

# **LA CALIDAD EN EL AULA**

## **XVIII Premios Francisco Ciner de los Ríos a la Mejora de la Calidad Educativa**

Fundación **BBVA**







## LA CALIDAD EN EL AULA



# **La calidad en el aula**

**XVIII Premios Francisco Giner de los Ríos  
a la Mejora de la Calidad Educativa**

Fundación **BBVA**

La decisión de la Fundación BBVA de publicar el presente libro no implica responsabilidad alguna sobre su contenido ni sobre la inclusión, dentro del mismo, de documentos o información complementaria facilitada por los autores.

No se permite la reproducción total o parcial de esta publicación, incluido el diseño de la cubierta, ni su incorporación a un sistema informático, ni su transmisión por cualquier forma o medio, sea electrónico, mecánico, reprográfico, fotoquímico, óptico, de grabación u otro sin permiso previo y por escrito del titular del *copyright*.

DATOS INTERNACIONALES DE CATALOGACIÓN

La calidad en el aula: XVIII Premios Francisco Giner de los Ríos a la Mejora de la Calidad Educativa. — Bilbao : Fundación BBVA, 2003.  
222 p. ; 24 cm  
ISBN 84-95163-73-X  
I. Enseñanza secundaria I. Fundación BBVA, ed.  
373.5.02

*La calidad en el aula:  
XVIII Premios Francisco Giner de los Ríos a la Mejora de la Calidad Educativa*

EDITA:

© Fundación BBVA. Plaza de San Nicolás, 4. 48005 Bilbao

IMAGEN DE CUBIERTA: © Miguel Ángel CAMPANO, VEGAP, Madrid, 2003

*I roja, serie vocales*, 1981  
Óleo sobre lienzo, 195 × 250 cm  
Colección BBVA

DISEÑO DE CUBIERTA: Roberto Turégano

ISBN: 84-95163-73-X

DEPÓSITO LEGAL: M-14.305-2003

IMPRIME: Sociedad Anónima de Fotocomposición

Talisio, 9. 28027 Madrid

Los libros editados por la Fundación BBVA están elaborados con papel 100% reciclado, fabricado a partir de fibras celulósicas recuperadas (papel usado) y no de celulosa virgen, cumpliendo los estándares medioambientales exigidos por la actual legislación.

El proceso de producción de este papel se ha realizado conforme a las regulaciones y leyes medioambientales europeas y ha merecido los distintivos Nordic Swan y Ángel Azul.

## Í N D I C E

Presentación.....	13
Prólogo.....	17

### PRIMER PREMIO

#### 1. Lecciones de Geometría. Recursos para una clase de Matemáticas

*Luis Balbuena Castellano y Dolores de la Coba García*

<i>I.E.S. Viera y Clavijo, La Laguna (Tenerife)</i> .....	21
1.1. Introducción.....	23
1.2. El objetivo de nuestro trabajo: los calados canarios.....	23
1.3. La simetría.....	25
1.3.1. La semejanza.....	29
1.3.2. El equilibrio.....	30
1.4. Isometrías.....	31
1.4.1. Traslación.....	31
1.4.2. Giro.....	32
1.4.3. Simetría axial (o especular).....	32
1.4.4. Simetría con deslizamiento.....	33
1.5. Isomorfismos.....	34
1.6. Simetría rotacional. Rosetones.....	35
1.7. Frisos.....	38
1.8. Grupo de frisos en los calados.....	42
1.9. Rosetones en los calados.....	50
1.10. Otros elementos matemáticos.....	52
1.10.1. Módulos en escalera.....	52
1.10.2. Funciones seno y coseno.....	53
1.10.3. Figuras geométricas.....	54
1.11. Algo más de los calados.....	54

1.12. Explotación didáctica de los calados.....	57
1.12.1. Dominó.....	57
1.12.2. Memory.....	58
1.12.3. Construir un rosetón recortando papeles.....	58

## SEGUNDO PREMIO

### 2. El agua en la ciudad de Sevilla

*Manuela González Gómez*

<i>I.E.S. Heliópolis, Sevilla.....</i>	61
2.1. Justificación de la experiencia educativa.....	63
2.1.1. Buscar una fuente de creación en valores hacia el medio ambiente.....	63
2.1.2. Acercar la escuela a la tecnología.....	63
2.1.3. Reflexionar sobre el impacto de la sequía.....	64
2.1.4. Formar a las personas de manera crítica y creativa.....	64
2.2. Formulación de objetivos.....	65
2.3. Secuencia de contenidos.....	65
2.3.1. Sesión 1. <sup>a</sup> : ¿De dónde viene el agua?.....	65
2.3.2. Sesión 2. <sup>a</sup> : ¿El agua es siempre potable?.....	66
2.3.3. Sesión 3. <sup>a</sup> : En el agua, ¿existe relación entre calidad y cantidad?.....	66
2.3.4. Sesión 4. <sup>a</sup> : Después de usar el agua, ¿qué hacemos?.....	66
2.3.5. Sesión 5. <sup>a</sup> : ¿Puede afectar el agua a la salud?.....	66
2.3.6. Sesión 6. <sup>a</sup> : ¿El agua engorda?.....	66
2.4. Metodología empleada.....	66
2.5. Desarrollo de las sesiones de trabajo de la unidad didáctica ..	68
2.5.1. Desarrollo de la 1. <sup>a</sup> sesión de trabajo: ¿De dónde viene el agua?.....	69
2.5.2. Desarrollo de la 2. <sup>a</sup> sesión de trabajo: ¿El agua es siempre potable?.....	72
2.5.3. Desarrollo de la 3. <sup>a</sup> sesión de trabajo: En el agua, ¿existe relación entre calidad y cantidad?.....	74
2.5.4. Desarrollo de la 4. <sup>a</sup> sesión de trabajo: Después de usar el agua, ¿qué hacemos?.....	76
2.5.5. Desarrollo de la 5. <sup>a</sup> sesión de trabajo: ¿Puede afectar el agua a la salud?.....	78

2.5.6. Desarrollo de la 6.ª sesión de trabajo: ¿El agua engorda? .....	78
2.6. Evaluación de los resultados .....	79
2.7. Posibilidades de prolongación de la experiencia .....	81
2.8. Agradecimientos .....	82

#### TERCER PREMIO

### 3. Exposición «Arte y Geometría»

*María de la Cruz del Amo del Amo e Isabel Pinto Suárez*

<i>I.E.S. Miguel Servet, Madrid</i> .....	83
3.1. Objetivos .....	86
3.2. Metodología .....	86
3.2.1. Antes de la exposición .....	86
3.2.2. La exposición .....	88
3.2.3. Después de la exposición .....	105
3.3. Bibliografía .....	106

#### TERCER PREMIO

### 4. La romanización en la provincia de Cáceres

*Grupo de trabajo Ars Docendi*

*I.E.S. San Pedro de Alcántara, Alcántara (Cáceres); I.E.S. Santa Lucía del Trampal, Alcuéscar (Cáceres); I.E.S. El Brocense, Cáceres; e I.E.S.*

<i>Universidad Laboral, Cáceres</i> .....	107
4.1. Justificación .....	109
4.2. Objetivos .....	111
4.2.1. Objetivos generales .....	111
4.2.2. Objetivos específicos .....	112
4.3. Metodología y descripción del proyecto .....	113
4.3.1. Principios metodológicos generales .....	113
4.3.2. Metodología didáctica .....	113
4.4. Desarrollo del proyecto y fechas de realización .....	119
4.4.1. Primera fase: Elaboración de la exposición de 13 paneles y realización de las Jornadas de Cultura Clásica .....	119
4.4.2. Segunda fase: Elaboración de los materiales curriculares .....	123

4.4.3. Tercera fase: Elaboración del CD-ROM .....	124
4.5. Evaluación de resultados y posibilidades de continuación del proyecto .....	124

#### PRIMER ACCÉSIT

### 5. Aula 28

VV. AA.

<i>I.E.S. Biello Aragón, Sabiñánigo (Huesca)</i> .....	127
5.1. Justificación.....	130
5.1.1. Origen del proyecto .....	130
5.1.2. Justificación del programa iconográfico.....	131
5.2. Objetivos .....	132
5.2.1. Objetivo 1: Realización de las pinturas .....	133
5.2.2. Objetivo 2: El uso didáctico de las pinturas ya realizadas. La lectura de las imágenes .....	133
5.3. Metodología.....	133
5.3.1. Apartado 1: Proyecto y realización del programa iconográfico.....	134
5.3.2. Apartado 2: Metodología del uso didáctico de las pinturas ya realizadas.....	140
5.3.3. Apartado 3: El alumbrado del Aula 28.....	144
5.4. Fechas y periodos de realización .....	149
5.4.1. Curso 1997-1998.....	149
5.4.2. Curso 1998-1999.....	154
5.4.3. Curso 1999-2000.....	156
5.5. Evaluación .....	160
5.5.1. Educación en valores. Objetivos transversales .....	163

#### SEGUNDO ACCÉSIT

### 6. El laberinto del Minotauro 1999: Crédito de matemáticas para aprender a resolver problemas

*Salvador Casals Anglès y Montserrat Civit Chervoet*

*I.E.S. Molí de la Vila, Capellades (Barcelona) e I.E.S. Viladecavalls,*

<i>Barcelona</i> .....	169
6.1. Justificación de la actividad <i>El laberinto del Minotauro 1999</i> .....	171
6.2. Objetivos .....	172

6.2.1. Contenidos del crédito variable .....	173
6.2.2. Objetivos terminales del crédito variable .....	174
6.3. Metodología general .....	175
6.4. Metodología en el aula .....	177
6.5. Evaluación del proceso de aprendizaje .....	178
6.6. Periodos de realización .....	178
6.7. Desarrollo y valoración de los resultados .....	179
6.8. Posibilidades de prolongación de la actividad .....	180
Anexo 1	
1. Cuestionario para la evaluación del crédito <i>El laberinto del Minotauro</i> .....	183
2. Resultado del cuestionario .....	186
3. Análisis de los resultados del cuestionario .....	187

#### MENCION ESPECIAL

### 7. Exposición «La Matemática, un Lenguaje Universal»

VV. AA.

<i>I.E.S. Montserrat, Barcelona</i> .....	189
7.1. Contribución del departamento de Tecnología: La evolución de los ordenadores .....	191
7.2. Contribución del departamento de Lengua Catalana y Literatura: <i>Arte Luliano y caligramas</i> .....	193
7.3. Contribución del departamento de Ciencias Naturales: Las formas en la naturaleza .....	194
7.4. Contribución del departamento de Filosofía: Historia de la Lógica .....	196
7.4.1. La Lógica es la ciencia de los principios de la inferencia formalmente válida .....	196
7.4.2. La Lógica tiene su historia: sus dos grandes momentos .....	196
7.5. Contribución del departamento de Física y Química: Historia del Universo .....	200
7.6. Contribución del departamento de Matemáticas .....	201
7.7. Contribución del departamento de Lengua y Literatura Españolas: Borges y Alberti .....	207
7.8. Contribución del departamento de Dibujo: Mosaicos .....	209

Índice de cuestionarios .....	211
-------------------------------	-----

Índice de esquemas.....	213
Índice de cuadros y tablas.....	215
Índice de figuras.....	217
Relación de premiados en la XVIII edición de los Premios Francisco Giner de los Ríos a la Mejora de la Calidad Educativa.....	221

## Presentación

SI la mejor prueba del éxito de una iniciativa es su continuidad, no cabe dudar del cosechado por los Premios Giner de los Ríos a la Mejora de la Calidad Educativa: convocados por el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte y la Fundación BBVA, y dotados íntegramente por ésta, vienen animando el panorama de la enseñanza secundaria en España desde 1983. A la altura de la decimoctava convocatoria, que el presente volumen recoge, son ya una clara y significativa referencia en el sistema educativo español.

Centrados en el campo de las llamadas Enseñanzas Medias y con la finalidad esencial que su propio título recoge —la tan necesaria siempre mejora de la calidad educativa—, los Premios han pretendido —y pretenden— estimular también las experiencias educativas innovadoras, apostando por una enseñanza crítica, abierta, participativa y entroncada en su entorno social. Dentro de estos tan flexibles cauces y abiertos tanto a la enseñanza pública como a la privada, se destinan específicamente los Premios a proyectos pedagógicos elaborados por profesores, por equipos de profesores y alumnos e incluso por centros completos, con la única restricción de que se trate de iniciativas directamente aplicables al aula. En cuanto a la naturaleza de los proyectos susceptibles de presentación, son múltiples las modalidades posibles: investigaciones, trabajos de campo, experiencias de integración del centro en el barrio o en la ciudad y propuestas artísticas.

La práctica totalidad de las áreas de conocimiento están incluidas en el ámbito cubierto por los Premios Francisco Giner de los Ríos:

- Humanidades y Ciencias Sociales.
- Ciencias Experimentales y Matemáticas.

- Otras áreas y enseñanzas transversales.
- Trabajos de cualquier área que incidan en el uso y desarrollo de las nuevas tecnologías de la información y comunicación en el ámbito educativo <sup>1</sup>.

Naturalmente, a lo largo de todos sus años de vida han ido variando ligeramente algunos rasgos de los Premios, con el objetivo de adecuarse de la mejor manera posible a las cambiantes demandas educativas de la sociedad. Su finalidad fundamental, no obstante, no se ha alterado: contribuir a la mejora de la enseñanza y a la revalorización social de la figura del docente, agente básico e insustituible del proceso educativo, en el contexto de una concepción de la educación que aspira no sólo a transmitir conocimientos, sino, sobre todo, a formar integralmente personas con voluntad y capacidad de ejercer plenamente la ciudadanía.

Dentro de estas coordenadas básicas, el conjunto de los trabajos presentados a los Premios (un total de 1.650 a la finalización de la XVIII convocatoria) constituye un buen reflejo de la cualificación, imaginación y buen hacer de un amplísimo colectivo del profesorado español de educación secundaria, al tiempo que una más que notable recopilación de algunas de las mejores ideas que sobre ese nivel del sistema educativo se han planteado en España a lo largo de estos casi veinte años. Ideas que van desde muy sólidas investigaciones sobre la pedagogía de numerosas materias hasta respuestas concretas a problemas tales como el fracaso escolar, la mejora del rendimiento escolar, la participación de la familia y del alumnado en el proyecto educativo, la integración de alumnos con minusvalías, con problemas caracteriales o con raíces culturales diferentes, la violencia en la escuela, etc.

---

<sup>1</sup> Según la última convocatoria en vigor en el momento de la edición de este libro (la vigésima), se incluyen dentro del ámbito cubierto por los Premios las siguientes enseñanzas:

de régimen general: 3.º y 4.º de Educación Secundaria Obligatoria, Bachillerato, Formación Profesional y Necesidades Educativas Específicas;

de régimen especial: Enseñanzas Artísticas, de Idiomas y Deportivas.

El texto completo de la convocatoria puede consultarse en <<http://programas.mec.es>>.

La Fundación BBVA y el Ministerio de Educación, Cultura y Deporte confían en que la publicación de las síntesis de los proyectos galardonados en la XVIII convocatoria de los Premios permita apreciar la calidad y el mérito de las iniciativas y pueda resultar de utilidad tanto a los profesionales del sector como a todos los interesados en los problemas de la Educación.

FUNDACIÓN BBVA



## Prólogo

PODEMOS afirmar sin ningún tipo de duda o reparo que la educación es la clave del desarrollo personal y social, además de ser el camino de un futuro mejor. Educar, como sinónimo de perfeccionar, supone abarcar todos los ámbitos en los que el sujeto es susceptible de mejora. Pero tan amplio y vasto horizonte necesita ser acotado si queremos alcanzar un punto de equilibrio, absolutamente necesario en una educación integral y de calidad. Esto nos lleva a seleccionar objetivos y valores en función de una escala, que, por supuesto, deberá conjugar distintos intereses y necesidades.

Acotando nuestro horizonte, nos vamos a referir a la educación que desde los centros escolares y como docentes podemos ofertar a la sociedad, sabiendo que es una utopía pretender que el sistema educativo abarque todos los campos; por ello es necesaria la implicación de todos los contextos y personas que influyen sobre los alumnos.

La educación de calidad es un valor en alza dentro de la institución escolar; además, se tiene conciencia de que sólo es viable a través de una intervención educativa flexible, que promueva distintas alternativas de aprendizaje, contenidos, procedimientos y valores, como medio de dar respuesta a distintas necesidades y a las características y peculiaridades del alumnado. Para ello, es necesario estar abiertos a nuevos horizontes y posibilidades, así como difundir las experiencias innovadoras realizadas con resultados positivos.

Un buen camino para conseguir tan importante fin lo han constituido las sucesivas convocatorias de los Premios Francisco Giner de los Ríos a la Mejora de la Calidad Educativa, que nos han permitido, a lo largo de sus ediciones, conocer el esfuerzo y el trabajo realizado por distintos docentes en la búsqueda de nuevos enfoques y de soluciones ajustadas a la realidad que se vive en los centros educativos.

El mundo tan complejo y cambiante que nos está tocando vivir, en el que la información nos desborda y los conocimientos progresan de forma vertiginosa, nos exige cambios en el sistema educativo y en el talante y estilo con que se trabaja en el aula, ante la urgencia de dar respuesta a las continuas modificaciones de la realidad social y a las necesidades del alumnado. Esto nos lleva necesariamente a plantearnos que el resultado de la tarea educativa que se desarrolla en los centros ha de capacitar a los alumnos para que puedan desenvolverse de forma adecuada en la vida. Ello sólo es posible si se les dota de herramientas, de estrategias y procedimientos de aprendizaje que les permitan acceder a las distintas fuentes de información, a organizar sus habilidades, a adaptarse a las exigencias que las distintas tareas y situaciones les van a ir planteando. Es necesario un tratamiento diferente de los contenidos y de las estrategias metodológicas, ya que es impensable pretender que la educación pueda abarcar todos los conocimientos que necesitaremos a lo largo de nuestra vida. Esta labor, llevada a cabo por múltiples docentes, de búsqueda de alternativas se desconoce y pierde porque no existen foros o medios válidos donde exponerla.

Son los Premios Francisco Giner de los Ríos una de las escasas vías que existen para promover el mencionado fin, y a lo largo de su historia han sido un termómetro fiel del afán que existe por investigar e innovar en el aula, por desarrollar capacidades, actitudes, estrategias cognitivas, afectivas, de regulación y control dentro y fuera de las posibilidades que ofrecen los contextos educativos.

La utilización de nuevas formas de comunicación, de distintos soportes y formatos, nos hace considerar que el docente sigue siendo decisivo, pero también nos hace pensar que hay que reconsiderar la forma de abordar los aprendizajes. Es necesario revisar los objetivos educativos y el papel tanto del alumno como del profesor si queremos que la educación tenga vigencia y validez. Hemos de estar siempre abiertos y buscar los medios que nos permitan acceder a la formación permanente, a la investigación-acción como vías que nos ayudan a seguir adelante, de forma que los objetivos y contenidos educativos no se queden al margen de la realidad social, económica y cultural.

En la decimoctava convocatoria, y como consecuencia, en esta nueva publicación, se ha querido añadir un aliciente más al que

tradicionalmente proponían los Premios Francisco Giner de los Ríos: la búsqueda de soluciones innovadoras que ayuden a la mejora de la calidad educativa en las distintas áreas del currículo. El motivo de esta iniciativa está estrechamente relacionado con la declaración del año 2000 como Año Mundial de las Matemáticas. Dada la importancia de esta área, en esta edición se ha querido impulsar los trabajos que permitieran descubrir la necesidad y utilidad de las Matemáticas no sólo en la Ciencia y Tecnología, sino fundamentalmente en la vida cotidiana. Por este motivo, se han multiplicado los trabajos de Matemáticas y se ha dotado con una mención especial al mejor trabajo que recogiera la idea de cómo las matemáticas son un lenguaje y una ciencia imprescindibles en el devenir del individuo.

Año tras año hemos podido percibir el estímulo y la ayuda que suponen estos Premios para muchos docentes, cómo aumentan la motivación y el deseo de realizar y dar a conocer un trabajo bien hecho, sistematizado, válido para otros profesionales y generalizable a otros contextos educativos. Deseamos que estas expectativas se cumplan y agradecemos a estos profesores la posibilidad que nos brindan de descubrir nuevos horizontes en el complejo mundo de la educación y de apreciar distintas estrategias que permiten incrementar el rendimiento académico del alumno, sin olvidar que lo fundamental en la educación es llegar a ser *más persona*.

El objetivo de esta nueva publicación es ofrecer una pequeña, pero valiosa, muestra del complicado proceso que supone el día a día en el mundo de la Educación. Es evidente que resulta imposible tratar todos los aspectos y consideraciones que hay que tener en cuenta a la hora de trabajar con alumnos y en las distintas áreas curriculares, pero una lectura atenta puede aclarar pequeños interrogantes o sugerir claves para llegar a encontrar la salida a situaciones que nos preocupan, o simplemente a reafirmarnos en determinadas estrategias y procedimientos que comprobamos que funcionan en otros contextos.

ISABEL DÁVILA CASCÓN  
*Asesora Técnica Docente*  
*Ministerio de Educación, Cultura y Deporte*



**PRIMER PREMIO**

1

**LECCIONES DE GEOMETRÍA. RECURSOS PARA  
UNA CLASE DE MATEMÁTICAS**

**Luis BALBUENA CASTELLANO  
Dolores DE LA COBA GARCÍA**

*I.E.S. Viera y Clavijo, La Laguna (Tenerife)*



## **1.1. Introducción**

Queremos hacer mención expresa de nuestro agradecimiento a las caladoras que nos prestaron su ayuda y orientación para el desarrollo de este trabajo. Ellas son doña Angelina y doña Justina, del Escobonal de Güímar; doña María Dolores, de Tegueste; y doña Juana, de La Orotava.

Lo que presentamos a continuación es un estudio realizado con un grupo de alumnas del I.E.S. Viera y Clavijo de La Laguna (Tenerife) y para el que contamos con la colaboración de nuestra compañera Emma García Mora. Las alumnas son:

Patricia Cintas Lobato  
Silvia Cintas Lobato  
Dácil Díaz Amador  
Diana García González  
Eva García Llorente  
Julia González González  
Dalia Hernández de la Rosa  
Elena Romero Sánchez

Presentamos un resumen de los aspectos más relevantes del trabajo, pues nos es imposible reflejar en estas páginas la cantidad de matices y experiencias vividas en el transcurso del mismo desde que lo iniciamos recopilando material hasta que terminamos la memoria final y elaboramos los carteles.

## **1.2. El objetivo de nuestro trabajo: los calados canarios**

Los calados constituyen un importante capítulo de la artesanía canaria. Es una larga tradición que, como tal, se ha venido transmitiendo de generación en generación, llegando hasta nosotros,

afortunadamente, con una gran vitalidad. En efecto, por una parte existe un amplio conjunto de caladoras que mantienen viva la tradición y, por otra, en los últimos años ha aumentado considerablemente la sensibilidad de las autoridades e instituciones hacia todo lo que suponga nuestro acerbo tradicional y, en particular, hacia los calados. Este hecho supone una garantía de pervivencia en el futuro.

Este material artesanal es el que ha centrado el trabajo de la presente memoria. Pero deseamos aclarar que nuestro estudio e investigaciones se han orientado hacia la localización de cuanta matemática, en general, y geometría, en particular, pueda encontrarse tras esas bellas obras de artesanía. Hecha esta aclaración, indicaremos que, no obstante, tuvimos que visitar a muchas caladoras y acudir a cuantas ferias de artesanía se realizaban en distintos lugares, siempre en busca de más y más modelos de módulos diferentes, tratando de analizarlos todos y de clasificarlos según los criterios geométricos que se explican más adelante. En este sentido y excluyendo aquellos modelos muy similares a otros, hemos localizado y estudiado 55 módulos diferentes.

Una vez que obtuvimos información de un conjunto amplio de modelos de calados, se procedió a su clasificación y al encargo a las caladoras de la realización de aquellos modelos más significativos.

Poco a poco fuimos penetrando en el peculiar mundo de las caladoras, en la metodología de su trabajo, en cómo organizan sus casas o sus talleres para poder colocar los utensilios que les permiten elaborar sus calados, en cuáles son las dificultades y competencias —generalmente desleales— con las que tienen que luchar. Conocimos que existe un apoyo institucional que les ayuda a organizarse y sacar mayor rendimiento a su trabajo. Toda esa información y todo el trasfondo humano que hay detrás de cada calado lo pudimos compaginar con nuestro estudio aparentemente frío y distante de ver qué matemática subyace en cada calado.

En la memoria hacemos una exposición de los fundamentos teóricos en los que se apoya nuestro estudio. Creemos que es lo suficientemente clara y rigurosa como para que pueda ser explicada y entendida por el alumnado de la Enseñanza Secundaria Obligatoria. Se trata de conceptos geométricos muy intuitivos y

de uso habitual en la vida cotidiana, que no requieren una sólida formación matemática para poder ser entendidos.

Nos propusimos conocer si en los calados que hacen nuestras artesanas aparecen los siete frisos que es posible construir tal y como explican los distintos algoritmos que ayudan y orientan en la clasificación, como se expondrá. Ello nos obligó a rastrear los distintos modelos, incluso algunos que ya no se suelen hacer y que algunas caladoras guardan celosamente como herencia de su madre o de su abuela.

Hemos ido más allá del análisis matemático de los calados y, en ese sentido, realizamos un esfuerzo complementario para exponer actividades y aplicaciones educativas basadas en ese material. En particular, preparamos un conjunto de 17 murales que tienen una finalidad estrictamente didáctica y 30 calados montados en cuadros para ser expuestos también en centros educativos o culturales, de forma que la persona que los mire con atención e interés pueda, por un lado, conocer la enorme riqueza estética de los calados y, por otro, aprender la gran carga matemática que hay detrás de los distintos modelos. El primer objetivo entendemos que se logra con los cuadros que contienen modelos significativos de calados elaborados por las artesanas especialmente para este trabajo, y el segundo pretendemos conseguirlo con los murales que recogen una síntesis de los conceptos y los algoritmos así como una explicación pormenorizada de las distintas ideas geométricas de cada modelo.

### 1.3. La simetría

*Las formas que mejor expresan la belleza son: el orden,  
la simetría, la precisión.*

ARISTÓTELES (384-322 a.C.)

La frase anterior fue escrita hace más de dos mil años. Su autor tuvo una gran influencia en la construcción y desarrollo del pensamiento matemático occidental. Él y el conocido como *mundo griego clásico* pusieron las bases de nuestra cultura.

La belleza es uno de los referentes culturales que ha estado presente en todas las épocas. Se ha regido por unas estrictas normas y ha contenido elementos para definirla de forma que cuando alguno de ellos no está presente, entonces se produce un rechazo estético o se alega que se sale de la norma. Según indica Aristóteles, la simetría es uno de los elementos que definen la belleza.

El *Diccionario de la lengua española*, de la Real Academia Española, refiriéndose a la simetría, dice lo siguiente:

SIMETRÍA: (Del gr. *συμμετρία*, a través del lat. *symmetria*).

1. Proporción adecuada de las partes de un todo entre sí y con el todo mismo. 2. Regularidad en la disposición de las partes o puntos de un cuerpo o figura, de modo que posea un centro, un eje o un plano de simetría. 3. Biol. La que se puede distinguir, de manera ideal, en el cuerpo de una planta o de un animal respecto a un centro, un eje o un plano, de acuerdo con los cuales se disponen ordenadamente órganos o partes equivalentes.

La simetría, entendida en el sentido estricto de imagen especular, está muy presente tanto en la naturaleza como en la obra humana. La simetría forma parte del irresistible atractivo de las mariposas o de las hojas de muchas plantas.

Curiosamente, la simetría perfecta casi no existe en la naturaleza. En efecto, si, por ejemplo, cortamos una hoja de plátano de Indias por el supuesto eje de simetría, obtenemos dos partes que raramente coinciden exactamente (figura 1.1).

FIGURA 1.1: Hoja de plátano de Indias. La simetría perfecta *casi* no existe en la naturaleza



Sin embargo, el hombre ha dado un paso más y en sus obras utiliza la simetría especular de forma perfecta. Por otra parte, el propio cuerpo humano es un manantial de simetrías. Las manos no son iguales. En efecto, para que dos imágenes sean iguales, ha de suceder que al superponerlas coincidan. En la figura 1.2 se puede observar cómo las manos superpuestas no coinciden. Sin embargo, sí son simétricas, como ocurre con los pies, los ojos, etc.

Si consideramos la simetría en un sentido más amplio, entonces incluye también nociones de *equilibrio*,  *semejanza* y *repetición*, que vamos a analizar a continuación. Todo este conjunto de conceptos ha sido perfectamente estudiado por las Matemáticas, de forma que, como veremos más adelante, podremos llegar a analizar con detalle la simetría como un elemento de belleza, que es profusamente utilizado por el hombre en el diseño de objetos que forman parte de su vida cotidiana (figura 1.3).

**FIGURA 1.2: Las manos no son iguales porque superpuestas no coinciden**



FIGURA 1.3: Diseños



### 1.3.1. La semejanza

La naturaleza que tenemos en nuestro entorno habitual contiene ejemplos de semejanza y repetición que llaman poderosamente la atención por la belleza que encierran y transmiten. Tal es el caso de los caracoles. Tratemos de explicitar parte de las Matemáticas que hay implícitas en estos diseños naturales.

*¿Qué es la semejanza?* Una forma de comprender la semejanza es la expresada en la figura 1.4. Se ofrecen dos imágenes de un mismo motivo pero en tamaños diferentes. No podemos decir que las imágenes sean iguales porque la igualdad en Matemáticas es muy restrictiva: para poder hablar de igualdad ha de suceder que las dos imágenes coincidan totalmente cuando se las superpone, y es evidente que esto no ocurre con las dos imágenes de dicha figura.

¿Cómo explicar matemáticamente la relación que existe entre estas dos imágenes semejantes?

Si medimos, por ejemplo, los lados  $AB$  y  $A'B'$ , entonces el cociente  $r = \frac{AB}{A'B'}$  recibe el nombre de *razón de semejanza* de esas figuras.

*¿Qué significado tiene el número  $r$ ?* Si ahora medimos la distancia existente entre dos puntos cualesquiera de la imagen mayor y dividimos por la distancia entre los puntos correspondientes en la

FIGURA 1.4: Razón de semejanza

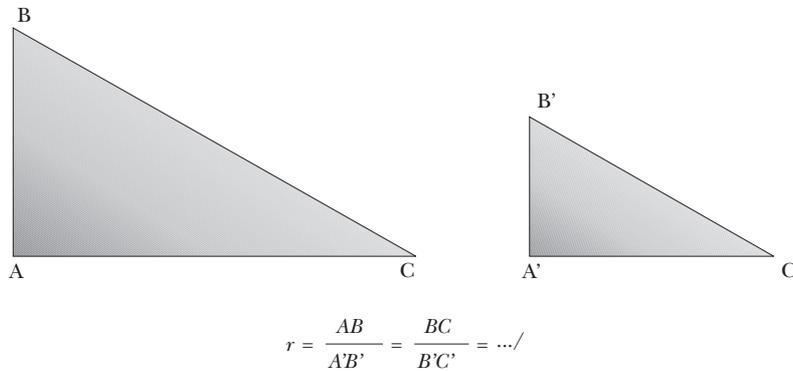
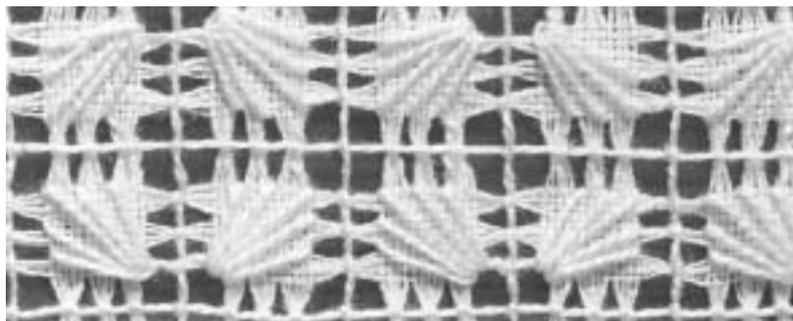


imagen pequeña, nos encontramos con que su cociente ¡es también igual a  $r$ ! Esta sencilla característica es la que permite definir el concepto de semejanza: *dos figuras son semejantes si el cociente de las distancias entre puntos correspondientes permanece constante.*

### 1.3.2. El equilibrio

Es otro elemento asociado a la simetría. Se refiere a cómo están diseñadas las repeticiones. Si se dispone de un elemento aislado, entonces carece de equilibrio al no existir la repetición. El equilibrio lo encontramos abundantemente en diseños elaborados por la creatividad humana: cerámicas, telas, bordados, celosías, calados, papeles pintados, etc.

FIGURA 1.5: Conchitas (El Escobonal)



## 1.4. Isometrías

El estudio y descripción matemática de los calados necesita el conocimiento de las isometrías. Éstas nos servirán después para clasificar los diferentes modelos de calados.

La palabra *isometría* tiene una etimología que indica cuál es su significado geométrico: *iso* ‘igual’, *metría* ‘medida’. En efecto, una isometría es un movimiento que, aplicado a una figura, no cambia ni la forma ni el tamaño de la figura.

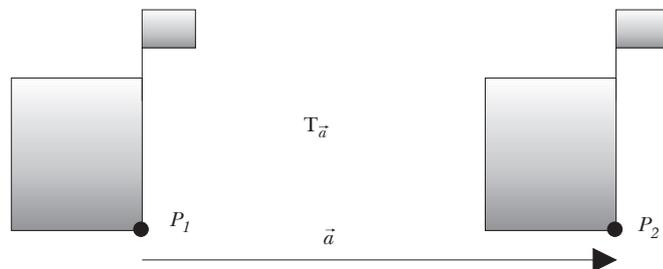
Tal situación se produce cuando la figura:

- se traslada de un lugar a otro;
- se gira respecto de un determinado centro de giro;
- es sometida a una simetría a lo largo de un eje;
- es sometida a una simetría y después se desplaza.

Expresemos con una figura cada uno de estos *movimientos rígidos* o *isometrías*:

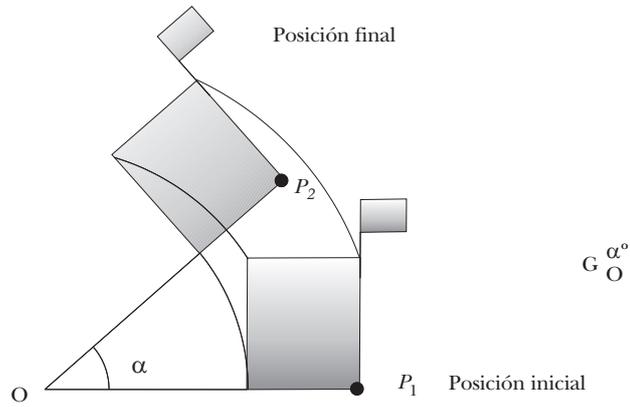
### 1.4.1. Traslación

FIGURA 1.6: Traslación de vector  $\vec{a}$



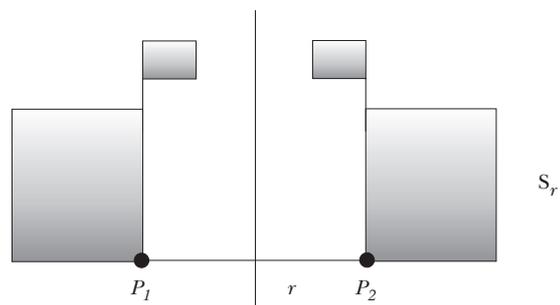
### 1.4.2. Giro

FIGURA 1.7: Centro de giro  $O$  y amplitud  $\alpha$  grados



### 1.4.3. Simetría axial (o especular)

FIGURA 1.8: Simetría axial de eje la recta  $r$



### 1.4.4. Simetría con deslizamiento

FIGURA 1.9: Primero la traslación y después la simetría

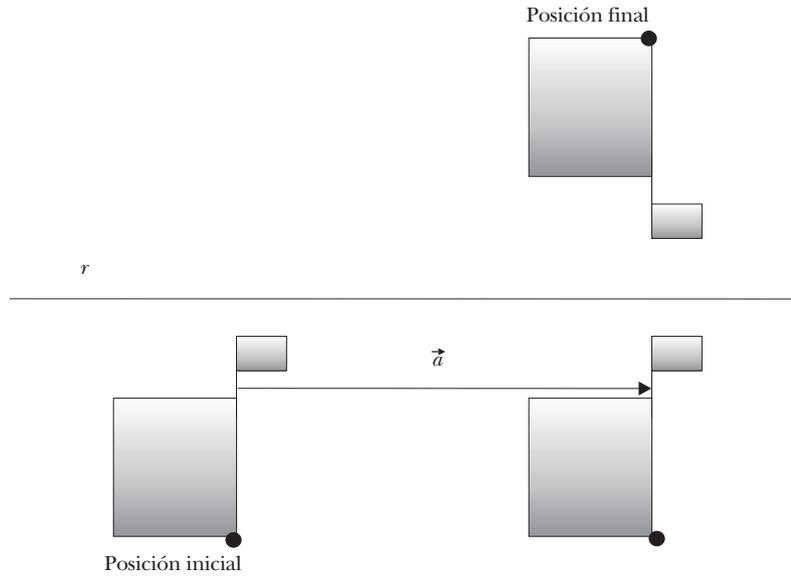
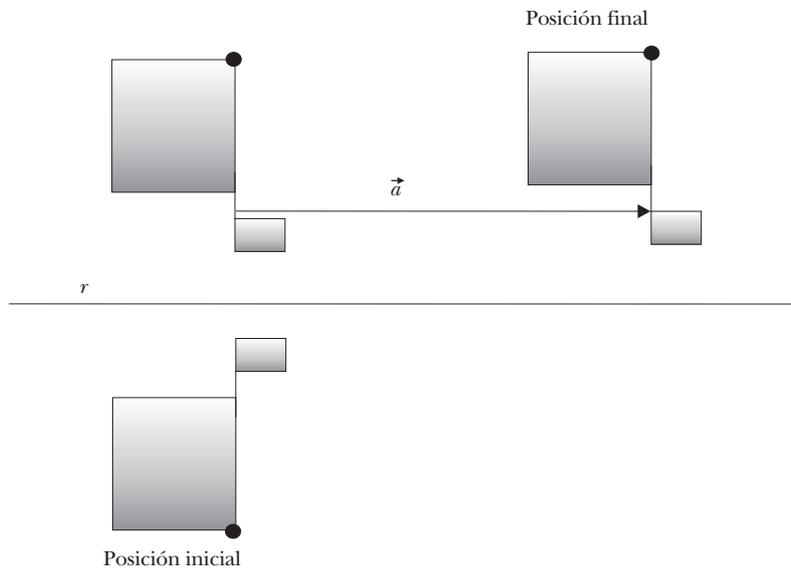


FIGURA 1.10: Primero la simetría y después la traslación



### 1.5. Isomorfismos

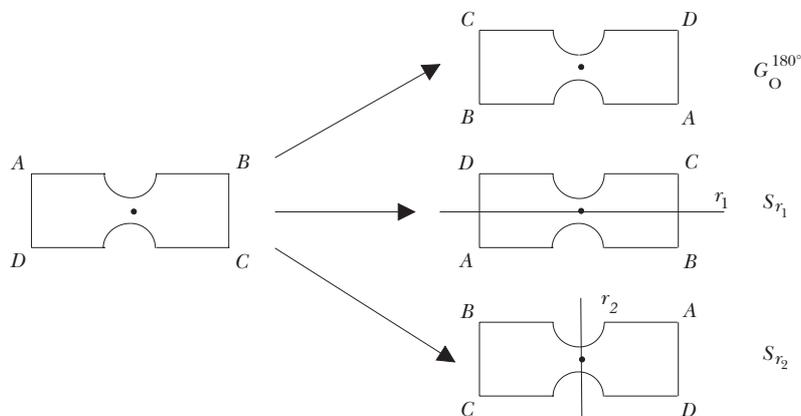
Se trata de un caso particular de isometría. El isomorfismo restringe un poco más y exige que el modelo quede invariante, es decir, en el mismo lugar una vez que se haya realizado el movimiento.

Si un módulo se somete a una traslación cuyo vector sea el vector nulo  $0$ , es decir, la traslación  $T_0$ , entonces la figura permanece exactamente en el mismo sitio, permanece invariante. Este movimiento particular, lo llamaremos *identidad* y se representa por la letra  $I$ .

Es fácil comprobar que la identidad se puede obtener realizando determinados movimientos como, por ejemplo, si el módulo se somete a un giro de  $360^\circ$  desde el centro del módulo.

Tanto la identidad como el giro de  $360^\circ$  en torno al centro tienen la propiedad de que todos los puntos de la figura quedan en el mismo lugar. Sin embargo, hay isomorfismos que cambian de lugar los puntos del módulo manteniendo éste su forma al final del movimiento. En la figura 1.11 se muestran los isomorfismos de un módulo.

FIGURA 1.11: Isomorfismos



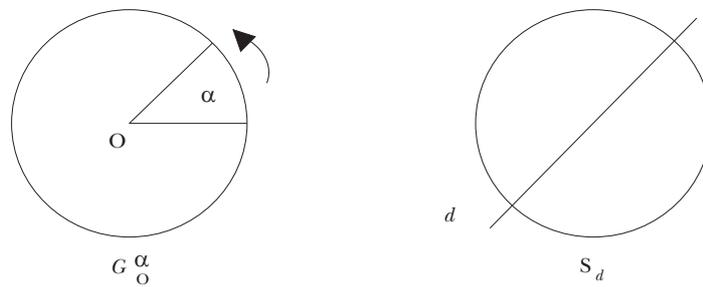
Se trata de:

- un giro de  $180^\circ$  con centro en el punto  $O$  (centro del módulo);
- una simetría de eje  $r_1$ ;
- una simetría de eje  $r_2$ .

### 1.6. Simetría rotacional. Rosetones

El círculo tiene una interesante propiedad: cualquier giro, centrado en el centro del mismo, es un isomorfismo. También lo son todas las simetrías si tomamos como eje un diámetro. Por tanto, en un círculo, el conjunto de isomorfismos tiene infinitos elementos.

FIGURA 1.12: Isomorfismos del círculo

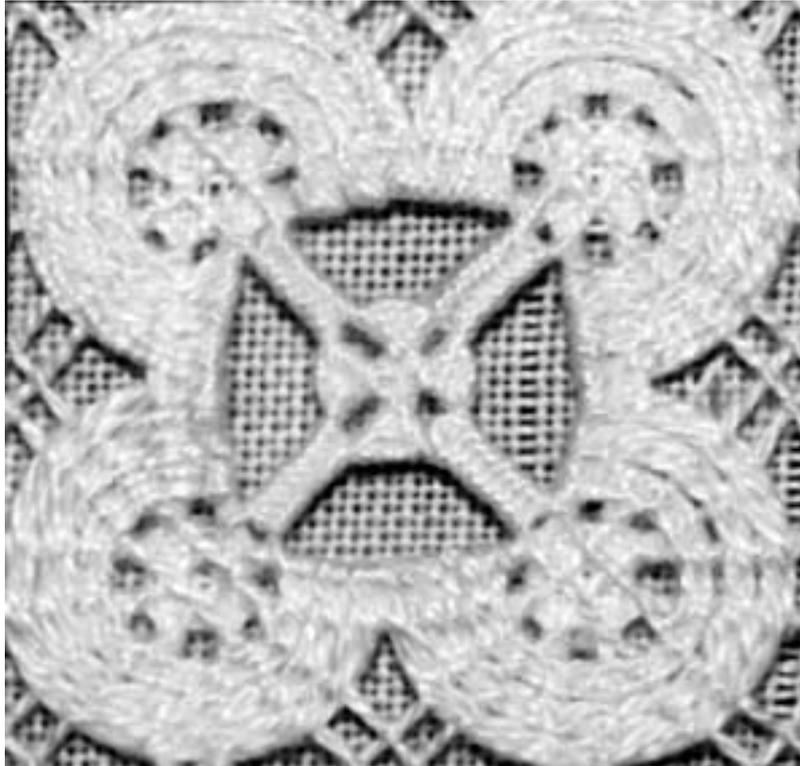


Sin embargo, cuando en el círculo existe algún dibujo que se repite en sectores de igual amplitud entonces el número de isomorfismos es finito, y la figura formada recibe el nombre de *rosetón*.

Se trata de un elemento geométrico que se presenta con mucha frecuencia en la naturaleza (especialmente en las flores) y es utilizado abundantemente por el hombre con fines casi siempre decorativos.

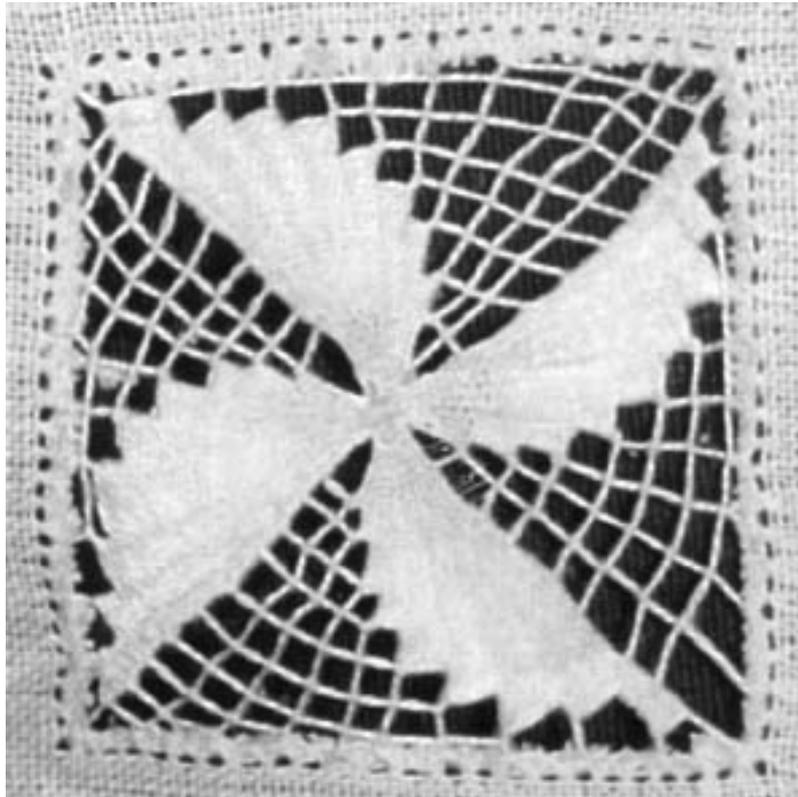
En la figura 1.13 se muestra un ejemplo de rosetón. Si se gira  $90^\circ$  se obtiene la misma imagen, ya que existe un elemento que se repite cuatro veces. Este elemento repetitivo recibe el nombre de *pétalo del rosetón*.

FIGURA 1.13: Medialuna (El Escobonal)



El *molinillo* de la figura 1.14 es también un rosetón de cuatro pétalos, al igual que el calado de la figura 1.13. Pero, a diferencia de éste, sus pétalos no son simétricos; es decir, en el calado los pétalos presentan un eje de simetría mientras que en los del molinillo no lo hay.

FIGURA 1.14: Calado,  $c_4$



Siguiendo el criterio de la simetría de los pétalos, los rosetones se pueden clasificar en dos grandes grupos:

*Rosetones diédricos:* son aquéllos cuyos pétalos presentan eje de simetría. Si tienen  $n$  pétalos se les representa por  $d_n$ .

*Rosetones cíclicos:* son aquéllos cuyos pétalos no presentan eje de simetría. Si tienen  $n$  pétalos se les representa por  $c_n$ .

### 1.7. Frisos

Cuando un módulo se repite por traslación a lo largo de una franja, entonces decimos que se forma un *friso*. Se trata del modelo matemático al que se ajustan la mayoría de los calados.

Sólo existen siete modelos de friso, cuya descripción realizaremos a continuación, utilizando una notación que es aceptada universalmente. Podremos comprobar que se manejarán los conceptos estudiados en los apartados anteriores.

La notación cristalográfica que se aplica a los frisos se caracteriza por cuatro símbolos que se escriben de forma consecutiva.

*Primer símbolo.* Cuando un diseño se repite de manera periódica siguiendo una dirección horizontal, entonces su notación tiene como primer símbolo una  $p$ .

Teniendo en cuenta que la traslación es una característica esencial del friso, hasta tal punto que si no hay traslación deja de ser un friso, la notación de todos ellos empieza por la letra  $p$ .

*Segundo símbolo.* Se refiere a la existencia de simetría de eje vertical que es perpendicular a la dirección del desplazamiento. Si existe simetría, el segundo símbolo es una  $m$ . En caso contrario, tras la  $p$  se colocará un 1.

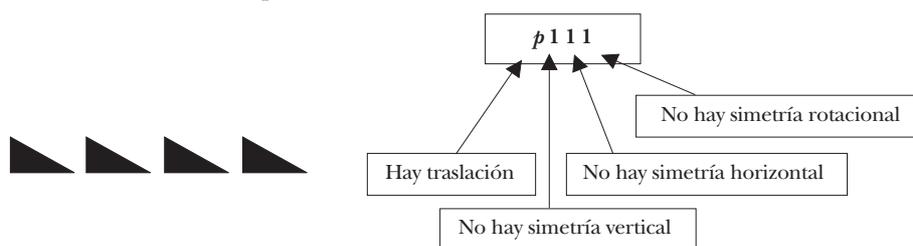
*Tercer símbolo.* Es una  $m$  si hay simetría horizontal. En este caso habrá simetría con desplazamiento. Ahora bien, si la figura no aparece en la forma simétrica sino solamente la desplazada, entonces el símbolo es una  $a$ . Si no existe simetría horizontal, entonces el tercer símbolo es un 1.

*Cuarto símbolo.* Es un 2 si hay un giro de  $180^\circ$ , es decir, una simetría rotacional  $d_2$ . En caso contrario es un 1.

Teniendo en cuenta estos criterios, la clasificación de los frisos es la siguiente:

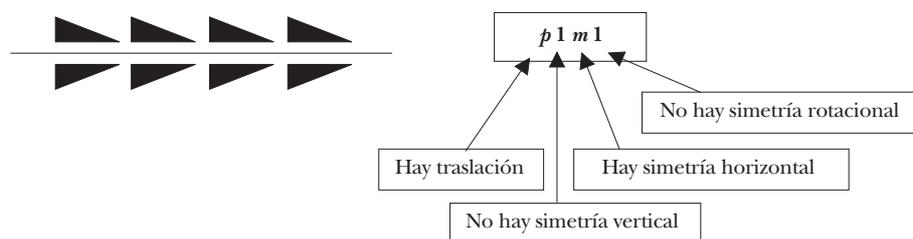
a) Sólo hay traslación:

ESQUEMA 1.1: Modelo  $p111$



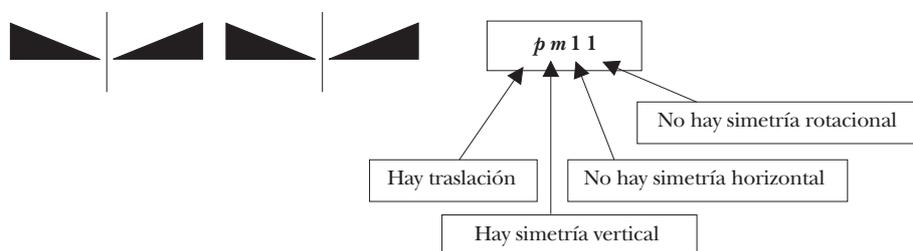
b) Hay simetría horizontal, no hay vertical y no hay rotacional:

ESQUEMA 1.2: Modelo  $p1m1$



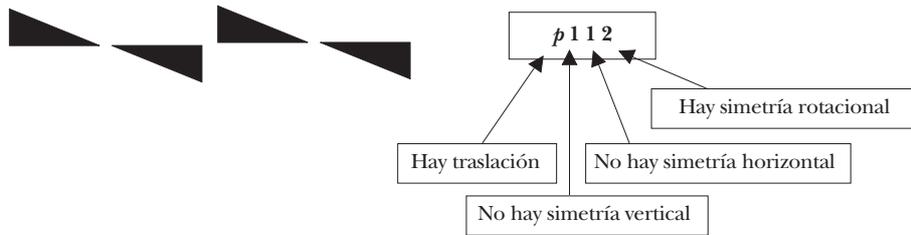
c) Hay simetría vertical, no hay horizontal y tampoco rotacional:

ESQUEMA 1.3: Modelo  $pm11$



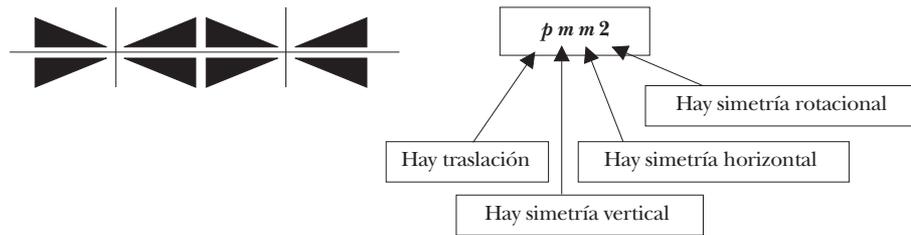
d) No hay simetría vertical y tampoco hay simetría horizontal, pero sí hay una simetría rotacional:

ESQUEMA 1.4: Modelo  $p112$



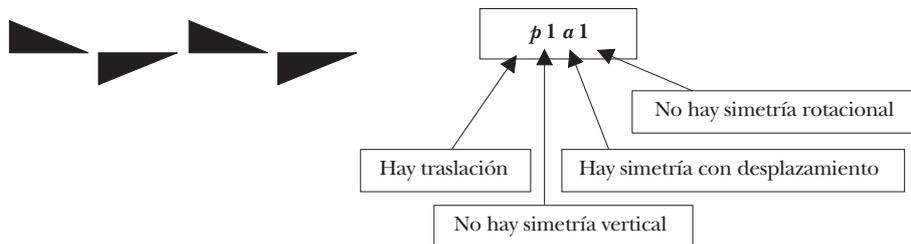
e) Hay simetrías vertical y horizontal y además hay simetría rotacional:

ESQUEMA 1.5: Modelo  $pmm2$



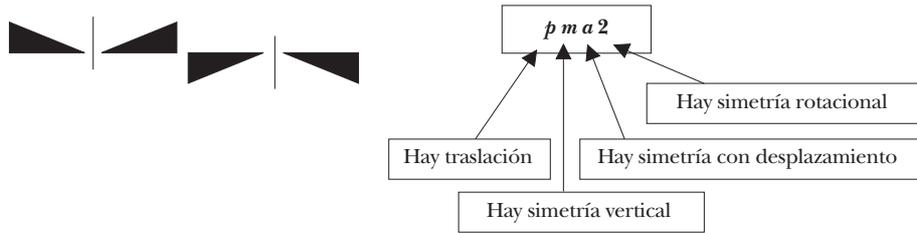
f) No hay simetría vertical, hay simetría horizontal con desplazamiento y no hay simetría rotacional:

ESQUEMA 1.6: Modelo  $p1 a 1$

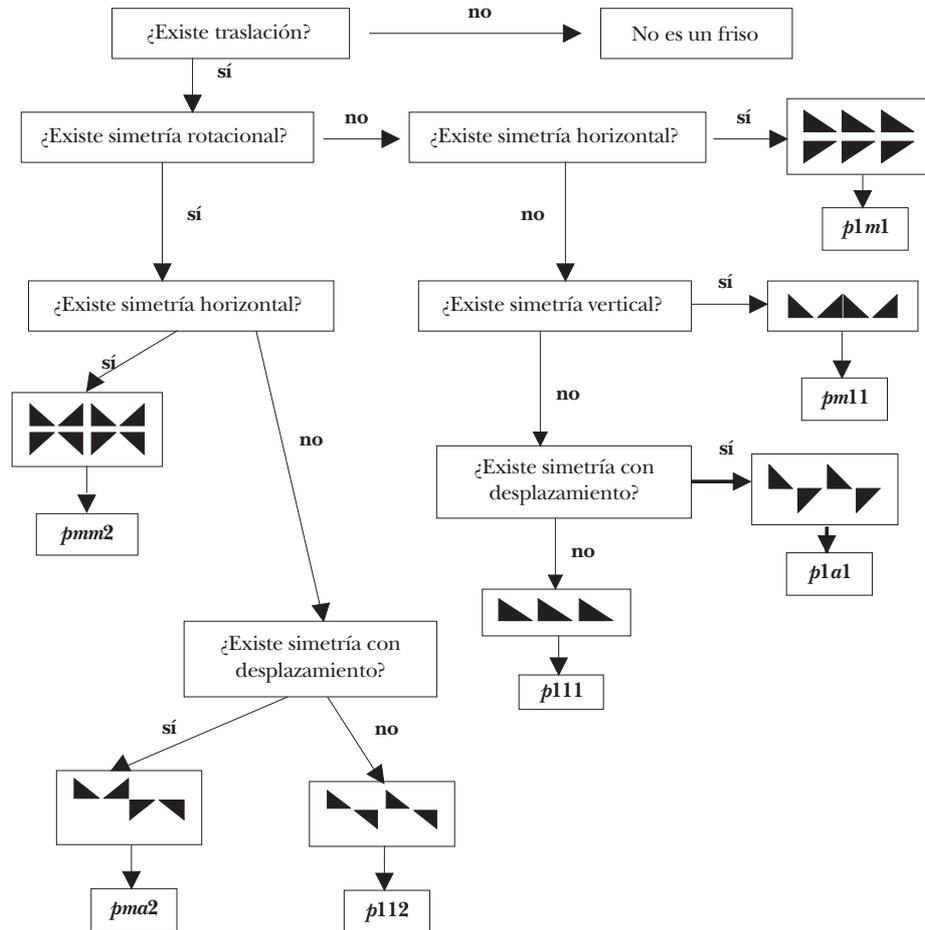


g) Existe simetría vertical, hay simetría horizontal con desplazamiento y simetría rotacional:

ESQUEMA 1.7: Modelo  $pma2$



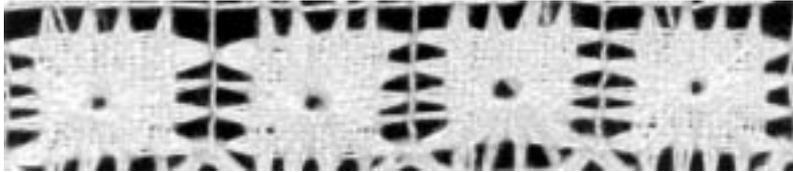
ESQUEMA 1.8: Algoritmo de clasificación (de Rose-Stafford)



## 1.8. Grupo de frisos en los calados

a) Modelo  $pmm2$

FIGURA 1.15:  $pmm2$



Se trata, sin duda, del modelo más abundante. En nuestra opinión, este fenómeno puede ser explicado por la existencia de los dos ejes de simetría que presenta el módulo. Si aceptamos que la simetría es uno de los elementos estéticos más destacados en nuestra cultura, no debe extrañar que, como consecuencia de ello, este modelo abunde. Las propias caladoras expresan que, en general, sus clientes se inclinan más por calados de estos módulos que por los de otros modelos.

Presentamos a continuación algunos modelos de este grupo de frisos. Téngase en cuenta que no pretendemos presentar un catálogo de modelos.

FIGURA 1.16:  $pmm2$  (La Orotava)

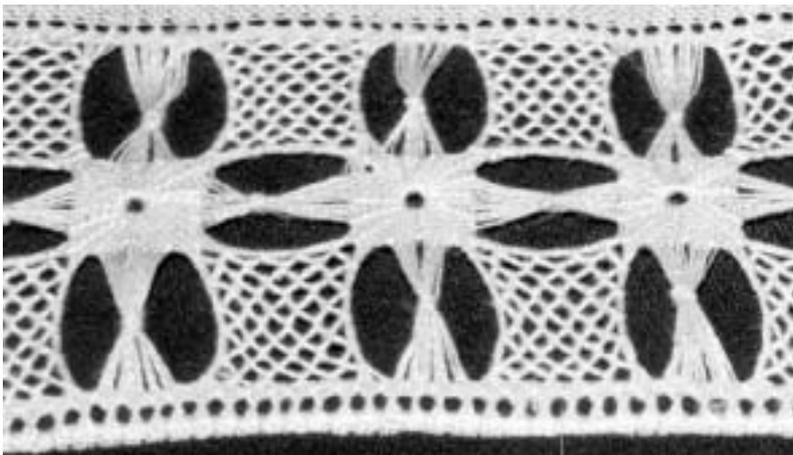
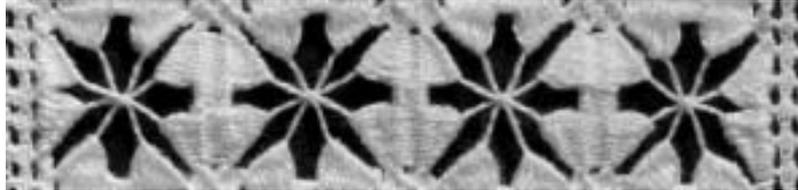
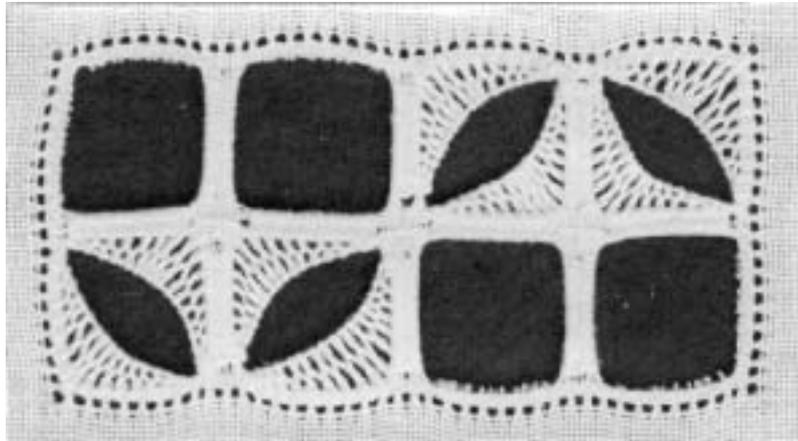


FIGURA 1.17:  $pmm2$  (El Escobonal)

b) Modelo  $pma2$

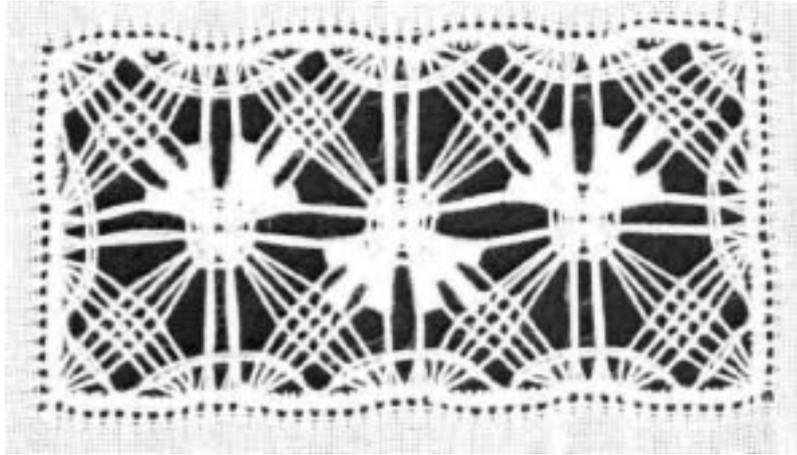
FIGURA 1.18:  $pma2$ 

Este friso no lo hemos encontrado en ninguno de los calados estudiados. Como puede observarse, la figura presenta un eje de simetría vertical mientras que el eje de simetría horizontal es un desplazamiento; es decir, el lugar en el que debería dibujarse la figura simétrica de los dos primeros triángulos está en blanco. Desde el punto de vista de un calado, éste es un problema que se pretende evitar porque, por una parte, presenta reparos estéticos y, por otra, resulta difícil dejar huecos libres sin que pase por encima alguna de las hebras con las que se realiza el bordado.

El descubrimiento de este hecho lo comentamos con doña Juana Mesa. Ella nos confirmó tanto nuestra apreciación estética como la inexistencia de modelos. Le planteamos entonces la posibilidad de crearlos. Hicimos un diseño que respondiese al código

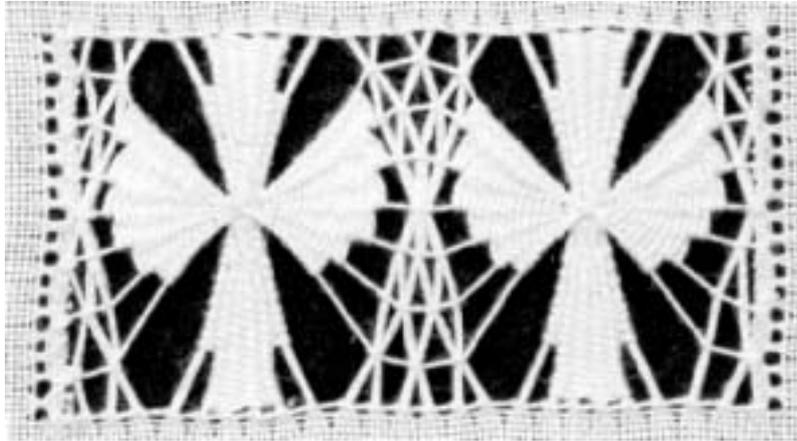
de este friso, y de sus manos expertas salieron los modelos que se exponen y cuyos originales están en la exposición de cuadros.

FIGURA 1.19: *pm2* (La Orotava)



c) Modelo *pm11*

FIGURA 1.20: *pm11*



Existen modelos que responden a este código de friso. Teniendo en cuenta que poseen un marcado carácter simétrico y que los módulos cubren el espacio, no es extraño que haya un número abundante de modelos, de los que presentamos algunos.

FIGURA 1.21:  $pm11$  (La Orotava)

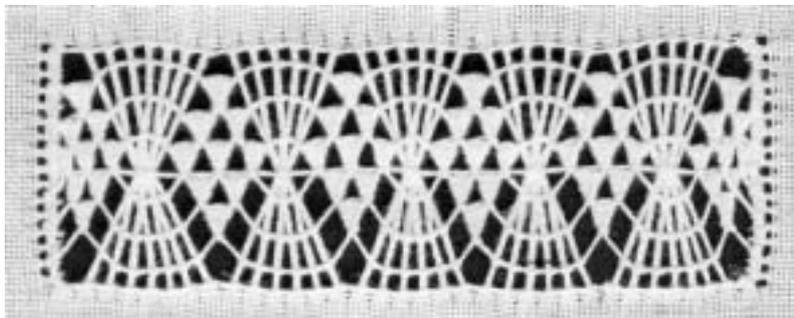
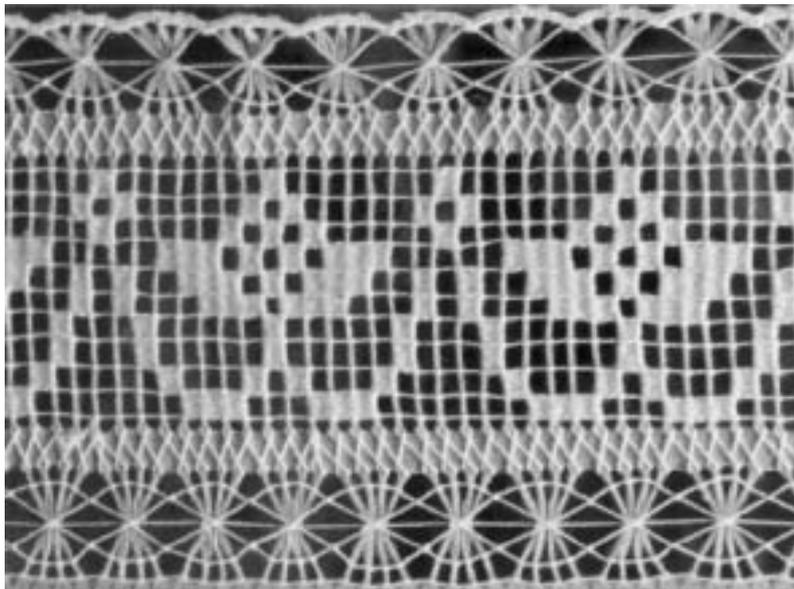


FIGURA 1.22:  $pm11$  (El Escobonal)

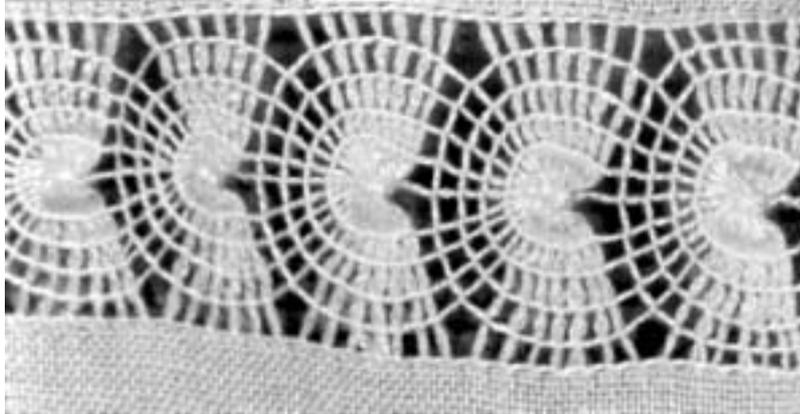


FIGURA 1.23:  $pm11$  (La Guancha)



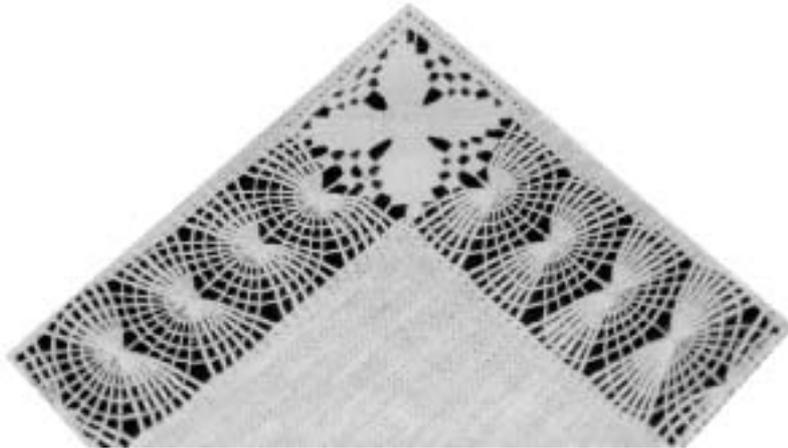
d) Modelo  $p1m1$

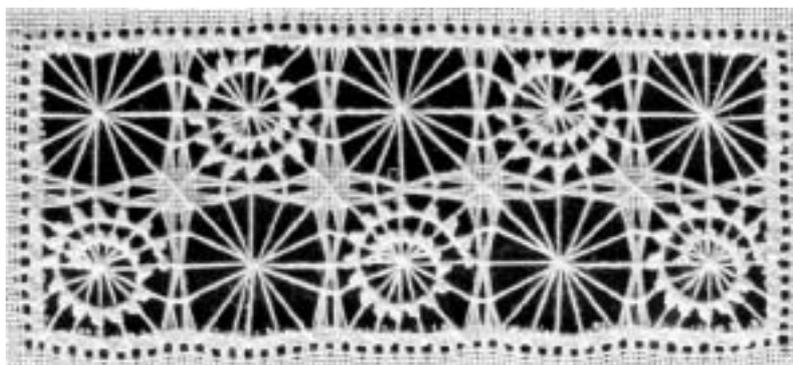
FIGURA 1.24:  $p1m1$



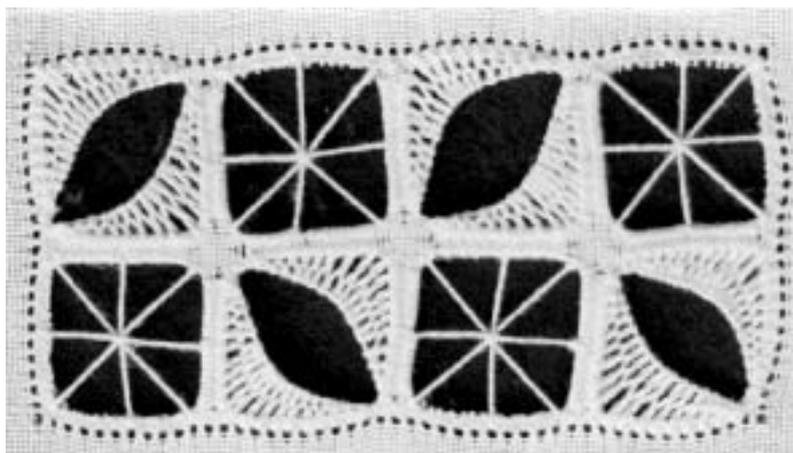
La existencia de ese eje de simetría horizontal parece indicar que debe tratarse de un modelo abundante. Sin embargo, sólo hemos encontrado un módulo de este tipo.

FIGURA 1.25:  $p1m1$  (La Orotava)



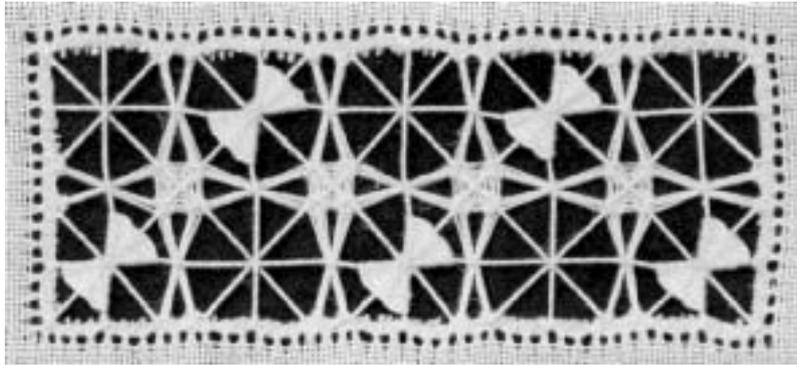
e) Modelo  $p1a1$ FIGURA 1.26:  $p1a1$ 

No encontramos calados con este código de friso. Las razones hay que buscarlas en lo indicado en el módulo  $pm2$ . Las tiras se bordan longitudinalmente y no se contempla dejar en blanco la parte unida a una figura. A esto debemos añadir la inexistencia de simetrías, que puede producir rechazo estético. Doña Juana Mesa colaboró con nosotros para dar forma en calados a unos diseños que preparamos con ella. Gracias a su ayuda podemos presentar aquí calados de este modelo de friso.

FIGURA 1.27:  $p1a1$  (La Orotava)

f) Modelo *p112*

FIGURA 1.28: *p112*



Existen módulos de este modelo, si bien en todos ellos el centro del giro se encuentra en medio del módulo y no en un extremo.

Doña Juana Mesa nos elaboró el modelo de *pajarita* en el que se observan esos huecos que se evitan en el resto de los modelos tradicionales. Con esto se consigue no dejar huecos libres en el calado, que es un objetivo de toda caladora. En opinión de éstas, es un tipo de calado que gusta, pese a que no presenta simetrías axiales.

FIGURA 1.29: *p112* (La Orotava)

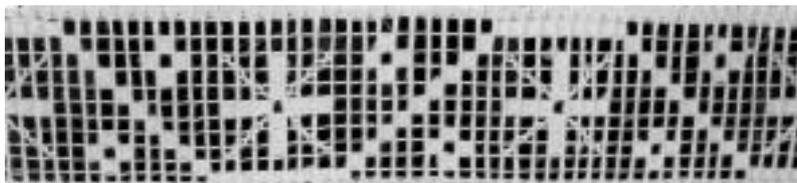
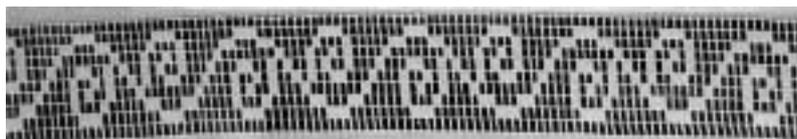
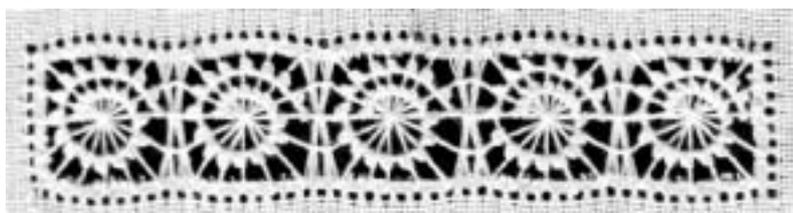


FIGURA 1.30: *p112* (La Orotava)



g) Modelo  $p111$ FIGURA 1.31:  $p111$ 

Este modelo existe entre los calados que hemos estudiado. Como se puede apreciar, es el más sencillo de los frisos puesto que se genera mediante el simple traslado de la figura calada. Son los más abundantes tras el  $pmm2$ . Entre los modelos que se utilizan se encuentra la espiral en distintas versiones. La mayoría de las espirales son dextrógiras, esto es, se abren girando hacia la derecha. Pedimos a doña Juana Mesa que nos confeccionara un calado con la espiral abriendo en sentido levógiro. Estas dos espirales son, además, las que aparecen en el friso del código  $p1a1$  que ella también elaboró.

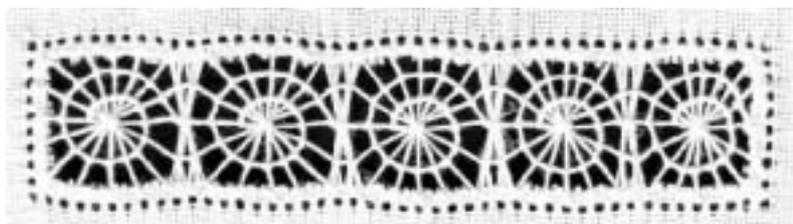
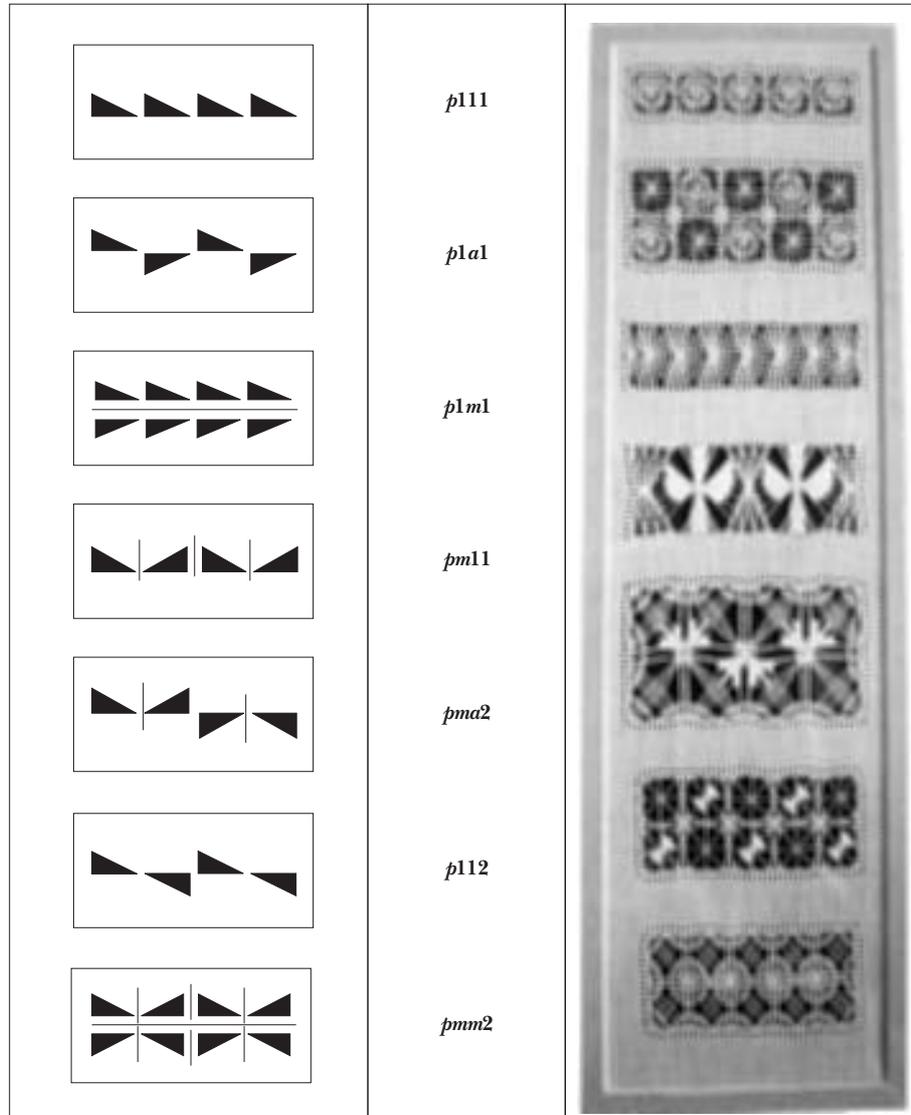
FIGURA 1.32:  $p111$ , espiral dextrógira (La Orotava)FIGURA 1.33:  $p111$ , espiral levógira (Tegueste)

FIGURA 1.34: Los siete grupos de friso en los calados



### 1.9. Rosetones en los calados

El rosetón es un elemento geométrico que aparece ocasionalmente en los calados. Se utiliza como motivo decorativo en medio de un calado y, fundamentalmente, en las esquinas, pues es

una forma de rellenar el hueco que queda en la tela. La mayoría son diédricos, motivado tal vez por la simetría que presentan sus pétalos y, a su vez, el rosetón en su conjunto.

FIGURA 1.35:  $d_4$  (El Portezuelo)

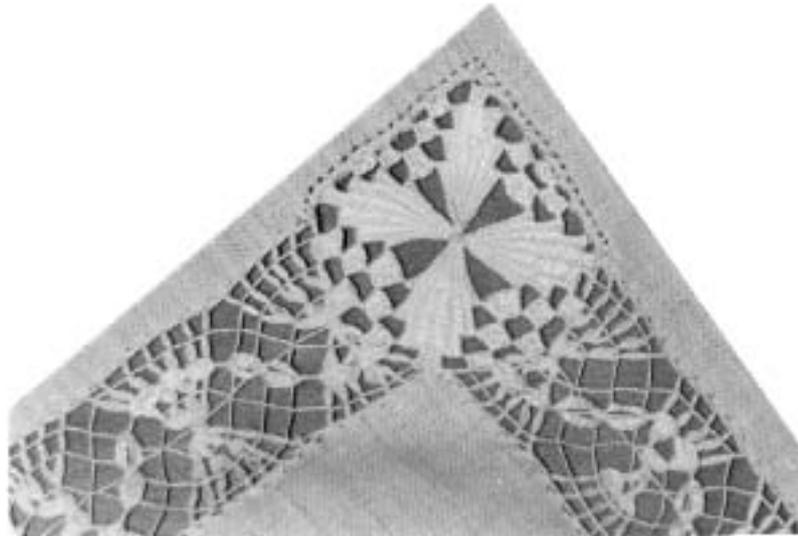
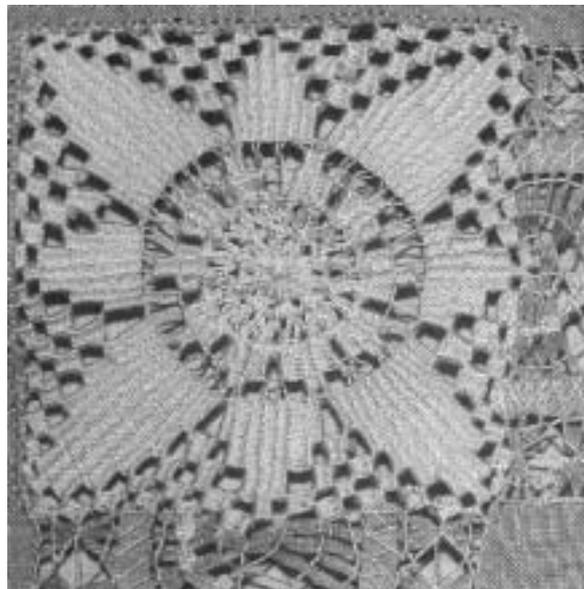


FIGURA 1.36:  $d_4$  (Garachico)



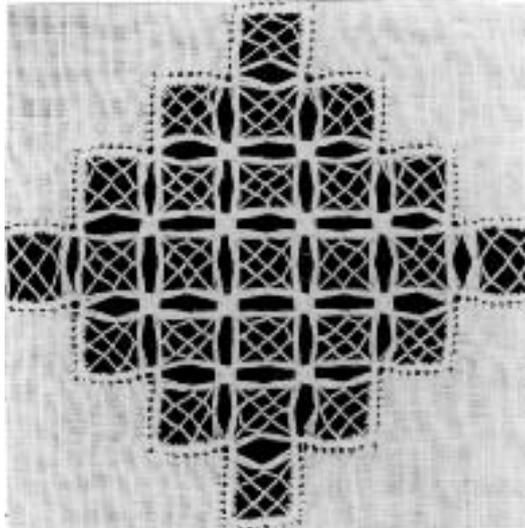
## 1.10. Otros elementos matemáticos

Al analizar los diferentes tipos de calados, hemos encontrado algunos modelos que presentaban elementos y conceptos matemáticos de interés.

### 1.10.1. Módulos en escalera

Corresponde a un diseño de calado que utilizan todas las caladoras, posiblemente por una cuestión de estética. Es una doble escalera de módulos. Cada peldaño posee un número impar de módulos.

FIGURA 1.37: Módulos en escalera



Por tanto, si deseamos calcular el número total de módulos que hay que hacer para una determinada escalera, existe una sencilla forma de hacerlo cuya deducción es la siguiente:

Como los escalones tienen 1, 3, 5, 7, ... módulos se trata de una progresión aritmética de diferencia 2, siendo 1 el primer término. Sabemos que la fórmula que da la suma de los términos de la progresión aritmética  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  de diferencia  $d$  es:

$$S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \quad (1.1)$$

En el caso de nuestra escalera, como se trata de los números impares

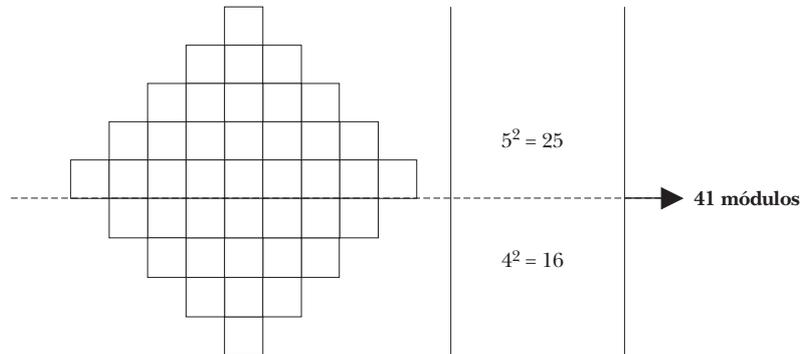
$$1, 3, 5, 7, \dots, 2n - 1$$

al aplicar la fórmula (1.I) se obtiene:

$$S = \frac{1 + 2n - 1}{2} \cdot n = n \cdot n = n^2$$

*Para calcular el número de módulos que tiene una escalera de n peldaños basta con calcular:  $n^2$ .*

FIGURA 1.38: Aplicación de la fórmula de módulos en escalera

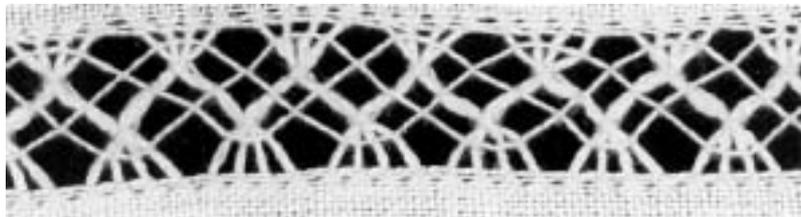


### 1.10.2. Funciones seno y coseno

Las funciones trigonométricas  $y = \text{sen } x$  e  $y = \text{cos } x$  están presentes en los currículos actuales.

Hemos encontrado varios modelos de calados que presentan como uno de los motivos las gráficas de las funciones seno y coseno, dibujadas en el mismo módulo.

FIGURA 1.39: Funciones seno y coseno (Teguste)



### 1.10.3. Figuras geométricas

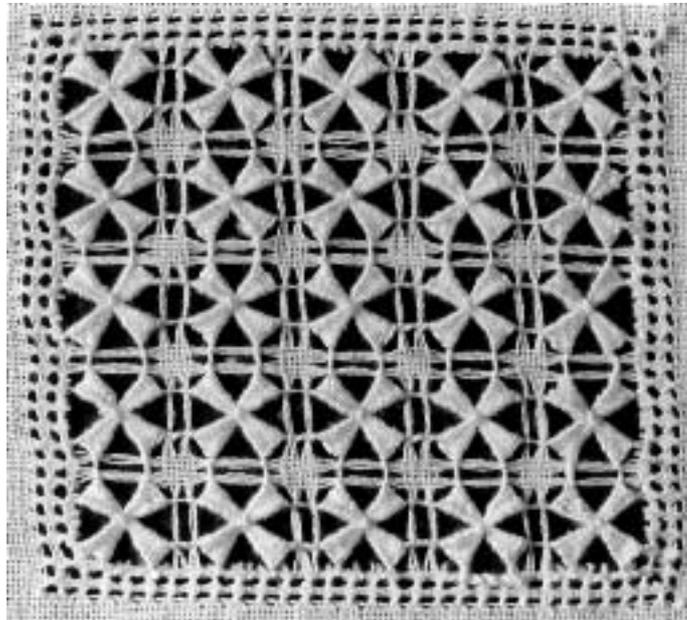
Además de las descritas en los apartados anteriores (rosetones, espirales, etc.) se puede encontrar en los diferentes modelos de calados un buen número de figuras geométricas: cuadrados, rombos, polígonos de más de cuatro lados, tanto regulares como irregulares, elipses y circunferencias.

## 1.11. Algo más de los calados

Respecto del calado, el *Diccionario de la lengua española* dice: «Labor que se hace con aguja en alguna tela o tejido, sacando o juntando hilos, con que se imita la randa o encaje».

Una enciclopedia consultada no se extiende mucho más en la explicación del calado, pero la ilustra con la fotografía de un pañuelo calado a principios del siglo XX, que se encuentra en el Museo de Artes Decorativas de París, y además con el retrato de una caladora de La Orotava con su labor montada en el bastidor, lo que nos da una idea de la importancia de los calados canarios.

FIGURA 1.40: Calado canario. Crucitas en agujero (El Escobonal)



No hemos encontrado publicaciones sobre los calados, así que todo lo que ahora sabemos sobre ellos lo debemos a las explicaciones que, de forma amable y desinteresada, nos han proporcionado las caladoras que hemos conocido.

Aunque los calados son labores tradicionales en Canarias, no se sabe exactamente cuál es su origen ni su antigüedad. Nuestras caladoras nos decían que sus madres y sus abuelas calaban, y una de ellas cree que esta labor procede de Venecia o Portugal. Los calados fueron muy apreciados a finales de siglo XIX y principios del XX, y se exportaron a Europa, sobre todo a Inglaterra.

Es una técnica de labor que no utiliza el dibujo sobre la tela. La base del trabajo se realiza contando y sacando hilos. En la Península existen bordados que utilizan técnicas de deshilados, parecidos a los que se realizan en Canarias, como son los segovianos (sacando hilos en una sola dirección) y lagarteranos (en dos direcciones, al igual que los canarios). Asimismo son conocidos los calados sencillos de Huelva, que se realizan también en otros lugares de Andalucía y adornan el traje popular de la mujer. Su elaboración se realiza sacando hilos en una sola dirección al igual que nuestros calados llamados *vainicas*.

Se pueden hacer sobre cualquier tela pero la más usada, y aun más apreciada, es la de lino. Se utilizan para decorar prendas de vestir (blusas, enaguas, faldones, pañoletas, pañales...) o la ropa de casa: sábanas, manteles, servilletas, tapetes, pañuelos e incluso toallas. En la primera mitad del siglo XX la mujer canaria calaba sus propias prendas o bien ganaba algún dinero extra calando para otras personas. Actualmente, este arte se limita a la decoración y al turismo, realizándose, casi exclusivamente, en talleres que pretenden mantener una tradición que ha estado a punto de desaparecer, a pesar de que era una labor extendida en todas las casas.

Para la realización de un calado no se necesitan herramientas sofisticadas. Además de tela, hilo, tijeras y aguja es necesario contar con un bastidor en el que colocar la tela bien tensa formando una superficie plana no deformable. Las manos de la caladora, que apenas rozan la tela, se sitúan una por encima y la otra por debajo de la misma. El bastidor debe estar apoyado de forma estable con el fin de que la caladora no se vea obligada a sujetar en ningún momento la tela.

Para cada calado se deben realizar unos pasos determinados, conocidos por las caladoras, pero que resultan muy difíciles de reproducir si no se conoce la técnica. Es un proceso metódico y laborioso. La caladora experta puede reproducir cada paso estudiando un calado ya terminado, pero no es fácil saber cuál es el orden en el que se han realizado los diferentes nudos si se es novato en esta técnica.

Los pasos que se deben seguir son los siguientes:

- En primer lugar se hace el marcado de la tela. Contando hilos o midiendo con un cartoncillo, se hace una cuadrícula sobre la franja de tela que se quiere calar. Esta cuadrícula se realiza sacando una hebra cada cierto número de hilos en uno y otro sentido.
- Con aguja e hilo se empieza la labor haciendo la vainica o randa. Ésta puede ser sencilla o doble. No es sólo un adorno, sino que cumple la función de sujetar las hebras que se han de cortar a fin de que no se produzcan deshilachados que destrocen la labor.
- A continuación se sacan las hebras que sean necesarias según el tipo de calado que vamos a realizar. Es un proceso que exige mucha precisión y concentración. Una vez cortada una hebra inadecuada es difícil disimular el fallo. No obstante, la caladora experta es capaz de colocar otra hebra en su lugar sin que se note en la labor terminada.
- La tela está preparada para ser colocada en el bastidor o tambor. Se sujeta bien mediante hilos cruzados a la tela que bordea los laterales. Debe quedar bien tensa para facilitar la labor y la perfección en el calado.
- Es ahora cuando empieza el calado propiamente dicho. El hilo se hace pasar arriba y abajo por entre las hebras de la tela, y mediante determinados movimientos se consigue que se vaya anudando adecuadamente. El tamaño del hilo depende del sistema que utilice la caladora. En unos casos éste se calcula a fin de que con una sola hebra se pueda realizar toda la pasada y se remacha sobre la tela al final de la misma. En otros el tamaño del hilo es siempre igual (se mide tomando la punta en una mano y haciendo que el hilo rodee el brazo alrededor del codo y vuelva de nuevo a la

mano), ya que se utiliza la técnica de anudado de una hebra, que se ha terminado, con la siguiente. El nudo queda muy fuerte y se disimula por el revés de la labor.

- Por último, se saca la labor del bastidor y se recorta la tela al borde del festón.

Cuando el trabajo está bien hecho es difícil diferenciar el revés del derecho de la labor. La caladora experta siempre cruza los hilos de la misma forma, siguiendo un proceso metódico que hace que la labor sea casi igual de bonita por el revés que por el derecho.

Sin lugar a dudas, no hemos pretendido en esta lección enseñar a calar. Tampoco nosotros sabemos hacerlo. Nuestra intención es simplemente transmitir la idea de que el trabajo de nuestras caladoras es toda una lección de laboriosidad en su realización, que exige, además, un proceso de aprendizaje más o menos largo, dependiendo del interés y la dedicación que se tenga, y una práctica que sólo se consigue con la constancia.

Los usuarios podemos apreciar la belleza y pulcritud de la labor terminada, pero debemos saber también que detrás ha habido largas horas dedicadas a su realización.

## **1.12. Explotación didáctica de los calados**

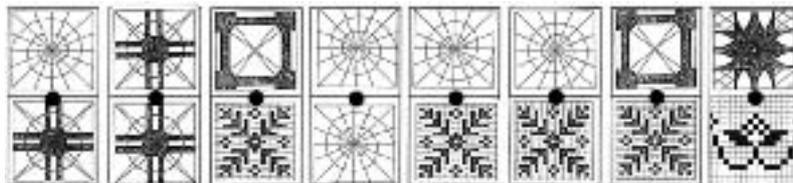
A continuación exponemos un conjunto de ideas que pueden ser consideradas para utilizar los calados como un material didáctico. Es evidente que cada docente puede, a su vez, encontrar nuevas aplicaciones y adaptar las que se exponen al nivel formativo de sus alumnos y a las disponibilidades de tiempo que le permiten sus horarios. Por esta razón no se especifican los niveles en los que se pueda utilizar el material.

### **1.12.1. Dominó**

Como es sabido, el dominó tiene siete elementos básicos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6) que se combinan entre sí, con la posibilidad de repetirse, dando lugar a las conocidas 28 fichas. Como se ha explicado en el apartado 1.10 existen siete grupos de frisos de los que tenemos modelos en los calados. Manteniendo el criterio de forma-

ción de las fichas de dominó se consigue crear un juego. Los distintos tipos de módulos de calados son los elementos básicos. No obstante, puede añadirse cierta dificultad al juego utilizando un módulo no simétrico (por ejemplo, la espiral dextrógira) y su imagen simétrica (levógira). Éste es el que hemos construido y reproducimos a continuación.

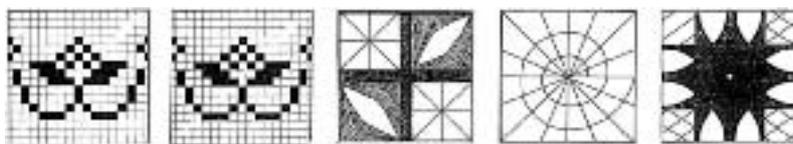
FIGURA 1.41: Dominó



### 1.12.2. Memory

Éste es un conocido juego que consiste en poner con la imagen hacia la mesa un conjunto de 15 o 20 parejas de modelos diferentes. Las piezas se remueven antes de colocarlas. Una vez dispuestas en filas, cada jugador levanta dos piezas. Si son iguales se las apunta como suyas y las retira de la mesa repitiendo la jugada. Si son diferentes, entonces las deja en su lugar, y tanto él como los demás jugadores deben memorizar la situación de cada uno de esos módulos para levantarlo cuando se localice el otro con el que forma pareja. Al final gana quien haya logrado más parejas.

FIGURA 1.42: Memory



### 1.12.3. Construir un rosetón recortando papeles

Material:

- trozos cuadrados de papel de diferentes tamaños;
- tijeras;
- imaginación.

Cada vez que se pliegue el papel de forma simétrica se está marcando un eje de simetría. La figura que se obtenga depende del dibujo que se realice sobre el papel plegado, y su aspecto estético será aquel que cada cual sea capaz de conseguir con su gusto y con su práctica. Veamos algunos ejemplos a modo de orientación.

FIGURA 1.43: Ejemplo 1. Construir un rosetón

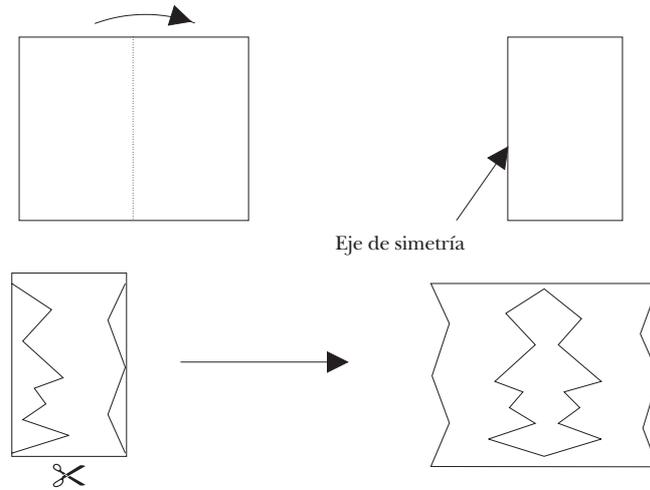
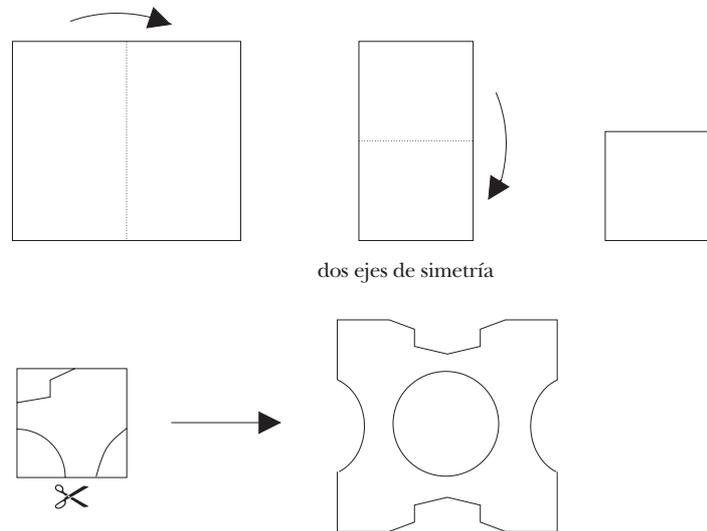


FIGURA 1.44: Ejemplo 2. Construir un rosetón





**SEGUNDO PREMIO**

2

EL AGUA EN LA CIUDAD DE SEVILLA

Manuela GONZÁLEZ GÓMEZ

*I.E.S. Heliópolis, Sevilla*



## **2.1. Justificación de la experiencia educativa**

Toda acción pedagógica y toda investigación tienen un sentido, unas razones que hemos de entender y que a continuación exponemos.

### **2.1.1. Buscar una fuente de creación en valores hacia el medio ambiente**

A pesar de que actualmente en las programaciones de aula se habla mucho de forma teórica de la Educación Ambiental, la Educación para el Consumo, la Educación en Valores de Solidaridad y Tolerancia, etc., todos sabemos que en la práctica, realmente, se está haciendo muy poco, o al menos no se observan mejoras porque cada día nos encontramos con más deterioros, mayores consumos, y aumento de violencia en las calles y el aula. Por todo ello, la educación en valores no debe quedar plasmada en el papel, sino que tiene que plantearse en todas las aulas como materia fundamental e indispensable en nuestras vidas.

En esta ocasión, se tomó como fuente *el agua de la ciudad*, pues es un bien muy apreciado cuando nos falta, como comprobamos los cinco primeros años de esta década, pero muy olvidado cuando abunda. La facilidad con que la recibimos, a través del grifo, hace que olvidemos que es un bien muy escaso, que no se puede ni se debe despilfarrar.

Para que los alumnos se conciencien de que el agua es un recurso fundamental e indispensable para la vida deben conocer el complicado proceso del agua, desde que cae hasta que sale por nuestros grifos y es enviada a nuestros ríos.

### **2.1.2. Acercar la escuela a la tecnología**

En la actualidad todos los hogares satisfacen sus necesidades de agua de forma inmediata e individual accionando la llave de

un grifo, y disponen igualmente de saneamiento y depuración de aguas residuales, pero hasta épocas relativamente recientes, mediados del siglo pasado, el agua que se consumía en la mayoría de las casas provenía de pozos y fuentes públicas. Concretamente, la ciudad de Sevilla ha sido en el pasado una de las poblaciones españolas con más enfermedades hídricas por la dificultad que presentaba el abastecimiento de agua.

Sin embargo, el desarrollo tecnológico de nuestra sociedad en estos últimos cincuenta años ha hecho posible la creación de redes de abastecimiento y saneamiento adecuadas.

Indudablemente, debemos dar un nuevo enfoque a la escuela para que acerque los alumnos a las técnicas y a la tecnología, ofreciéndoles oportunidades de realizar actividades de investigación que sirvan tanto para el desarrollo de sus capacidades generales (destrezas intelectuales, afectivas, creativas, cooperación, objetividad...) como específicas de aprendizaje de contenidos. Si bien, es verdad que esto nos exige a los profesores un cambio de prioridades en la metodología de enseñanza-aprendizaje.

### **2.1.3. Reflexionar sobre el impacto de la sequía**

Las restricciones padecidas durante el periodo 1991-1995 en numerosas poblaciones españolas han sacado a la luz, con toda su crudeza, la realidad del problema y la indefensión en la que nos encontramos cuando la atmósfera nos restringe este preciado elemento. La sequía desequilibra nuestra vida y la del entorno natural.

La historia, no demasiado lejana, tiene documentos de ciudades e incluso civilizaciones que han llegado a desaparecer por la disminución de las precipitaciones debido a cambios climáticos. Nuestra tierra, España, tiene comarcas donde este peligro existe en la actualidad.

### **2.1.4. Formar a las personas de manera crítica y creativa**

Para hablar de verdadera educación hemos de pensar no sólo en la formación académica, que es muy importante, sino también en la formación de la persona en el sentido más amplio y natural. Es más fácil educar a los niños que cambiar los malos hábitos de nuestra sociedad consumista.

## 2.2. Formulación de objetivos

- Mostrar el proceso de potabilidad y depuración de las aguas, ya que el abastecimiento tiene que ir siempre ligado al saneamiento. Detrás de los grifos se encuentra una historia compleja con dificultades y largos caminos que debemos conocer.
- Analizar las épocas de sequías. La falta de agua puede paralizar las actividades humanas, los comercios, las industrias, las empresas, los hospitales, los hoteles, etc.
- Conservar el recurso del agua para la supervivencia del futuro, pues es un bien limitado y escaso. De todos depende la conservación de este recurso natural.
- Poner en contacto a los alumnos con las recientes innovaciones tecnológicas en el tratamiento de las aguas.
- Fomentar y valorar las medidas ahorradoras de los recursos naturales.
- Rechazar todas aquellas actividades humanas que conllevan la contaminación y el exceso de consumo.
- Aplicar medidas preventivas para evitar enfermedades que se transmiten por el agua.
- Analizar la toxicidad en el agua de algunas sustancias químicas y su influencia en nuestra salud.
- Determinar las funciones del agua en nuestro cuerpo y explicar la calidad del agua que se ingiere.
- Mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje mediante la relación de la escuela con la vida cotidiana y el entorno.
- Aprovechar los recursos educativos de la ciudad donde se inserta el centro escolar.

## 2.3. Secuencia de contenidos

### 2.3.1. Sesión 1.<sup>a</sup>: ¿De dónde viene el agua?

2.3.1.1. *Historia del agua en Sevilla*

2.3.1.2. *El ciclo del agua*

2.3.1.3. *Procedencia actual del agua*

2.3.1.4. *Inundaciones y sequías*

**2.3.2. Sesión 2.<sup>a</sup>: ¿El agua es siempre potable?**

2.3.2.1. *Abastecimiento y tratamiento de potabilidad de las aguas*

2.3.2.2. *Problemática de las aguas naturales*

2.3.2.3. *Transporte y distribución del agua*

**2.3.3. Sesión 3.<sup>a</sup>: En el agua, ¿existe relación entre calidad y cantidad?**

2.3.3.1. *Calidad del agua potable*

2.3.3.2. *Consumo y uso del agua en la ciudad de Sevilla*

2.3.3.3. *Análisis de potabilidad*

**2.3.4. Sesión 4.<sup>a</sup>: Después de usar el agua, ¿qué hacemos?**

2.3.4.1. *Agua residual urbana*

2.3.4.2. *Depuradoras*

**2.3.5. Sesión 5.<sup>a</sup>: ¿Puede afectar el agua a la salud?**

2.3.5.1. *Enfermedades hídricas*

2.3.5.2. *Toxicidad de las sustancias químicas*

**2.3.6. Sesión 6.<sup>a</sup>: ¿El agua engorda?**

2.3.6.1. *El agua y la nutrición*

2.3.6.2. *El agua y el deporte*

**2.4. Metodología empleada**

Para lograr los objetivos marcados era necesario utilizar una estrategia investigadora basada en cambios conceptuales y de comportamiento que suponía una intensa actividad alumno-profesor, puesto que se trataba de una investigación en la acción —metodología práctica—, a la vez que se incrementaba el conocimiento en las tareas organizativas de la clase; para ello se consideró unos criterios metodológicos respecto:

1.º *A la intervención educativa*

— Se tuvo en cuenta los conocimientos previos de los alumnos en el proceso de aprendizaje.

- Se intentó provocar el cambio conceptual planteando situaciones problemáticas como: ¿se puede beber todo tipo de agua filtrada?; ¿qué se debe hacer si no tenemos agua potable?; si a principio de siglo no existían cañerías de agua ¿de dónde sacaban el agua?...
- Se ofrecieron actividades diversas que permitían conectar con los diferentes intereses de los alumnos, tales como la comprobación el consumo de agua en sus casas, la factura del agua, la medición de las precipitaciones...
- Se valoró cualquier logro por pequeño que fuese y que estuviera ligado al interés afectivo y cognitivo de los alumnos.
- Se favoreció la participación de los alumnos, promoviendo una actitud de observador de su entorno y de defensa del medio ambiente.

### 2.º *A la organización de los recursos humanos*

La diversidad de contextos educativos hace que se ofrezcan actividades y experiencias adaptadas a las características del entorno del centro (histórico, físico, cultural, económico, familiar y afectivo) y a las del alumno. Se implicó a la familia en las actividades que se desarrollaron en casa, pues constituyen una fuente de información y experiencia ligada al alumnado.

Fue interesante organizar a los alumnos en equipos y fomentar, de este modo, el trabajo en grupo, así como la asignación de responsabilidades, no sólo con la tarea que debían llevar a cabo, sino también con el espacio y los recursos del aula y del centro.

### 3.º *A los materiales didácticos*

Las actividades dentro del aula no requirieron un material demasiado complejo y caro, excepto los reactivos químicos *kits rápidos* para los análisis de las aguas, pero debemos tener presente que cada uno de ellos viene preparado para analizar, generalmente, cien muestras. Para las actividades fuera del aula se coordinó las visitas con la empresa de abastecimiento y saneamiento de aguas de la ciudad.

## **2.5. Desarrollo de las sesiones de trabajo de la unidad didáctica**

Se inicia en el curso escolar 1997-1998 y durante el mes de septiembre, solicitando las visitas de estudios a las instalaciones siguientes:

- embalse y minicentral de La Minilla;
- Estación de Tratamiento de Aguas Potables (ETAP) El Carabolo;
- Estación Depuradora de Aguas Residuales (EDAR) de Tablada.

El propósito de estas visitas era estimular a los alumnos de segundo grado de la Formación Profesional Reglada en la investigación, educarlos ambientalmente, formarlos en los avances tecnológicos e inculcarles la solidaridad mediante el trabajo en grupo. Como una actividad más del centro, las visitas se incluyeron en la programación del departamento de Física y Química y, por lo tanto, en el Plan de Centro del Instituto.

A continuación, para la elaboración de la Guía Didáctica del profesor, y del Cuaderno del alumno se realizó una serie de visitas a: Bibliotecas Públicas de Sevilla, Confederación Hidrográfica del Guadalquivir, Centro Meteorológico Territorial Occidental de Andalucía y la casa Merck para la utilización de los reactivos kits rápidos en el análisis de agua.

Una vez seleccionada la información se trataba de plasmarla en:

- la Guía Didáctica, que contendría los objetivos y contenidos, tanto de conceptos como de procedimientos y actitudes, de la acción investigadora;
- el Cuaderno del alumno, que le permitiría anotar y recopilar la información que irían obteniendo a través de las visitas y las clases de aula;
- la programación del departamento de Física y Química.

Se elaboró el índice del Cuaderno, que constaba de diversas pequeñas investigaciones del alumno, concretamente:

1. Visita al embalse y la minicentral de La Minilla.
2. Medida de las precipitaciones durante el primer trimestre.
3. Visita a la ETAP del Carambolo.
4. Estudio fisicoquímico y análisis de potabilidad del agua.
5. Uso y consumo del agua.
6. Lectura del contador y de la factura del agua.
7. Medidas ahorradoras del agua.
8. Visita a la EDAR de Tablada.
9. Medida del agua en diferentes alimentos.

Cada una de estas pequeñas investigaciones contenía el objetivo «qué se pretende alcanzar», el material «qué se necesita» y el «cómo hacerlo». Además, para las visitas de estudio, «qué hacer antes, durante y después del viaje»; para las investigaciones del laboratorio, «qué debemos saber y comentar»; y por último, para las actividades en casa, «de qué documentación y medios disponemos».

No se trataba de que los alumnos dieran respuestas y conclusiones correctas a todas las investigaciones, sino que una vez acabadas, volvieran a resolver lo que se les había propuesto, y veríamos, así, las ideas tan diferentes que tenían respecto de las que habían aprendido.

Por último, se procede a la programación y desarrollo de la unidad didáctica «El agua en la ciudad de Sevilla», según la secuencia de aspectos a tratar, en seis sesiones de trabajo, y con una duración entre los meses de octubre, noviembre y diciembre de, aproximadamente, 18 horas lectivas en el aula y tres mañanas para las visitas de estudios.

### **2.5.1. Desarrollo de la 1.<sup>a</sup> sesión de trabajo: ¿De dónde viene el agua?**

Comenzó la primera semana de octubre en el aula, donde se realizó la *lectura de la historia del agua en Sevilla*, al mismo tiempo que se observaban en transparencias fotografías antiguas de Sevilla relacionadas con la lectura: Arcos de Carmona, puesto de aguas, aguadores, imágenes de inundaciones, evolución del río Guadalquivir a su paso por la ciudad, etc.

En un primer momento se pretendía estudiar los problemas de abastecimiento y saneamiento que la ciudad de Sevilla había sufrido, interpretar el ciclo del agua, analizar los efectos de la sequía y de las inundaciones, y fomentar medidas para no contaminar el agua. He aquí una de las imágenes observadas durante el periodo de sequía 1991-1995, facilitada por la Confederación Hidrográfica del Guadalquivir:

FIGURA 2.1: Presa de Cantillana (Sevilla)



A continuación, los alumnos comentaron y analizaron, entre otras, las cuestiones siguientes:

- «Explica el mecanismo del ciclo del agua.»
- «Los Caños de Carmona eran una conducción que abasteció Sevilla durante mucho tiempo. ¿De dónde traía el agua? ¿En qué época se construyó? ¿Discurría bajo tierra o a cielo abierto? Una vez en la ciudad, ¿a dónde llegaba el agua?»
- «El saneamiento fue un gran problema en Sevilla. Indica algunas circunstancias que hicieron que Sevilla fuera entonces una ciudad sucia e insalubre.»

Al final de esta clase se les entregó a los alumnos el Cuaderno con el que iban a trabajar durante toda la unidad. Se les indicó que la primera investigación consistía en *visitar el embalse y la minicentral de La Minilla*, y que en el Cuaderno había unas actividades para que las realizaran, individualmente, en sus casas antes de la visita.

Al día siguiente, en un autobús contratado por el Instituto, nos desplazamos al embalse donde el guía nos esperaba. Cada uno de los alumnos llevaba el Cuaderno donde anotaron todas las observaciones que creían convenientes, así como las posibles dudas para consultar al guía de la visita o a la profesora.

Posteriormente, se terminó completando la información en grupo con el comentario de las diferentes opiniones sobre el aprovechamiento energético, los factores que modifican el paisaje natural, la capacidad y nivel actual del agua embalsada, las ventajas e inconvenientes que tiene la construcción de presas y embalses, etc.

De vuelta al colegio, finalizamos la clase en el patio, donde se explicó el funcionamiento del *pluviómetro*, conocimiento necesario para las medidas de las precipitaciones que se realizarían durante el primer trimestre. Se acordó trabajar en grupo y que cada día se encargarían de mirar a la misma hora la lluvia caída. Los datos serían anotados en la hoja de registro que aparecía en el Cuaderno de trabajo y representados, al final del trimestre, para analizar los periodos secos y lluviosos.

Esta sesión acabó a mediados de diciembre con un cuestionario referente a los datos obtenidos sobre las precipitaciones. Entre otras preguntas, se encontraban:

- «Explica la gráfica de precipitación que has obtenido. Compara los valores obtenidos con la gráfica proporcionada por el Centro Meteorológico de Sevilla.»
- «En la gráfica de precipitaciones, referida a años agrícolas que aparecen en la guía del agua, indica los años de precipitación y de sequía de este siglo. ¿A qué se denomina año agrícola?»

El tiempo aproximado utilizado en la sesión fue el siguiente:

- 1 hora en el aula para la lectura de la historia del agua;
- 2 horas para la visita al embalse de La Minilla;

— 1 hora en el aula y en el patio para terminar la investigación del embalse y empezar la de la precipitación.

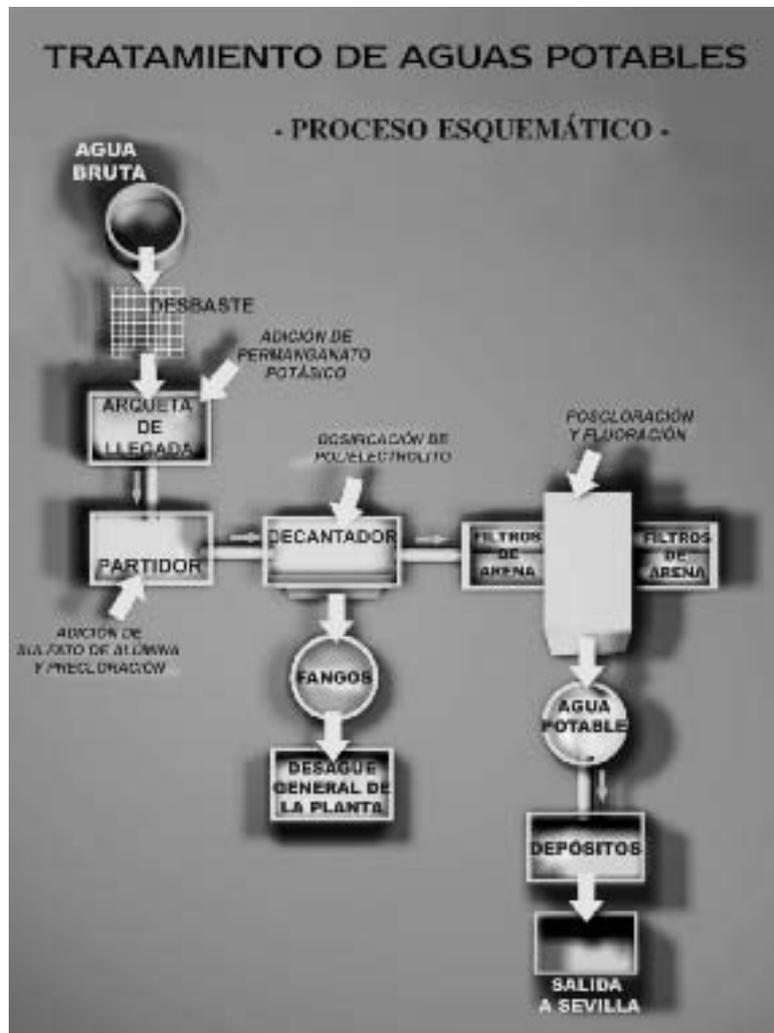
### **2.5.2. Desarrollo de la 2.<sup>a</sup> sesión de trabajo:**

#### **¿El agua es siempre potable?**

En esta sesión se pretendía estudiar e interpretar la potabilidad de las aguas, poner en contacto a los alumnos con las recientes innovaciones tecnológicas de potabilidad de las mismas, analizar los problemas de contaminación de los acuíferos y valorar el medio natural, modificando los hábitos incorrectos relacionados con la utilización de recursos escasos y con las actividades que contribuyen a la contaminación.

Se inició con la visita a la Estación de Tratamiento de Aguas Potables (ETAP). Cada alumno, en su Cuaderno de trabajo, anotó antes, durante y después de la visita las respuestas a las cuestiones relacionadas con dicha experiencia; por esta razón, tuvieron que consultar las dudas con el guía de la visita o con la profesora. Más tarde, los alumnos, ya en clase, completaron el estudio de la estación de agua potable con unas diapositivas de la planta, entre ellas, el esquema general de la estación (esquema 2.1).

ESQUEMA 2.1: Tratamiento de aguas potables



A continuación, los alumnos comentaron y analizaron, entre otras, las siguientes cuestiones:

- «¿Qué es una ETAP? Enumera los distintos pasos de que consta el tratamiento del agua o proceso de potabilidad.»
- «¿Qué necesitan los microorganismos para viajar en el agua?»
- «¿Qué propiedad física se aprovecha para que el transporte de agua a la ciudad sea más barato?»

El tiempo aproximado utilizado para esta sesión fue de:

- 3 horas para la visita a la Estación de Tratamiento de Aguas Potables;
- 1 hora en el aula para la fase final.

### **2.5.3. Desarrollo de la 3.<sup>a</sup> sesión de trabajo: En el agua, ¿existe relación entre calidad y cantidad?**

Para buscar la relación entre calidad y cantidad en el agua era imprescindible que estudiaran la potabilidad de las aguas del grifo y del río, así como de los diferentes acuíferos de la ciudad, analizaran el consumo de agua en sus casas y realizaran las medidas ahorradoras propuestas por la empresa de aguas de Sevilla.

Se inició la sesión en el laboratorio con el *estudio fisicoquímico del agua y el análisis de aguas mediante los kits rápidos*; para ello, se les indicó a los alumnos, con antelación, el día en que debían realizar las tomas de muestras de aguas y el día del análisis. Son los alumnos quienes aportaron el agua, excepto la del río, y la analizaron; la profesora sólo se limitó a explicar los diferentes parámetros de potabilidad que aparecían en la hoja de análisis del Cuaderno. Se anotaron todos los parámetros de potabilidad en la *ficha Análisis de Potabilidad del Agua* (véase esquema 2.2) para que los alumnos calificaran las aguas en sus casas, individualmente. En la ficha debían indicar que el agua era:

1. potable o no potable;
2. muy blanda, blanda, semidura, dura o muy dura;
3. salobre;
4. buena para la agricultura;
5. buena para la cocción de las legumbres;
6. mineralizada o débilmente mineralizada (utilización del medidor de conductividad y comparación con la tabla; véase el cuadro 2.1);
7. no recomendada para lavadora y lavavajillas;
8. no aconsejable para beber porque el origen de la captación no está protegido.

**CUADRO 2.1: Relación entre conductividad y mineralización (reglamentación francesa)**

Mineralización del agua	Valor de conductividad en micro $\Omega^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$
Muy débil	Menor de 100
Débil	Entre 100 y 200
Media acentuada	Entre 200 y 300
Media	Entre 200 y 333
Importante	Entre 666 y 1.000
Excesiva	Superior a 1.500

**ESQUEMA 2.2: Ficha Análisis de Potabilidad del Agua**

LOCALIDAD. . . . . PROVINCIA . . . . .	
LUGAR DE TOMA DE LA MUESTRA . . . . .	
ORIGEN DEL AGUA. . . . .	
FECHA DE RECOGIDA DE LA MUESTRA. . . . . FECHA DE ANÁLISIS . . . . .	
CARAC. ORGANOLÉPTICOS	COMP. FÍSICO-QUÍMICO Y/O DESEADOS
Olor (aparente) . . . . .	Nitritos ppm . . . . . V.Guía: 0,0 V.Máx: 0,1
Sabor (aparente). . . . .	Amoniac ppm . . . . . V.Guía: 0,05 V.Máx: 0,5
Color (aparente). . . . .	Nitratos ppm . . . . . V.Guía: 25 V.Máx: 50
Turbidez (aparente) . . . . .	Cloruros ppm . . . . . V.Guía: 25 V.Máx: 200
	Dureza total Id . . . . . V.Guía: 6 V.Máx: 28
	Oxígeno disuelto ppm . . . . . V.Guía > 5
CARACTERES MICROBIOLÓGICOS	
Coliformes totales/100 ml. . . . .	Escherichia Coli/100 ml. . . . .
pH:	Firma del analista:
CALIFICACIÓN:	Fecha:

Una vez en el aula y hechas las calificaciones de las aguas, los alumnos en grupo contestaron a un cuestionario presentado por la profesora; entre otras preguntas se encontraban:

— «¿Qué indica un agua dura? ¿Cómo debe ser el agua de las casas?»

- «La etiqueta de la botella Solán de Cabra indica: “Mineralización débil, semidura y oligometálica”. ¿Qué significado tiene dicha etiqueta?»
- «Al analizar un agua de pozo de un agricultor se observa que tiene 75 ppm de nitratos, 50 ppm de cloruros, 32° de dureza y 3 ppm de oxígeno. Los demás parámetros están dentro de la legislación. ¿Es conveniente beber esta agua? ¿Es buena para la agricultura? ¿Cómo la calificaría?»
- «En la vida cotidiana manejamos con frecuencia muchos términos sin saber exactamente el significado de cada uno; por ejemplo: agua pura, agua destilada, agua dulce, agua salada, agua mineral, aguas duras y blandas. Busca sus significados en el diccionario o en la enciclopedia.»

Al final de la clase anterior se les explicó cómo hacer la *lectura del contador* de agua de sus casas, así como la realización de la experiencia sobre el estudio del *uso y consumo del agua* en sus casas durante un periodo determinado. También era importante que en la siguiente clase trajesen una factura del agua para interpretarla y analizar cada una de las partes de dicha factura.

Terminó la sesión en el aula con el estudio cuantitativo de la *factura del agua* y las medidas *ahorro del agua en nuestras casas*. Cada alumno en su Cuaderno anotó los datos y resultados de cada investigación, así como lecturas y gráficas de consumo de agua.

El tiempo aproximado utilizado para la sesión fue de:

- 2 horas para el estudio fisicoquímico y análisis de aguas;
- 1 hora para cuestionario y la calificación de las aguas;
- 2 horas para las pequeñas investigaciones: uso y consumo de agua, lectura del contador, lectura de la factura y medidas ahorradoras del agua.

#### **2.5.4. Desarrollo de la 4.<sup>a</sup> sesión de trabajo: Después de usar el agua, ¿qué hacemos?**

Una vez finalizadas las investigaciones anteriores se pretendía mentalizar a los alumnos de que había que reducir al mínimo los vertidos de aceites de cocina y lejías por el sumidero, así como controlar el consumo de jabones y detergentes en el lavado de

ropa y vajilla. Para este fin, nos trasladamos a una de las *estaciones depuradoras de aguas residuales de Sevilla, la EDAR de Tablada*. Con esta visita se pretendía modificar los hábitos incorrectos que llevan a contaminar las aguas.

Al día siguiente, en el aula, se realizó una *simulación de una estación de tratamiento de aguas residuales de forma esquematizada*; volvimos a describir el proceso de depuración, identificamos los olores de las aguas y comentamos la problemática de las aguas residuales urbanas.

ESQUEMA 2.3: Depuración de aguas residuales



A continuación, los alumnos comentaron y analizaron, entre otras, las siguientes cuestiones:

- «¿Qué es una EDAR? Enumera los distintos pasos de que consta el tratamiento de depuración de las aguas residuales según el proceso esquemático del esquema 2.3.»
- «¿Todas las depuradoras realizan los mismos tratamientos?»
- «¿Qué es la autodepuración? ¿Y la eutrofización?»

- «¿A qué se denomina tierra de mantillo?»
- «¿Qué es el gasómetro? ¿Y el digestor de fangos?»
- «¿El agua depurada dónde es arrojada? ¿Por qué?»
- «¿Cuándo rompemos con el ciclo natural del agua?»

El tiempo aproximado utilizado para llevar a cabo la sesión fue de:

- 2 horas para la visita a la EDAR de Tablada;
- 1 hora para la contestación al cuestionario.

#### **2.5.5. Desarrollo de la 5.ª sesión de trabajo: ¿Puede afectar el agua a la salud?**

Para aplicar medidas preventivas que eviten las enfermedades transmisibles por el agua, así como la toxicidad en el agua de algunas sustancias químicas y su influencia en la salud, es conveniente tratar el agua desde el punto de vista de la Educación para la Salud. Por este motivo, se realizó la *lectura en el aula de una parte de la Guía Didáctica: «Enfermedades hídricas y toxicidad de las sustancias químicas»*.

A partir de la lectura los alumnos comentaron y respondieron en grupo entre otras preguntas:

- «¿Qué es la fluorosis?»
- «¿Qué elementos metálicos pertenecen a la lista negra de la Unión Europea? ¿Qué elementos metálicos contiene el agua del grifo?»
- «¿Por qué no se deben utilizar tuberías metálicas en la red de distribución si el agua es ácida?»
- «¿Dan alguna información los medios de comunicación sobre la toxicidad de sustancias químicas?»

El tiempo aproximado para esta sesión fue de 1 hora para el tratamiento didáctico y la contestación del cuestionario.

#### **2.5.6. Desarrollo de la 6.ª sesión de trabajo: ¿El agua engorda?**

También se quiso tratar el agua en la alimentación analizando el contenido de agua en nuestro cuerpo y en los alimentos, así como las funciones que este elemento tan apreciado ejerce sobre

el mismo. Por consiguiente, se realizó una nueva *lectura de una parte de la Guía Didáctica: «El agua, el deporte y la nutrición»*.

A partir de aquí los alumnos comentaron y respondieron en grupo, entre otras, a las siguientes cuestiones:

- «¿Es cierto que el agua engorda? Indica las funciones del agua en nuestro cuerpo.»
- «Una ingesta excesiva de agua ¿produce alguna alteración en el cuerpo? ¿Y una ingesta deficitaria?»
- «Una eliminación excesiva de agua ¿produce alguna alteración en el cuerpo? ¿Y una eliminación deficitaria?»
- «El agua en nuestro cuerpo ¿por dónde se elimina? Describe el balance hídrico diario (ml).»
- «¿Qué alimentos contienen más agua? ¿Y qué cantidad tiene el hombre por término medio?»
- «Mide el agua que se ingiere a lo largo del día. Haz una media de siete días.»

Finalizamos la sesión con una investigación: «Medida del agua en diferentes alimentos» en el laboratorio. De nuevo, los alumnos debían anotar los resultados obtenidos indicando las conclusiones de la misma en el Cuaderno.

El tiempo aproximado utilizado para esta sesión fue de:

- 1 hora para el tratamiento didáctico y la contestación del cuestionario;
- 1 hora para la investigación: «Medida del agua en los alimentos».

## 2.6. Evaluación de los resultados

Para la evaluación de los resultados se utilizó una metodología basada en la observación, en y fuera del aula, y en la información obtenida a través de:

- Cuaderno del alumno;
- diario de clase;

- memoria de las investigaciones realizadas en el laboratorio y en sus casas;
- prueba escrita.

Los resultados mostraron que el grupo de alumnos que intervino en la experiencia educativa tenía un conocimiento superior que el de otros grupos del mismo curso escolar que recibió un tipo de enseñanza tradicional. Se observó en clase que el alumnado se mostró más interesado y preocupado por otros temas relevantes de nuestro entorno, como los residuos sólidos, la contaminación del entorno, el río... Además, se preguntó: qué técnicas serían posibles utilizar para descontaminar el río y hacer de Sevilla una ciudad más saludable desde el punto de vista ambiental.

Después de esta vivencia nos damos cuenta de que cualquier unidad didáctica debe girar alrededor de un tema transversal, de forma que los contenidos disciplinares o de área se estructuren en torno a él, y que los libros de textos no sean los únicos recursos didácticos para que el alumnado encuentre información significativa y relevante que, en muchas ocasiones, se pueden encontrar en la calle, en su entorno, en su casa, en las empresas, etc., si bien es verdad que la puesta en marcha de investigaciones conlleva un trabajo riguroso dentro y fuera del aula.

Los diálogos y las conversaciones entre los alumnos acerca de sus pequeñas investigaciones, escuchar las interpretaciones, la formulación de preguntas, la confrontación e interpretación de opiniones, la comunicación e información de los hallazgos y descubrimientos, las reflexiones, etc., compensaron todo el trabajo e interés en el diseño y desarrollo de la Unidad Didáctica «El agua en la ciudad». Además de que contribuyó al desarrollo del pensamiento crítico y creativo del alumno.

Mediante las investigaciones escolares se consigue, también, mejorar la imagen de la ciencia que tienen los alumnos y su actitud hacia la misma, eliminando esa imagen tópica del científico como algo *inaccesible* para los alumnos, a parte de realizar, además, una valoración positiva de los materiales utilizados.

Tal experiencia, por último, va encaminada a evitar la ruptura Ciencia y Tecnología, y a promover la formación del profesorado

mediante el estudio y la reflexión de las diferentes unidades de trabajo en el aula.

## 2.7. Posibilidades de prolongación de la experiencia

Al ser el agua el compuesto universal que más ha condicionado la vida de nuestro planeta, nos permite realizar innumerables estudios en la diversidad de los sistemas, entre ellos:

- el agua en los agrosistemas (agrícola, forestal y ganadero);
- el agua en las industrias;
- la contaminación de los acuíferos;
- estudio de las aguas envasadas;
- el agua de los ríos, playas...;
- estudio sanitario del agua;
- el agua y las comunicaciones: los puentes de la ciudad de Sevilla.

Además, el agua puede ser estudiada y desarrollada bajo diversos aspectos (históricos, geográficos, matemáticos, tecnológicos...) de manera interdisciplinar en varias materias; por esta razón, se puede incluir la Unidad Didáctica «Agua...» en las programaciones de los departamentos: Geografía e Historia, Biología y Geología, Matemática, Tecnología, etc. De esta manera, se promueve el conocimiento y la valoración de las actividades investigadoras en los diferentes departamentos de los centros escolares.

Por otra parte, sabemos que el desarrollo tecnológico y la preservación del medio ambiente no son incompatibles, pero que realizarlos simultáneamente exige la colaboración de la ciencia, la investigación y la tecnología con la sociedad. En ello tenemos todos un papel muy importante de toma de conciencia y cultura. Por consiguiente, no olvidemos que la posibilidad de prolongación de cualquier experiencia debe versar, siempre, alrededor de la enseñanza en valores como materia fundamental e indispensable en la educación.

## **2.8. Agradecimientos**

Quiero agradecer por las informaciones que me han proporcionado a las personas que a continuación se indican:

- Don Francisco José Montero Alonso del Centro Meteorológico Occidental, de Sevilla.
- Don Antonio Silgado Dorado de la Confederación Hidrográfica del Guadalquivir.
- Don José Antonio González Carballo de la Estación de Tratamiento de Aguas Potables El Carambolo.

Y especialmente a don Miguel Ángel Jiménez Jiménez por el diseño y retoque de las ilustraciones realizadas.

**TERCER PREMIO**

3

EXPOSICIÓN «ARTE Y GEOMETRÍA»

María de la Cruz DEL AMO DEL AMO

Isabel PINTO SUÁREZ

*I.E.S. Miguel Servet, Madrid*



EN el marco de colaboración interdisciplinar, que es tradicional en el I.E.S. Miguel Servet desde su fundación en los años ochenta, surgió el proyecto de trabajo conjunto entre dos profesoras del departamento de Geografía e Historia (M.<sup>a</sup> Cruz del Amo del Amo) y de Matemáticas (Isabel Pinto Suárez). El interés de ambas se centró en acercar a los alumnos de Historia del Arte y del Taller de Matemáticas a la base geométrica presente en la mayor parte de las manifestaciones artísticas del mundo occidental.

Los primeros pasos de nuestra actividad común se fijaron en la geometría vinculada a la arquitectura (arcos, parábolas, sistema de proporciones y módulos, mosaicos, el número áureo en algunas iglesias románicas o en las plazas barrocas...). No obstante, finalmente decidimos realizar una exposición basada en los pintores italianos del Renacimiento por tres razones:

1. Ofrecía buenas posibilidades de desarrollo visual y documental, ya que resultaba relativamente fácil conseguir imágenes y textos que ilustrasen convenientemente las ideas que queríamos transmitir a nuestros alumnos.
2. Los alumnos de COU de Historia del Arte podían profundizar la representación del espacio pictórico a partir de uno de los programas de formación del Museo Thyssen, que incluía el comentario de los textos que proporciona su *Guía didáctica de Maestros renacentistas y barrocos*, junto a la contemplación y análisis de una serie de cuadros en el propio museo, lo que facilitaba el buen aprovechamiento del material que pretendíamos trabajar.
3. Respecto de los alumnos de 4.º de ESO, una adecuada selección de las imágenes de pinturas y su estructura geométrica atraería su atención para estudiar de forma amena la proporción áurea, los cuerpos geométricos y los orígenes de la geometría proyectiva.

### 3.1. Objetivos

Los *objetivos generales* de esta actividad son, por una parte, aproximar los alumnos, de la forma más gráfica y didáctica posible, a la *geometría oculta de los pintores* y por otra, evidenciar la relación de dos disciplinas, el Arte y las Matemáticas, que, generalmente, se perciben muy alejadas una de otra.

Entre los *objetivos específicos* podemos citar los siguientes:

- Entender la importancia del Renacimiento italiano en la gestación de la ciencia moderna y apreciar la formación multidisciplinar de las grandes figuras de la pintura o del pensamiento.
- Apreciar el papel jugado por los pintores italianos del Quattrocento y del Cinquecento en el planteamiento científico de la perspectiva lineal o geométrica y reconocer en sus planteamientos el origen de estudios geométricos posteriores.
- Distinguir la obra teórica de los grandes tratadistas (Piero della Francesca, Leon Battista Alberti y Leonardo da Vinci).
- Indagar en la preocupación de los artistas por plasmar en sus obras la *divina proporción* en ámbitos distintos a la Italia renacentista (observar el distinto camino por el que la escuela flamenca llega, como la italiana, a la representación del natural).
- Reconocer las repercusiones que en los pintores contemporáneos tiene la forma de entender la pintura y la representación espacial introducida por el Renacimiento.

### 3.2. Metodología

#### 3.2.1. Antes de la exposición

Durante los dos primeros trimestres del curso 1998-1999 se fue preparando la actividad con alumnos de COU de la asignatura de Historia del Arte y Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales y con alumnos de 4.º de ESO de Ciencias Sociales y Taller de Matemáticas.

Los alumnos de COU trabajan una selección de textos<sup>1</sup> y cuadros, relativos los primeros a los aspectos históricos, sociales, teóricos y estéticos en que se mueven los pintores flamencos e italianos de los siglos XV y XVI. Asimismo documentan y trabajan in situ la representación del espacio pictórico en algunos cuadros<sup>2</sup> que se encuentran en el Museo Thyssen. Estas actividades complementan el estudio de los grandes maestros del Renacimiento desarrollado de acuerdo con el programa de la asignatura de Historia del Arte.

Los alumnos de Secundaria conocen la obra de los pintores renacentistas a través de diapositivas comentadas en clase y experimentan un contacto directo con la pintura contemporánea (desde finales del siglo XIX a 1940) a partir de una visita realizada al Museo Reina Sofía, previamente trabajada en clase y documentada más tarde. Todo ello les proporciona una preparación básica para entender y procesar adecuadamente la información contenida en la exposición.

Desde la disciplina de Matemáticas se realizan distintas actividades de geometría:<sup>3</sup> sobre poliedros regulares, el número áureo o el número raíz cuadrada de 3 ( $\sqrt{3}$ ).

El trabajo de las dos profesoras responsables de la actividad consiste durante esta etapa en la selección y montaje de materiales a partir de los siguientes criterios:

- Concentrar la información que queremos transmitir en un número limitado, pero el más representativo posible, de autores y de obras.

---

<sup>1</sup> Entre los textos seleccionados destacan: varios fragmentos de *Los tres libros de pintura* (1435) y *De re aedificatoria* (1485) de L. B. Alberti. De Leonardo da Vinci, *Tratado de la Pintura* (1482-1518). De P. della Francesca, un texto perteneciente a *La perspectiva pictórica* (1472-1475). De A. Dürero, *Notas sobre los colores para el Tratado de Pintura* (1512-1513). Asimismo se incluyen diversos documentos que ilustran el papel de los mecenas y la consideración social de los artistas en los siglos XV y XVI.

<sup>2</sup> En este caso, los autores y obras escogidos son los siguientes: B. Bramantino (Milán, 1465-1530), *Cristo resucitado*, 1490; G. Bellini (Venecia, 1429-1507), *La Anunciación*, 1465; A. Dürero (Núremberg, 1471-1528), *Jesús entre los doctores*, 1506; J. Patinir (Bouvignes, 1485-Amberes, 1524), *Paisaje con el descanso en la huida a Egipto*, 1515-1516; Tintoretto (Venecia, 1518-1594), *El encuentro de Tamar y Judá* 1555-1558.

<sup>3</sup> Las actividades realizadas en Matemáticas guardan relación con la geometría existente en los cuadros de los pintores elegidos y con la obra de Luca Pacioli sobre la *divina proporción*.

- Elegir los textos que se van a exponer en la lectura, teniendo en cuenta que van dirigidos a alumnos de Secundaria y Bachillerato y que, por tanto, deben ser breves, claros y sintéticos, y aportar, a la vez, una información significativa y rigurosa.
- La exposición debe presentar gran calidad visual para ofrecer a nuestros alumnos la brillantez de la imagen a la que están acostumbrados en nuestra actual civilización de iconos y, además, motivarles para un trabajo meticuloso en la presentación formal de sus tareas.
- Esta preocupación nos lleva a utilizar fotografías <sup>4</sup>, y no fotocopias, para la reproducción de las pinturas y al uso de acetatos y transparencias para mostrar el fondo geométrico de las composiciones. En esta misma línea, se han manejado programas de rotulación y titulación para la presentación de los distintos apartados.
- Se elabora un cuestionario para los alumnos de Secundaria cuyo contenido se ha insertado en los distintos apartados que describen la exposición.

### 3.2.2. La exposición

La exposición Arte y Geometría se realizó en el I.E.S Miguel Servet durante la segunda quincena del mes de mayo de 1999; se dispuso en 23 paneles organizados en ocho grandes apartados:

#### 3.2.2.1. Primero. El Renacimiento: contexto histórico

En este primer panel se señalan las líneas maestras del nacimiento del mundo moderno: los descubrimientos geográficos, las grandes transformaciones económicas, la aparición de las monarquías autoritarias y, especialmente, la concepción antropocéntrica del universo que permite la renovación cultural y artística a partir de los modelos culturales de la Antigüedad clásica. Las nuevas ideas de los humanistas se difunden a un mayor número de ciudades y de países gracias a la imprenta y a la expansión de las enseñanzas universitarias.

---

<sup>4</sup> La reproducción fotográfica de los cuadros y transparencias incluidos en este trabajo se debe a Ricardo J. Olmos Mata, al que queremos manifestar nuestro agradecimiento, sin cuya ayuda no hubiera sido posible este trabajo.

Italia juega un papel fundamental en este movimiento de renovación cultural y artística. Como las relaciones artísticas se convierten en instrumentos de prestigio y de exaltación de los mecenases, Lorenzo de Médicis en Florencia, Francisco I de Francia, Carlos V, Felipe II, los papas y ciertos sectores de la nobleza asumen ambiciosos programas artísticos en sus respectivas cortes.

Los artistas adquieren una nueva consideración social y profesional que rompe con el anonimato y el carácter gremial que había tenido su actividad durante la Edad Media. En estas mismas cortes, los artistas entran en contacto con los humanistas y con los estudiosos que empiezan a poner en marcha unos conocimientos científicos basados en el estudio de los clásicos, la observación y la experimentación.

Los pintores del Renacimiento establecerán una íntima relación entre pintura y geometría. Al buscar la representación de la realidad, deben solucionar una serie de problemas pictóricos como despegar las figuras del fondo del cuadro y conseguir representar su volumen. El punto de partida en esta tarea lo representan los primitivos flamencos y los primitivos italianos del siglo XIV que, de forma intuitiva, rompen con algunos convencionalismos. Ya a principios del siglo XV, los pintores florentinos buscan un método científico de representación de la realidad basado en leyes matemáticas, que deriva en la perspectiva geométrica o lineal. Ésta es una de las principales aportaciones de la pintura renacentista, la construcción racional del espacio, mediante unas leyes objetivas. Se crea así de forma artificial un espacio pictórico tridimensional, en el que se sitúan los objetos de forma rigurosa según un orden marcado por la proporción y que se desarrolla ante el espectador como si el cuadro fuese una *ventana abierta*.

La composición se organiza de acuerdo con esquemas geométricos elementales —triángulo, círculo, pentágono— y se ajusta a las proporciones de la *sección áurea*.

Durante el Renacimiento, los artistas están influidos por la *mística del número*, nacida de la fusión del humanismo y el cristianismo: Pitágoras, Vitrubio, la Biblia y san Agustín fueron la fuente de inspiración de las medidas reguladas (*rationes*).

También pretenden formular unas normas o reglas matemáticas que permitan representar el ideal de belleza. Una belleza

que, siguiendo a los clásicos, se encuentra en el equilibrio, proporción y la armonía de las diferentes partes del cuerpo.

#### CUESTIONARIO 3.1: El Renacimiento. Contexto histórico

- Lee el panel núm. 1 en el que se relacionan las grandes transformaciones que experimenta Europa occidental durante el Renacimiento. Cítalas.
- ¿Por qué los pintores florentinos del siglo xv pretenden que la pintura sea una ciencia?

##### 3.2.2.2. Segundo. Los tratadistas

Los tratadistas que investigaron la representación del espacio pictórico fueron, entre otros:

LEÓN BATTISTA ALBERTI. En *Los tres libros de pintura* (1435) establece por primera vez para los pintores las reglas de la perspectiva geométrica que Brunelleschi había aplicado a la arquitectura.

Se trata de crear un espacio rectangular cerrado, abierto sólo al espectador, por medio de un sistema de proporciones matemáticas. Parte del supuesto de que el espectador está colocado inmóvil en el centro de la base del cuadro (*punto de vista monofocal*) y desde su posición se crea una hipotética pirámide visual cuyo vértice o *punto de fuga* es el lugar hacia el que convergen todas las líneas imaginarias del espacio representado.

Otros pintores intentarán construir la figura humana siguiendo una lógica geométrica tan pura y rigurosa como la que Alberti proponía para la arquitectura en su obra *De re aedificatoria*: «El objetivo es conseguir una cierta armonía racional de todas las partes, para formar un todo en el que nada pueda ser añadido, sustraído o cambiado para mejorarlo.»

PIERO DELLA FRANCESCA. Escribe dos tratados que tienen como finalidad formular y divulgar, con un estilo de extrema precisión científica, las reglas de la representación artística.

El primero, *De prospectiva pingendi* (1472-1475), compuesto de tres libros escritos en lengua vulgar, se basa íntegramente sobre principios euclídeos y, más que proponerse instruir al lector con una teorización sistemática, incide en una serie de procedimientos prácticos y ejercicios sobre perspectiva, útiles en el taller.

Su segundo texto, *De quinque corporibus regularibus*, se caracteriza por un gran rigor matemático. Piero della Francesca identifica la pintura con la perspectiva y lleva la infinita variedad de las formas naturales a la medida y regularidad de las formas geométricas. Su pintura se convierte en medio para la investigación del espacio en términos científicos, un medio de conocimiento de la realidad sobre bases matemáticas.

LEONARDO DA VINCI. En su *Trattato della pittura* (1482-1518) pretende liberar a la pintura de la rigidez geométrica de las normas de representación y volver a la observación directa del natural y a la experimentación empírica. La consideración de valores incompatibles con las matemáticas como «la gracia dulzura e invención», supone el abandono de la belleza pitagórica de las proporciones y del número.

A partir de sus escritos los artistas dejan de tratar a la pintura como una rama de las matemáticas para centrarse en las posibilidades de sus elementos más pictóricos como la luz y el color.

En este panel se recogen textos relativos a la perspectiva lineal y aérea ilustrados con grabados de Alberto Dürero con representación de instrumentos de perspectiva y su uso por los pintores. Las citas recogidas pertenecen a los siguientes tratados: *Los tres libros de la pintura*, Leon Battista Alberti. *De prospectiva pingendi, libro primero*, Piero della Francesca; *Tratado de la pintura*, Leonardo da Vinci.

#### CUESTIONARIO 3.2: Los tratadistas

- Cita el nombre de los tratadistas que en el Renacimiento establecen teorías sobre la perspectiva. Después de leer las citas de estos autores, define con tus palabras los términos *perspectiva lineal* y *perspectiva aérea*.
- Los textos de los tratadistas se acompañan de ilustraciones que son grabados de Alberto Dürero. Busca en una enciclopedia datos de este personaje y redacta una breve ficha.

#### 3.2.2.3. Tercero. Luca Pacioli y La divina proporción

En este apartado dedicado a Luca Pacioli se exponen la biografía del matemático y su retrato, obra de Jacopo de Barbari, y la

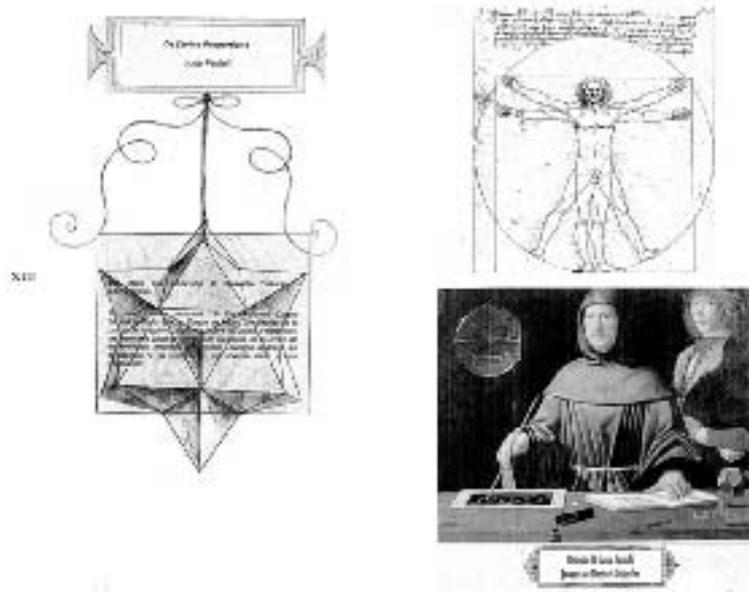
dedicatoria de su tratado *La divina proporción* («Al Excelentísimo Duque Ludovico María Sforza, Duque de Milán...»).

El título del tratado se justifica, en opinión del autor,

por numerosas correspondencias de semejanzas que encuentro en nuestra proporción [...] que corresponden a Dios mismo. La primera es que ella es una sola y no más, y no es posible asignarle otras especies ni diferencias. [...] La segunda correspondencia es la de la Santa Trinidad [...] una misma proporción se encontrará siempre entre tres términos, y nunca de más o de menos [...]. La tercera correspondencia es que, así como Dios no se puede propiamente definir ni puede darse a entender a nosotros mediante palabras, nuestra proporción no puede nunca determinarse con un número inteligible ni expresarse mediante cantidad racional alguna. [...] La cuarta correspondencia consiste en que, así como Dios nunca puede cambiar [...] de igual modo nuestra proporción es siempre [...] la misma y siempre invariable...

Se incluyen además una serie de textos e ilustraciones sobre la sección áurea, los cuerpos geométricos regulares y la relación que este matemático establece entre esos cuerpos y los elementos de la naturaleza: «al fuego le corresponde la figura piramidal llamada tetraedro, a la tierra la figura cúbica llamada hexaedro, al aire la figura llamada octaedro y al agua la conocida como icosaedro». (Los textos que contienen estas relaciones se superponen, en acetato, al correspondiente cuerpo geométrico trazado por Leonardo da Vinci.)

FIGURA 3.1: Luca Pacioli y la divina proporción



## CUESTIONARIO 3.3: Luca Pacioli y la divina proporción

- Luca Pacioli es un matemático que escribe una obra acerca de la *divina proporción* o *número áureo*. Lee la información sobre la *sección áurea* y resume brevemente su contenido. Bajo la mano de Luca Pacioli se lee el nombre Euclides, infórmate sobre este personaje.
- El libro de Luca Pacioli está ilustrado con varias figuras geométricas dibujadas por su amigo Leonardo da Vinci. Relaciona el nombre de cada figura con el elemento de la naturaleza con el que se corresponde. Fíjate en la dedicatoria del libro y cita el nombre del protector del matemático y la ciudad en la que se publica.
- En el panel se cita el nombre de dos científicos de diferentes épocas, Pitágoras y Kepler. Investiga quiénes son y cuáles son sus aportaciones fundamentales al conocimiento científico.

#### 3.2.2.4. Cuarto. *La divina proporción en Roger van der Weyden*

Como precursora de los avances pictóricos del Renacimiento se escoge la obra *El descendimiento de la Cruz* de Roger van der Weyden (1400-1464), de la que se presenta (como del resto de los cuadros) la imagen fotográfica y la construcción y composición geométrica.

#### ***El descendimiento de la Cruz (1435), Museo del Prado, Madrid***

Esta obra fue pintada en 1435 para la Cofradía de Ballesteros de la ciudad de Lovaina. Es el ejemplo más importante del empleo del pentágono, figura en que aparece de manera reiterada la sección áurea. La construcción del marco está íntimamente relacionada con la del contenido; partiendo de un cuadrado del que  $BB'$  es uno de sus lados, la proyección de la diagonal transforma ese cuadrado en un rectángulo; la diagonal de este rectángulo, proyectada a su vez, nos da el ancho del retablo,  $A'B'$  ( $A'B' = \sqrt{3} BB'$ ). El cuadrado de la parte superior, de base  $CD$ , está construido sobre la sección áurea, ya que el segmento  $AB$  está dividido en media y extrema razón por  $D$ , y el punto  $C$  divide también al segmento  $AD$  en media y extrema razón.

Como se aprecia en la figura 3.2, aparecen dos circunferencias tangentes al marco. Parece que toda la composición del cuadro está encerrada entre dos arcos de estas circunferencias, a modo de paréntesis, a los que se adaptan las figuras de José de Arimatea y de María Magdalena. Uno de los puntos de intersección de estas circunferencias es el centro de otra circunferencia, situado sobre el cuerpo de Cristo, del mismo radio que las anteriores. Los cuerpos de Cristo y María se sitúan sobre las dos líneas paralelas marcadas.

FIGURA 3.2: *El descendimiento de la Cruz* (1435), Museo del Prado, Madrid



Descentimiento de Cruz. Rogier van der Weyden. 1435. Museo del Prado, Madrid. 120 x 180 cm. Óleo sobre tabla. Transmisión directa.

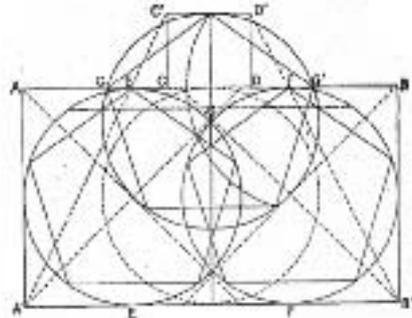
Este cuadro es un ejemplo de la pintura de la escuela de los Pintores de la Cruz, que se desarrolló en el norte de Francia y en el sur de los Países Bajos, y llegó posteriormente a la península ibérica, que la recibió a través de Italia.

En este cuadro, Rogier van der Weyden muestra un momento crucial de la Pasión: el descenso del cuerpo de Cristo desde la cruz. El cuadro presenta una composición muy equilibrada y simétrica, con el cuerpo de Cristo en el centro, sostenido por los brazos de los santos Juan el Apóstol y María. El uso de la perspectiva y la geometría es evidente en la disposición de los cuerpos y en la estructura del cuadro, que se organiza en torno a un eje vertical y horizontal que se cruzan en el centro del cuerpo de Cristo.

**El descendimiento de la Cruz**

Este cuadro es el ejemplo más importante de un tipo de pintura que se desarrolló en el norte de Francia y en el sur de los Países Bajos, y llegó posteriormente a la península ibérica, que la recibió a través de Italia.

En este cuadro, Rogier van der Weyden muestra un momento crucial de la Pasión: el descenso del cuerpo de Cristo desde la cruz. El cuadro presenta una composición muy equilibrada y simétrica, con el cuerpo de Cristo en el centro, sostenido por los brazos de los santos Juan el Apóstol y María. El uso de la perspectiva y la geometría es evidente en la disposición de los cuerpos y en la estructura del cuadro, que se organiza en torno a un eje vertical y horizontal que se cruzan en el centro del cuerpo de Cristo.



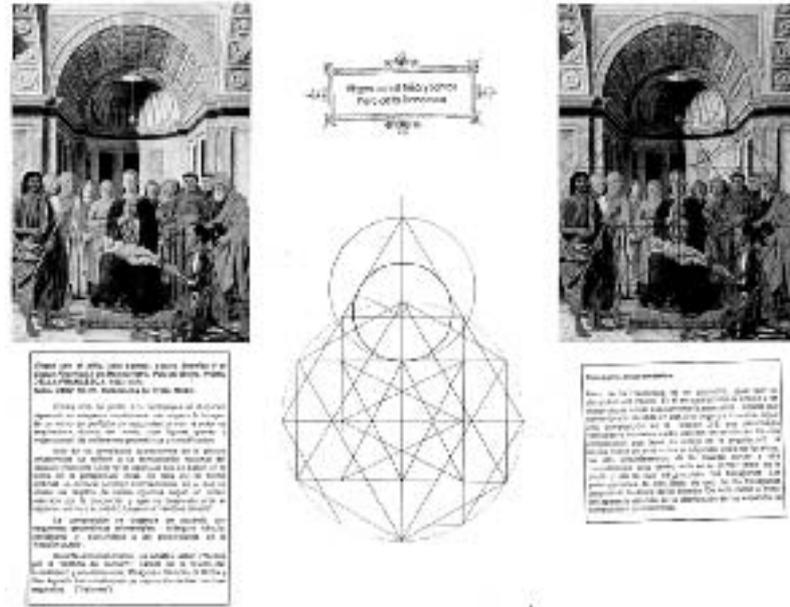
**CUESTIONARIO 3.4: La divina proporción en Roger van der Weyden**

- Este pintor no es italiano sino flamenco. Averigua a qué país actual pertenece su ciudad de origen.
- Fíjate en la forma en que construye el rectángulo donde se sitúan las figuras e intenta dibujar un sencillo esquema de la composición. ¿Es clara y estructurada? ¿Se aprecian bien las líneas compositivas? Indica el carácter del tema representado, el soporte y la técnica utilizada por el pintor. ¿Hay aquí perspectiva lineal? ¿Cómo es el fondo?
- Observa que en el cuadro de Van der Weyden aparece un rectángulo en donde la relación entre el lado mayor y el menor es  $\sqrt{3}$ . Si trazas un segmento que mida 4 cm, dibuja un rectángulo en el que su lado menor tenga esta medida y que sea semejante al del cuadro de Van der Weyden.
- Siguiendo el método de reducción al absurdo, demuestra que  $\sqrt{3}$  es un número irracional. Utiliza para ello la demostración que ya conoces para  $\sqrt{2}$ .

3.2.2.5. *Quinto. El espacio pictórico. La perspectiva lineal en Piero della Francesca*

Para ilustrar la preocupación de los pintores del siglo XV por representar el espacio pictórico y los planteamientos teóricos de la perspectiva lineal, se elige la obra de Piero della Francesca *La Pala de Brera*. En este panel se incluye la biografía del pintor-tratadista y una fotografía de gran formato de la pintura con un texto de la obra *De prospectiva pingendi*. El estudio pormenorizado de la obra aparece en el último panel en el que se muestra su influencia en la pintura de Dalí.

Piero della Francesca (1420-1492) fue el primero en intentar aplicar de manera sistemática la perspectiva geométrica a la pintura. Es un geómetra, igual que su discípulo Luca Pacioli. La tabla elegida, dividida en dos a lo largo y a lo ancho, sigue una composición en la relación  $2/3$ , y sus personajes están inscritos en un círculo.

FIGURA 3.3: *La Pala de Brera* (1472-1474), Pinacoteca de Brera, Milán

### CUESTIONARIO 3.5: El espacio pictórico. La perspectiva lineal en Piero della Francesca

- Este pintor es, además, tratadista: cita el nombre de uno de sus libros. A la derecha de la composición aparece arrodillado Federico de Montefeltro, aristócrata italiano que fue *mece-nas* del pintor: averigua el significado de este término.
- ¿Crees que el pintor aplica aquí su teoría de la perspectiva lineal? ¿Por qué? ¿Podrías señalar dónde se encuentra el punto de fuga?

#### 3.2.2.6. Sexto. Leonardo da Vinci: el hombre universal

Esta figura central del Renacimiento italiano trabajó al servicio de grandes mecenas: Ludovico Sforza, César Borgia, el papa Alejandro VI y el rey Francisco I. Introdujo importantes innovaciones artísticas, como las técnicas del *sfumato* y el claroscuro y la perspectiva atmosférica.

Se estudian dos obras de Leonardo da Vinci (1452-1519): *La Anunciación* y *La Última Cena*. Un primer panel presenta la biogra-

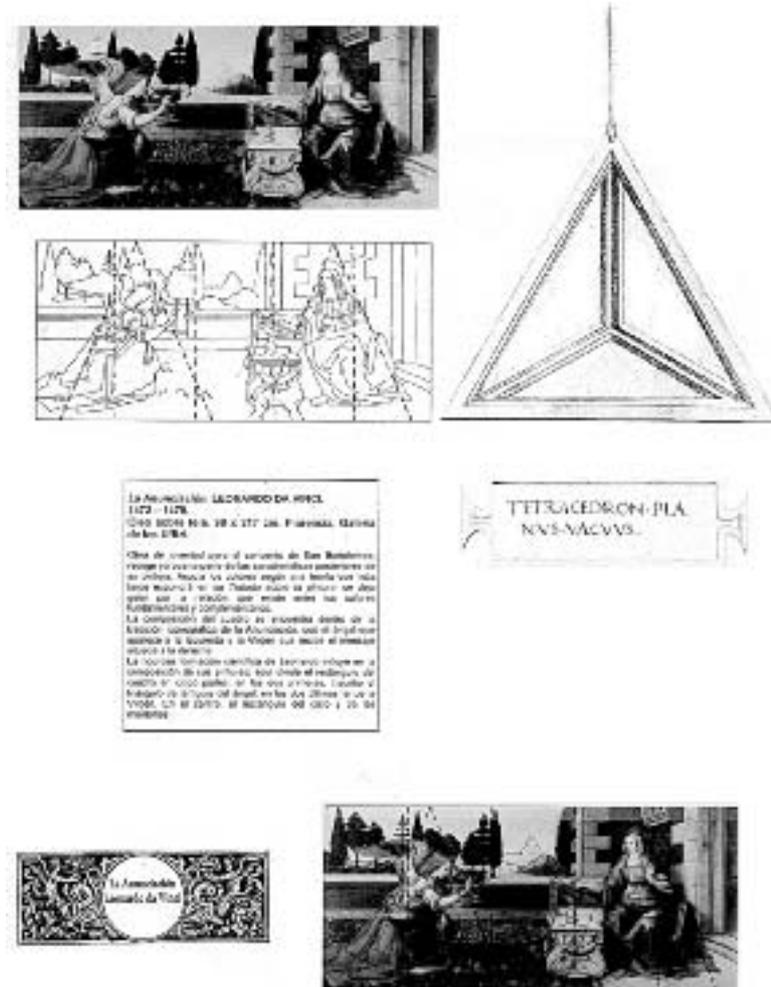
fía y la obra pictórica, científica y teórica ilustradas con su autorretrato. Un segundo panel presenta el estudio artístico y la composición geométrica de *La Anunciación*, y en dos paneles más se presenta el estudio muy pormenorizado de la composición geométrica de *La Última Cena*, pintura mural que Leonardo realizó para el refectorio del monasterio milanés de Santa María de Grazie, con la superposición de distintos acetatos que representan los diferentes pasos desde el trazado inicial a la obra acabada.

***La Anunciación (1472-1478), Galería de los Uffizi, Florencia***

Obra de juventud para el convento de San Bartolomeo, recoge ya buena parte de las características posteriores de su pintura. Asocia los colores según una teoría que más tarde expondrá en su *Tratado sobre la pintura*: se deja guiar por la relación que existe entre los colores fundamentales y complementarios.

La composición del cuadro se encuentra dentro de la tradición iconográfica de la Anunciación, con el ángel que aparece a la izquierda y la Virgen que recibe el mensaje situada a la derecha.

La rigurosa formación científica de Leonardo influye en la composición de sus pinturas; aquí divide el rectángulo del cuadro en cinco partes: en las dos primeras, inscribe el triángulo de la figura del ángel; en las dos últimas, el de la Virgen. En el centro, el rectángulo del cielo y de las montañas.

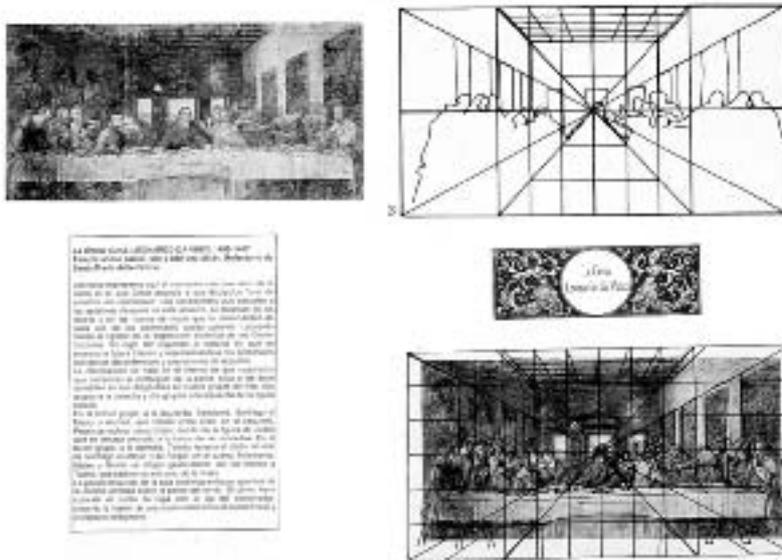
FIGURA 3.4: *La Anunciación* (1472-1478), Galería de los Uffizi, Florencia***La Última Cena* (1495-1498), Santa Maria delle Grazie, Milán**

Leonardo rompe en esta obra la rigidez de la disposición simétrica de las Cenas toscanas del siglo XV, eligiendo el instante en que se anuncia la futura traición y representando a los personajes con gestos desordenados y expresiones de angustia.

La composición se halla en el interior de dos cuadrados que componen el rectángulo de la pared; sitúa a los doce apóstoles en sus diagonales en cuatro grupos de tres: dos grupos a la derecha y dos grupos a la izquierda de la figura central.

La perspectiva real de la sala continúa en la perspectiva de la escena pintada sobre la pared del fondo. El pintor hace coincidir el punto de fuga con el ojo del observador, creando la ilusión de una continuidad entre el espacio real y el espacio imaginario. La composición se basa rigurosamente en una construcción geométrica que se presenta gráficamente en todas sus fases.

FIGURA 3.5: *La Última Cena* (1495-1498), Santa Maria delle Grazie, Milán



**CUESTIONARIO 3.6: Leonardo da Vinci: el hombre universal**

- Leonardo da Vinci ha sido considerado la mejor muestra del *hombre universal* del Renacimiento. Lee detenidamente su biografía y justifica la afirmación anterior.
- En la obra *La Anunciación* Leonardo utiliza un esquema compositivo que se basa: ¿en qué figura geométrica? ¿Te parece una obra equilibrada y estática o confusa y dinámica?
- Observa los pasos que ha seguido el pintor para componer *La Última Cena* e indica dónde se encuentra el punto de fuga y la manera en que se distribuyen las figuras. ¿En qué soporte está realizada la obra? Indica el edificio y la ciudad en que se encuentra.

### 3.2.2.7. Séptimo. Rafael Sanzio

Rafael, culminación del clasicismo romano, está presente con las obras *Los desposorios de la Virgen* y *La Madona del jilguero*. Se incluye la biografía de Rafael (1483-1520), el estudio de su obra y, en los dos cuadros, la ficha de la pintura y el estudio geométrico de la composición. En la segunda obra se traza el triángulo de oro utilizado por el pintor.

#### ***Los desposorios de la Virgen (1504), Pinacoteca de Brera, Milán***

En esta obra, Rafael toma los motivos de la *Entrega de las llaves* de Perugino, transformándolos de acuerdo con el nuevo concepto renacentista del espacio. Dispone a los personajes en un amplio arco de círculo que sale al encuentro con los espectadores. La circularidad del espacio queda acentuada por la forma del templo superior, construido con una planta tan facetada que parece circular (la planta central, de simetría perfecta, es la más admirada por los arquitectos del Renacimiento, como puede apreciarse en el templo de San Pietro in Montorio construido por Bramante en 1502).

El esquema compositivo destaca la construcción en perspectiva, convergente en el centro de la puerta de entrada del edificio (punto de fuga de la pirámide visual). Este centro coincide con el vértice del triángulo perfecto que encierra las figuras principales.

FIGURA 3.6: *Los desposorios de la Virgen* (1504), Pinacoteca de Brera, Milán



***La Madona del jilguero* (1507), Galería de los Uffizi, Florencia**

Esta obra presenta una composición unitaria y concisa de forma piramidal. La composición de la figura de la Virgen con el Niño y San Juan está comprendida, según la iconografía tradicional, en las proporciones de un triángulo, sobre cuyo eje se encuentra la figura de la Virgen. Este triángulo *encierra* a los personajes, no sólo desde el punto de vista de la composición, sino también desde un punto de vista simbólico, en una unidad geométrica y conceptual.

FIGURA 3.7: *La Madona del jilguero* (1507), Galería de los Uffizi, FlorenciaCUESTIONARIO 3.7: **Rafael**

Rafael Sanzio es un representante del clasicismo romano del Cinquecento.

- Fíjate en su obra *Los desposorios de la Virgen* y describe la arquitectura del fondo, el tema y los elementos que según tu opinión sirven para dar profundidad al cuadro.
- Rafael fue un magnífico pintor de vírgenes. *La Madona del jilguero* presenta tres personajes. Identifícalos. Fíjate en la composición que es triangular o piramidal. Describe el fondo en el que se sitúan las figuras.
- Si en el pentágono estrellado, que has construido en la actividad del número áureo, marcas el triángulo formado por un lado y dos diagonales, tendrás el triángulo de oro. Calcula la medida de los ángulos del triángulo de oro.

3.2.2.8. *Octavo. La continuidad del Renacimiento*

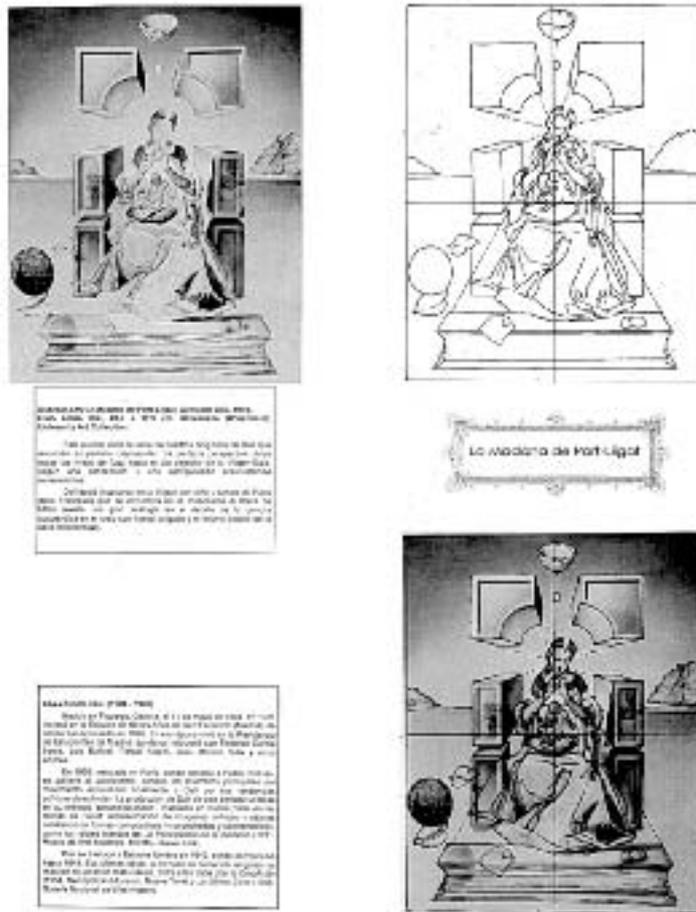
La exposición se cierra con la comparación de dos obras: *La Pala de Brera*, de Piero della Francesca, y *La Madona de Port-Lligat*, de Salvador Dalí (1904-1989). Las imágenes se documentan con el correspondiente estudio de la composición geométrica, los datos del artista y la ficha técnica de la obra (figuras 3.3 y 3.8). La

disposición de los acetatos con la composición geométrica en líneas negras permite en todos los casos apreciar de forma visual la explicación contenida en los textos.

***La Madona de Port-Lligat* (1949), University Art Collection, Wisconsin.**

Esta obra de Salvador Dalí está claramente influida por *La Pala de Brera*, lo que permite apreciar la proyección de las conquistas del Renacimiento en un autor del siglo XX que formó parte del movimiento surrealista en los años treinta y que más

FIGURA 3.8: *La Madona de Port-Lligat* (1949), University Art Collection, Wisconsin



tarde se centró en cuadros de tema religioso con gran influencia clásica.

**CUESTIONARIO 3.8: La continuidad del Renacimiento. Piero della Francesca y Salvador Dalí**

- En el último panel puedes apreciar la influencia que los estudios y pinturas del Renacimiento han ejercido en un pintor del siglo XX.
- Compara las dos obras aquí expuestas, *La Pala de Brera* y la *Madona de Port Lligat*, y comenta las semejanzas y diferencias que encuentras entre ambas (tema, figuras, fondo, color, etc.).
- Salvador Dalí es un pintor del siglo XX del que vimos algunas obras en la visita al Museo de Arte Reina Sofía. Recuerda que pertenece a un movimiento pictórico denominado surrealismo. Cita algunas características de esta tendencia y alguna otra obra que recuerdes del pintor.

**3.2.3. Después de la exposición**

Los alumnos de Secundaria realizaron un trabajo a partir del cuestionario-guía, ya incluido, para un mejor aprovechamiento de la información.

Aunque los alumnos que trabajaron más profundamente y de forma más metódica el contenido de la exposición fueron los dos grupos de COU de Arte y los grupos de 4.º de Secundaria, todos los alumnos del Centro la visitaron y presentaron a sus profesores del área de Ciencias Sociales una reseña de la misma. Los trabajos de los alumnos permiten valorar positivamente la actividad.

La mejor valoración de la experiencia ha llegado desde el exterior, donde nuestro trabajo ha servido de base para una exposición de mayor envergadura en la sede de la Facultad de Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid en colaboración con el departamento de Geometría Proyectiva.

En el curso 1999-2000 se ha prestado la exposición a los siguientes Centros de la Comunidad de Madrid: I.E.S. Iturralde (mes de enero); I.E.S. Luis Buñuel, de Alcorcón (segunda quincena del mes de febrero); I.E.S. San Cristóbal de los Ángeles (se-

gunda quincena del mes de marzo); I.E.S Conde de Orgaz (mes de abril); I.E.S. Atenea, de Alcalá de Henares (primera quincena del mes de mayo) y durante la segunda quincena de este mismo mes en un Instituto de Collado Villalba. Actualmente se expone en otro centro de esta última localidad. Todos los compañeros que han pedido prestada la exposición consideran adecuada la información textual y gráfica de la misma, y en cada centro se ha utilizado de forma diversa, aportando cada grupo de profesores aquellos ejercicios o sistemas de trabajo que consideraban más adecuados al nivel de sus alumnos o al desarrollo de sus temarios.

### 3.3. Bibliografía

- BOULEAU, C. (1995): *Tramas. La geometría secreta de los pintores*, Madrid, Akal.
- CUEVAS, V., M. MUÑOZ y M. J. ZAPATERO (1995): *Maestros renacentistas y barrocos del Museo Thyssen-Bornemisza*, Guía Didáctica, Madrid, MEC.
- Enciclopedia Encarta 98*, Microsoft C.
- GUEDJ, D. (1998): *El imperio de las cifras y los números*, Barcelona, Grupo Zeta.
- LEONARDO DA VINCI (1986): *Tratado de Pintura*, Madrid, Akal.
- MANGIONE, M. (1979): «Piero della Francesca», en *Grandes estilos de la pintura. Pintura del Renacimiento 1*, Madrid, Sedmay.
- El mundo de los grandes genios* (1989): vol. I (Leonardo da Vinci, Dalí), vol. II: Rafael; Madrid, Orbis-Fabri.
- NIETO ALCAIDE, V. (1979): «Leonardo. Rafael», en *Grandes estilos de la pintura. Pintura del Renacimiento 2*, Madrid, Sedmay.
- PACIOLI, L. (1991): *La Divina proporción*, Madrid, Akal.
- PHILIPPOT, P.: «Van der Weyden», en *Grandes estilos de la pintura. Pintura gótica*, Madrid, Sedmay.
- WILLIAMS, J. (1967): *Leonardo da Vinci*, Barcelona, Timun Mas.

**TERCER PREMIO**

4

LA ROMANIZACIÓN  
EN LA PROVINCIA DE CÁCERES

*Ars Docendi:* Antonio M. ARROYO FLORES,  
María del Pilar GALÁN RODRÍGUEZ,  
Juan BARRIGA RUBIO y José María ALEGRE BARRIGA

*I.E.S. San Pedro de Alcántara, Alcántara (Cáceres)*

*I.E.S. Santa Lucía del Trampal, Alcuéscar (Cáceres)*

*I.E.S. El Brocense, Cáceres*

*I.E.S. Universidad Laboral, Cáceres*



## 4.1. Justificación

Hace algunos años un grupo de profesores, antes de que la LOGSE se generalizara por los centros de nuestra región, decidió elaborar una serie de materiales curriculares para la asignatura de Cultura Clásica. En aquel tiempo todavía no estaba definitivamente establecido el diseño curricular de la asignatura y había muchas lagunas que rellenar y muchos eriales que humedecer. Todo era confusión y desánimo en un sector del profesorado que veía cómo aquellas materias que habían sido el corazón de la formación humanística y, más aún, el complemento necesario para una formación integral eran injustamente menospreciadas en el nuevo currículum del Bachillerato; tal vez por ser un símbolo de la antigua educación y suponer su escasa presencia un signo de renovación en las nuevas enseñanzas, provocado, sin ninguna duda, por presiones sociales más que pedagógicas.

Ha pasado ya algún tiempo: ahora las ideas están más claras, los ánimos más sosegados y, lo que es más importante, todavía hay ganas de trabajar.

Así pues, durante ese tiempo los actuales integrantes del grupo de trabajo *Ars Docendi*<sup>1</sup> fueron madurando sus objetivos y observaron la necesidad de elaborar, sin más dilación, materiales curriculares que se pudiesen aplicar directamente en el aula.

En la elaboración de estos materiales se han tenido en cuenta las nuevas exigencias que la LOGSE plantea a asignaturas como el Latín y el Griego, y a la entonces reciente asignatura de Cultura Clásica, sin descuidar en ningún momento la presentación en formatos nuevos, a los que nuestros alumnos están más acostumbrados.

---

<sup>1</sup> José María Alegre Barriga, Antonio M. Arroyo Flores, Juan Barriga Rubio y M.<sup>a</sup> Pilar Galán Rodríguez.

El trabajo ha consistido en la elaboración de unidades didácticas, mediante la investigación documental y el trabajo de campo, siguiendo la Vía de la Plata por la provincia de Cáceres. Recorriendo esta vía de comunicación, todavía hoy de gran importancia, los alumnos estudiaron la romanización en nuestra provincia y región —privilegiada en restos de esa época— y analizaron fuentes arqueológicas, llegando así a conocer desde obras de ingeniería hasta el nacimiento de las ciudades, vías de comunicación, campamentos militares, religión, vida cotidiana, además de aprender la importancia que tiene conservar y divulgar nuestro patrimonio cultural.

Esas unidades didácticas han sido fruto, fundamentalmente, de las comunicaciones que los alumnos de los diferentes centros expusieron en el seno de las I Jornadas de Cultura Clásica. Con su trabajo, y con nuestra aportación, los alumnos aprendieron no sólo lo expuesto anteriormente, sino también los rudimentos del estudio científico: *aprendieron a aprender*.

Pero estos materiales, ricos y atractivos para los alumnos, no llegaban a conectar del todo con aquello que les motivaba. Por muy novedosos que fueran los ejercicios, para ellos significaban *más de lo mismo*. Recordaban los dibujos y fotografías de los paneles de la exposición, pero habían olvidado datos básicos de los trabajos. Ante esto, nos planteamos presentar esos contenidos con un nuevo lenguaje, y nos pusimos a estudiar la posibilidad de pasar este material a soporte informático. Para ello estudiamos diferentes programas y concluimos en informatizarlo con el programa Power Point de Microsoft. Las razones que nos llevaron a esta elección fueron varias, y la más importante de ellas es que casi todo el mundo tiene acceso a este programa, que además facilita la inserción de imágenes y la *interactividad*, elementos fundamentales para nosotros.

Estamos convencidos, desde nuestra ya larga experiencia como grupo de trabajo, de que este método nos ha posibilitado conseguir un material curricular motivador para nuestros estudiantes y llevar al aula maneras didácticas diferentes, más participativas, que despiertan su curiosidad y sus ganas de aprender. De este modo los alumnos se ven llamados a salir de su centro y a mirar a su alrededor para conocer su propia tierra y la historia que

en ella se encuentra reflejada en cada piedra, en los caminos en los que, en otro tiempo, dejaron sus huellas los hombres del pasado.

## **4.2. Objetivos**

### **4.2.1. Objetivos generales**

1. Reflexionar sobre la idea de la Unión Europea en la que nuestros alumnos van a vivir inmersos, poniendo especial atención en el origen común de Europa, y en las múltiples tendencias unificadoras que se han sucedido a lo largo del tiempo.
2. Valorar el papel de Roma como transmisora de la civilización romana y como unificadora de pueblos.
3. Identificar los elementos romanos de nuestra península y más concretamente de nuestra región.
4. Desarrollar una conciencia de receptor de la tradición clásica, de un origen común, sobre cualquier intento de sublimar nacionalidades diversas.
5. Apreciar los valores principales y más característicos establecidos por la sociedad romana, donde tuvieron amplia vigencia, identificando en ella las fuentes de donde proceden formas de pensar del mundo actual.
6. Desarrollar el sentimiento de pertenencia a la unidad política, social y cultural que es Europa, en cuya base está el mundo griego y romano, con actitudes de tolerancia y respeto hacia sus distintos pueblos y los de otras zonas del mundo actual.
7. Comparar sistemas sociales, políticos y de organización privada del mundo romano con el mundo actual. Comprender el origen de nuestro sistema político y jurídico. Aprender las diferencias.
8. Desarrollar técnicas de trabajo intelectual mediante el comentario y uso crítico de documentos, bibliografía, material audiovisual, inscripciones, elementos arqueológicos, etc.
9. Utilizar adecuadamente el manejo de fuentes antiguas diversas, contrastando su contenido y formas con las modernas.

10. Fomentar la relación entre los alumnos de los cuatro centros basada en los valores de convivencia, tolerancia y respeto mutuo.

#### **4.2.2. Objetivos específicos**

##### *A) Para los alumnos*

1. Estudiar y llegar a conocer con cierta profundidad las conquistas del Imperio Romano: sus causas y sus consecuencias; cómo se desarrollaron; cómo se establecieron el respeto y la asunción por el imperio de determinados rasgos de las culturas autóctonas.
2. Reconocer en los restos arqueológicos próximos los rasgos definitorios de la arquitectura romana y ser capaces de hacer un ejercicio de deducción.
3. Establecer determinadas actuaciones en pro de la defensa del patrimonio y de su conservación.
4. Estudiar el actual sistema social y político para determinar qué elementos son los que le debemos a la tradición clásica, de modo que establezcamos críticamente qué elementos han cambiando, cuáles no y cuáles deben cambiar.
5. Aprender a utilizar con perspectiva crítica los materiales de investigación que están a su alcance, de modo que aprendan a contrastarlos, complementarlos, verificarlos y, en suma, hacerles hablar.
6. Aprender a elaborar un documento científico original, en el que han de tener en cuenta los diferentes factores que redundarán en su comprensión, de modo que aprendan a ser críticos con sus trabajos y con los demás.

##### *B) Para los profesores*

1. Conocer científicamente los restos arqueológicos de nuestro alrededor, de modo que facilitáramos a nuestros alumnos un aprendizaje significativo.
2. Reciclarse en las diferentes propuestas actuales de lenguajes de comunicación, sobre todo visuales, de modo que nuestra enseñanza pueda tener mejores frutos.

3. Ampliar nuestros conocimientos de informática de modo que podamos utilizar también este lenguaje dentro del aula, dado que es un lenguaje inmediato, con el que nuestros alumnos están familiarizados.
4. Disponer de un material curricular moderno, atractivo y adecuado a nuestras necesidades y a nuestro entorno.

### 4.3. Metodología y descripción del proyecto

#### 4.3.1. Principios metodológicos generales

1. Nuestra intención es facilitar la construcción de *un aprendizaje significativo*. Para ello diseñamos este proyecto que consta de varias fases, en las que desarrollamos diversas actividades de enseñanza y aprendizaje que permiten el establecimiento de relaciones sustantivas entre los conocimientos y experiencias previas y los nuevos aprendizajes.
2. Con el proyecto buscamos garantizar la *funcionalidad de los aprendizajes*, es decir, asegurar que puedan ser utilizados en las circunstancias reales en las que el alumno las necesite.
3. Apostamos por una *metodología activa*, haciéndose efectiva la participación e integración del alumno en el proceso de aprendizaje.
4. En todas las fases del trabajo ha sido fundamental la *motivación*, partiendo de los intereses, capacidades y necesidades del alumno.
5. Utilizamos las *nuevas tecnologías* como instrumento ya normalizado en el proceso de *enseñanza-aprendizaje*.

#### 4.3.2. Metodología didáctica

El proyecto ha consistido en la *elaboración de unidades didácticas mediante la investigación documental y el trabajo de campo*, siguiendo la Vía de la Plata por la provincia de Cáceres. Recorriendo esta vía de comunicación, todavía hoy de gran importancia, los alumnos han estudiado la romanización en nuestra provincia, analizando las fuentes arqueológicas y bibliográficas.

Si consideramos el aprendizaje como un proceso social y personal que el alumno construye al relacionarse de forma activa

con las personas y con la cultura, es fácil comprender la importancia que la interacción social y el lenguaje tienen en el aprendizaje. Por ello, hemos procurado que el diálogo, el debate y la confrontación de ideas e hipótesis constituyesen un elemento importante en el desarrollo del proyecto.

Éste se realizó *simultáneamente en los cuatro centros* mencionados anteriormente, trabajando los alumnos sobre temas que expusieron en común al resto de sus compañeros de otros centros, con lo que se ha fomentado también la *relación y convivencia entre alumnos* de diferentes lugares de la provincia, aspecto muy importante en esta etapa de su desarrollo.

También a esta edad la progresiva consolidación del pensamiento abstracto permite que la investigación como método de trabajo adopte procedimientos y formulaciones conceptuales más próximos a los modelos científicos. Por ello, la aplicación del método científico debería cobrar especial relevancia en esta etapa, por lo que hemos potenciado las técnicas de indagación e investigación.

El proyecto consta de *documentos escritos elaborados por los propios alumnos y profesores, y de documentos gráficos* (fotografías, diapositivas), que reflejan la realidad que les rodea como fuente de conocimiento del pasado. La presentación de estos documentos se ha hecho en distintos soportes:

- a) soporte papel (materiales curriculares);
- b) soporte panel (exposición);
- c) soporte informático (CD-ROM).

Se ha procurado que los alumnos aprendan a *conocer y valorar su entorno*. Partiendo de lo que el alumno conoce, de lo que tiene a su alrededor, se accede con mayor facilidad a un *conocimiento más significativo* para él, que le permite llegar a generalizaciones y a la adquisición de saberes más distantes.

Aprender supone modificar y enriquecer los esquemas de conocimiento de que disponemos para comprender mejor la realidad y actuar sobre ella. Hemos pretendido, por lo tanto:

- partir de lo que los alumnos y alumnas conocen y piensan sobre el tema concreto;

- conectar con sus intereses y necesidades;
- proponerles, de forma atractiva, una finalidad y utilidad claras para los nuevos aprendizajes, que justifiquen el esfuerzo y la dedicación personal que se les va a exigir;
- mantener una coherencia entre las intenciones educativas y las actividades que se realizan en el aula;
- favorecer la aplicación y transferencia de los aprendizajes a la vida real.

Aunque en todos los centros se han tratado todos los contenidos del proyecto, cada uno de ellos se ha responsabilizado de la realización de una unidad didáctica que se elaboró en mayor profundidad.

Esta elaboración de unidades didácticas ha sido planteada como un *trabajo de investigación* llevado a cabo por los alumnos con el fin de que descubrieran *cómo aprender y cómo investigar*.

Puesto que se ha pretendido que fuesen los propios alumnos los que investigasen y confeccionasen ellos mismos el material, se formaron *grupos reducidos de alumnos* que participaron de una forma activa. Estos alumnos han aprendido no sólo cómo se produjo la romanización en la provincia, sino también las *distintas fases de una investigación*.

Además, una vez confeccionados, los trabajos han servido de base para:

- la confección de los 13 paneles de la exposición;
- la elaboración de los materiales curriculares;
- la creación de un CD-ROM con esos contenidos;
- las clases que se imparten en los cursos de Cultura Clásica.

Hemos tenido en cuenta que en la presentación e introducción de todo lo concerniente al mundo clásico y, por tanto, al tema de la romanización en nuestra provincia, interviene la *observación* de formas de organización social, política y religiosa, así como el estudio de los principales aspectos históricos, culturales y artísticos de la cultura latina. De este modo, creímos oportuno partir de las manifestaciones de estos aspectos que aparecen en el *entorno*, para que el alumno pudiese establecer *comparaciones*, y así

comprender su evolución y cómo se han transformado en las formas actuales de organización.

Se pretendía, pues, que los alumnos, a través de un estudio *diacrónico de la romanización en nuestra provincia*, llegasen a reconocer sus raíces culturales; fuesen capaces de situarse históricamente tanto en el momento en que se producen como en el actual, para poder valorar todos los aspectos estudiados a través de su evolución.

Todo ello debía plantearse teniendo en cuenta el *bagaje cultural del alumno* y con la pretensión de mostrarle nuevos patrones que ampliasen sus conocimientos de la realidad de la que forma parte.

A lo largo del proyecto se procuró un estudio de la romanización que permitiese al alumno descubrir las posibilidades que ofrecía la lectura de *textos como fuentes de información sobre la Antigüedad*, y que fuesen a su vez punto de partida del *desarrollo de su expresividad y su creatividad*. Esto contribuyó también a la reflexión sistemática sobre el lenguaje, con el fin de mejorar y enriquecer su competencia comunicativa.

Por tanto, hemos desarrollado los siguientes aspectos metodológicos:

1. El acceso a los distintos aspectos lingüísticos y culturales se ha hecho partiendo de situaciones actuales y cercanas para llegar al descubrimiento de sus orígenes.
2. Bajo la orientación del profesor, los alumnos han llegado por sí mismos, mediante una labor personal de análisis y confrontación experimental, a descubrir cada uno de los fenómenos culturales que están relacionados con la romanización en nuestra provincia.
3. La metodología fue activa, creativa, participativa.
4. Se ha recurrido a distintos tipos de actividades y materiales:
  - trabajo en grupo, en el aula o fuera de ella;
  - trabajo individual, en el aula o fuera de ella;
  - investigación, dentro o fuera del aula;
  - creación, contemplación y comentario de medios audiovisuales, utilizando o elaborando guías didácticas;
  - contemplación, elaboración y uso de medios informáticos, utilizando guías didácticas;

- lectura y comentario de textos informativos sobre el tema: de autores clásicos, de autores posteriores, de propia creación de los alumnos o del profesor;
- análisis y comentario de textos de la prensa relacionados con el tema;
- creación de textos personales partiendo de lo visto, reflejando el mismo contenido o dando una nueva visión imaginativa sobre el mismo tema;
- creación de historias a partir de imágenes o ideas que se sugieran;
- estudio e interpretación de croquis, mapas, ilustraciones, etc.;
- salidas culturales a museos, lugares arqueológicos, representaciones teatrales, edificios, monumentos u otras manifestaciones que reflejen o recuerden aspectos de interés;
- realización de paneles (confección de textos para transparencias por medio del ordenador, selección de fotografías, elaboración del soporte, creación o uso de guías didácticas, etc.) con el fin de llevar a cabo una exposición con todo el material elaborado;
- preparación de pequeñas charlas o ponencias para presentarlas ante alumnos del mismo u otros centros en pequeños congresos;
- introducción de dinámicas de grupo;
- representaciones teatrales llevadas a cabo por los mismos alumnos;
- asistencia a conferencias impartidas por especialistas en la romanización.

Por último, es necesario hacer una *reflexión metodológica* sobre el uso de las *nuevas tecnologías*, utilizadas en la última fase de nuestro proyecto.

El progreso científico y tecnológico de la sociedad en que vivimos reclama una diversificación de los medios didácticos que se utilizan en el aula. La acción docente debe aprovechar las variadas y sugerentes posibilidades que ofrecen los medios didácticos para favorecer, enriquecer y motivar el aprendizaje. El aula tam-

bién es un espacio adecuado para realizar un análisis crítico de estos medios.

Conviene señalar que estos medios están al servicio del proyecto educativo que se quiere llevar a cabo, y no a la inversa; por lo tanto, deben adaptarse a las finalidades educativas que se persigan.

Pues bien, existe un desajuste entre las demandas de la sociedad y lo que ofrece la escuela a nuestros alumnos. A pesar de que la mayoría de los centros educativos cuentan con salas de informática y los alumnos aprenden el manejo de los ordenadores, todavía estamos muy lejos de una verdadera integración de las nuevas tecnologías en el proceso de *enseñanza-aprendizaje*. Esta integración debería ir precedida, eso sí, de una reflexión seria de los docentes sobre la utilidad y los límites de las nuevas tecnologías en la educación, así como de una mejor formación de los mismos en lo que se refiere al consumo y a la elaboración de productos multimedia.

Afortunadamente las cosas se han simplificado mucho en estos últimos años. No es necesario ser un ingeniero informático para diseñar aplicaciones en el ordenador. En la actualidad existen los llamados programas de autor, así como los programas de presentaciones.

Para la realización de nuestro trabajo en las aulas hemos elegido el programa de presentaciones Microsoft Power Point, al considerar que es el que posee la mayoría de los usuarios de equipos multimedia, ya que se encuentra integrado en Office97 de Microsoft para Windows. Por otro lado, consideramos que su manejo no es demasiado difícil.

Los programas de presentaciones permiten al profesor diseñar por ordenador la presentación de la información que desea transmitir a sus alumnos. Son programas que reúnen las características necesarias para crear con facilidad un *documento multimedia*, es decir, la integración en un mismo soporte de varios tipos de documentos: escritos, visuales y sonoros. Otra característica fundamental es la *interactividad*, la posibilidad de que el receptor controle la información que se le ofrece y pueda adaptar el suministro de la misma según sus intereses y necesidades. Finalmente, un documento multimedia destaca por la estructura ramificada,

sin vías principales. Es muy fácil insertar botones o *palabras calientes* para la creación de *hipertexto*, es decir, de ausencia de estructura lineal, consiguiendo de esta manera conectar entre sí diferentes lugares del documento y facilitar a los receptores múltiples itinerarios para acceder a la información.

#### 4.4. Desarrollo del proyecto y fechas de realización

##### 4.4.1. Primera fase: Elaboración de la exposición de 13 paneles y realización de las Jornadas de Cultura Clásica (de octubre de 1997 a abril de 1998)

Esta fase del proyecto consistió en la elaboración de los paneles y de las conferencias que los alumnos de cada centro confeccionaron para el resto de compañeros de los otros institutos. Estas conferencias se impartieron en un congreso que tuvo lugar en el Museo Provincial de Cáceres, y que fue el comienzo de las Primeras Jornadas de Cultura Clásica. Estas jornadas se desarrollaron a lo largo de un fin de semana y constaron de diversas actividades, como a continuación vamos a explicar.

Durante el primer trimestre del curso académico 1997-1998 el tiempo se utilizó para seleccionar, organizar y plantear los temas que iban a ser tratados en cada uno de los centros, intentando adecuarlos a los intereses y a la motivación de los diversos alumnos. Así, por ejemplo, alumnos de núcleos rurales trabajaron sobre las explotaciones agrarias.

También se establecieron las líneas de investigación que iban a utilizarse: investigación de biblioteca, de campo, estudio y redacción.

Los temas seleccionados en los diferentes centros fueron los siguientes:

- I.E.S. Universidad Laboral: *Las explotaciones agrarias en el Bajo Imperio. La villa romana de Monroy.*
- I.E.S. San Pedro de Alcántara: *La epigrafía latina en la provincia de Cáceres. Arqueología.*
- I.E.S. El Brocense: *Las vías de comunicación: puentes y calzadas.*
- I.E.S. Hernández Pacheco: *Religión y mitología.*

Todos estos temas están centrados en la provincia de Cáceres. Los alumnos con ayuda del profesor acudieron a recabar información en bibliotecas y archivos, y seleccionaron y clasificaron los documentos más útiles.

*En el segundo trimestre* se realizaron las salidas con los alumnos para hacer el estudio in situ de los diferentes yacimientos arqueológicos que iban a ser utilizados como fuentes de conocimiento del pasado.

Esta investigación de campo ha conllevado la elaboración de guías de visita a los yacimientos, así como la elaboración de dibujos y planos, y la realización de trabajos fotográficos de gran interés, cuyos documentos gráficos se han utilizado para la confección de la exposición y se utilizarán como apoyo de las unidades didácticas.

Los lugares que han sido visitados con los alumnos han sido los siguientes:

- el castro de Villasviejas del Tamuja, en Botija;
- el castro del Castillejo del Guadiloba, en las cercanías de Cáceres;
- el castro de Sansueña en Aliseda, junto al río Salor;
- el campamento romano de Cáceres El Viejo;
- el Museo Provincial de Cáceres y los restos romanos de la ciudad monumental;
- la excavación de la ciudad romana de Cáparra, en el valle del Ambroz;
- la villa romana de Los Términos, en la localidad de Monroy;
- el puente romano y la calzada, en Alcántara;
- tramos bien conservados de la calzada romana de la Vía de la Plata.

*Durante el tercer trimestre* la mayor parte del tiempo se dedicó a la exposición fotográfica y documental en trece paneles, que ha procurado ser una síntesis de todo el trabajo elaborado, así como a las conferencias que iban a ser impartidas en el congreso de las Jornadas de Cultura Clásica.

La exposición fue realizada con ayuda de los alumnos, tanto en lo que se refiere a la selección de las fotografías como a la redacción de los textos explicativos y los pies de foto.

Dicha exposición se inauguró en el Museo Provincial de Cáceres en las Primeras Jornadas de Cultura Clásica, que tuvieron lugar los días 24, 25 y 26 de abril en Cáceres-Cáparra-Monroy, permaneciendo durante una semana en dicho museo. Posteriormente ha recorrido cada uno de los centros que han participado en el proyecto, adquiriendo así un carácter itinerante. También ha sido solicitada por otros centros tanto de la provincia de Cáceres como de la de Badajoz.

La exposición está formada por trece paneles que constan de:

- una parte gráfica constituida por fotografías, planos, dibujos y esquemas, con el objeto de presentar los contenidos del trabajo de una manera intuitiva;
- una parte escrita, compuesta de un texto más general que pretende ser resumen y guía del tema tratado en el panel, y textos más breves que tienen como objetivo la explicación de las fotografías y dibujos.

Los temas recogidos en los paneles son los siguientes:

- Tabula* I: Presentación del proyecto.
- Tabula* II: Marco geográfico.
- Tabula* III: La cultura clásica: un mundo por descubrir.
- Tabula* IV: Poblados prerromanos.
- Tabula* V: Urbanismo I.
- Tabula* VI: Urbanismo II.
- Tabula* VII: La calzada.
- Tabula* VIII: El puente.
- Tabula* IX: Explotaciones agrícolas I.
- Tabula* X: Explotaciones agrícolas II.
- Tabula* XI: Religión.
- Tabula* XII: Epigrafía I.
- Tabula* XIII: Epigrafía II.

Concluyó esta primera fase del proyecto con la realización de las Primeras Jornadas de Cultura Clásica. Fueron elaboradas con-

juntamente por profesores y alumnos, para que éstos pudieran aprender no sólo conceptos, sino procedimientos relacionados sobre todo con el trabajo de investigación y documentación.

Durante este fin de semana los alumnos compartieron tanto las dificultades y logros del proceso de investigación como sus conclusiones mediante comunicaciones y paneles.

*La inauguración* de las jornadas tuvo lugar en el Salón de Actos del Museo Provincial de Cáceres, en la plaza de Las Veletas, el día 24 de abril de 1998 a las 10.30 de la mañana. Los alumnos participantes procedentes de distintos centros presentaron en un *pequeño congreso* sus comunicaciones sobre algunos de los temas que habían investigado:

- las explotaciones agrarias en época romana;
- las calzadas;
- los puentes;
- el urbanismo;
- la Arqueología como fuente de conocimiento del pasado.

Tras las comunicaciones se presentó *la exposición de los paneles*, cuyo tema es la romanización en la Vía de la Plata, en la que se resaltan los aspectos trabajados en el proyecto y se recogen algunos de los documentos gráficos recopilados y seleccionados por los alumnos.

Después de la inauguración y el congreso del museo, los participantes de las jornadas emprendieron por la tarde el camino hacia el valle del Ambroz, para acercarse a las ruinas de la ciudad romana de Cáparra, que fueron visitadas con un guía de excepción: don Enrique Cerrillo Martín de Cáceres, catedrático de Prehistoria y Arqueología de la UEX (Universidad de Extremadura) y director de las excavaciones, que nos mostró los últimos descubrimientos de la ciudad y nos explicó cómo trabaja un arqueólogo.

También tuvo lugar una conferencia sobre la romanización en la provincia de Cáceres a cargo del profesor don Gregorio Herrera García de la Santa. El último día se visitaron las ruinas de la villa romana de Los Términos, de Monroy.

Creemos que esta fase del proyecto ha conseguido motivar a nuestros estudiantes y ha llevado a las aulas maneras didácticas di-

ferentes, más participativas, que han despertado su curiosidad y sus deseos de aprender. De este modo, los alumnos se han visto llamados a salir de sus centros y a mirar a su alrededor para conocer mejor su propia tierra y la historia que en ella se encuentra reflejada en cada piedra, en los caminos en los que, en otro tiempo, dejaron sus huellas los hombres del pasado.

#### **4.4.2. Segunda fase: Elaboración de los materiales curriculares (de octubre de 1998 a abril de 1999)**

Animados por los resultados positivos de las experiencias llevadas a cabo, y a partir de la documentación conseguida tras los trabajos de la primera fase, nos pusimos a diseñar materiales curriculares para utilizar de manera permanente durante todos los cursos.

*Durante el primer trimestre de ese curso académico 1998-1999, llevamos a cabo el proceso de selección de temas. De ahí que en estos materiales curriculares no aparezcan algunos tan interesantes como la vida privada, la conquista en sí, o el hecho de que la parte dedicada a la religión sea tan breve. Preferimos centrarnos en otros aspectos que podrían llegar más a nuestros alumnos, sobre todo por la posibilidad de ser visitados. Finalmente nos centramos en los ocho temas de la exposición: el urbanismo, la religión, las calzadas y los puentes, la epigrafía, los poblados prerromanos y las explotaciones agrícolas.*

*Durante el segundo trimestre comenzamos la ampliación y posterior selección de material gráfico. Tuvimos que volver a los lugares visitados durante la primera fase, y solicitar a personas e instituciones especialistas en la materia fotografías y diapositivas que ilustrasen nuestras unidades didácticas. Es necesario agradecer aquí la colaboración que nos prestaron en este sentido el Museo Provincial de Cáceres y don Enrique Cerrillo Martín de Cáceres.*

Finalizamos este trimestre con el diseño de las actividades que acompañarían a estos materiales curriculares y con una necesaria relectura de todo lo acumulado para darle unidad y coherencia.

En el *último trimestre* lo llevamos a las clases. Utilizamos la exposición que se había elaborado el curso anterior como motiva-

ción. A partir de ella nos sumergíamos en los nuevos materiales. Todo ello acompañado de actividades extraescolares como visitas a lugares del entorno que aparecen en las unidades y en la exposición.

#### **4.4.3. Tercera fase: Elaboración del CD-ROM (de octubre de 1999 a abril de 2000)**

Desde octubre de 1997 habíamos venido trabajando sobre la romanización en la provincia de Cáceres, y el material documental y gráfico acumulado era mucho y las actividades llevadas a cabo con los alumnos dentro y fuera del aula también eran abundantes.

Los paneles de la exposición y las unidades didácticas estaban bien, pero sólo permitían una lectura lineal, en el mismo orden siempre. Además, los primeros tenían el inconveniente de deteriorarse con los sucesivos traslados, de no permitir una lectura conjunta, así como problemas de almacenamiento y la imposibilidad de su utilización de manera simultánea por parte de más de un instituto.

Había que crear una nueva exposición que subsanase los inconvenientes de la anterior. Entonces surgió la solución: *aplicar las nuevas tecnologías*. Utilizar un programa de presentaciones como Power Point que nos permitiese emplear más imágenes, añadir sonidos, diseñar itinerarios, usarlo al mismo tiempo en varios centros a la vez.

Una vez realizada la presentación, grabamos todo el material elaborado en varios CD-ROM.

#### **4.5. Evaluación de resultados y posibilidades de continuación del proyecto**

Si la evaluación de las dos primeras fases del proyecto fue considerada en su momento muy satisfactoria, no sólo por los participantes directos, sino por otros profesionales de la educación que se tomaron como evaluadores externos, destaca, sobre todo, la tercera fase —la elaboración de un CD-ROM en el que se incluyen los aspectos más importantes y se presentan constituyendo un do-

cumento multimedia—, que se considera no sólo muy innovadora sino muy útil en el proceso de *enseñanza-aprendizaje*. Durante este medio año ha sido utilizado el CD-ROM en el aula por algunos profesores, bien de manera interactiva, bien como una guía principal, considerándose en ambos casos los resultados educativos muy positivos, valorando sobre todo la motivación que se consigue en el alumnado y la facilidad que tiene éste para asimilar el mensaje audiovisual frente al escrito. Por otro lado, se considera muy útil la estructura arbórea que presenta el *hipertexto*, lo que facilita que el alumno avance por el documento según sus intereses y necesidades.

Tal vez la única objeción sea la inexistencia en algunos centros educativos de la estructura y los recursos necesarios para llevar a cabo un tipo de enseñanza que utilice las nuevas tecnologías. Afortunadamente la Junta de Extremadura está potenciando durante este curso la alfabetización tecnológica, organizando innumerables cursos para profesores y dotando a los centros de todos los rincones de nuestra región de los recursos necesarios para que se aprovechen las posibilidades que las nuevas tecnologías ofrecen.

Los miembros del grupo Ars Docendi han presentado su trabajo en numerosas jornadas y cursos, y la aceptación del mismo ha sido unánime, recibiendo el apoyo y los ánimos de muchos compañeros para seguir en la misma línea de trabajo.

Ni que decir tiene que para nosotros ha sido una bocanada de energía haber recibido el Tercer Premio Francisco Giner de los Ríos; primero, porque pertenecemos a unas disciplinas —las clásicas— que han sufrido injustamente el menosprecio de los que creen que no es necesario que los valores humanistas estén presentes en el currículo de la enseñanza secundaria, y en segundo lugar, porque se reconoce el esfuerzo y el trabajo de unos profesionales que, a pesar de todo, nunca han perdido las ganas de trabajar buscando el equilibrio necesario en el presente entre el pasado y el futuro.

Creemos que hemos demostrado que nuestras disciplinas pueden aportar mucho todavía en la formación de nuestros alumnos, no sólo en lo que a contenidos se refiere, sino también en cuanto a procedimientos. Por ello, y sobre todo después de haber reci-

bido este reconocimiento, no dejaremos de preparar materiales curriculares que se adapten a los alumnos que hoy en día tenemos en nuestras aulas. Son muchas las cosas que pueden hacerse con las nuevas tecnologías, no sólo de cara a los alumnos, sino a todos los profesionales de la educación. Seguiremos, pues, trabajando.

**PRIMER ACCÉSIT**

5

AULA 28

Severino PALLARUELO CAMPO, Mercedes PÉREZ  
BELTRÁN, M.<sup>a</sup> Teresa QUEROL GUILLÉN, Ángel  
VILLACAMPA BUIRA, Astrid SOLANS BERTRÁN y Paula  
MURILLO ORNAT

*I.E.S. Biello Aragón, Sabiñánigo (Huesca)*



**BAJO** el título de *Aula 28* se presenta una experiencia pedagógica desarrollada en el I.E.S. Biello Aragón, de Sabiñánigo, a lo largo de los cursos escolares que van de 1997 a 2000.

La experiencia gira en torno a las pinturas murales realizadas por alumnos y profesores en un aula de dicho instituto.

El aula que se ha pintado, señalada con el número 28, es una de las que corresponden a las materias de Geografía e Historia.

Las pinturas se han llevado a cabo copiando escenas medievales tomadas de frescos, de frontales de altar, de baldaquinos y de miniaturas de libros que van desde el siglo XI al XIV. Las escenas se han ordenado siguiendo un programa iconográfico coherente.

También se han pintado elementos de arquitectura o recintos medievales. A modo de trampantojos se han plasmado en los muros un claustro medieval y la portada de una iglesia románica.

La experiencia prolongada a lo largo de tres cursos escolares ha exigido más de 5.000 horas de trabajo y ha resultado muy compleja. Su planteamiento y su realización, partiendo de un proyecto sencillo, se han ido enriqueciendo con el paso de los meses y con la implicación de nuevos colaboradores. Lo conseguido desborda ampliamente lo proyectado inicialmente, a la vez que lo modifica y lo transforma. Como en todas las obras que resultan muy largas y muy costosas, el camino para alcanzar los objetivos se convierte —en sí mismo— en un objetivo, en el principal objetivo: como en los antiguos caminos iniciáticos, es el propio recorrido, con sus largas etapas, el que va preparando el logro del objetivo, que se consigue mientras se avanza. Los fines y los medios se confunden, se funden, se identifican.

La implicación en la obra de todos los sectores de la comunidad educativa ha sido muy amplia: no sólo han participado en ella los alumnos y los profesores, sino que también han colaborado ex-alumnos del centro, profesores de otros centros y personal no docente, si bien, el núcleo que ha proyectado y dirigido la

experiencia, el que le ha dado continuidad y la ha culminado, está formado por los profesores que desde el inicio se han implicado firmemente en el proyecto.

La experiencia ha resultado muy abierta y sigue manteniendo este carácter. Se inició con una finalidad decorativa, lúdica y plástica, vinculada sólo al arte, a la historia y a las aficiones de quienes la proyectaron, pero pronto sus posibilidades —y sus dificultades— se ramificaron: no se había pensado en la utilidad que la geometría de las orlas decorativas medievales ofrecía para el estudio de las Matemáticas, ni en la posibilidad que la iluminación del conjunto brindaba para los proyectos y las prácticas de Electricidad de los alumnos que cursan módulos profesionales en nuestro instituto. Tampoco, en otras cuestiones de índole práctica: no creíamos que los pupitres permanecerían tres años entre los andamios.

Las disertaciones teóricas acerca de las bondades pedagógicas de ciertas experiencias resultan siempre discutibles: en los laberintos del vocabulario especializado con el que se construyen los ensayos didácticos y los documentos emanados de claustros, comisiones, consejos, departamentos y gabinetes es fácil perderse. A veces, la palabrería huera jalonada de siglas rotundas y efímeras, abundantes en ciertos informes pedagógicos, no ayuda a comprender la realidad, sino que en lugar de dibujar un plano nítido para acercarnos al mundo escolar —o para hacernos soñar, que también es importante— nos conduce a un dédalo intransitable y agobiante que oculta la inoperancia, el aburrimiento y el vacío. Queremos huir de todo eso. Procuraremos ser limpios, claros y precisos en la exposición de la experiencia. Las imágenes han de resultar tan expresivas como los textos. El brillo y el color de experiencia están en los muros, nos envuelven mientras transcurren nuestras jornadas escolares.

## **5.1. Justificación**

### **5.1.1. Origen del proyecto**

El I.E.S. Biello Aragón, de Sabiñánigo, ocupa los locales de dos edificios contiguos construidos en distintas etapas. En la

parte más moderna, levantada en 1992, hay algunas aulas de características peculiares: se trata de salas grandes, con buena luz natural y de techos muy elevados que se desarrollan en tres planos distintos.

Cuando se decidió organizar los espacios escolares, tomando como base el aula-materia, correspondieron a las asignaturas de Geografía y de Historia dos aulas del tipo de las que se acaban de describir. La contemplación de los espacios ofrecidos por estas salas, de su luz, de la amplitud de sus muros y de los elevados techos con su juego de planos diferentes, sugirió a los profesores la idea de la decoración mural: aquellas paredes parecían pedir figuras y colores.

Desde que se comenzó a pensar en pintar un aula surgió la idea de los temas medievales. Junto al poderoso argumento de la calidad decorativa de las pinturas de la época, influyó también mucho en la elección el carácter lineal de los motivos murales de la Edad Media, que facilitan su realización a quienes tienen escasa o nula experiencia en este tipo de trabajos.

Una vez tomada la decisión, se comenzó a diseñar el programa iconográfico. Pocos días después se empezaba a pintar el aula.

Dos años más tarde estábamos cansados de colores: queríamos cambiar de formas y de tonos, deseábamos probar otra cosa. Decidimos pintar arquitectura con una paleta corta: queríamos que la vista descansara en tonalidades suaves de un mismo color cálido.

De este modo, la justificación inicial de la experiencia resulta simple: nace del deseo de decorar un aula que ofrecía amplios muros blancos, altos techos y mucha luz.

A este impulso inicial se le buscó un entronque pedagógico: la decoración debía hacer alusión a los temas propios de la materia que se impartía en el aula —la Historia— y, además, debía contar con la participación de alumnos y de profesores que se hicieran cargo de las laboriosas tareas que el proyecto implicaba.

### **5.1.2. Justificación del programa iconográfico**

El programa iconográfico se eligió pensando, sobre todo, en tres criterios:

- a) que se adaptara a los espacios ofrecidos por el soporte en cuanto a sus dimensiones y composición;
- b) que ofreciera una visión didáctica de la sociedad medieval, intentando construir un microcosmos de lo que fue la Edad Media en Europa, atractivo y —a la vez— instructivo;
- c) que brindara imágenes para facilitar la tarea de iniciar a los alumnos en la comprensión de la complejidad de la iconografía. Tras las imágenes repetidas a lo largo de la historia se esconde una intencionalidad que el alumno debe tratar de descubrir.

Con estos criterios se estableció un esquema general:

- *El techo* quedaría reservado para el mundo de las *creencias religiosas*. Sería un espacio para la divinidad en el que las imágenes se jerarquizarían: la representación de Dios —como en los templos medievales— ocuparía el lugar más destacado.
- *El zócalo* o parte más baja de los muros se dedicaría al *mundo de los muertos*, siguiendo las creencias más remotas, de origen prehistórico, que relacionan el inframundo de los difuntos con lo que se esconde bajo el suelo. En este apartado se situarían las escenas que representan al alma abandonando el cuerpo, el peso de las almas y el infierno.
- *Entre el zócalo* de los muertos y *el techo* de la divinidad se colocaría *el mundo de los vivos*: allí estarían los hombres y las mujeres de la Edad Media, su sociedad y su forma de trabajar, su vida, sus manifestaciones artísticas y sus sentimientos.

## 5.2. Objetivos

Los objetivos que se han perseguido al proyectar y al llevar a cabo la experiencia pueden agruparse en dos grandes apartados: por un lado, los objetivos de índole práctica, centrados en la planificación del programa iconográfico, en los bocetos previos, en la realización de las pinturas y en la iluminación de las mismas; por otro, los de carácter teórico y los relacionados con el uso didácti-

co de las pinturas una vez concluido el proceso de realización de las mismas.

En este último grupo de objetivos cabe, a su vez, establecer varios apartados: la utilidad pedagógica de las imágenes en el campo del estudio de la evolución de las técnicas artísticas; el estudio de la obra de arte considerando el punto de vista de la conservación de su soporte material; el análisis de la iconografía teniendo en cuenta el lenguaje simbólico; y el uso de las pinturas en su aspecto narrativo como imágenes que nos dan a conocer las formas de vida y los trabajos de los hombres y de las mujeres de otra época.

### **5.2.1. Objetivo 1: Realización de las pinturas**

Se pretende diseñar y realizar un conjunto de pinturas que:

- han de cubrir totalmente los muros y el techo del aula número 28 del I.E.S. Biello Aragón;
- han de servir para dar a conocer la sociedad, la vida diaria, las creencias y la economía de Europa en la Edad Media;
- han de brindar imágenes que permitan adentrarse en el estudio del lenguaje simbólico y de las mentalidades propias de sociedades donde el pensamiento mítico ocupa un lugar destacado;
- han de permitir, desde el punto de vista de la Historia del Arte, el estudio de la pintura mural medieval.

### **5.2.2. Objetivo 2: El uso didáctico de las pinturas ya realizadas. La lectura de las imágenes**

Cuando se van concluyendo algunas escenas, y sobre todo, cuando toda el aula esté ya pintada, comenzará una nueva fase de objetivos didácticos: el conjunto se usará en diversas materias como elemento fundamental para desarrollar un amplio trabajo de lectura de imágenes, según se detalla más adelante.

## **5.3. Metodología**

Del mismo modo que se han expuesto los objetivos separándolos en dos apartados —relacionado uno con la realización del pro-

grama iconográfico y otro con el estudio de las imágenes—, la metodología empleada también va a presentarse siguiendo la misma división.

### **5.3.1. Apartado 1: Proyecto y realización del programa iconográfico**

1. *Boceto inicial sobre contenidos.* Reunidos los profesores interesados en la experiencia, se establecen las ideas iniciales acerca del tema general y de la distribución del programa iconográfico en los muros.
2. *Búsqueda de fuentes.* Se reúne toda la información relacionada con la iconografía medieval: libros, carteles, diapositivas, postales, etc.
3. *La distribución del programa iconográfico.* Se toman las medidas del aula número 28 y se dibujan planos del local que incluyen plantas y alzados. Sobre los planos se hace un primer boceto distribuyendo los temas y los espacios, pero sin concretar todavía las imágenes.
4. *La elección de imágenes.* Teniendo en cuenta la distribución de espacios, decidida sobre el boceto, se inicia la búsqueda de imágenes en las fuentes acumuladas previamente. Para cada tema se eligen varias imágenes, descartando las otras. Después se discute la decisión final: para ello se tendrá en cuenta la adecuación al tema elegido y al soporte, la adaptación al entorno, la escala y la proporcionalidad. Las imágenes elegidas pueden obligar a modificar el boceto inicial.
5. *El traslado al boceto definitivo.* Una vez seleccionadas las imágenes definitivas, se dibuja un boceto en el que se plasman todos los detalles de las imágenes que han de trasladarse al muro.
6. *Las orlas.* Las orlas decorativas desempeñan un papel muy importante en la pintura medieval: separan y enlazan, dividen el espacio en escenas, resaltan y decoran, cubren zonas blancas y cierran las composiciones. Es necesario tener recopilado un buen muestrario de orlas para seleccionar del mismo las que van a emplearse en cada momento.
7. *La provisión de pinturas.* Se pueden emplear distintos tipos de pintura. Cabe, incluso, la posibilidad de usar los mismos

pigmentos con los que fabricaban sus colores los pintores medievales. La idea resulta atractiva, pero parece demasiado ambiciosa: exige tareas de investigación y de búsqueda de materiales muy laboriosas. Se decide emplear pinturas plásticas hidrosolubles de las que puede hallarse con facilidad en el mercado una gran variedad de gamas.

8. *La provisión de pinceles.* Se adquiere una gran variedad de pinceles y de brochas de todos los tamaños y de diversas calidades: desde pinceles finos de pelo natural hasta gruesas brochas de pelo sintético. Contando con la participación simultánea de hasta 15 o 20 pintores en momentos puntuales, es necesario reunir un gran número de pinceles.
9. *Los andamios.* El techo que debe pintarse se sitúa —en su parte superior— a 5 m de altura. Es necesario disponer de andamios sobre los que trabajar con comodidad. Los andamios pueden alquilarse, adquirirse o conseguirlos prestados. El alquiler resulta caro. Cuando la adquisición parecía la solución más adecuada, un profesor del instituto ofreció —sin límite de tiempo en su uso— varios juegos de andamios metálicos. Sólo se hizo necesario adquirir las ruedas para facilitar la movilidad de los andamios.
10. *La financiación.* Se requiere cierta cantidad inicial de fondos para comprar pinturas, pinceles, material fotográfico, ruedas de andamios, etc. El instituto se compromete a aportar el dinero necesario, cargándolo al apartado de gastos de mantenimiento del centro y sin detraerlo de la asignación correspondiente a los distintos departamentos.
11. *El dibujo: técnicas*
  - *Las diapositivas.* Para dibujar las distintas escenas resulta útil el empleo de diapositivas que se proyectan en el muro, permitiendo, al seguir con el lápiz las líneas, plasmar las imágenes que luego se pintarán. La tarea inicial es, pues, la realización de las diapositivas. Se toman de imágenes publicadas en libros, empleando un objetivo macro de calidad. Algunas, que no se encuentran publicadas o no aparecen como se deseaba, exigen el traslado al museo o iglesia donde están los originales para retratarlos in situ; éste es el caso de las pinturas de San

Fructuoso de Bierge, de la Virgen del Monte, en Liesa, o de San Miguel de Foces, en Ibieca (todas ellas en la provincia de Huesca). En otras ocasiones se puede recurrir a diapositivas ya publicadas: las de San Isidoro de León se tomaron de una extensa colección que se comercializa en el propio monumento.

En algunos casos, cuando la imagen que se va a dibujar es muy grande y la distancia a la que puede situarse el proyector resulta escasa, no es posible emplear esta técnica o no lo es para la totalidad de la escena. Entonces —como ha sucedido con la imagen central del frontal de Aviá— se hace necesario combinar la diapositiva con el dibujo a mano alzada. Resulta útil dibujar una cuadrícula en el modelo y otra en el muro que sirvan para guiar el dibujo.

- *El papel de calco.* Se emplea en numerosas ocasiones. La imagen se acomoda al espacio ofrecido por el soporte, mediante sucesivas ampliaciones realizadas con la fotocopidora; después se calca en la pared.
- *Las orlas.* El dibujo de las orlas requiere un proceso largo en el que las diapositivas casi nunca se utilizan. Partiendo del original, se dibuja un boceto que tiene como finalidad descubrir la base geométrica escondida tras los motivos que configuran la orla. Una vez diseñada la geometría, se procede a dibujar con precisión un fragmento de orla donde aparezcan los motivos que luego, seriados, se repetirán. Este dibujo se calca sobre un cartón que posteriormente se recortará para hacer una plantilla con la que se dibujará la orla en la pared.
- *El uso de las fotos, postales y carteles.* Resulta muy útil disponer de buenas imágenes de las figuras que se desean pintar. Es conveniente tener carteles grandes donde las imágenes se ofrezcan en un tamaño que se acerque al que se va a pintar. Los pastores de San Isidoro de León (figura 5.1), el Pantocrátor de Taull (figura 5.2), la vida y el martirio de San Vicente, y otras escenas, se pintaron teniendo delante buenas copias en papel.

FIGURA 5.1: Muro septentrional del Aula 28 (parte occidental y oriental)



FIGURA 5.2: Representación del Pantocrátor de San Climent de Taull



- *Trampantojos: arquitectura pintada.* La pintura de arquitectura se decidió —como se señala al tratar el desarrollo de la experiencia— cuando el proceso de realización ya llevaba dos años en marcha. Las técnicas de dibujo empleadas en estos trampantojos, que representan la portada románica de una iglesia y un claustro, son completamente distintas a las usadas para el resto de las imágenes. El claustro, que muestra el del monasterio de San Juan de la Peña (figura 5.3), se dibujó respetando las medidas del original. Se tomaron estas medidas directamente en el monasterio y luego se dibujaron las arquerías a mano alzada. Para los capiteles y otros elementos se usaron fotos. La portada de la iglesia no copia ninguna existente, sino que crea una nueva tomando elementos procedentes de diversos templos. Se diseñó sobre un plano y luego este boceto, a mano alzada, se trasladó a la pared (figura 5.4).

FIGURA 5.3: Representación del Claustro del monasterio de San Juan de la Peña



FIGURA 5.4: Representación de una portada románica



12. *La organización del trabajo.* Desde el inicio de la experiencia se quiso contar con la participación del mayor número posible de profesores y alumnos. La realización de las pinturas se habría de llevar a cabo tanto en horario escolar como en horas ajenas a la jornada docente.

El centro funciona con jornada continua, de modo que a las 3 de la tarde los alumnos y los profesores abandonan el instituto. Se decidió acudir al aula dos tardes cada semana (martes y jueves) en horario de 3.30 a 8. La participación de los profesores comprometidos en las tareas de las tarde no parecía difícil; la de los alumnos parecía más dificultosa. Para la participación de los alumnos se contaba con ciertas horas o ciertas jornadas dentro del horario escolar.

- Los alumnos de 4.º de ESO podrían dedicar algunas horas lectivas de la asignatura *Educación Plástica* a pintar en los muros del aula.
- Los alumnos de 3.º y 4.º de ESO que cursan la materia optativa *Conservación y Recuperación del Patrimonio Cultural* podrían dedicar algunas horas lectivas de esta materia a la realización de pinturas murales.
- A los alumnos de Bachillerato se les propondría la participación en las tareas de pintar durante dos jornadas completas en los días que median entre la primera evaluación y las vacaciones de Navidad, así como en las *vísperas de vacaciones* de Semana Santa.
- En *la semana cultural y deportiva* que cada año organiza el instituto, se presentaría la pintura mural como una actividad más de las que se ofertan para los estudiantes que deseen participar.
- En *las horas libres* que surgen dentro del horario lectivo habitual, los alumnos del Bachillerato son invitados a pintar.

Las decisiones sobre los temas pintados, las técnicas y los colores, la preparación de los materiales y la organización del trabajo recaen en el grupo de profesores de los que partió la idea inicial, y de otros que se han implicado posteriormente. Este grupo ha estado formado por un mínimo de tres profesores y un máximo de cinco. En el seno de éste se hacen las propuestas, se debaten las formas de trabajo, se establecen los programas iconográficos, se modifican los proyectos y se organiza todo lo referente a las pinturas. Es también este grupo el que se propone, de modo directo, pintar casi toda el aula y dar continuidad a una tarea que otro sector de la comunidad educativa no podría ofrecer.

### **5.3.2. Apartado 2: Metodología del uso didáctico de las pinturas ya realizadas**

Una vez concluidas las pinturas, se agotan las posibilidades de aprendizaje en lo que se refiere al aspecto práctico (proyecto, realización) y surge un nuevo uso pedagógico, que está relacio-

nado, sobre todo, con la lectura de las imágenes y la interpretación de las mismas.

La lectura de las imágenes se realiza de modo distinto según sea el punto de vista que se adopte, que estará siempre relacionado con la materia académica desde la que se contemple.

#### 5.3.2.1. Metodología de lectura de la imagen en Historia del Arte

Los alumnos de Historia del Arte de 2.º de Bachillerato de Humanidades han empleado ya, desde el primer año de la experiencia, cuando la imagen del Pantocrátor se concluyó, las escenas pintadas en el aula para los comentarios de imágenes. La metodología que se emplea en estos comentarios es la tradicional, que suele realizarse sobre una fotografía o una diapositiva, pero que aquí se puede llevar a cabo teniendo delante una imagen de tamaño real.

El guión que hemos empleado es:

1. *Descripción de la obra:* tema, emplazamiento y función, técnicas.
2. *Circunstancias de su realización:* contexto histórico, los comitentes y los autores.
3. *Tratamiento de las imágenes:* simetría, líneas geométricas, organización, distribución de las figuras, la figura humana (proporciones, tamaño, tratamiento anatómico, posturas, relación entre figuras, relación con el espectador e indumentaria).
4. *El espacio, la ambientación, la jerarquía.*
5. *El papel de las orlas.*
6. *El color y la luz.*
7. *Sensaciones que produce y conclusiones.*

#### 5.3.2.2. El uso de las imágenes en Ciencias Sociales

La historia de la Edad Media se imparte en la asignatura de Ciencias Sociales de 2.º curso de ESO.

La metodología del uso de las escenas del aula tiene que ver también con la lectura de la imagen, pero contemplada desde un punto de vista distinto al que se considera en la Historia del Arte. En Ciencias Sociales los comentarios se relacionarán poco con las técnicas de realización o con los aspectos formales, y atenderán,

sobre todo, a la información que las figuras aportan sobre la vida y la sociedad de la Edad Media.

Con las imágenes del aula se estudiarán los siguientes temas:

1. *La organización de la sociedad medieval: los estamentos.*
2. *El trabajo en la Edad Media.* La agricultura, la ganadería, el bosque, los gremios y el comercio.
3. *La importancia de la religión y el papel de la Iglesia.* Las ideas religiosas, los monasterios, el arte y la religión.
4. *El poder. El Estado medieval.* Función del rey, debilidad de la estructura feudal y el Derecho.
5. *La cultura.* Los libros, la literatura y el arte.

La metodología para el uso didáctico de las imágenes en el desarrollo de los contenidos de los apartados que se han señalado expone el desarrollo del programa iconográfico.

#### *5.3.2.3. Conservación y Recuperación del Patrimonio Cultural*

Ésta es una materia optativa que en nuestro instituto se imparte para el alumnado de 3.º y de 4.º de ESO. El programa incluye un apartado sobre el patrimonio artístico de carácter religioso. Dentro de este apartado, que se procura vincular con el entorno, se estudia la riqueza y la problemática de las pinturas murales en nuestra región, así como las propuestas para su recuperación y conservación. El estudio se inicia con la explicación de las técnicas pictóricas murales y continúa con la localización y la descripción de las que existen en la región. Posteriormente se citan las patologías y los peligros que amenazan la conservación de los conjuntos murales. Por último, se señalan las soluciones que se han propuesto y se procede a las críticas de las mismas.

En nuestra aula se han plasmado pinturas cuyos originales han corrido suertes diversas:

- San Isidoro (León): bien conservadas in situ.
- Taull (Lleida): arrancadas hace más de ocho décadas de su emplazamiento original, salvadas in extremis de la exportación y expuestas en museo.

- San Fructuoso de Bierge (Huesca): arrancadas de su emplazamiento original y expuestas en el Museo Diocesano de Huesca.
- Virgen del Monte, en Liesa (Huesca): conservadas en la ermita donde se pintaron, dañadas por la humedad y restauradas in situ.
- Sijena (Huesca): dañadas por un incendio intencionado y trasladadas a un museo.

Los ejemplos citados permiten exponer la amplia casuística que afecta a los conjuntos murales medievales y abrir un debate acerca de las soluciones.

El desarrollo de esta unidad didáctica en la materia que tratamos está llevándose a cabo mientras se redacta la presente memoria. Los alumnos han confeccionado un mapa donde localizan los originales de las pinturas murales —y de las pinturas sobre tabla— cuyas copias decoran ya los muros del aula. De cada una de las obras redactan una descripción somera en la que se señalan también los avatares sufridos por la pintura y se detallan, si se conocen, sus patologías. Se especifica si se conservan en el lugar donde se pintaron o si han sido trasladadas, si fueron vendidas, si han sido restauradas y, en general, cualquier dato que afecte a su estado y a lo referente a su conservación.

A partir de la localización y de las fichas descriptivas —ya realizadas— redactarán un informe general sobre los problemas de la conservación y de la recuperación de las pinturas medievales.

#### 5.3.2.4. *Uso transversal: metodología de una lectura global*

Las imágenes están ahí: las hemos copiado de los muros de las iglesias, de los frontales de los altares, de las miniaturas de los manuscritos medievales o de las portadas y los claustros de los templos. En su estudio se pueden considerar distintos puntos de vista, como la epistemología de las Ciencias Sociales separa y diferencia los objetos y los métodos de las diversas disciplinas, pero seguramente resulta más útil, y más atractiva, una lectura integral que tenga en cuenta estas distintas visiones.

Tanto con los alumnos de ESO como con los de Bachillerato esta lectura es posible, aunque se realice con distinto nivel de

profundidad y de exigencia. Cuando en Ciencias Sociales de 2.º de ESO se emplean las imágenes como un texto principalmente narrativo para describir la sociedad y la vida en la Edad Media, es también útil ofrecer ciertas nociones de Historia del Arte y de Historia de las religiones, como resulta imprescindible hablar de la pervivencia del pensamiento mítico y parece interesante tratar de la suerte que el patrimonio pictórico ha corrido desde que se plasmó en los muros de los viejos templos o en los pergaminos medievales hasta nuestros días.

Del mismo modo, cuando con el alumnado de 3.º y de 4.º de ESO se estudian las pinturas fijando la atención, sobre todo, en la problemática de la conservación y de la recuperación de este patrimonio, no pueden omitirse las explicaciones acerca del significado de los murales y de los manuscritos en la sociedad que los creó y en nuestro mundo actual. Así, en cada materia primará un punto de vista, pero sin olvidar los otros; de modo que la lectura de la imagen tienda siempre a ofrecer una visión global lo más rica y completa posible.

### **5.3.3. Apartado 3: El alumbrado del Aula 28**

#### *5.3.3.1. Introducción*

Desde la concepción del proyecto del Aula 28 se deseó que tuviese un carácter interdisciplinar, y se pensó en la iluminación como un aspecto que podría ser desarrollado por los alumnos que cursan los ciclos formativos de electricidad.

La luminotecnia representa una parte importante de los contenidos, y la idea del Aula 28 suponía la ocasión perfecta de plasmar en la práctica todos los aspectos teóricos vistos con los alumnos.

Además, para ellos representaba un incentivo el traducir en algo tangible un estudio que en principio se vislumbraba, como mínimo, complicado.

El proyecto se planteó con ciertos condicionantes. Debía cumplir dos objetivos básicos: iluminar, por un lado, correctamente las pinturas murales y, por otro, el plano de trabajo que coincidía con las mesas del aula. Pero, además, la situación de los proyectores no debía interferir la percepción visual de las pinturas.

### 5.3.3.2. *Objetivos*

La experiencia es muy enriquecedora si se analiza todo el proceso que es seguido por el alumno, desde la realización del croquis para tener un conocimiento exacto de la geometría del aula hasta la ejecución real de la instalación.

En el transcurso de este proceso el alumno aprende a:

- realizar croquis y obtener vistas;
- reflexionar sobre los conceptos luminotécnicos básicos que todo profesional debe tener en cuenta;
- consultar catálogos y elegir el material más adecuado;
- simular los efectos con herramientas informáticas;
- adquirir una visión global del proceso muy positiva, desde la que contemplar, con perspectiva, la organización del trabajo.

### 5.3.3.3. *Metodología*

Tras el planteamiento inicial y conocer la geometría del aula, era importante pensar en ciertos conceptos antes de abordar el tema que a continuación exponemos.

Si afirmamos que la luz es color, en verdad no nos equivocamos, ya que la luz está formada por un conjunto de radiaciones monocromáticas. El ejemplo más ilustrativo lo encontramos en la formación del arco iris debido a la descomposición, por refracción, de la luz al atravesar las gotas de agua que se hallan suspendidas en el medio ambiente.

Estas radiaciones, al incidir sobre un cuerpo opaco, pueden ser absorbidas o reflejadas, y es precisamente la reflexión de éstas la que nos proporciona la sensación de los colores.

Si vemos un objeto *rojo* es debido a que la componente reflejada es la roja, mientras que el resto son absorbidas por el cuerpo.

Esto nos lleva a pensar que todos los cuerpos que vemos, en mayor o menor grado, reflejan radiaciones y, lo que es de mayor importancia sobre todo para el técnico en iluminación, *que el color no es una propiedad intrínseca de los cuerpos, sino que está en la luz.*

Este descubrimiento es relevante para el buen iluminador, que utilizará un tipo de luz u otro para modificar los valores cromáticos del motivo a iluminar.

La luz solar, definida como patrón, tiene una calidad que no alcanzan a tener las artificiales. En ocasiones éstas tienen espectros discontinuos, en otras predominan radiaciones de un determinado matiz, y en algunas se dan las dos circunstancias, con lo que la sensación de colores es falsa, pero el profesional puede llegar a aprovechar este hecho para enfatizar una gama de tonos o producir curiosos efectos.

En relación con lo anterior hay dos conceptos importantes: la temperatura de color y el índice de reproducción cromática (IRC) o rendimiento de color.

Todos sabemos reconocer la calidez o frialdad de una luz y solemos asociar lo cálido a colores amarillentos, rojizos y anaranjados en oposición a los fríos, representados por los azules, verdes y violáceos. Precisamente esto nos sirve para distinguir los distintos tonos de luz blanca, y hablaremos de una luz de 2.800°K-3.000°K como una luz cálida que guarda una correspondencia con la luz amarillo-rojiza que emitiría un cuerpo negro calentado a esa temperatura. A la temperatura de 8.000-10.000°K el tono de la luz emitida por el cuerpo sería más bien azulada, y adquiere dentro del argot luminotécnico el calificativo de luz fría.

La temperatura de color de una fuente de luz debe ser un punto importante que se ha de valorar para resaltar unos colores u otros. Los valores cromáticos en los que predominen los ocres, carmines, almagres... deberían ser iluminados con temperaturas alrededor de los 3.000°K. Los tonos azulados, verdes y violáceos, con temperaturas entre 6.000°K y 8.000°K, y en los casos donde existan escenas policromáticas, la temperatura aconsejada debería encontrarse alrededor de los 4.000°K.

Otra cuestión que tenemos que destacar es el grado de la fidelidad con que una lámpara es capaz de reproducir los colores en comparación con la luz patrón del sol, que, como dijimos, es la luz de mejor calidad que podemos hallar. Esta capacidad se denomina *índice de reproducción cromática* (IRC) y se mide en tanto por cien, de modo que alcanza su valor máximo (cercano al cien por cien) en las lámparas incandescentes y su valor mínimo en las lámparas de vapor de sodio a baja presión con un valor nulo.

Hasta aquí hemos hablado de conceptos relativos al emisor o fuente de luz, pero no hemos hecho alusión a un punto que determina la calidad de la luz: el ojo humano.

Obviamente la sensación de la luz que percibimos se ve influenciada por el modo en el que el ojo capta dicha luz, siendo éste un aspecto que no podemos olvidar.

Los aspectos de mayor peso en relación con el observador a la hora de iluminar correctamente un motivo concreto son: la luminancia y la iluminancia.

Son tan importantes que una consideración despreocupada puede tener consecuencias terribles.

Imaginemos que iluminamos una superficie con un foco. Éste produce una cantidad de luz o flujo luminoso de la que parte incide sobre ella. A esta cantidad de luz que alcanza la superficie es a lo que llamamos *iluminancia*, y es importante comprender que es independiente de la naturaleza que tenga la superficie.

Por otra parte, la sensación de luz que llega a nuestros ojos es lo que denominamos *luminancia*, y como sabemos, ésta sí depende de las propiedades de la superficie. Si esta última tiene un carácter especular la luminancia será muy alta, pero si es rugosa su valor disminuirá bastante.

Del mismo modo el color también influye, ya que el índice de reflexión es distinto de unos colores a otros y, en consecuencia, la cantidad de luz que reflejan también lo es. Así, el blanco refleja casi toda la luz, y los valores de luminancia, en este caso, son los más altos; en cambio, para iluminar de igual modo una estancia con colores oscuros, necesitaríamos mucha más potencia lumínica por la escasa reflexión que tendríamos.

La luminancia vendría a ser como una medida del brillo, y en los casos en los que adquiere una sensación molesta hablamos de deslumbramientos, que pueden proceder de observar directamente los proyectores o indirectamente a través del reflejo en una superficie. Estos efectos deben paliarse en la medida que sea posible mediante difusores, dirigiendo los haces luminosos en direcciones que no coincidan con las visuales de los observadores, disminuyendo la potencia de las lámparas o iluminando desde mayores distancias.

Por último, añadir en relación con la iluminación de las mesas de los alumnos que los objetivos que se persiguen en estos tipos

de iluminación son, primordialmente, conferir un nivel de iluminación correcto con el tipo de actividad que se va a desarrollar, que en este caso es el estudio, y por otro, obtener una uniformidad lo más alta posible con el fin de disminuir contrastes y fatiga visual.

#### 5.3.3.4. *Aplicación al Aula 28*

De acuerdo con los colores del aula, la temperatura de color de las lámparas debe resaltar los tonos cálidos predominantes o la variedad cromática de azules presentes en el Pantocrátor (figura 5.2); de rojos, en las escenas de la Virgen de Aviá (figura 5.5); de ocres, sienas y tierras del claustro de San Juan de La Peña (figura 5.3), o los verdes, de las escenas de las diferentes clases estamentales del medievo (figura 5.1). La decisión más correcta es elegir una temperatura de color de unos 4.000°K que potencie toda la riqueza cromática del aula.

FIGURA 5.5: Representación de la Anunciación y la Visitación (Frontal de Aviá)



Tras meditar sobre la temperatura de color, el siguiente paso consiste en, a partir de los índices de reflexión de las paredes, suelo y techo y de los valores de iluminancia recomendados (unos 250-300 lux), calcular la potencia lumínica a instalar para obtener una visión óptima.

La parte más delicada fue la referida a la orientación de los proyectores con la intención de evitar luminancias molestas y obtener los efectos buscados. Se tuvieron que realizar ensayos in situ con proyectores tras meditar el problema y simular con el ordenador las coordenadas de enfoque elegidas.

Para concluir la iluminación decorativa, la inclusión de reguladores de intensidad luminosa permite la creación de distintos ambientes y efectos variables a voluntad del espectador.

En la parte de la iluminación relacionada con el plano de trabajo las dificultades eran mayores, ya que cualquier elemento suspendido entorpecía la visión, siendo el único modo que garantizaba una alta uniformidad luminosa.

Se opta por elegir unos focos que bañen grandes superficies y que desde puntos ya estudiados dirijan la luz hacia las zonas de trabajo.

Al margen de las consideraciones puramente luminotécnicas, otra dificultad añadida era cómo acometer la alimentación de los distintos receptores sin dañar las pinturas, ya que en centros de enseñanza públicos los tubos que canalizan los conductores no pueden ir empotrados y visualmente dañarían el ambiente creado. Se colocaron regletas camufladas en las esquinas que ofrecía el aula.

## **5.4. Fechas y periodos de realización**

La experiencia comenzó al iniciarse el curso 1997-1998.

Para exponer el desarrollo de la experiencia, puede resultar útil seguir un eje cronológico. Habiéndose dilatado la realización a lo largo de tres cursos escolares completos, dividiremos la exposición en tres partes, correspondiendo, cada una, a un curso escolar.

### **5.4.1. Curso 1997-1998**

#### *5.4.1.1. Primer trimestre*

En los primeros días de octubre de 1997 se tomó la decisión de pintar el aula número 28. Con los objetivos ya expuestos se ini-

ciaron las tareas. En primer lugar, se buscaron fuentes bibliográficas que pudieran ofrecer repertorios iconográficos. La bibliografía reunida ha sido muy amplia. Además de libros, se han buscado colecciones de diapositivas, postales y carteles.

Partiendo de los programas iconográficos generales diseñados previamente, se decidió comenzar por el muro septentrional en su mitad occidental, que es la más alta (figura 5.1).

Como estaba previsto, el muro se dividió en pisos (figura 5.6). En el inferior, que forma un zócalo similar al banco y al soto-banco de los retablos, se situó el infierno. Para representarlo se eligió una imagen procedente del frontal de Soriguerola, que se encuentra en el Museo Nacional de Cataluña. Para adaptar la imagen a las proporciones del muro se hizo necesario añadir llamas en los costados de la escena principal. Pero la realización de esta escena se demoró algún tiempo.

FIGURA 5.6: Muro dividido en pisos



Tras dividir el muro en otros cuatro pisos, que se alzaban sobre el zócalo para representar los estamentos de la sociedad medieval, se decidió comenzar por el piso del clero.

Bajo el clero se representó una imagen campesina. En este piso, unificadas en una sola calle, se sitúan tres escenas tomadas de un manuscrito alemán del siglo XIII, que muestran el trabajo de un grupo de mujeres que recogen la mies.

Después se acometió el tercer piso, que corresponde a los guerreros. La escena de la calle central, representando la carga de la caballería en una batalla, se tomó de la miniatura de una Biblia del siglo XIII procedente del monasterio de Yuso, en San Millán de la Cogolla. Los guerreros de las calles laterales proceden de la techumbre de la catedral de Teruel.

En el piso superior, coronando los estamentos y bajo la clave del arco pintado, se colocó la imagen del rey, tomada de la miniatura de un manuscrito alemán del siglo XII.

Una vez concluidas las escenas de los pisos, se inició la orla del arco, en grisalla. Constituyó una tarea costosísima. Las orlas de Sijena son las más complejas de cuantas aparecen en la decoración mural románica.

En los primeros tres meses se había cubierto una superficie de unos 18 m<sup>2</sup>. La participación fue amplia: pintaron alumnos de varios cursos —sobre todo de 1.º y de 2.º de Bachillerato— que acudieron en horas libres durante la jornada escolar y, en algunas ocasiones, durante la tarde. Pintaron también varios profesores y profesoras. La novedad atrajo colaboraciones que luego, cuando las tareas se hicieron más monótonas, ya no se repitieron.

#### 5.4.1.2. Segundo trimestre

Se inició con el acabado de la grisalla del arco apuntado y con las pinturas de Adán y Eva en las enjutas (figura 5.6). Con ellas se concluyó la parte occidental del muro septentrional y se pasó a la parte oriental.

Se trazó en ella un arco rampante para enmarcar el zócalo y los dos pisos. En el zócalo se comenzaron a pintar las escenas del alma transportada por ángeles y del peso de las almas. Las escenas tienen el siguiente origen (figura 5.1):

Sobre el zócalo, y en una sola calle, se situó la escena de los pastores procedente de San Isidoro de León. Se compuso con las imágenes del pastor que da leche a un perro y la del pastor que toca un instrumento musical. Entre ambos, y como eje de simetría, se puso la imagen de la lucha de los dos machos cabríos.

La escena se completó con los cerdos que comen bellotas.

Toda esta parte del muro debía dedicarse a la vida rural, así que, sobre los pastores se situaron, en tres calles, escenas de caza. Las elegidas proceden del libro de derecho aragonés titulado *In Excelsis Dei Thesauris*.

En las enjutas —y en grisalla, como siempre que proceden de Sijena— se pintaron dos escenas: en una aparecen Eva hilando, con Caín y Abel, niños, junto a ella, y una fiera que parece un leopardo; en la otra hay un centauro, con lanza y con escudo, que ataca a un pájaro fantástico.

También en el segundo trimestre se pintó la escena del infierno ya citada al hablar del zócalo de la parte occidental del muro.

#### 5.4.1.3. Tercer trimestre

En este trimestre se realizaron las pinturas de la parte más alta de la techumbre, la que corresponde al Pantocrátor, a los tetramorfos y a los doce apóstoles.

La tarea presentó algunas dificultades, porque se trabajaba en la parte superior del andamio con posturas muy incómodas. Por otro lado, la repetición de figuras de apóstoles, casi idénticas, se hizo monótona.

La composición de la escena se llevó a cabo con figuras de la siguiente procedencia:

- *Pantocrátor*, representación del Salvador sentado: Iglesia de San Climent de Taull (Lleida), actualmente en el Museo Nacional de Cataluña (figura 5.2).
- *Los cuatro evangelistas*: Baldaquino de la iglesia de Tost (Lleida), actualmente en el Museo Nacional de Cataluña.
- *Los apóstoles*: frontal de la capilla de Esquius (Barcelona), actualmente en el Museo Nacional de Cataluña.

- *Orla* que cierra el conjunto: es la que enmarca una ventana absidial de la iglesia de Sant Pere, contigua al claustro de la catedral de Seu de Urgell (Lleida); actualmente en el Museo Nacional de Cataluña.

Al comenzar junio, la escena del Salvador, flanqueado por el colegio apostólico, estaba concluida. Se desmontó el andamio y se comenzó a diseñar la parte inferior del techo. Se trataba de la que había de tener mayor protagonismo, tanto por su superficie (casi 30 m<sup>2</sup> en una sola composición) como por ser la primera que aparecía a la vista de quien penetra en el aula. Disponíamos de un primer boceto que situaba en esa parte de la techumbre un complejo conjunto de escenas de las vidas de San Juan Bautista y de San Vicente mártir. En principio, no queríamos colocar allí la imagen de la Virgen María, porque reservábamos para ella un espacio jerárquicamente más importante: el situado en la techumbre frente al Pantocrátor, a la misma altura que éste. Pero ese espacio era mucho más pequeño y, aunque situado a mayor altura, se veía menos que el que pensábamos dedicar a los dos santos martirizados.

De la Virgen María nos atraía, sobre todo, su representación en el frontal de Aviá, donde su imagen sedente, con el niño en las rodillas, aparece flanqueada por las cuatro escenas clásicas de la Anunciación y la Visitación, el Nacimiento, la Adoración de los Reyes y la Presentación (figura 5.5).

A lo largo del mes de junio se dibujó la figura principal, que presentó dificultades: al ser tan grande y resultar escasa la distancia del techo al suelo, no pudo proyectarse y tuvo que dibujarse sobre una amplia cuadrícula que permitió reproducir fielmente el modelo original.

Previendo que la realización de la extensa escena sería larga y compleja, se decidió construir una gran plataforma para trabajar sobre ella en lugar de hacerlo sobre los habituales andamios. La plataforma se construyó disponiendo sobre las estructuras de los andamiajes un extenso tablero proporcionado por el ayuntamiento de la ciudad. Esta plataforma habría de permanecer allí a lo largo de un curso entero. Los alumnos que habían soportado la incomodidad de la presencia de los andamios tendrían que convivir con una estructura que devoraba casi la mitad del aula.

Al acabar el curso se habían dibujado ya las figuras de todas las escenas, pero sólo algunos rostros estaban coloreados.

A lo largo del tercer trimestre se apreció cierto retraimiento en la colaboración de los alumnos: aquello comenzaba a parecerles ya demasiado largo.

#### **5.4.2. Curso 1998-1999**

A lo largo del curso 1998-1999 se pintó la parte más baja del techo, la ocupada por las pinturas copiadas del frontal de Aviá. Aunque se realizaron otras tareas, las escenas de Aviá consumieron los esfuerzos de casi todo el año.

##### *5.4.2.1. Primer trimestre*

En el curso anterior los horarios de las tareas de pintura habían sido muy prolongados: se había trabajado con notable intensidad. Los profesores —y ocasionalmente algunos alumnos— acudían dos tardes cada semana desde las 3.30 h hasta las 8 o las 9 de la noche. Durante las mañanas se aprovechaba cualquier hora libre para pintar. Al comenzar el curso 1998-1999 esta dedicación pareció excesiva y se acordó dedicar semanalmente a la pintura sólo una tarde.

A lo largo del primer trimestre se fue avanzando en las escenas del frontal de Aviá que se copiaban —muy ampliadas— en la techumbre. Al acabar el trimestre todavía no se habían concluido. Para las vísperas de las vacaciones navideñas se propusieron unas jornadas intensivas con la participación de todos los alumnos de 1.º y 2.º de Bachillerato, que iban a dedicarse a la pintura durante tres mañanas enteras. La preparación de la tarea fue muy meticulosa. Se decidió dar un impulso importante a las grandes orlas que habían de cubrir los pilares y la jácena central, así como a las que tenían que flanquear las escenas de Aviá que se estaban pintando. Se dispusieron todos los materiales necesarios para que pudiera trabajar un grupo numeroso y se prepararon varias plantillas para el trazado de las orlas. El balance de las intensas jornadas prenavideñas fue bueno: al comenzar las vacaciones las grandes y laboriosas orlas estaban muy avanzadas.

#### 5.4.2.2. Segundo trimestre

En el segundo trimestre se siguió trabajando sobre la plataforma montada bajo la parte inferior de la techumbre. Como en el trimestre anterior, las escenas copiadas del frontal de Avía continuaron monopolizando las tareas de esta etapa. Los trabajos del acabado del fondo de la escena principal y de las anchas orlas parecían interminables (figuras 5.7a, 5.7b, 5.7c).

Finalmente, cuando el trimestre concluía, se dieron por terminadas las escenas tomadas del frontal de Avía. En los días previos a las vacaciones de Semana Santa se organizaron unas nuevas jornadas intensivas de pintura, con participación de los mismos alumnos que colaboraron en las vísperas de Navidad. La amplia participación permitió, además de concluir las escenas de la Virgen, iniciar el programa iconográfico del primer proyecto del muro meridional. Se comenzó por el zócalo, con la escena de una danza dirigida por diablos, en la que bailaban varias parejas de amantes.

#### 5.4.2.3. Tercer trimestre

El nuevo trimestre comenzó con el desmantelamiento de la plataforma que llevaba casi un año ocupando la mitad del aula. Al desmontarla pudimos contemplar por primera vez sin fronteras visuales las escenas del frontal de la Virgen.

FIGURA 5.7a: Trabajos de acabado de una escena principal (fondos, orlas...)



FIGURA 5.7b: Trabajos de acabado de una escena principal (fondos, orlas...)



Después se inició la pintura de la parte baja del muro occidental, que es el que ocupa la cabecera del aula. Se decidió no pintar aquí escenas figurativas, eligiéndose para la decoración un fondo geométrico que aparece con frecuencia en las miniaturas medievales y que también se utiliza en el aula como fondo del friso dedicado a los temas del amor.

Este friso, formado por cinco escenas tomadas de las miniaturas de varios manuscritos del siglo XIII, se sitúa también en el muro occidental, sobre el fondo geométrico antes citado, pero en otro plano. Se comenzó a pintar también en el último trimestre del curso 1998-1999.

#### 5.4.3. Curso 1999-2000

En este curso el desarrollo de las pinturas, ya en su etapa final, cambió de rumbo. La fatiga que se hizo notar al acabar el curso

FIGURA 5.7c: Trabajos de acabado de una escena principal (fondos, orlas...)



anterior no se dispó a lo largo del verano. Al comenzar el nuevo curso el cansancio prevalecía sobre el deseo de acabar el programa propuesto. Si no se cambiaba el programa iconográfico, no parecía haber ánimos para continuar.

#### 5.4.3.1. Primer trimestre

El primer mes del curso 1999-2000 no se trabajó en el Aula 28. Los profesores que habíamos participado en la experiencia desde el comienzo no acabábamos de encontrar el momento de retomar las tareas: parecían fallar las fuerzas a la hora de comenzar de nuevo a pintar el muro meridional, tan grande como el septentrional y con un programa iconográfico parecido. Nos imaginábamos pintando, de nuevo, amplias orlas de arcos y enjutas con escenas de grisallas, calles de escenas coloristas flanqueadas por decoración geométrica, fondos de tonos chillones...; no nos resultaba atractivo, ya no era novedoso, parecía monótono.

Entonces optamos por cambiar todo en el muro que nos intimidaba con su enorme superficie blanca. Decidimos pintar arquitectura medieval: la portada de una iglesia y un claustro románico (figuras 5.4 y 5.3 respectivamente).

Cuando acordamos pintar arquitectura, pensamos en este tema como un fondo: cubriríamos todo el muro con corcho, pintaríamos sobre él una portada románica y un claustro y, una vez pintados, colgaríamos en el corcho nuestras exposiciones.

En primer lugar cubrimos el muro con planchas de corcho: fue una tarea incómoda y tediosa. Luego, comenzamos a dibujar bocetos. En cuanto empezamos a imaginarnos la obra viendo los bocetos, el papel que reservábamos para aquel muro comenzó a perder su carácter secundario. Cuando la pared estuvo cubierta de corcho comenzamos a pintar con un entusiasmo nuevo.

Para la pared occidental del muro, que es la más alta, diseñamos el dibujo de una portada románica ideal que compusimos con elementos de diferentes orígenes (figura 5.4). Se trataba de una puerta abierta bajo cuatro arquivoltas. Coronando las columnas laterales dispusimos ocho capiteles, con decoración procedente de los relieves del claustro de Santa María la Real, de Nieva (Segovia). Los de la parte derecha describen la caza del oso y el regreso del cazador con la fiera capturada cargada en un asno. Los de la izquierda presentan a una mujer que va al mercado con una cabra, a un hombre que siega y a otro que poda una vid. En el tímpano decidimos pintar la escena de la Adoración de los Magos que se encuentra en la ermita de Santiago de Agüero (Huesca). Para la carpintería de las hojas que cierran la puerta tomamos elementos de la puerta de la iglesia de Javierrelatre (Huesca); de allí proceden los clavos que hemos pintado.

Cansados de rojos y de azules decidimos cubrir este muro casi sólo con tonalidades de ocre.

Comenzamos a pintar en el mes de noviembre, y en las primeras jornadas participaron los nuevos alumnos de la asignatura optativa de Conservación y Recuperación de Patrimonio Cultural, guiados por el equipo de profesores que conducían la experiencia desde sus inicios.

La tarea avanzó con notable rapidez, de modo que al acabar el trimestre, y tras unas nuevas jornadas intensivas en las vísperas de Navidad, la portada quedó concluida.

#### 5.4.3.2. *Segundo trimestre*

En esta etapa se decidió pintar la parte oriental del muro meridional, donde habíamos pensado situar los arcos del claustro de San Juan de la Peña. Aquí pasó algo parecido a lo que sucedió con la portada románica: comenzó con poca ambición y, conforme avanzó la obra, fue ganando en interés para nosotros y se fueron puliendo los detalles para lograr la mayor perfección posible.

La primera tarea que el propósito requirió fue la de viajar al monasterio para tomar las medidas exactas de los arcos que pensábamos copiar. También hicimos numerosas fotografías de los capiteles que queríamos reproducir. Como nuestra intención era la de pintar sólo con tonalidades de un mismo color, creímos oportuno trabajar con fotografías en blanco y negro: de ese modo, en las imágenes que nos servirían de modelo no habría color alguno que nos distrajera, sólo luces y sombras.

Después de trazar los arcos y las columnas comenzó el dibujo de los relieves de los capiteles. Aquí se alteró algo el original: aunque los capiteles pintados proceden del claustro que se reproduce, su posición en el mismo no es la que se muestra en el conjunto pintado en el aula.

A mediados del trimestre la pintura del claustro estaba concluida. Entonces decidimos volver al color y al techo para pintar las escenas de la vida de San Vicente, que ya estaban dibujadas desde las vísperas de Navidad. Los dibujos se realizaron en una de esas campañas intensivas de los días que preceden a las vacaciones. Fueron los alumnos del 2.º curso de Bachillerato tecnológico quienes dibujaron las escenas del martirio del santo aragonés, copiando las doce que figuran en un frontal de altar que, procedente de la iglesia parroquial de Liesa, se exhibe en la Diputación Provincial de Huesca.

### 5.5. Evaluación

La evaluación del desarrollo y de los resultados de una experiencia que está siendo tan larga y tan compleja resulta difícil. Quizá convenga, para evaluar, volver a revisar los objetivos planteados al comenzar, examinando si se han alcanzado.

Los objetivos de índole práctica se centraban en la realización de unas pinturas que cubrieran los muros y la techumbre del Aula 28, siguiendo un programa iconográfico coherente. Este objetivo está logrado.

El programa iconográfico plasmado en los muros responde a los criterios con los que se planteó la experiencia:

- ofrecer imágenes que sirven para explicar la sociedad, la vida diaria, la economía y las creencias de las sociedades medievales europeas;
- brindar imágenes que ayudan a explicar la arquitectura medieval;
- permitir adentrarse, a través de las imágenes, en el estudio del lenguaje simbólico y de las mentalidades propias de sociedades donde el pensamiento mítico ocupaba un lugar destacado;
- ofrecer figuras y escenas útiles para el estudio de las pinturas murales medievales.

Otro grupo de objetivos de carácter práctico englobaba todo lo relacionado con la iluminación del conjunto pictórico. En este terreno, los resultados caminan con un paso algo más reposado: se ha redactado el proyecto eléctrico y han comenzado las tareas para montar la instalación que ha de alumbrar los conjuntos murales. Quizá estén concluidos estos trabajos cuando acabe el presente curso. En todo caso, para finales de octubre la iluminación del aula lucirá con toda seguridad.

En la metodología algunos de los pasos dados parecen correctos: los proyectos se han debatido y el resultado final ha obedecido a las ideas puestas en común por todos los participantes.

Pero la participación del alumnado, evaluada críticamente, muestra ciertas deficiencias:

*Irregularidad:* Los alumnos no han colaborado siguiendo un calendario previamente establecido que regularizara su participación. Sólo se planificó con detalle la intervención del alumnado en las jornadas previas a las vacaciones de Navidad y Semana Santa de los tres cursos que lleva en marcha la experiencia. También se organizó a lo largo de un trimestre el trabajo regular de los alumnos de 4.º de ESO durante sus horas de Educación Plástica, a la vez que, en diversas etapas, quedó organizada la colaboración de los alumnos y alumnas que cursan la asignatura optativa de Conservación y Recuperación del Patrimonio Cultural. Pero esta organización ha resultado insuficiente, porque no ha afectado a todos los alumnos que han participado y, además, no ha establecido con rigor una tarea para cada alumno dotada de una continuidad que implique responsabilidad. Se ha intentado en numerosas ocasiones adjudicar a cada alumno una escena y seguir la realización de la misma hasta su conclusión, pero los resultados suelen ser decepcionantes: sólo en pocos casos se ha logrado que la tarea se acabe con éxito.

Quizá ha faltado una planificación rigurosa con objetivos bien precisados y etapas claramente delimitadas: pero no es seguro, ni siquiera probable, que hubieran variado los resultados de haber existido esa planificación.

En general, apreciamos que el objetivo de concluir el trabajo, propuesto desde el principio, ha primado sobre cualquier otra cuestión.

*Escasa implicación en la preparación del proyecto:* Los debates acerca de los programas iconográficos y del desarrollo de los mismos sobre los muros se han desarrollado siempre en el seno del grupo de profesores que desde el comienzo han conducido la experiencia. Los alumnos han aportado ideas, han opinado y han hecho propuestas, pero esta participación en la planificación ha sido esporádica y espontánea. No se han arbitrado los cauces necesarios de participación —horarios, reuniones, recogida de propuestas y debates— para que ésta se lleve a cabo de manera regular.

*Necesidad de plasmar por escrito los resultados del aprendizaje:* En el uso didáctico de las escenas ya pintadas se ha trabajado poco. Mientras se han llevado a cabo las tareas de realización del con-

junto mural, este trabajo ha absorbido los esfuerzos de los implicados en la experiencia. Las explicaciones del significado de las pinturas y todo el uso didáctico que puede hacerse de las mismas han quedado algo relegados. Se han tenido en cuenta estos objetivos y, en todo momento, se ha ido explicando a los alumnos lo que se iba plasmando en los muros. También se han trabajado ya en clase algunos de los objetivos que en las materias de Historia, Historia del Arte y Conservación y Recuperación del Patrimonio Cultural se habían planteado en el plano teórico, pero el desarrollo pleno de estos objetivos constituye una segunda fase del uso didáctico de las pinturas. En esta fase posterior, con la obra ya realizada, es imprescindible la elaboración de un cuaderno de trabajo o de unas fichas donde queden plasmadas las tareas de aprendizaje, vinculadas a la interpretación del programa iconográfico, que el alumnado ha de llevar a cabo. Estas fichas han de partir de los objetivos propuestos en el apartado 2 del programa inicial y han de vincularse a las sugerencias que se han ido exponiendo al narrar el desarrollo de la plasmación en los muros del programa iconográfico.

Pero frente a estas críticas que resaltan las deficiencias observadas, en la evaluación destacan los aspectos positivos:

*El tiempo y el arte:* Con frecuencia el alumno, colocado ante una obra de arte (una pintura mural, un cuadro, etc.) no consigue imaginar el trabajo que ha costado realizarla. El seguimiento del proceso de pintura del Aula 28 y la participación en el mismo han permitido a los alumnos valorar el trabajo realizado por los pintores que cubrieron con sus obras los muros y las bóvedas de las iglesias.

*¿Cómo se proyecta una obra?:* la pintura mural, antes de comenzar a plasmar imágenes en la pared, requiere la elaboración minuciosa de un proyecto. Los pasos necesarios para componer ese proyecto —fuentes iconográficas, planos del local, ideas iniciales, búsqueda de imágenes, primeros bocetos, proyecto definitivo— han sido compartidos por los profesores y los alumnos. Con la instalación eléctrica ha sucedido lo mismo: planos, definición de objetivos, consultas a proveedores, ensayos, redacción del proyecto..., todo se ha debatido con los alumnos que se hacen cargo de la instalación.

De este modo, los alumnos han participado en la formulación del proyecto y más tarde han visto su desarrollo y han colaborado en el mismo. Al desarrollarlo han comprobado la utilidad y los puntos débiles del proyecto. Han visto cómo es una guía que debe seguirse, pero también, en ocasiones modificarse.

*El respeto a la obra:* Algunas personas ajenas al instituto, e incluso algunos miembros de la comunidad educativa que no han participado en la experiencia, manifiestan sus temores acerca del tratamiento que los alumnos darán a las pinturas: «¿y no las estropearán?, ¿no harán rayas?, ¿no escribirán tonterías sobre las figuras?» Nada de todo eso ha sucedido hasta el momento. El haber participado en la realización o —simplemente— haber observado el laborioso proceso seguido para lograr las imágenes parece que ha actuado como una lección de civismo que no debe aplicarse sólo a las pinturas murales sino a todo el entorno: deja de parecer atractivo el vandalismo o la destrucción de las obras del entorno cuando se conoce lo que cuesta realizarlas.

#### **5.5.1. Educación en valores. Objetivos transversales**

He aquí lo más difícil de evaluar, he aquí —quizá— lo más importante: aquello que los alumnos y los profesores, sin llegar a explicarlo nunca a lo largo de la experiencia, hemos ido aprendiendo acerca de los valores y de las actitudes. Es lo más sutil: lo mejor.

*La obra larga:* La realización de las pinturas ha ocupado tres años; un tiempo largo si se compara con el que suelen requerir las tareas escolares. Acostumbrados a medir las etapas de las actividades docentes por semanas, por trimestres o por cursos, algo que se prolonga a lo largo de tres cursos parece escapar a los ritmos y a los periodos habituales en la enseñanza. Esta larga duración nos ha hecho reflexionar y aprender a todos. Algunos de los alumnos que pintaron cuando las pinturas estaban iniciándose han abandonado ya el instituto porque han concluido aquí sus estudios. Otros han visto transcurrir ciclos escolares completos —el superior de la ESO o el Bachillerato— mientras las pinturas avanzaban. Han llegado al centro profesores nuevos que se han incorporado a la experiencia, mientras que han dejado el instituto algunos colaboradores de años anteriores. Los alumnos y los

profesores que se han ido siguen interesándose por la marcha del proyecto: vienen a ver el aula o preguntan: «¿cómo van las pinturas?, ¿ya están terminadas?» Al explicar en qué punto está la obra comparamos lo que se ha hecho con lo que se había previsto hacer: comprobamos cómo el proyecto inicial se ha ido modificando al llevarse a la práctica. Hablar con aquellos que colaboraron y que vuelven para ver cómo avanza la tarea es un buen ejercicio de evaluación: permite contrastar los puntos de vista de quienes participaron y ven ahora la obra desde la distancia, con los de aquellos que han seguido ocupándose de las pinturas hasta su conclusión.

*La novedad:* Ahora nos parece más novedoso a todos lo que hemos hecho. El paso del tiempo, en lugar de habituarnos a la contemplación de los muros pintados y a la integración de los mismos en los paisajes cotidianos, nos muestra la obra como algo inhabitual. Los que se han ido a otro instituto o a la universidad, y los que han escuchado a los profesores y a los alumnos de otros centros y de otras ciudades que han venido a nuestro instituto y han visto el Aula 28, van asumiendo la idea de que la obra realizada es, en muchos aspectos, excepcional. Este carácter excepcional constituye el punto de partida para numerosas reflexiones interesantes.

*La audacia del proyecto:* El trabajo de pintar con minuciosidad más de 150 m<sup>2</sup> de muro, sabiendo que la tarea va a requerir cientos, quizá miles, de horas de dedicación, exige audacia. La audacia implica decisión para asumir riesgos. La línea que separa la audacia de la temeridad imprudente no siempre resulta precisa: si lo fuera el riesgo desaparecería. Pero audacia no equivale a inconsciencia o a ausencia de temores: ¿seremos capaces de concluirlos? Desde que se iniciaron las pinturas nos hemos hecho esta pregunta. Nunca vimos fácil completar el trabajo. Esta incertidumbre resulta educativa para los alumnos y para los profesores: muestra a todos que es necesario planificar bien las tareas, pero que para iniciarlas no resulta imprescindible tener la seguridad completa de que nada va a fallar a lo largo de su desarrollo. Si hay un plan razonable y buen ánimo para llevarlo a cabo, deben iniciarse las tareas aunque persistan las dudas y las inseguridades acerca de las posibilidades de concluirlo. Si sólo se acomete

tieran los proyectos que no muestran riesgo alguno de fracaso, dejarían de realizarse gran cantidad de obras interesantes: seguramente las mejores.

*La audacia de las modificaciones:* Con frecuencia, cuando se ha avanzado bastante en un trabajo, si el resultado obtenido no satisface plenamente, resulta difícil tomar la decisión de rectificar lo ya realizado: se han invertido tantas horas, que la destrucción de lo ya hecho parece dolorosa y, a veces, se prefiere mantener lo que se ha realizado —aunque no guste— porque nos ahorra el trabajo de hacerlo de nuevo: es el triunfo de la pereza sobre el gusto por la tarea bien hecha. Debe combatirse esta tendencia. Es necesario tener la audacia de cambiar, de rectificar: si la modificación es para mejorar, hay que optar por ella aunque implique la destrucción del trabajo ya hecho y la sustitución de la obra realizada por otra nueva. Este tipo de decisiones han sido frecuentes a lo largo del tiempo que hemos dedicado a pintar el aula:

- Cuando el proyecto del muro meridional estaba perfectamente concluido y el boceto del mismo se había dibujado con todos los detalles, cuando ya se habían realizado las diapositivas de todas las imágenes que íbamos a pintar en aquel muro, y cuando ya estaba concluida la pintura de una extensa escena de la parte baja, comenzamos a pensar que no nos acababa de convencer el rumbo que tomaba la decoración de aquella pared lateral. Modificamos completamente el proyecto: las pinturas de escenas coloristas que seguían el modelo del otro muro iban a ser sustituidas por trampantojos, por arquitecturas pintadas. El cambio exigía olvidar el proyecto anterior, borrar lo que se había pintado e iniciar nuevas tareas de búsqueda de imágenes, de realización de bocetos, etc.; todo ello con el riesgo de no mejorar lo que ya estaba en marcha. Se tomó la decisión de cambiar. Estamos contentos de haber sido audaces: el resultado nos encanta.
- Ha sucedido lo mismo con otras escenas o composiciones: en el muro de los pastores se pintaron, bajo un árbol, dos cabras que luego fueron sustituidas por cerdos; en el pilar central del muro septentrional se pintaron los retratos de los tres reyes, de las genealogías de Cristo, que más tarde de-

saparecieron bajo una orla muy ancha; en la orla de los meses se substituyó el fondo verde, ya pintado, por otro de tonos claros, etc.

Todos hemos visto cómo las modificaciones mejoraban el resultado aunque implicaran destruir algo que había costado mucho realizar: pero hemos preferido optar por lo que nos gustaba, olvidando el tiempo de trabajo que borrábamos.

*Trabajar por amor al arte:* Está muy extendida la idea de valorar el atractivo o la utilidad de las tareas sólo por los resultados cuantificables que se traducen en términos de éxito social o académico, de dinero o de currículum profesional. Esta forma de encarar el trabajo se fomenta en todos los ámbitos, incluido el docente: se estudia para aprobar, se realizan cursos de carácter profesional para obtener puntos o créditos, se redactan trabajos para subir la nota, para mejorar el currículum... Al actuar de este modo, los docentes difunden entre los alumnos una visión del trabajo poco creativa, poco satisfactoria y sesgada: las actividades no sólo deben realizarse para obtener dinero, prestigio o consideración social, también pueden producir satisfacción por ellas mismas. Las tareas de creación son estupendas: es divertido planearlas, es divertido ejecutarlas, es divertido mirarlas. Dan satisfacción, producen gozo. Cada tarde, después de pintar, pasamos ratos muy buenos mirando lo que hemos hecho. Estamos callados o comentamos detalles de la obra, siempre contentos. No importa si alguien, después, valora o no lo que hemos pintado. La clase va convirtiéndose en un espacio de color que nos envuelve, nos arropa, nos protege: y ese espacio lo vamos creando nosotros sin que nadie nos lo haya encargado, sin esperar reconocimiento o diploma alguno, sin salario, sin obligación, sin estar inscritos en ninguna relación como participantes en algo..., todo es libre: lo hacemos porque nos gusta. Nada más. La belleza, el trabajo gozoso, la ausencia de utilidad práctica o económica, la inspiración, la satisfacción, la duda, la actividad creativa...; todas estas cosas no son sólo palabras.

*Trabajo en equipo:* Se escribe mucho acerca de los trabajos en equipo. Se ensalza esta manera de trabajar pretendiendo que los alumnos se acostumbren a utilizarla. Es realmente atractiva,

útil e imprescindible. Pero con frecuencia en los ambientes docentes se plantean equipos que resultan caricaturas. Es difícil formar equipos si la comunidad de intereses no es perfecta. En el trabajo realizado en el Aula 28 no es posible atribuir la paternidad del proyecto, y la evolución del mismo mientras se ha ido plasmando en los muros, a un solo individuo; casi siempre lo realizado responde a ideas que se han gestado en conversaciones donde varias personas aportaban sus opiniones. De una propuesta inicial se pasaba, en el debate, a otra y de ésta a otra. La primera sugerencia era enriquecida con el matiz que se le ocurría a alguien distinto a quien había tenido la idea inicial. La nueva aportación modificaba el proyecto y, a la vez, sugería una nueva modificación, y ésta daba pie a otra más. Finalmente lo que acababa decidiéndose era algo distinto a lo que se había propuesto al principio, pero era algo que, a diferencia del proyecto inicial, ya no derivaba sólo de la idea de una persona: era una creación colectiva hija de todas las propuestas individuales, pero distinta y más rica que la simple suma de todas ellas.

La especialización resulta eficaz: cuando se logra se pueden obtener resultados de una gran perfección con un esfuerzo escaso. Pero en el mundo del espíritu, en el de la creación artística y literaria, en el de la belleza, las imágenes y los sueños, la perfección objetiva no existe: se camina hacia ella cuando alguien disfruta con la obra que realiza. Y esto es así tanto si se transita por las sendas que marca la especialización profesional como si se avanza por el camino de la intuición, del deseo, de la búsqueda y de la inseguridad formal.

Atrevámonos a todo: el mundo no es sólo para los iniciados.



**SEGUNDO ACCÉSIT**

6

EL LABERINTO DEL MINOTAURO 1999:  
CRÉDITO DE MATEMÁTICAS PARA APRENDER  
A RESOLVER PROBLEMAS

Salvador CASALS I ANGLÈS  
Montserrat CIVIT CHERVET

*I.E.S. Molí de la Vila, Capellades (Barcelona)*  
*I.E.S. Viladecavalls, Barcelona*



## 6.1. Justificación de la actividad

### *El laberinto del Minotauro 1999*<sup>1</sup>

Las cinco personas que presentamos este trabajo nos pusimos en contacto hace cinco años para reflexionar sobre cómo intentábamos que nuestros alumnos aprendieran matemáticas.

A raíz de las opiniones que pusimos en común, nos dimos cuenta de que el *obstáculo más importante* que tenían nuestros alumnos era la *manera como aprendían a resolver problemas*.

Analizando la situación llegamos a la conclusión de que, para nuestros alumnos, el hecho de resolver problemas era como un *laberinto* en el cual algunos no sabían ni tan siquiera cómo entrar, mientras que otros, algunas veces, no tenían herramientas para orientarse y poder encontrar la solución de manera satisfactoria.

Nos planteamos *encontrar una manera para facilitar y enriquecer el aprendizaje en la resolución de problemas*, en particular, y el *aprendizaje de las matemáticas*, en general.

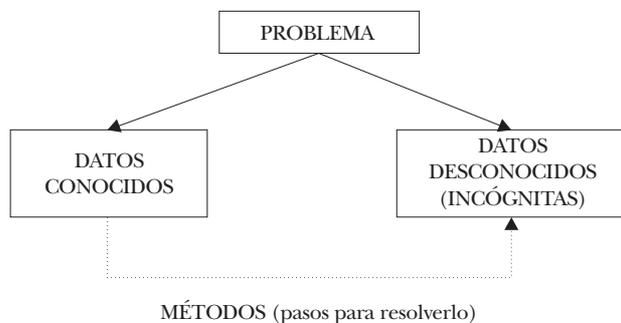
Partiendo de la base, comprobada históricamente, de que *cualquier actividad matemática* es un *proceso de descubrimiento* en el cual, a partir de unos *datos conocidos*, se quiere llegar a unos *datos desconocidos* siguiendo un camino con la ayuda de diferentes *herramientas o métodos*, pensamos que era necesario hacer *una primera aproximación* a la resolución de problemas, poniendo a los alumnos en situación de encontrar la respuesta a diferentes enigmas o pruebas sencillas, para, *posteriormente, intentar aprender mecanismos, estrategias, herramientas o métodos* para resolver problemas más difíciles.

Por eso pensamos que, en líneas generales, el método se podía generalizar y aplicar a cualquier actividad de aprendizaje que tuviera unas características semejantes a las descritas en el siguiente esquema.

---

<sup>1</sup> Este trabajo ha contado con la colaboración de Rosa Patao Llumà, M.<sup>a</sup> Engracia Rebollo Cantero y Mercè Solé Santoll.

ESQUEMA 6.1: Proceso de descubrimiento



Para ello creimos que un *juego*, donde el *laberinto* de un problema dejara de ser un obstáculo para convertirse en un medio que permitiera adquirir estrategias y habilidades, era una buena manera de ir familiarizando a los alumnos con las técnicas y métodos para resolver problemas de matemáticas.

## 6.2. Objetivos

Nuestro *objetivo principal* es que nuestros alumnos *adquieran técnicas, estrategias, procedimientos, métodos y actitudes que les permitan afrontar cualquier problema de matemáticas* con la tranquilidad y el convencimiento de que podrán encontrar un camino (a veces más de uno) para poder dar una respuesta (o más).

Si un alumno llega a ser capaz de aplicar las estrategias ya utilizadas para resolver nuevos problemas o ha conseguido crear otras nuevas, podremos decir que hemos alcanzado con creces el objetivo marcado.

Tenemos que señalar que un *objetivo implícito* es conseguir que nuestros alumnos *pierdan el temor y la animadversión que muchas veces manifiestan por todo lo que se refiere a las matemáticas*.

Para revalorizar las matemáticas es necesario desterrar las manifestaciones del estilo de: «no se me dan bien», «no las entiendo», «son muy difíciles».

Nosotros tenemos claro que las matemáticas no son ni fáciles ni difíciles, pero nuestra actitud puede hacerlas insuperables y que basta un cambio de orientación para hacerlas atractivas y ne-

cesarias en el crecimiento intelectual y personal de nuestros alumnos.

A continuación se detallan los contenidos y objetivos terminales extraídos del diseño curricular de Matemáticas.

### **6.2.1. Contenidos del crédito variable**

#### *6.2.1.1. Procedimientos*

1. Utilización de los diferentes lenguajes (idiomático, matemático-lógico, algebraico, geométrico...).
2. Descripción coloquial de situaciones planteadas en un determinado tipo de lenguaje.
3. Aplicación de métodos inductivos y deductivos.
4. Resolución de problemas y otras preguntas.

#### *6.2.1.2. Hechos, conceptos y sistemas conceptuales*

1. Lenguaje lógico, geométrico y algebraico: términos, signos, símbolos y gráficas.
2. Conectores lógicos. Tablas lógicas.
3. Relaciones entre las palabras según su forma y su significado.
4. Las funciones del lenguaje y su papel en la sociedad.
5. Mecanismos de inferencia lógica.

#### *6.2.1.3. Actitudes, valores y normas*

1. Espíritu crítico ante las informaciones y opiniones que admite un análisis matemático.
2. Confianza en la propia capacidad para afrontar situaciones problemáticas.
3. Interés y respeto por las diversas estrategias matemáticas que pueden utilizarse para encontrar la solución de un problema.
4. Interés por la precisión en el lenguaje y la adecuada presentación de los trabajos presentados.
5. Valoración positiva de la necesidad de realizar ejercicios destinados a consolidar la utilización de técnicas.
6. Utilización, de forma habitual, de recursos matemáticos para afrontar y solucionar situaciones que lo requieran.

### 6.2.2. Objetivos terminales del crédito variable

Queremos que el alumno sea capaz de:

- a) Aprender a plantear y resolver problemas de todo tipo:
  1. planificando la resolución de situaciones problemáticas: distinguir lo conocido de lo desconocido, distinguir la información útil de la superflua, estimar posibles soluciones, elegir el método a utilizar y comprobar la validez de los resultados obtenidos contrastándolos con la situación de partida;
  2. no abandonando la búsqueda de la solución cuando la estrategia elegida no ha sido la adecuada y el resultado elegido no ha sido satisfactorio;
  3. aceptando la necesidad de cambiar de estrategia y actuar con espíritu de cooperación, respeto e interés ante las opiniones de los compañeros con los que trabaja.
  
- b) Desarrollar la capacidad de comprensión crítica para poder examinar los problemas desde diversas perspectivas:
  1. mostrando buena disposición y cuestionándose las situaciones que se planteen: formular hipótesis, buscar ejemplos o contraejemplos y hacer comprobaciones;
  2. mostrando una actitud crítica ante la información recibida y analizarla mediante los conocimientos matemáticos y las posibilidades de razonamiento que estén a su alcance.
  
- c) Consolidar y validar el razonamiento lógico como un recurso útil para resolver situaciones cotidianas:
  1. probando relaciones o propiedades, razonándolas de manera deductiva o haciendo uso de métodos inductivos;
  2. autovalorando lo aprendido y conociendo sus propios límites. Confiando y siendo consciente de sus propias capacidades;

3. mejorando la confianza del alumno respecto a su capacidad de razonamiento, de tal manera que pueda incorporarlo y utilizarlo en actividades de la vida cotidiana.
- d) Adquirir hábitos duraderos como son la lectura crítica y atenta, la reflexión sistemática, la valoración del rigor lógico de las conclusiones, la síntesis, el orden, la claridad, la precisión en la exposición...:
1. interesándose por revisar y ordenar el trabajo hecho, poniendo especial énfasis en el orden lógico, la expresión y la presentación;
  2. expresando opiniones razonadas y produciendo mensajes claros, ordenados y coherentes.

Por ello esperamos que *El laberinto del Minotauro* pueda aportar la arena suficiente para construir un edificio matemático sólido y útil.

### 6.3. Metodología general

La *herramienta básica* para aprender a resolver problemas es el *razonamiento*, pero éste, por muy innato que sea, no produce sus frutos si no se practica y, como dice un refrán catalán: «ningú neix ensenyat» ('nadie nace enseñado'), creemos que se debe practicar suficientemente las diferentes maneras de aplicar las ideas que nuestro raciocinio matemático nos puede proporcionar.

El instrumento que hemos creado para ejercitar el razonamiento matemático consiste en un *juego* basado en el mito del Minotauro y el laberinto en el que se encontraba.

El objetivo del juego es entrar en el laberinto, encontrar al Minotauro, eliminarlo y salir, y la manera de hacer todo ello pasa por aprender a resolver cualquiera de los enigmas que nos podamos encontrar tanto en el camino de entrada o salida como cuando estemos delante del Minotauro.

Para afrontar con suficientes garantías el juego, se prepara a los alumnos con *ejercicios de entrenamiento* que les familiaricen con las estrategias básicas para resolver los enigmas o problemas que se les planteen.

La aplicación de las estrategias básicas sigue una serie de pautas marcadas en las cuales se recogen los pasos esenciales que es necesario tener en cuenta para resolver satisfactoriamente cualquier problema de matemáticas.

En lo que se refiere a la *práctica en el aula*, recomendamos una distribución de los alumnos en grupos (entre 3 y 5) que les permita poder discutir las diferentes opciones y caminos para encontrar las respuestas a los enigmas, aportando cada integrante sus ideas y planteamientos.

En el momento de iniciar el crédito y para obtener una radiografía de la manera en la que los alumnos resuelven problemas, se pueden seleccionar varios (no más de tres) de los ejercicios de entrenamiento para que los alumnos encuentren la respuesta.

A partir de los resultados de esta *evaluación inicial*, se construyen los grupos teniendo en cuenta, siempre que se pueda y no sea contraproducente, las preferencias de cada alumno.

En la realización de los ejercicios de entrenamiento conviene tener siempre presentes las pautas y sugerencias que se van indicando y que previamente se pueden leer con los alumnos.

A este conjunto de pautas y sugerencias nosotros lo denominamos «El ovillo de Ariadna matemático», emulando la leyenda del Minotauro.

Una *característica esencial e imprescindible* que deben tener todas las *respuestas* obtenidas por los alumnos, tanto en el entrenamiento como una vez dentro del laberinto, es que deben estar *razonadas* de manera que se pueda justificar cualquier idea o iniciativa emprendida en la resolución de un problema.

Debemos resaltar que algunas veces el planteamiento resolutivo realizado por los alumnos no será formalmente correcto o tal como los profesores quisiéramos que lo presentasen. Por ello conviene ser flexible en las correcciones de los *errores* que supuestamente cometan los alumnos e intentar entender la causa por la que realizan determinados razonamientos.

También es importante no intentar conducir el proceso mental de los alumnos adaptándolo al nuestro, aunque sí debemos procurar que sean conscientes de las razones por las cuales realizan determinados pasos, y que éstas se adecuen de manera lógica y coherente al planteamiento realizado para resolver un problema. Por ello se debe fomentar la discusión y el intercambio de opiniones entre los componentes del grupo.

#### **6.4. Metodología en el aula**

Se inicia con la introducción histórica de la leyenda del Minotauro y la presentación del juego del Laberinto.

A continuación se empiezan a resolver los ejercicios de entrenamiento, siendo los alumnos los que toman la iniciativa, y el profesor sólo orientará a los grupos que tengan mayor dificultad.

Es conveniente que cada grupo organice su trabajo y, a la vez que resuelve los ejercicios, anote las pruebas y observaciones que los componentes del grupo crean convenientes. También especificarán los métodos de elaboración propia que hayan utilizado.

Es necesario tener en cuenta las siguientes indicaciones:

1. En los ejercicios de tipo aritmético es interesante que los alumnos realicen pruebas y cálculos para analizar las posibles soluciones y ver qué pasa.
2. En los ejercicios de tipo geométrico la mejor manera es visualizar la solución haciendo un dibujo, recortando piezas o manipulando los objetos implicados.
3. En los ejercicios de tipo lógico es imprescindible escribir los razonamientos para posteriores revisiones.

Es más importante el proceso seguido por el alumno para obtener la respuesta, sea cual sea el resultado, que la respuesta correcta en sí misma.

En general, para resolver cualquiera de los ejercicios es conveniente tener presente las diferentes estrategias de razonamiento y aplicarlas cuando convenga, tanto en la resolución de problemas como en situaciones de la vida cotidiana.

### **6.5. Evaluación del proceso de aprendizaje**

Como ya se ha dicho en apartados anteriores, la evaluación del proceso de aprendizaje de las estrategias de resolución de problemas ha de ser realizada teniendo en cuenta todo el proceso y no centrándose exclusivamente en la respuesta obtenida en cada ejercicio. Se facilita a los alumnos y profesores los elementos necesarios para realizar la autoevaluación y la evaluación del grupo, respectivamente.

Para evaluar el proyecto se ha pedido, a los profesores que lo han aplicado, una memoria donde se reflejen los resultados obtenidos, teniendo en cuenta los objetivos fijados y lo que respecta a los siguientes conceptos:

- adquisición por parte de los alumnos de herramientas para la resolución de problemas;
- capacidad de resolver problemas nuevos;
- aplicación de métodos y técnicas ya utilizados;
- motivación de los alumnos ante los problemas;
- otras cuestiones a tener en cuenta para posteriores programaciones del proyecto.

La valoración hecha por los profesores la hemos utilizado para realizar cambios, mejoras y propuestas de prolongación de la actividad.

### **6.6. Periodos de realización**

Una vez elaborado el proyecto, realizamos una *fase experimental* con alumnos de 2.º de ESO durante el curso 1997-1998, y dentro del currículum de créditos variables, adecuando las actividades a su nivel.

Durante el curso 1998-1999 decidimos aplicar también el proyecto a alumnos de 4.º de ESO, evidentemente con las actividades adecuadas a su nivel y de nuevo por medio de créditos variables, mientras que se mantenía un año más para alumnos de 2.º de ESO.

En el curso 1999-2000 se ha programado el proyecto para alumnos de 3.º de ESO, pero esta vez dentro del currículum co-

mún, de manera que complementa y amplía los contenidos programados por el área de Matemáticas.

Para ello aprovechamos la estructura horaria con horas B (mitad del grupo clase) durante las cuales se realizan las actividades del Laberinto.

### **6.7. Desarrollo y valoración de los resultados**

En el curso 1997-1998 el crédito variable para alumnos de 2.º de ESO fue ofertado a todos los alumnos que quisieran hacerlo, y así nunca tuvimos un grupo homogéneo con alumnos que tuvieran un mismo nivel académico o de motivación.

De esta manera pudimos valorar en su momento que la actitud del alumnado era suficientemente receptiva con el planteamiento y que incluso podíamos trabajar la diversidad dentro del grupo mejorando el aprendizaje por niveles de técnicas y procedimientos matemáticos.

En el curso 1998-1999 se repitió el planteamiento para 2.º, y se introdujo en 4.º con las mismas características aunque modificando el nivel de los ejercicios (algunos se repitieron, ya que permitían poder trabajarlos con más exigencia, y otros se cambiaron por no ser adecuados).

En 4.º los resultados continuaron siendo suficientemente esperanzadores en cuanto a la mejora en el aprendizaje de procedimientos, pero no tanto en lo que se refiere a poder incrementar o a conseguir la motivación de algunos alumnos totalmente desconectados.

En 2.º se incrementaron las expectativas a raíz de propuestas realizadas por los propios alumnos, que indicaban el grado de implicación en el proyecto y que se reflejaron en algunos cambios introducidos más tarde en la estructura del laberinto como, por ejemplo, las casillas especiales numeradas con instrucciones particulares o que los mismos alumnos pudiesen crear sus propios laberintos.

Al finalizar el curso 1999-2000 los alumnos de 3.º de ESO han contestado una encuesta valorativa sobre la actividad. El cuestionario, los resultados estadísticos y su valoración quedan reflejados en el anexo 1.

## 6.8. Posibilidades de prolongación de la actividad

En este momento estamos trabajando en los siguientes proyectos de futuro:

- *Mejora de las actividades y ejercicios propuestos en los diferentes niveles de ESO.*

A partir de la experimentación en el aula cambiaremos, modificaremos o introduciremos aspectos y/o ejercicios con el objetivo de conseguir mejores prestaciones.

- *Aplicación del mismo sistema para Educación Primaria y Bachillerato.*

Pensamos que el método aplicado en el Laberinto puede ser también aplicable a otros niveles de la enseñanza no universitaria y estamos analizando qué cambios deberían hacerse para poder llevarlo a Primaria y a Bachillerato, teniendo en cuenta siempre las características del alumnado y del profesorado que da clases a estos niveles.

A partir de la experiencia de la aplicación de la actividad en el área de Matemáticas, hemos visto la posibilidad de extrapolar este proyecto a diferentes áreas curriculares, con las modificaciones que esto conlleve.

- *Diseño de la versión informática del juego del Laberinto.*

Por ahora el Laberinto siempre se ha trabajado en el aula en soporte de papel, pero creemos que la motivación y los resultados mejorarían si se pudiera realizar la actividad utilizando un soporte informático (CD-ROM o DVD), que nos permitiría *ahorrar tiempo* en muchos aspectos (realización de los ejercicios dentro del laberinto, evaluación por parte del alumnado y del profesorado...), además de poder incorporar algunas *mejoras* como puede ser la visualización en 3D del laberinto por el que se mueven los alumnos, el poder tener una idea más fiable del tipo de razonamiento de cada alumno (visual, intuitivo, geométrico, lógico, aritmético...) o tener una serie de opciones rápidas que facilite el uso al alumnado y al profesorado (impresión de informes, datos estadísticos, aspectos mejorables...).

- *Posibilidad de crear diferentes versiones temáticas del Laberinto.*

Hasta el día de hoy hemos recogido muchos problemas y ejercicios de todo tipo hasta el punto de poder decir que estamos en condiciones de elaborar diferentes versiones del Laberinto que permitan tratar temas concretos como podrían ser: *el uso del euro*, *la historia de las monedas*, épocas relevantes en la *historia de la matemática*, utilización de *códigos secretos*...

Los resultados obtenidos nos animan a seguir trabajando para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

Nuestra línea de trabajo ha mejorado la relación entre:

- profesor-alumno;
- alumno-alumno;
- alumno-área de matemáticas.



# ANEXO 1

## 1. Cuestionario para la evaluación del crédito *El laberinto del Minotauro*

### 1.1. Instrucciones

A continuación encontrarás una serie de frases con dos respuestas contrarias entre sí y con una escala numérica del 1 al 7 entre ambas.

Has de marcar, redondeando con un círculo, la cifra que mejor refleje tu opinión en cada pregunta. Por ejemplo:

«El crédito me ha gustado»:

MUCHO 7 6 5 4 3 2 1 NADA

Si te ha gustado bastante, rodeas el número 7 o 6, según creas oportuno.

Si te ha gustado rodeas el 5.

Si te ha dejado indiferente, el 4.

Si no te ha gustado mucho, el 3.

Si te ha gustado poco, el 2 o el 1, según creas conveniente.

### 1.2. Utilidad del crédito

1. En general, en relación con el crédito, estás...

SATISFECHO/A 7 6 5 4 3 2 1 INSATISFECHO/A

2. Crees que este crédito te proporciona una preparación para estudios posteriores...

BUENA 7 6 5 4 3 2 1 MALA

3. Comparado con otros créditos, éste lo has encontrado más...

INTERESANTE 7 6 5 4 3 2 1 ABURRIDO

4. El crédito ha sido...

ÚTIL 7 6 5 4 3 2 1 INÚTIL

5. Has conseguido tus objetivos personales marcados en este crédito...

TOTALMENTE 7 6 5 4 3 2 1 EN NINGÚN CASO

6. El ambiente del crédito ha sido... para el aprendizaje.

FAVORABLE 7 6 5 4 3 2 1 DESFAVORABLE

7. Te has comprometido... en este crédito.

MUCHO 7 6 5 4 3 2 1 NADA

8. La cantidad de conocimientos que has adquirido es...

SATISFACTORIA 7 6 5 4 3 2 1 INSATISFACTORIA

9. El ritmo de aprendizaje de cada alumno/a ha sido...

RESPETADO 7 6 5 4 3 2 1 IGNORADO

10. La realización de este crédito crees que ha sido...

ACONSEJABLE 7 6 5 4 3 2 1 DESACONSEJABLE

### 1.3. Metodología

11. En general, la forma en que se ha impartido el crédito ha sido...

AGRADABLE 7 6 5 4 3 2 1 DESAGRADABLE

12. Los ejercicios realizados, en relación con los objetivos, han sido...

ADECUADOS 7 6 5 4 3 2 1 INADECUADOS

13. Los requisitos del crédito han sido...

DIFÍCILES 7 6 5 4 3 2 1 FÁCILES

14. El trabajo personal que has realizado te ha ayudado... a conseguir los objetivos.

MUCHO 7 6 5 4 3 2 1 NADA

15. Te has sentido... responsable con relación a los resultados obtenidos en este crédito.

MUY 7 6 5 4 3 2 1 NADA

16. Las experiencias realizadas eran...

CONOCIDAS 7 6 5 4 3 2 1 DESCONOCIDAS

17. Los objetivos del crédito estaban... definidos.

BIEN 7 6 5 4 3 2 1 MAL

### 1.4. Recursos didácticos

18. El material para el aprendizaje de este crédito ha sido...

ÚTIL 7 6 5 4 3 2 1 INÚTIL

19. Los recursos empleados para el aprendizaje de los temas propuestos han sido...  
APROPIADOS 7 6 5 4 3 2 1 INAPROPIADOS
20. Tus compañeros/as te han... el aprendizaje.  
FAVORECIDO 7 6 5 4 3 2 1 PERJUDICADO
21. La actitud del profesor ha... tu aprendizaje.  
FAVORECIDO 7 6 5 4 3 2 1 PERJUDICADO
22. El profesor, en general, te ha inspirado...  
CONFIANZA 7 6 5 4 3 2 1 DESCONFIANZA
23. Crees que la actitud del profesor que ha impartido este crédito ha sido...  
BUENA 7 6 5 4 3 2 1 MALA

## 2. Resultado del cuestionario

**TABLA 6.A1.1: Resultado del cuestionario de la valoración del crédito realizada por los alumnos de 3.º de ESO**

VI	1		2		3		4		5		6		7		Media	Moda
	F <sub>i</sub>	%	F <sub>i</sub>	%	F <sub>i</sub>	%	F <sub>i</sub>	%	F <sub>i</sub>	%	F <sub>i</sub>	%	F <sub>i</sub>	%		
0			1	2,3	3	6,9	12	27,9	16	37,2	11	25,6			4,8	5
1					3	6,9	10	23,3	16	37,2	12	27,9	2	4,7	5	5
2					3	6,9	4	9,3	8	18,6	22	51,2	6	13,9	5,5	6
3			1	2,3	4	9,3	8	18,6	10	23,3	14	32,6	6	13,9	5,2	6
4					2	4,7	5	11,6	11	25,6	17	39,5	8	18,6	5,6	6
5					3	6,9	9	20,9	14	32,6	15	34,9	2	4,7	5,1	6
6			2	4,7	5	11,6	9	20,9	12	27,9	10	23,3	5	11,6	4,9	5
7			2	4,7	1	2,3	6	13,9	17	39,5	17	39,5			5	5,5
8			2	4,7	3	6,9	8	18,6	13	30,2	13	30,2	4	9,3	5	5,5
9			2	4,7	4	9,3	10	23,3	11	25,6	10	23,3	6	13,9	5	5
10					4	9,3	6	13,9	14	32,6	16	37,2	3	6,9	5,2	6
11					3	6,9	9	20,9	17	39,5	12	27,9	2	4,7	5	5
12							3	6,9	19	44,2	18	41,9	3	6,9	5,5	5
13			2	4,7	5	11,6	9	20,9	12	27,9	13	30,2	2	4,7	4,8	6
14					4	9,3	10	23,3	13	30,2	10	23,3	6	13,9	5,1	5
15			1	2,3	4	9,3	6	13,9	15	34,9	12	27,9	5	11,6	5,1	5
16			2	4,7	1	2,3	5	11,6	12	27,9	14	32,6	9	20,9	5,4	6
17			1	2,3	2	4,7	7	16,2	15	34,9	14	32,6	4	9,3	5,2	5
18							1	2,3	18	41,9	18	41,9	6	13,9	5,7	5,5
19					1	2,3	5	11,6	18	41,9	14	32,6	5	11,6	5,4	5
20	1	2,3			2	4,7	14	32,6	12	27,9	9	20,9	5	11,6	5	4
21			1	2,3	2	4,7	8	18,6	14	32,6	13	30,2	5	11,6	5,2	5
22					3	6,9	9	20,9	13	30,2	13	30,2	5	11,6	5,2	5,5
23					2	4,7	7	16,2	11	25,6	16	37,2	7	16,2	5,4	6

V - valoración de las respuestas

I - Ítems

### 3. Análisis de los resultados del cuestionario

- Considerando el 4 como valor medio de la valoración de los ítems, vemos que existe un porcentaje de alumnado (como máximo un 16,3%) que no considera positivo algunos aspectos de la actividad. Este resultado entraba dentro de nuestros cálculos y refleja la heterogeneidad del alumnado presente en nuestras aulas.  
Respecto a los resultados habituales en las evaluaciones de matemáticas, este porcentaje negativo es bastante bajo.
- Ya que la media aritmética de todos los ítems oscila entre 4,8 y 5,7, valoramos como positivo el resultado global alcanzado.
- Si analizamos los valores más frecuentes (la moda de cada ítem), observamos que la valoración del alumnado es mayoritariamente positiva con valores entre 5 y 6.
- Respecto a algunos ítems que consideramos de especial importancia, queremos hacer los siguientes comentarios:
  1. El 69,8% del alumnado considera interesante o muy interesante el crédito (ítem 3 del cuestionario).
  2. El 72,2% ha conseguido los objetivos personales marcados (ítem 5).
  3. Para el 16,3% el ambiente de clase no ha favorecido su aprendizaje (ítem 6).
  4. Un 79% muestra un alto grado de compromiso respecto a las actividades realizadas (ítem 7).
  5. El 69,7% considera satisfactoria o muy satisfactoria la cantidad de conocimientos aprendidos (ítem 8).
  6. Los requisitos del crédito son fáciles para un 16,3% (ítem 13).
  7. El 67,4% afirma que el trabajo personal realizado le ha ayudado a conseguir los objetivos establecidos (ítem 14).
  8. El 81,4% manifiesta que las experiencias realizadas constituían una novedad (ítem 16).
  9. Los recursos utilizados son apropiados para el 86,1% (ítem 19).

10. El 80,4% cree que ha sido favorecido con el trabajo realizado con otros compañeros/as (ítem 20).
- No se han analizado las posibles correlaciones entre ítems por no disponer en su momento del soporte informático necesario para realizarlo.

**MENCIÓN ESPECIAL**

7

**EXPOSICIÓN «LA MATEMÁTICA,  
UN LENGUAJE UNIVERSAL»**

VV. AA.

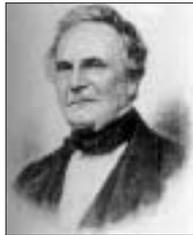
*I.E.S. Montserrat, Barcelona*



ORGANIZADA por los alumnos y los profesores de diversos seminarios con motivo de la celebración del año 2000 como Año Mundial de las Matemáticas.

### 7.1. Contribución del departamento de Tecnología: La evolución de los ordenadores

FIGURA 7.1: Charles Babbage (1791-1871)



Profesor de la Universidad de Cambridge, decidió construir un «ingenio analítico» que pudiera hacer sumas aritméticas a gran velocidad y guardar los resultados para utilizarlos en otros cálculos del censo de Estados Unidos de 1880.

FIGURA 7.2: Herrman Hollerith (1860-1929)



En 1890, este estadístico norteamericano diseñó una máquina para analizar los resultados; hizo tarjetas perforadas para introducir la información a su ordenador.

FIGURA 7.3: George Boole (1815-1864)



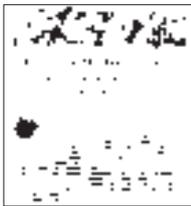
Este matemático británico autodidacta fundó su propia escuela de aprendizaje elemental. Fue el iniciador de la lógica simbólica. Esto tuvo insospechadas aplicaciones en la conmutación telefónica y en los computadores electrónicos, que trabajan también con entidades que sólo pueden tomar dos valores posibles, que usualmente se representan con valores 0 y 1.

FIGURA 7.4: **John Napier (1550-1617)**



En el siglo XVII, John Napier y Henry Briggs desarrollaron los logaritmos. En su honor los logaritmos de base  $e$  se llaman logaritmos neperianos. En 1617 diseñó los huesos de Napier, que utilizan el cálculo logarítmico para simplificar multiplicaciones y divisiones, y fue el primer precedente de la regla de cálculo.

FIGURA 7.5: **Henry Briggs (1561-1630)**



Inventó los logaritmos comunes o de base 10. El 1617 publicó los mil primeros valores logarítmicos, en 1624, la *Aritmética logarítmica* y en 1633, la *Trigonometría británica*.

FIGURA 7.6: **Blaise Pascal (1623-1662)**



En 1642 el francés Blaise Pascal inventó la primera calculadora mecánica real. Consistía en unas cuantas ruedas dentadas (engranajes), con los números del 0 al 9 escritos en los dientes.

FIGURA 7.7: **Gottfried Wilhelm von Leibnitz (1646-1716)**



En 1671 un matemático alemán, el barón Von Leibnitz, empezó a desarrollar su «calculadora escalonada», con la cual podía multiplicar, dividir, hacer raíces cuadradas y también sumar y restar.

FIGURA 7.8: **Allan Mathison Turing (1912-1954)**



En 1935, cuando aún era un estudiante, publicó el famoso artículo «Sobre los números computables con una aplicación al problema de la decisión». En este artículo introdujo la máquina de Turing, un dispositivo teórico muy sencillo capaz de resolver cualquier problema por un computador digital, con el que dio principio a una nueva rama matemática: la Teoría de la Computabilidad.

matemática: la Teoría de la Computabilidad.

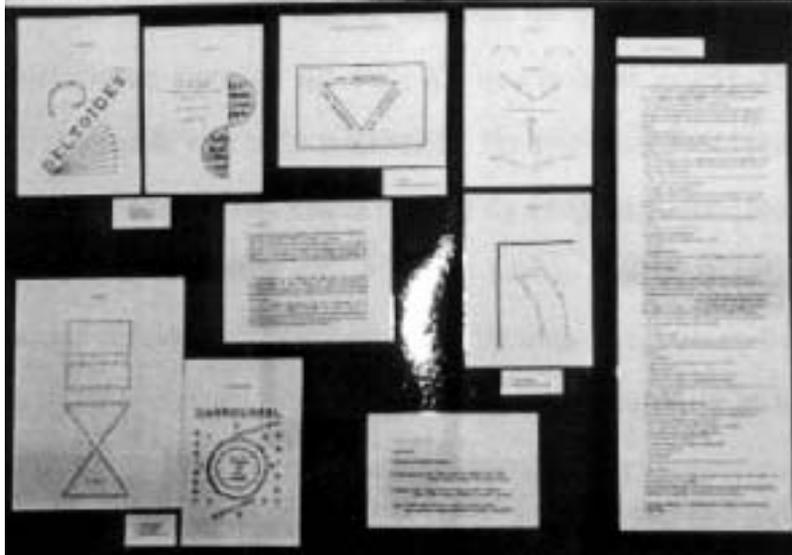
## 7.2. Contribución del departamento de Lengua Catalana y Literatura: *Arte Luliano y caligramas*

La aportación del departamento de Lengua Catalana y Literatura a la exposición La Matemática, un Lenguaje Universal consistió en la confección de dos murales. Uno reflejaba la importancia de *Ramon Llull* (1232-1315), considerado el creador del catalán literario, como sabio medieval y prolífico escritor del pensamiento en todos sus ámbitos. Llull creó todo un sistema que comprendía el mundo y todas las ramas del saber según los parámetros intelectuales de su época; una auténtica cosmogonía. Para ello, utilizó una combinatoria expresada en círculos concéntricos giratorios que funcionaban como un mecanismo lógico y que después cambió por la figura simbólica del árbol. Con este llamado *Arte Luliano* (*Art lul.liana*) pretendía la creación de un sistema universal basado en unos principios regidos por relaciones matemáticas, que probase la Verdad cristiana, en una época en que no se distinguía ciencia de religión.

El segundo mural se dedicó, haciendo un salto en el tiempo, a algunas manifestaciones literarias del siglo XX que pueden relacionarse o usar de alguna manera la expresión matemática. En este caso, el objetivo principal fue la forma poética conocida con el nombre de *caligrama*, que pretende la fusión entre forma y contenido, es decir, que intenta reproducir plásticamente los contenidos del poema. Siete caligramas de autores catalanes de la época del vanguardismo clásico, sobre todo del futurismo, ilustran esta forma poética, capaz de presentar un soneto como el resultado de agrupar dos rectángulos (cuartetos) y dos triángulos (tercetos), de manera que cada lado de la figura geométrica está constituida por un verso; o bien, la trayectoria elíptica que traza un portero de fútbol ante un lanzamiento; o incluso, formas flabeladas, semicírculos, líneas tangentes, etc.

Además de los caligramas, el mural se completa con un *juego lingüístico* que consiste en crear palabras a base de combinar números y letras (*alfanombre*), y, finalmente, con un texto del novelista *Francesc Trabal*, en que una dueña y su sirvienta repasan los gastos de la cesta de la compra. Aquella duda, e intenta saber si ésta le está sisando.

FIGURA 7.9: Caligramas



### 7.3. Contribución del departamento de Ciencias Naturales: Las formas de la naturaleza

El biólogo americano Jeremy Watson comparaba una gota de agua con un compendio de matemáticas, porque en ella aparecían multitud de formas geométricas; no es preciso entrar en el mundo microscópico para observar que en la naturaleza muchas de sus estructuras se rigen por leyes matemáticas, desde el mundo molecular a las formas espaciales.

Las formas espirales las vemos en la estructura molecular del ADN, en las formas de los ciclones y en las galaxias.

También los polígonos están presentes: el hexágono es un modelo presente en geología, en los pétalos de algunas flores, en las celdas de las abejas... El pentágono se encuentra en el mundo de los equinodermos y también en las flores con cinco pétalos. El triángulo se observa en algunas diatomeas...

Las matemáticas están ligadas a la biología no tan sólo en lo que se refiere a las formas, sino también por determinados fenómenos vitales, ya que éstos siguen leyes matemáticas; tenemos, por ejemplo, el proceso de división celular por mitosis como un

clara progresión y la combinatoria de las bases nitrogenadas que darán como resultado el código genético; la proporción áurea que observamos en la disposición de las hojas en los tallos, en la forma espiral de la concha del Nautilus, en los girasoles...

FIGURA 7.10: Geometría y naturaleza



FIGURA 7.11: La naturaleza y la forma espiral

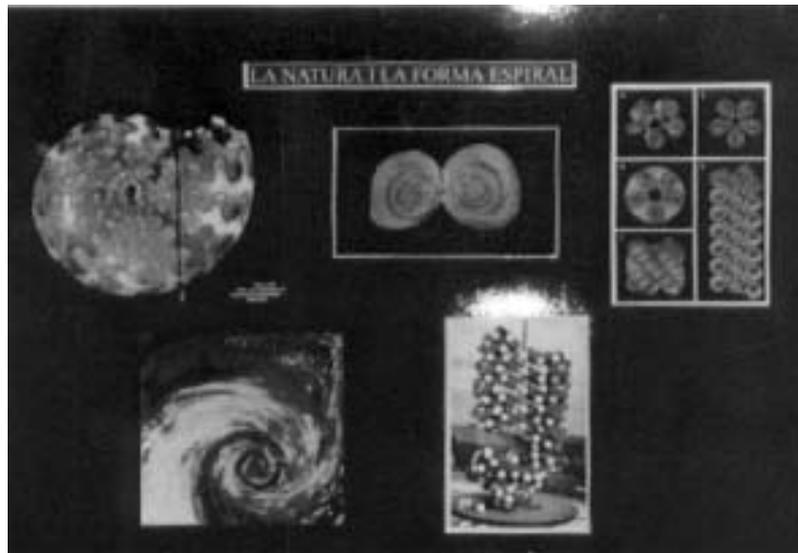


FIGURA 7.12: Las matemáticas y la naturaleza



#### 7.4. Contribución del departamento de Filosofía: Historia de la Lógica

##### 7.4.1. La Lógica es la ciencia de los principios de la inferencia formalmente válida

Aquí se entiende *inferencia* como razonamiento; esto es, proceso de derivación de una *conclusión* a partir de unas *premisas*. *Formalmente válida* significa que la conclusión deriva de las premisas: *a)* no por lo que dice el razonamiento (su contenido), sino por la estructura o forma que tiene; y *b)* *necesariamente* la conclusión deriva de las premisas, de manera que si éstas son verdaderas, aquélla ha de ser también inevitablemente verdadera.

##### 7.4.2. La Lógica tiene su historia: sus dos grandes momentos

###### 7.4.2.1. Hasta el siglo XIX

*Aristóteles* (384-322 a.C.). Filósofo y científico griego. Fue el creador de la lógica como ciencia formal. El *Organon* es el conjunto de sus tratados de lógica, a la que interpreta como instru-

mento de la ciencia. Distingue la deducción de la inducción. En el tratado *Primeros analíticos* desarrolla una teoría bastante completa de una forma de razonamiento deductivo: el *silogismo*, en el cual, puestas dos premisas, se sigue una conclusión en virtud de las relaciones entre los términos que integran aquéllas. Además, presentó esta teoría de manera axiomática, como conjunto de leyes lógicas demostradas a partir de dos modos de la primera figura del silogismo, «barbara» y «celarent», que utilizó como axiomas. Básicamente considera enunciados categóricos, afirmativos y negativos, con un sujeto universal o particular y un predicado. Es, pues, la lógica aristotélica un segmento de una lógica de predicados.

Las escuelas *megárica* y *estoica* (siglos III a.C. y ss.) elaboraron una lógica de enunciados sin analizar, en la que lo importante es el enlace de proposiciones mediante *conectivas* (*y*, *o*, *si... entonces*); también establecieron algunas de las reglas que permiten presentar el razonamiento como un cálculo: por ejemplo, «si A entonces B y A, se sigue B» (*modus ponens*). La *lógica medieval* (siglos XII-XIV) es la aristotélica, pero la completó, y centró la reflexión en la filosofía de la lógica en torno a la disputa de los universales.

El siglo XVII es el del *sueño de la razón*. Racionalistas como *Descartes* (1596-1650) y *Leibniz* (1646-1716) pretendieron construir un modelo del mundo con el mismo rigor que la matemática. Un simbolismo claro y preciso debía permitir, de manera mecánica, todas las operaciones de la razón por la simple aplicación de reglas. *Leibniz* intentó construir este sistema simbólico: la *Characteristica Universalis*.

En 1787, en el prólogo de la 2.<sup>a</sup> edición de la *Crítica de la razón pura*, Kant escribía que la lógica entró en el camino seguro de la ciencia ya desde Aristóteles, y desde entonces no se ha modificado. Ironías de la historia de las ideas; a mediados del siglo XIX, se produce la explosión de la lógica moderna con la aparición de los sistemas de lógica simbólica o matemática.

#### 7.4.2.2. Siglos XIX y XX

*G. Boole* (1815-1864). Matemático y lógico inglés. En su obra *Análisis matemático de la lógica* —en donde considera la Lógica como una parte de la Matemática—, construye un cálculo pura-

mente algebraico mediante símbolos y operaciones definidas a partir de aquéllos. Después lo interpreta como manipulación de clases; la silogística se ha convertido en una teoría de ecuaciones. De Boole dependen Frege, Peano y Whitehead.

*Ch. S. Peirce* (1839-1914). Matemático y lógico norteamericano. Impulsó cuatro partes de la lógica: *a*) la de clases; *b*) la de relaciones; *c*) la de enunciados; *d*) la de predicados. Admitió la conexión entre la Lógica y la Matemática. Así, convirtió las *relaciones* en clases de grupos de cosas entre las que hay relaciones; como Boole, convirtió las *cualidades* en clases de cosas que tienen cualidades. Introdujo en la *lógica proposicional* la idea de axiomatización y el método de las tablas *de verdad*; hizo importantes aportaciones a la semiótica.

*G. Frege* (1848-1925). Filósofo y matemático alemán. Según Frege, el número es una idea que existe independientemente de la mente y puede ser analizada en términos de ideas lógicas; en consecuencia, ve la aritmética como una parte de la Lógica. Formuló de manera clara la diferencia entre variable y constante. Desarrolló una axiomática completamente formalizada del cálculo de enunciados. Inició la *teoría de las descripciones*.

*G. Peano* (1858-1932). Matemático y lógico italiano. Consideró que la Lógica es un poderoso instrumento para sistematizar con rigor el saber matemático. Consideró la implicación como la principal relación de la matemática y vio la lógica de enunciados como la básica. Sistematizó los conceptos aritméticos y, a partir del concepto de número natural, axiomatizó la aritmética utilizando la lógica y partiendo de los cinco axiomas de Peirce.

*G. Cantor* (1845-1918). Matemático alemán de origen ruso. Sus reflexiones sobre el infinito matemático lo llevaron a elaborar la *teoría de conjuntos*, que ha suscitado importantes debates entre matemáticos, lógicos y filósofos. Intentó integrar la aritmética al álgebra de clases o *teoría de conjuntos*, reduciendo el concepto de número al *concepto lógico de clase*. Pero surgieron las paradojas lógicas (contradicciones) en la lógica de clases.

*Condiciones exigibles a un sistema formal axiomático: consistencia*, no ha de generar contradicciones internas; *completitud*, se han de poder derivar todos los teoremas válidos formulables en el sistema; *decidibilidad*, se ha de poder decidir si una fórmula perte-

nece o no al sistema; *independencia de los axiomas*, ningún axioma no ha de poder ser derivado de otro axioma.

*B. Russell* (1872-1970). Filósofo, lógico y pacifista inglés. Consideró también las Matemáticas como una rama de la Lógica e intentó la *fundamentación lógica* en la obra *Principia mathematica*, que publicó entre 1910 y 1913 con *A. N. Whitehead* (1861-1947). Los *Principia* desarrollan la teoría de los tipos, que dan respuesta al problema de las paradojas de la teoría de conjuntos de Cantor y al sistema de clases de Frege.

*D. Hilbert* (1862-1943). Matemático y lógico alemán. Juntamente con Peano fue uno de los principales sistematizadores del método axiomático. Se interesó por la Lógica y su simbolismo, y desarrolló el aspecto meramente formal de la sintaxis lógica.

*K. Gödel* (1906-1978). Matemático y lógico alemán. Demostró en el año 1931 que la prueba de la consistencia de la aritmética no se puede obtener con los instrumentos que pertenecen al mismo sistema formal en que se expresa la aritmética. Esto mostró las limitaciones internas de los formalismos. Gödel demostró la completitud de la lógica elemental y formuló el teorema de la incompletitud de las lógicas de orden superior.

La *lógica* se construye como un *cálculo* con: *a)* unos *símbolos* primitivos (*variables* y *constantes*); *b)* unas *reglas de formación*, a fin de saber si una expresión es o no del cálculo; *c)* unas *reglas de transformación* que permiten pasar de unas expresiones del cálculo a otras (por ejemplo, los símbolos primitivos de la lógica proposicional son: las *variables proposicionales*  $p, q, r...$  y las *constantes*, que unen proposiciones [ $\neg$  (no),  $\wedge$  (y),  $\vee$  (o),  $\rightarrow$  (si... entonces) y  $\leftrightarrow$  (si y sólo si)]. Las lógicas *superiores* incorporan sus elementos específicos: por ejemplo, una *lógica de predicados* incorpora *variables de propiedades* ( $P, Q, R...$ ), *el generalizador* ( $\Lambda$ : «todos los...») y *el particularizador* ( $V$ , «algunos...»), con las reglas correspondientes; una *lógica de la identidad* añade la « $=$ »; la *lógica de descripciones* « $y$ ».

FIGURA 7.13: La Lógica



### 7.5. Contribución del departamento de Física y Química: Historia del Universo

Nuestra exposición pretende explicar cómo ha evolucionado la concepción del Universo a lo largo del tiempo; la hemos dividido cronológicamente en tres paneles, que separan estadios bien diferenciados del pensamiento.

El primer panel abarca la astronomía en la antigua Grecia desde Tales de Mileto hasta Ptolomeo, remarcando que el modelo ptolomeico y sus posteriores modificaciones representan la culminación de los esfuerzos por sostener el modelo geocéntrico.

El segundo panel se inicia en el Renacimiento y finaliza con Newton. Durante este periodo, Copérnico establece el modelo heliocéntrico, confirmado posteriormente por las observaciones realizadas por Galileo de los cuatro satélites mayores de Júpiter. Por otro lado, las observaciones de Brahe permiten a Kepler deducir las tres leyes experimentales que regulan el movimiento de los planetas. Habrá que esperar hasta Newton para encontrar una explicación teórica sólida que justifique estos modelos y leyes.

El tercer panel presenta las ideas del último siglo. Hubble establece que las galaxias se separan a una velocidad que depende linealmente de su distancia, y propone un Big-Bang inicial. Einstein deduce la relación  $E = m \cdot c^2$  que explica, entre otros muchos fenómenos, el origen de la energía que se genera en las estrellas por fusión nuclear, y elabora la teoría de la relatividad especial y general; en esta última, la gravitación se interpreta como una distorsión del espacio-tiempo; es decir, las masas determinan la geometría del Universo. Hawking clasifica los agujeros negros y estudia sus propiedades. También hay una referencia a cómo se obtiene información sobre el Universo mediante telescopios terrestres, o bien telescopios instalados en satélites artificiales. Finalmente se expone la evolución cronológica del Universo desde el Big-Bang hasta nuestros días, y se indica que su estadio final dependerá de la masa total que contenga.

## 7.6. Contribución del departamento de Matemáticas

El departamento de Matemáticas, como núcleo aglutinador del tema de la exposición, preparó una serie de paneles sin pretender, en ningún momento, que fueran un recorrido exhaustivo por la historia de la Matemática. A continuación se hace un resumen y una breve descripción de los mismos:

- *Las grandes líneas de la evolución de las Matemáticas*  
A modo de introducción se explica lo que se entiende por *época* y *periodo* en la historia de las ciencias, para centrar su contenido en las tres grandes épocas de la matemática: *la griega, la cartesiana y la moderna*. Se exponen los rasgos más importantes que caracterizan cada una de ellas.
- *Los orígenes de la geometría*  
*Geometría*, en griego, significa ‘medida de tierras’. Su nacimiento tuvo lugar en Egipto debido a las frecuentes inundaciones del Nilo. Se muestran problemas de textos egipcios antiguos: el *Papyrus de Moscow* (1890 a.C.) y el *Papyrus de Rhind* (1650 a.C.).

Como testimonio de la matemática en la antigua *Mesopotamia* aparece una ilustración con *la Tabla Plimpton 322*, data-  
da entre 1600 y 1800 a.C.

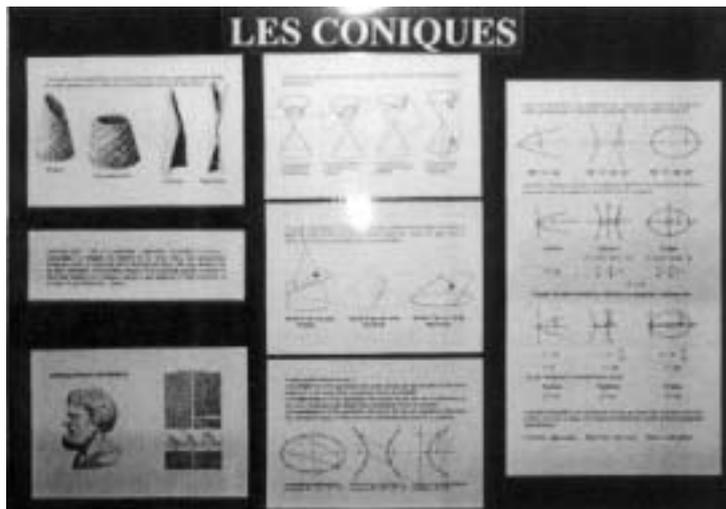
- *Los grandes matemáticos griegos*

FIGURA 7.14: **Los grandes matemáticos griegos**



- *Teorema de Tales*
- *Pitágoras de Samos. Demostración del teorema de Pitágoras*
- *Los cónicos: la elipse, hipérbola, parábola*

FIGURA 7.15: **Los cónicos**



Este conjunto, centrado en la *edad de oro* de las matemáticas griegas (siglos VII-III a.C.), nos presenta a los personajes más destacados, acompañados de sus obras más representativas: *Tales*, *Pitágoras*, *Euclides*, *Arquímedes* y *Apolonio*.

Las demostraciones de Tales y Pitágoras (paneles 4 y 6) fueron una contribución de los alumnos.

Los dos paneles del seminario de Historia (figuras 7.16 y 7.17) nos muestran la transmisión a Europa de la matemática árabe.

FIGURA 7.16: La Escuela de Traductores de Toledo



FIGURA 7.17: Conocimientos matemáticos de los árabes



FIGURA 7.18



El *seminario de Francés* contribuyó con dos paneles sobre *Descartes*, en los que nos ofrecen una visión del personaje y su obra.

Desde el seminario de Matemáticas y después de diversas consideraciones, se creyó conveniente destacar las siguientes figuras de la época moderna: Fermat, Gauss y Galois.

- *Historia de un enigma: el teorema de Fermat*
  - *Carl Friedrich Gauss (1777-1855)-Evariste Galois (1811-1832)*
- En los dos primeros se hace un recorrido en el tiempo desde que Fermat (1601-1665) enunció su famoso teorema hasta que en 1995 Andrew Wiles dio por terminada su demostración. En el tercero se presenta una breve biografía junto con las contribuciones más importantes de Gauss y Galois.

FIGURA 7.19: Historia de un enigma: el teorema de Fermat

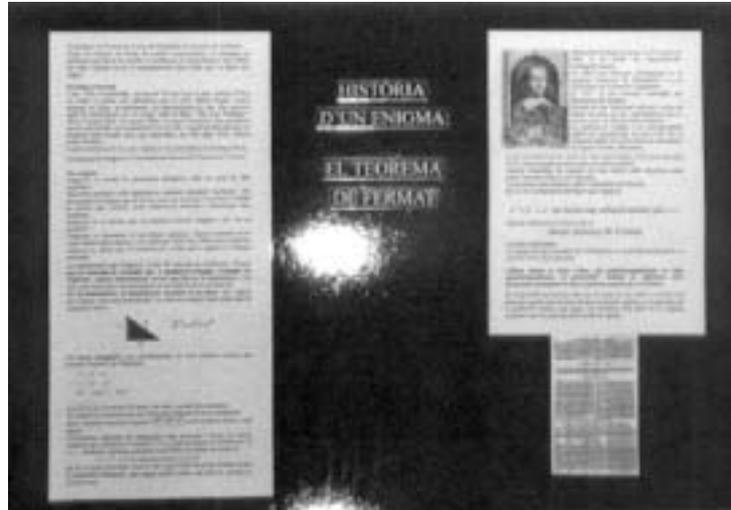


FIGURA 7.20: De Fermat a Andrew Wiles



FIGURA 7.21: Carl Friedrich Gauss (1777-1855) y Evariste Galois (1811-1832)



- *Los primeros sistemas de numeración. Los actuales sistemas de numeración.*

En el primero, se hace un recorrido a través de las diferentes civilizaciones: *egipcia, babilónica, griega, romana, china e hindú*. Se explican los rasgos más característicos de cada una de ellas y se presenta una muestra de *sus símbolos*, de sus *tablas*, así como las *diferentes maneras que tenían para escribir los números y cómo efectuaban con ellos las operaciones básicas*. Destaca la invención del *cero* por parte de los hindúes. En el segundo, se explican los orígenes de nuestro actual *sistema de numeración decimal*, cómo fue introducido en Europa por los árabes y de las numerosas dificultades que encontró hasta su implantación popular; se recuerda el origen del *sistema sexagesimal* y la necesidad del *sistema binario* para los ordenadores; finalmente se menciona que en el siglo XX *todavía hay culturas que no han dado el paso hacia la abstracción*.

FIGURA 7.22: Los primeros sistemas de numeración



### 7.7. Contribución del departamento de Lengua y Literatura Españolas: Borges y Alberti

El seminario de Lengua y Literatura Españolas seleccionó una serie antológica de textos en verso y en prosa pertenecientes a la literatura contemporánea en lengua española. Rafael Alberti, poeta de la Generación del 27, es autor de los dos textos poéticos: la bellísima composición *El ángel de los números*, que pertenece al complejo libro titulado *Sobre los ángeles*, y el soneto dedicado *A la divina proporción*, contenido en el libro *A la pintura*. Los textos en prosa representan la creación americana en dos dimensiones muy distintas: en primer lugar aparece la fábula *La tortuga y Aquiles*, del escritor hondureño-guatemalteco, afincado en México, Augusto Monterroso, fábula que forma parte de la obra *La oveja negra y demás fábulas*. El escritor argentino Jorge Luis Borges aparece como rey de la antología, con la presencia de tres textos muy diferentes: *La perpetua carrera de Aquiles y la tortuga* (1932), que pertenece a la obra *Discusión* y que, junto con la fábula de Monterroso, subraya la vitalidad del mundo grecolatino y de las formas clásicas en la literatura actual; el fragmento que comienza «El primer término de la serie...», que corresponde al relato *La muerte y*

la brújula, de *Ficciones*; y el que se inicia «La palabra ajedrez...», incluido en la conocida e inquietante obra *El jardín de senderos que se bifurcan*.

El poema de Rafael Alberti *El ángel de los números* pertenece a la serie de composiciones dedicadas a diferentes ángeles (el ángel bueno, el ángel sin suerte, el ángel desengañado, el ángel desconocido, el ángel de la prisa, los ángeles crueles..., serie que culmina en el hallazgo poético del *ángel ángel*); ángeles integrados en la imaginería de las vanguardias poéticas, que tienen en el ángel numérico, pensativo, y al fin sin vida, la imagen de la aparente frialdad de los números como soporte del «ángel amortajado» llorado por «vírgenes sin escuadras, ni compases» en pizarras antaño celestes y ahora cruelmente muertas. La tristeza del poema queda equilibrada por el triunfo de la «divina Proporción», concebida de acuerdo con una antigua visión tradicional, creadora universal «que el Universo armónico origina» y «mar de los sueños angulares».

Si Aquiles en su carrera con la tortuga es imagen del tiempo infinitamente divisible, el antepasado del protagonista de *El jardín de senderos que se bifurcan* creía en infinitas «series de tiempos, en una red creciente y vertiginosa de tiempos divergentes, convergentes y paralelos», red que «abarca todas las posibilidades». En *La muerte y la brújula*, fue una «periódica serie de hechos de sangre» sucedidos en tres lugares equidistantes, triángulo equilátero perfecto, en tres días de tres meses consecutivos (diciembre, enero y febrero) los que llevaron a que en una quinta abundante «en inútiles simetrías y en repeticiones maniáticas», imágenes multiplicadas por los espejos, apareciera el secreto de que los tres velaban a los cuatros; cuatro que es representación en el fondo y en la forma de la divinidad.

Proporción, números, ángeles, tiempos y espacios en un recorrido por la literatura contemporánea aparecen como intersecciones de coordenadas entre matemáticas y creación literaria, en las que ambas se confunden en una armonía perfecta.

FIGURA 7.23: Augusto Monterroso y Rafael Alberti



### 7.8. Contribución del departamento de Dibujo: Mosaicos

FIGURA 7.24: Mosaico 1

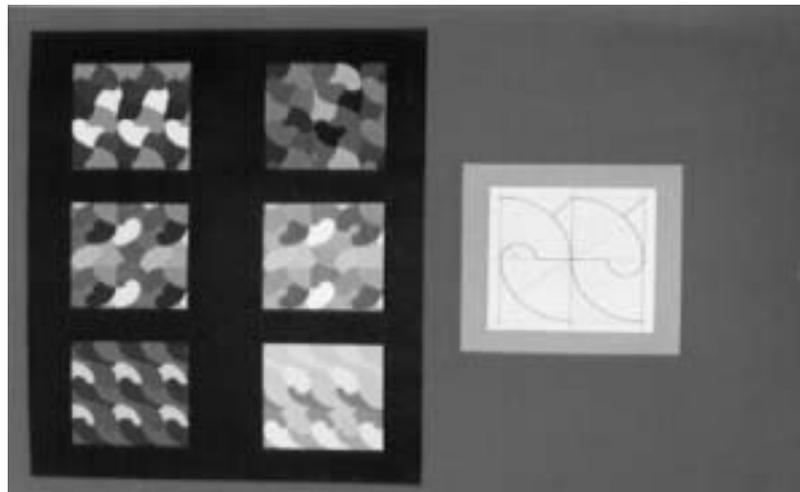


FIGURA 7.25: Mosaico 2

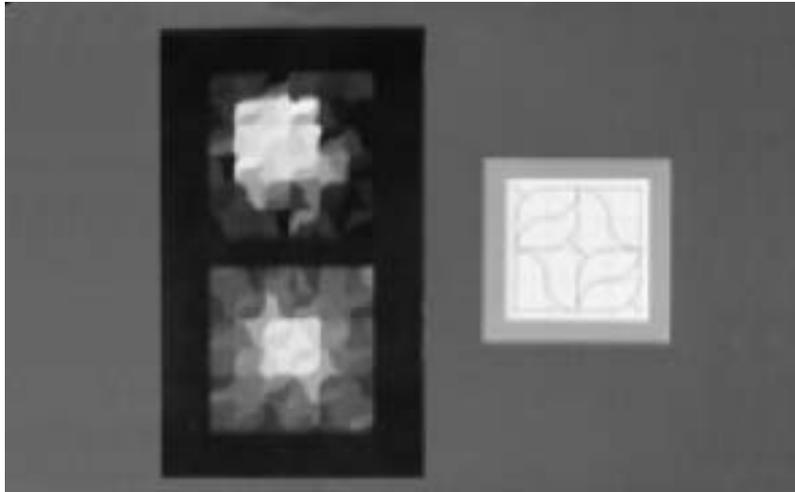
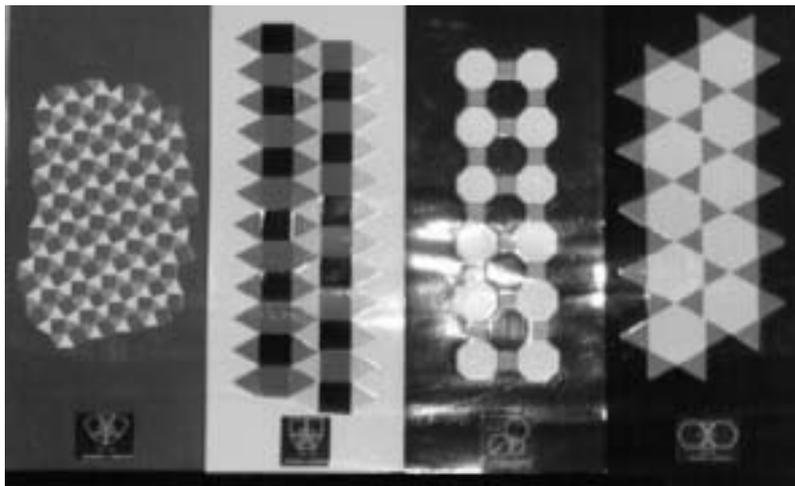


FIGURA 7.26: Mosaico 3



## Índice de cuestionarios

CUESTIONARIO 3.1. El Renacimiento. Contexto histórico .....	90
CUESTIONARIO 3.2. Los tratadistas .....	91
CUESTIONARIO 3.3. Luca Pacioli y la divina proporción .....	93
CUESTIONARIO 3.4. La divina proporción en Roger van der Weyden ..	96
CUESTIONARIO 3.5. El espacio pictórico. La perspectiva lineal en Piero della Francesca.....	97
CUESTIONARIO 3.6. Leonardo da Vinci: el hombre universal.....	100
CUESTIONARIO 3.7. Rafael.....	103
CUESTIONARIO 3.8. La continuidad del Renacimiento. Piero della Francesca y Salvador Dalí.....	105



## Índice de esquemas

ESQUEMA 1.1. Modelo <i>p111</i> .....	39
ESQUEMA 1.2. Modelo <i>p1m1</i> .....	39
ESQUEMA 1.3. Modelo <i>pm11</i> .....	39
ESQUEMA 1.4. Modelo <i>p112</i> .....	40
ESQUEMA 1.5. Modelo <i>pmm2</i> .....	40
ESQUEMA 1.6. Modelo <i>p1a1</i> .....	40
ESQUEMA 1.7. Modelo <i>pma2</i> .....	41
ESQUEMA 1.8. Algoritmo de clasificación (de Rose-Stafford) .....	41
ESQUEMA 2.1. Tratamiento de aguas potables .....	73
ESQUEMA 2.2. Ficha Análisis de Potabilidad del Agua .....	75
ESQUEMA 2.3. Depuración de aguas residuales .....	77
ESQUEMA 6.1. Proceso de descubrimiento .....	172



## Índice de cuadros y tablas

CUADRO 2.1.	Relación entre conductividad y mineralización (reglamentación francesa).....	75
TABLA 6.A1.1.	Resultado del cuestionario de la valoración del crédito realizada por los alumnos de 3.º de ESO.....	186



## Índice de figuras

FIGURA 1.1.	Hoja de plátano de Indias. La simetría perfecta <i>casi</i> no existe en la naturaleza .....	27
FIGURA 1.2.	Las manos no son iguales porque superpuestas no coinciden.....	28
FIGURA 1.3.	Diseños .....	29
FIGURA 1.4.	Razón de semejanza.....	30
FIGURA 1.5.	Conchitas (El Escobonal).....	30
FIGURA 1.6.	Traslación de vector $\vec{a}$ .....	31
FIGURA 1.7.	Centro de giro O y amplitud $\alpha$ grados.....	32
FIGURA 1.8.	Simetría axial de eje la recta $r$ .....	32
FIGURA 1.9.	Primero la traslación y después la simetría .....	33
FIGURA 1.10.	Primero la simetría y después la traslación .....	33
FIGURA 1.11.	Isomorfismos .....	34
FIGURA 1.12.	Isomorfismos del círculo.....	35
FIGURA 1.13.	Medialuna (El Escobonal).....	36
FIGURA 1.14.	Calado, $c_4$ .....	37
FIGURA 1.15.	$pmm2$ .....	42
FIGURA 1.16.	$pmm2$ (La Orotava) .....	42
FIGURA 1.17.	$pmm2$ (El Escobonal) .....	43
FIGURA 1.18.	$pma2$ .....	43
FIGURA 1.19.	$pma2$ (La Orotava).....	44
FIGURA 1.20.	$pm11$ .....	44
FIGURA 1.21.	$pm11$ (La Orotava) .....	45
FIGURA 1.22.	$pm11$ (El Escobonal) .....	45
FIGURA 1.23.	$pm11$ (La Guancha).....	45
FIGURA 1.24.	$p1m1$ .....	46
FIGURA 1.25.	$p1m1$ (La Orotava) .....	46
FIGURA 1.26.	$p1a1$ .....	47
FIGURA 1.27.	$p1a1$ (La Orotava) .....	47
FIGURA 1.28.	$p112$ .....	48

FIGURA 1.29.	$p112$ (La Orotava) .....	48
FIGURA 1.30.	$p112$ (La Orotava) .....	48
FIGURA 1.31.	$p111$ .....	49
FIGURA 1.32.	$p111$ , espiral dextrógira (La Orotava) .....	49
FIGURA 1.33.	$p111$ , espiral levógira (Tegueste) .....	49
FIGURA 1.34.	Los siete grupos de friso en los calados .....	50
FIGURA 1.35.	$d_4$ (El Portezuelo) .....	51
FIGURA 1.36.	$d_4$ (Garachico) .....	51
FIGURA 1.37.	Módulos en escalera .....	52
FIGURA 1.38.	Aplicación de la fórmula de módulos en escalera .....	53
FIGURA 1.39.	Funciones seno y coseno (Tegueste) .....	53
FIGURA 1.40.	Calado canario. Crucitas en agujero (El Escobonal) .....	54
FIGURA 1.41.	Dominó .....	58
FIGURA 1.42.	Memory .....	58
FIGURA 1.43.	Ejemplo 1. Construir un rosetón .....	59
FIGURA 1.44.	Ejemplo 2. Construir un rosetón .....	59
FIGURA 2.1.	Presa de Cantillana (Sevilla) .....	70
FIGURA 3.1.	Luca Pacioli y la divina proporción .....	93
FIGURA 3.2.	<i>El descendimiento de la Cruz</i> (1435), Museo del Prado, Madrid .....	95
FIGURA 3.3.	<i>La Pala de Brera</i> (1472-1474), Pinacoteca de Brera, Milán .....	97
FIGURA 3.4.	<i>La Anunciación</i> (1472-1478), Galería de los Uffizi, Florencia .....	99
FIGURA 3.5.	<i>La Última Cena</i> (1495-1498), Santa Maria delle Grazie, Milán .....	100
FIGURA 3.6.	<i>Los desposorios de la Virgen</i> (1504), Pinacoteca de Brera, Milán .....	102
FIGURA 3.7.	<i>La Madonna del jilguero</i> (1507), Galería de los Uffizi, Florencia .....	103
FIGURA 3.8.	<i>La Madonna de Port-Lligat</i> (1949), University Art Collection, Wisconsin .....	104
FIGURA 5.1.	Muro septentrional del Aula 28 (parte occidental y oriental) .....	137
FIGURA 5.2.	Representación del Pantocrátor de San Climent de Taull .....	137
FIGURA 5.3.	Representación del Claustro del monasterio de San Juan de la Peña .....	138
FIGURA 5.4.	Representación de una portada románica .....	139

FIGURA 5.5.	Representación de la Anunciación y la Visitación (Frontal de Aviá).....	148
FIGURA 5.6.	Muro dividido en pisos.....	150
FIGURA 5.7a.	Trabajos de acabado de una escena principal (fondos, orlas...).....	155
FIGURA 5.7b.	Trabajos de acabado de una escena principal (fondos, orlas...).....	156
FIGURA 5.7c.	Trabajos de acabado de una escena principal (fondos, orlas...).....	157
FIGURA 7.1.	Charles Babbage (1791-1871).....	191
FIGURA 7.2.	Herrman Hollerith (1860-1929).....	191
FIGURA 7.3.	George Boole (1815-1864).....	191
FIGURA 7.4.	John Napier (1550-1617).....	192
FIGURA 7.5.	Henry Briggs (1561-1630).....	192
FIGURA 7.6.	Blaise Pascal (1623-1662).....	192
FIGURA 7.7.	Gottfried Wilhelm von Leibnitz (1646-1716).....	192
FIGURA 7.8.	Allan Mathison Turing (1912-1954).....	192
FIGURA 7.9.	Caligramas.....	194
FIGURA 7.10.	Geometría y naturaleza.....	195
FIGURA 7.11.	La naturaleza y la forma espiral.....	195
FIGURA 7.12.	Las matemáticas y la naturaleza.....	196
FIGURA 7.13.	La Lógica.....	200
FIGURA 7.14.	Los grandes matemáticos griegos.....	202
FIGURA 7.15.	Los cónicos.....	202
FIGURA 7.16.	La Escuela de Traductores de Toledo.....	203
FIGURA 7.17.	Conocimientos matemáticos de los árabes.....	203
FIGURA 7.18.	.....	204
FIGURA 7.19.	Historia de un enigma: el teorema de Fermat.....	205
FIGURA 7.20.	De Fermat a Andrew Wiles.....	205
FIGURA 7.21.	Carl Friedrich Gauss y Evariste Galois.....	206
FIGURA 7.22.	Los primeros sistemas de numeración.....	207
FIGURA 7.23.	Augusto Monterroso y Rafael Alberti.....	209
FIGURA 7.24.	Mosaico 1.....	209
FIGURA 7.25.	Mosaico 2.....	210
FIGURA 7.26.	Mosaico 3.....	210



Relación de premiados  
en la XVIII edición de los Premios  
Francisco Giner de los Ríos a la Mejora  
de la Calidad Educativa

PRIMER PREMIO

*Lecciones de Geometría. Recursos para una clase de Matemáticas*

Autores:

Luis Balbuena Castellano y Dolores de la Coba García  
*I.E.S. Viera y Clavijo, La Laguna (Tenerife)*

SEGUNDO PREMIO

*El agua en la ciudad de Sevilla*

Autora:

Manuela González Gómez  
*I.E.S. Heliópolis, Sevilla*

TERCER PREMIO

*Exposición «Arte y Geometría»*

Autoras:

María de la Cruz del Amo del Amo e Isabel Pinto Suárez  
*I.E.S. Miguel Servet, Madrid*

TERCER PREMIO

*La romanización en la provincia de Cáceres*

Autores:

Antonio Matías Arroyo Flores  
*I.E.S. San Pedro de Alcántara, Alcántara (Cáceres)*

María del Pilar Galán Rodríguez  
*I.E.S. Santa Lucía del Trampal, Alcuéscar (Cáceres)*

Juan Barriga Rubio  
*I.E.S. El Brocense, Cáceres*

José María Alegre Barriga  
*I.E.S. Universidad Laboral, Cáceres*

#### PRIMER ACCÉSIT

*Aula 28*

Autores:

Severino Pallaruelo Campo, Mercedes Pérez Beltrán, M.<sup>a</sup> Teresa Querol Guillén, Ángel Villacampa Buira, Astrid Solans Bertrán y Paula Murillo Ornat  
*I.E.S. Biello Aragón, Sabiñánigo (Huesca)*

#### SEGUNDO ACCÉSIT

*El laberinto del Minotauro 1999: Crédito de matemáticas para aprender a resolver problemas*

Autores:

Salvador Casals i Anglès  
*I.E.S. Molí de la Vila, Capellades (Barcelona)*

Montserrat Civit Chervet  
*I.E.S. Viladecavalls, Barcelona*

con la colaboración de Rosa Patao Llumà, M.<sup>a</sup> Engracia Rebollo Cantero y Mercè Solé Santoll

#### MENCIÓN ESPECIAL

*Exposición «La Matemática, un Lenguaje Universal»*

Autores:

Mercé Potau Torras, M.<sup>a</sup> Luisa del Álamo Pernias, Pilar Alcón Baiges, Ferrán Barreno Montanés, Andreu Basagaña Burniol, Nuria Batlle Iriyoyen, Victoria Benaiges Castelló, Lluís Emili Bou Gibert, Ramón Bru Petit, Juan Camarena Estruch, Cristina Cirera Guerris, Salvador Codima Illamola, Carme Colomer Constans, Isabel Domínguez Uzquiano, Salvador Estradé Sobreperre, Neus Farnés Durán, M.<sup>a</sup> Luisa Ferrero Rodríguez, Rafael Fonoll Salvador, Aleix Gabarró Sust, Ángela Geli Rissech, Montserrat Gispert Brosa, Manuel González García, Marina López Guallar, Soledad Martínez Soto, M.<sup>a</sup> Gloria Maymí Ogué, Pilar Melón Valcarcel, Gracia M. Moncho Cabanilles, Rosa Mundó Elías, Gemma Obiols Sánchez, Marita Otero Álvarez, M.<sup>a</sup> Eugenia Pena Puig, Albert Planelles Vellvé, Laura Roca Codina, Mercé Rocamora Barcón, Marta Rull Bargalló, Joana Rustullet Tarrés, Mercé Serra Domínguez, Tomeu Terrades Sabater, José Antonio Torrecillas Alias, Julia Torregrosa Sañuda, Francesc Vernet Llobet, Concepció Vicente Juan y Albert Zaragoza Nicolás  
*I.E.S. Montserrat, Barcelona*

La calidad de la educación es un valor y objetivo central de la institución escolar, cuya consecución precisa de orientaciones y experiencias educativas innovadoras y contrastadas. Para estimular su desarrollo, las sucesivas convocatorias de los Premios Francisco Giner de los Ríos a la Mejora de la Calidad Educativa, iniciados en 1983 y convocados conjuntamente por el Ministerio de Educación Cultura y Deporte y la Fundación BBVA, han tratado de reconocer y difundir algunos de los mejores enfoques y prácticas educativas propiciados por el personal docente de nuestros centros públicos y privados.

La presente publicación recoge los trabajos premiados en la decimoctava convocatoria, que constituyen una valiosa selección de experiencias educativas innovadoras, que esperamos puedan servir de inspiración y contraste a todos cuantos participan en la tarea educativa.

Fundación **BBVA**



MINISTERIO  
DE EDUCACIÓN,  
CULTURA Y DEPORTE

ISBN 84-95163-73-X



9 788495 163738