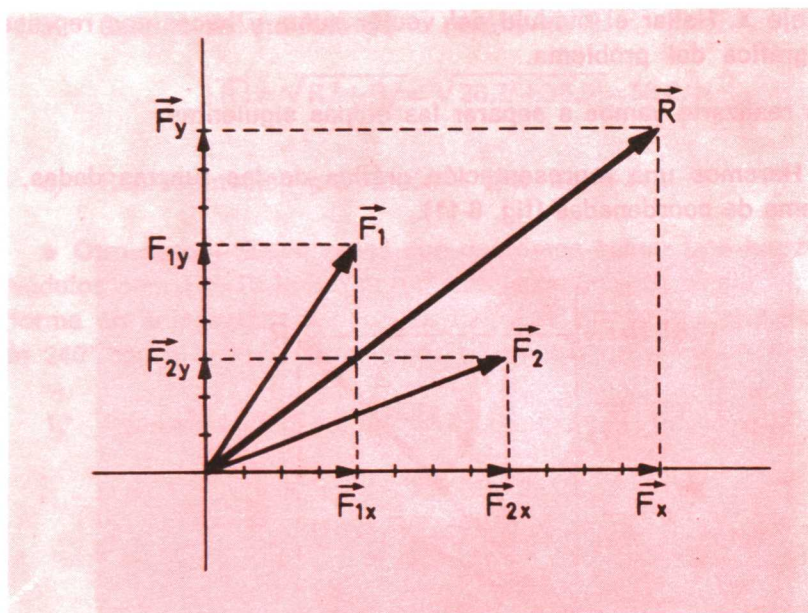


FIG. 6-10

Si $\vec{F}_1$ tiene por componentes $(+4, +6)$, y $\vec{F}_2$ tiene por componentes $(+8, +3)$, la $\vec{F}_x$ tendrá por módulo $+4 + 8 = 12$ N, y la $\vec{F}_y$ tendrá por módulo $+6 + 3 = 9$ N.

Módulo de la resultante (*):

$$|\vec{R}| = \sqrt{12^2 + 9^2} = \sqrt{144 + 81} = \sqrt{225}$$

$$|\vec{R}| = 15 \text{ N}$$

● **Caso interesante.**—En muchos problemas nos dan los módulos $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ y los ángulos que forman con los ejes coordenados, y tenemos que calcular $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$.

Veamos un ejemplo que nos muestre la forma de resolver problemas de este tipo:

Sea una fuerza $\vec{F}_1$ de módulo 25 N y que forme un ángulo de 30° con el eje X. Otra fuerza $\vec{F}_2$ tiene un módulo de 30 N y forma un ángulo de 60°

(*) Recuerda que un vector se representa por una letra en **negrita** (o con una flechita encima), pero el módulo se representa poniendo el anterior símbolo entre barras verticales, o bien suprimiendo la flechita.

con el eje X. Hallar el módulo del vector suma y hacer una representación gráfica del problema.

Para realizarlo vamos a separar las etapas siguientes:

1.º Haremos una representación gráfica de las fuerzas dadas, en un sistema de coordenadas (fig. 6-11).

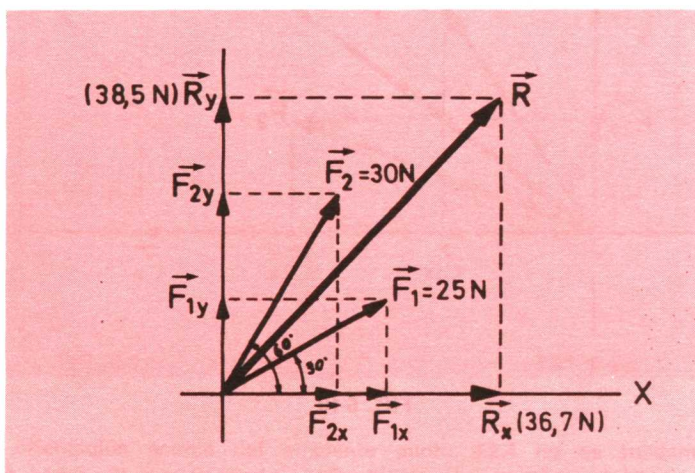


FIG. 6-11

2.º Cálculo de las componentes rectangulares de $\vec{F}_1$:

$$\text{Sobre el eje X} \rightarrow |\vec{F}_{1x}| = F_1 \cos 30 = 25 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 21,7 \text{ N}$$

$$\text{Sobre el eje Y} \rightarrow |\vec{F}_{1y}| = F_1 \sin 30 = 25 \cdot \frac{1}{2} = 12,5 \text{ N}$$

3.º Cálculo de las componentes rectangulares de $\vec{F}_2$:

$$\text{Sobre el eje X} \rightarrow |\vec{F}_{2x}| = F_2 \cos 60 = 30 \cdot \frac{1}{2} = 15 \text{ N}$$

$$\text{Sobre el eje Y} \rightarrow |\vec{F}_{2y}| = F_2 \sin 60 = 30 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 26 \text{ N}$$

4.º Suma de las componentes coordenadas de ambas fuerzas:

$$\text{Sobre el eje X} \rightarrow |\vec{F}_{1x}| + |\vec{F}_{2x}| = 21,7 + 15 = 36,7 \text{ N} = R_x$$

$$\text{Sobre el eje Y} \rightarrow |\vec{F}_{1y}| + |\vec{F}_{2y}| = 12,5 + 26 = 38,5 \text{ N} = R_y$$

5.º Cálculo del módulo de la resultante $\vec{R}$:

$$|\vec{R}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = \sqrt{36,7^2 + 38,5^2} = 53,2 \text{ N}$$

6.º Representación gráfica de R (ver fig. 6-11).

● **Otro caso.**—Supongamos que queremos sumar tres fuerzas, cuyos módulos son: $F_1=10 \text{ N}$ (forma un ángulo de 30° con el eje X); $F_2=20 \text{ N}$ (forma un ángulo de 120° con el eje X), y $F_3=30 \text{ N}$ (forma un ángulo de 240° con el eje X). Calculemos el módulo de la resultante.

1.º *Representación gráfica* de las fuerzas $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ y $\vec{F}_3$ (fig. 6-12):

$$F_{1x} \ F_{1y} \quad || \quad F_{2x} \ F_{2y} \quad || \quad F_{3x} \ F_{3y}$$

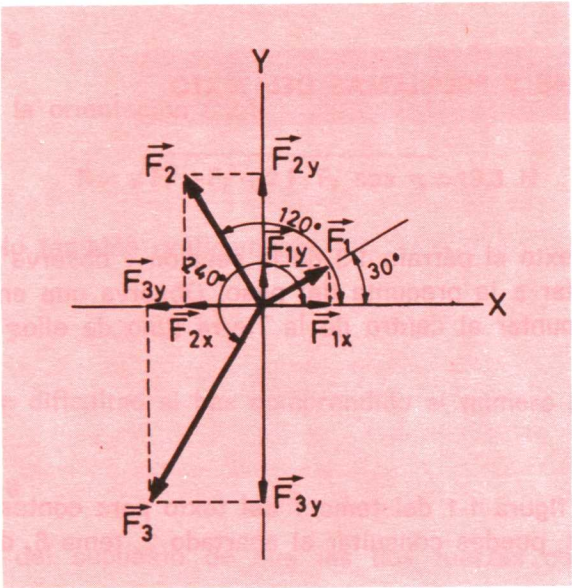


FIG. 6-12

2.º Cálculo de los módulos de las componentes coordenadas:

Fuerzas	Eje X	Eje Y
$\vec{F}_1$	$F_{1x}=10 \cos 30= 8,66$	$F_{1y}=10 \sen 30= 5,00$
$\vec{F}_2$	$F_{2x}=20 \cos 120= -10,00$	$F_{2y}=20 \sen 120= 17,32$
$\vec{F}_3$	$F_{3x}=30 \cos 240= -15,00$	$F_{3y}=30 \sen 240= -26,00$
	<u> </u> -16,34	<u> </u> -3,68

3.º Componentes de $\vec{R}$: $\{-16,34, -3,68\}$.

4.º Representación gráfica de $\vec{R}$ (fig. 6-13).

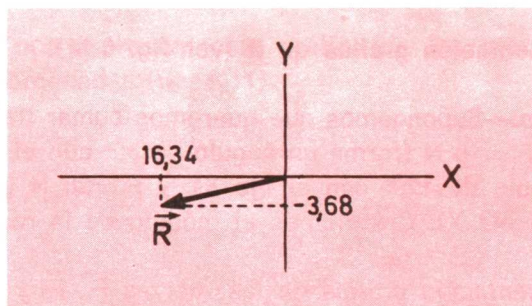


FIG. 6-13

6.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

● Problema 2

Lee en el texto el párrafo 1-3 de la sección y observa la figura 6-5. Puedes contestar a la pregunta del peso. Observa que en la figura el muelle debe apuntar al centro de la Tierra (uno de ellos está mal dibujado).

● Problema 4

Observa la figura 1-1 del tema 1 del texto para contestar este problema. Además, puedes consultar el apartado 2, tema 6, del texto.

● Problema 5

También puedes contestar mediante el cálculo:

$$a) \quad f = K \Delta \ell ; \quad K = 0,20 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$$

$$f = 0,20 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \cdot 6 \text{ cm} = 1,2 \text{ N}$$

b) Consulta la página 47 del texto acerca de la equivalencia entre pondio, kilopondio y newton.

$$125 \text{ p} = 0,125 \text{ kp} = 0,125 \text{ kp} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kp}} = 1,23 \text{ N}$$

$$f = 0,2 \Delta \ell$$

$$\Delta \ell = \frac{1,23 \text{ N}}{0,20 \frac{\text{N}}{\text{cm}}} = 6,2 \text{ cm}$$

c) y d) Puedes hacerlo sin dificultad. Soluciones: 5 cm y 2 N, respectivamente.

● Problema 6

Consulta la orientación 6.2.1.

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 F_1 F_2 \cos \alpha} = 19,3 \text{ N}$$

Resuélvelo también gráficamente.

● Problema 7

No ofrece dificultad si has comprendido el número 6.

● Problema 8

Partimos del supuesto de que las dos fuerzas concurrentes son iguales.

Vamos a resolver el problema matemáticamente primero, y después lo verás gráficamente.

Para que el supuesto sea cierto, se ha de cumplir la siguiente condición: Dado que

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2 F_1 F_2 \cos \alpha$$

y que

$$F_1 = F_2 = F$$

resulta:

$$R^2 = 2 F^2 + 2 F^2 \cos \alpha$$

o sea:

$$R^2 = 2 F^2 (1 + \cos \alpha)$$

La condición que debe cumplirse será, por tanto:

$$2 F^2 (1 + \cos \alpha) = F^2 \quad [1]$$

ya que entonces:

$$R^2 = F^2 \quad \text{y} \quad R = F$$

Para que se verifique la expresión [1] operamos (después de dividirla por F^2):

$$2 + 2 \cos \alpha = 1 ; \quad 2 \cos \alpha = -1$$

$$\cos \alpha = -\frac{1}{2} ; \quad \alpha = 120^\circ$$

Gráficamente puedes comprenderlo de la forma siguiente: La mayor resultante de dos fuerzas concurrentes se obtiene cuando estas fuerzas forman el ángulo cero. Por otra parte, la resultante menor de dos concurrentes se obtiene cuando las fuerzas forman un ángulo de 180° . (Recuerda Orientación 6.2.1: casos particulares.) Se trata de buscar la posición intermedia en la que la resultante sea igual a las componentes. Podrías ir haciéndolo por tanteo. Ahora que sabes el resultado, simplemente compruébalo. Traza una circunferencia, señalando dos diámetros. Elige dos fuerzas cuyo módulo esté representado por el radio de la circunferencia, y que formen entre sí un ángulo de 120° , construye la resultante y observarás que su módulo es exactamente el radio de la circunferencia (*).

El resto de las preguntas del problema 8, así como el problema 9, puedes hacerlo si has entendido la explicación anterior.

(*) Sabes que en una circunferencia el lado del exágono inscrito es igual al radio. Uniendo el centro de la circunferencia con los vértices del exágono, formarán entre sí ángulos de 60° ; el doble será 120° .

● Problema 10

Puedes resolverlo solo; si logras la igualdad entre el resultado gráfico y el matemático, sabrás que está bien hecho.

NOTA.—La resolución del problema 11 no es fácil para el nivel de 2.º de BUP. Por tanto, si tienes dificultades no debes desanimarte. Sigue adelante, pues no es de importancia que en este curso lo aprendas.

● Problema 11

Este problema sólo puedes resolverlo si has estudiado y entendido la orientación 6.2.1.

Apartado a): Fig. 6-20 del texto y 6-14 del Documento.

Fíjate en la figura 6-14; tenemos tres fuerzas:

$\vec{P} = 100 \text{ kp} = 981 \text{ N}$, fuerza con que la Tierra tira del bloque.

$\vec{F}_1$ = fuerza con que la cuerda de la derecha tira del cuerpo de 100 kp.

$\vec{F}_2$ = fuerza con que la cuerda de la izquierda tira del cuerpo de 100 kp.

El cuerpo está en equilibrio; luego la suma de las tres fuerzas es cero. Es decir:

$$\vec{P} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0 ; \quad \vec{R} = 0$$

¿Cómo sumamos estos tres vectores? Lo haremos sumando sus componentes. Como en este caso $\vec{R}$ es nulo, sus componentes también lo serán.

Tomemos unos ejes coordenados y coloquemos las rectas P , F_1 y F_2 . Fíjate bien que F_1 forma un ángulo de 45° con el eje X .

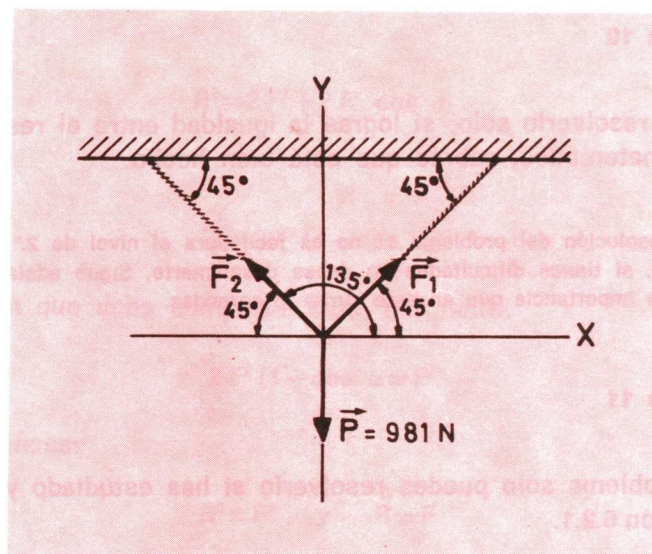


FIG. 6-14

Para mayor claridad, consignemos las componentes de las fuerzas (sobre los eje X e Y) en el siguiente cuadro:

Fuerza	Eje X	Eje Y
$\vec{P}$	$P \cos 270^\circ = 0$	$P \sin 270^\circ = -P$
$\vec{F}_1$	$F_1 \cos 45^\circ$	$F_1 \sin 45^\circ$
$\vec{F}_2$	$F_2 \cos 135^\circ$	$F_2 \sin 135^\circ$
$\vec{R}$	0	0

$$\begin{aligned}
 &\left. \begin{aligned} \text{Eje X} &\Rightarrow F_1 \cos 45^\circ + F_2 \cos 135^\circ = 0 \\ \text{Eje Y} &\Rightarrow -P + F_1 \sin 45^\circ + F_2 \sin 135^\circ = 0 \end{aligned} \right\} \\
 &\left\{ \begin{aligned} 0,707 F_1 + (-0,707) F_2 &= 0 ; & F_1 &= F_2 & [1] \\ -981 + 0,707 F_1 + 0,707 F_2 &= 0 & & & [2] \end{aligned} \right.
 \end{aligned}$$

Sustituyendo [1] en [2] resulta:

$$0,707 F_1 + 0,707 F_1 = 981 ; \quad F_1 = \frac{981}{1,414} = 699 \text{ N}$$

Apartado b):

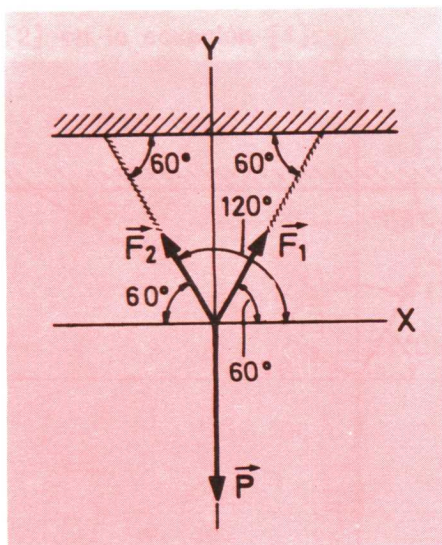


FIG. 6-15

Al estar en equilibrio:

$$\vec{P} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{R} = \vec{0}$$

Componentes de las fuerzas (fig. 6-15):

Fuerza	Eje X	Eje Y
$\vec{P}$	$P \cos 270^\circ = 0$	$P \sin 270^\circ = -P$
$\vec{F}_1$	$F_1 \cos 60^\circ$	$F_1 \sin 60^\circ$
$\vec{F}_2$	$F_2 \cos 120^\circ$	$F_2 \sin 120^\circ$
$\vec{R}$	0	0

$$\left. \begin{array}{l} \text{Eje X} \Rightarrow F_1 \cos 60^\circ + F_2 \cos 120^\circ = 0 \\ \text{Eje Y} \Rightarrow -981 + F_1 \sin 60^\circ + F_2 \sin 120^\circ = 0 \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0,5 F_1 - 0,5 F_2 = 0 ; \quad F_1 = F_2 \quad [1] \\ 0,87 F_1 + 0,87 F_2 = 981 \quad [2] \end{array} \right.$$

Sustituyendo [1] en [2] resulta:

$$0,87 F_1 + 0,87 F_1 = 981 ; \quad F_1 = \frac{981}{2 \times 0,87} = 564 \text{ N}$$

Apartado c):

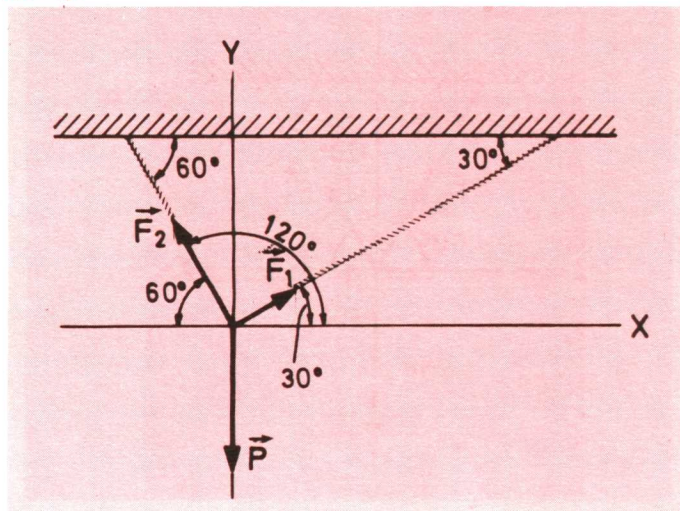


FIG. 6-16

Al estar en equilibrio:

$$\vec{P} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{R} = \vec{0}$$

Componentes (fig. 6-16):

Fuerza	Eje X	Eje Y
$\vec{P}$	$P \cos 270^\circ = 0$	$P \sin 270^\circ = -981 \text{ N}$
$\vec{F}_1$	$F_1 \cos 30^\circ$	$F_1 \sin 30^\circ$
$\vec{F}_2$	$F_2 \cos 120^\circ$	$F_2 \sin 120^\circ$
$\vec{R}$	0	0

$$\left. \begin{array}{l} \text{Eje X} \Rightarrow F_1 \cos 30 + F_2 \cos 120 = 0 \\ \text{Eje Y} \Rightarrow -981 + F_1 \sin 30 + F_2 \sin 120 = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} F_1 \cos 30 + F_2 \cos 120 = 0 \\ F_1 \sin 30 + F_2 \sin 120 = 981 \end{array} \quad [1]$$

Operemos en la primera ecuación (eje X):

$$F_1 \cdot 0,87 = 0,5 F_2 \Rightarrow F_2 = \frac{F_1 \cdot 0,87}{0,5} = 1,74 F_1 \quad [2]$$

Sustituyendo [2] en la ecuación [1]:

$$F_1 \cdot 0,5 + 1,74 F_1 \cdot 0,87 = 981 \ ; \qquad F_1 = \frac{981}{0,5 + 1,51} = 488 \text{ N}$$

$$F_2 = 1,74 F_1 = 1,74 \cdot 488 = 849 \text{ N}$$

Apartado d):

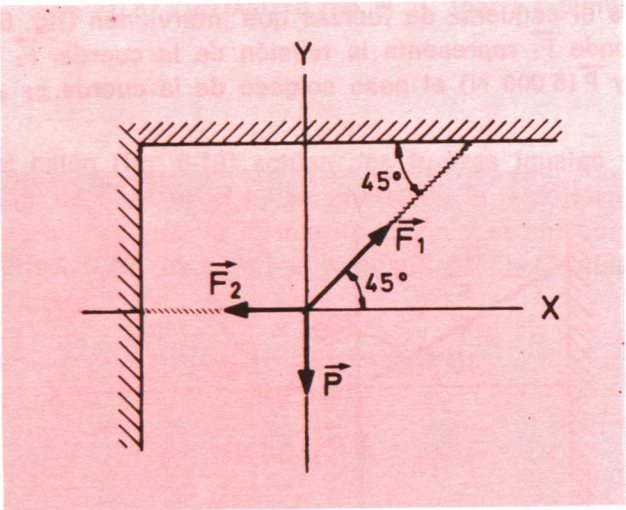


FIG. 6-17

$$\vec{P} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{R} = \vec{0}$$

Componentes (fig. 6-17):

Fuerza	Eje X	Eje Y
$\vec{P}$	0	-981 N
$\vec{F}_1$	$F_1 \cos 45^\circ$	$F_1 \sen 45^\circ$
$\vec{F}_2$	$F_2 \cos 180^\circ = -F_2$	0
$\vec{R}$	0	0

$$\left. \begin{array}{l} \text{Eje X} \Rightarrow 0,707 F_1 - F_2 = 0 \\ \text{Eje Y} \Rightarrow -981 + F_1 \sen 45^\circ = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0,707 F_1 = F_2 \\ 0,707 F_1 = 981 \end{array}$$

$$\begin{cases} F_1 = \frac{981}{0,707} = 1\,390 \text{ N} \\ F_2 = 981 \text{ N} \end{cases}$$

● Problema 12

Examinemos la figura 6-21 del texto.

Dibujemos el esquema de fuerzas que intervienen (fig. 6-18 del Documento), donde $\vec{F}_1$ representa la tensión de la cuerda, $\vec{F}_2$ la reacción de la barra y $\vec{P}$ (5 000 N) el peso colgado de la cuerda.

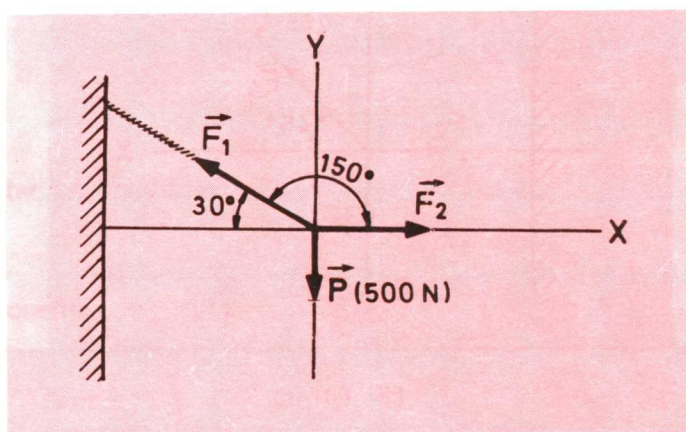


FIG. 6-18

Como existe equilibrio, se cumple:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{P} = \vec{R} = \vec{0}$$

Componentes de las fuerzas (sobre los ejes X e Y):

Fuerza	Eje Y	Eje X
$\vec{P}$	$P \operatorname{sen} 270^\circ = -P$	$P \cos 270^\circ = 0$
$\vec{F}_1$	$F_1 \operatorname{sen} 150^\circ$	$F_1 \cos 150^\circ$
$\vec{F}_2$	$F_2 \operatorname{sen} 0^\circ = 0$	$F_2 \cos 0^\circ = F_2$
$\vec{R}$	0	0

$$\left. \begin{array}{l} \text{Eje Y} \Rightarrow -P + F_1 \sin 150^\circ = 0 \\ \text{Eje X} \Rightarrow F_1 \cos 150^\circ + F_2 = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -5\,000 + 0,5 F_1 = 0 \\ -0,87 F_1 + F_2 = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} [1] \\ [2] \end{array}$$

De donde deducimos:

$$[1] \quad F_1 = \frac{5\,000}{0,5} = 10\,000 \text{ N} \quad (\text{cuerda})$$

$$[2] \quad F_2 = 0,87 \cdot 10\,000 = 8\,700 \text{ N} \quad (\text{barra o puntal})$$

● Problema 13

Sobre el cajón (fig. 6-19) actúan dos fuerzas iguales y de sentido contrario. Una de ellas es el peso; la otra es la resistencia que ofrece el suelo, que ha de tener la misma dirección y el mismo módulo, pero sentido contrario. De esta forma la resultante será nula y el cajón está en equilibrio.

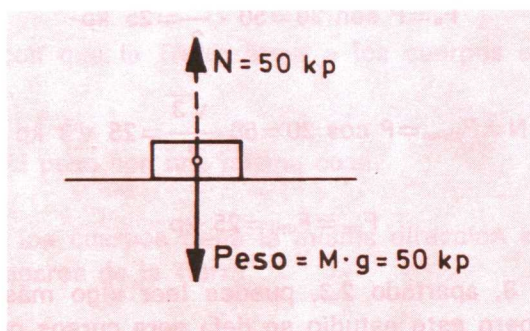


FIG. 6-19

● Problema 14

La fuerza que actúa sobre el cajón (fig. 6-20) es el peso: $\vec{P} = 50 \text{ kp}$. Esta fuerza podemos descomponerla en otras dos, perpendiculares entre sí, y una de ellas en la dirección del plano. Estas fuerzas serían $\vec{F}_u$ (fuerza útil) y $\vec{F}_p$. La fuerza $\vec{N}$ (fuerza con que el plano empuja al cajón) es igual en módulo que $\vec{F}_p$, pero de sentido contrario, por lo que la resultante de ambas es nula. Nos queda $\vec{F}_u$.

Pero si el cajón está en equilibrio, es porque a la componente útil del peso $\vec{F}_u$ se le opone una fuerza de rozamiento $\vec{R}$, que ha de ser de igual módulo y dirección que $\vec{F}_u$ y de sentido contrario.

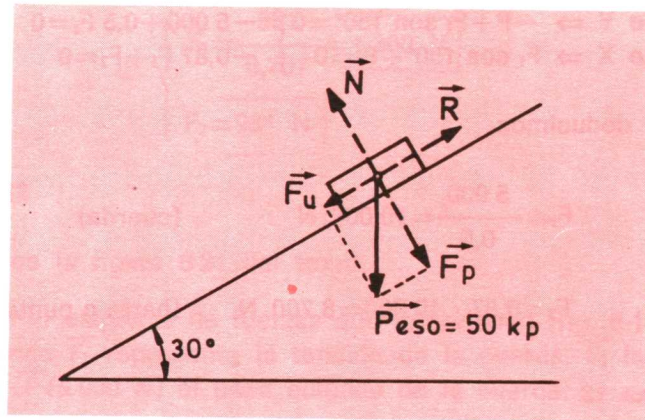


FIG. 6-20

Cálculo de los valores de estas fuerzas:

$$F_u = P \operatorname{sen} 30 = 50 \cdot \frac{1}{2} = 25 \text{ kp}$$

$$N = F_{\text{plano}} = P \cos 30 = 50 \frac{\sqrt{3}}{2} = 25 \sqrt{3} \text{ kp}$$

$$F_{\text{roz}} = F_{\text{útil}} = 25 \text{ kp}$$

(En el tema 8, apartado 2.3, puedes leer algo más sobre fuerzas de rozamiento, pero este estudio se deja para cursos posteriores.)

6.4 EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

Sigue las normas establecidas en las autoevaluaciones anteriores.

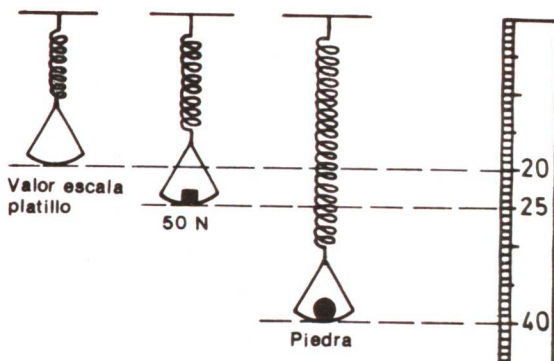
● ¿Cuáles de estas afirmaciones son ciertas y cuáles falsas? (10 puntos):

1. Una fuerza es una energía. C ☐ F ☐
2. Una fuerza tiende a producir una aceleración. C ☐ F ☐
3. Una fuerza es un vector. C ☐ F ☐
4. Una fuerza puede producir una deformación. C ☐ F ☐
5. Una fuerza puede actuar a distancia. C ☐ F ☐
6. La fuerza con que la Tierra atrae a los cuerpos se llama masa. C ☐ F ☐
7. La masa y el peso son una misma cosa. C ☐ F ☐
8. El peso de los cuerpos tiene la misma dirección en todos los lugares de la Tierra. C ☐ F ☐
9. Cuando la resultante de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es nula, el cuerpo está en equilibrio *estático*. C ☐ F ☐
10. El peso de un cuerpo en un plano inclinado puede descomponerse en dos componentes, una de ellas normal a dicho plano. C ☐ F ☐

● Cuestiones de opción única (7 puntos):

11. Observa atentamente la figura adjunta. Representa un muelle con un platillo. Se colocan luego distintos objetos en el platillo. El peso de la piedra es:

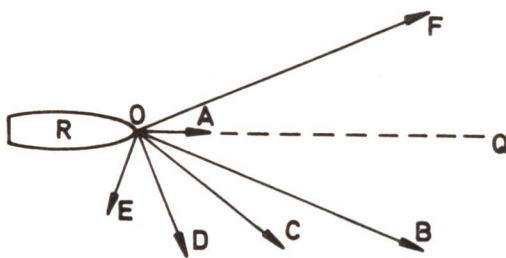
- A) 150 N
- B) 100 N
- C) 200 N
- D) 250 N
- E) 80 N



11

12. El vector $\vec{F}$ representa en la figura adjunta una fuerza que actúa en O sobre una embarcación. Gráficamente puedes encontrar que el vector más pequeño necesario para que con el dado su resultante empuje a la embarcación en la dirección OQ es el

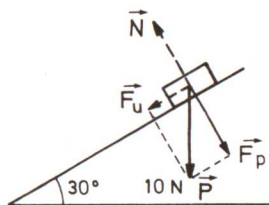
- A) A
- B) B
- C) C
- D) D
- E) E



12

13. Un bloque que pesa 10 N está situado en un plano inclinado que forma con la horizontal un ángulo de 30° (ver figura adjunta). La fuerza con que el plano empuja al bloque, medida en newtons, es de:

- A) 10 vertical hacia arriba.
 B) 10 vertical hacia abajo.
 C) $10 \cos 30^\circ$ hacia arriba a 30° con la vertical.
 D) $10 \sin 30^\circ$ hacia arriba a 60° con la vertical.
 E) $10 \cos 30^\circ$ hacia arriba a 60° con la vertical.



13

14. En la figura de la cuestión 13 la fuerza de 10 N se descompone en dos componentes, que son:

- A) 10 vertical hacia arriba y 10 vertical hacia abajo.
 B) $10 \sin 30^\circ$ paralela al plano y $10 \cos 30^\circ$ normal al plano, ambas hacia arriba.
 C) $10 \sin 30^\circ$ paralela al plano y $10 \sin 60^\circ$ normal al plano, ambas hacia abajo.
 D) $10 \cos 60^\circ$ paralela al plano y $10 \sin 30^\circ$ normal al plano, ambas hacia abajo.

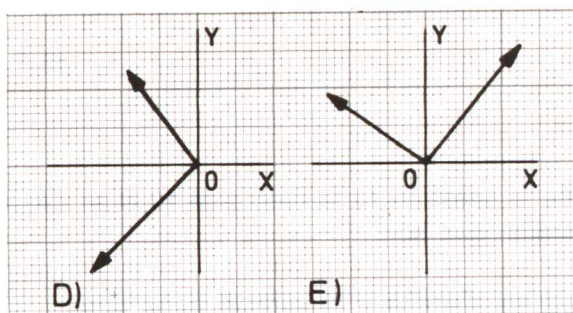
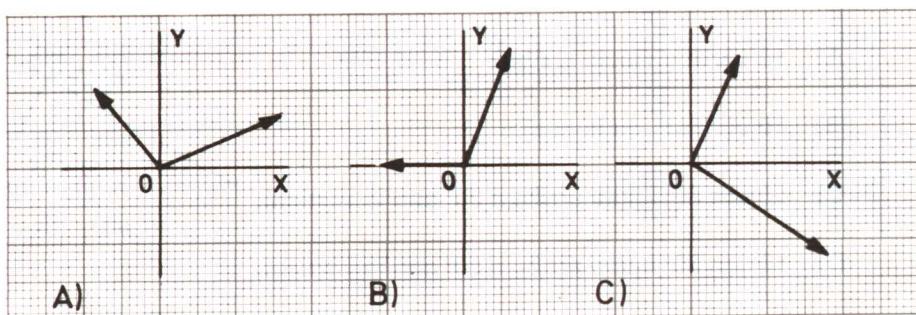
14

15. Dos fuerzas concurrentes de 3 y 4 N forman entre sí un ángulo recto. El módulo de la resultante de ambas fuerzas es:

- A) 7 N B) 1 N C) 4 N D) 5 N E) 3,5 N

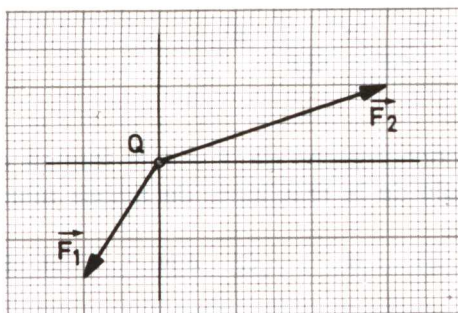
15

16. Señala entre las siguientes figuras aquella en la que la resultante de las dos fuerzas esté sobre el eje de ordenadas:

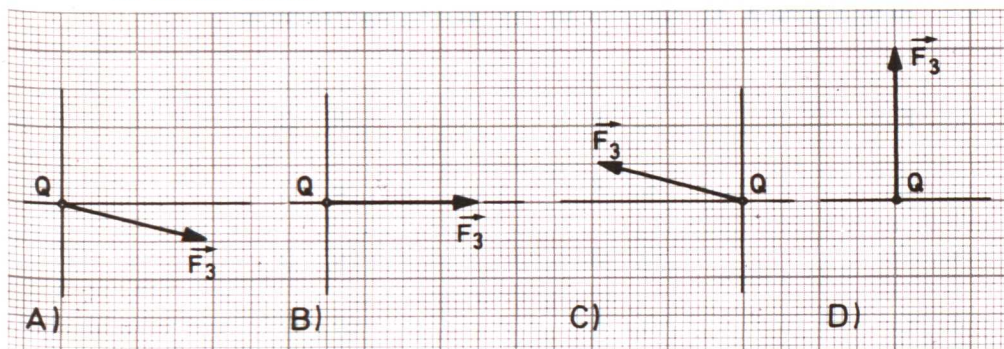


16

17. Sobre un cuerpo Q en equilibrio están actuando simultáneamente tres fuerzas, F_1 , F_2 y F_3 . En el dibujo inferior están representadas F_1 y F_2 .

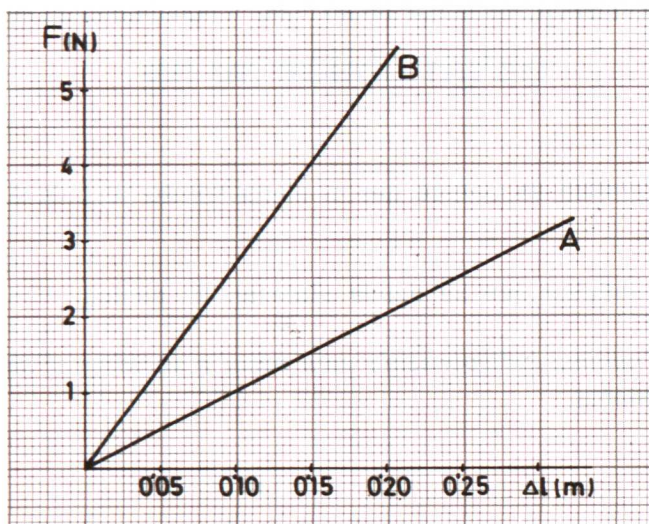


La fuerza F_3 es:



17

- En la gráfica adjunta vienen representados los alargamientos de dos muelles, A y B. Examínala (4 puntos):



- ¿Cumplen los muelles A y B la ley de Hooke?
- En caso afirmativo, ¿qué valores tendrán K_a y K_b ?
- ¿Cuál de los dos muelles se deforma con más facilidad?
- Una fuerza produce un alargamiento de 25 cm en el muelle A. ¿Qué alargamiento produciría la misma fuerza en el muelle B?

6.5 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

- | | | |
|------|-------|-------|
| 1. F | 7. F | 13. C |
| 2. C | 8. F | 14. C |
| 3. C | 9. C | 15. D |
| 4. C | 10. C | 16. E |
| 5. C | 11. C | 17. C |
| 6. F | 12. D | |

18. Sí, pues las gráficas son rectas (y con pendiente $\neq 0$).

19. $K_a = 10 \text{ N/m}$; $K_b = 26,6 \text{ N/m}$.

20. El A.

21. De la gráfica se deduce que el alargamiento será de 0,09 m.

Puntuación máxima que se puede alcanzar: 21 puntos.

Puntuación mínima indispensable para pasar a estudiar el tema siguiente: 16 puntos.

OBJETIVOS

TEMA 7

Composición de fuerzas coplanarias en un sólido rígido

INDICE

7.1 CONTENIDOS BÁSICOS

7.2 ORIENTACIONES

7.2.1 Acerca de la composición de fuerzas paralelas

7.2.2 Acerca del momento de una fuerza y cómo conseguir un equilibrio

7.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

7.4 PROBLEMA ADICIONAL

7.5 EXPERIMENTO CASERO

7.6 EJERCICIO DE AUTOEVALUACIÓN

7.7 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACIÓN



OBJETIVOS

- Definir el momento de una fuerza.
- Determinar, por cálculo, el módulo y punto de aplicación de la resultante de fuerzas paralelas.
- Establecer las condiciones de equilibrio de un sólido rígido.
- Definir par de fuerzas y sus características.
- Resolver cuestiones y problemas de aplicación del momento de una fuerza.
- Determinar centros de gravedad en cuerpos geométricos sencillos.

INDICE

7.1 CONTENIDOS BASICOS

7.2 ORIENTACIONES

7.2.1 Acerca de la composición de fuerzas paralelas

7.2.2 Acerca del momento de una fuerza y cómo conseguir un equilibrio

7.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

7.4 PROBLEMA ADICIONAL

7.5 EXPERIMENTO CASERO

7.6 EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

7.7 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

7.1 CONTENIDOS BASICOS

- Sólido rígido (T).
- Vector deslizante (T).
- Fuerzas coplanarias (T).
- Composición de fuerzas paralelas del mismo sentido (T, D).
- Composición de fuerzas paralelas de sentido contrario (T, D).
- Momento de una fuerza (T, D).
- Condiciones de equilibrio de un sólido rígido (T, D).
- Par de fuerzas (T).
- Momento de un par de fuerzas (T).
- Centro de gravedad; su determinación (T).

7.2 ORIENTACIONES

7.2.1 Acerca de la composición de fuerzas paralelas

Después de haber leído el apartado 1-1 del texto, te habrás dado cuenta de que un sólido rígido es un sólido ideal. La física recurre muchas veces a este tipo de abstracciones para facilitar su estudio, y los resultados obtenidos son magníficos.

Es importante que hayas examinado con atención la figura 7-1 del texto. De esa forma comprenderás el por qué en un sólido rígido una fuerza puede trasladarse a lo largo de su dirección, sin que se modifiquen sus efectos. La dirección de la fuerza, o sea, *su línea de acción* (*), es lo importante. Todos estos conceptos previos son imprescindibles para comprender el caso de composición de fuerzas aplicadas a un sólido.

En el caso de la figura 7-2 del texto está perfectamente claro que basta con aplicar la propiedad de ser estas fuerzas vectores deslizantes, y encontrar, mediante su deslizamiento, el punto de concurrencia. Des-

(*) El texto la llama *recta de aplicación*.

pués se componen exactamente igual que si fuesen fuerzas aplicadas a un punto.

● **Fuerzas paralelas del mismo sentido**

Las fuerzas aplicadas a un sólido pueden ser paralelas. Fíjate en la figura 7-3 del texto, el caso del carro tirado por dos caballos o el hombre que transporta dos cubos. En ambos casos las *fuerzas paralelas* consideradas tienen *el mismo sentido*. El problema es saber componer estas fuerzas. La figura 7-4 del texto hace un estudio experimental de esta determinación. No verás en ello ninguna dificultad. Para encontrar el equilibrio, la línea de acción de la resultante ha de cumplir siempre con la condición de dividir a la línea que une los puntos de aplicación de las componentes en partes inversamente proporcionales.

Comprenderás mejor estos resultados si aplicamos todo lo expuesto a un caso concreto. Sigue con atención el siguiente problema:

Un padre y su hijo llevan una lámpara mediante un listón, del cual la cuelgan. El listón tiene 1,5 metros de largo. El esfuerzo que puede hacer el hijo es $\frac{2}{3}$ del que es capaz de realizar el padre. ¿En qué punto del listón conviene suspender el peso?

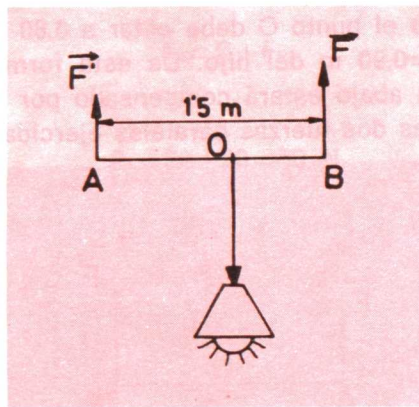


FIG. 7-1

En la figura 7-1 representamos por F' la fuerza que realiza el hijo, y por F , la que puede realizar el padre. De tal manera que:

$$F' = \frac{2}{3} F \quad [1]$$

La lámpara ha de colgarse en un punto O de la línea AB (fig. 7-1), de tal forma que esté más cerca de F que de F', a fin de que el sistema esté equilibrado.

La condición que debe cumplir la línea de acción de la resultante es que:

$$F' \cdot \overline{OA} = F \cdot \overline{OB} \quad [2]$$

Teniendo en cuenta el valor de F' dado por [1], así como la siguiente consideración:

$$\overline{AB} = 1,5 \text{ m} = \overline{OA} + \overline{OB}$$

Por tanto,

$$\overline{OA} = 1,5 - \overline{OB}$$

Y sustituyendo estos valores en [2], resulta:

$$\frac{2}{3} F (1,5 - \overline{OB}) = F \cdot \overline{OB}$$

de donde:

$$2 (1,5 - \overline{OB}) = 3 \overline{OB} ; \quad 3 = 5 \overline{OB}$$

$$\overline{OB} = \frac{3}{5} = 0,60 \text{ m}$$

Esto nos dice que el punto O debe estar a 0,60 m del padre y, por tanto, a $(1,5 - 0,60) = 0,90$ m del hijo. De esta forma el peso ejercido por la lámpara hacia abajo estará compensado por la resultante de la acción conjunta de las dos fuerzas paralelas ejercidas por padre e hijo.

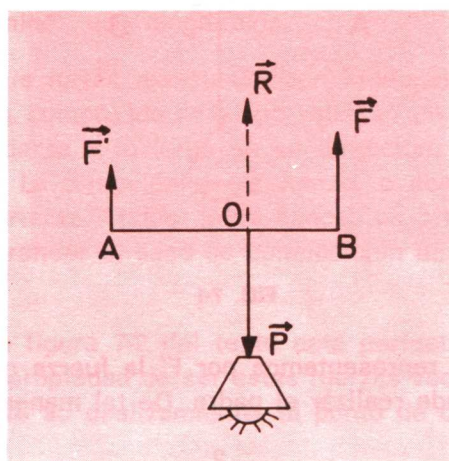


FIG. 7-2

La resultante $\vec{R}$ tiene la misma dirección y sentido contrario que la fuerza $\vec{P}$ debida al peso de la lámpara (fig. 7-2).

● Fuerzas paralelas de sentidos contrarios

Fíjate bien en la figura 7-5 del texto, en la que encontrarás un estudio experimental sencillo de este problema. Vamos a aplicarlo al ejemplo siguiente:

«Dos fuerzas paralelas de sentidos contrarios están a una distancia de 1,20 m. Una de ellas vale 20 N. La resultante de estas fuerzas vale 30 N. Calcular:

- el módulo de otra componente;
- la distancia desde el punto de aplicación de la resultante a ambas componentes.»

Soluciones:

- Si $R=30$ N, como el módulo de R es la diferencia de los módulos de las componentes:

$$R = F_A - F_B$$

y si $F_B=20$, resulta:

$$F_A = R + F_B$$

Luego:

$$F_A = 30 + 20 = 50 \text{ N}$$

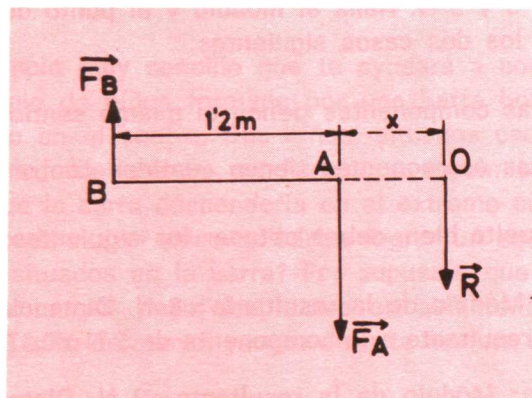


FIG. 7-3

b) El punto de aplicación de $\vec{R}$ (fig. 7-3) estará a una distancia $OA=x$, desconocida, pero que podemos calcular, teniendo en cuenta que ha de cumplir la condición:

$$F_B \cdot \overline{OB} = F_A \cdot \overline{OA}$$

donde

$$\overline{OA} = x ; \quad \overline{OB} = \overline{OA} + \overline{AB} = 1,20 + x$$

y

$$F_B = 20 \text{ N} ; \quad F_A = 50 \text{ N}$$

Sustituyendo valores:

$$20 (1,20 + x) = 50 x ; \quad 24 + 20 x = 50 x ; \quad 24 = 30 x$$

$$x = \frac{24}{30} = 0,80 \text{ m}$$

Luego la resultante debe estar a 0,80 m de F_A y a $1,20 + 0,80 = 2$ m de la componente F_B .

● Problema

Para comprobar que has comprendido la forma de componer fuerzas paralelas, resuelve el siguiente problema:

«En una recta, y a distancia de 1 metro, están aplicadas dos fuerzas paralelas de 5 y 3 N. Halla el módulo y el punto de aplicación de la resultante en los dos casos siguientes:

- 1.º las fuerzas componentes tienen el mismo sentido;
- 2.º las fuerzas componentes tienen sentidos contrarios.»

Si lo has resuelto bien, debes obtener los siguientes resultados:

Primer caso: Módulo de la resultante = 8 N. Distancia del punto de aplicación de la resultante a la componente de 5 N = 0,37 m.

Segundo caso: Módulo de la resultante = 2 N. Distancia del punto de aplicación de la resultante a la componente de 5 N = 1,5 m.

7.2.2 Acerca del momento de una fuerza y cómo conseguir un equilibrio

Después de leer detenidamente el punto 3-1 del texto, y fijarte bien en todos los dibujos, que te facilitarán mucho su comprensión, podrás deducir por ti mismo los siguientes hechos fundamentales:

1.º El momento de una fuerza es una magnitud física que permite saber *la capacidad* que tiene esa fuerza de producir un giro en un cuerpo que tiene un eje fijo.

2.º El momento de una fuerza es una magnitud vectorial, y el módulo del momento $|\vec{M}|$ es igual al producto de la fuerza por su brazo (distancia mínima a un punto del eje) (*).

3.º Variando la fuerza o el brazo, o ambos, obtenemos momentos (y efectos de rotación) diferentes.

● **Fíjate en el dibujo 7-6 del texto**, en el caso de la puerta. Una fuerza aplicada a la puerta, para hacerla girar, ha de ser tanto mayor cuanto más cerca esté del eje de giro. En el dibujo del libro lo tienes representado por las fuerzas $\vec{F}$ y $\vec{F}'$ aplicadas perpendicularmente a la puerta (ángulo de 90°). Intuitivamente se ve que ha de ser mayor $\vec{F}$ que $\vec{F}'$, hecho que puedes comprobar con cualquier puerta de tu casa. ¿A qué es debido? Realmente lo que actúa es el momento, cuyo módulo es $F \cdot d$. Entonces, para que dos fuerzas, $\vec{F}$ y $\vec{F}'$, ejerzan el mismo momento, se ha de cumplir que:

$$F \cdot d = F' d'$$

Luego si $d < d'$, necesariamente F tiene que ser mayor que F' .

● **Otro ejemplo muy sencillo** que te ayudará a comprenderlo. Imagina un columpio de niños formado por una barra homogénea con un punto de apoyo en el centro. Dos niños, situados cada uno en el extremo de cada lado de la barra, producirían un movimiento de la misma, de tal modo que la barra descendería en el extremo en el que se haya situado el niño de mayor peso. ¿Podrías lograr *un equilibrio* con esos mismos niños situados en la barra? Por supuesto que sí. Bastaría con que el niño de mayor peso desplazase su asiento hacia dentro, es decir, hacia el punto de apoyo, ya que de esta manera se va reduciendo

(*) Representamos por d esa distancia mínima o *brazo* (el texto lo hace por b).

el momento actuante sobre la barra. Cuando se consiga el equilibrio, se ha de verificar que:

$$\text{Peso del niño en A} \times d = \text{Peso del niño en B} \times d' \quad (\text{fig. 7-4})$$

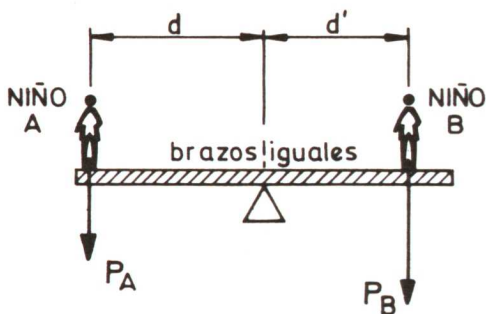


FIG. 7-4

- De todo ello deducirás como consecuencia muy importante que se puede conseguir un efecto de rotación de un sólido con fuerzas pequeñas, sin más que aumentar la distancia al eje de giro. Esto es el fundamento de muchas máquinas simples, tales como la palanca, la polea, el torno, etc., que tú conoces.

- Imagina una palanca de brazos iguales de 40 centímetros de longitud cada uno. Si en uno de sus brazos lleva colocados los pesos de 5, 10, 15 y 20 N a las distancias respectivas de 10, 20, 30 y 40 centímetros del punto de apoyo, ¿qué peso habría que colocar en el extremo del otro brazo para que se mantenga el equilibrio?

Dibujemos la palanca:

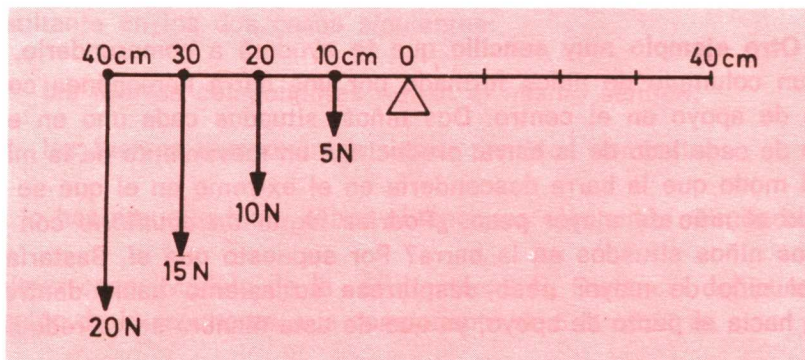


FIG. 7-5

El momento total respecto a O es la suma de los momentos de todas las fuerzas actuantes:

$$M = (5 \times 0,10) + (10 \times 0,20) + (15 \times 0,30) + (20 \times 0,40) = 15 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Este momento será el que tengamos que conseguir al aplicar en el extremo derecho una fuerza. Para conseguirlo con la mínima fuerza aplicada, hemos de situar ésta en el extremo de la barra, o sea, 40 centímetros del eje de giro. Entonces:

$$15 \text{ N} \cdot \text{m} = 0,40 \times F$$

de donde:

$$F = \frac{15}{0,40} = 37,5 \text{ N}$$

Hemos conseguido equilibrar el sistema con una fuerza de 37,5 N, menor que lo que supone la suma de las fuerzas aplicadas en el otro extremo ($20 + 15 + 10 + 5 = 50 \text{ N}$).

7.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

● Cuestión 1

Consulta el punto 3-2 del tema 7 del texto.

● Problema 2

Toda fuerza puedes descomponerla en suma de otras dos. Así, las fuerzas que actúan sobre la barra las descomponemos en dirección perpendicular y paralela a la barra.

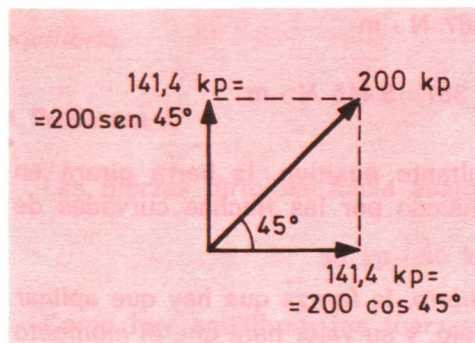


FIG. 7-6

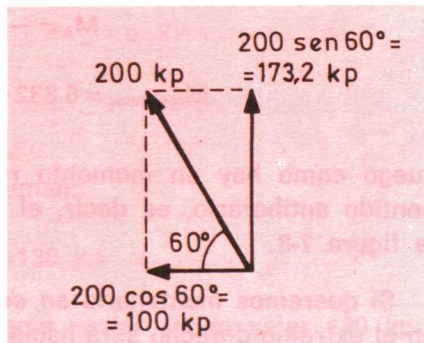


FIG. 7-7

El problema queda ahora así:

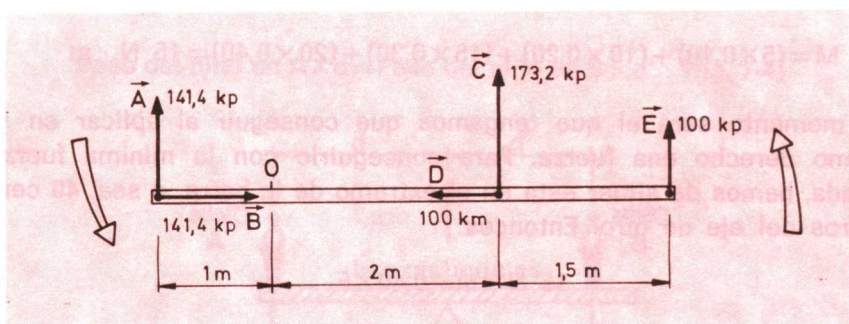


FIG. 7-8

$$M_A = \overbrace{141,4 \cdot 9,81}^N \cdot 1 \text{ m} = 1\,387 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_B = 0$$

$$M_D = 0$$

$$M_C = \overbrace{173,2 \cdot 9,81}^N \cdot \underbrace{2}_m = 3\,398 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_E = \overbrace{100 \cdot 9,81}^N \cdot \underbrace{3,5}_m = 3\,434 \text{ N} \cdot \text{m}$$

La fuerza A (fig. 7-8) tiende a girar la barra en el sentido de las agujas de un reloj. Las fuerzas C y E tienden a girar la barra en sentido contrario a las agujas de un reloj. (Se toman como positivos los momentos que hacen girar en sentido contrario a las agujas del reloj, y negativos en sentido horario).

$$M_C + M_E = 3\,398 + 3\,434 = 6\,832 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_A = -1\,387 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$M_{\text{resultante}} = 6\,832 - 1\,387 = 5\,445 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Luego como hay un momento resultante positivo, la barra girará en sentido antihorario, es decir, el señalado por las flechas curvadas de la figura 7-8.

Si queremos mantenerla *en equilibrio*, la fuerza que hay que aplicar en el extremo derecho será hacia abajo, y su valor hará que el *momento de todas las fuerzas sea nulo*.

$$M = 5\,445 \text{ N} \cdot \text{m} = F \cdot 3,5 \text{ m}$$

$$F = \frac{5\,445 \text{ N} \cdot \text{m}}{3,5 \text{ m}} = 1\,556 \text{ N} = 159 \text{ kp}$$

● Problema 3

Apartados a) y b) (fig. 7-20 del tema 7 del texto):

Si sólo actúa el peso, el momento de esa fuerza respecto al punto O vale:

$$M = \text{Peso} \times \text{Distancia} = P \cdot 0,1 \text{ N} \cdot \text{m} = 250 \text{ N} \cdot 0,1 \text{ m} = 25 \text{ N} \cdot \text{m}$$

ya que

$$25 \text{ kp} \approx 250 \text{ N} \quad \text{y} \quad D = (0,30 - 0,20) \text{ m}$$

Si del extremo delgado colgamos un peso F, y queremos equilibrio, los momentos han de ser iguales:

$$P \cdot 0,1 = F \cdot 0,3 ; \quad F = \frac{P}{3} = \frac{250 \text{ N}}{3} = 8,3 \text{ N}$$

Nos basta colgar un peso en el extremo delgado que sea $\frac{1}{3}$ del peso de la barra.

Apartado c): La cuchilla ejerce en O (fig. 7-20, tema 7 del texto) una fuerza hacia arriba igual a $P + \frac{P}{3}$, ya que el sistema está *en equilibrio*.

● Problema 4

Las fuerzas dirigidas hacia abajo suman:

$$50 \text{ kp} + 80 \text{ kp} = 130 \text{ kp}$$

Como hay equilibrio, las fuerzas hacia arriba deben valer 130 kp:

$$F_1 + F_2 = 130 \text{ kp} \quad [1]$$

1.º Tomemos momentos respecto a M :

Momento de F_1 :

$$F_1 \cdot d = F_1 \cdot 0 = 0$$

Momento del peso de la mesa:

$$G \cdot \text{distancia a } M = G \cdot 2 = 50 \text{ kp} \cdot 2 \text{ m} = 100 \text{ kp} \cdot \text{m} \text{ (negativo)}$$

Momento de la fuerza de 80 kp:

$$80 \text{ kp} \cdot \text{distancia} = 80 \text{ kp} \cdot 3 \text{ m} = 240 \text{ kp} \cdot \text{m} \text{ (negativo)}$$

Momento de la fuerza F_2 :

$$F_2 \cdot 4 \text{ (positivo)}$$

Los signos de los momentos indicados están de acuerdo con la regla o convenio de signos del problema 2. Luego:

$$F_2 \cdot 4 - 100 \text{ kp} \cdot \text{m} - 240 \text{ kp} \cdot \text{m} = 0$$

(ya que la suma de los momentos ha de ser nula para que haya equilibrio). Por tanto:

$$F_2 = \frac{340 \text{ kp} \cdot \text{m}}{4 \text{ m}} = 85 \text{ kp}$$

Sustituyendo en [1] tenemos:

$$F_1 = 130 - F_2 = 130 \text{ kp} - 85 \text{ kp} = 45 \text{ kp}$$

¿Estás de acuerdo en que F_2 sea mayor que F_1 ?

2.º También podemos tomar momentos respecto al punto N (figura 7-21 del texto):

Momento de F_1 :

$$F_1 \cdot 4 \text{ m} \text{ (negativo, según el convenio de signos)}$$

Momento del peso de la mesa:

$$50 \cdot 2 \text{ kp} \cdot \text{m} \text{ (positivo)}$$

Momento de la fuerza de 80 kp:

$$80 \cdot 1 \text{ kp} \cdot \text{m} \text{ (positivo)}$$

La suma de momentos ha de ser cero:

$$100 + 80 - F_1 \cdot 4 = 0 ; \quad F_1 = \frac{180}{4} = 45 \text{ kp}$$

Como $F_1 + F_2 = 130 \text{ kp}$, tendremos:

$$F_2 = 130 - 45 = 85 \text{ kp}$$

Naturalmente, sale el mismo resultado.

3.º Si tomamos momentos respecto a G, tendremos:

$$F_1 \cdot 2 \text{ kp} \cdot \text{m} \text{ (negativo)}$$

Momento del peso de la mesa:

$$0 \text{ kp} \cdot \text{m}$$

Momento de la fuerza 80 kp:

$$80 \cdot 1 \text{ kp} \cdot \text{m} \text{ (negativo)}$$

Momento de F_2 :

$$F_2 \cdot 2 \text{ (positivo)}$$

Suma de momentos igual a cero:

$$F_2 \cdot 2 - F_1 \cdot 2 - 80 = 0 ; \quad F_2 - F_1 = 40 \quad [2]$$

La suma de fuerzas nos dice:

$$F_1 + F_2 = 130 \quad [3]$$

de donde, sumando miembro a miembro [2] y [3]:

$$2 F_2 = 170 ; \quad F_2 = 85 \text{ kp}$$

Vemos que el resultado es el mismo, cualquiera que sea el punto respecto al que se toman momentos.

● Problema 5

Respecto a la primera pregunta: Para que la barra quede en equilibrio la suma de momentos respecto al punto de apoyo debe ser cero. Observa el esquema de fuerzas (fig. 7-9):

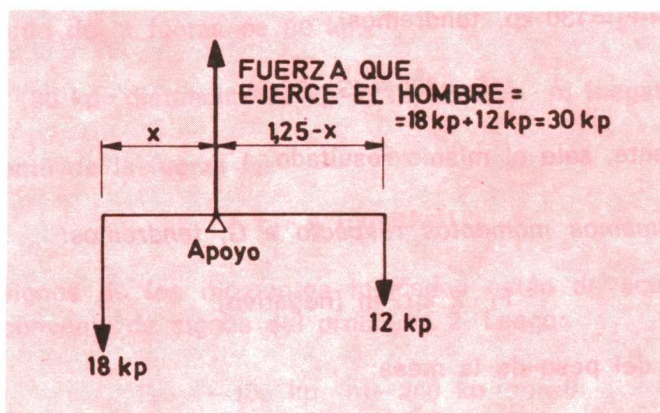


FIG. 7-9

Momento de la fuerza de 18 kp respecto al punto de apoyo:

$$18 \text{ kp} \cdot x \text{ m} = 18 x \text{ kp} \cdot \text{m} \text{ (positivo)}$$

Momento de la fuerza de 12 kp respecto al punto de apoyo:

$$12 \text{ kp} (1,25 - x) \cdot \text{m} \text{ (negativo)}$$

El convenio de signos para los momentos es el del problema 2:

$$18 x - 12 (1,25 - x) = 0 ; \quad x = 0,5 \text{ m}$$

Luego debe apoyarla a una distancia de 0,5 m del cubo de 18 kp y, por consiguiente, 0,75 m del cubo de 12 kp.

Puedes completar tú solo la segunda pregunta del problema (recuerda las condiciones de equilibrio).

Si tienes tiempo, puedes contestar tú solo a la tercera pregunta, ayudándote de un esquema de fuerzas.

● **Problema 6**

a) Puedes resolver la primera pregunta si has entendido la orientación. Un gráfico ayuda a resolver este problema (fig. 7-10).

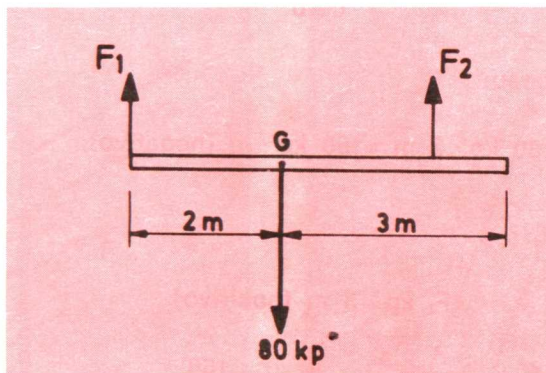


FIG. 7-10

Como cada uno ha de soportar 40 kp, el otro hombre tendrá que situarse a la derecha del centro de gravedad y a 2 metros, puesto que la suma de momentos es cero:

$$F_2 \cdot 2 - F_1 \cdot 2 = 0 ; \quad F_1 = F_2$$

b) En el caso de que los hombres se sitúen en los extremos de la barra, se cumplirá:

$$F_1 + F_2 = 80 \text{ kp}$$

y la suma de momentos ha de ser cero.

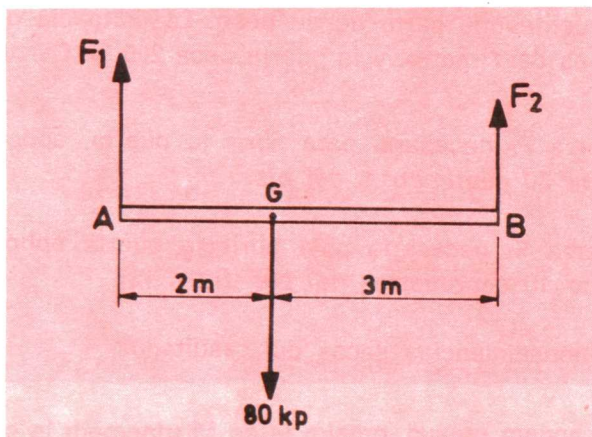


FIG. 7-11

Tomemos momentos respecto al punto A (fig. 7-11):

Momento de F_1 :

cero

Momento del peso:

$$80 \text{ kp} \cdot 2 \text{ m} = 160 \text{ kp} \cdot \text{m} \text{ (negativo)}$$

Momento de F_2 :

$$F_2 \text{ kp} \cdot 5 \text{ m} \text{ (positivo)}$$

$$5 F_2 - 160 = 0 ; \quad F_2 \frac{160}{5} = 32 \text{ kp}$$

$$F_1 = 80 \text{ kp} - 32 \text{ kp} = 48 \text{ kp}$$

Resuelve ahora esta segunda parte tomando momentos respecto a G. No olvides atribuir un signo como convenimos en el problema 2.

7.4 PROBLEMA ADICIONAL

La fuerza $\vec{F}$ necesaria para abrir una puerta tirando de la manilla es igual a la centésima parte de su peso. La distancia de la manilla al eje de giro es de 1 metro, y la puerta pesa 200 N. Calcular:

1.º La fuerza $\vec{F}_1$ necesaria para abrir la puerta, aplicándola a un punto que diste 50 centímetros del eje.

2.º La fuerza $\vec{F}_2$ necesaria para abrir la puerta aplicándola a un punto que diste 10 centímetros del eje (fig. 7-12).

3.º ¿Qué consecuencias sacas del resultado?

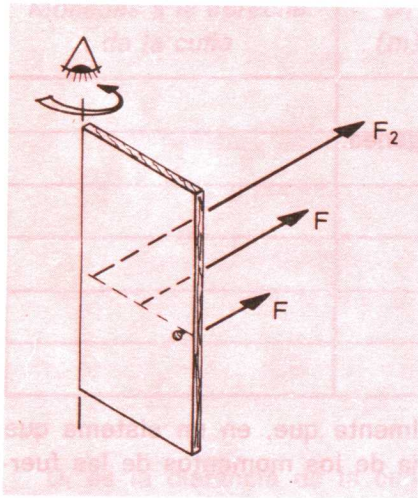


FIG. 7-12 a

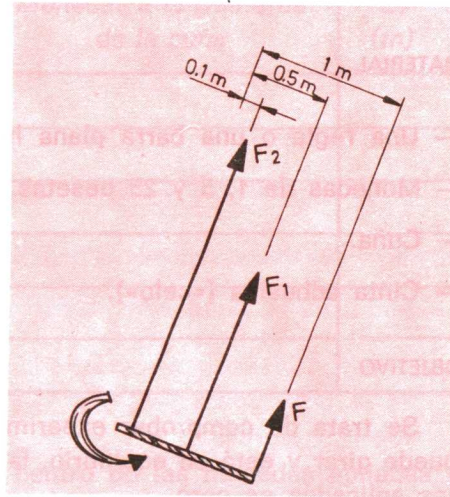


FIG. 7-12 b

1.º

$$F = \frac{200}{100} = 2 \text{ N}$$

$$M = F \cdot d = 2 \cdot 1 = 2 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Este es el valor del momento necesario para hacer girar la puerta. Si ahora aplicamos la fuerza a 50 centímetros del eje, tendremos:

$$M = F_1 d_1, \quad \text{donde } d_1 = 50 \text{ cm} = 0,50 \text{ m}$$

$$F_1 = \frac{M}{d_1} = \frac{2 \text{ N} \cdot \text{m}}{0,50 \text{ m}} = 4 \text{ N}$$

2.º

$$M = F_2 \cdot d_2, \quad \text{donde } d_2 = 0,10 \text{ m}$$

$$F_2 = \frac{M}{d_2} = \frac{2 \text{ N} \cdot \text{m}}{0,10 \text{ m}} = 20 \text{ N}$$

3.º

$$F_2 > F_1 > F, \quad \text{mientras que } d_2 < d_1 < d$$

Puesto que el momento M es el mismo, cuanto menor sea la distancia, mayor ha de ser la fuerza que hay que aplicar.

7.5 EXPERIMENTO CASERO

MATERIAL

- Una regla o una barra plana homogénea.
- Monedas de 1, 5 y 25 pesetas.
- Cuña.
- Cinta adhesiva («celo»).

OBJETIVO

Se trata de comprobar experimentalmente que, en un sistema que puede girar y está en equilibrio, la suma de los momentos de las fuerzas aplicadas es cero.

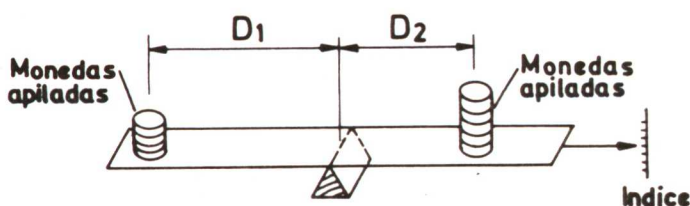


FIG. 7-13

MODO DE OPERAR

Toma la regla y apóyala en la cuña hasta que quede en equilibrio y paralela al suelo de la mesa (señala sobre la regla esa posición). Un pequeño índice X —por ejemplo, un trocito de paja— en el extremo de la regla te indicará cuál es la posición de reposo y de referencia en todo el experimento. Coloca apiladas unas cuantas monedas a la izquierda de la cuña, y pon a la derecha de la misma y a otra distancia el número de monedas necesario para que el índice vuelva a la posición inicial. Sujétalas con cinta adhesiva. Observa bien si durante la manipulación la regla se apoya sobre la cuña en el mismo lugar.

Haz varias combinaciones, cambiando el número de monedas y las distancias a la cuña.

Construye la siguiente tabla con los datos que obtengas:

<i>Monedas a la derecha de la cuña</i>	<i>D₂ (m)</i>	<i>Monedas a la izquierda de la cuña</i>	<i>D₁ (m)</i>

D₁ es la distancia de la cuña al centro de las monedas apiladas a la izquierda.

D₂ es la distancia de la cuña al centro de las monedas apiladas a la derecha.

D₁ y D₂ las expresas en metros y mides con una precisión del milímetro.

Teniendo en cuenta que por término medio el peso de las monedas es:

- Moneda de 1 peseta: 0,0344 N
- Moneda de 5 pesetas: 0,0568 N
- Moneda de 25 pesetas: 0,0846 N

puedes construir la tabla siguiente:

<i>P₁ (N)</i>	<i>D₁ (m)</i>	<i>P₂ (N)</i>	<i>D₂ (m)</i>	<i>P₁D₁ (N · m)</i>	<i>P₂D₂ (N · m)</i>

siendo P_1 el peso de las monedas a la izquierda de la cuña, y P_2 el peso de las monedas a la derecha (expresados en N).

DISCUSION DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

- ¿Los productos P_1D_1 y P_2D_2 son sensiblemente iguales?
- Si lo son, ¿es correcto el resultado?
- Si no lo son, ¿podrías encontrar una explicación?
- ¿Cuál es el significado físico de P_1D_1 y P_2D_2 ?
- Cuando no hay monedas puestas en la regla, ¿qué fuerza ejerce la cuña sobre la regla? Haz el diagrama de fuerzas que actúa sobre la regla.
- Cuando hay monedas y el sistema está en equilibrio, ¿cuánto vale la fuerza que ejerce la cuña? Haz un diagrama de las fuerzas para uno de los casos.
- Si cambias de lugar la cuña y pones monedas a ambos lados, ¿puede lograrse el equilibrio? Se cumple que $P_1D_1 = P_2D_2$. ¿Por qué?

7.6 EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

Sigue las mismas normas que en las autoevaluaciones anteriores.

● Completar las siguientes frases (7 puntos):

1. El momento de una fuerza es una magnitud, y su módulo es igual al producto de la fuerza por la distancia mínima a un punto del
2. Un sólido indeformable o sólido es un caso ideal.
3. Para que un sólido rígido esté en equilibrio, una condición es que la resultante de ha de ser cero.

4. La suma algebraica de los de las fuerzas aplicadas con respecto a un eje cualquiera debe ser en un sólido en equilibrio.
5. Un sistema formado por dos fuerzas iguales en, de dirección y sentido, recibe el nombre de par de fuerzas.
6. Dos pares de fuerzas son iguales si tienen el mismo
7. El punto de aplicación de la resultante de los pesos de todas las partículas que constituyen un cuerpo reciben el nombre de de

● **Contestar cierto o falso a las siguientes frases (7 puntos):**

8. En una balanza equilibrada los momentos de los pesos han de ser iguales. C ☐ F ☐
9. Una romana que tiene los brazos desiguales cuando está en equilibrio tiene distintos los momentos de sus pesos. C ☐ F ☐
10. Los momentos de dos fuerzas paralelas del mismo sentido respecto al punto de aplicación de la resultante son iguales en módulo. C ☐ F ☐
11. Los momentos de dos fuerzas paralelas de sentido contrario respecto al punto de aplicación de la resultante son distintos en módulo. C ☐ F ☐
12. Dos fuerzas de distinto módulo pueden tener momentos iguales. C ☐ F ☐
13. Un sólido está en equilibrio apoyado en una mesa, ya que las fuerzas aplicadas a su centro de gravedad se anulan. C ☐ F ☐
14. Un sólido que no se traslada ni gira alrededor de un eje está en equilibrio. C ☐ F ☐

● **Cuestiones de opción única (2 puntos):**

15. El centro de gravedad de una barra cilíndrica homogénea estará:

- A) En uno de sus extremos.
- B) En el centro de la barra.
- C) Depende de la posición en que la coloquemos.
- D) Una barra homogénea no tiene centro de gravedad.

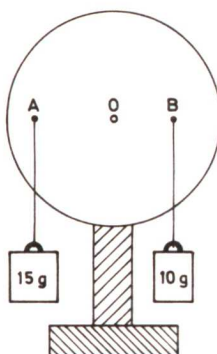
15

16. El centro de gravedad de una lámina metálica de forma triangular de lados iguales estará situado:

- A) En la mitad de un lado.
- B) En la mitad de una bisectriz.
- C) En el punto de concurrencia de las medianas.
- D) En un vértice cualquiera.

16

● **Ejercicio de aplicación (8 puntos):**



Observa la figura adjunta. Representa a un disco de madera homogénea que puede girar alrededor de un eje que lo atraviesa en su centro O . A las distancias OA y OB hay dos cáncamos de los que se cuelgan las pesas que se indican en la figura. Las distancias son: $OA=20$ cm; $OB= 15$ cm.

Contesta, razonando y exponiendo tus cálculos a las siguientes preguntas:

17. ¿Estará la rueda en equilibrio?
18. ¿Por qué?
19. Si no está en equilibrio, ¿girará espontáneamente en el sentido de las agujas del reloj?
20. Si quisieras que girara en sentido contrario al espontáneo, ¿colgarías más pesas en A o en B?
21. ¿Qué cantidad mínima de pesas de 1 gramo tendrías que colgar para conseguir el giro contrario al espontáneo?
22. Si quieres que alcance el equilibrio en la posición actual, ¿a qué lado añadirías pesas?
23. ¿Qué número de piezas de 1 gramo necesitarías para conseguir dicho equilibrio?
24. Una vez conseguido el equilibrio, ¿dónde estará situado el centro de gravedad?

7.7 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

1. vectorial, eje de giro
2. rígido
3. fuerzas aplicadas
4. momentos, nula
5. módulo, paralela, contrario
6. momento
7. centro, gravedad
8. C
9. F
10. C
11. F
12. C
13. C
14. C
15. B
16. C
17. No.
18. Los momentos son distintos: $15 \times OA \neq 10 \times OB$; $15 \times 20 \neq 15 \times 10$.
Momento OA mayor que momento OB.
19. No.
20. En B.
21. $15 \times 20 = (10 + x) 15$; $x = 10$ g ; luego 11 g
22. Lado B.
23. 10 piezas de 1 g.
24. En O.

Puntuación máxima que se puede alcanzar: 24 puntos.

Puntuación mínima indispensable para pasar a estudiar el tema siguiente: 19 puntos.

TEMA 8

OBJETIVOS

- Describir los **Principios fundamentales**
- Escribir la relación entre el peso de un cuerpo y su masa. **de la dinámica**
- Utilizar la relación entre fuerza y masa inercial en la resolución de problemas numéricos y cuestiones referentes al movimiento rectilíneo uniforme y movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

INDICE

8.1 CONTENIDOS BÁSICOS

8.2 ORIENTACIONES

- 8.2.1 Acerca de la ecuación fundamental de la dinámica
- 8.2.2 Acerca del peso de los cuerpos: masa gravitatoria. Ley de la gravitación universal
- 8.2.3 Acerca de la caída libre en el vacío
- 8.2.4 Acerca del apartado 5.4 del texto

8.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

OBJETIVOS

- Describir los tres principios de la dinámica.
- Escribir la relación matemática existente entre el peso de un cuerpo y su masa.
- Utilizar la relación entre fuerza y masa inercial en la resolución de problemas numéricos y cuestiones referentes al movimiento rectilíneo uniforme y movimiento rectilíneo uniformemente acelerado.

INDICE

8.1 CONTENIDOS BASICOS

8.2 ORIENTACIONES

- 8.2.1 Acerca de la ecuación fundamental de la dinámica
- 8.2.2 Acerca del peso de los cuerpos; masa gravitatoria. Ley de la gravitación universal
- 8.2.3 Acerca de la caída libre en el vacío
- 8.2.4 Acerca del apartado 5.4 del texto

8.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

8.4 PROBLEMAS ADICIONALES

8.4.1 Problemas resueltos

8.4.2 Problemas con resultados

8.5 EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

8.6 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

8.1 CONTENIDOS BASICOS

- Idea de principio físico (T).
- Primer principio de la dinámica o de inercia (T).
- Fuerzas de rozamiento (T).
- Segundo principio de la dinámica o de la proporcionalidad entre fuerzas y aceleraciones (T, D).
- Ley de la Gravitación Universal (D).
- Aceleración de la gravedad (T).
- Tercer principio de la dinámica: acción y reacción (T).

8.2 ORIENTACIONES

8.2.1 Acerca de la ecuación fundamental de la dinámica

1.º *Masa inercial*.—Según el texto te indica, en el apartado 3.1, la ecuación fundamental de la dinámica, establecida por Newton, es: $f = m \cdot a$, con lo cual se pone de manifiesto que la masa es la relación constante entre la fuerza aplicada y la aceleración producida:

$$m = \frac{f}{a}$$

La constante m se denomina *masa inercial*, o masa de inercia, con lo que, en cierto modo, se trata de expresar el hecho de que cuanto mayor sea la masa de un cuerpo, una misma fuerza f aplicada al cuerpo producirá menos aceleración.

Imaginemos una fuerza f_1 que actúa sobre una masa m_1 ; la aceleración producida será:

$$a_1 = \frac{f_1}{m_1}$$

Si esta misma fuerza f_1 actúa sobre otro cuerpo de masa m_2 , tal que $m_2 = 2 m_1$, la aceleración a_2 será:

$$a_2 = \frac{f_1}{m_2} = \frac{f_1}{2 m_1} = \frac{m_1 a_1}{2 m_1} = \frac{a_1}{2}$$

Esto nos dice que si la masa del segundo cuerpo es el doble que la del primero, la aceleración adquirida por el segundo es justamente la mitad de la que había adquirido el primero, por la acción de una misma fuerza f_1 .

Por esto, al decir masa inercial se expresa la cantidad de inercia (en el sentido de resistencia) que ofrece un cuerpo a moverse.

La masa puedes comprender ahora que es algo más que ese concepto elemental e intuitivo de considerarla como «cantidad de materia», y que es un error conceptual. (Observa la rectificación de este concepto expuesta al final del párrafo 3.2, tema 8, del texto.)

Aún hemos de hacer una consideración más de gran importancia acerca de la masa. Hemos dicho que la *masa es una constante* característica de los cuerpos. Hoy día es necesario advertirte que esto es una verdad cierta en el mundo habitual al que estás acostumbrado, pero deja de serlo cuando se considera la masa de cuerpos en movimiento y dotados de gran velocidad. Cuando la velocidad de un cuerpo en movimiento se aproxima al valor de la velocidad de la luz, es un hecho cierto y comprobado que la masa crece, deja de ser constante.

Estas consideraciones no deben preocuparte por ahora, pero por lo que sobre ello hubieras podido oír, conviene que sepas que estos casos pertenecen a la llamada mecánica relativista, en la cual la ecuación fundamental de la dinámica se expresa por otra ecuación, más general, formulada por Einstein, en que ya no se considera la constancia de la masa.

2.º *Carácter vectorial de la ecuación fundamental de la dinámica.*—Ya sabes lo que es un vector; las fuerzas son vectores, y como tales tienen una dirección y un sentido, de tal forma que quedan determinados por la dirección y el sentido de la aceleración que producen, en un cuerpo, al actuar sobre él.

La igualdad vectorial la expresamos en la forma:

$$\vec{f} = m \cdot \vec{a}$$

Comprenderás que de esta forma es como únicamente queda bien determinado el valor de una fuerza, pues si lo expresamos en la forma simple

$$f = m \cdot a$$

sólo conoceríamos el módulo de la magnitud vectorial; por tanto, sin

conocer su dirección y sentido, su determinación sería incompleta. Sobre estos conceptos insistiremos el próximo curso.

3.º *Aplicación de la ecuación fundamental de la dinámica.*—Es de un extraordinario interés que te fijes en el hecho siguiente:

La dinámica estudia el movimiento de los cuerpos considerando cuál o cuáles han sido las fuerzas que lo han producido.

Fijémonos en el movimiento rectilíneo y uniforme, y antes de tratar de averiguar cuál sería la fuerza que lo produce, es necesario que hagas reflexión acerca del enunciado del primer principio de la dinámica (enunciado 2.1 del texto).

El estado de reposo o movimiento rectilíneo y uniforme, dinámicamente considerados, son dos estados equivalentes que se pueden dar cuando no actúa ninguna fuerza. En este caso no hay aceleración:

$$a=0 \quad \text{y} \quad f=m \cdot a=0$$

Ahora ya puedes entender cómo y cuál será la condición para que un cuerpo se mueva con movimiento rectilíneo y uniforme:

a) *Si sobre un cuerpo actúan varias fuerzas, $f_1, f_2, \dots, f_n$ y la resultante de la composición de todas ellas es igual a cero ($R=0$), podemos decir que si el cuerpo estaba en reposo, seguirá en reposo, y si estaba en movimiento, éste será rectilíneo y uniforme.*

b) *Cuando sobre un cuerpo actúa una o más fuerzas, $f_1, f_2, \dots, f_n$, tales que la resultante de todas ellas, R , es una fuerza constante:*

$$R=m \cdot a=\text{constante}$$

la aceleración del movimiento ha de ser constante. En un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado existe una fuerza constante sobre el móvil.

8.2.2 **Acerca del peso de los cuerpos; masa gravitatoria. Ley de la gravitación universal**

Es necesario que sepas realmente lo que es el peso de los cuerpos, en su aspecto físico. Quizá sea un inconveniente para su comprensión ese concepto intuitivo que puedes tener de él. Generalmente

se confunde con el concepto de masa, y, sin embargo, son dos magnitudes físicas tan diferentes que mientras la masa, como has podido ver, es una magnitud escalar, para cuyo conocimiento basta un número seguido de la correspondiente unidad, el peso es una magnitud vectorial; por tanto, su módulo seguido de la correspondiente unidad no basta para determinarlo; es necesario conocer su dirección y sentido.

Veamos en primer lugar a qué es debido. Tú sabes que existen fuerzas que actúan a distancia. La atracción magnética que ejerce un imán sobre un clavo es algo que posiblemente has tenido ocasión de comprobar tú mismo, a modo de juego. Un cuerpo capaz de ejercer una fuerza a distancia crea un *campo de fuerzas* en su entorno; en el caso del imán se denomina *campo magnético*. Existe también el llamado *campo gravitatorio*, que se debe al campo de fuerzas que toda masa crea a su alrededor. Cuando la masa considerada como creadora del campo es la Tierra, ese campo de fuerzas se llama *campo gravitatorio terrestre*, que comprenderá todo aquel espacio en el cual se deja sentir la fuerza atractiva que ejerce la masa de la Tierra sobre cualquier otra masa. Pues bien, el peso de un cuerpo no es más que la fuerza (vector) con la que la Tierra lo atrae. Como consecuencia de esa atracción terrestre, los cuerpos que no están sostenidos por su base o suspendidos por cualquier otro punto, se caen. ¿Hacia dónde? Es obvio preguntarlo, pero es conveniente, pues ahora vas a darte cuenta de que la dirección de esa caída, que es la vertical, y su sentido hacia el centro de la Tierra, son la dirección y el sentido de la *fuerza gravitatoria terrestre*, que determina el peso de los cuerpos.

Esta fuerza gravitatoria obedece a una ley universal, dada por Newton, y que se conoce con el nombre de *Ley de la Gravitación Universal*, según la cual la fuerza de atracción entre dos masas es directamente proporcional al producto de dichas masas, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa. Matemáticamente se expresa en la forma:

$$F = G \frac{m \cdot m'}{r^2} \quad [1]$$

donde G = constante de la gravitación universal. Si la aplicamos al caso de la Tierra, una de esas masas sería M_T , la masa de la Tierra, y el valor de F , el peso del cuerpo de masa m , que expresaríamos en la forma:

$$P = G \frac{M_T \cdot m}{r^2} \quad [2]$$

Sin embargo, verás que muchas veces el peso de un cuerpo viene expresado por:

$$P = m \cdot g \quad [3]$$

Veamos lo que significa g . Si en la expresión [1] consideramos que m' es la masa unidad y m es la masa de la Tierra, resulta:

$$F = G \frac{M_T}{r^2} \cdot 1$$

Esta sería la fuerza ejercida por la Tierra sobre la unidad de masa colocada en un punto del campo determinado por la distancia r , y se llama *intensidad* del campo gravitatorio en ese punto. Esto es lo que representamos por la letra g . Luego:

$$g = \frac{G \cdot M_T}{r^2}$$

Fíjate en que G =constante, y M_T también es constante, pero r depende de la distancia a la que esté el cuerpo del centro de la Tierra. Por tanto, el valor de g varía de unos puntos a otros dentro del campo gravitatorio terrestre. Entonces, el peso de los cuerpos, ¿será una magnitud constante, como lo es la masa? Evidentemente que no.

El peso de tu propio cuerpo al nivel del mar, en que la distancia al centro de la Tierra viene dada por el radio terrestre R_0 , sería, después de sustituir en [2] y [3] e igualar los segundos miembros:

$$P = G \frac{M_T \cdot m_{\text{cuerpo}}}{R_0^2} = m_{\text{cuerpo}} \cdot g_0$$

Imagina que subes a la cima del Himalaya. ¿Sería el mismo el peso de tu cuerpo? Veamos cómo no es así. Supongamos que la altura del Himalaya son h metros. Tu peso ahora sería:

$$P' = \frac{G \cdot M_T \cdot m_{\text{cuerpo}}}{(R_0 + h)^2} = m_{\text{cuerpo}} \cdot g$$

$$g_0 \neq g ; \quad \text{luego} \quad P \neq P'$$

El peso de los cuerpos es, pues, una *magnitud variable y vectorial*. La masa es una *magnitud constante y escalar*.

Si realmente son tan diferentes, ¿por qué se confunden corrientemente estos conceptos?

La razón es muy sencilla. El peso y la masa son entre sí directamente proporcionales, de forma que cuanto mayor es la masa de un cuerpo, mayor es su peso.

Imagina que el peso de hombre adulto (A) es $P_A = m_A \cdot g$ [1] en un determinado lugar de la Tierra, por ejemplo, Madrid.

En el mismo lugar, el peso de un niño (B) sería:

$$P_B = m_B \cdot g \quad [2]$$

g es la misma en ambos casos, pues no hemos cambiado de lugar.

Dividimos las expresiones [1] y [2] miembro a miembro, y nos queda:

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{m_A}{m_B}$$

que nos dice que los pesos del hombre y del niño son proporcionales a sus masas respectivas.

Masa gravitatoria.—La masa de los cuerpos sobre la que ejerce acción atractiva la Tierra, determinando así su peso, se llama masa gravitatoria.

Anteriormente habíamos visto que masa inercial es la constante m de los cuerpos que expresa la relación que existe entre la fuerza que se les aplica y la aceleración que adquieren:

$$m_i = \frac{F}{a}$$

La masa gravitatoria podemos expresarla:

$$m_g = \frac{P}{g}$$

No son iguales m_i y m_g , pero sí proporcionales, y la constante de proporcionalidad es igual a 1; por eso normalmente al hablar de masa de un cuerpo, no se hace distinción, y se dice simplemente *masa*.

8.2.3 Acerca de la caída libre en el vacío

Consideraremos un cuerpo en el vacío, es decir, aislado totalmente del aire que constituye nuestra atmósfera. Si este cuerpo pierde su base de sustentación o su punto de suspensión, es evidente que cae. Se ha puesto en movimiento, para lo cual es necesario que sobre él haya actuado una fuerza; también es evidente que la única fuerza posible es la atracción ejercida por la Tierra. Entonces el cuerpo cae, debido a su peso; la dirección es la vertical, y el sentido, hacia el centro de la Tierra.

¿Qué clase de movimiento adquiere el cuerpo? Para contestar a esta pregunta tendremos que analizar el tipo de fuerza que lo impulsa:

$$P = m \cdot g$$

Hemos dicho que no es constante, y es verdad. Ahora bien, cuando no se consideran grandes alturas, en principio podemos considerar el valor de g como constante. Fíjate por qué:

$$g_{\text{nivel mar}} = \frac{GM}{R^2} \quad \text{y} \quad g_{\text{altura } h} = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

Si R =radio de la Tierra, y si la altura considerada no es muy grande, su valor frente al que representa el radio terrestre es prácticamente despreciable. Entonces, para alturas pequeñas consideramos g como constante.

Las dimensiones de g son las de una aceleración; se le llama aceleración debida a la gravedad terrestre.

Pues bien, si g , aceleración de la gravedad, es constante en la caída, será debida a la acción de una fuerza constante, lo que determina la caída de los cuerpos; entonces ya puedes contestar que los cuerpos caerán con un movimiento rectilíneo y uniformemente acelerado, y siguiendo, por tanto, las leyes de este movimiento, la velocidad que adquiere será:

$$v = g \cdot t$$

y el espacio que recorre, que en este caso, por tratarse de una altura, llamaremos h , será:

$$h = \frac{1}{2} g t^2$$

Es interesante que veas también la expresión de la velocidad de caída de un cuerpo, dada por:

$$v = \sqrt{2 gh}$$

mediante la cual puedes calcular la velocidad adquirida por un cuerpo que cae desde una altura h aunque no sepas el tiempo que ha tardado en la caída.

Esta expresión de la velocidad se obtiene resolviendo el sistema de ecuaciones dado por las dos expresiones anteriores, en la forma siguiente:

$$\left. \begin{array}{l} v = gt \\ h = \frac{1}{2} gt^2 \end{array} \right\} t = \frac{v}{g}$$

valor que, llevado a la expresión de h , nos daría:

$$h = \frac{1}{2} g \left(\frac{v}{g} \right)^2 = \frac{1}{2} g \frac{v^2}{g^2} = \frac{1}{2} \frac{v^2}{g}$$

de donde:

$$v^2 = 2 hg$$

o sea:

$$v = \sqrt{2 hg}$$

8.2.4 Acerca del apartado 5.4 del texto

El texto te indica en este apartado un ejemplo muy interesante, pero consideramos que para una buena comprensión del mismo necesitas una mayor base de conocimientos; por eso nos parece conveniente dejarlo para cursos posteriores.

8.3. CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

● Cuestiones y problemas 1, 2, 3, 4 y 5

Puedes resolverlos consultando el texto y el documento.

● Problema 6

a) La fuerza aplicada es 500 N; esta fuerza producirá una aceleración constante, de tal manera que mientras actúe la fuerza el vagón se mueve con m. r. u. a.

$$F = m a ; \quad a = \frac{500 \text{ N}}{2000 \text{ kg}} = 0,25 \text{ m s}^{-2}$$

b) Las ecuaciones del m. r. u. a. con velocidad inicial nula son:

$$\begin{cases} v = at \\ s = \frac{1}{2} at^2 \end{cases}$$

Para hallar el espacio, aplicamos la segunda de estas ecuaciones:

$$s = \frac{1}{2} \cdot 0,25 \text{ (m s}^{-2}\text{)} \cdot (10 \text{ s})^2 = 12,5 \text{ m}$$

c) Cuando deja de actuar la fuerza, el vagón se mueve con movimiento uniforme y rectilíneo, con la velocidad última que tenía cuando dejó de actuar la fuerza, pero hasta ese momento la velocidad ha ido aumentando con la aceleración:

$$v = at = 0,25 \text{ (m} \cdot \text{s}^{-2}\text{)} \cdot 10 \text{ s} = 2,5 \text{ m/s (m. r. u. a.)}$$

Luego, como a los 10 segundos lleva la velocidad 2,5 m/s, ésta se conserva, y, por tanto, aplicamos la ecuación del espacio en el m. r. u.:

$$s = vt = 2,5 \text{ m/s} \cdot 10 \text{ s} = 25 \text{ m}$$

● Problema 7

Expresemos la velocidad en unidades SI:

$$72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s} = 20 \text{ m s}^{-1}$$

Hemos de suponer que la fuerza de rozamiento es constante, actuando de tal modo que el coche efectúa un movimiento rectilíneo uniformemente retardado, es decir, la velocidad disminuye linealmente a medida que transcurre el tiempo.

Fíjate que el coche frena en 50 s; luego su velocidad pasa en ese tiempo de 20 m/s a 0 m/s. Si recuerdas lo que es aceleración,

$$a = \frac{0 \text{ m/s} - 20 \text{ m/s}}{50 \text{ s}} = -0,40 \text{ m/s}^2$$

Fíjate que a es negativa, lo que quiere decir disminución de velocidad, a razón de 0,40 m/s cada segundo que pasa:

En esta lección has estudiado la relación entre fuerza, masa y aceleración:

$$F = ma = 1\,000 \text{ kg} \cdot (-0,40 \text{ m/s}^2) = -400 \text{ N}$$

¿Qué quiere decir el signo menos?

● Problema 8

Fíjate en la figura 8-16 del texto. Antes has resuelto, en cinemática, algún problema de este tipo; si entendiste aquellos problemas, puedes deducir:

- Entre $t=0 \text{ s}$ y $t=40 \text{ s}$, el movimiento es rectilíneo y uniformemente acelerado.
- Entre $t=40 \text{ s}$ y $t=100 \text{ s}$, el movimiento es uniforme.
- Entre $t=100 \text{ s}$ y $t=120 \text{ s}$, el movimiento es rectilíneo y uniformemente retardado; a los 120 s la velocidad es cero.

Tramo A:

$$a = \frac{25,0 \text{ m/s} - 0 \text{ m/s}}{40,0 \text{ s} - 0 \text{ s}} = 0,625 \text{ m/s}^2$$

$$F = ma = 1\,200 \text{ kg} \cdot 0,625 \text{ m/s}^2 = 750 \text{ N}$$

Tramo B:

$$a = 0 ; \quad F = 0$$

Tramo C:

$$a = \frac{0 \text{ m/s} - 25,0 \text{ m/s}}{120 \text{ s} - 100 \text{ s}} = \frac{-25}{20} = -1,25 \text{ m/s}^2$$

¿Por qué esta aceleración es numéricamente mayor que en el tramo A?

$$F = m \cdot a = 1\,200 \text{ kg} (-1,25 \text{ m/s}^2) = -1\,500 \text{ N}$$

(El problema 9 no se resuelve por la misma razón expuesta en 8.2.4.)

● Problema 10

Resultados: 60 kg, 588,6 N

● Problema 11

a) Tomemos unos ejes coordenados como te indica la figura 8-1.

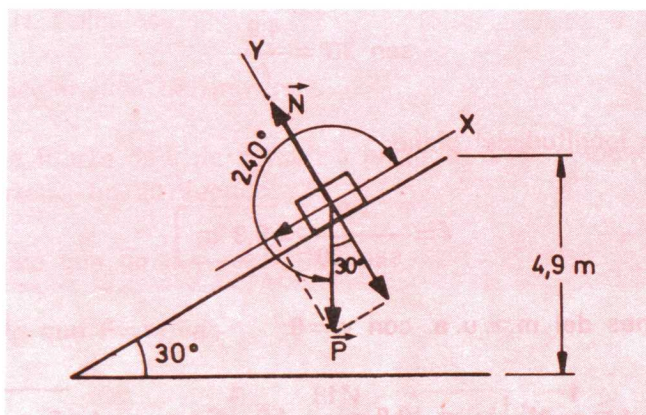


FIG. 8-1

	Eje X	Eje Y
Componentes de $\vec{P}$	$P \cos 240^\circ = -P \sin 30^\circ$	$P \sin 240^\circ = -P \cos 30^\circ$
Componentes de $\vec{N}$	$N \cos 90^\circ = 0$	$N \sin 90^\circ = N$

En la dirección del eje Y no hay movimiento; luego la suma algebraica de fuerzas es cero:

$$-P \cos 30^\circ + N = 0 ; \quad N = P \cos 30^\circ$$

Sobre el eje X hay una fuerza resultante:

$$-P \sin 30^\circ$$

que produce una aceleración, puesto que $P=mg$, y, según el segundo principio de la dinámica,

$$-mg \sin 30^\circ = ma ; \quad a = -g \sin 30^\circ = -4,9 \text{ m/s}^2$$

El signo menos significa que la aceleración está dirigida hacia el eje X negativo, y en esa dirección y sentido se mueve el cuerpo. Puesto que la aceleración es constante, el cuerpo se mueve con m. r. u. a. a lo largo del plano. (En lo que sigue podemos prescindir del signo de la aceleración.)

b) Si recuerdas el significado del seno, tienes:

$$\sin 30^\circ = \frac{4,9}{\ell}$$

siendo ℓ la longitud del plano:

$$\ell = \frac{4,9}{\sin 30^\circ} = 9,8 \text{ m}$$

Ecuaciones del m. r. u. a. con $v_0=0$:

$$s = \frac{1}{2} at^2 ; \quad 9,8 = \frac{1}{2} \cdot 4,9 \cdot t^2 ; \quad t = 2 \text{ s}$$

$$c) \quad v = at ; \quad v = 4,9 \text{ m/s}^2 \cdot 2 \text{ s} = 9,8 \text{ m/s}$$

Si el cuerpo cayese libremente desde lo alto del plano inclinado, entonces se trata de un m. r. u. a. con una aceleración igual a la de la gravedad $= 9,8 \text{ m/s}^2$:

$$4,9 = \frac{1}{2} 9,8 t^2 ; \quad t = 1 \text{ s}$$

$$v = gt = 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 1 \text{ s} = 9,8 \text{ m/s}$$

Observa que las velocidades son iguales, pero no los tiempos de caída.

Este mismo apartado c) del problema lo resolveremos en el próximo tema aplicando el principio de conservación de la energía (problema 15 bis del tema 9 del Documento).

8.4 PROBLEMAS ADICIONALES

8.4.1 Problemas resueltos

● Problema

Un bloque paralelepípedo de hierro, de 2 kg de masa, se desliza sobre una superficie plana y horizontal alcanzando una velocidad de 6 m/s, en un momento determinado, por aplicación de una fuerza constante de 8 N. Calcúlese:

a) La aceleración del movimiento.

b) Si la fuerza deja de actuar, a partir de ese momento, ¿qué espacio recorrería en 20 segundos?

Se supone que no hay rozamiento.

a) Dado que $F = m \cdot a$,

$$a = \frac{F}{m} = \frac{8 \text{ N}}{2 \text{ kg}} = 4 \text{ m/s}^2$$

Justificación de las dimensiones de la aceleración (m/s^2):

$$N = 1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m/s}^2$$

$$\left(\frac{N}{\text{kg}} \right) = \frac{\text{kg m/s}^2}{\text{kg}} = \text{m/s}^2$$

b) Si la fuerza deja de actuar (dado que el problema parte del supuesto que no hay rozamiento), la aceleración se hace cero. A partir de ese momento el bloque se movería con movimiento uniforme, con la velocidad adquirida, que permanecería constante.

Por tanto, el espacio recorrido en 20 segundos sería:

$$s = v \cdot t = 6 \text{ m/s} \cdot 20 \text{ s} = 120 \text{ m}$$

● Problema

Partimos de los datos dados en la tabla adjunta, que indican los valores de las fuerzas (en N) que sucesivamente se aplican a un cuerpo de masa m , y las aceleraciones respectivas que adquiere (en m/s^2). Con estos datos, construye una gráfica (fig. 8-2) fuerza-aceleración y determina el valor de la masa del cuerpo.

Fuerza (N)	Aceleraciones (m/s^2)
7,5	0,25
22,5	0,75
45	1,5
52,5	1,75

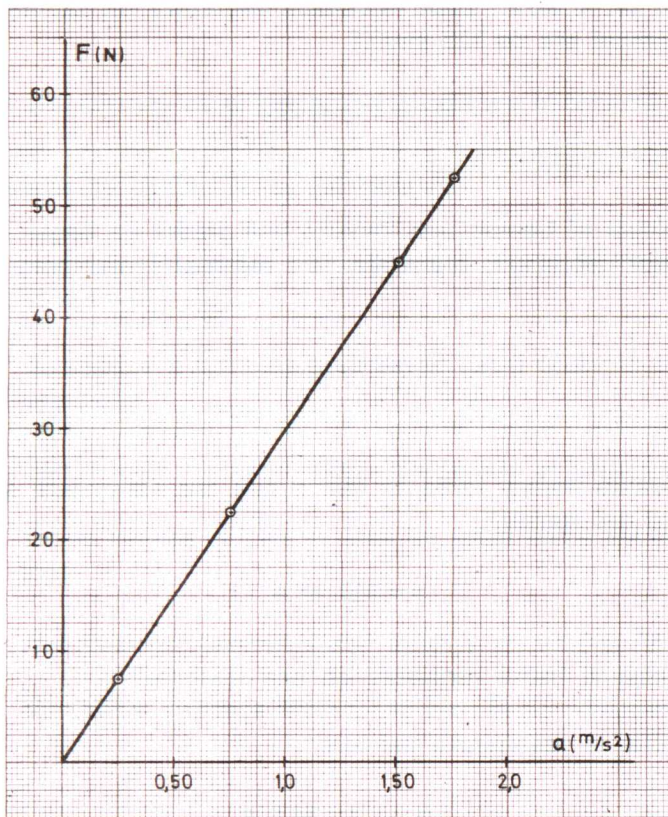


FIG. 8-2

$$m = \frac{F}{a} = \frac{7,5}{0,25} = 30,0 \text{ kg}$$

$$m = \frac{22,5}{0,75} = \frac{45}{1,5} = \frac{52,5}{1,75} = 30 \text{ kg}$$

8.4.2 Problemas con resultados

1.º Tenemos un cuerpo de 10 kilogramos sobre el cual actúan dos fuerzas concurrentes, perpendiculares entre sí, de 3 y 4 N, respectivamente. ¿Cuál es la aceleración que adquiere el cuerpo?

$$R \rightarrow a = 0,5 \text{ m/s}^2$$

2. Un avión vuela impulsado por una fuerza de 10 000 N, con una aceleración de 4 m/s^2 . ¿Qué distancia recorrerá en un minuto si la velocidad inicial era de 720 km/h?

$$R \rightarrow d = 19\,200 \text{ m}$$

3.º Calcula el tiempo que invierte una piedra en llegar al suelo si la dejas caer desde una altura de 44,1 metros. Tomar para g el valor $9,8 \text{ m/s}^2$.

$$R \rightarrow 3 \text{ s}$$

4.º ¿Cuánto tiempo tarda un objeto que cae libremente en alcanzar la velocidad del sonido?

$$v = 340 \text{ m s}^{-1}$$

¿Qué espacio habrá recorrido en ese instante?

Despreciar la resistencia del aire.

$$R \rightarrow t = 34,6 \text{ s}$$

$$h = 5\,866 \text{ m}$$

8.5 EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

Sigue las normas para las autoevaluaciones anteriores.

● Cuestiones de opción única (16 puntos):

1. Un muchacho va de pie en un autobús y éste frena bruscamente; entonces ocurre que:
 - A) Su cabeza y sus pies se mueven hacia adelante con la misma velocidad.
 - B) Sus pies se mueven hacia adelante más de prisa que su cabeza.
 - C) Es su cabeza la que va más de prisa hacia adelante que sus pies.
 - D) Sus pies se mueven hacia atrás y su cabeza hacia adelante.
 - E) Su cabeza va hacia atrás y los pies hacia adelante.

1

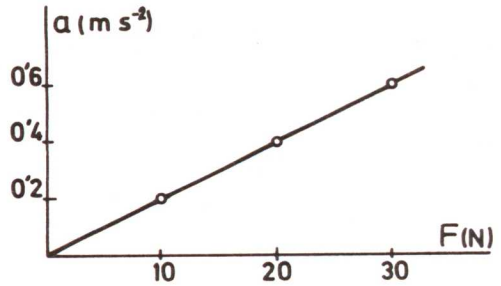
2. Un automóvil recorre con una velocidad uniforme una carretera lisa y horizontal. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones acerca de las fuerzas que actúan sobre el mismo es cierta?
 - A) La resultante de todas las fuerzas es cero.
 - B) La fuerza de empuje es mayor que la fuerza de rozamiento.
 - C) No actúa ninguna fuerza sobre el automóvil.
 - D) La fuerza de rozamiento es nula.
 - E) El peso del automóvil es menor que la fuerza de empuje.

2

3. Una partícula está acelerada por una resultante de fuerzas F . El gráfico adjunto nos presenta las aceleraciones frente a las fuerzas.

Luego la masa de esta partícula es:

- A) 18 kg
- B) 50 kg
- C) 5 kg
- D) 2 kg
- E) 0,02 kg



3

4. A un cuerpo de masa m_a le aplicas una fuerza F . A otro cuerpo de masa m_b le aplicas la misma fuerza, y resulta que $a_a = 2 a_b$; luego la masa m_a vale:

- A) m_b
- B) $2 m_b$
- C) $2 m_a$
- D) $m_b/2$

4

5. La relación entre dos masas es $m_a/m_b = 4$, y si les aplicamos fuerzas distintas de modo que $f_a/f_b = 4$, la relación entre sus aceleraciones a_a/a_b será igual a:

- A) 0
- B) 4
- C) $1/4$
- D) 1

5

6. Estás situado de pie sobre una barca en reposo. Si saltas de ella, la barca se mueve en la misma dirección que tú, pero en sentido contrario. Este hecho es una confirmación de:

- A) El principio de inercia.
- B) El principio de acción y reacción.
- C) El segundo principio de la dinámica.
- D) La ley de la Gravitación Universal.

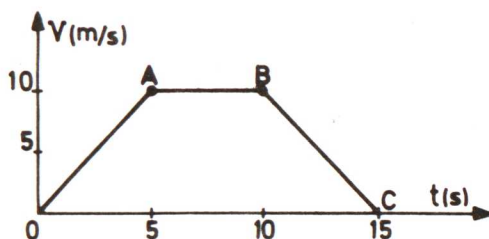
6

7. Una cierta fuerza produce una aceleración de 20 m/s^2 sobre un cohete de masa $2\,000 \text{ kg}$ que circula por el espacio. La misma fuerza en un cohete de masa $2\,500 \text{ kg}$ y en la misma región del espacio le producirá una aceleración de:

- A) 25 m/s^2
- B) 16 m/s^2
- C) 30 m/s^2
- D) 24 m/s^2
- E) 26 m/s^2

7

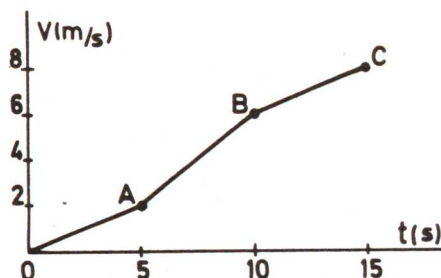
8. Un automóvil se ha movido de acuerdo con la gráfica adjunta. La fuerza resultante que actúa en cada tramo (considerando sólo el módulo) es la representada en la opción:



	<u>Tramo OA</u>	<u>Tramo AB</u>	<u>Tramo BC</u>
A)	F	F	F
B)	F	0	F
C)	0	F	0
D)	$2 F$	F	0
E)	F	0	$2 F$

8

9. Un automóvil se ha movido según la gráfica adjunta. Los módulos de las fuerzas que actúan en cada tramo son los representados en la opción:



	Tramo OA	Tramo AB	Tramo BC
A)	F	F	F
B)	F	2 F	3 F
C)	F	2 F	F
D)	0	F	0
E)	F	F/2	F

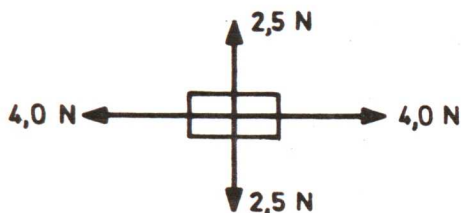
9

10. Un alpinista pesa, con un dinamómetro, un paquete en la superficie de la Tierra y en lo alto de una montaña. Encuentra:

- A) Que ambas medidas son iguales.
- B) Que pesa menos en lo alto de la montaña.
- C) Que pesa más en lo alto de la montaña.
- D) Que el dinamómetro se estira más en lo alto de la montaña que en la superficie terrestre.

10

11. Sobre un cuerpo de masa 2 kg actúan *únicamente* las fuerzas señaladas en la figura.



Para calcular su aceleración se hará de la siguiente forma:

- A) $4,0 \text{ N} = 2 \text{ (kg)} \cdot a$
- B) $2,5 \text{ N} = 2 \text{ (kg)} \cdot a$
- C) $(2,5 + 2,5 + 4,0 + 4,0) \text{ N} = 2 \text{ (kg)} \cdot a$
- D) $(2,5 - 2,5) \text{ N} = 0$; $(4,0 - 4,0) \text{ N} = 0$; $0 \text{ (N)} = 2 \text{ (kg)} \cdot a$

11

12. Si al carrito de la figura se le produce una aceleración de 1 m s^{-2} hacia la derecha, esto quiere decir que la fuerza de rozamiento entre el carrito y la mesa es de:

- A) 2 N a la derecha.
- B) Cero.
- C) 1 N hacia la izquierda.
- D) 2 N hacia la izquierda.



12

13. Un móvil de 10 kg de masa recorre con m.r.u.a. un espacio de 5 metros en 10 segundos. Luego la fuerza resultante aplicada es:

- A) 5 N
- B) 10 N
- C) 0,1 N
- D) 1 N

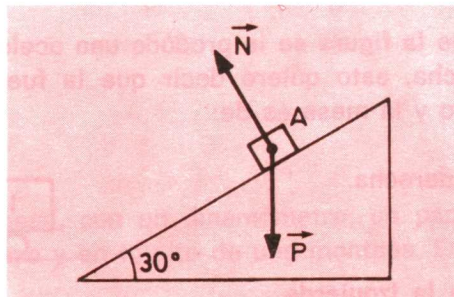
13

14. ¿Cuál de estos valores indica correctamente el valor aproximado de g en varios lugares del camino, entre la Tierra y la Luna? (valores en m/s^2):

	<i>Antes de salir de la Tierra</i>	<i>Un minuto des- pués de elevarse</i>	<i>En la zona de ingravidez</i>	<i>Sobre la Luna</i>
A)	9,8	9,8	1,5	1,5
B)	9,8	0,98	0	1,5
C)	9,8	20,5	1,5	1,5
D)	9,8	70	0	1,5
E)	9,8	0,015	2,5	0,815

14

15. Entre el cuerpo A y el plano inclinado se supone que no hay fuerzas de rozamiento. $\vec{P}$ representa el peso de A, y el cuerpo se mueve con velocidad uniforme hacia abajo, deslizándose por el plano. ¿Cuál de estas afirmaciones es la correcta?



- A) Se aplica al cuerpo A una fuerza paralela al plano y hacia abajo de módulo $P \cos 30^\circ$.
- B) Se aplica al cuerpo una fuerza paralela al plano y hacia arriba de módulo $P \cos 30^\circ$.
- C) Se aplica al cuerpo A una fuerza paralela al plano y hacia arriba de módulo $P \sin 30^\circ$.
- D) Se aplica al cuerpo A una fuerza en la misma dirección y sentido que el peso P , y su módulo vale $P \sin 30^\circ$.

15

● **Contestar cierto o falso (4 puntos):**

16. Cuando la suma de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo se anulan, el cuerpo se mueve con una aceleración constante. C ☐ F ☐
17. Cuando actúa una fuerza constante sobre un cuerpo, éste adquiere velocidad uniforme. C ☐ F ☐
18. Si sobre un móvil actúan dos fuerzas de igual módulo, la aceleración es nula. C ☐ F ☐
19. Masa de inercia y masa gravitatoria son conceptualmente iguales. C ☐ F ☐
20. El peso es una magnitud variable y escalar. C ☐ F ☐

8.6 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

1. C	6. B	11. D	16. F
2. A	7. B	12. C	17. F
3. B	8. B	13. D	18. F
4. D	9. C	14. B	19. F
5. D	10. B	15. C	20. F

Puntuación máxima que se puede alcanzar: 20 puntos.

Puntuación mínima indispensable para pasar a estudiar el tema siguiente: 16 puntos.

TEMA 9

OBJETIVOS

Trabajo. Potencia. Energía

- Escribir la expresión matemática de trabajo y demostrar de ella la unidad en el SI.
- Dadas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo y desplazamiento efectuado por éste, señalar las que efectúan trabajo y las que no lo realizan.
- Escribir la expresión matemática de potencia y demostrar de ella la unidad en el SI.
- Memorizar las expresiones matemáticas de energía cinética y de energía potencial.
- Enumerar distintas formas de energía con un ejemplo de cada una.
- Aplicar el principio de conservación de la energía a la resolución de cuestiones y problemas numéricos.
- Resolver cuestiones y problemas numéricos sobre trabajo, potencia y energía, en relación con cuerpos en movimiento o en reposo en las situaciones siguientes: a) sobre un plano horizontal; b) sobre un plano inclinado; c) en caída libre.

OBJETIVOS

- Escribir la expresión matemática del trabajo y deducir de ella la unidad en el SI.
- Dadas las fuerzas que actúan sobre un cuerpo y desplazamiento efectuado por éste, señalar las que efectúan trabajo y las que no lo realizan.
- Escribir la expresión matemática de potencia y deducir de ella la unidad en el SI.
- Memorizar las expresiones matemáticas de energía cinética y de energía potencial.
- Enumerar distintas formas de energía, con un mínimo de cuatro.
- Aplicar el principio de conservación de la energía a la resolución de cuestiones y problemas numéricos.
- Resolver cuestiones y problemas numéricos sobre trabajo, potencia y energía, en relación con cuerpos en movimiento o en reposo en las situaciones siguientes: a) sobre un plano horizontal; b) sobre un plano inclinado; c) en caída libre.

INDICE

9.1 CONTENIDOS BASICOS

9.2 ORIENTACIONES

9.2.1 Acerca del trabajo realizado por una fuerza constante

9.2.2 Acerca de las ecuaciones de dimensiones de trabajo, energía, potencia

9.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

9.4 EXPERIMENTO CASERO

9.5 EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

9.6 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

9.1 CONTENIDOS BASICOS

- Trabajo físico (T, D).
- Trabajo motor y trabajo resistente (T, D).
- Unidad de trabajo: el julio (T).
- Potencia (T).
- Unidades de potencia. El vatio y el caballo de vapor (T).
- Energía (T).
- Una unidad de energía: el kilovatio-hora (T).
- Energía cinética (T).
- Energía potencial (por desplazamiento o por deformación) (T).
- Principio de conservación de la energía mecánica (T).
- Formas de energía: Mecánica, calorífica, eléctrica, magnética, acústica, química, nuclear (T).
- Principio general de la conservación de la energía (T).

9.2 ORIENTACIONES

9.2.1 Acerca del trabajo realizado por una fuerza constante

De la lectura del punto 1.1 y 1.2 del texto habrás comprendido bien el concepto de trabajo, físicamente considerado. Desde un punto de vista elemental:

$$\text{Trabajo} = \text{Fuerza aplicada} \times \text{Espacio recorrido}$$

El trabajo es una magnitud escalar, es decir, que basta para determinar un número, seguido de su correspondiente unidad. Ahora bien, el trabajo es igual al producto de dos magnitudes vectoriales, ya que la fuerza es un vector, y el espacio recorrido es realmente el «desplazamiento» sufrido por el cuerpo, y ese desplazamiento es un vector, como muy bien recordarás, consultando la orientación del tema 3. (Entonces hacíamos la distinción entre trayectoria y desplazamiento.)

Pues bien, si

$$G = \vec{f} \cdot \vec{s}$$

es natural que en el resultado obtenido al multiplicar dos magnitudes vectoriales influya la dirección y el sentido de estas magnitudes, aunque la magnitud resultante no sea un vector. Vamos a verlo detenidamente:

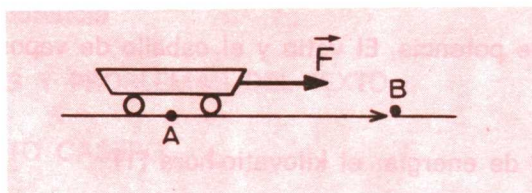


FIG. 9-1

1.º Imagina una vagoneta que se mueve sobre raíles (éstos marcarán la dirección del movimiento). Le aplicas una fuerza F de arrastre en la misma dirección y sentido del desplazamiento (fig. 9-1), de forma que la vagoneta, al cabo de un tiempo t , llega al punto B. Es evidente que en este caso el trabajo resultará positivo, a favor del movimiento; también se llama *trabajo motor*.

2.º Imagina que los raíles están muy viejos y las ruedas son rugosas en vez de lisas, de forma que en el contacto de ambos se establece una fuerza de resistencia que se opone al movimiento y que llamaremos $\vec{F}_R$ (sentido hacia la izquierda en la figura 9-2).

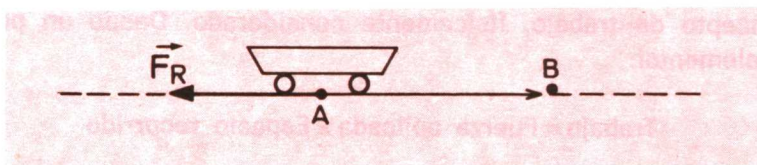


FIG. 9-2

La vagoneta, a pesar de esa fuerza $\vec{F}_R$, y debido a la velocidad de que está impulsada, se mueve en la misma dirección de los raíles, pero el sentido es hacia la derecha, llegando al cabo de un tiempo t a la posición B. Es evidente que el trabajo realizado por la vagoneta, en

este caso, es un *trabajo negativo*, también llamado *resistente*, porque la fuerza aplicada (F_R) se opone al movimiento.

3.º Consideremos ahora otro caso. La dirección de la fuerza aplicada sobre la vagoneta no es la misma que la dirección del desplazamiento, sino que forman entre sí un ángulo α .

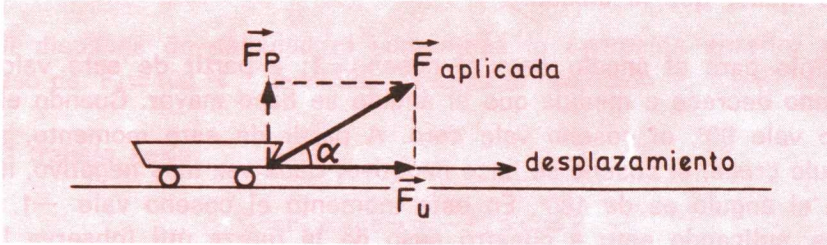


FIG. 9-3

De forma intuitiva puedes comprender que los efectos de esta fuerza sobre el movimiento de la vagoneta serán menos eficaces que en el caso 1.º considerado. Vamos a verlo razonadamente. La fuerza aplicada $\vec{F}_A$ podemos descomponerla en dos fuerzas componentes perpendiculares entre sí, y una de ellas en la dirección del desplazamiento, como indica la figura 9.3. Esta sería la fuerza útil, $\vec{F}_u$, ya que es la que verdaderamente actúa; la otra componente, $\vec{F}_p$, no puede actuar. Entonces el trabajo real que se obtiene es:

$$\mathcal{G} = F_{\text{útil}} \times s$$

¿Cuál es el valor de esta $\vec{F}_u$ en función de la $\vec{F}$ aplicada?

Vamos a recordar lo que es coseno de un ángulo, y su valor (figura 9-4).

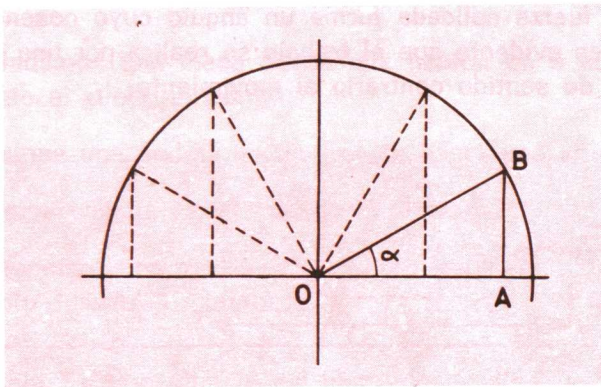


FIG. 9-4

$$\cos \alpha = \frac{OA}{OB} = \frac{\text{cateto triángulo OAB}}{\text{hipotenusa triángulo OAB}}$$

Dado que OA (cateto), sea cual fuere el ángulo α , será siempre menor que la hipotenusa, resulta que el coseno de un ángulo siempre será menor que la unidad.

Sólo para el ángulo cero el coseno = 1; a partir de este valor el coseno decrece a medida que el ángulo se hace mayor. Cuando el ángulo vale 90° , el coseno vale cero. A partir de este momento, si el ángulo crece, el coseno se hace negativo. Cada vez más negativo, hasta que el ángulo es de 180° . En este momento el coseno vale -1 . Así, pues, aplicando esto a nuestro caso de la fuerza útil (observa la figura 9-3), tendremos:

$$\cos \alpha = \frac{F_{\text{útil}}}{F_{\text{aplicada}}}$$

donde

$$F_{\text{útil}} = F_{\text{aplicada}} \cos \alpha$$

Dado que $\cos \alpha$ es siempre < 1 (a no ser que el ángulo fuese cero, en cuyo caso la fuerza y el desplazamiento tendrían la misma dirección), podemos deducir que la $F_{\text{útil}}$ será $<$ que la F_{aplicada} , y el trabajo realizado vendría dado por:

$$\mathcal{C} = F_A \cdot s \cos \alpha$$

4.º Si la fuerza aplicada forma un ángulo cuyo coseno es negativo (fig. 9-5), es evidente que el trabajo se realiza por una fuerza resistente, o sea, de sentido contrario al movimiento.

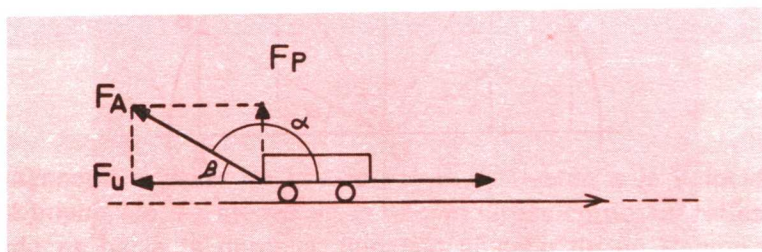


FIG. 9-5

α = ángulo formado por la fuerza aplicada con el desplazamiento

$$\cos \alpha = \frac{F_u}{F_A}$$

$$F_{\text{útil}} = F_A \cos \alpha = -F_A \cos \beta$$

Si dispones de calculadora comprueba la expresión anterior para el caso de $F_A = 100 \text{ N}$; $\alpha = 150^\circ$, siendo el resultado $F_u = -87 \text{ N}$.

El trabajo sería:

$$W = F_A s \cos \alpha = -F_A s \cos \beta$$

y estaría realizado por una fuerza que se opone al movimiento, como ocurre con las fuerzas de rozamiento; sería un trabajo resistente (lo que queda indicado por el signo negativo).

5.º Si la fuerza aplicada formase un ángulo de 90° con el desplazamiento, el trabajo realizado sería nulo, porque en este caso la proyección de la fuerza sobre el desplazamiento no existe.

Tal es el caso de una persona que transporta un saco de viaje muy pesado en un suelo horizontal, agarrándolo por su anilla. No realiza trabajo, desde el punto de vista físico, sólo está ejerciendo una fuerza para sostener el saco.

Podrías hacer ahora una pequeña recapitulación de lo que hemos visto tratando de contestar a las siguientes preguntas:

¿De qué tipo sería el trabajo realizado en los casos siguientes?

- a) Trasladamos una mesa desde una habitación a otra, siendo en todo momento el suelo horizontal.
- b) Llevamos una maleta verticalmente hasta una altura h .
- c) Dejamos caer la maleta desde la altura h .
- d) Mantenemos una piedra de 5 kg de masa a una altura de 1 metro sobre el suelo durante 5 minutos .

Advertencia: En la página 76 del texto, donde dice «Lección 5», debe decir «Tema 6».

Todos los demás apartados del texto, sobre este Tema 9, creemos que no tendrás dificultad alguna leyéndolos detenidamente.

Fíjate bien en las unidades de trabajo y de potencia y en sus interrelaciones, de forma que puedas ser capaz de manejarlas después sin dificultades.

9.2.2 Acerca de las ecuaciones de dimensiones de trabajo, energía, potencia

$$[W] = f \cdot s = m \cdot a \cdot s = MLT^{-2}L = ML^2T^{-2}$$

$$[E_p] = m \cdot g \cdot h = ML^2T^{-2}$$

$$[E_c] = \frac{1}{2}mv^2 = M(LT^{-1})^2 = ML^2T^{-2}$$

Observa que en esta última ecuación no figura el factor constante $\frac{1}{2}$ por carecer de dimensiones; de modo semejante procederemos en casos análogos.

9.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

● Problemas 1, 2, 3 y 4

Si has entendido el contenido del texto, puedes contestar perfectamente.

● Problema 5

Si entendemos en el enunciado que la frase «lanza un bloque de piedra» significa que el hombre da un empujón inicial al bloque para ponerlo en movimiento, entonces éste adquirirá una velocidad v y recorrerá los 10 m del desplazamiento, con movimiento rectilíneo y uniforme (fig. 9-6), cumpliéndose el primer principio de la dinámica.

Al no existir rozamiento:

a) No hay más fuerzas que la del peso $\vec{P}$ y la de reacción del plano $\vec{N}$, del mismo módulo que $\vec{P}$, sentido contrario. La resultante de ambas es nula.

b) El movimiento es rectilíneo y uniforme.

c) El trabajo es nulo:

$$\mathcal{G} = F \cdot s \cdot \cos 90^\circ = 200 \text{ N} \cdot 10 \text{ m} \cdot \cos 90^\circ = 0$$

d) No hay aumento ni disminución de energía cinética, ya que según:

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2$$

todos los factores del segundo miembro son constantes.

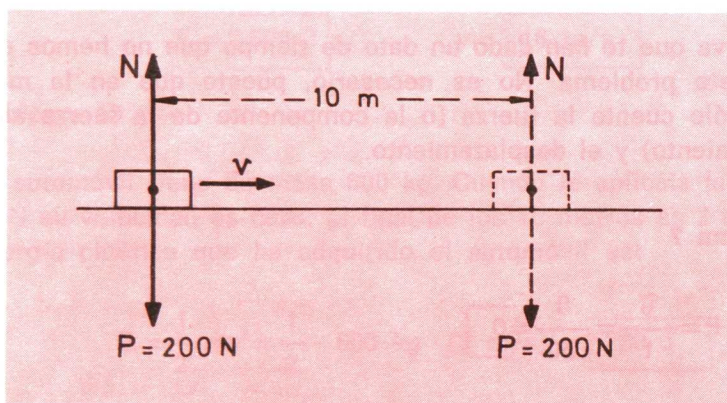


FIG. 9-6

● Problema 6

Te dicen que el peso de la vagoneta son 200 kp. Como sabes, esto no es unidad del SI. Si expresas el peso en el SI tendrás que emplear como unidad el N.

En el texto, página 77, tienes la equivalencia entre kp y N:

$$1 \text{ kp} = 9,81 \text{ N}$$

$$P = 200 \text{ kp} = 200 \text{ kp} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kp}} = 1,96 \cdot 10^3 \text{ N}$$

¿Cuál es la masa de la vagoneta expresada en el SI? También has estudiado que $P = mg$; luego:

$$m = \frac{P}{g} = \frac{1,96 \cdot 10^3 \text{ N}}{9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} = 2 \cdot 10^3 \text{ kg}$$

En consecuencia, si en algún caso te dan el peso en kp, ese número expresa la masa en kg, para un lugar donde $g=9,81 \text{ m/s}^2$, y sólo para este lugar.

$$a) \quad \mathcal{E} = f \cdot s = 100 \text{ N} \cdot 0 \text{ m} = 0$$

$$b) \quad \mathcal{E} = f \cdot s = 200 \text{ N} \cdot 10 \text{ m} = 2 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$$c) \quad \mathcal{E} = f \cdot s \cos \alpha = 400 \text{ N} \cdot 20 \text{ m} \cdot \cos 60^\circ = 4 \cdot 10^3 \text{ J}$$

Observa que te han dado un dato de tiempo que no hemos empleado en este problema. No es necesario, puesto que en la magnitud trabajo sólo cuenta la fuerza (o la componente de la fuerza sobre el desplazamiento) y el desplazamiento.

● Problema 7

$$a) \quad P = \frac{\mathcal{E}}{t} = \frac{0}{50} = 0$$

$$b) \quad P = \frac{\mathcal{E}}{t} = \frac{2 \cdot 10^3 \text{ J}}{10 \text{ s}} = 200 \text{ W}$$

$$c) \quad P = \frac{\mathcal{E}}{t} = \frac{4 \cdot 10^3 \text{ J}}{15 \text{ s}} = 266,7 \text{ W}$$

● Problema 8

La energía cinética es:

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2$$

Pon la masa en kg y la v en m/s, opera y el resultado es: 312 500 J.

$$1 \text{ kWh} = \underbrace{1\,000 \text{ W}}_{1 \text{ kW}} \cdot \underbrace{3\,600 \text{ s}}_{1 \text{ h}} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$$

$$312\,500\text{ J} \cdot \frac{1\text{ kWh}}{3,6 \cdot 10^6\text{ J}} = 0,0868\text{ kWh}$$

$$\text{Precio} = 0,0868\text{ kWh} \cdot 2\text{ ptas/kWh} = 0,17\text{ ptas.}$$

● Problema 9

Recuerda:

$$E_c = \mathcal{E} = f \cdot s = \frac{1}{2} mv^2$$

Los resultados son:

$$E_c = 2\,500\text{ J} ; \quad v = 3,16\text{ m/s}$$

● Problema 10

El automóvil tiene de masa 600 kg. Cuando le aplicáis la fuerza de 1 000 N su velocidad es cero; al final de los 10 metros es 3 m/s, luego la energía cinética que ha adquirido el automóvil es:

$$E_c = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \cdot 600\text{ kg} \cdot (3\text{ m/s})^2 = 2\,700\text{ J}$$

La fuerza que habéis aplicado es 1 000 N durante 10 m; por tanto, el trabajo realizado vale:

$$\mathcal{E} = 1\,000\text{ N} \cdot 10\text{ m} = 10\,000\text{ J}$$

Observa que el $\mathcal{E}$ efectuado es 10 000 J y la energía cinética adquirida por el automóvil es 2 700 J; luego el «trabajo perdido» vale:

$$10\,000\text{ J} - 2\,700\text{ J} = 7\,300\text{ J}$$

Esos 7 300 J, según el principio de conservación de la energía, estarán en forma de energía que no es cinética; pudiera ser energía calorífica, que aparece como consecuencia de los rozamientos entre el aire y la carrocería y entre las ruedas y el suelo.

● Problema 11

Busca en el texto energía potencial: Resultado $\rightarrow 1,18 \cdot 10^5\text{ J}$.

● Problema 12

Si no hay rozamiento, la energía potencial se transforma en cinética (figura 9-11 del texto):

$$E_p = \frac{1}{2} mv^2 = 1,18 \cdot 10^5 \text{ J}$$

El resultado es:

$$v = 34,4 \text{ m/s}$$

(Comprueba también este último resultado mediante la fórmula del apartado 8.2.3 de este Documento.)

● Problema 13

Fíjate que cuando está parado $E_c = 0$, es decir, $v_0 = 0$.

Al subir la cuesta, adquiere energía cinética y potencial, alcanzando la velocidad de $54 \text{ km/h} = 15 \text{ m/s}$ al llegar a lo más alto de la cuesta (punto B de la fig. 9-7).

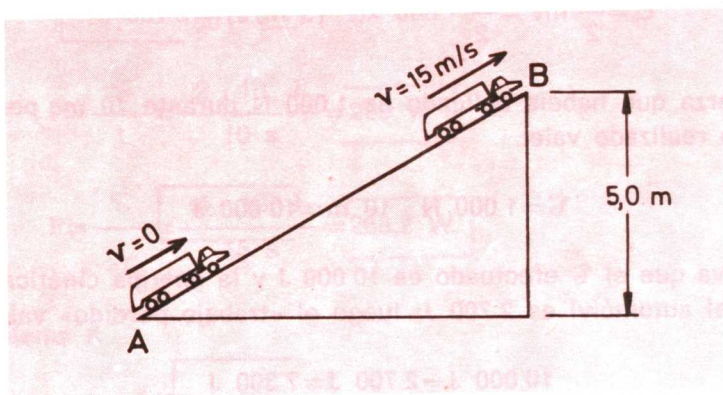


FIG. 9-7

La energía mecánica en el punto B será:

$$E_{\text{mecánica}} = E_c + E_p = \frac{1}{2} mv^2 + mgh = \frac{1}{2} 1\,000 \text{ kg} \cdot (15,0 \text{ m/s})^2 + 1\,000 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 5,0 \text{ m} = 1,6 \cdot 10^5 \text{ J}$$

● Problema 14

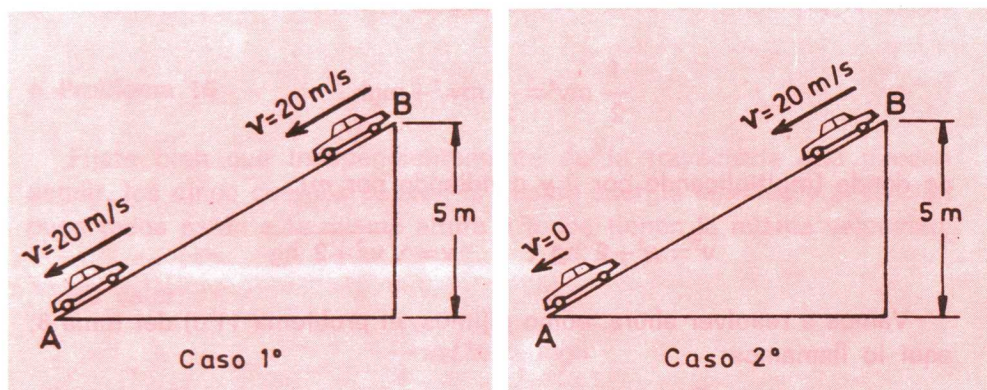


FIG. 9-8

1.º El problema pregunta primeramente qué energía mecánica ha perdido en el caso de que el automóvil llegue al punto A, después de haber descendido 5 m (fig. 9-8), con la velocidad constante de $72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$. Como esta velocidad permanece constante, la energía cinética también permanece constante.

Sólo pierde energía potencial:

$$E_p = m \cdot g \cdot h = 1\,200 \cdot 9,8 \cdot 5 = 5,9 \cdot 10^4 \text{ J}$$

2.º Si el comienzo del frenado lo hace desde el punto de partida (punto B de la figura 9-8), es decir, cuando lleva 20 m/s , antes de descender los 5 metros medidos verticalmente, es evidente que no sólo la pérdida de energía potencial, sino la de energía cinética inicial (puesto que en el punto A de llegada $v=0$) se habrá transformado una parte en energía térmica y la otra en energía de deformación y desgaste de piezas mecánicas:

$$E_c + E_p = 2,4 \cdot 10^5 + 0,59 \cdot 10^5 = 3,0 \cdot 10^5 \text{ J}$$

● Problema 15

Cuando se lanza el cuerpo con una velocidad v_0 desde una altura h , dicho cuerpo tiene energía cinética y potencial:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 + mgh$$

Cuando el cuerpo llegue al suelo, toda la energía es cinética. Aplicando el principio de conservación de la energía:

$$\frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} mv_0^2 + mgh$$

de donde (multiplicando por 2 y dividiendo por m):

$$v^2 = v_0^2 + 2 \, hg ; \quad v = \sqrt{v_0^2 + 2 \, hg}$$

Vamos a resolver ahora, como dijimos, el problema 11 c) del tema 8; aquí lo llamamos:

● Problema 15 bis

En lo alto (punto B de la fig. 9-9), el cuerpo tiene energía potencial $m \cdot g \cdot h$, siendo $h=4,9$ m.

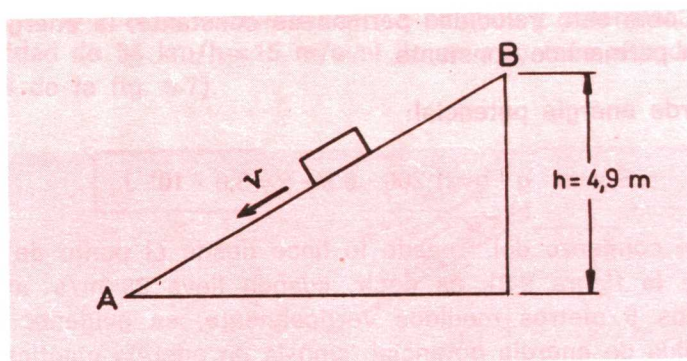


FIG. 9-9

1.º A lo largo del plano AB, y en caída sin rozamientos, la energía potencial se convierte en energía cinética, cumpliéndose:

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2, \quad \text{de donde: } v = \sqrt{2 \, gh} = 9,8 \text{ m/s}$$

2.º Pero en caída libre, verticalmente (BC), se cumple también que la velocidad debida a la altura (repasa el apartado 8.2.3 del tema 8 del Documento):

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = 9,8 \text{ m/s}$$

Por tanto, la velocidad en el punto de llegada, en ambos casos, es la misma.

● Problema 16

Fíjate bien que independientemente de la trayectoria que puedan seguir, los cinco cuerpos poseen la misma energía cinética y potencial, pues todos están a la misma altura y todos tienen la misma velocidad.

Su valor:

$$\frac{1}{2} m (20)^2 + mgh$$

Al llegar al suelo la energía es cinética:

$$\frac{1}{2} m 20^2 + mgh = \frac{1}{2} mv^2$$

por tanto, todos llegan con la misma velocidad.

9.4 EXPERIMENTO CASERO

OBJETIVO

Se trata de que efectúes unas medidas con el contador de la electricidad, que estará situado en tu casa o en la portería del edificio donde vives.

1. Observa el contador. Fíjate en la rueda que da vueltas, así como en las unidades de energía. Normalmente utilizan el kW-h, y se puede leer hasta la décima. Algunos indican los W-h de energía consumida por cada vuelta. Un contador de este tipo facilita mucho este experimento.

2. Cuando todos los aparatos que consumen energía eléctrica de tu casa estén desenchufados, la rueda del contador debe estar parada. Si no ocurre así, hay una avería.

3. Trata de medir el consumo de energía de los distintos aparatos eléctricos: televisor, radio, lavadora, estufa eléctrica, etc.

Por ejemplo, anota la hora en que enchufes el televisor junto con la indicación del contador; cuando lo apagues, anota la hora y lo que marca el contador. Si no ha habido otro aparato en funcionamiento, puedes calcular la potencia del televisor.

$$P = \frac{\text{Lectura final en kWh} - \text{lectura inicial en kWh}}{\text{Tiempo de funcionamiento en h}}$$

A lo largo de varios días puedes ir experimentando con la lavadora, friegaplatos, etc.

Anota cuidadosamente los resultados, fíjate bien los aparatos que funcionan y trata de construir una tabla en que ordenes las potencias de cada uno de ellos.

Compara tus resultados con las indicaciones de potencia que figuran en los libros de instrucción de los fabricantes.

9.5 EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

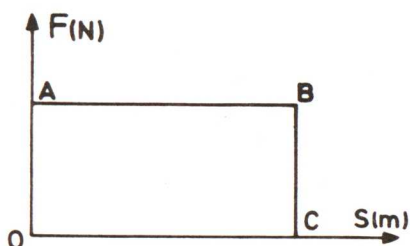
Para la realización de este ejercicio sigue las normas dadas en las autoevaluaciones anteriores. (Una excepción la encontrarás en la cuestión 4 de este ejercicio.)

● Cuestiones de opción única (14 puntos):

1. En la gráfica siguiente el área

OABC representa:

- A) El espacio recorrido.
- B) La velocidad del móvil.
- C) El trabajo realizado.
- D) La potencia consumida.



1

2. Un automóvil de masa 1 000 kg sube una rampa de 2 m de altura. El trabajo realizado vale, aproximadamente:

- A) 500 J B) 1 000 J C) 2 000 J D) 5 000 J E) 20 000 J

2

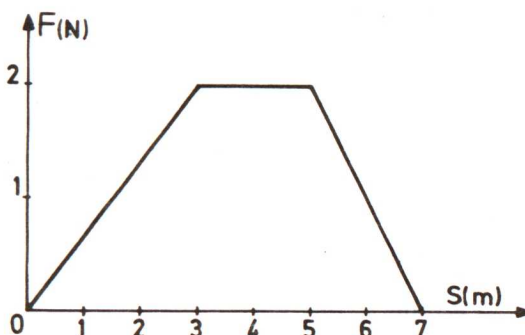
3. Una fuerza que actúa sobre una partícula produce un trabajo en ella. Si la partícula se mueve a lo largo de una recta paralela a la fuerza, y la relación entre la fuerza y la distancia es la que representa la figura adjunta, el trabajo producido es de:

A) $\frac{7-2}{2} \cdot 2 = 5 \text{ J}$

B) $2 \times 7 = 14 \text{ J}$

C) $\frac{2+7}{2} \cdot 2 = 9 \text{ J}$

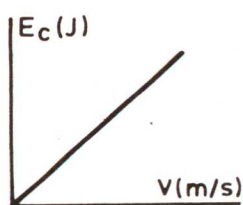
D) $\frac{2 \times 7}{2} = 7 \text{ J}$



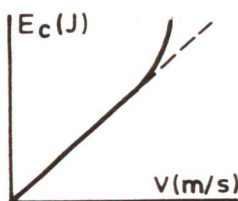
3

4. Consulta el texto: tema 9, punto 7.2, antes de proceder a la resolución de esta cuestión.

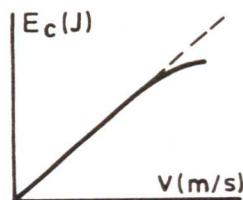
Una partícula inicialmente en reposo sobre una superficie horizontal recibe la acción de una fuerza constante en módulo y dirección. El gráfico correcto, si no hay otras fuerzas actuando sobre la partícula, debe ser:



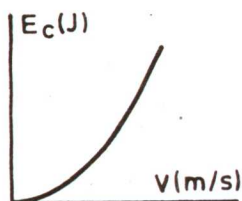
A)



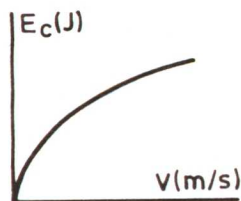
B)



C)



D)



E)

4

5. El peso de un hombre es 800 N. Si sube una escalera que tiene una altura vertical de 2 metros en un tiempo de 1 segundo, la potencia que desarrolla es de:

A) 1,6 kW B) 2 kW C) 3,2 kW D) 3 200 kW E) 1 600 kW

5

6. Un hombre (P) que pesa 1 000 N sube una escalera en 12 segundos, mientras que un hombre (Q) que pesa 750 N tarda 11 segundos en subir la misma escalera. La relación de potencias entre (P) y (Q) es:

A) 4/3 B) 11/9 C) 11/12 D) 9/11 E) 3/4

6

7. La energía necesaria para elevar un gran volumen de agua de un depósito a otro situado en lo alto de una montaña debería medirse en:

A) kWh B) kN C) GJ D) MW

7

8. Si la energía eléctrica cuesta 8 ptas. por kW-h, el coste de cocer un pollo durante media hora en una cocina eléctrica de 3 000 vatios es de:

A) 1 500 ptas. B) 12 ptas. C) 4 ptas. D) 60 ptas.

8

9. Un automóvil desarrolla una potencia de 150 kW cuando alcanza su velocidad límite de 50 m/s en una carretera horizontal. La fuerza retardatriz o resistencia que vence es de:

A) 3 N B) 3 000 N C) 300 N D) 7 500 N

9

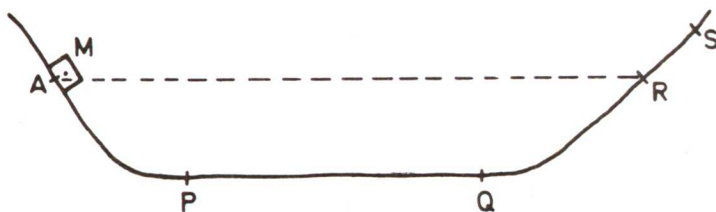
10. La energía potencial adquirida por un cuerpo viene dada por:

A) $\text{Masa}^2 + \text{altura recorrida}$.
B) $\text{Fuerza} \times (\text{g} + \text{altura recorrida})$.
C) $\text{Masa} \times \text{altura recorrida}^2$.
D) $(\text{Masa} + \text{altura recorrida})^2$.
E) $\text{Fuerza} \times \text{altura alcanzada}$.

10

11. En la figura adjunta se representa el perfil de un camino a lo largo del cual se desplaza el móvil M sin rozamiento. Respecto

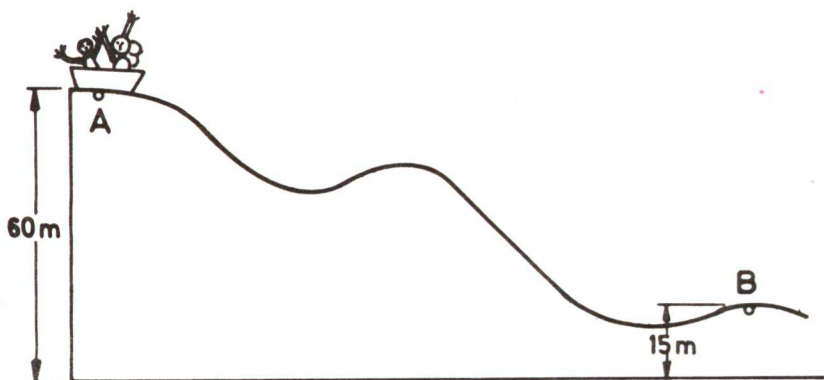
a la velocidad del móvil podemos decir todo lo que sigue, excepto una opción. Señala cuál:



- A) $v_Q > v_R$ B) $v_A = v_R$ C) $v_R > v_S$ D) $v_P > v_Q$

11

12. El carrito de la figura con un gran peso parte de A. Si no hay rozamientos, ¿cuál será su velocidad en B? ($g = 9,8 \text{ m s}^{-2}$):



- A) 34,3 m/s C) 30 m/s E) 294 m/s
B) 29,7 m/s D) 17 m/s

12

13. Un cuerpo cae libremente por la acción de la fuerza de gravedad. Si su velocidad es v cuando ha perdido una cantidad de energía potencial que llamaremos E_p , la masa del cuerpo, si observamos las dimensiones de las expresiones siguientes, es:

A) $\frac{v^2}{2g}$

C) $\frac{E_p}{g}$

E) $2 E_p g v^2$

B) $\frac{E_p g}{v^2}$

D) $\frac{2 E_p}{v^2}$

13

14. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es falsa? Cuando un muchacho salta hacia arriba:

A) Su energía potencial decrece.

B) Su energía cinética cambia.

C) Utiliza energía química.

D) Su potencia depende de su velocidad.

E) Realiza un trabajo para vencer a su peso.

14

● Cuestiones de emparejamiento (5 puntos):

¿Cuál de los siguientes cambios de de energía:

A) eléctrica a sonora,

B) cinética a potencial,

C) potencial a cinética,

D) química a calorífica,

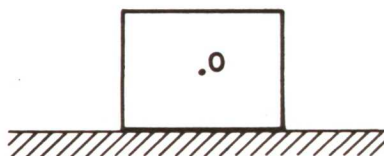
E) cinética a eléctrica,

ocurren más evidentemente en:

15. la caída de un cuerpo? ()
16. en la dinamo de una bicicleta? ()
17. en el auricular de un teléfono? ()
18. cuando estiramos una goma elástica? ()
19. en una vela encendida? ()

● **Análisis completo de una situación (9 puntos):**

Un hombre empuja una caja de 40 kg que estaba originariamente en reposo sobre una superficie horizontal, ejerciendo una fuerza paralela a dicha superficie de 113 N. La fuerza de resistencia o de rozamiento que se opone al movimiento es de 50 N.



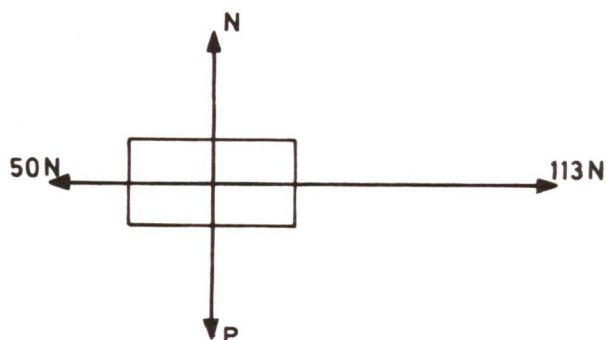
20. Representar en un esquema el diagrama de fuerzas.
21. La fuerza resultante vale
22. La aceleración de la caja es de
23. El desplazamiento de la caja a los dos segundos de empujarla es de
24. Su velocidad en este momento es de
25. La energía que el hombre ha suministrado a la caja a los dos segundos es de

26. La energía ganada por la caja en este tiempo es de
27. La energía perdida por calor entre caja y superficie es de
28. El valor de la suma de las energías calculadas en 26 y 27 equivalen al calculado en

9.6 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

- | | | | |
|------|-------|-------|-------|
| 1. C | 6. B | 11. D | 16. E |
| 2. E | 7. C | 12. B | 17. A |
| 3. C | 8. C | 13. D | 18. B |
| 4. D | 9. B | 14. A | 19. D |
| 5. A | 10. E | 15. C | |

20.



- 21. 63 N
- 22. $1,575\text{ m s}^{-2}$
- 23. $3,15\text{ m}$
- 24. $3,15\text{ m s}^{-1}$
- 25. 356 J
- 26. $198,5\text{ J}$
- 27. $157,5\text{ J}$
- 28. A 356 , o sea, el valor calculado en 25.

Puntuación máxima que se puede alcanzar: 28 puntos.

Puntuación mínima indispensable para pasar a estudiar el tema siguiente: 23 puntos.

TEMA 10

OBJETIVOS

- Enumerar las formas de energía que posee un cuerpo para explicar el concepto de **Energía térmica**.
- Escribir la relación matemática entre las anteriores formas y definir calor específico y su unidad en el SI.
- Aplicar la relación matemática anterior a la resolución de problemas numéricos que afecten a la ganancia o pérdida de calor de un cuerpo o al intercambio de energía entre dos cuerpos cuando se ponen en contacto a distintas temperaturas.

INDICE

10.1 CONTENIDOS BÁSICOS

10.2 ORIENTACIONES

10.2.1 Aspecto de la temperatura

10.2.2 Aspecto de la máquina de vapor

10.3 PREGUNTAS Y PROBLEMAS DEL TEXTO

10.4 EXPERIMENTO CASERO

10.5 EJERCICIO DE AUTOEVALUACIÓN

10.6 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACIÓN

OBJETIVOS

- Enumerar los factores de que depende la cantidad de calor que un cuerpo gana o pierde.
- Escribir la relación matemática entre los anteriores factores y definir calor específico y su unidad en el SI.
- Aplicar la relación matemática anterior a la resolución de problemas numéricos que afectan a la ganancia o pérdida de calor de un cuerpo o al intercambio de energía entre dos cuerpos puestos en contacto a distintas temperaturas.

INDICE

10.1 CONTENIDOS BASICOS

10.2 ORIENTACIONES

10.2.1 Acerca de la temperatura

10.2.2 Acerca de la máquina de vapor

10.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

10.4 EXPERIMENTO CASERO

10.5 EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

10.6 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

10.1 CONTENIDOS BASICOS

- Calor (T).
- Temperatura (D).
- Unidad de calor: el julio (T).
- Transformación de calor en trabajo y viceversa (T).
- Experimento de Joule (T).
- Máquina térmica (T).
- Máquinas de vapor o de combustión externa (T, D).
- Turbinas de vapor (T).
- Motores de combustión interna (T).
- Motor de cuatro tiempos (T).
- Motor Diesel (T).
- Rendimiento (T).

10.2 ORIENTACIONES

10.2.1 Acerca de la temperatura

Ya sabes que el concepto intuitivo de fuerza aparece a través de la sensación muscular. Así estamos capacitados para distinguir entre una fuerza grande y una pequeña. Lo que ya no podemos hacer con precisión es comparar dos fuerzas parecidas, e incluso nuestra apreciación depende de los esfuerzos que hayamos realizado anteriormente.

Cuando quieres medir fuerzas se recurre a un dispositivo que varía alguna de sus propiedades con la fuerza. Un muelle elástico se alarga cuando sobre él se aplica una fuerza; recuerdas que dentro de ciertos límites el alargamiento es directamente proporcional a la fuerza aplicada. Por esta razón dos fuerzas son iguales si producen el mismo alargamiento sobre el mismo muelle, y una fuerza es doble que otra

si el alargamiento que produce sobre un muelle es doble que el producido por la segunda.

Otros conceptos intuitivos que aparecen en los seres humanos son los de caliente y frío. Por medio del tacto somos capaces de discernir entre un cuerpo caliente y uno frío, es decir, a distinta temperatura. Pero tenemos que reconocer que el sentido del tacto es sumamente engañoso; dos cuerpos que estén casi a la misma temperatura no es posible determinar el más caliente con el uso de nuestro sentido. También habrás observado que un objeto metálico te produce mayor sensación de frío que uno de madera, aunque ambos estén a la misma temperatura.

Puesto que nuestros sentidos son engañosos y poco fiables, al igual que con las fuerzas, lo que se hace es buscar alguna propiedad que varíe con la temperatura. Afortunadamente, hay varias, aunque la más conocida es la *dilatación que sufren los cuerpos*. Los termómetros más conocidos usan la propiedad que tiene una columna de mercurio, confinada dentro de un tubo capilar (de diámetro muy pequeño), de dilatarse. Así, la columna de mercurio de un termómetro, puesto en contacto con un cuerpo que nuestro sentido del tacto clasifica como frío, tiene una cierta longitud. Si ese mismo termómetro lo ponemos en contacto con un cuerpo que nuestro sentido del tacto clasifica como caliente, la longitud de la columna de mercurio es mayor. Este dispositivo es mucho más fiable que el tacto. Fíjate bien que con el termómetro lo que hacemos es medir longitudes.

Con lo dicho hasta aquí no es suficiente para nuestro propósito de disponer de un instrumento —el termómetro— para medir temperaturas. Es necesario, además, usar una *escala de temperaturas*. De momento te basta saber que existen dos: la Celsius (también llamada centígrada) y la Kelvin. Se ha convenido que en estas escalas la temperatura del hielo fundente sea de 0 °C en la escala Celsius y 273,16 en la Kelvin, y que el vapor procedente del agua a ebullición, a la presión de una atmósfera, sea 100 °C y 373,16 K, respectivamente. Hay razones físicas para establecer estos números, aunque se salgan del contenido del curso.

Cada grado celsius o centígrado equivale a un grado kelvin. La escala Kelvin comienza en el llamado cero absoluto, que en la Celsius se corresponde con $-273,16^{\circ}$ C. En consecuencia, la relación entre ambas es:

$$\text{Temperatura en kelvin} = \text{Temperatura celsius} + 273,16$$

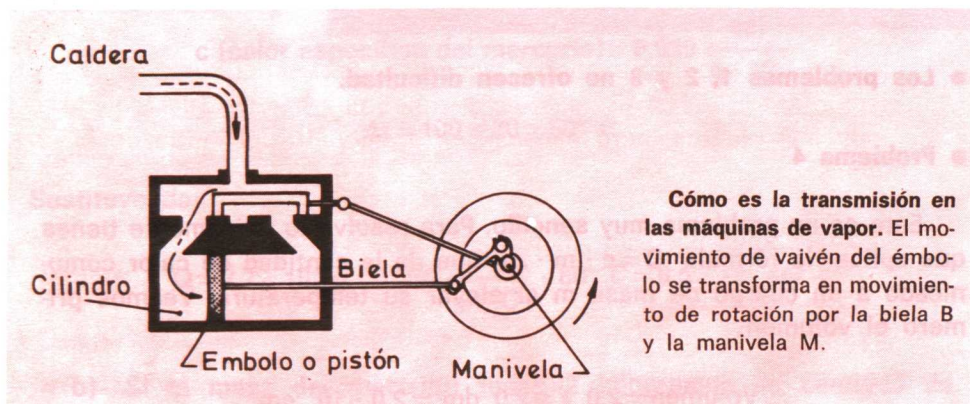
Al principio del texto habrás observado que la temperatura es una magnitud fundamental en el SI, y que su unidad es el kelvin.

El conocimiento profundo del concepto de temperatura, así como la relación entre ambas escalas, las razones que han llevado a elegir las son muy importantes, pero escapan del contenido del curso de Física y Química.

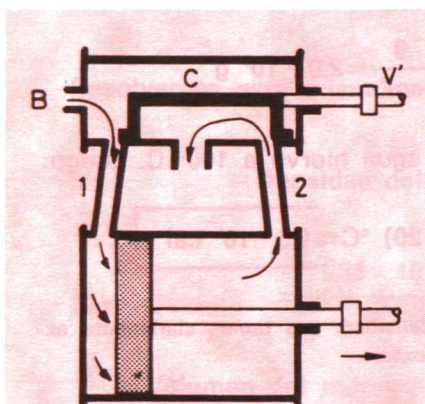
Sólo te hemos dado una pequeña iniciación para que sigas avanzando y estudiando. Sentimos que la Física no se pueda explicar linealmente, es decir, su forma de operar es dar ciertos conocimientos de forma precaria para poder avanzar; luego se retrocede y se afianzan los primitivos conceptos extendiendo nuestro conocimiento sobre ellos en profundidad, y con esta base más amplia y segura se avanza de nuevo y se progresa en el conocimiento. Pero a medida que este progreso ocurre, hay que retroceder para «atar» nuevos cabos. El avance en el conocimiento de los fenómenos físicos es tortuoso y en zig-zag; por esta razón alguien ha dicho que para saber bien la lección 5 de Física se necesita saber antes la 6.

Esto es difícil, y ya te lo advertimos al principio de este documento, pero cuando se empieza a comprender y a ver claro, el conocimiento de estas Ciencias resulta fascinante.

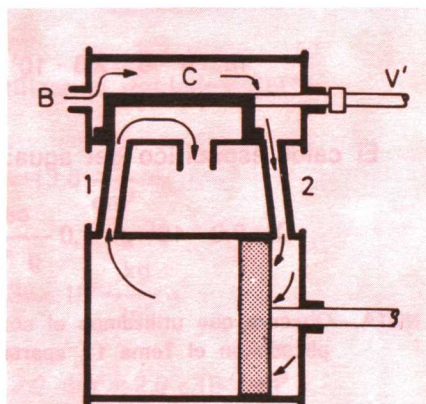
10.2.2 Acerca de la máquina de vapor



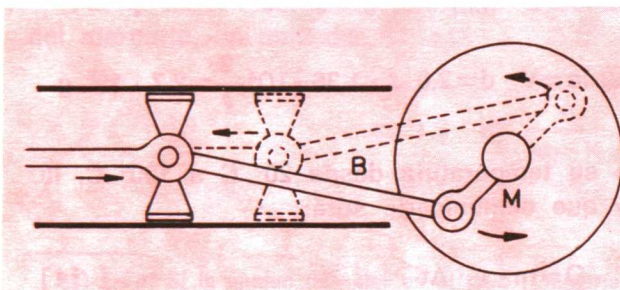
Funcionamiento de la caja de distribución de una máquina de vapor:



El vapor procedente de la caldera entra por B a la caja de distribución y por la tubería 1 llega a la parte superior del émbolo.



C) cierra el tubo 1 y abre el 2; el vapor actúa ahora sobre la cara inferior del émbolo. El vapor enfriado sale por 1 a la atmósfera, A.



La corredera C) goza de movimiento de vaivén transmitido por el vástago V' unido a una excéntrica solidaria con el volante de la máquina.

10.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

- Los problemas 1, 2 y 3 no ofrecen dificultad.

- Problema 4

Este es un problema muy sencillo. Para resolverlo únicamente tienes que aplicar la fórmula $Q = c \cdot m \cdot \Delta t$, que da la cantidad de calor comunicado a un cuerpo de masa m al elevar su temperatura. Veamos primero el volumen:

$$\text{Volumen} = 2,0 \text{ } \ell = 2,0 \text{ dm}^3 = 2,0 \cdot 10^3 \text{ cm}^3$$

Como el cuerpo es agua, cuya densidad es 1 ($m = V \cdot d$), la masa de agua en gramos será:

$$m = V \cdot d = 2,0 \cdot 10^3 \text{ cm}^3 \cdot 1,0 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 2,0 \cdot 10^3 \text{ g}$$

El calor específico del agua: $c = 1$. El agua hierve a 100°C . Luego:

$$Q = 2,0 \cdot 10^3 \text{ g} \cdot 1,0 \frac{\text{cal}}{\text{g } ^\circ\text{C}} (100 - 20) ^\circ\text{C} = 1,6 \cdot 10^5 \text{ cal}$$

NOTA.—Observa que utilizamos el concepto de densidad, que tienes claramente explicado en el Tema 11, apartado 2, del texto.

- Problema 5

Vamos a resolverlo, en primer lugar, empleando unidades que no son del SI:

$$\text{a) Densidad del mercurio} = 13,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = \frac{13,6 \text{ g}}{10^{-3} \text{ } \ell} = 1,36 \cdot 10^4 \frac{\text{g}}{\ell}$$

$$\text{Masa de 2 litros de mercurio} = V \cdot d = 2,0 \text{ } \ell \cdot 1,36 \cdot 10^4 \frac{\text{g}}{\ell} = 2,7 \cdot 10^4 \text{ g}$$

Para que esta masa eleve su temperatura desde 20°C a 100°C , la cantidad de calor que hay que comunicarle será:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t \quad [1]$$

donde

$$c \text{ (calor específico del mercurio)} = 0,030 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}}$$

$$\Delta t = 100 - 20 = 80^\circ \text{ C}$$

Sustituyendo:

$$Q = 2,7 \cdot 10^4 \text{ g} \cdot 0,030 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 80^\circ \text{ C} = 6,5 \cdot 10^4 \text{ cal}$$

b) Si la masa del mercurio fuese 2 kilogramos, la cantidad de calor sería:

$$Q' = 2,0 \cdot 10^3 \text{ g} \cdot 0,030 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot 80^\circ \text{ C} = 4,8 \cdot 10^3 \text{ cal}$$

Resolvemos este mismo problema utilizando unidades SI (*):

$$\text{a')} \quad \text{Densidad del mercurio} = 13,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} =$$

$$= \frac{1,36 \cdot 10^{-2} \text{ kg}}{10^{-6} \text{ m}^3} = 1,36 \cdot 10^4 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\text{Volumen del mercurio} = 2,0 \text{ l} = 2,0 \text{ dm}^3 = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

Luego la masa del mercurio será:

$$m = V \cdot d = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 1,36 \cdot 10^4 \text{ kg/m}^3 = 27 \text{ kg}$$

Por la tabla I del texto (tema 10) sabemos que el calor específico del mercurio, en unidades SI, es:

$$c = 1,2 \cdot 10^2 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

(*) En el SI la unidad de calor es el *julio* (1 caloría = 4,18 julios).

En cuanto a Δt , que es $100 - 20 = 80^\circ$, no es preciso pasar las temperaturas centígradas a temperaturas kelvin, por tratarse de una diferencia de temperaturas. Verás:

$$\left. \begin{array}{l} 100^\circ \text{ C} = (100 + 273) \text{ K} = 373 \text{ K} \\ 20^\circ \text{ C} = (20 + 273) \text{ K} = 293 \text{ K} \end{array} \right\} 373 - 293 = 80 \text{ K}$$

Sustituyendo en [1]:

$$Q = 27 \text{ kg} \cdot 1,2 \cdot 10^2 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 80 \text{ K} = 2,6 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Fíjate que hubieras logrado este resultado en julios, a partir del calculado anteriormente en calorías, teniendo en cuenta que $1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$.

Entonces:

$$6,5 \cdot 10^4 \text{ cal} \cdot 4,18 \frac{\text{J}}{\text{cal}} \approx 2,6 \cdot 10^5 \text{ J}$$

b') De la misma forma, tú puedes calcular Q' en julios.

● Problema 6

Para resolver este problema tendrás que calcular el calor necesario que te piden en tres fases.

- Calor que necesita el hielo para pasar de -10° a 0° C .
- Calor que necesita el hielo para fundir.
- Calor que necesita el agua (procedente del hielo fundido) para pasar de 0° C a 80° C .

Veamos cómo:

$$\text{a)} \quad Q_1 = mc\Delta t_1; \quad \text{donde } m = 50 \text{ g} = 0,050 \text{ kg}$$

$$c = \text{calor específico del hielo} = 2,10 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$\Delta t = [0 - (-10)] \text{ K} = 10,0 \text{ K}$$

Luego:

$$Q_1 = 0,500 \text{ kg} \cdot 2,10 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 10,0 \text{ K} = 1,05 \cdot 10^4 \text{ J}$$

b) El calor que necesita 1 g de hielo para fundir (lo da el problema como dato) es 80,0 cal. Este valor en julios sería:

$$Q_2 = 80,0 \text{ cal} = 80,0 \text{ cal} \cdot 4,18 \frac{\text{J}}{\text{cal}} = 334 \text{ J (por cada gramo)}$$

Luego los 0,500 kg necesitarán:

$$0,500 \text{ kg} \cdot 3,34 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}} = 1,67 \cdot 10^5 \text{ J} = Q_2$$

c) El calor que necesitan 0,500 kg de agua (procedente del hielo fundido) para pasar de 0° C a 80° C será:

$$Q_3 = 0,500 \text{ kg} \cdot c \Delta t$$

donde c = calor específico del agua. Este calor en unidades del SI es (tabla I del texto):

$$4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Luego:

$$Q_3 = 0,500 \text{ kg} \cdot 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} (80 - 0) \text{ K} = 1,7 \cdot 10^5 \text{ J}$$

Entonces, el calor total necesario será:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0,105 \cdot 10^5 + 1,67 \cdot 10^5 + 1,7 \cdot 10^5 = \boxed{3,5 \cdot 10^5 \text{ J}}$$

● Problema 7

a) Cantidad de calor cedida por el agua caliente a la fría:

$$Q_1 = m_1 c \Delta t$$

donde

$$m_1 = \text{masa del agua caliente} = 200 \text{ g} = 0,200 \text{ kg}$$

$$c = \text{calor específico del agua} = 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$\Delta t = (70 - 40) \text{ K} = 30 \text{ K}$$

Luego:

$$Q_1 = 0,200 \text{ kg} \cdot 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 30 \text{ K} = 2,5 \cdot 10^4 \text{ J}$$

b) Cantidad de calor que ha tomado el agua fría.

Sigue el mismo razonamiento que en a) y obtendrás:

$$Q_2 = m_2 c (\Delta t)' = 0,300 \text{ kg} \cdot 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} (40 - 20) \text{ K} = 2,5 \cdot 10^4 \text{ J}$$

c) Habrás obtenido el mismo resultado que en el a). Es decir, que esto te llevará a establecer:

$$\begin{aligned} &\text{cantidad de calor cedida por el agua caliente} = \\ &= \text{cantidad de calor tomada por el agua fría} \end{aligned}$$

d) Cálculo del calor cedido por el agua caliente:

$$Q_1' = 0,200 \text{ kg} \cdot 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} (70 - 39) \text{ K} = 2,6 \cdot 10^4 \text{ J}$$

Cálculo del calor tomado por el agua fría:

$$Q_2' = 0,300 \text{ kg} \cdot 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} (39 - 20) \text{ K} = 2,4 \cdot 10^4 \text{ J}$$

e) Ahora:

$$Q_1' \neq Q_2'$$

El agua fría toma una cantidad de calor menor que aquella que le fue cedida.

Parte de esa energía térmica puede ser absorbida por el recipiente que contiene el agua fría, y también pueden existir pérdidas de calor por radiación al medio ambiente.

● Problema 8

Supongamos que no hay pérdidas de calor, puesto que el problema nada dice de ello. Entonces:

calor cedido por el hierro = calor ganado por el agua

$$\text{calor cedido por el hierro} = m \cdot c \Delta t$$

$$m = \text{masa de hierro} = 80 \text{ g} = 0,0800 \text{ kg}$$

$$\Delta t = (100 - 21,4) \text{ K} = 78,6 \text{ K}$$

c = calor específico buscado

Luego:

$$Q = 0,0800 \text{ kg} \cdot 78,6 \text{ K} \cdot c = 6,29 \text{ kg K} \cdot c$$

Ahora calculemos el calor ganado por el agua:

$$Q = m'c'(\Delta t)'$$

$$m' = \text{masa de agua} = 0,500 \text{ kg}$$

$$c' = \text{calor específico del agua} = 4,18 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

$$(\Delta t)' = (21,4 - 20,0) \text{ K} = 1,4 \text{ K}$$

Luego:

$$Q = 0,500 \cdot 4,18 \cdot 10^3 \cdot 1,4 = 2,9 \cdot 10^3 \text{ J}$$

Igualemos ahora los calores y despejamos el calor específico del hierro, que es lo que buscamos:

$$6,29 \text{ kg K} \cdot c = 2,9 \cdot 10^3 \text{ J}$$

$$c = \frac{2,9 \cdot 10^3 \text{ J}}{6,29 \text{ kg K}} = 4,6 \cdot 10^2 \text{ J/kg K}$$

● Problema 9

Podrás contestarlo por ti mismo.

● Problema 10

$$E = \frac{1}{2} mv^2$$

donde m = masa del camión = $30 \text{ t} = 3,0 \cdot 10^4 \text{ kg}$; $v = 72 \text{ km/h}$, que has de poner en unidades SI. Tú debes hacerlo; comprobarás que $v = 20 \text{ m/s}$. Entonces:

$$E = \frac{1}{2} 3,0 \cdot 10^4 \text{ kg} (20 \text{ m/s})^2 = 6,0 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Como esta energía se transforma en calor en el rozamiento del frenado, diríamos que $6,0 \cdot 10^6 \text{ J}$ es el calor producido en el frenado. Como te pide el resultado en calorías:

$$\text{calor producido en el frenado} = 6,0 \cdot 10^6 \text{ J} = 6,0 \cdot 10^6 \cdot 0,24 \frac{\text{cal}}{\text{J}}$$

$$Q = 1,4 \cdot 10^6 \text{ cal}$$

● Problema 11

La energía de la roca antes de caer es energía potencial, debida a su altura:

$$E_p = mgh$$

Pon las unidades en el SI y aplica la fórmula; si lo haces bien, obtendrás:

$$E_p = 5,9 \cdot 10^6 \text{ J}$$

Suponiendo que toda esta energía se transforme en calor, expresada en calorías es: $1,4 \cdot 10^6$ cal. (Recuerda: $1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$.)

● Problema 12

No explicamos este problema porque consideramos que su nivel es excesivo para 2.º de BUP.

● Problema 13

a) El problema dice que consume 8 litros por cada 100 kilómetros. Luego lo único que tienes que hacer es expresar ese volumen de gasolina en kg. Para ello:

$$m = V \cdot d$$

$$\text{densidad} = 0,72 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 0,72 \frac{10^{-3} \text{ kg}}{10^{-6} \text{ m}^3} = 7,2 \cdot 10^2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\text{volumen} = 8,0 \text{ l} = 8,0 \text{ dm}^3 = 8,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

Sustituyendo:

$$m = 8,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 7,2 \cdot 10^2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 5,8 \text{ kg}$$

b) El poder calorífico de la gasolina (*) es: $11\,000 \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$; en $\frac{\text{J}}{\text{kg}}$ es:

$$11 \cdot 10^6 \cdot 4,18 \frac{\text{J}}{\text{kg}} = 4,6 \cdot 10^7 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Entonces:

$Q = \text{calor producido en la combustión total} =$

$$= 4,6 \cdot 10^7 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \cdot 5,8 \text{ kg} = 2,7 \cdot 10^8 \text{ J}$$

(*) Poder calorífico de un combustible es la cantidad de calor, en julios, producido en la combustión de 1 kg del combustible.

$$c) \quad \mathcal{E} = F \cdot s \quad ||| \quad F = 60,0 \text{ kp} = (60 \times 9,81) \text{ N} = 589 \text{ N}$$

$$s = 100 \text{ km} = 10^5 \text{ m}$$

$$\mathcal{E} = 589 \text{ N} \cdot 10^5 \text{ m} = 589 \cdot 10^5 \text{ J} = 5,89 \cdot 10^7 \text{ J}$$

$$d) \quad R = \frac{\mathcal{E}}{Q} = \frac{5,89 \cdot 10^7 \text{ J}}{2,7 \cdot 10^8 \text{ J}} = 0,22 = 22 \%$$

● Problema 14

Creemos que este problema podrás hacerlo sin ayuda. Las soluciones correctas son:

$$a) \quad 6,48 \cdot 10^9 \text{ J}$$

$$b) \quad 6,27 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

$$c) \quad 0,103 = 10,3 \%$$

● Problema 15

Comprueba que lo has hecho bien, con los siguientes resultados:

$$a) \quad 2,78 \text{ cm}^3/\text{s}$$

$$b) \quad Q/s = 92 \cdot 10^3 \text{ J/s}$$

$$c) \quad \text{Potencia} = 30,0 \text{ CV} \cdot 0,735 \text{ kW/CV} = 22,1 \text{ kW}$$

$$d) \quad R = 0,24 = 24 \%$$

● Problema 16

$$a) \quad R = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

$$T_1 = (210 + 273) \text{ K} = 483 \text{ K} ; \quad T_2 = (100 + 273) \text{ K} = 373 \text{ K}$$

$$T_1 - T_2 = 210 - 100 = 110 \text{ K} ; \quad 483 \text{ K} - 373 \text{ K} = 110 \text{ K}$$

$$R_a = \frac{110}{483} = 0,23 = 23 \%$$

$$b) \quad R_b = 0,31 = 31 \%$$

$$c) \quad R_c = 0,53 = 53 \%$$

10.4 EXPERIMENTO CASERO

MATERIAL

- Monedas de 5 pesetas o de 25 pesetas.
- Dos vasos de plástico de distinto tamaño.
- Un colador metálico.
- Un termómetro clínico.

OBJETIVO

El objetivo de este experimento es medir aproximadamente el calor específico de las monedas.

MODO DE PROCEDER

Uno de los vasos de plástico, el más pequeño, va introducido en el más grande. Con el fin de reducir en lo posible las pérdidas de energía calorífica, rellena con papeles o con plástico poroso (de los que se usan en cojines).

Has de manejar el termómetro clínico con sumo cuidado.

Pon a calentar agua en una cacerola. Dentro del colador pon las monedas e introduce todo en el agua.

Mientras se realiza esa operación, en el vaso pequeño pon agua templada a unos 36°C (agua templada al tacto). Pon mucha atención, pues si el agua está muy caliente, puedes romper el termómetro; por esta razón, introdúcelo con cuidado; si ves que se eleva la columna de mercurio muy rápidamente, saca el termómetro del agua. Espera un poco hasta que se enfríe el agua.

Un momento antes de echar las monedas en el vaso, registra la temperatura del agua (t_i) y retira el termómetro. Saca las monedas del agua, que debe llevar un rato hirviendo (el colador permite escurrir el agua), y añade las monedas sobre el vaso, y a continuación mete el termómetro, agita y registra la temperatura (t_f).

En el calorímetro has puesto 100 gramos de agua (*), y la masa de las monedas la conoces (mira el experimento del tema 7).

Calor ganado por el agua:

$$Q = mc\Delta t = 0,1 \text{ kg} \cdot 4180 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} (t_F - t_i)$$

Calor perdido por las monedas:

$$Q = m'c'\Delta t'$$

Fíjate:

$$\Delta t' = t_{\text{ebullición agua}} - t_F$$

¿Cuál es la temperatura de ebullición del agua?

El día que hagas el experimento, lee en el periódico la presión atmosférica, y por medio de la siguiente tabla deduce la temperatura de ebullición:

Presión (mm Hg)	Temperatura (°C)
760	100
707	98
658	96
611	94

Igualarás las dos expresiones que dan el calor perdido por las monedas y el calor ganado por el agua, y despejarás el calor específico de las monedas.

(*) Para medir 100 cm³ de agua puedes utilizar, p. ej., un biberón graduado de los que expenden en farmacias.

10.5 EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

Sigue las normas que se dieron para la resolución y corrección de los ejercicios de autoevaluación anteriores.

● Cuestiones de opción única (16 puntos):

1. El calor específico de una sustancia es la energía necesaria para calentar:

- A) A 1°C
- B) 1 kg de agua a 1°C
- C) Un cuerpo a 1°C
- D) 1 kg de algo a 1 K
- E) Un peso igual de agua a 1 K

1

2. Un bloque de metal X, que está a 0°C y tiene una masa m , se pone en contacto con otro bloque de metal Y, de masa $2m$ y que se encuentra a 100°C . Tiene lugar la transmisión de calor de uno al otro hasta alcanzar el equilibrio térmico los dos bloques a 20°C . Si los calores específicos son c_x y c_y respectivamente, la relación entre los mismos es de:

- A) $c_x = 8 c_y$
- B) $c_x = 4 c_y$
- C) $c_x = 2 c_y$
- D) $c_x = 1/2 c_y$
- E) $c_x = 0,25 c_y$

2

3. Un automóvil de 900 kg de masa lleva una velocidad de 90 km/hora y frena hasta quedar parado. Si su energía cinética, por efecto del frenado, se transforma totalmente en calor, éste es:

- A) $5 \cdot 10^2 \text{ kJ}$
- B) $4,5 \cdot 10^4 \text{ J}$
- C) $7,3 \cdot 10^3 \text{ J}$
- D) 1,7 kJ
- E) $2,8 \cdot 10^5 \text{ J}$

3

4. Un calentador de inmersión tiene una potencia de 1000 vatios. Se introduce en un calorímetro, junto con 100 g de agua líquida y 100 g de hielo, siendo la temperatura del conjunto 0°C . Al cabo de 50,2 s, se ha fundido todo el hielo y la temperatura sube de 0° a 20°C . El calor específico del agua es $4,2 \cdot 10^3 \text{ J/kg K}$. Con estos datos, calcular el calor de fusión del hielo, que es:

- A) 200 J/kg C) $2,25 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$ E) $3,34 \cdot 10^5 \text{ J/kg}$
 B) $3,5 \cdot 10^4 \text{ J/kg}$ D) $1,88 \cdot 10^4 \text{ J/kg}$

4

5. El calor específico del agua es $4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$, y el del hierro es $0,45 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$. A masas iguales de hierro y agua se les suministra la misma cantidad de energía. Si no hay cambios de estado, la elevación de la temperatura para ambos cuerpos es:

- A) Mayor en el hierro que en el agua.
 B) Igual en el hierro que en el agua.
 C) Menor en el hierro que en el agua.
 D) No lo podemos contestar correctamente, puesto que no conocemos las temperaturas iniciales del agua y del hierro.

5

6. Se ponen en contacto 800 gramos de plata, cuyo calor específico es de $2,4 \times 10^2 \text{ J/kg K}$ a 120°C y 600 gramos de aluminio, de calor específico $8,7 \times 10^2 \text{ J/kg K}$ a 50°C . La temperatura final es de:

- A) 120°C C) $68,8^{\circ}\text{C}$ E) $63,9^{\circ}\text{C}$
 B) 50°C D) 85°C

6

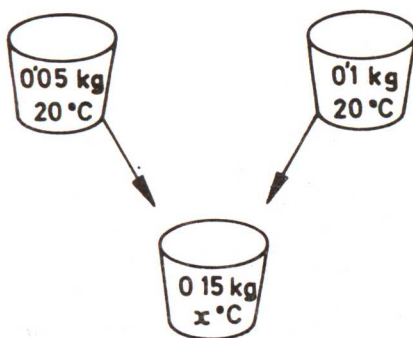
7. 1 kg de aceite a 40°C se vierte en un recipiente que contiene la misma masa de aceite a 10°C , y la temperatura de la mezcla resultante es de 20°C . Si el calor específico del aceite es de 2 kJ/kg K y la pérdida de calor al aire despreciable:

- A) El calor cedido por el aceite caliente es de 20 kJ .
- B) El calor ganado por el aceite frío es de 20 kJ .
- C) El recipiente toma mucho más calor que 1 kg de aceite.
- D) El calor perdido por el aceite frío es de 40 kJ .

7

8. Dos recipientes que contienen agua, tal como se indica en la figura adjunta, se mezclan, y la temperatura final será:

- A) 40°C
- B) 20°C
- C) $46,6^{\circ}\text{C}$
- D) $45,5^{\circ}\text{C}$



8

9. Dos cuerpos, que tienen la misma energía térmica, pero el primero tiene más temperatura que el segundo, se ponen en contacto y ¿qué ocurre?

- A) Nada, porque tienen la misma energía térmica.
- B) Que pasa calor del primero al segundo, aumentando la energía del segundo.

- C) Aumenta la temperatura de ambos.
E) Disminuye la temperatura de ambos.

9

10. El agua tiene un calor específico que aproximadamente es doble que el del alcohol. Se mezclan, por una parte, masas iguales de agua que están a 50°C y 30°C ; por otra, masas iguales de alcohol que están también a 50° y 30° . Las temperaturas de equilibrio de la mezcla de agua y de la mezcla de alcohol son:

- A) Iguales.
B) Doble la del agua que la de alcohol.
C) Mitad la del agua que la del alcohol.
D) No se puede saber mientras no conozcamos las masas que se mezclan.

10

11. En el fondo de un cilindro de 20 cm de altura están situados 0,1 kg de perdigones de plomo. El calor específico de este material es $1,2 \cdot 10^2 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$.

Si al cilindro se le da la vuelta, los perdigones caen de una base del cilindro a la otra. Admitimos que la pérdida de energía potencial se emplea *exclusivamente* en aumentar la temperatura de los perdigones. Para elevar la temperatura de los mismos en 2°C se necesita voltear un número de veces igual a:

- A) 1 B) 10 C) 100 D) 120

(puedes tomar $g = 10 \text{ m/s}^2$).

11

12. El retorno del pistón de una máquina de vapor simple se debe:
- A) A la presión del aire exterior.
B) A la inercia de la rueda a la que está acoplada.

- C) A la reducción de la presión del vapor cuando se condensa.
D) A la caída de presión producida por el aire comprimido al otro lado del pistón.

12

13. De los cuatro tiempos del motor de explosión, el único que produce trabajo es el de:

- A) Admisión.
B) Comprensión.
C) Expansión.
D) Escape.

13

14. El rendimiento teórico máximo de una máquina de vapor en la que el fluido entra a 400°C y sale del cilindro a 105°C es de:

- A) 40 % B) 99 % C) 55,6 % D) 43,8 %

14

15. Una máquina térmica funciona entre 50°C y 150°C , y queremos aumentar la temperatura del foco caliente hasta obtener un rendimiento del 40 por 100 (teórico). Esta temperatura en $^{\circ}\text{C}$ será:

- A) 254,3 B) 265,3 C) 322,3 D) 200

15

16. Un motor quema 1 kg de combustible de poder calorífico de $5,0 \cdot 10^4 \text{ kJ/kg}$ y eleva 10^5 kg a 25 m de altura. El rendimiento es:

- A) 30 % B) 40 % C) 50 % D) 60 %

16

● **Cuestiones de emparejamiento (7 puntos):**

¿Cuál de las siguientes unidades en el SI

- A) J
- B) J/kg · K
- C) J/kg · °C
- D) J/kg
- E) J/°C

se debe utilizar para medir:

- 17. calor específico? ()
- 18. poder calorífico? ()
- 19. cantidad de calor? ()

● **Contestar cierto o falso a las siguientes frases (8 puntos):**

- 20. El calor se puede transformar en trabajo, pero no a la inversa. C ☐ F ☐
- 21. Actualmente existen motores cuyo rendimiento es mayor que el 100 %. C ☐ F ☐
- 22. Existen máquinas térmicas que realizan trabajo tomando calor a una temperatura baja y cediéndolo a una temperatura alta. C ☐ F ☐
- 23. Para encender una fogata, se transforma principalmente energía potencial en térmica cuando ésta se obtiene por frotamiento de dos palos de madera. C ☐ F ☐
- 24. La máquina de vapor es una máquina de combustión externa. C ☐ F ☐
- 25. Las locomotoras Diesel tienen motores de combustión externa. C ☐ F ☐

26. En los automóviles el movimiento de vaivén de los cilindros se transforma en movimiento de rotación mediante un sistema de biela y de manivela.

C ☐ F ☐

27. El transporte por carretera utiliza casi exclusivamente máquinas térmicas de combustión interna.

C ☐ F ☐

10.6 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

- | | | |
|------|-------|-------|
| 1. D | 10. A | 19. A |
| 2. A | 11. D | 20. F |
| 3. E | 12. B | 21. F |
| 4. E | 13. C | 22. F |
| 5. A | 14. D | 23. F |
| 6. C | 15. B | 24. C |
| 7. B | 16. C | 25. F |
| 8. B | 17. B | 26. C |
| 9. B | 18. D | 27. C |

Puntuación máxima que se puede alcanzar: 27 puntos.

Puntuación mínima indispensable para pasar a estudiar el tema siguiente: 22 puntos.

TEMA 11

OBJETIVOS

- Definir las unidades de medida de las magnitudes físicas.
- Definir densidad y explicar la diferencia entre densidad y peso.
- Conocer las dos de las tres magnitudes fundamentales de un cuerpo: masa y volumen.
- Definir presión y explicar la unidad en el SI.
- Aplicar la ecuación fundamental de la hidrostática a la resolución de cuestiones y problemas.

Estática de fluidos (I)

INDICE

- 11.1 CONTENIDOS BÁSICOS
- 11.2 ORIENTACIONES
- 11.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL ESTADO
- 11.4 EXPERIMENTO CASES
- 11.5 EJERCICIO DE AUTOEVALUACIÓN
- 11.6 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACIÓN

OBJETIVOS

- Describir las características de los fluidos.
- Definir densidad y deducir la unidad en el SI.
- Conocidas dos de las tres magnitudes, densidad, masa y volumen de un cuerpo, calcular la tercera.
- Definir presión y deducir la unidad en el SI.
- Aplicar la ecuación fundamental de la hidrostática a la resolución de cuestiones y problemas.

INDICE

- 11.1 CONTENIDOS BASICOS
- 11.2 ORIENTACIONES
- 11.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO
- 11.4 EXPERIMENTO CASERO
- 11.5 EJERCICIO DE AUTOEVALUACION
- 11.6 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

11.1 CONTENIDOS BASICOS

Conceptos introductorios	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Sólidos y fluidos ideales (T).} \\ \text{Teoría cinética de la materia (T).} \\ \text{Densidad (T).} \\ \text{Presión; unidades (T).} \end{array} \right.$
Líquidos en equilibrio (1.ª parte)	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Líquidos en equilibrio; superficie libre (T).} \\ \text{Vasos comunicantes (T).} \\ \text{Presión hidrostática (T, D).} \\ \text{Fuerzas y presiones sobre el fondo y las paredes del recipiente (T).} \end{array} \right.$

11.2 ORIENTACIONES

● Acerca de la presión hidrostática

Debes leer con mucho detenimiento el párrafo 5 del libro de texto (página 100). Cuando lo hayas entendido, verás que hay una ecuación que matemáticamente es:

$$p = dgh$$

donde p es presión; d , densidad; g , intensidad del campo gravitatorio; h , altura al nivel libre del líquido.

En muchos textos le dan el nombre de *ecuación fundamental de la hidrostática*.

11.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

● Problema 1

En el SI la unidad de masa es el kg; luego la masa del bloque es:

$$m = 1,050 \text{ kg}$$

La unidad de peso en el SI es el N; recuerda que:

$$P = mg ; \quad P = 1,050 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 10,3 \text{ N}$$

y la densidad:

$$d = \frac{m}{V} = \frac{1,050 \text{ kg}}{15,0 \cdot 10^{-2} \text{ m} \times 6,0 \cdot 10^{-2} \text{ m} \times 1,50 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 7,8 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Para contestar a las otras dos preguntas mira en el libro la equivalencia entre N y kp, entre g y kg, y cm^3 y m^3 .

● Problema 2

Se trata de aplicar correctamente la expresión $d = \frac{m}{V}$.

(Relee el apartado 2.2 del tema 11 del texto.)

1.º Los resultados para a) y b) son:

$$m = 6,8 \text{ kg} ; \quad V = 73,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

2.º Los resultados para c) son:

$$m = 0,5 \text{ kg} ; \quad V = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

● Problema 3

Igual que el 2. Resultados:

$$V = 5,43 \cdot 10^2 \text{ cm}^3 = 5,43 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3 ; \quad m = 0,920 \text{ kg}$$

● Problema 4

Calculemos primero su volumen, puesto que conoces su masa y su densidad:

$$V = \frac{m}{d} = \frac{4\,800 \cdot 10^{-3} \text{ kg}}{8\,900 \text{ kg/m}^3} = 5,4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

Pero el volumen también se puede calcular multiplicando las tres dimensiones:

$$h = \frac{5,4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3}{60 \cdot 10^{-2} \text{ m} \times 90 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 10 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

● Problema 5

Piensa en el significado de presión y qué dos magnitudes relaciona.

● Problema 6

$$p = \frac{F}{S}$$

$$F = 90,0 \text{ kp} = 90,0 \text{ kp} \times 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kp}} = 883 \text{ N}$$

$$S = 300 \text{ cm}^2 = 3,00 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$p = \frac{883 \text{ N}}{3,00 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2} = 2,94 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

Segunda pregunta: F sigue siendo el mismo, pero ahora:

$$S = 30,0 \text{ dm}^2 = 30,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 = 3,00 \cdot 10^{-1} \text{ m}^2$$

$$p' = \frac{883 \text{ N}}{3,00 \cdot 10^{-1} \text{ m}^2} = 2,94 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

Luego la presión p' es diez veces menor que la p .

● Problema 7

$$P = 700 \text{ kp} = 700 \text{ kp} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kp}} = 6,87 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$\text{presión } p = 1,60 \frac{\text{kp}}{\text{cm}^2} = 1,60 \frac{9,81 \text{ N}}{10^{-4} \text{ m}^2} = 1,57 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

El peso del automóvil es soportado por las cuatro ruedas; luego cada una soporta:

$$\frac{6,87 \cdot 10^3}{4} \text{ N} = 1,72 \cdot 10^3 \text{ N}$$

Como la presión de la rueda es $15,7 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$ y $p = \frac{F}{S}$, tenemos:

$$S = \frac{F}{p} = \frac{1,72 \cdot 10^3 \text{ N}}{1,57 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2} = 1,10 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 = \boxed{110 \text{ cm}^2}$$

● Problema 8

Superficie de la ventana:

$$S = 60 \cdot 10^{-2} \text{ m} \times 40 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 2400 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 0,24 \text{ m}^2$$

¿Cuál es la presión a 10 km de profundidad? Lee con detenimiento los párrafos 5.2 y 5.3 del texto (tema 11).

$$d = 1,03 \text{ g/cm}^3 = 1,03 \cdot \frac{10^{-3} \text{ kg}}{10^{-6} \text{ m}^3} = 1,03 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$p = dgh = 1,03 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \times 10\,000 \text{ m} = 1,01 \cdot 10^8 \text{ Pa}$$

$$p = \frac{F}{S}; \quad \text{luego} \quad F = p \cdot S = 1,01 \cdot 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 0,24 \text{ m}^2 = \boxed{2,4 \cdot 10^7 \text{ N}}$$

Cuando estudies la lección 13 vuelve a este problema y contesta si la presión atmosférica influye mucho o poco en el valor de F.

● Problema 9

1.º Como la densidad del agua es $1\,000 \text{ kg/m}^3$,

$$p = dgh = 1\,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 40 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 3,92 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Superficie del tapón} = \pi R^2 = 3,14 \cdot (5,0 \cdot 10^{-2})^2 \text{ m}^2 = 7,9 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2.$$

$$\text{Como } p = \frac{F}{S},$$

$$F = pS = 3,92 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \times 7,9 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 = 31 \text{ N}$$

2.º Puedes resolver la segunda parte teniendo en cuenta que la densidad del mercurio es $13,6 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Resultado: 419 N.

● Problema 10

Para calcular la presión hacemos uso de la expresión $p = dgh$, la cual indica que la presión es directamente proporcional a h . Si representamos gráficamente presión frente a h debemos obtener una línea recta que pasa por el origen de coordenadas. Para ello ten en cuenta que la densidad del agua es $d = 10^3 \text{ kg/m}^3$. La presión a una profundidad de 120 m es:

$$p = 1\,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,81 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 120 \text{ m} = 1,18 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Esta es la presión máxima; la mínima es cero. Para construir la gráfica nos bastan dos puntos: el origen de coordenadas y el valor máximo de la presión.

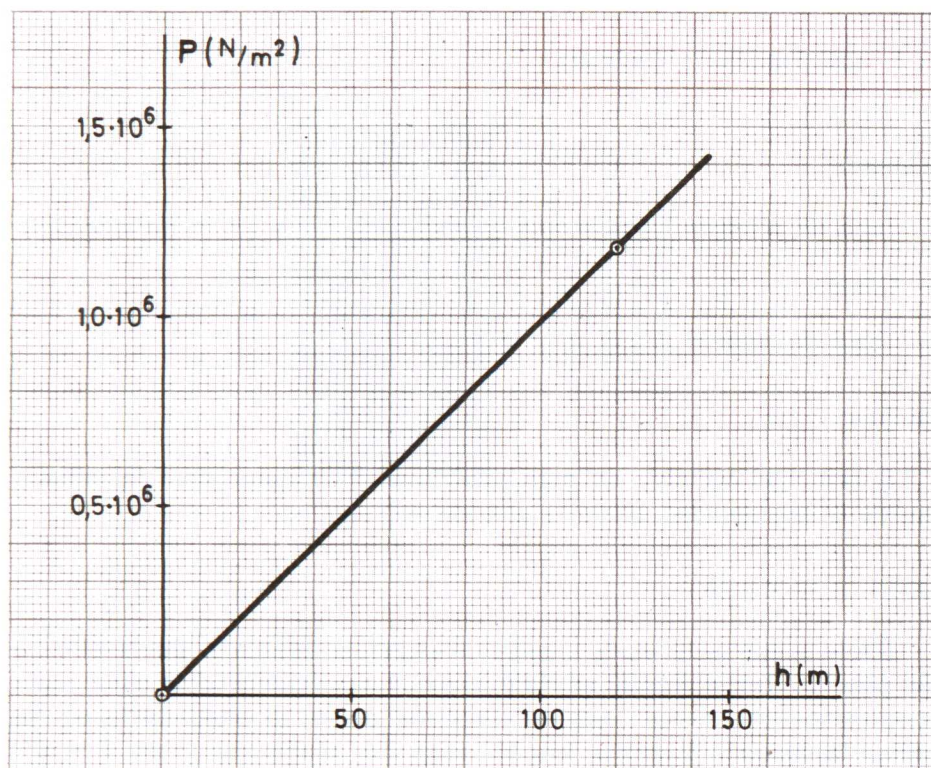


FIG. 11-1

Fíjate en la gráfica 11-1; es muy parecida a la velocidad-tiempo en el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. El valor medio es:

$$p_{\text{media}} = \frac{p_0 + p_{\text{máxima}}}{2} = \frac{1,18 \cdot 10^6}{2} \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 0,59 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

La superficie de la presa es:

$$S = 180 \text{ m} \times 120 \text{ m} = 2,16 \cdot 10^4 \text{ m}^2$$

y la fuerza total:

$$F = p_{\text{media}} \cdot S = 5,9 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 2,16 \cdot 10^4 \text{ m}^2 = 1,3 \cdot 10^{10} \text{ N}$$

11.4 EXPERIMENTO CASERO

MATERIAL

- Tubo de plástico transparente (aproximadamente 1,5 m de longitud).
- Gomas.
- Tabla de madera de 30 cm $\times$ 15 cm $\times$ 1,5 cm.

OBJETIVO

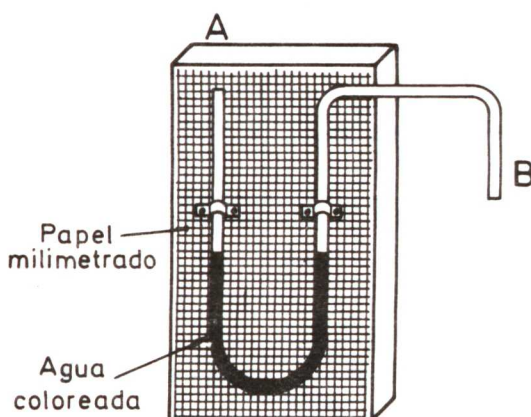
El principal objetivo de este experimento es determinar la influencia de la profundidad sobre la presión hidrostática.

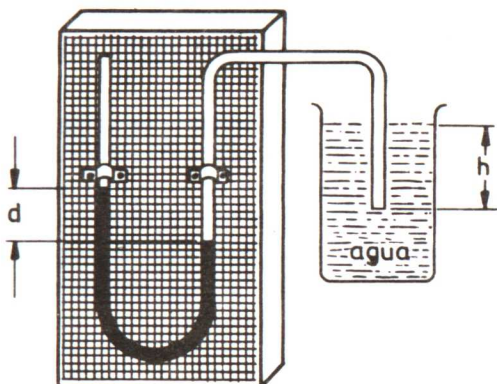
MODO DE PROCEDER

Sobre la tabla de madera pega un papel milimetrado. Dobra el tubo de plástico transparente en forma de U de manera que cada rama tenga unos 30 cm de longitud. Sujétalo sobre la tabla tal como te indica la figura.

Llena el tubo en U con agua coloreada con tinta hasta una altura de unos 10 cm aproximadamente.

El nivel del líquido en ambas ramas será el mismo, pues por ambos lados (A y B) actúa la presión atmosférica.





Ahora introduce el extremo libre B en un recipiente algo profundo con agua y observas las ramas del líquido del tubo en U. Observa si el desnivel depende de la profundidad a que se encuentre el extremo libre B de la superficie del agua. Pon el extremo libre hacia arriba, ladeado y hacia abajo, y observa lo que ocurre con el líquido del tubo en U.

Fíjate ahora lo que es d y h en la figura; luego construyes la siguiente tabla de valores:

Desnivel entre las ramas d (cm)	Valor de h (cm)

Representa gráficamente d frente a h .

Sustituye en el recipiente el agua por otro líquido; tal vez puedas disponer de alcohol, y toma los datos de d y h y represéntalos en la misma gráfica.

DISCUSION DE RESULTADOS

Mantén el extremo libre sumergido a una distancia h de la superficie del agua con la abertura hacia abajo y luego hacia arriba sin variar h .

¿Son iguales los desniveles d ? Da una explicación.

¿Puedes deducir de la gráfica si hay alguna relación entre la presión hidrostática y la profundidad? Fíjate que la presión hidrostática la mides por la diferencia de nivel en las ramas del líquido contenido en el tubo en U.

Si has hecho el experimento con otro líquido, ¿puedes llegar a alguna conclusión sobre la influencia de la densidad?

Si en vez de usar agua coloreada en el manómetro (tubo en U) usases mercurio, ¿qué crees que ocurriría con la diferencia de niveles en las ramas?

11.5 EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

Sigue las mismas normas que en las autoevaluaciones anteriores.

● Completar las siguientes frases (4 puntos):

1. Los fluidos son perfectamente deformables.
2. Los líquidos ideales, además de deformables, son también
.....
3. Los cuerpos son los que no se ajustan totalmente a las definiciones de los cuerpos ideales.
4. La característica que distingue a los sólidos ideales de los fluidos ideales es la

● Contestar cierto o falso a las siguientes frases (5 puntos):

5. Un líquido toma la forma del recipiente porque es indeformable. C ☐ F ☐
6. La presión en el interior de un líquido es tangencial a la superficie de las paredes. C ☐ F ☐
7. Todos los puntos interiores de un fluido en equilibrio tienen la misma presión. C ☐ F ☐
8. A mayor profundidad en el mar, mayor presión. C ☐ F ☐
9. Los puntos de un fluido que están en el mismo plano horizontal poseen la misma presión si dicho fluido está en equilibrio. C ☐ F ☐

● Cuestiones de opción única (8 puntos):

10. La presión puede definirse como:
A) Altura multiplicada por densidad.
B) Fuerza normal partida por unidad de área.

- C) Kilogramo multiplicado por centímetro cuadrado.
- D) El efecto de la atmósfera.

10

11. Un hombre quiere atravesar andando una zona embarrada y se ata unas tablas de madera a sus zapatos, para que:
- A) Le dé una mayor superficie de contacto y aumente su estabilidad al aumentar el peso sobre el barro.
 - B) Reduzca el rozamiento y así patine mejor.
 - C) Así se reduzca la presión sobre la superficie del barro.
 - D) Así hace que su peso sea menor sobre el barro.

11

12. Se quiere colocar agua, aceite y cloroformo en un cilindro. El cloroformo y el aceite son miscibles entre sí, y no lo son con el agua. Las densidades son, para el agua, 1; para el aceite, 0,8, y para el cloroformo, 1,4. ¿En qué orden deben verse para obtener tres capas?
- A) Agua, aceite, cloroformo.
 - B) Aceite, agua, cloroformo.
 - C) Agua, aceite, cloroformo.
 - D) Cloroformo, agua, aceite.
 - E) Cloroformo, aceite, agua.

12

13. Las presas de los pantanos tienen sus paredes mucho más gruesas en la basa que en la parte más alta, puesto que:
- A) La presión en lo alto es mayor.
 - B) El agua disuelve más al cemento en la base.

C) La presión en el fondo es mayor.

D) La presión en el fondo es menor.

13

14. Tienes dos cubos o exaedros de aluminio. El cubo A tiene 1 cm de lado, y el cubo B 2 cm de lado. Podemos afirmar que:

A) La masa de A es la mitad de la de B, pero sus densidades son iguales.

B) La masa de B es ocho veces la de A, y la densidad de B ocho veces la de A.

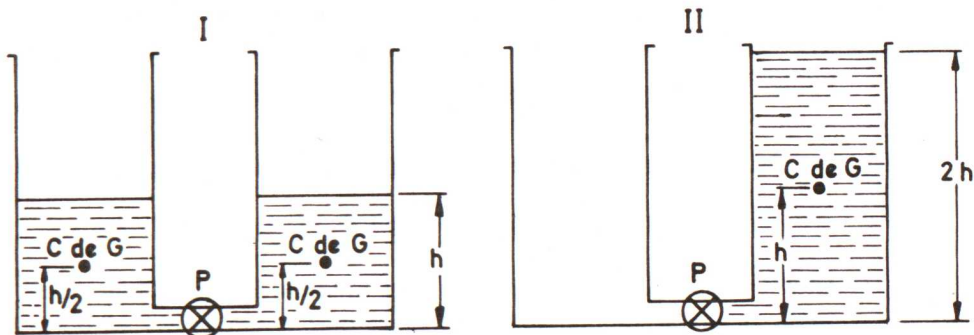
C) La masa de B es doble que la de A, y la densidad de B igual a la densidad de A.

D) La masa de B es ocho veces la de A, y la densidad de A igual a la de B.

E) La masa de B es triple de la de A, y las densidades son las mismas.

14

15. Un líquido de densidad d se bombea mediante una bomba P de la situación I a la II, tal como se muestra en la figura. Si la sección transversal de dos recipientes es S y si despreciamos las fuerzas de rozamiento y la masa de líquido en el tubo de comunicación, el trabajo producido por la bomba es de:



A) 2 dgh

C) 2 dgSh

E) 2 dgSh^2

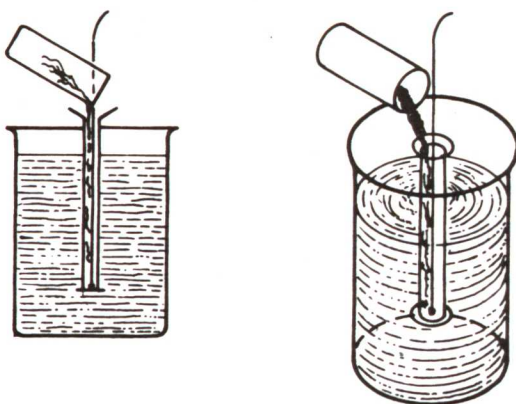
B) dgSh

D) dgSh^2

15



16. En la figura tenemos un recipiente lleno de un líquido, y en su interior un tubo abierto, cerrado en su base por un obturador ligerísimo sujeto por un hilo. Añadimos lentamente en el interior del tubo, el mismo tipo de líquido del recipiente.



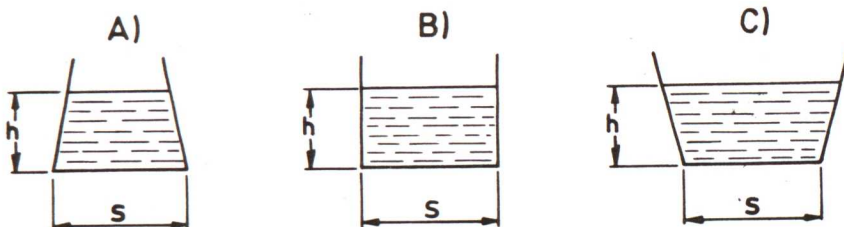
De estas afirmaciones, una es *totalmente* falsa:

- A) Cuando el obturador se desprende, la presión hidrostática que actúa sobre el mismo es la misma tanto dentro del tubo como fuera.
- B) El obturador se desprende cuando se alcanza casi el nivel del exterior.
- C) Cuando los niveles del líquido son iguales dentro y fuera del tubo, la única fuerza no equilibrada que actúa sobre el obturador es la de la gravedad.

- D) El nivel de agua en el interior ha de ser muy superior al nivel exterior para que el obturador caiga.

16

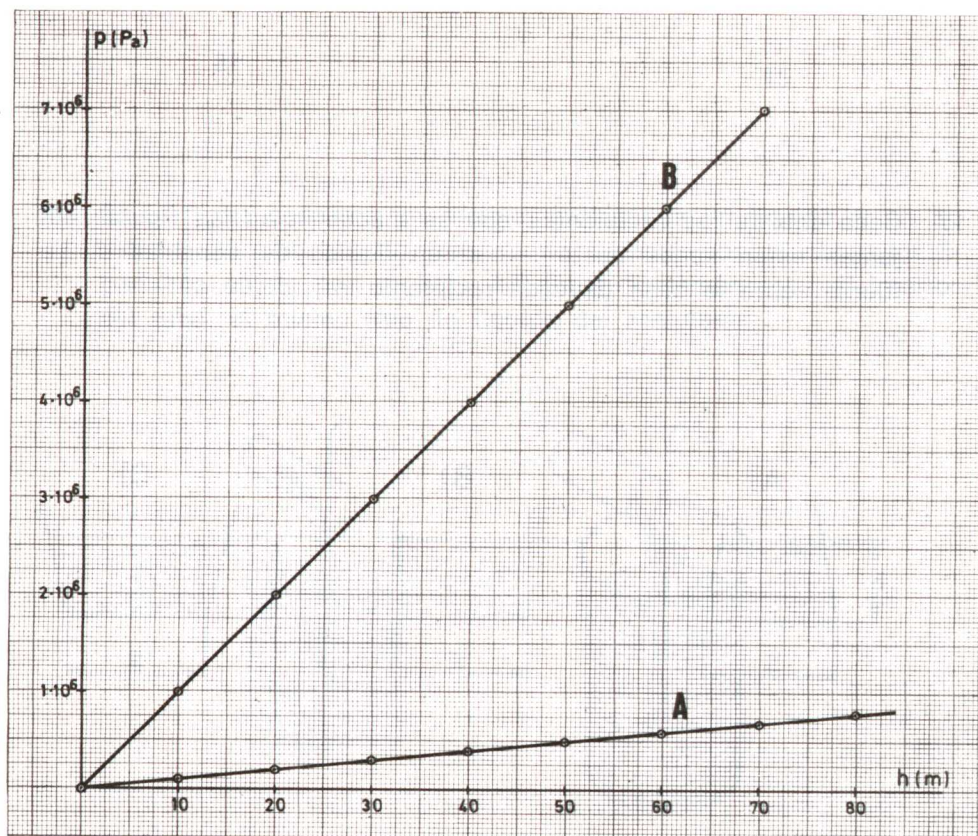
17. Cada uno de los recipientes que se muestran en las figuras adjuntas están llenos hasta h con un líquido de densidad d . La fuerza sobre la base de cada recipiente es:



- A) Mayor en C, pues tiene más líquido que los otros recipientes.
- B) Menor en B, pues tiene menos líquido que los otros recipientes.
- C) Igual en todas, pues la base es la misma y la altura h de líquido también.
- D) Menor en A, pues contiene menos líquido que los otros recipientes.

17

● **Análisis completo de una situación (8 puntos):**



En la figura adjunta se han representado las variaciones de la presión de dos líquidos: el mercurio y el agua frente a la profundidad (h).

18. ¿Existe proporcionalidad directa entre p y h ?
19. ¿Cuál es la fórmula de la hidrostática que liga estas dos magnitudes?
20. ¿Qué nombre recibe?
21. La recta A corresponde al líquido

22. La recta B corresponde al líquido
23. El valor de la pendiente de la recta A vale
24. A igualdad de profundidad, las presiones ejercidas guardan la relación siguiente:

$$\frac{p_{\text{mercurio}}}{p_{\text{agua}}} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

25. Para que las presiones ejercidas por el mercurio y el agua fueran iguales tendría que cumplirse que:

$$\frac{h_{\text{mercurio}}}{h_{\text{agua}}} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$$

11.6 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

1. ideales
2. incompresibles
3. reales
4. rigidez
5. F
6. F
7. F
8. C
9. C
10. B
11. C
12. D
13. C
14. D
15. D (nota aclaratoria al final)
16. D
17. C
18. Sí.
19. $p = dgh$
20. Ecuación fundamental de la hidrostática.
21. Agua.
22. Mercurio.
23. Densidad agua $\times$ aceleración de la gravedad. De la gráfica se deduce que para $h = 50$ m, $p = 0,5 \cdot 10^6$ Pa; luego $\frac{0,5 \cdot 10^6}{50} = 10^4 \frac{\text{Pa}}{\text{m}}$

$$24. \frac{\rho_{\text{mercurio}}}{\rho_{\text{agua}}} = \frac{d_{\text{mercurio}}}{d_{\text{agua}}}$$

$$25. \frac{h_{\text{mercurio}}}{h_{\text{agua}}} = \frac{d_{\text{agua}}}{d_{\text{mercurio}}}$$

Puntuación máxima que se puede alcanzar: 24 puntos.

Puntuación mínima indispensable para pasar a estudiar el tema siguiente: 20 puntos.

Nota aclaratoria a la cuestión número 15 del ejercicio de autoevaluación:

Sistema I:

$$\text{Energía potencial } E_I = mg \frac{h}{2} + mg \frac{h}{2} = mgh$$

Sistema II:

$$\text{Energía potencial } E_{II} = 2 mgh$$

Diferencia de energía:

$$E_{II} - E_I = mgh$$

Pero

$$m = Vd = Shd ; \quad \text{siendo } S \text{ la sección}$$

$$E_{II} - E_I = mgh = Shdgh = Sdgh^2$$

TEMA 12

OBJETIVOS

- Definir al fluido y la notación de los cuerpos.
- Describir el principio de Pascal y aplicarlo a la resolución de cuestiones y problemas sencillos.

Estática de fluidos (II)

INDICE

12.1 CONTENIDOS BÁSICOS

12.2 ORIENTACIONES

- 4 Aplicación del principio de Arquímedes

12.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

12.4 EJERCICIO DE AUTOEVALUACIÓN

12.5 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACIÓN

OBJETIVOS

- Deducir el teorema de Arquímedes y aplicarlo a la flotación de los cuerpos.
- Describir el teorema de Pascal y aplicarlo a la resolución de cuestiones y problemas numéricos.

INDICE

12.1 CONTENIDOS BASICOS

12.2 ORIENTACIONES

- Acerca del teorema de Arquímedes

12.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

12.4 EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

12.5 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

12.1 CONTENIDOS BÁSICOS

Líquidos en equilibrio (2.ª parte)	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Teorema de Pascal (T).} \\ \text{Prensa hidráulica. Aplicaciones (T).} \\ \text{Teorema de Arquímedes (T, D).} \\ \text{Equilibrio de sólidos sumergidos (T).} \\ \text{Flotación (T).} \\ \text{Equilibrio de cuerpos flotantes (T).} \end{array} \right.$
---------------------------------------	---

12.2 ORIENTACIONES

● Acerca del teorema de Arquímedes

En el libro de texto te han expuesto la deducción del teorema de Arquímedes por medio de un **método experimental** (recuerda la lección primera sobre el método científico).

Aquí vamos a llegar a la misma conclusión a partir de un **método deductivo**, basándose en la expresión fundamental de la hidrostática, que dice matemáticamente:

$$p = dgh$$

(mira el libro de texto: tema 11, apartado 5.3).

$p \rightarrow$ presión

$d \rightarrow$ densidad

$g \rightarrow$ intensidad del campo gravitatorio

$h \rightarrow$ altura contada desde la superficie libre del líquido

Consideramos un recipiente que contiene un líquido de densidad conocida, y dentro del mismo sumergimos un paralelepípedo, de tal manera que la cara A del mismo es paralela a la superficie libre del líquido (fig. 12.1).

La presión sobre la cara A vale:

$$p_A = dgh_A$$

y la fuerza que soporta dicha cara es:

$$F_A = dgh_A S_A \quad [1]$$

F_A es perpendicular a A y dirigida hacia abajo.

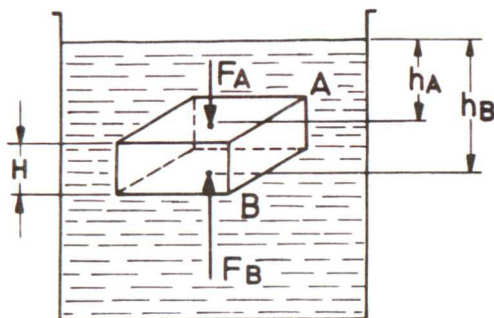


FIG. 12-1

La presión sobre la cara B es:

$$p_B = dgh_B$$

y la fuerza sobre la cara B vale:

$$F_B = dgh_B S_B \quad [2]$$

F_B es perpendicular a B y dirigida hacia arriba.

Fíjate bien que en la expresión [1] y [2] dg son las mismas, y $S_A = S_B = S$, pero no lo son h_A y h_B : $h_B > h_A$.

En consecuencia, $F_B > F_A$.

Restando ahora F_A de F_B , es decir, restando [1] de [2]:

$$F_B - F_A = dgh_B S_B - dgh_A S_A = dgS (h_B - h_A)$$

Pero $h_B - h_A = H$, altura del paralelepípedo, y como $S \times H$ es el volumen del mismo, tenemos finalmente:

$$F_B - F_A = dgSH = dgV \quad [3]$$

Analicemos la expresión [3]. $F_B - F_A$ es una fuerza dirigida verticalmente hacia arriba («empuje»). V es el volumen del paralelepípedo y d la densidad del líquido. Luego Vd es la masa del líquido, que multiplicado por g nos da el peso. Luego:

«El empuje $F_B - F_A$ es igual al peso del líquido desalojado»

Finalmente, te planteamos una cuestión: ¿Qué pasa con las fuerzas que actúan sobre las otras caras del paralelepípedo?

12.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

● Problema 1

El fundamento de la prensa hidráulica es: $p_1 = p_2$.

$$p_1 = \frac{F_1}{S_1} ; \quad p_2 = \frac{F_2}{S_2} ; \quad \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

$$F_1 = 5,0 \text{ kp} = (5,0 \cdot 9,8) \text{ N}$$

$$S_1 = 10,0 \text{ cm}^2 = 1,00 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$F_2 = 1\,200 \text{ kp} = 1,20 \cdot 9,8 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$S_2 = \frac{F_2 S_1}{F_1} = \frac{1,20 \cdot 9,8 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 1,00 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2}{(5,0 \cdot 9,8) \text{ N}} = 0,24 \text{ m}^2$$

Luego

$$S_2 = 0,24 \text{ m}^2$$

● Problema 2

Puedes hacerlo solo. Debes obtener el siguiente resultado:

$$p = 0,5 \cdot 10^7 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

● Problema 3

Puedes responder a las preguntas tú solo. Únicamente te haremos una aclaración sobre la densidad del agua: el agua de mar es más densa que el agua dulce.

● Problema 4

$$\text{peso} = mg = Vdg$$

$$\text{empuje} = m'g = Vd'g$$

$$\text{a)} \quad E_a = 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 9,8 \text{ N}$$

$$\text{b)} \quad E_b = 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 0,8 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = (0,8 \cdot 9,8) \text{ N} = 7,8 \text{ N}$$

$$\text{c)} \quad d = 1,3 \frac{\text{g}}{\ell} = \frac{1,3 \cdot 10^{-3} \text{ kg}}{10^{-3} \text{ m}^3} = 1,3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$E_c = 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 1,3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1,3 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

● Problema 5

El peso aparente del cuerpo en el agua vendrá dado por la diferencia entre el peso real y el empuje que recibe.

$$P' = P - E$$

$$E = P - P' = 20,0 - 12,0 = 8,0 \text{ kp} = (8,0 \cdot 9,8) \text{ N} = 78 \text{ N}$$

Por otra parte: $E = Vd'g$, donde

V = volumen cuerpo ; d' = densidad líquido

Por tanto,

$$d' = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Entonces:

$$V = \frac{E}{d'g} = \frac{78 \text{ N}}{10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} = 7,9 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

Para calcular la densidad del cuerpo, fíjate que el peso real viene dado por:

$$P = mg = Vdg$$

De esta expresión despeja la densidad. Utiliza bien las unidades. Debes obtener el siguiente resultado:

$$d = 2,5 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 2,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

● Problema 6

Puedes hacerlo solo. Comprueba los resultados.

a) $E_1 = 9,8 \text{ N}$

b) $E_2 = 13 \text{ N}$

c) $V = 10^{-3} \text{ m}^3$; $d_{\text{piedra}} = 2,3 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

d) $d_{\text{líquido}} = 1,3 \cdot 10 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

● Problema 7

Observa la fig. 12-22 del texto y comprueba que, en las tres pesadas sucesivas, permanece constante la tara del platillo izquierdo. Si la balanza está bien construida, cuando permanece en equilibrio:

Figura I:

La masa de la tara es igual a la masa de las pesas:

$$0,200 + 0,020 + 0,010 + 0,010 = 0,240 \text{ kg}$$

Figura II: apartado a) del problema:

La masa de la tara es igual a la masa del objeto de cobre más la masa de la pesa de 20 g; luego la masa del objeto de cobre es:

$$m = 0,240 \text{ kg} - 0,020 \text{ kg} = 0,220 \text{ kg}$$

(la balanza sigue en equilibrio).

Figura III: apartado b) del problema:

Al sumergir el cobre en el agua, se rompe el equilibrio anterior debido al empuje del líquido, que es una fuerza vertical hacia arriba. Para restablecer dicho equilibrio ha sido necesario añadir en el platillo derecho, junto a la de 20 g, las masas siguientes:

$$0,010 + 0,010 + 0,005 = 0,025 \text{ kg}$$

cuyo peso es una fuerza vertical y hacia abajo del mismo valor que el empuje. Para calcularlo aplicamos $F = m \cdot g$, es decir:

$$E = 0,025 \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \approx 0,25 \text{ N} \quad [1]$$

Para hallar el volumen del objeto de cobre, sabemos que

$$E = Vdg$$

Despejando V y teniendo en cuenta [1]:

$$V = \frac{0,025 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2}{10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

Veamos el apartado c):

$$d_{\text{cobre}} = \frac{m}{V} = \frac{0,220 \text{ kg}}{2,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3} = 8,8 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

● Problema 8

En primer lugar, calcula el volumen de la esfera:

$$V = \frac{240 \text{ g}}{0,60 \text{ g/cm}^3} = 400 \text{ cm}^3 = 400 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$\text{a)} \quad E = Vd'g = 400 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 3,9 \text{ N}$$

b) La fuerza que le hace subir, o fuerza ascensional F_a , será la diferencia entre el empuje y el peso.

$$F_a = E - P$$

$$P = \overbrace{(240 \cdot 10^{-3})}^m \cdot \overbrace{(9,8)}^g \cdot N = 2,4 \text{ N} ; \quad E = 3,9 \text{ N}$$

$$F_a = 3,9 - 2,4 = 1,5 \text{ N}$$

c) Dado que

$$F = m \cdot a ; \quad a = \frac{F_a}{m} = \frac{1,5 \text{ N}}{0,240 \text{ kg}} = 6,3 \text{ m/s}^2$$

d) Cuando flota: $P = E = 2,4 \text{ N}$ (fíjate en el punto b), pero el empuje ahora sólo lo recibe la parte del cuerpo que queda sumergida.

e) $E = V'd'g$; donde V' = volumen sumergido

$$V' = \frac{E}{d'g} = \frac{2,4 \text{ N}}{10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} = 0,24 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 240 \text{ cm}^3$$

Luego V'' = volumen emergente, o sea, el que está fuera del agua, será:

$$V'' = V - V' = 400 - 240 = 160 \text{ cm}^3$$

● Problema 9

Fíjate que: Peso = Empuje (apartados 2.5 y 2.6 del tema 12 del texto). Pero el empuje lo sufre sólo la fracción sumergida:

$E = V'd'g$; donde V' = volumen sumergido

Volumen sumergido: $V' = Sh'$; donde h' = altura sumergida

Entonces:

$$\text{Empuje} = \text{Peso} = Sh'd'g$$

$$h' = \frac{\text{Peso}}{Sd'g}$$

$$\text{Peso} = (60 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8) \text{ N} = 0,59 \text{ N}$$

$$S = 4 \text{ cm}^2 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

Para el líquido de densidad $0,70 \text{ g/cm}^3$ la expresión de ésta en el SI es:

$$d = 0,70 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = 0,70 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

y la longitud de la parte sumergida:

$$h' = \frac{0,59 \text{ N}}{4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 \cdot 0,70 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} = 0,22 \text{ m} = \boxed{22 \text{ cm}}$$

Comprueba los valores de h' para el resto de los líquidos con los siguientes:

$$d = 0,8 \quad \dots\dots\dots h' = 0,19 \text{ m} = \boxed{19 \text{ cm}}$$

$$d = 1 \quad \dots\dots\dots h' = 0,15 \text{ m} = \boxed{15 \text{ cm}}$$

$$d = 1,2 \quad \dots\dots\dots h' = 0,13 \text{ m} = \boxed{13 \text{ cm}}$$

$$d = 1,4 \quad \dots\dots\dots h' = 0,11 \text{ m} = \boxed{11 \text{ cm}}$$

$$d = 1,6 \quad \dots\dots\dots h' = 0,09 \text{ m} = \boxed{9 \text{ cm}}$$

b) Fíjate que

$$h' = \frac{P}{Sd'g} ; \quad \text{donde } \frac{P}{Sg} \text{ no varía ;} \quad \text{luego } h' = \frac{K}{d'}$$

Te remitimos a la orientación del tema número 1 para hacer la gráfica correspondiente.

¿Qué pasaría si representas h' frente a $\frac{1}{d'}$?

12.4 EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

Sigue las normas dadas en las autoevaluaciones anteriores.

● Contesta cierto o falso a las frases siguientes (3 puntos):

1. La presión ejercida en un líquido en movimiento se transforma por igual a todos los puntos del mismo. C ☐ F ☐
2. La fuerza ejercida sobre un líquido en equilibrio se transmite íntegramente a todos los puntos del mismo. C ☐ F ☐
3. En la prensa hidráulica las fuerzas en los dos émbolos son directamente proporcionales a sus superficies respectivas. C ☐ F ☐

● Completa las siguientes frases (4 puntos):

4. Son aplicaciones de la los frenos de los automóviles, los elevadores de automóviles y las sillas de peluquero o de dentista.
5. Un es un aparato que sirve para medir la densidad de líquidos.
6. 7. Las condiciones de equilibrio de un cuerpo flotante son que peso y sean iguales y que el y el de empuje han de estar en la misma

● Cuestiones de opción única (11 puntos):

8. Una pieza de madera pesada flota sumergida totalmente en el agua. Cuando se coloca en alcohol (de densidad menor) ocurrirá que:

A) Se hundirá.
B) Flotará sobresaliendo más.
C) Quedará como antes.

D) Flotará, pero más sumergida.

E) Se hundirá un momento y luego flotará.

8

9. Un densímetro flota a un determinado nivel en agua dulce. En agua de mar el anterior nivel quedará:

A) Por debajo de la superficie.

B) Por encima de la superficie.

C) Igual que antes.

D) Se hunde completamente el densímetro.

9

10. Un cuerpo que flota completamente inmerso en un líquido:

A) Tiene una fuerza de empuje de igual módulo que su peso.

B) Su empuje es mayor que su peso.

C) Su empuje es menor que su volumen de líquido.

D) Se moja completamente.

10

11. Un objeto se cuelga de un dinamómetro. El dinamómetro registra 30 N en el aire; 20 N si está sumergido en agua, y 24 N si está sumergido en un líquido de densidad desconocida. Si la densidad del agua es d , la densidad del líquido es d' y vale:

A) $d' = \frac{30-20}{24-20} d$

D) $d' = \frac{24-20}{30-20} d$

B) $d' = \frac{30-24}{30-20} d$

E) $d' = \frac{30-20}{30} d$

C) $d' = \frac{24}{20} d$

11

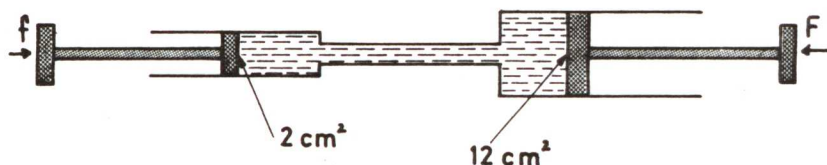
12. Sobre un cuerpo que flota actúan dos fuerzas: el peso P , que actúa hacia la tierra, y el empuje del líquido E . Es cierto que:
- A) El empuje E actúa siempre sobre el centro de gravedad del cuerpo flotante.
 - B) El peso P depende solamente del volumen del sólido.
 - C) El valor de E depende solamente de la densidad del líquido en que el cuerpo flota.
 - D) Los módulos P y E son iguales.

12

13. Lo que mejor justifica la aplicación de los fluidos en los frenos hidráulicos es:
- A) Que la presión en el seno de un fluido depende de su densidad.
 - B) Que un aumento de presión se transmite por igual en todas las direcciones.
 - C) Que la presión en el seno de un fluido depende de la altura.
 - D) Que existen muchos fluidos.

13

Dos jeringas conteniendo un líquido se conectan del modo que indica la figura. Cuando se oponen dos fuerzas f y F para evitar que los pistones se muevan, la presión en el pistón más pequeño es de 4 N/cm^2 .



14. La presión en el pistón grande en N/cm^2 es de:

- A) 2 B) 4 C) 6 D) 12 E) 24

14

15. La fuerza f , en newtons, de la jeringa pequeña es de:

- A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 24

15

16. La relación de fuerzas F/f es de:

- A) 1 B) $3/2$ C) 4 D) $\sqrt{6}$ E) 6

16

17. Una esfera de madera de masa 240 g y de densidad $0,6 \text{ g/cm}^3$ flota en el agua, emergiendo de la misma un volumen de (cm^3):

- A) 240 B) 160 C) 400 D) 100 E) 80

17

18. Una esfera de cobre pesa 5 000 N en el aire y 4 300 en el agua. La densidad calculada a partir de estos datos no coincide con el valor dado en las tablas para el cobre, que es de $8\,800 \text{ kg/m}^3$. Una explicación apropiada a esta diferencia es que:

- A) La densidad de la esfera es igual a la del cobre.
B) Puesto que la densidad media es menor, la esfera debe ser hueca.
C) La densidad de la esfera es mayor que la del cobre.
D) El volumen de la esfera es de $0,71 \text{ m}^3$.

18

12.5 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

1. F
2. F
3. C
4. prensa hidráulica
5. densímetro
6. 7. empuje, centro de gravedad, vertical
8. A
9. B
10. A
11. B
12. D
13. B
14. B
15. C
16. E
17. B
18. B

Puntuación máxima que se puede alcanzar: 18 puntos.

Puntuación mínima indispensable para pasar a estudiar el tema siguiente: 14 puntos.

TEMA 13

OBJETIVOS

Estática de fluidos (III)

- Memorizar el valor de la presión atmosférica normal en pascales, en bar y en milibares.
- Calcular en pascales el valor de la presión atmosférica normal a partir del principio fundamental de la hidrostática.
- Aplicar el principio fundamental de la hidrostática a la resolución de cuestiones y problemas de gases en equilibrio.

INDICE

13.1 CONTENIDOS BÁSICOS

13.2 ORIENTACIONES

- Acerca de la predicción del tiempo

13.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

13.4 EJERCICIO DE AUTOEVALUACIÓN

13.5 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACIÓN

OBJETIVOS

- Memorizar el valor de la presión atmosférica normal en pascales, en torr y en milibares.
- Calcular en pascales el valor de la presión atmosférica normal a partir del principio fundamental de la hidrostática.
- Aplicar el principio fundamental de la hidrostática a la resolución de cuestiones y problemas de gases en equilibrio.

INDICE

13.1 CONTENIDOS BASICOS

13.2 ORIENTACIONES

- Acerca de la predicción del tiempo

13.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

13.4 EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

13.5 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

13.1 CONTENIDOS BASICOS

Gases en equilibrio	{	Estado gaseoso (T).
		Presión atmosférica; su medida por Torricelli (T).
		Unidades prácticas de presión: atmósfera, mm. de Hg o torr, milibar, kp/cm^2 (T).
		Barómetros de mercurio (T).
		Barómetro aneroides (T).
		Predicción del tiempo (T, D).

13.2 ORIENTACIONES

● Acerca de la predicción del tiempo

Lee atentamente esta lectura, que no has de aprender de memoria.

Predecir el tiempo es una necesidad, dado que son muchos los problemas diarios en los que influye. Para la navegación aérea y marítima y para la agricultura, la predicción del tiempo es de la mayor importancia.

De este interesante aspecto de la Física del Aire se ocupa la Meteorología.

Hoy día, gracias a la eficaz labor divulgadora de la radio y la televisión, es bien sabida la labor realizada por los meteorólogos, físicos que tratan de avanzar, día a día, en el difícil camino que les conduzca a ensanchar los horizontes de esta ciencia, y les permita no sólo predecir el tiempo, auscultando la atmósfera y haciendo auténticas radiografías de extensas zonas, en los llamados «mapas del tiempo», sino que está en su ánimo de científicos llegar más allá. Hasta ahora actúan como médicos capaces de diagnosticar una enfermedad para la cual no se conoce remedio.

La Meteorología trata de encontrar la forma de poder *influir* en el tiempo por aplicación de métodos eficaces, que a modo de medicinas permitan variar el curso de su desarrollo normal, atacar una tempestad, evitar una helada a destiempo, etc. Todo ello es de enorme interés científico y económico para el futuro de la humanidad.

En la predicción del tiempo podemos señalar dos factores de primordial importancia: la *presión* y la *temperatura*. Sólo con un profundo

estudio de las condiciones atmosféricas se puede hacer una buena predicción. Su estudio, con sus correspondientes análisis y observaciones, es la verdadera misión del meteorólogo, ya que la predicción viene a ser como la consecuencia de los estudios científicos previos.

Hoy día la *predicción científica* del tiempo sólo puede realizarse, *con dos días de anticipación*, en forma satisfactoria. Se están haciendo intentos de previsiones a largo plazo, mediante análisis estadísticos de lo que ha ocurrido en otros tiempos pasados, por medio de computadores electrónicos; pero este método parece que no podrá dar muy buenos resultados, dado que la serie de datos disponibles son muy cortos.

La Meteorología es todavía una ciencia que vive en este momento el período de su infancia; es una ciencia nueva, y como «ciencia niña» que es, todavía no es una realidad de hechos, sino más bien una realidad de ilusiones que podrá llegar a ser realidad de realidades.

Hay otro método, que también emplea cerebros electrónicos para *predecir el tiempo a largo plazo*, que consiste en encontrar la ley matemática que ligue los distintos factores meteorológicos, como presión, temperatura, humedad, etc., con el tiempo cronológico. Una vez determinada esta ley en cada punto del mapa, para obtener una predicción bastaría sustituir la variable tiempo por el límite deseado; por ejemplo, si se quiere predecir con tres meses, cinco años, etc. Desde luego, esta ley, si existe, ha de ser extremadamente compleja; hoy por hoy la ecuación que la represente no cabe en la ciencia matemática.

De todas formas, introduciendo simplificaciones importantes y utilizando los cerebros electrónicos, se han empezado ya a confeccionar mapas de predicción con muy buenos resultados. Sin duda alguna, la investigación científica de este método, así como los datos científicos suministrados por los aparatos registradores, los cerebros electrónicos y los satélites artificiales, y todo ello unido al espíritu observador que debe caracterizar a todo científico, que le ayude a valorar cuantos datos pueda adquirir de ámbito local, señales como la nube que se forma encima de un monte, el viento de una determinada dirección, una bruma de madrugada, etc., serán magníficos complementos que ayudarán al desarrollo de esta ciencia tan llena de misterios como de promesas.

Después de todo lo que hemos comentado, será fácil comprender el valor tan «relativo» que pueden ofrecer los barómetros comerciales que señalan «buen tiempo», «tempestad», «tiempo variable», etc. En realidad, estos barómetros sólo miden la presión en un determinado

lugar, y la mayor parte no con mucho rigor. El fundamento que da lugar al etiquetaje del tiempo, según las presiones, es debido a que un estudio conjunto de las presiones de una zona puede ser decisivo en las predicciones, pero no una presión aislada.

Las *borrascas* y los *anticiclones* son los puntos álgidos en la determinación del panorama meteorológico. Los datos que permiten al meteorólogo predecir el tiempo es preciso registrarlos. Ello se hace en los llamados «mapas del tiempo», que generalmente representan los campos de presión atmosférica en las regiones estudiadas. Estos mapas tienen una vida muy corta, ya que el tiempo está constantemente cambiando; tanto es así, que cuando se hace un mapa, se analizan sus particularidades y se emite un pronóstico, el mapa es ya «viejo», es necesario hacer otro con nuevos datos, los cuales no cesan de llegar a los centros meteorológicos. Por eso los meteorólogos, al referirse a los mapas del tiempo, que comentan, señalan la hora a la que fueron hechos, y, así, dicen: el mapa de las 12 horas, o de las 9 horas, etc.; de esta forma se entiende que el mapa es como una fotografía del tiempo a aquella hora.

Generalmente, en los mapas se señalan unas líneas que unen los puntos que presentan la misma presión; estas líneas se llaman *isobaras*. Las figuras que dibujan las isobaras son borrascas, o zonas de presiones bajas, y anticiclones, o zonas de presiones altas, que señalan, respectivamente, mal tiempo y buen tiempo. De ello te dará una idea el mapa que viene dibujado en el texto, así como de los «frentes» que se producen cuando chocan dos masas de aire de diferente temperatura, y que por lo general indican lluvia.

Es muy sugestivo todo lo relativo al estudio de la Meteorología. Con todo esto sólo hemos querido que tengas una idea de lo difícil y conveniente que es esta ciencia.

13.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

● Problema 1

$$\text{presión existente} = 10^{-10} \text{ atmósferas}$$

1 atmósfera equivale a una presión: h_{dg} ; donde $h = 76 \text{ cm de Hg}$

$$1 \text{ atm} \rightarrow h \cdot d \cdot g = 0,76 \text{ m} \cdot 13,6 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$P = 10^{-10} \text{ atm} = 10^{-10} \text{ atm} \cdot 1,01 \cdot 10^5 \frac{\text{Pa}}{\text{atm}} = 1,01 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$$

1 at equivale a la presión de 76 cm de Hg, o sea, 760 mm

$$P = 10^{-10} \text{ atm} = 10^{-10} \text{ atm} \cdot 760 \frac{\text{mm Hg}}{\text{atm}} = 7,60 \cdot 10^{-8} \text{ mm de Hg}$$

● Problema 2

En el primer caso (fig. 13-16 del texto) la presión atmosférica equilibra exactamente la presión del gas. Por tanto:

$$P_{\text{at}} = P_{\text{gas}}$$

En el segundo caso, $P_{\text{gas}} + \text{Presión debida a la columna de 60 mm de mercurio}$ equilibra a la presión atmosférica. Por tanto:

$$P_{\text{at}} = P_{\text{gas}} + h d g ; \quad \text{o bien: } P_{\text{gas}} = P_{\text{at}} - h d g$$

En el tercer caso, P_{at} es menor que la del gas, de forma que:

$$P_{\text{at}} = P_{\text{gas}} - h' d g ; \quad \text{o bien: } P_{\text{gas}} = P_{\text{at}} + h' d g$$

Para los cálculos siguientes, consulta el apartado 2.6, tema 13, del texto:

Primer caso:

$$P_{\text{gas}} = 760 \text{ mm de Hg} = 760 \text{ torr}$$

$$P_{\text{gas}} = 760 \text{ mm} \cdot \frac{133 \text{ Pa}}{\text{mm}} = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Segundo caso: Hazlo tú solo. Debe darte:

$$P_{\text{gas}} = 700 \text{ torr} = 9,31 \cdot 10^4 \text{ Pa}$$

Tercer caso: Hazlo tú solo. Debe darte:

$$P_{\text{gas}} = 800 \text{ torr} = 1,06 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

● Problema 3

Para resolver este problema lo que te conviene es saber a qué equivale 1 mm de agua en presión:

$$\text{presión} = \text{hdg}$$

$$1 \text{ mm H}_2\text{O} \rightarrow 0,001 \text{ m} \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 9,8 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 9,8 \text{ Pa}$$

Por otra parte, 1 mm Hg = 133 Pa. Luego:

$$1 \text{ mm H}_2\text{O} = 9,8 \text{ Pa} = \frac{9,8 \text{ Pa}}{133 \text{ Pa/mm Hg}} = 7,4 \cdot 10^{-2} \text{ mm Hg}$$

Entonces, el problema ya no tiene dificultad.

En el *primer caso* no varían los resultados.

En el *segundo caso*:

$$P_{\text{gas}} = P_{\text{at}} - \text{hdg} ; \quad P_{\text{at}} = \begin{matrix} \nearrow 760 \text{ torr} \\ \searrow 101\,300 \text{ Pa} \end{matrix}$$

$$\text{hdg} = 0,60 \cdot 10^3 \cdot 9,81 = 589 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \approx 0,6 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

$$P_{\text{gas}} = 101,3 \cdot 10^3 - 0,6 \cdot 10^3 = 100,7 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

$$P_{\text{gas}} = 760 - \text{hdg} ; \quad 60 \text{ mm de agua} \rightarrow 60 \times 0,074 \text{ mm Hg}$$

$$\text{hdg} = 60 \times 0,074 \text{ mm Hg} = 4,4 \text{ mm Hg}$$

Luego:

$$P_{\text{gas}} = 760,0 - 4,4 = 755,6 \text{ torr}$$

Resuelve tú solo el *tercer caso*.

● Problema 4

1.º) Veamos qué ocurre cuando la columna barométrica forma un ángulo α con la horizontal (nivel del mercurio en la cubeta) (ver fig. 13-1).

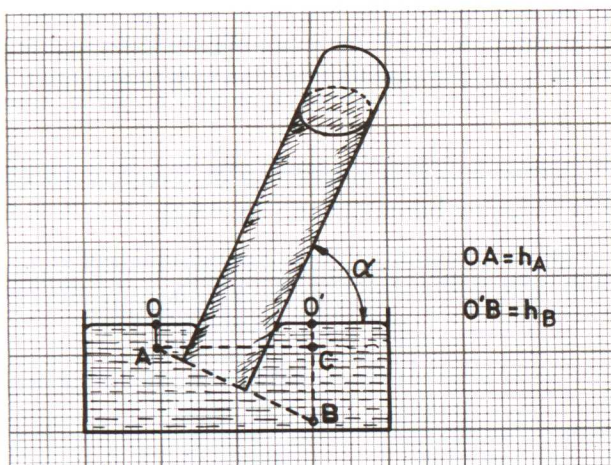


FIG. 13-1

Vamos a hallar las presiones ejercidas en dos puntos cualesquiera de la cubeta, por ejemplo los designados por las letras A y B.

Según el apartado 11.2 del Documento 31/1 (pág. 290) y el apartado 5.3 del texto «POSITRON» (pág. 101), tema 11, recuerda que la ecuación fundamental de la hidrostática es:

$$\text{Presión} = d \cdot g \cdot h$$

luego:

$$P_A = d \cdot g \cdot h_A + \text{Presión atmosférica}$$

$$P_B = d \cdot g \cdot h_B + \text{Presión atmosférica}$$

NOTA.—Le sumamos la presión atmosférica porque sobre los puntos A y B no sólo actúa la presión debida a las columnas de mercurio h_A y h_B respectivamente, sino que, como la cubeta está abierta, ejercerá sobre esos puntos la presión del exterior, o sea, la presión atmosférica.

La diferencia de presiones entre los puntos A y B es:

$$P_B - P_A = d \cdot g \cdot h_B - d \cdot g \cdot h_A$$

$$P_B - P_A = d \cdot g \cdot (h_B - h_A)$$

Observa en la fig. 13-1 que las alturas h_A y h_B son las distancias *más cortas* que se pueden trazar desde los puntos A y B a la superficie libre del mercurio, o sea, la perpendicular trazada desde dichos puntos hasta el nivel de mercurio en la cubeta.

$h_B - h_A$ es la diferencia BC de esas distancias y *no* la distancia entre los puntos A y B que señalamos con una línea de trazos en la figura 13-1.

Vamos a calcular ahora la diferencia de presión en otros dos puntos A y B de la columna barométrica (fig. 13-2).

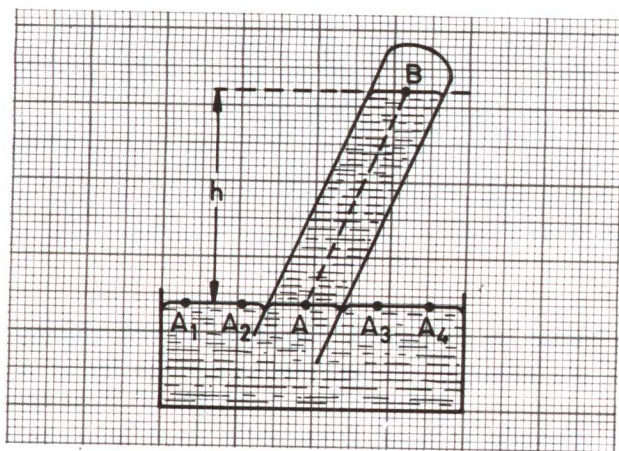


FIG. 13-2

En virtud del principio fundamental de la hidrostática todos los puntos situados en una misma superficie horizontal están a igual presión. Sobre los puntos $A_1, A_2, A_3, A_4 \dots$ actúa la presión atmosférica, por lo tanto como el punto A está situado en la misma superficie horizontal, la presión en ese punto es también la atmosférica. La presión en el punto A es la ejercida por una columna de mercurio de altura h , luego:

$$\text{Presión atmosférica} = P_A = d \cdot g \cdot h$$

Observa que la altura h (como vimos anteriormente) es la perpendicular trazada desde el punto B hasta la superficie libre de mercurio en la cubeta, y *no* la distancia entre los puntos A y B que señalamos en la fig. 13-2 con una línea de trazos.

Como sabes por el apartado 2.6 del tema 13 de «POSITRON», páginas 118 y 119, la altura h (fig. 13-2) de la columna de mercurio en el

interior del tubo, que corresponde a la presión de una atmósfera como acabamos de ver (e igual a 101 300 Pa en el S.I.), tiene que ser de 76 cm, **la misma altura que cuando el tubo se pone verticalmente** como en la experiencia de Torricelli.

NOTA.—Cuando tengamos que leer la presión en un barómetro de cubeta, la altura que debemos medir es la distancia vertical que existe entre el nivel de mercurio en el tubo barométrico y el nivel de la cubeta, aunque el tubo barométrico forme un ángulo distinto de 90° con la horizontal.

2.º) Si empleas un tubo de doble diámetro, tampoco pasaría nada, dado que:

$$\text{Presión} = \frac{\text{Peso columna}}{\text{Superficie}} = \frac{mg}{S} = \frac{Vdg}{S} = \frac{Shdg}{S} = hdg$$

Por tanto, la altura del mercurio no sufre variación.

Si empleas glicerina, cuya densidad es aproximadamente diez veces menor que la del mercurio, la altura va a salir unas diez veces mayor. En efecto:

$$\left. \begin{array}{l} P = hdg \quad (\text{con el mercurio}) \\ P' = h'd'g \quad (\text{con la glicerina}) \end{array} \right\} P = P' = 1 \text{ atm}$$

$$\frac{P}{P'} = 1 = \frac{hd}{h'd'}$$

$$h' = \frac{hd}{d'} = \frac{76,0 \text{ cm} \cdot 13,6 \text{ g/cm}^3}{1,3 \text{ g/cm}^3} \cdot 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{cm}} = 8,0 \text{ m}$$

Si inviertes el tubo con mercurio sobre el agua, el mercurio caerá sobre ella; el «vacío» dejado en el tubo será ocupado por agua.

● Problema 5

Para comprender este problema observa la figura 13-7 del libro del texto.

Suponiendo que la presión atmosférica es igual,

$$1 \text{ atmósfera} = 101,3 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

$$P = h d g ; \quad d = 1,84 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$h = \frac{P}{d g} = \frac{101,3 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2}{1,84 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,8 \text{ m/s}^2} = 5,6 \text{ metros}$$

● **Problema 6**

$$P = \frac{F}{S} ; \quad F = P \cdot S$$

$$P = 740 \text{ mm de Hg} = (740 \times 133) \text{ Pa} = 9,84 \cdot 10^4 \text{ Pa (o sea, N/m}^2\text{)}$$

$$S = 100 \text{ cm}^2 = 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$F = 9,84 \cdot 10^4 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 = 9,84 \cdot 10^2 \text{ N}$$

$$F = \frac{9,84 \cdot 10^2 \text{ N}}{9,8 \text{ N/kp}} = 10^2 \text{ kp}$$

La fuerza ejercida por la presión es muy grande, como puedes ver. Pero no se nota su influencia porque actúa igual en todas direcciones y la resultante es nula.

● **Problema 7**

$$\text{La superficie de la pantalla es } S = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4} .$$

$$S = \frac{\pi \cdot 36^2}{4} \text{ cm}^2 = 1020 \text{ cm}^2 = 1,02 \cdot 10^{-1} \text{ m}^2$$

$$F = P \cdot S = 101,3 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 1,02 \cdot 10^{-1} \text{ m}^2 = 1,03 \cdot 10^4 \text{ N}$$

- Los **problemas 9 y 10** puedes resolverlos tú solo.

13.4 EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

Para la realización de este ejercicio sigue las mismas normas que en las autoevaluaciones anteriores.

● Cuestiones de opción única (12 puntos):

1. Llenamos un vaso con agua y lo cerramos con una cartulina que ajuste bien. Si volcamos el vaso cuidadosamente, el agua no cae. Esto es debido:

A) A que el papel sostiene al agua.
B) A que la presión atmosférica sostiene al agua y al papel.
C) A que el peso del agua es menor que el del papel.
D) A que el papel se pega en el agua.

1

2. Un manómetro (*) de tubo en U se puede hacer uniendo dos tubos rectos con una manguera de plástico y luego se llena de líquido. Un extremo de este manómetro se conecta a una espira de gas y la otra se deja abierta al aire. La diferencia de altura de las superficies de las dos ramas depende (mira la figura de la prueba 5):

A) Del diámetro de la manguera conectada a las ramas.
B) Del radio de las secciones de los dos tubos.
C) De la orientación de los tubos; por ejemplo, del ángulo que forman entre sí.
D) De la densidad del líquido que contiene el manómetro.

2

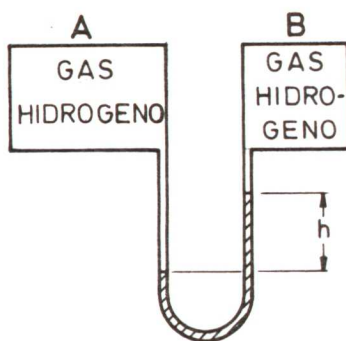
(*) Instrumento para medir la presión de un gas contenido en un recipiente.

3. Un barómetro de mercurio está situado en una cabina herméticamente cerrada en la Luna. La cabina contiene aire a la presión atmosférica ambiente. El barómetro deberá marcar (g en la Luna es aproximadamente un sexto del valor terrestre):

A) 760 mm B) $760/6$ C) 760×6 D) Cero

3

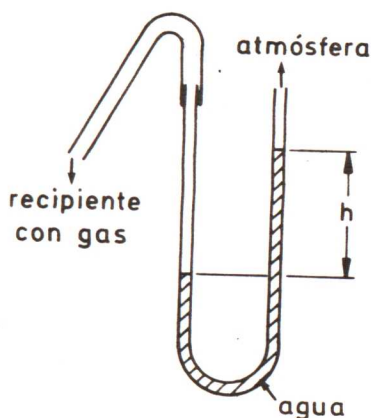
4. Observa la figura e indica la afirmación correcta:



- A) Es imposible que esto ocurra, pues es igual el gas de los dos recipientes.
B) Es imposible, pues el depósito A es más grande que el B.
C) Es posible, y la presión del gas en A es igual a la presión del gas en B.
D) Es posible, pues la presión del gas en A es mayor que en B.
E) Es posible siendo la presión del gas en A menor que en B.

4

5. Un tubo en U que contiene agua está conectado a un recipiente con gas, de tal forma que la diferencia entre la altura de niveles es h.



La diferencia debida a la presión del gas podría reducirse a la mitad:

- A) Haciendo doble el diámetro del tubo abierto.
- B) Reduciendo a la mitad el diámetro del tubo abierto.
- C) Haciendo doble el área de la sección del tubo abierto.
- D) Haciendo la mitad el área de la sección del tubo abierto.
- E) Ninguna de estas propuestas.

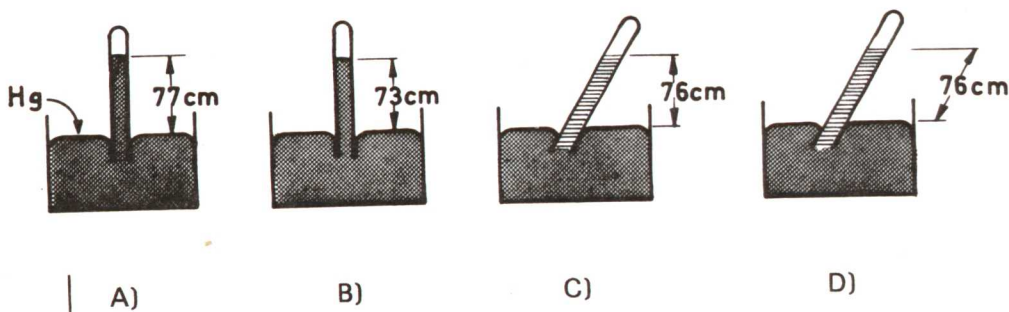
5

6. En la figura anterior, manteniendo los brazos de igual diámetro, la altura podría incrementarse:

- A) Con aceite de $d=0,8 \text{ g/cm}^3$ en lugar de agua.
- B) Con mercurio en lugar de agua.
- C) Inclinando el tubo en el sentido de las agujas del reloj.
- D) Inclinando el tubo en el sentido contrario a las agujas del reloj.
- E) Cerrando el tubo abierto antes de conectar el gas.

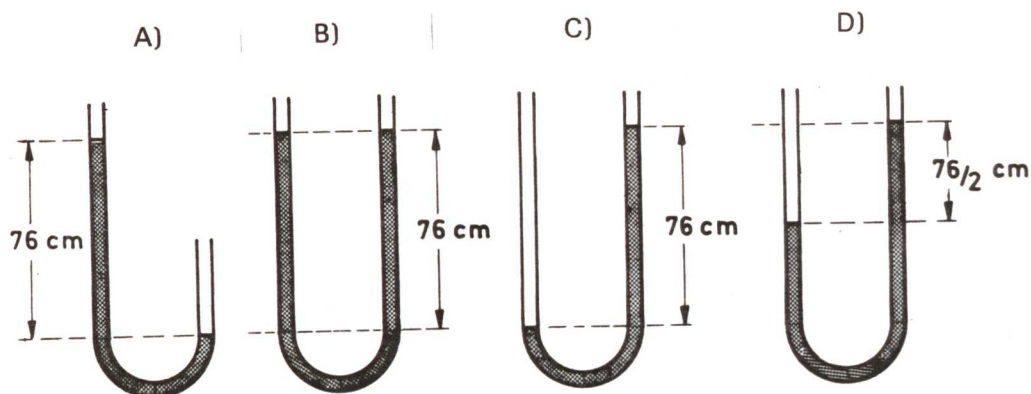
6

7. La presión en un día y lugar determinado es de 1 013 milibares. Observa la figura y señala cuál de los barómetros representados indica bien la presión:



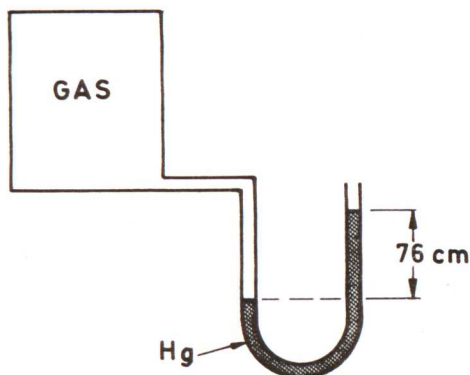
7

8. De las figuras inferiores sólo hay una representación correcta. Fíjate que los tubos están abiertos y ten en cuenta que la presión atmosférica es de 101 300 Pa.



8

9. La presión del gas encerrado en el recipiente de la figura adjunta es:



- A) Igual a la presión atmosférica.
- B) Menor que la presión atmosférica.
- C) Nula.
- D) Vale dos atmósferas.
- E) Vale una atmósfera.

9

10. La densidad del mercurio es $13,6 \text{ g/cm}^3$, y la del tetracloruro de carbono, $1,6 \text{ g/cm}^3$. Si queremos repetir la experiencia de Torricelli con este último líquido necesitamos una columna de vidrio que tuviera algo más de:

- A) $\frac{1,6 \times 13,6}{76} \text{ cm}$
- B) $\frac{76 \times 1,6}{13,6} \text{ cm}$
- C) $\frac{76 \times 13,6}{1,6} \text{ cm}$
- D) 500 cm

10

11. Bebemos una horchata succionando con una paja. Esto se explica porque:

- A) Hacemos una fuerza sobre el líquido.
- B) Es la presión atmosférica la que hace subir el líquido por el interior de la paja.
- C) La paja es de forma cilíndrica.
- D) El líquido moja las paredes del vaso y de la paja.

11

12. Recuerda el experimento de los hemisferios de Magdeburgo. Si dos alumnos son capaces de tirar cada uno con una fuerza de 200 N, en sentidos opuestos, podrían separar dos hemisferios de un radio aproximado de:

- A) $2 \cdot 10^{-2}$ m
- B) $20 \cdot 10^{-2}$ m
- C) 2 m
- D) 20 m

12

● Completar el siguiente cuadro (5 puntos):

Unidad SI Pascal (Pa)	kp/cm ²	Milibares (mbar)	mm de Hg	atm
1 013 000	10,33	(13)	7 600	10
10	$1,02 \times 10^{-4}$	0,1	0,075	(14)
100	(15)	1	(16)	$9,87 \times 10^{-4}$
1 000	$1,02 \times 10^{-2}$	(17)	7,5	$9,87 \times 10^{-3}$

● **Completar las siguientes frases (4 puntos):**

18. Las líneas que indican los puntos de igual presión en los mapas meteorológicos se llaman
19. Los centros de baja presión atmosférica en un mapa meteorológico se llaman, y los de alta presión.
20. Cuando la desciende rápidamente en verano es señal de tormenta, y cuando es señal de buen tiempo.
21. En Alicante la presión atmosférica es a la de las cumbres de los Pirineos.

13.5 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

1. B
2. D
3. C
4. D
5. E
6. A
7. C
8. B
9. D
10. C
11. B
12. A
13. 10 130
14. $9,87 \times 10^{-5}$
15. $1,02 \times 10^{-3}$
16. 0,75
17. 10
18. isobaras
19. ciclones, anticiclones
20. presión atmosférica, asciende
21. superior

Puntuación máxima que se puede alcanzar: 21 puntos.

Puntuación mínima indispensable para pasar a estudiar el tema siguiente: 15 puntos.

TEMA 14

OBJETIVOS

- Describir las características de los movimientos ondulatorios transversal y longitudinal.
- Deducir la relación entre longitud de onda, velocidad y periodo utilizando las gráficas del documento.
- Aplicar las relaciones anteriores a la resolución de cuestiones y problemas numéricos.

Movimiento ondulatorio

INDICE

14.1 CONTENIDOS BÁSICOS

14.2 ORIENTACIONES

14.2.1 Acerca del movimiento ondulatorio, ondas transversales

14.2.2 Ondas longitudinales

14.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

14.4 EJERCICIO DE AUTOEVALUACIÓN

14.5 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACIÓN

OBJETIVOS

- Describir las características de los movimientos ondulatorios transversal y longitudinal.
- Deducir la relación entre longitud de onda, velocidad y período utilizando las gráficas del documento.
- Aplicar las relaciones anteriores a la resolución de cuestiones y problemas numéricos.

INDICE

14.1 CONTENIDOS BASICOS

14.2 ORIENTACIONES

14.2.1 Acerca del movimiento ondulatorio: ondas transversales

14.2.2 Ondas longitudinales

14.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

14.4 EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

14.5 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

14.1 CONTENIDOS BASICOS

- Ondas (T, D).
- Movimiento ondulatorio (T, D).
- Vibración completa (T, D).
- Período; frecuencia (T, D).
- Amplitud (T, D).
- Longitud de onda (T, D).
- Ecuación fundamental del movimiento ondulatorio (T, D).
- Ondas transversales (T, D).
- Ondas longitudinales (T, D).
- Ondas estacionarias: vientos y nodos (T).

14.2 ORIENTACIONES

14.2.1 Acerca del movimiento ondulatorio: ondas transversales

A fin de facilitarte la comprensión del movimiento ondulatorio, y para que veas de una forma práctica y palpable cómo se propaga, adjuntamos, en separata, la gráfica 14-1, sobre la cual vas a manipular, según nuestras indicaciones. Después podrás contestar a una serie de preguntas, que te formularemos, con gran facilidad.

Observa la gráfica; verás que son iguales las distancias:

$$AB=BC=CD=DE=\dots\dots\dots=2 \text{ cm}$$

Para empezar a operar en la gráfica necesitas unas fichas, que tú mismo puedes preparar. Elige una cartulina de color fuerte y recorta cuadraditos iguales, de unos 4 mm de lado aproximadamente.

Ahora coloca cada una de las fichas en los puntos A, B, C, D, De esta forma quedan representadas las partículas de un medio elástico en reposo. La distancia entre dos partículas es de 2 cm. Una partícula (ficha) debe estar situada en el punto 0 de la circunferencia.

Dispuestas así las fichas, comenzarás a moverlas en la forma siguiente:

1. La partícula situada en el 0 de la circunferencia la pasas a la posición 1, describiendo un ángulo de 30 grados. La partícula situada en el punto A la subes al punto inmediatamente superior (punto de intersección de la paralela a la línea central con la vertical). La distancia entre A y el punto de la nueva posición es de 2 cm.
2. La partícula situada en el punto 1 de la circunferencia la mueves al punto 2. El arco comprendido entre la posición 0 hasta la 2 le corresponde un ángulo de 60 grados. La partícula A la pasas al punto inmediatamente superior (intersección de la paralela con la vertical). La distancia entre A y este nuevo punto es de 3,5 cm.
La partícula situada en el punto B la subes al punto correspondiente, situado en la intersección de la línea que definen los puntos 1-5 de la circunferencia con la vertical que pase por B. Observa que la altura de la partícula B es ahora la misma que la que ocupaba A en la anterior posición.
3. La partícula situada en el punto 2 de la circunferencia la pasas al punto 3. El ángulo de 0 a 3 es de 90 grados. La partícula A pasará ahora a la posición más alta posible de esa línea vertical que pasa por A. La partícula B sube a la posición inmediatamente superior, y comienzas a mover la partícula situada en el punto C, que pasará a ocupar el punto inmediatamente superior de su vertical. Contesta ahora a las siguientes preguntas:

¿Qué distancia hay, en este momento, entre cada una de las partículas y los puntos que ocupaban cuando el medio todavía estaba en reposo?

Partícula que inicialmente estaba en A $\rightarrow d_A = \dots\dots\dots$

Partícula que inicialmente estaba en B $\rightarrow d_B = \dots\dots\dots$

Partícula que inicialmente estaba en C $\rightarrow d_C = \dots\dots\dots$

Por último está la partícula situada en D, que todavía no ha comenzado su movimiento.

4. La partícula situada en la posición 3 de la circunferencia la pasas a la posición 4. El ángulo de 0 a 4 vale 120 grados. La partícula A baja al punto inmediatamente inferior de su vertical. La partícula

la B sube a la posición más alta de su vertical. La C sube a la posición inmediata superior a su vertical, y la D comienza su movimiento, pasándola a la posición inmediata superior de su vertical. La E aún no ha comenzado el movimiento.

5. Puedes continuar tú solo el movimiento, comenzando siempre por la partícula situada en la circunferencia. Ahora pasará del punto 4 al 5. La partícula A baja una posición. La partícula B baja también una posición. La partícula C llega al punto más alto de su vertical. La partícula D sube una posición. La partícula E inicia el movimiento, subiendo una posición. La partícula F aún permanece en reposo. En este momento observa que la partícula A y la partícula E están a la misma altura (en sus respectivas verticales) con respecto a la línea inicial, o línea de las posiciones en reposo; ahora bien, hay una diferencia entre ellas: el movimiento de la A es descendente, mientras que el de la E es ascendente.
6. La partícula que ocupe la posición 5 de la circunferencia pasa a la posición 6. La partícula A llega a su posición inicial de equilibrio; la B desciende un lugar; la C comienza a descender, y pasa a la posición inmediata inferior de su vertical. La D llega al punto más alto de su vertical. La E sube un lugar, y la F inicia su movimiento subiendo otro lugar en su propia vertical. La G permanece en reposo.

En este momento conviene que te fijes en que la distancia entre la posición inicial de reposo, determinada, en cada caso, por los puntos A, B, C, etc., y la que ocupan actualmente, es una característica de cada una de las partículas, y se llama **ELONGACION**. De esta forma, resulta que en este momento las respectivas elongaciones tienen los siguientes valores:

Elongación de la partícula A $\rightarrow 0$

Elongación de la partícula B $\rightarrow 2 \text{ cm}$

Elongación de la partícula C $\rightarrow 3,5 \text{ cm}$

Elongación de la partícula D $\rightarrow 4 \text{ cm}$ (valor máximo)

Elongación de la partícula E $\rightarrow 3,5 \text{ cm}$

Elongación de la partícula F $\rightarrow 2 \text{ cm}$

Todas estas partículas están en movimiento. Las partículas A, B y C están descendiendo, se mueven hacia abajo. La D está en el punto más alto, y la E y F están ascendiendo.

7. La partícula que ocupa la posición 6 en la circunferencia pasa a la posición 7. El ángulo de 0 a 7 es de 210° . La partícula A desciende un punto en su vertical (queda, por tanto, a la altura de la línea determinada por los puntos 7 y 11 de la circunferencia). La partícula B pasa a la posición B de equilibrio; la C desciende una posición; la D comienza su movimiento descendente; la E llega al punto más alto; la F sigue su movimiento de ascenso; la G inicia su movimiento pasando a la posición inmediata superior de su vertical.

En este momento el valor de las elongaciones es:

De la partícula A $\rightarrow -2 \text{ cm} (*)$

De la partícula B $\rightarrow 0 \text{ cm}$

De la partícula C $\rightarrow +2 \text{ cm}$

De la partícula D $\rightarrow +3,5 \text{ cm}$

De la partícula E $\rightarrow +4 \text{ cm}$

De la partícula F $\rightarrow +3,5 \text{ cm}$

De la partícula G $\rightarrow +2 \text{ cm}$

De la partícula H $\rightarrow$ en reposo

(*) Las elongaciones situadas por encima de la línea central de equilibrio A, B, C, D... son positivas; por debajo (como en este caso), son negativas.

8. La partícula de la circunferencia pasa de la posición 7 a la 8. Completa ahora los valores siguientes tú solo:

<i>Partícula</i>	<i>Elongación</i>	<i>Sentido del movimiento</i>
A	−3,5 cm	hacia abajo
B		
C		
D		
E		
F		
G		
H		
I		

9. La partícula de la circunferencia pasa a la posición 9. Completa los valores del cuadro adjunto:

<i>Partícula</i>	<i>Elongación</i>	<i>Sentido del movimiento</i>
A	−4 cm	valor máx. negativo
B		
C		
D		
E		
F		
G		
H		
I		
J		

10. La partícula de la circunferencia pasa a la posición 10. Completa los valores del cuadro adjunto:

<i>Partícula</i>	<i>Elongación</i>	<i>Sentido del movimiento</i>
A	−3,5 cm	hacia arriba
B	−4 cm	valor máx. negativo
C	−3,5 cm	
D		
E		
F		
G		
H		
I		
J		
K		

11. La partícula de la circunferencia pasa a la posición 11. Completa los valores del cuadro adjunto:

<i>Partícula</i>	<i>Elongación</i>	<i>Sentido del movimiento</i>
A	−2 cm	hacia arriba
B	−3,5 cm	
C	−4,0 cm	
D	−3,5 cm	
E		
F		
G		
H		
I		
J		hacia arriba
K		
L		

12. La partícula de la circunferencia pasa a la posición 0. Completa el cuadro:

<i>Partícula</i>	<i>Elongación</i>	<i>Sentido del movimiento</i>
A	0 cm	hacia arriba
B	-2 cm	hacia arriba
C	-3,5 cm	hacia arriba
D		
E		
F		
G		
H		
I		
J		
K		
L		
M		

Hemos llegado a un momento que requiere atención especial. Fíjate que la partícula que se movía a lo largo de la circunferencia ha descrito una vuelta completa; mientras tanto, la perturbación en el medio material, representado por las partículas A, B, C, D, etcétera, se ha ido desplazando de izquierda a derecha, alcanzando a la partícula M.

El intervalo de tiempo que transcurre desde que una partícula inicia su movimiento hasta que realiza una vibración completa se denomina PERIODO, y se representa por T.

13. Continúa el movimiento. La partícula que en la circunferencia ocupa la posición 0 pasa a la posición 1.

Completa el cuadro adjunto:

<i>Partícula</i>	<i>Elongación</i>	<i>Sentido del movimiento</i>
A	+2 cm	hacia arriba
B	0 cm	hacia arriba
C	-2 cm	
D		
E		
F		
G		
H		
I		
J		
K		
L		
M		
N		

Ahora otra vez debes poner especial atención. Fíjate que la partícula A y la partícula M tienen la misma elongación y además es también el mismo el sentido de su movimiento: ambas se mueven hacia arriba: Estas dos partículas se dice que están en FASE.

La distancia entre cada dos partículas consecutivas que estén en FASE es *una determinada*, siempre la misma para cada pareja de partículas; esta distancia se denomina LONGITUD DE ONDA del movimiento.

Consideremos las partículas A y M. La única posible diferencia entre ellas es que A lleva moviéndose un tiempo T más que M, y es precisamente ese tiempo el que ha tardado la perturbación en avanzar desde A hasta M. Luego:

$$\lambda = v \cdot T$$

siendo v la velocidad de propagación de la onda.

14.2.2 Ondas longitudinales

La forma de operar es muy parecida a como lo has hecho ya para las ondas transversales. Coloca las fichas en una línea sobre cada una de las letras A, B, C, D, E... (gráfica 14-2). Estas fichas representan las partículas de un medio elástico en reposo.

Sobre la circunferencia A', y encima del 0, coloca la ficha de referencia. Todas las partículas en reposo corresponden al tiempo cero.

1. Pasa la ficha de referencia a la posición 1. Coloca la partícula A en la intersección de la vertical 1-5 con la horizontal. La elongación de la partícula A es 1,5 cm a la derecha, y se mueve hacia la derecha.
2. Pasa la ficha de referencia a la posición 2. Coloca A en la intersección de la vertical 2-4 con la horizontal. Coloca la partícula B en la posición que ocupaba antes A, es decir, 1,5 cm a la derecha del punto de equilibrio B. La elongación de la partícula A es +2,6 cm, y se mueve hacia la derecha.

La elongación de la partícula B es +1,5 cm, y se mueve hacia la derecha.

3. Pasa la partícula de referencia a la posición 3. Coloca A en la intersección de la vertical que pasa por el punto 3 con la horizontal. Coloca B en la posición que ocupaba antes A, y C en la posición que ocupaba antes B.

<u>Partícula</u>	<u>Elongación</u>	<u>Se mueve hacia la</u>
A	+3 cm	máxima elongación
B	+2,6 cm	derecha
C	+1,5 cm	derecha

4. Pasa la ficha de referencia a la posición 4. Coloca las partículas en su lugar como has hecho anteriormente y encontrarás:

<u>Partícula</u>	<u>Elongación</u>	<u>Se mueve hacia la</u>
A	+2,6 cm	izquierda
B	+3,0 cm	máxima elongación
C	+2,6 cm	derecha
D	+1,5 cm	derecha

5. Pasa la ficha de referencia a la posición 5.

<u>Partícula</u>	<u>Elongación</u>	<u>Se mueve hacia la</u>
A	+1,5 cm	izquierda
B	+2,6 cm	izquierda
C	+3,0 cm	máxima elongación
D	+2,6 cm	derecha
E	+1,5 cm	derecha

6. Pon la ficha de referencia en la posición 6. Rellena en la tabla adjunta los valores que faltan.

<u>Partícula</u>	<u>Elongación</u>	<u>Se mueve hacia la</u>
A	0 cm	izquierda
B	+1,5 cm	izquierda
C	+2,6 cm	izquierda
D	+3,0 cm	máxima elongación
E	+2,6 cm	
F		

7. Pasa la ficha de referencia a la posición 7. Completa la tabla.

<u>Partícula</u>	<u>Elongación</u>	<u>Se mueve hacia la</u>
A	-1,5 cm	izquierda
B		
C		
D		
E		
F		
G		

El signo negativo de la elongación A aparece, ya que dicha partícula está a la izquierda de su posición de equilibrio.

8. Pasa la ficha de referencia a la posición 8. Completa la tabla.

<u>Partícula</u>	<u>Elongación</u>	<u>Se mueve hacia la</u>
A	-2,6 cm	izquierda
B	-1,5 cm	izquierda
C		
D		
E		
F		
G		
H	+1,5 cm	derecha

9. Pasa la ficha de referencia a la posición 9 y coloca las partículas A, B, C... en su posición correspondiente. Completa la tabla.

<u>Partícula</u>	<u>Elongación</u>	<u>Se mueve hacia la</u>
A	-3,0 cm	elong. máx. posible
B	-2,6 cm	izquierda
C		
D		
E		
F		
G		
H		
I	+1,5 cm	derecha

10. Pon la ficha de referencia en la posición 10. Completa la tabla.

<u>Partícula</u>	<u>Elongación</u>	<u>Se mueve hacia la</u>
A	-2,6 cm	derecha
B	+3,0 cm	elongación máxima
C	-2,6 cm	izquierda
D		
E		
F		
G		
H		
I		
J	+1,5 cm	derecha

11. Pasa la ficha de referencia a la posición 11. Completa la tabla.

<u>Partícula</u>	<u>Elongación</u>	<u>Se mueve hacia la</u>
A	-1,5 cm	derecha
B	-2,6 cm	derecha
C	-3,0 cm	elongación máxima
D		
E		
F		
G		
H		
I		
J		
K	+1,5 cm	derecha

12. Pasa la ficha de referencia a la posición 0. Fíjate que ahora la partícula A se encuentra con elongación cero, moviéndose hacia la derecha, pero ya ha efectuado una vibración completa.

<u>Partícula</u>	<u>Elongación</u>	<u>Se mueve hacia la</u>
A	+0,0 cm	derecha
B	−1,5 cm	derecha
C	−2,6 cm	derecha
D		
E		
F		
G		
H		
I		
J		
K		
L	+1,5 cm	derecha

13. Pasa la ficha de referencia a la posición 1, y las partículas del medio quedarán así:

<i>Partícula</i>	<i>Elongación</i>	<i>Se mueve hacia la</i>
A	+1,5 cm	derecha
B	+0,0 cm	derecha
C	-1,5 cm	derecha
D	-2,6 cm	derecha
E	-3,0 cm	elongación máxima
F	-2,6 cm	izquierda
G	-1,5 cm	izquierda
H	0,0 cm	izquierda
I	+1,5 cm	izquierda
J	+2,6 cm	izquierda
K	+3,0 cm	elongación máxima
L	+2,6 cm	derecha
M	+1,5 cm	derecha

Ahora encuentras que la partícula A y M están en FASE. La distancia entre dos partículas contiguas, en equilibrio, es 6,5 cm. La distancia entre la partícula A y la B es 5 cm, más pequeña que la de reposo (zona de compresión). La distancia entre la partícula H y la G es 8 cm, mayor que la de reposo (zona de dilatación). Fíjate que, al igual que en las ondas transversales, la longitud de onda es la distancia que existe entre dos partículas consecutivas que están en fase. Hay una diferencia notable entre estos dos tipos de ondas. En las longitudinales la vibración de las partículas se produce en la misma dirección en que viaja la perturbación. En las otras la vibración de las partículas se produce en dirección perpendicular a la de propagación de la perturbación.

La relación entre velocidad de propagación de la onda, el período y la longitud de onda es:

$$\lambda = v \cdot T$$

al igual que en las transversales.

14.3 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

● Problema 1

La frecuencia es:

$$N = \frac{12}{60} = \frac{1}{5} \text{ s}^{-1}$$

La velocidad de la onda:

$$v = \frac{90 \text{ m}}{(2 \times 60) \text{ s}} = \frac{90}{120} \text{ m/s} = \frac{3}{4} \text{ m/s}$$

$$\lambda = v T = \frac{v}{N}$$

$$\lambda = \frac{3/4 \text{ m/s}}{1/5 \text{ s}^{-1}} = \frac{15}{4} \text{ m} = 3,75 \text{ m}$$

● Problema 2

La frecuencia es:

$$N = \frac{480}{60} \text{ s}^{-1} = 8,0$$

$$v = \lambda N = 3,5 \text{ m} \cdot 8,0 \text{ s}^{-1} = 28 \text{ m/s}$$

● Problema 3

$$N = 120\,000 \text{ Hz} = 1,20 \cdot 10^5 \text{ Hz}$$

$$v = 1\,503 \text{ m/s}$$

En las ondas estacionarias (mira la figura 14-8 del texto y vuelve a leer el apartado 4.1 del mismo), recuerda que la distancia entre dos nodos consecutivos es una semilongitud de onda. Luego:

$$\lambda = v T = \frac{v}{N} = \frac{1\,503 \text{ m/s}}{1,20 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}} = 1,253 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Distancia entre dos nodos:

$$d = \frac{\lambda}{2} = 6,26 \cdot 10^{-3} \text{ m} = \boxed{6,26 \text{ mm}}$$

● Problema 4

$$v = 300\,000 \text{ km/s} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$\lambda = 200 \text{ m}$$

$$N = \frac{v}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{2 \cdot 10^2 \text{ m}} = 1,5 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}$$

$$N = 1,5 \cdot 10^6 \text{ Hz} = \boxed{1,5 \cdot 10^3 \text{ kHz}}$$

● Problema 5

$$\lambda = 0,8 \text{ }\mu\text{m} = 0,8 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

(mira las unidades de la tabla II del tema 2 del texto)

$$N \text{ (luz roja)} = \frac{v}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{0,8 \cdot 10^{-6} \text{ m}} = \boxed{3,75 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}}$$

$$\lambda = 0,4 \text{ }\mu\text{m} = 0,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$N \text{ (luz violeta)} = \frac{v}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{0,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}} = \boxed{7,5 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}}$$

Puedes ver que al disminuir la longitud de onda, aumenta la frecuencia.

14.4 EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

Sigue las normas dadas en ejercicios anteriores y las que se te den en éste de nuevo.

● **Emparejar los conceptos de la izquierda con los que más concuerden de las frases de la derecha (10 puntos):**

- | | |
|--|---|
| 1. Propagación de un movimiento vibratorio. () | A) Elongación. |
| 2. Distancia recorrida por una onda durante un período. () | B) Amplitud. |
| 3. Las partículas vibran perpendicularmente a la dirección de propagación. () | C) Frecuencia. |
| 4. Puntos inmóviles de un movimiento ondulatorio. () | D) Longitud de onda. |
| 5. Las vibraciones no se propagan. () | E) Ecuación fundamental del movimiento ondulatorio. |
| 6. Máxima elongación. () | F) Onda transversal. |
| 7. Las partículas vibran en la dirección de propagación. () | G) Nodo. |
| 8. Su unidad es el Hz. () | H) Vientre. |
| 9. La distancia del punto a su posición de equilibrio. () | I) Onda estacionaria. |
| | J) Onda longitudinal. |
| 10. $v = \lambda N$ () | K) Movimiento ondulatorio. |

● **Cuestiones de opción única (5 puntos):**

11. La velocidad de una onda es el resultado de:

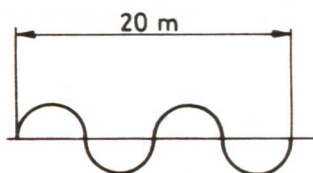
- A) $\text{Amplitud} \times \text{longitud de una onda}$.
- B) $\text{Frecuencia} \times \text{longitud de onda}$.

- C) Período $\times$ frecuencia.
- D) Amplitud/período.
- E) Frecuencia/longitud de onda.

11

12. En la figura adjunta el valor de la longitud de onda es:

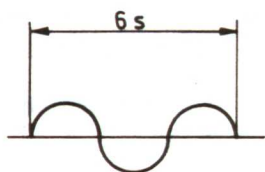
- A) 20 m
- B) 10 m
- C) 5 m
- D) 4 m



12

13. En la figura adjunta el valor del período es:

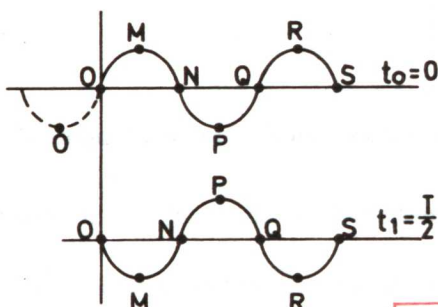
- A) 3 s
- B) 2 s
- C) 4 s
- D) 6 s⁻¹



13

14. Observa las representaciones sucesivas de un movimiento ondulatorio correspondiente a un tiempo $t_0=0$ y $t_1=T/2$ (un semi-período después). Con estos datos y el examen de la figura deducirás que el avance de la onda es:

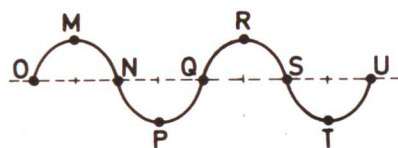
- A) Hacia la derecha.
- B) Hacia la izquierda.
- C) No se mueve.
- D) De arriba abajo.
- E) De abajo arriba.



14

15. En la representación adjunta los puntos que se encuentran en igualdad de fase son:

- A) N y S
B) Q y R
C) S y U
D) M y P



15

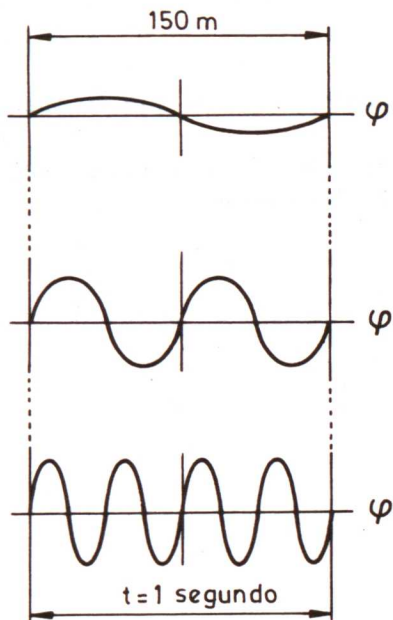
● Ejercicio de aplicación (9 puntos):

En la representación adjunta, completa los valores:

16. $\left\{ \begin{array}{l} N = \dots\dots\dots \\ T = \dots\dots\dots \\ \lambda = \dots\dots\dots \end{array} \right.$

17. $\left\{ \begin{array}{l} N = \dots\dots\dots \\ T = \dots\dots\dots \\ \lambda = \dots\dots\dots \end{array} \right.$

18. $\left\{ \begin{array}{l} N = \dots\dots\dots \\ T = \dots\dots\dots \\ \lambda = \dots\dots\dots \end{array} \right.$



14.5 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

- | | | |
|--|---|--|
| 1. K | 2. D | 3. F |
| 4. G | 5. I | 6. B |
| 7. J | 8. C | 9. A |
| 10. E | 11. B | 12. B |
| 13. C | 14. A | 15. A |
| 16. $\begin{cases} N=1 \text{ Hz} \\ T=1 \text{ s} \\ \lambda=150 \text{ m} \end{cases}$ | 17. $\begin{cases} N=2 \text{ Hz} \\ T=0,5 \text{ s} \\ \lambda=75 \text{ m} \end{cases}$ | 18. $\begin{cases} N=4 \text{ Hz} \\ T=0,25 \text{ s} \\ \lambda=37,5 \text{ m} \end{cases}$ |

Puntuación máxima que se puede alcanzar: 24 puntos.

Puntuación mínima indispensable para pasar a estudiar el tema siguiente: 19 puntos.

TEMA 15

OBJETIVOS

- Describir cómo se produce y se propaga el sonido.
- Describir las propiedades del sonido y definir las unidades de intensidad física y de intensidad fisiológica.
- Aplicar la ecuación de propagación del sonido y los conceptos de intensidad a la resolución de ejercicios numéricos.

Sonido

INDICE

- 15.1. CONTENIDOS BÁSICOS
- 15.2. PREGUNTAS Y PROBLEMAS DEL TEXTO
- 15.3. EJERCICIO DE AUTOEVALUACIÓN
- 15.4. SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACIÓN

3. A. 3.

68. 706

OBJETIVOS

- Describir cómo se produce y transmite el sonido.
- Describir las cualidades del sonido y definir las unidades de intensidad física y de intensidad fisiológica.
- Aplicar la ecuación de propagación del sonido y los conceptos de intensidad a la resolución de ejercicios numéricos.

INDICE

- 15.1 CONTENIDOS BASICOS
- 15.2 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO
- 15.3 EJERCICIO DE AUTOEVALUACION
- 15.4 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

15.1 CONTENIDOS BASICOS

- Sonido (T).
- Velocidad de propagación del sonido (T).
- Reflexión del sonido (T).
- Cualidades del sonido: intensidad, tono, timbre (T).
- Unidad de intensidad física: W/m^2 (T).
- Unidad de intensidad fisiológica: decibelio (T).

15.2 CUESTIONES Y PROBLEMAS DEL TEXTO

● Problema 1

En el caso del sonido, no sólo no sucede lo mismo, sino que para que se realice la propagación del sonido es absolutamente necesario un medio material que suministre partículas capaces de vibrar y transmitir el movimiento vibratorio. Por tanto, en el vacío el sonido no se propaga.

● Problema 2

La velocidad con que se propaga el relámpago es la de la luz ($300\,000\text{ km/s}$). Esta velocidad es la más grande de las conocidas; por ello podemos considerarla como instantánea. Por el contrario, el sonido tiene una velocidad mucho menor: 340 m/s . Esta es la razón de que el trueno tarde en oírse 5 segundos después de ser visto el relámpago. La distancia recorrida por el sonido es:

$$s = v \cdot t = 340\text{ m/s} \cdot 5\text{ s} = 1\,700\text{ m}$$

● Problema 3

A 15° C la velocidad del sonido en el aire es 340 m/s . La velocidad del sonido en el hierro es mucho mayor: $v_{\text{acero}} = 5\,000\text{ m/s}$ (tabla II,

tema 15 del texto). Por tanto, escucharás antes el sonido propagado por el hierro:

$$t_1 = \frac{s}{v_{\text{hierro}}} = \frac{1\,000\text{ m}}{5\,000\text{ m/s}} = \frac{1}{5}\text{ s} = 0,20\text{ s}$$

$$t_2 = \frac{s}{v_{\text{aire}}} = \frac{1\,000\text{ m}}{340\text{ m/s}} = 2,94\text{ s}$$

La diferencia entre t_2 y t_1 nos dará el tiempo que transcurre de un sonido a otro:

$$t_2 - t_1 = 2,94 - 0,20 = 2,74\text{ s}$$

● Problema 4

Para pasar la temperatura de grados centígrados a kelvin usaremos la expresión ya conocida:

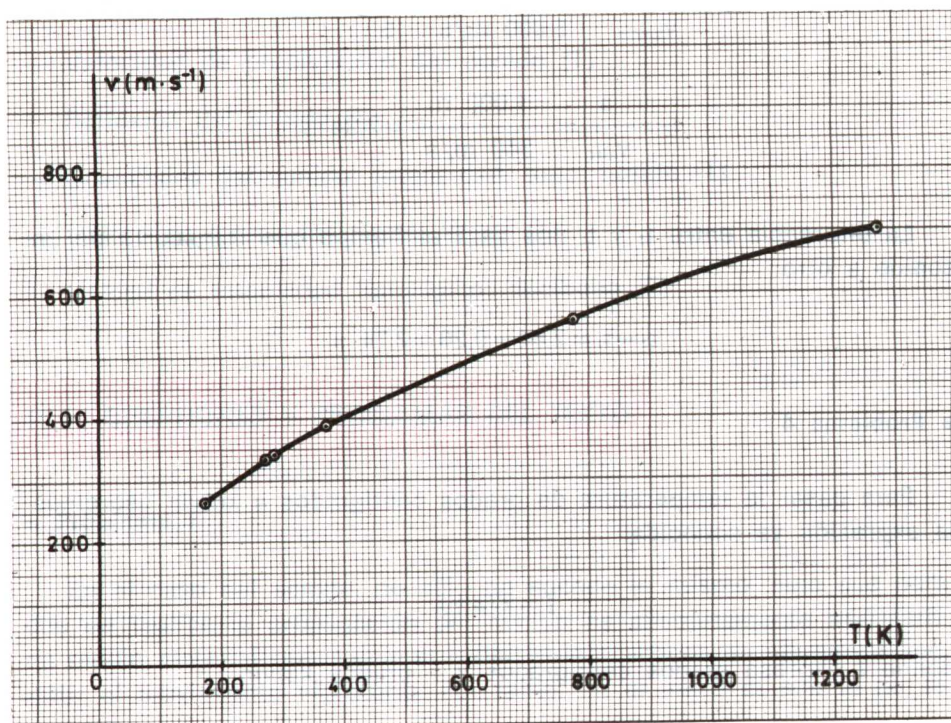
$$T = 273 + t$$

donde t expresa grados centígrados y T grados kelvin.

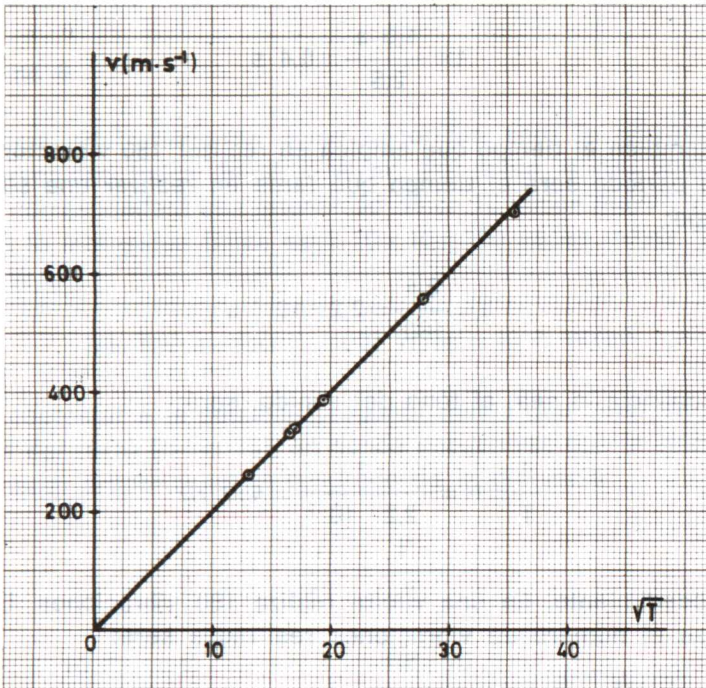
Teniendo en cuenta la tabla I del tema 15 del texto, recogemos en el siguiente cuadro todos los datos necesarios para la construcción de las dos gráficas ($v - T$; $v - \sqrt{T}$) que se piden en el problema:

$t\ (^{\circ}\text{C})$	$T\ (\text{K})$	$\sqrt{T}$	$v\ (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$
-100	173	13,2	263
0	273	16,5	331,4
15	288	17,0	340
100	373	19,3	388
500	773	27,8	557
1 000	1 273	35,7	700

Gráfica v - T :



Gráfica $v-\sqrt{T}$:



Conclusión que deducimos del examen de ambas gráficas: La gráfica $v-T$ es una curva; la gráfica $v\sqrt{T}$ es una recta que pasa por el origen de coordenadas. De acuerdo con lo expuesto en el tema primero de este Documento, acerca de la construcción e interpretación de gráficas, la conclusión que deducimos es que la «velocidad del sonido en el aire es *directamente proporcional* a la raíz cuadrada de la temperatura expresada en grados kelvin». En cursos posteriores de Física verás confirmada esta ley.

● Problema 5

El tono del sonido mide su frecuencia. Vamos a hacer el problema por dos procedimientos:

1.º Con los datos dados hallas el periodo, o tiempo que tarda en realizar una vibración completa. Para ello calculamos el tiempo que tarda en dar una vuelta el cilindro:

$$t = \frac{1,0 \text{ s}}{2,5} = 0,4 \text{ s}$$

0,4 s es también el tiempo que emplea en realizar 180 vibraciones completas. El período será el tiempo que tarda en realizar una sola vibración. Luego:

$$T = \frac{0,4}{180} = 2,2 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

La frecuencia, o sea, el tono del sonido, será:

$$\frac{1}{T} = N = \frac{1}{2,2 \cdot 10^{-3}} = 450 \text{ Hz}$$

2.º procedimiento. En una vuelta realiza 180 vibraciones. Luego en 2,5 vueltas el número de vibraciones realizadas será:

$$180 \times 2,5 = 450 \text{ vibraciones}$$

Como estas vibraciones las realiza en 1 segundo, este número será precisamente su frecuencia.

● Problema 6

Puedes hacerlo tú solo, sin más que consultar las tablas I y II del texto (tema 15) y recordando que:

$$\lambda = v \cdot T = \frac{v}{N}$$

● Problema 7

Debes tener en cuenta que cada vez que la intensidad física se multiplica por 10, la sonoridad o intensidad fisiológica aumenta 10 decibelios.

Para pasar de 90 dB a 100 dB han de aumentar 10 decibelios. Luego la intensidad física que supone 1 moto ha de multiplicarse por 10. Por tanto, el aumento de la sonoridad pedido se logrará con 10 motos.

● Problema 8

Se toma arbitrariamente como sonoridad cero la correspondiente a una intensidad física de 10^{-12} W/m^2 . Por tanto, a una sonoridad de 10 dB le corresponderá una intensidad física 10 veces mayor, y para una de 20 dB la intensidad física será $10 \times 10 = 100$ veces mayor. Expresándola en W/m^2 :

$$\text{int. física} = (10^{-12} \cdot 100) \text{ W/m}^2 = 10^{-10} \text{ W/m}^2$$

Para contestar a la segunda pregunta tienes que tener en cuenta el punto 4.1 del texto (tema 15), en donde encuentras que la intensidad es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia:

$$\frac{I}{d'^2} = \frac{I'}{d^2}$$

$$\frac{10^{-10}}{100^2} = \frac{I'}{10^2} ; \quad I' = \frac{10^2 \cdot 10^{-10}}{10^4} = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

Entonces la intensidad física se ha hecho 100 veces menor, lo cual supone que la sonoridad se hace 20 veces menor, o sea, una sonoridad cero.

● Problema 9

Dado que cada vez que la intensidad física se multiplica por 10 la sonoridad aumenta 10 decibelios, resultará que la sensación sonora que produce un solo sonido será de 40 dB.

15.3 EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

Sigue las normas de los ejercicios de autoevaluaciones anteriores.

● Cuestiones de opción única (23 puntos):

1. El sonido de un violín llevado por el aire al oyente es un:
- A) Movimiento ondulatorio longitudinal estacionario.
 - B) Movimiento ondulatorio transversal (no estacionario) electro-magnético.
 - C) Movimiento ondulatorio transversal estacionario mecánico.
 - D) Movimiento ondulatorio longitudinal (no estacionario) mecánico.
 - E) Movimiento ondulatorio longitudinal (no estacionario) electro-magnético.

1

2. La longitud de onda de un sonido es la distancia entre:

- A) Dos rarefacciones o dilataciones.
- B) Dos posiciones extremas de oscilación.
- C) Dos compresiones sucesivas.
- D) El instrumento sonoro y el oído.

2

3. Un sonido no puede pasar a través del vacío, ya que:

- A) El sonido sólo puede pasar a través de gases.
- B) Las ondas del sonido son absorbidas por el vacío.
- C) El sonido requiere de un medio elástico para viajar.
- D) Las ondas del sonido son del mismo tipo que las de la radio.
- E) El tono del sonido que pasa es inaudible para el oído humano.

3

4. La acústica es la parte de la física que estudia:

- A) El movimiento.
- B) El calor.
- C) El sonido.
- D) Toda clase de ondas.

4

5. Una de las opciones siguientes es un problema técnico que no se puede resolver con la ayuda de la acústica:

- A) El aislamiento acústico de los edificios.
- B) El aislamiento térmico de los edificios.
- C) La aviación supersónica.
- D) El nivel de ruido de las fábricas.

5

6. La velocidad del sonido en el aire depende de:

- A) La presión en el aire.
- B) El tono de la nota emitida.
- C) La longitud de onda del sonido.
- D) La temperatura del aire.

6

7. Un cronometrador situado en la meta de la carrera de los 100 metros lisos comienza a medir el tiempo cuando ve el destello de la pistola en lugar de escuchar el disparo de salida. Esto es debido a que:

- A) El sonido puede estar afectado por el viento.
- B) La luz no tarda ningún tiempo en atravesar los 100 metros.
- C) El viento puede producir refracción en la onda de sonido.

D) La velocidad de la luz es siempre constante.

E) El tiempo que tarda la luz en recorrer los 100 metros es despreciable.

7

8. El eco producido en el agua indica que la profundidad del agua es de 300 m. Si se ha estimado que el intervalo de tiempo es $2/5$ s, el cálculo de la velocidad del sonido en el agua debe dar:

A) $1\,000\text{ m s}^{-1}$

C) $1\,300\text{ m s}^{-1}$

E) $6\,000\text{ m s}^{-1}$

B) $1\,100\text{ m s}^{-1}$

D) $1\,500\text{ m s}^{-1}$

8

9. Cuando una onda sonora atraviesa el agua:

A) Las ondas son transversales.

B) Las ondas reflejadas se llaman ultrasonidos.

C) La velocidad es mayor que en el aire.

D) El agua cambia de color.

9

10. Si la velocidad del sonido en el aire es de 330 m s^{-1} , la longitud de onda en m de una nota de frecuencia 550 Hz es de:

A) 181 500

B) 550

C) 330

D) $5/3$

E) $3/5$

10

11. Si un hombre lanza un grito a 33 metros de un risco y la velocidad del sonido es de 330 m s^{-1} , el intervalo en segundos que tardará en oír el eco es de:

A) $1/10$

B) $1/5$

C) 1

D) 5

E) 10

11

12. El timbre de una nota musical es independiente de:

- A) La forma de la onda oscilante.
- B) Los sobretonos o armónicos presentes.
- C) Los armónicos presentes.
- D) Su intensidad.

12

13. Observa la figura adjunta. Si el hombre hace girar más de prisa la rueda, el sonido que produce la lámina de metal que golpea los radios de la bicicleta será:

- A) Más intenso.
- B) Más grave.
- C) Más agudo.
- D) Más desagradable.



13

14. La intensidad de un sonido:

- A) Disminuye proporcionalmente a la distancia.
- B) Aumenta con la distancia.
- C) Es la energía transmitida por unidad de superficie.
- D) Es inversamente proporcional al cuadrado de la distancia.

14

15. Lo que *no se puede* decir de la intensidad de un sonido es que:

- A) Es débil o fuerte.
- B) Es la potencia transmitida por unidad de superficie.
- C) Es proporcional al cuadrado de la amplitud de su vibración.
- D) Es aguda o grave.

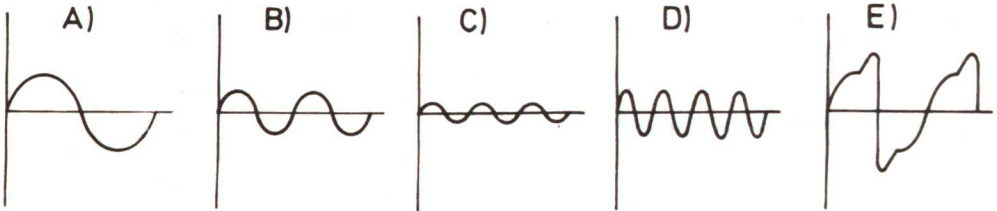
15

16. Aumentando la frecuencia de los sonidos:

- A) Decrece la velocidad de la onda sonora.
- B) Aumenta el tono de la nota.
- C) Aumenta la sonoridad de la nota o sonido.
- D) Decrece la amplitud de la onda sonora.
- E) Aumenta la longitud de onda de la onda sonora.

16

Suponiendo que las gráficas están dibujadas a la misma escala, ¿cuál de las siguientes formas de ondas de sonidos



17. tienen la frecuencia menor?

17

18. tiene frecuencia doble que la de frecuencia más pequeña?

18

19. tiene la mayor amplitud?

19

20. tiene el tono más grave?

20

21. Suponte que estás en una sala de fiestas donde actúa un conjunto musical. Si la sala es pequeña y se aumenta excesivamente la sonoridad con altavoces, se puede:

- A) Alcanzar el umbral de audición.
- B) Mantenerse dentro del área normal de audición.
- C) No percibir los sonidos, pues se han convertido en ultrasonidos.
- D) Alcanzar el umbral del dolor.

21

22. Si se acondiciona la sala anterior con alfombras, cortinas y butacas tapizadas, el efecto será de:

- A) Que cabrá más gente de pie.
- B) Que cabrá más gente sentada.
- C) Que se absorberá parte del sonido.
- D) Que aumentará la sonoridad.

22

23. Si la sensación dolorosa corresponde a 120 decibelios de sonoridad, recordando la fórmula $S = 10 \log I/I_0$ y que $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$, la intensidad física en W/m^2 que corresponde al umbral del dolor es de:

- A) 12 B) 1 C) 100 D) 10

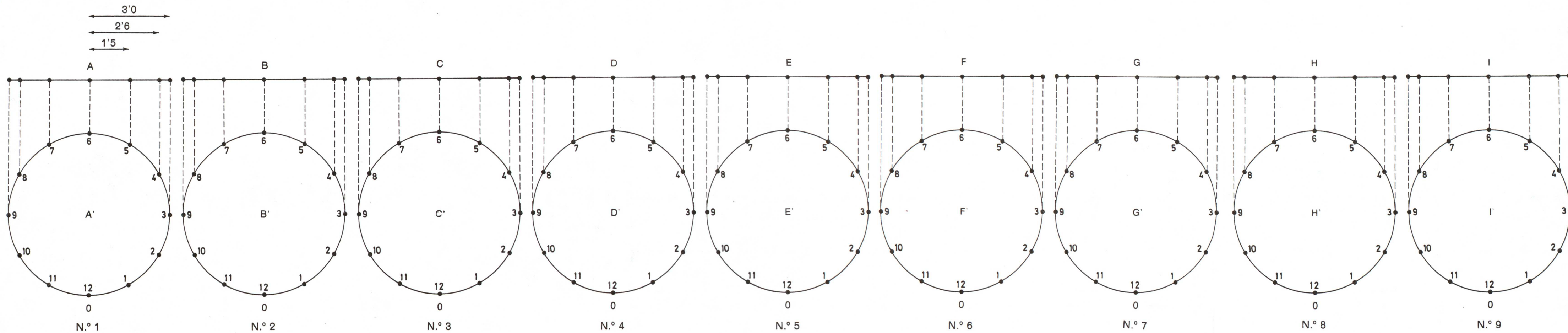
23

15.4 SOLUCIONES AL EJERCICIO DE AUTOEVALUACION

- | | | |
|------|-------|-------|
| 1. D | 9. C | 17. A |
| 2. C | 10. E | 18. B |
| 3. C | 11. B | 19. E |
| 4. C | 12. D | 20. A |
| 5. B | 13. C | 21. D |
| 6. D | 14. D | 22. C |
| 7. E | 15. D | 23. B |
| 8. D | 16. B | |

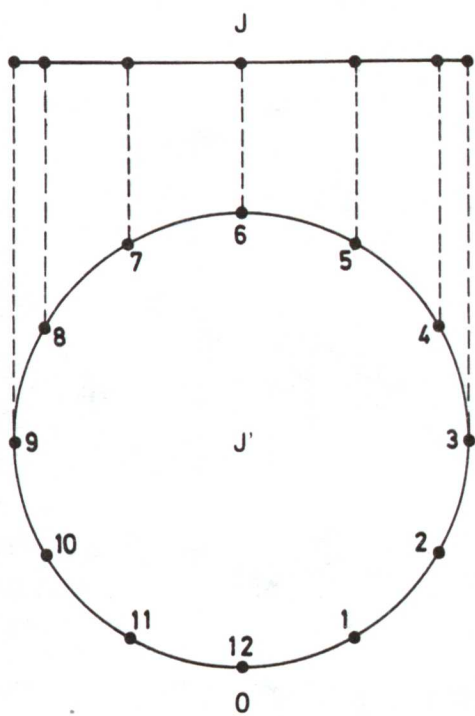
Puntuación máxima que se puede alcanzar: 23 puntos.

Puntuación mínima indispensable para pasar a estudiar el tema siguiente: 14 puntos.

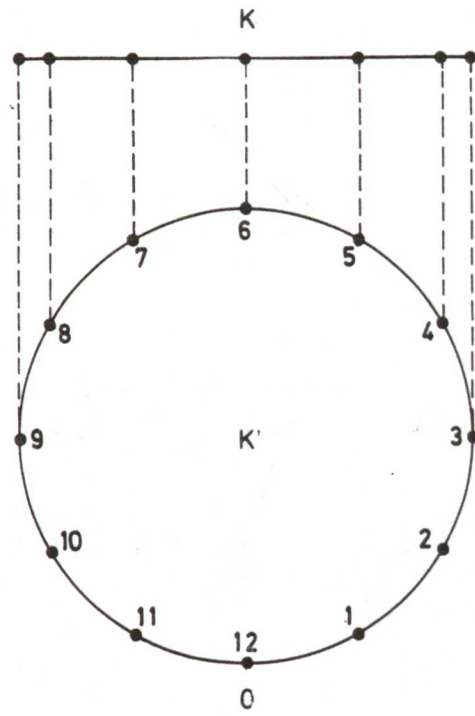


LONGITUDINALES

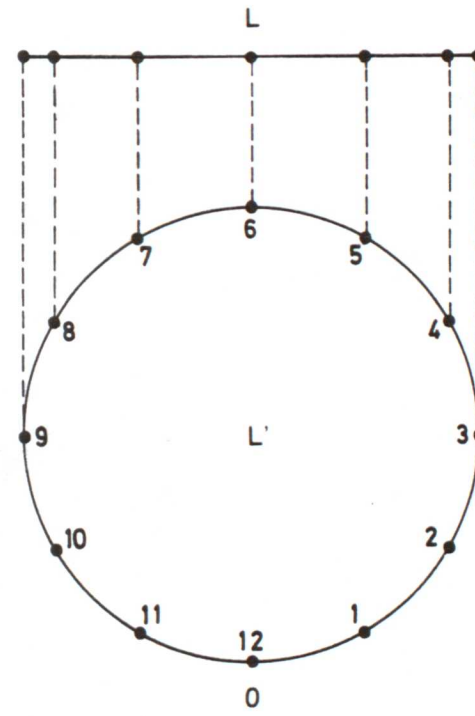
GRAFICA 14 - 2



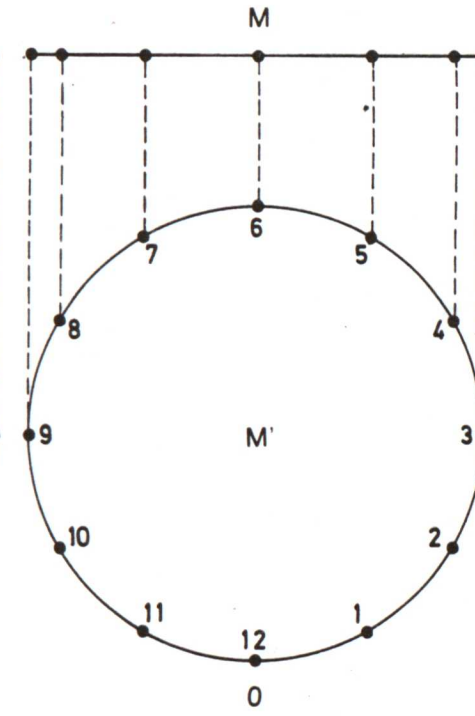
N.º 10



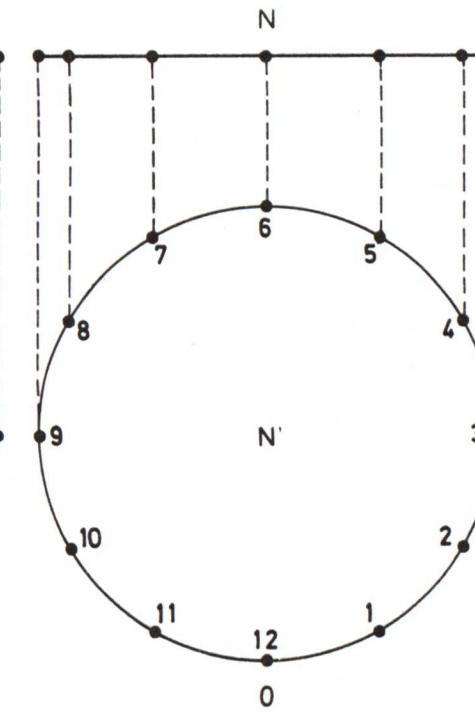
N.º 11



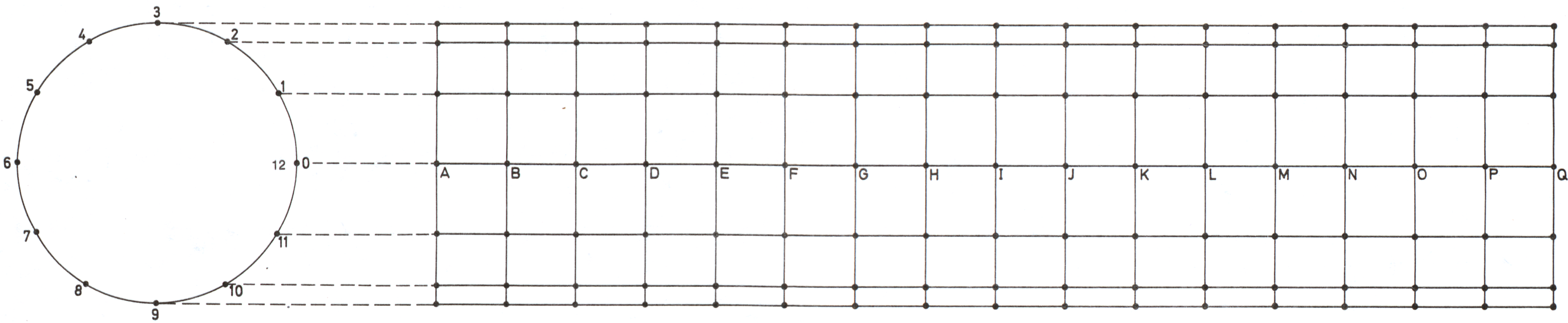
N.º 12



N.º 13



N.º 14



TRANSVERSALES

GRAFICA 14 - 1

T/8420-1

**NOTAS ACLARATORIAS PARA EL PROGRAMA DE
FISICA Y QUIMICA DE 2.º DE BUP**

INSTITUTO NACIONAL DE BACHILLERATO A DISTANCIA

Apartado de Correos 7069

MADRID

R. 308460

TEMAS

TEMA 1. LA FISICA Y LA QUIMICA, CIENCIAS EXPERIMENTALES. EL METODO CIENTIFICO

Los contenidos de este tema son los que figuran en el libro de texto.

- Es importante todo lo referente a la construcción de gráficas (apartado 1.2.2. del tema 1).

El objetivo que se ha de alcanzar es que los alumnos sepan leer y construir gráficas en papel milimetrado.

TEMA 2. MAGNITUDES FISICAS

Los contenidos corresponden al libro de texto.

- Puede eliminarse, en una primera revisión, lo referente a medidas indirectas (apartado 2.2.2. del tema 2 del Documento 31/1).
- El párrafo 3 de la página 16 del libro de texto tiene solamente carácter informativo. El alumno debe saber que está allí y que cuando lo necesite puede consultarlo.

TEMA 3. MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORME

- Los párrafos 1 y 2 del texto tienen sólo carácter informativo. Es muy importante el párrafo 3. *Se debe destacar los aspectos gráficos del movimiento, es decir, las representaciones $s-t$ y $v-t$.* La distinción entre trayectoria y desplazamiento es muy importante (apartado 3.2.1., tema 3 del Documento 31/1) para preparar a los alumnos para la Física de 3.º de BUP.

- Puede suprimirse el párrafo 4-2 y el 5 del texto, puesto que, al estar estudiando un movimiento uniforme, no parece didáctico introducir en este momento la velocidad media.

TEMA 4. MOVIMIENTO RECTILINEO UNIFORMEMENTE ACELERADO

Son muy importantes las gráficas s-t, v-t, s-t².

Las ecuaciones
$$\begin{cases} v = v_0 + at \\ x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2 \end{cases} \quad [1]$$

deben deducirse por métodos gráficos, tal como lo hace el libro de texto.

No dar ninguna importancia a las ecuaciones $v = \sqrt{2as}$ y $v = \sqrt{v_0^2 + 2as}$, que son meras consecuencias de las ecuaciones [1].

TEMA 5. MOVIMIENTO CIRCULAR UNIFORME

Puesto que el concepto de aceleración adquirido es sólo en su aspecto modular, no se debe tratar la aceleración centrípeta.

TEMA 6. FUERZAS. COMPOSICION DE FUERZAS APLICADAS EN UN PUNTO

- La unidad de fuerza en el SI es el newton, y creemos que no debe darse otra unidad. Solamente puede decirse que $1 \text{ kp} = 9,8 \text{ N}$ como una mera equivalencia sin más explicación. Todos los ejercicios y problemas deben hacerse en el SI.
- Al final del tema 6 se debe saber sumar dos fuerzas de la misma dirección y sentido, de la misma dirección y sentido contrario, tanto analítica como gráficamente. La suma de dos fuerzas que formen cualquier ángulo alfa entre sí, sólo gráficamente. Por consiguiente, se puede suprimir las orientaciones del Documento 31/1, apartados 6.2.1. al 6.2.4. En el caso de que las dos fuerzas formen ángulo recto, además del gráfico, se aplicará también el teorema de Pitágoras para el cálculo de la resultante.

TEMA 7. COMPOSICION DE FUERZAS COPLANARIAS EN UN SOLIDO RIGIDO

Se puede eliminar todo el tema.

TEMA 8. PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DE LA DINAMICA

- Por la importancia del tema se deben desarrollar todos los contenidos del libro de texto. Insistimos en el uso del SI de unidades.
- Sobre el párrafo 3-3, página 67 del texto. La relación entre kilopondio y newton, como se dijo en el tema 6, es $1 \text{ kp} = 9,8 \text{ N}$. En el caso de que en un problema apareciesen las fuerzas dadas en kilopondios, la anterior relación serviría para pasarlas a newtones.

- Es muy importante relacionar cinemática con dinámica, luego el alumno debe comprender que si $\Sigma F = 0$, se trata del reposo o del movimiento uniforme, y si $\Sigma F = Cte$, se trata de un movimiento rectilíneo uniformemente variado.
- Eliminar el párrafo 5-4 del texto (página 72).

TEMA 9. TRABAJO. POTENCIA. ENERGIA

- Sólo emplear el SI de unidades. A efectos de relacionar al alumno con los aspectos de la vida real, debe memorizarse lo que es CV y kWh y conocer sus equivalencias en el SI.
- Es muy importante el principio de conservación de la energía, pues nos servirá luego para introducirnos en el tema de la energía térmica.

TEMA 10. ENERGIA TERMICA

- Si en el tema anterior se ha tratado el principio de conservación de la energía, entonces la energía térmica aparece para que el principio tenga validez y, en consecuencia, no se debe emplear la caloría como unidad, sino el julio.
- Sobra lo de equivalente mecánico del calor (eliminar los párrafos 3-2 y 3-3). El párrafo 4 tiene un interés meramente informativo para el alumno.

En cuanto al párrafo 5, el alumno debe conocer el término rendimiento, pero no debe aprender las expresiones

$$R = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Emplear sólo el SI, por tanto, el calor específico en julios por kilogramos y por grado.

TEMAS 11, 12 y 13. ESTÁTICA DE FLUIDOS

- Aparecen como conceptos importantes los de *densidad* y *presión*. Solamente el SI de unidades y como relación con la vida real la *equivalencia* del Pa con la atmósfera, con el milibar y el torr.
- En el párrafo 5-2, «Presión hidrostática» (texto, página 101), el alumno debe comprender la expresión $p = dgh$; entonces el párrafo 5-3 es un mero ejercicio numérico y el 5-4 debe eliminarse, puesto que sólo se debe usar el SI.
- En el tema 12 es muy importante destacar el principio de Arquímedes. Puede eliminarse el párrafo 2-6, página 111 del texto (equilibrio de cuerpos flotantes). El párrafo 2-5, «Flotación», debe estudiarse, y puede eliminarse el párrafo 2-7.
- En el tema 13, estudiar todos los contenidos del texto con un carácter informativo. Es importante el párrafo 2-5.

TEMA 14. MOVIMIENTO ONDULATORIO

Se puede eliminar todo el tema.

TEMA 15. SONIDO

Se puede eliminar todo el tema.

TEMAS 16 y 17. ÓPTICA GEOMÉTRICA

Se pueden eliminar ambos temas.

TEMA 18. ELECTROSTÁTICA

Todos los contenidos del libro de texto.

TEMA 19. CORRIENTE ELECTRICA

Los contenidos del libro de texto. Destaca en el tema el principio de conservación de la energía en un circuito eléctrico (ley de Joule). Emplear únicamente el SI, por tanto, $Q = I^2 R t$, olvidar el factor de conversión de 0,24. *Q en julios, no en calorías.*

TEMA 20. ELECTROMAGNETISMO

Se puede eliminar todo el tema.

TEMAS 21 y 22. INTRODUCCION A LA ESTRUCTURA ATOMICO-MOLECULAR

Son muy importantes todos los conceptos químicos que aparecen en las lecciones 21 y 22, y, por consiguiente, han de estudiarse totalmente.

TEMA 23. INTRODUCCION A LA NOMENCLATURA QUIMICA

- Deben usarse las normas IUPAC de formulación, y como tales debe desterrarse el término anhídridos (párrafo 4-4 del libro de texto).
- Utiliza el anexo al documento del INBAD: **Guía práctica de formulación: Química Inorgánica.**

TEMA 24. ESTADO GASEOSO

Las leyes de los gases perfectos deben estudiarse por el Documento 31/2, apartado 24.2.

Lo que se pretende es manejar esta ecuación tal como se indica en dicho apartado del Documento 31/2. Con esta nueva orientación se simplifica de manera notable esta lección. Sólo se debe emplear el SI,

por tanto, $R = 8,31 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$

- De esta lección se pueden eliminar los párrafos 3-2, 3-3, 4, 5 y 6.
Es importante analizar las gráficas P-V, P-T, V-T.
- Suprimir la teoría cinética de los gases (párrafo 7 del texto).

TEMA 25. LEY VOLUMETRICA DE LA COMBINACION QUIMICA

Por la importancia del tema, deben estudiarse todos los contenidos.

TEMA 26. ESTADOS SOLIDO Y LIQUIDO

Se puede eliminar todo el tema.

TEMA 27. DISOLUCIONES

- En concentración de las disoluciones debe insistirse preferentemente en molaridad.
- El concepto de equivalente-gramo deberá conocerse para que luego se pueda comprender la ley de Faraday.
- Se prescindirá del párrafo 4 del texto, página 253. Así, al no estudiar las propiedades coligativas de las disoluciones, no es preciso estudiar la molalidad.

TEMA 28. DISOLUCIONES CONDUCTORAS

Se puede eliminar todo el tema.

TEMA 29. PARTICULAS ELEMENTALES Y MODELO ATOMICO DE RUTHERFORD

Conocer solamente lo que son los rayos catódicos y anódicos. Los términos número atómico, número másico e isótopos deben ser aprendidos.

TEMA 30. LA CORTEZA ELECTRONICA Y EL SISTEMA PERIODICO

Es importante insistir en los niveles de energía y en la cuantificación de los radios de las órbitas según el modelo de Bohr.

En la configuración electrónica de los elementos no pasar del argón.

TEMA 31. ENLACE QUIMICO

Se puede eliminar todo el tema.

TEMA 32. REACCIONES QUIMICAS

Los contenidos del libro de texto.

TEMA 33. REACCIONES QUIMICAS

Se puede eliminar todo el tema.

TEMA 34. VELOCIDAD DE REACCION Y EQUILIBRIO

Se puede eliminar todo el tema.

TEMA 35. ACIDEZ Y BASICIDAD

Limitarse sólo a los criterios fenomenológicos que caracterizan a los ácidos y a las bases. Prescindir en la lección del tratamiento conceptual; por tanto, se eliminan los párrafos 4 y 5 (excepto 5-4, «Valoración ácido base»). Estudiar con detalle la reacción de neutralización.

TEMA 36. OXIDACION-REDUCCION

Se puede eliminar todo el tema.

TEMAS 37 Y 38. QUIMICA DEL CARBONO

- Los contenidos del libro de texto. Saber formular y nombrar hidrocarburos de acuerdo con las normas de la IUPAC, así como sus propiedades y sus fuentes de obtención.

TEMA 39. QUIMICA DEL CARBONO

- En cuanto a las funciones oxigenadas y nitrogenadas, sólo debe conocerse la identificación de los grupos funcionales: alcohol, aldehído, ácido, fenol, cetona, éster, amina, amidas.
- No se debe estudiar ni formulación, ni propiedades, ni métodos de obtención.

TEMA 40. INDUSTRIA QUIMICA

Se puede eliminar todo el tema.



*Servicio de Publicaciones
del Ministerio de Educación y Ciencia*