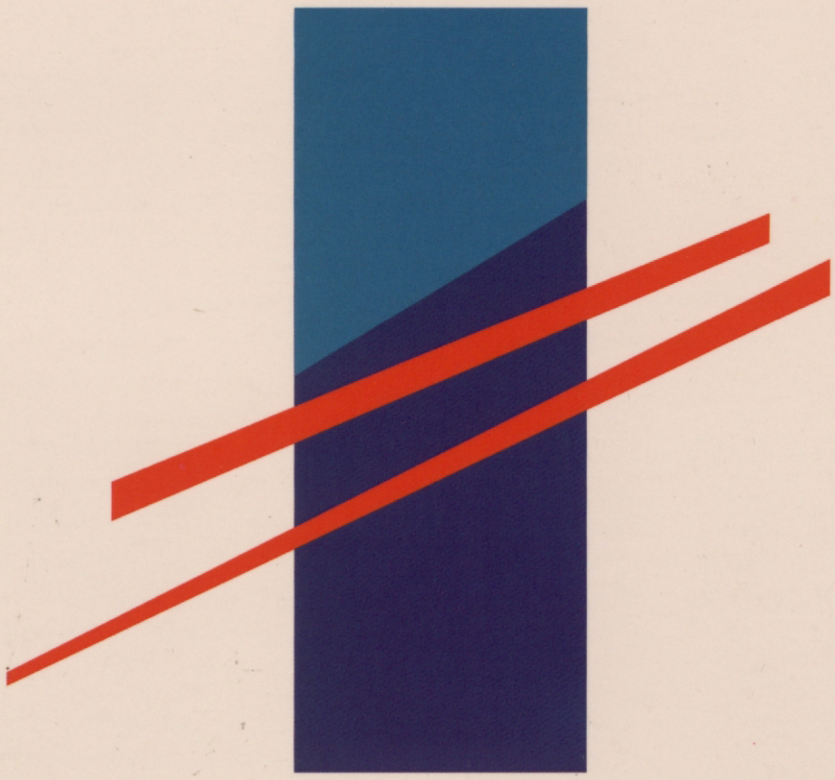
1

Materiales Didácticos

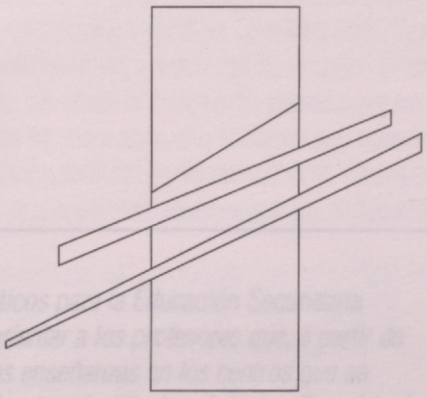
Matemáticas



SECUNDARIA OBLIGATORIA

Ministerio de Educación y Ciencia

Materiales Didácticos



Matemáticas

M.ª Luisa Rodríguez García
Salvador Fernández Vázquez
M.ª Teresa Espín Sánchez

Ministerio de Educación y Ciencia

58156

MINISTERIO DE EDUCACION Y CIENCIA
DIR. GRAL. DE RENOVACION PEDAGOGICA
CNREE/S. RENOVACION
DOCUMENTACION

BIBLIOTECA

Matemáticas

Ministerio de Educación y Ciencia
Secretaría de Estado de Educación
N. I. P. O.: 176-92-106-8
I. S. B. N.: 84-369-2220-4
Depósito legal: M-19447-1992
Realización: MARÍN ÁLVAREZ HNOS.

Prólogo

La finalidad de estos materiales didácticos para la Educación Secundaria Obligatoria, en su segundo ciclo, es orientar a los profesores que, a partir de octubre de 1992, impartirán las nuevas enseñanzas en los centros que se anticipan a implantarlas. Son materiales para facilitarles el desarrollo curricular de las correspondientes áreas, en particular para el tercer año, aunque algunas de ellas tienen su continuidad también en el cuarto año. Con estos materiales el Ministerio de Educación y Ciencia quiere facilitar a los profesores la aplicación y desarrollo del nuevo currículo en su práctica docente, proporcionándoles sugerencias de programación y unidades didácticas que les ayuden en su trabajo; unas sugerencias, desde luego, no prescriptivas, ni tampoco cerradas, sino abiertas y con posibilidades varias de ser aprovechadas y desarrolladas. El desafío que para los centros educativos y los profesores supone anticipar en el curso 1992/93 la implantación de las nuevas enseñanzas, constituyéndose con ello en pioneros de lo que será más adelante la implantación generalizada, merece no sólo un cumplido reconocimiento, sino también un apoyo por parte del Ministerio, que a través de estos materiales didácticos pretende ayudar a los profesores a afrontar ese desafío.

Se trata, por otro lado, de materiales que han nacido de la práctica docente de centros experimentales y que han sido preparados por los correspondientes autores, cuyo esfuerzo de elaboración es preciso valorar muy positivamente. Responden, todos ellos, a un mismo esquema general propuesto por el Ministerio en el encargo a los autores, y han sido elaborados en estrecha conexión con el Servicio de Ordenación de la Educación Secundaria Obligatoria. Por consiguiente, aunque la autoría pertenece de pleno derecho a las personas que los han preparado, el Ministerio considera que son útiles ejemplos de programación y de unidades didácticas para la correspondiente área, y que su utilización por los profesores, en la medida en que se ajusten al marco de los proyectos curriculares que los centros establezcan y se adecuen a las características de sus alumnos, servirá para perfeccionarlos y para elaborar en un futuro próximo otros materiales semejantes.

La presentación misma, en forma de documentos de trabajo y no de libro propiamente dicho, pone de manifiesto que se trata de materiales con cierto carácter experimental, destinados a ser contrastados en la práctica, depurados y completados. Es intención del Ministerio realizar ese trabajo de contrastación y depuración a lo largo del próximo curso, y hacerlo precisamente a partir de las sugerencias y contrapropuestas que vengan de los centros que se anticipan a la reforma. Es propósito suyo también, desde luego, preparar los correspondientes materiales para la implantación, en octubre de 1993, del último curso de la Educación Obligatoria.

Para cada una de las áreas de la Educación Secundaria Obligatoria se han elaborado una o más propuestas de materiales didácticos. Antes de las vacaciones estivales se envía a los centros un volumen de material didáctico para la mayoría de las áreas; y posteriormente, en septiembre, se enviarán los correspondientes libros para el resto, así como en algunos casos un segundo volumen que contiene una propuesta, ya alternativa, ya complementaria, de desarrollo de la correspondiente área para el segundo ciclo de la Educación Secundaria, pero principalmente para el tercer año de esa etapa.

Los materiales así ofrecidos a los profesores tienen un carácter netamente experimental. Son materiales para ser desarrollados con alumnos que no han realizado el primer ciclo de la Educación Secundaria Obligatoria y que proceden de la hasta ahora vigente Educación General Básica. Se trata, por tanto, de materiales para un momento transitorio y, por eso, también particularmente difícil: el momento del tránsito de la anterior a la nueva ordenación. En ellos se contiene, sobre todo, la información imprescindible sobre distribución y secuencia de contenidos para poder organizar éstos en el tercer año de la etapa a lo largo del curso 1992/93. Las sugerencias y contrapropuestas que los profesores realicen, a partir de su práctica docente, respecto a esos materiales o a otros con los que hayan trabajado serán, en todo caso, de enorme utilidad para el Ministerio, que a través de futuras propuestas, que complementen a las actuales, podrán redundar en beneficio de los centros y profesores que en cursos sucesivos se incorporen a la reforma educativa.

Índice

Páginas

Características del Centro 7

Contenidos seleccionados para el segundo ciclo, de la E. S. O. 11

Secuencia de contenidos del segundo ciclo. 17

Programación para el tercer curso 31

Introducción 31

1. Números 36
2. Estadística 46
3. Probabilidad 53
4. Álgebra 57
5. Geometría 61
6. Funciones 70

Unidades didácticas para el primer trimestre del tercer curso .. 75

1. Números 75
2. Estadística 87

Libros, documentos 105

Características del centro

Datos generales sobre la poblacion de Pinto-Instituto

Pinto es una población situada en la zona sur de Madrid en el eje de la Carretera Nacional de Andalucía (N. IV), a unos 20 Km. de la capital y a unos 25 Km. al norte de la ciudad de Aranjuez.

El número de habitantes es, en la actualidad, de 20.400; el censo realizado el año 1981 daba una población total de 18.600 habitantes.

A diferencia de otras ciudades del mismo sector (Getafe, Parla, Fuenlabrada), convertidas prácticamente en ciudades dormitorio debido al crecimiento demográfico y a la ausencia de planificación urbanística, Pinto conserva, sobre todo en el núcleo urbano, buena parte de las caracaterísticas comunes de villa preindustrial. Su crecimiento demográfico ha ido parejo con la construcción de nuevas viviendas en las zonas del extrarradio, obedeciendo al criterio de no superar alturas más allá de los cuatro pisos.

Está comunicada regularmente con Madrid y Aranjuez mediante las líneas de ferrocarril y autobuses.

La actividad laboral de la mayoría de la población activa (5.600 habitantes según el censo realizado en 1981) se desarrolla fundamentalmente en el sector secundario (industrial) y con relativa inferioridad en el terciario (fundamentalmente comercio).

Alrededor de Pinto, en los límites de los términos municipales con Parla, Getafe y Valdemoro, se extiende el cinturón industrial más relevante para la población de Pinto.

El índice de paro sobre el censo de 1981 se eleva alrededor de 16 por 100 estimando que, en líneas generales, el paro juvenil es bastante bajo.

El número de alumnos escolarizados es de unos 5.000, lo que representa el 26 por 100 de la población total.

El número de colegios de E. G. B. es, en total, de ocho; cuatro de ellos pertenecen a la enseñanza pública y cuatro a la privada; de éstos últimos dos son confesionales. De los no confesionales uno está subvencionado por el Ayuntamiento.

Existen en este momento dos centros de Enseñanzas Medias, el Instituto de Bachillerato y el centro privado "Santo Domingo de Silos".

No hay en Pinto ningún centro de Formación Profesional, los dos más cercanos se encuentran en Parla (a 5 km.) y en Valdemoro (a 8 km.).

En los últimos años, el Ayuntamiento de Pinto está realizando un gran esfuerzo por promocionar la cultura entre la población. El nuevo centro de cultura reúne una amplia serie de instalaciones y actividades. Cuenta con Biblioteca, Sala de Teatro, Sala de Exposiciones, Escuela de Música, Escuela de Danza, etc. Las relaciones entre dicho centro de cultura y el Instituto de Bachillerato van dirigidas a colaborar en todos aquellos actos y acontecimientos que pudieran redundar en beneficio de los alumnos, tanto en su condición actual de estudiantes como en su futura condición de ciudadanos.

Características del centro

El I. B. "Vicente Aleixandre" se encuentra situado en el extremo norte del Municipio, junto al Km. 19 de la Carretera de Andalucía que une Pinto con Madrid.

El actual edificio empezó a funcionar en abril de 1983. El antiguo instituto había utilizado, desde el año 1977, un antiguo convento, que al ser restaurado se ha convertido en el centro de cultura.

Entorno socioeconómico

Un estudio realizado por profesores del instituto en el año 1984 indicaba que solamente el 40 por 100 de los padres de alumnos de B. U. P. tenían estudios medios. El resto, estudios elementales o ninguno.

Su entorno laboral se incluia en el sector secundario (industrias) principalmente, y en el terciario en menor porcentaje.

Proyectos de innovación pedagógica en los que participa el centro

Cuando en el año 1983 el Ministerio de Educación y Ciencia propuso a los centros la experimentación del nuevo plan de estudios para la reforma de las Enseñanzas Medias, el I. B. "Vicente Aleixandre" lo solicitó. Concedido para el curso 1983/84 han ido, desde ese momento, ampliándose los grupos participantes en la Reforma.

Para el curso 1990/91 el Claustro de Profesores y el Consejo Escolar aceptaron la ampliación de la Reforma a todos los cursos de 1.° de B. U. P. diurno, convirtiéndose el Instituto en "Centro de Secundaria", conforme al futuro diseño

de Centros escolares. Para el Curso 1991/92 han podido solicitar matrícula todos los alumnos provenientes de E. G. B. que lo deseasen, tuvieran o no el Graduado Escolar.

En el curso 1985/86 comenzó la Experimentación del Proyecto Mercurio y en 1986/87 los Proyectos Atenea y de 2.° Idioma Experimental, proyectos ya incorporados plenamente a las actividades del centro.

Desde el curso 1988/89 se participa también en el Proyecto de Orientación Pedagógica y desde el 1990/91 en el Proyecto Platea.

Asimismo, la Comunidad Autónoma de Madrid está subvencionando desde el curso 1990/91 un proyecto de Huerto Experimental.

Para el curso 1991/92 ha sido concedido un Módulo Profesional nivel 2 de "Auxiliar de laboratorio químico", que comenzará a funcionar en el 1992/93.

Número de alumnos según enseñanzas

El número de alumnos matriculados durante el curso 1991/92 es de 943 en turnos de diurno, vespertino (extensión PINTO II) y nocturno. Se reparten en los siguientes grupos:

1.° de B. U. P./1.° de Reforma: 8 grupos de diurno y 1 de nocturno.

2.° de B. U. P./2.° de Reforma: 5 grupos de diurno y 1 de nocturno.

3.° de B. U. P./3.° de Reforma: 5 grupos de diurno y 2 de nocturno.

C. O. U. /4.° de Reforma: 4 grupos de diurno y 2 de nocturno.

Por turnos, niveles y tipo de enseñanza, el alumnado total del centro se desglosa según los cuadros siguientes:

BUP/COU	PRIMERO	SEGUNDO	TERCERO	COU	
Diurno		33	71	83	187
Nocturno	29	38	61	78	206
	29	71	132	161	

REFORMA	PRIMERO	SEGUNDO	TERCERO	COU	
Diurno	153	170	40	26	389
Vespertino	161				161
	314	170	40	26	

Total alumnos:	943

Nota sobre la ordenación del material

En lo que sigue, partes II, III y IV del documento, se ha procurado mantener criterios constantes sobre el modo de exposición del material: en particular, siempre que se exponen conceptos, éstos aparecen escritos en **negrilla** (los conceptos se han tomado como contenidos organizadores para la secuencia de los demás tipos de contenidos), los contenidos procedimentales van en *cursiva*, y por fin los contenidos actitudinales precedidos por •. Los restantes tipos de apartados figuran titulados explícitamente.

Contenidos seleccionados para el segundo ciclo de la E. S. O.

Números y operaciones. Significados, estrategias y simbolización

Conocimientos adquiridos en el ciclo superior de la E. G. B., en un nivel elemental

- Fracciones equivalentes, reducción a común denominador.
- Valor absoluto de un número racional.
- Suma, resta, multiplicación y división de números racionales.
- Manejo de paréntesis, prioridades de las operaciones.
- Potencias de números racionales con exponente entero.
- Producto y cociente de potencias de igual base.
- Números decimales, fracción generatriz, idea de número irracional.
- Representación sobre la recta de los números racionales e irracionales.
- Raíz cuadrada de un número racional.
- Producto, cociente, potenciación, suma y resta de radicales cuadráticos.
- Polinomios: suma, resta y multiplicación.
- División de un polinomio por un binomio.
- Regla de Ruffini. Resto.
- Cuadrado de un binomio.
- Relaciones notables sencillas.
- Ecuaciones de primer grado. Métodos de resolución.

Notaciones numéricas: notación científica; jerarquía de las operaciones; paréntesis. Las operaciones: significado y uso de las potencias de exponente entero y de la raíz cuadrada. Aproximación y estimación de cantidades: margen de error en las estimaciones y aproximaciones. Algoritmos básicos e instrumentos de cálculo: significado y uso de las propiedades de las operaciones para la elaboración de estrategias de cálculo mental y escrito; reglas de uso de la calculadora. El lenguaje algebraico: significado y uso de las letras para representar números; reglas para simplificar expresiones literales sencillas.

— *Elaboración de códigos o tablas numéricas.*

— *Clasificación de números.*

— *Substitución de un número por otro más adecuado al contexto.*

— *Elaboración de estrategias de cálculo mental.*

— *Utilización de la calculadora.*

— *Respeto a la prioridad de las operaciones.*

— *Resolución de ecuaciones de primer grado y de segundo.*

— *Utilización de estrategias para contar.*

— *Búsqueda de propiedades.*

- Valoración del lenguaje numérico.
- Interés por las informaciones que contengan números.
- Confianza en su capacidad.
- Valoración de la calculadora.
- Disposición favorable a revisar cálculos.

Evaluación

1. Utilizar los números negativos, las potencias y las raíces cuadradas. Conocer y utilizar los convencionalismos y dominar la jerarquía de las operaciones.

2. Utilizar las aproximaciones por defecto y por exceso. Acotar el error, aplicarlo a la resolución de problemas según su propio criterio.

3. Resolver problemas: entender el enunciado, simbolizar las relaciones que existan y resolverlas si se trata de ecuaciones de primer grado o de segundo, como también sistemas de dos ecuaciones lineales.

4. Identificar relaciones de proporcionalidad entre números, calcular términos proporcionales.

Medida, estimación y cálculo de magnitudes

Conocimientos adquiridos en el ciclo superior de la E. G. B., en un nivel elemental

— Magnitudes.

— Segmentos.

— Proporcionalidad de segmentos. Teorema de Tales.

— Medida de ángulos.

— Semejanza de triángulos.

— Semejanza de figuras. Escalas.

— Teorema de Pitágoras.

— Altura, mediana, mediatriz y bisectriz.

— Ángulos en los polígonos.

— La circunferencia. Longitud, ángulos y arcos.

— Áreas de círculo, sector circular, corona...

Sistemas de medida: unidades astronómicas. La medida del tiempo. La medida de ángulos: medida de ángulos planos. Medidas aproximadas: estimación de medidas; margen de error en la estimación y aproximación de medidas. Mediciones indirectas. Razones trigonométricas.

— *Manejo de la terminología y vocabulario para informar de tamaños relativos.*

— *Manejo de la representación a escala.*

— *Utilización de las fórmulas de longitud, área y volumen.*

— *Utilización de los instrumentos de medida.*

— *Estimación y evaluación de áreas y volúmenes.*

— *Cuidado en elegir las unidades adecuadas.*

— *Acotación de errores de medida.*

— *Trabajo colectivo en el diseño de estrategias de medida.*

- Valoración de la utilidad de medir.
- Incorporación a su lenguaje de la terminología.
- Buena disposición para medir y comparar.
- Valoración crítica de los resultados obtenidos.

Evaluación:

1. Estimar la medida de la superficie de objetos; calcularla en el caso de figuras planas no demasiado complicadas.
2. Estimar la medida del volumen de cuerpos y calcularlo si se trata de ortoedros o cuerpos descomponibles en ortoedros; todo ello con cierta precisión.

Representación y organización en el espacio

Conocimientos adquiridos en el ciclo superior de la E. G. B., en un nivel elemental

— Poliedros.

— Superficies y cuerpos de revolución.

— Áreas y volúmenes de algunos cuerpos (pirámide, cono, paralelepípedo...).

Los elementos geométricos en el plano y en el espacio. Sistemas de referencia: coordenadas cartesianas en el plano y en el espacio; coordenadas en la superficie esférica: longitud y latitud. Figuras y cuerpos. Figuras semejantes: la representación a escala. Transformaciones isométricas: traslaciones, giros y simetrías; propiedades que se conservan; composición de transformaciones en casos sencillos.

— *Manejo del vocabulario para describir con precisión situaciones y problemas geométricos.*

— *Utilización diestra de los instrumentos de dibujo.*

— *Construcción de modelos a escala.*

— *Reconocimiento de las figuras semejantes y obtención del factor.*

— *Búsqueda de propiedades.*

— *Aplicación de movimientos a figuras y cuerpos.*

— *Identificación de movimientos.*

- Valoración de la Geometría como medio para conocer su entorno y desde el punto de vista meramente estético.
- Gusto por emplear descripciones geométricas.
- Actitud crítica en la interpretación de las representaciones a escala.
- Gusto por la presentación cuidadosa de trabajos.

Evaluación:

1. Reconocer, identificar y saber nombrar las figuras y los cuerpos geométricos sencillos.

2. Interpretar y describir con precisión configuraciones geométricas en las que intervengan incidencias, traslaciones, giros, semejanzas, etc.

3. Saber interpretar un plano (o maqueta) y obtener las medidas reales a partir de la representación a escala. Obtener perfiles.

4. Reconocer e identificar pautas de proporcionalidad numérica; calcular términos proporcionales y, en el caso de segmentos, razones de proporcionalidad.

Interpretación, representación y tratamiento de la información

Conocimientos adquiridos en el ciclo superior de la E. G. B., en un nivel elemental

— Función lineal. Representación gráfica (mediante tabla de valores).

— Función cuadrática. Estudio de los casos reducidos.

— Parábolas.

A. Información sobre FENÓMENOS CAUSALES. Dependencia funcional: formas de expresar la dependencia entre variables: descripción verbal, tabla, gráfica y fórmula. Características de las gráficas; aspectos globales: continuidad, crecimiento, valores extremos, periodicidad, tendencia; aspectos locales: tasa de variación media; gráficas lineales: significado en términos de proporcionalidad. Funciones elementales.

B. Información sobre FENÓMENOS ALEATORIOS. Obtención de información sobre fenómenos aleatorios: las muestras y su representatividad; frecuencias absolutas, relativas y porcentuales; gráficas estadísticas usuales. Parámetros estadísticos: parámetros centrales y de dispersión sencillos; algoritmos para su cálculo. Dependencia aleatoria entre dos variables.

— *Utilización del lenguaje gráfico en su vocabulario.*

— *Utilización de expresiones algebraicas para describir gráficas.*

— *Utilización e interpretación de los parámetros en una distribución estadística.*

— *Decisión acerca de la representatividad de una muestra.*

— *Elección de los parámetros adecuados y su cálculo.*

— *Detección de falacias.*

— *Construcción de gráficas a partir de tablas, eligiendo el tipo más adecuado.*

— *Planificación de la toma de datos.*

— *Formulación de conjeturas a la vista de una gráfica.*

— *Formulación de conjeturas según una muestra.*

- Valoración del lenguaje gráfico para representar y predecir.
- Valoración de las técnicas que permiten la manipulación de datos.
- Actitud crítica frente al lenguaje estadístico.

Evaluación:

1. Interpretación de relaciones funcionales dadas en forma de tabla o a través de una expresión sencilla. Dibujar la gráfica utilizando un sistema de coordenadas cartesianas; representarla en forma estética y significativa. Elegir las escalas más apropiadas.
2. Interpretar gráficas y extraer la mayor cantidad de información posible, adoptando incluso un punto de vista crítico respecto de la presentación de los datos.
3. Interpretar la información proporcionada por tablas y gráficas estadísticas. Procesar datos en bruto e interpretar los valores de los parámetros obtenidos.
4. Elaborar un informe que incluya desde la obtención de información bruta (elección del modo...) hasta la interpretación de los resultados finales.

Tratamiento del azar

Fenómenos aleatorios y terminología para describirlos. Asignación de probabilidades a sucesos: frecuencia y probabilidad de un suceso; ley de Laplace; experiencias dependientes e independientes. Asignación de probabilidades en experimentos compuestos: probabilidad condicionada.

— *Utilización del lenguaje adecuado para describir y cuantificar situaciones en las que intervenga el azar.*

— *Confección de tablas.*

— *Confección de gráficas.*

— *Obtención de números aleatorios.*

— *Manejo de la técnica de diagramas de árbol para contar y asignar probabilidades.*

— *Cálculo de probabilidades sencillas por el método de Laplace.*

— *Detección de errores en la interpretación subjetiva del azar.*

— *Formulación de conjeturas y su comprobación.*

— *Planificación de experiencias.*

- Actitud favorable a considerar la información probabilística a la hora de tomar decisiones.
- Curiosidad por las situaciones de azar.
- Cautela ante la probabilidad psicológica.
- Gusto por el diseño de pruebas.

Evaluación:

1. Asignar probabilidades: ser capaz de evaluar la factibilidad de fenómenos atendiendo a la observación de su frecuencia relativa (por algún método no combinatorio). Expresar el resultado en tantos por uno, aunque se emplee coloquialmente el lenguaje de tantos por ciento.

Secuencia de contenidos del segundo ciclo

Números	
3.° curso	***4.° curso***
Sistema numérico decimal. Otros sistemas de numeración. — *Escritura de números;* — *comparación de decimales y potencias de 10;* — *búsqueda de enunciados verbales de expresiones numéricas;* — *paso de un sistema de numeración a otro.* **Notación científica. Algunas unidades de medida.** — *Utilización de números grandes y pequeños para expresar medidas;* — *comprobación de la necesidad de la expresión numérica científica;* — *empleo adecuado de distintos órdenes de magnitud; comparación de distancias estelares, magnitud de la habitación, etc...* — *uso de unidades astronómicas: comprensión de su necesidad;*	

3.° curso	*4.° curso*
Operaciones. Algoritmos clásicos. Jerarquía. — *utilización de operaciones para resolver problemas relativos a medidas;* — *manejo diestro de los algoritmos relativos a estas operaciones;* — *manejo de los convenios de operaciones con potencias: exponente entero;* — *manejo correcto de la jerarquía de las operaciones;* — *realización de cálculos con la calculadora;* — *trabajo con fracciones: comparación, situación sobre la recta, obtención de la expresión decimal, operación con decimales, calculadora;* — *empleo de porcentajes; paso a la forma decimal, tanto por uno.* **Los números π y $\sqrt{2}$** — *Raíces cuadradas: método para calcularlas por aproximación; utilización de la calculadora;* — *trabajo con el número $\sqrt{2}$;* — *trabajo con el número π.* **Aproximación de un número, estimación. Cifras significativas. Errores.** — *Realización de aproximaciones, redondeo;* — *manejo del error absoluto y relativo;* — *determinación del margen de error; expresión en %;* — *realización de estimaciones de medidas de longitud, tiempo;*	**Series de números. Múltiplos y divisores.** — *Estudio de la relación múltiplo/divisor;* — *obtención de números factoriales;* — *obtención del triángulo de Pascal;* — *estudio de la fórmula del binomio de Newton.*

3.° curso	*4.° curso*
— *obtención de aproximaciones de orden n (dos aproximaciones para cada número);* — *evaluación de los riesgos que se corren al manejar aproximaciones;* — *realización de ejercicios de cálculo mental;* — *comparación y ordenación de números reales.*	
Lenguaje algebraico. — *Utilización de las las letras como objetos, como incógnitas, como números generalizados, como variables...* — *utilización de los símbolos de operación y de todos los convenios de notación;* — *expresión por escrito, utilizando los símbolos adecuados, de diversas afirmaciones o situaciones prácticas;* — *repaso de las técnicas de resolución de ecuaciones; algoritmos de resolución: despejar una incógnita; pasos: agrupar, dividir, sacar factor común, quitar paréntesis...* — *empleo correcto del lenguaje algebraico: escribir el opuesto de un número, el inverso, el doble, el cuadrado, el cuadrado del doble...*	**Lenguaje algebraico. Identidades y ecuaciones; solución.** — *Diferenciación de dos tipos de igualdades: identidades, ecuaciones;* — *comprobación de la existencia o no de soluciones de una ecuación; obtención si procede, número de soluciones, ecuaciones reducidas;* — *manejo de las reglas para desarrollar y simplificar expresiones literales sencillas;* — *repaso de los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones: tipos, número de soluciones;* — *empleo de los distintos métodos de resolución algebraica, solución gráfica;* — *resolución de ecuación de segundo grado; casos; tipos; propiedades de las soluciones.*
Estrategia general de resolución problemas. — *Lectura, anotación de datos, simbolización, determinación de incógnitas, estimación de la solución esperada, planteo de ecuación; resolución e interpretación de la solución.*	

Geometría

3.° curso	4.° curso
Rectas en el plano: segmentos; mediatriz. — *Dibujo de rectas paralelas y perpendiculares;* — *dibujo de segmentos de la longitud dada mediante regla y compás;* — *obtención de mediatrices; definirlas con la máxima precisión.* **Ángulos: sistema sexagesimal. Bisectriz.** — *Dibujo; estimación de su amplitud y medida de los mismos con transportador;* — *transporte;* — *obtención de sumas y restas gráficamente, así como medida de éstas expresada en las unidades adecuadas;* — *realización de los mismos cálculos mediante la calculadora;* — *dibujo; definición con total precisión.* **Polígonos: sus elementos. Estudio del triángulo. Perímetros.** — *Dibujo de polígonos, identificación de sus ángulos, lados, centro, etc.; estimación de sus correspondientes medidas;* — *dibujo de las medianas, alturas... en triángulos;* — *obtención de la suma de los ángulos interiores del triángu-*	**Elementos geométricos en el espacio: puntos, rectas y planos.** — *Descripción de puntos, rectas, planos;* — *determinación de posiciones relativas;* — *resolución de problemas de incidencia, paralelismo y perpendicularidad.* **Sistemas de referencia.** — *Determinación de las coordenadas cartesianas de puntos en el espacio.*

3.° curso	4.° curso
lo; generalización al caso de polígono de n lados; — *generalización del concepto de mediana para un cuadrilátero.* **La circunferencia.** — *Cálculo de longitudes; medida de ángulos;* — *obtención de propiedades y relaciones dentro de la circunferencia.* **Áreas. Su medida. Algoritmos principales.** — *Determinación de una unidad de área arbitraria;* — *estimación de la medida del área de figuras con la unidad de medida previamente elegida;* — *empleo de los algoritmos específicos para calcular áreas;* — *cálculo por suma y diferencias de su descomposición.* **La semejanza en los triángulos. Teorema de Tales.** — *Reconocimiento; estimación y cálculo del factor de escala;* — *verificación del teorema de Tales; explicación de las propiedades en que se basa;* — *expresar el teorema de Tales en lenguaje algebraico y enunciarlo con precisión;* — *verificación del teorema de Pitágoras mediante equivalencia de áreas;* — *expresión del teorema de Pitágoras en lenguaje algebraico y enunciado preciso del mismo;* — *elaboración de planos; obtención de perímetro y áreas de*	

3.° curso	4.° curso
regiones sobre su plano, eligiendo y transformando las medidas según convenga. **Cuerpos en el espacio.** — *Identificación de sus elementos: vértices, aristas y caras; ángulos planos y diedros..;* — *estimación y cálculo de las medidas de longitudes y áreas laterales de todos ellos por diversos procedimientos;* — *empleo de los algoritmos para el cálculo de áreas laterales de algunos cuerpos.* **El volumen de los cuerpos: su medida.** — *Determinación de una unidad de volumen arbitraria;* — *estimación de la medida del volumen de cuerpos con la unidad de medida previamente elegida;* — *empleo de algoritmos específicos de cálculo de volumen;* — *cálculo por descomposición en paralelepípedos.*	**Cuerpos geométricos. Paralelepípedo, cubo, cilindro, cono.** — *Descripción de sus elementos; propiedades;* — *estimación y cálculo de la medida de sus ángulos, planos y diedros, aristas y caras, eligiendo la unidad y precisión requeridas;* — *estudio detallado del cubo y paralelepípedo;* — *estudio del cilindro y el cono.* **La esfera. Sistemas de coordenadas; longitud y latitud.** — *Estudio de sus elementos: paralelos, meridianos;* — *trabajo con coordenadas;* — *manejo de coordenadas sobre la superficie esférica: longitud, latitud.* **El volumen. Algoritmos.** — *Manejo de los algoritmos más comunes;* — *utilización de la idea intuitiva de volumen y medida del volumen de cuerpos geométricos elementales.* **Representación sobre el plano de figuras tridimensionales.** — *Interpretación de representaciones espaciales.*

3.° curso	4.° curso
	Movimientos en el plano y en el espacio. Semejanza, traslación, giro, simetría. — *Semejanza en cuerpos geométricos: reconocimiento y estimación del factor;* — *manejo con traslaciones;* — *manejo de giros en el plano, en el espacio; propiedades que se conservan;* — *aplicación de simetrías;* — *obtención del centro, eje y plano de simetría de figuras dadas;* — *reconocimiento de simetrías centrales especiales;* — *comprobación de las propiedades que se conservan;* — *composición de transformaciones en casos sencillos.* **Trigonometría. Razones trigonométricas.** — *Cálculo de las razones trigonométricas de ángulos agudos;* — *resolución de triángulos empleando la trigonometría.*

Funciones	
3.° curso	**4.° curso**
Números en la recta; puntos en la recta. — *Determinación de intervalos.*	

3.° curso	*4.° curso*
Ejes de coordenadas cartesianas. — *Ubicación de puntos en el plano.* **Gráficas cartesianas: primera aproximación.** — *Lectura de gráficas muy sencillas; reconocimiento de escalas;* — *reconocimiento de magnitudes;* — *identificación de las variables dependiente e independiente; dimensiones de la gráfica;* — *manejo de tablas de valores: obtención de imágenes de puntos concretos;* — *análisis de gráficas "imposibles".* **Características de las gráficas: crecimiento, discontinuidades, periodicidad, tendencia.** — *Reconocimiento de todas ellas en la mayor cantidad posible de gráficas particulares.* **Gráficas cartesianas.** — *Elaboración de tablas a partir de gráficas; formulación de conjeturas; invención de enunciados que se amolden a gráficas dadas;* — *trazado de gráficas a partir de tablas; obtención de fórmulas;* — *a partir de enunciados verbales, elaboración de bocetos de gráficas, elaboración de las tablas correspondientes;* — *detección de falacias en la elección de las escalas o*	**Gráficas. Sus elementos y características.** — *Obtención de información a partir de la observación de una gráfica dada, haciendo los cálculos que se requieran.*

3.° curso	4.° curso
deformación arbitraria de alguna de ellas. **Concepto de función.** **Funciones representadas mediante rectas; distintas formas de la ecuación.** — *Trazado de rectas; estudio de la influencia en la gráfica del "coeficiente angular";* — *observación de la relación de proporcionalidad directa entre números;* — *a la vista de la gráfica, determinación de su ecuación obteniendo la "pendiente" y el "punto de corte con el eje vertical" por procedimientos de regla y compás;* — *conocidos dos puntos, escribir la ecuación;* — *obtención, en su caso, del punto común a dos rectas relacionándolo con el problema algebraico correspondiente.*	**Funciones elementales: proporcionalidad directa.** — *Identificación de la gráfica;* — *obtención de la ecuación;* — *resolución de problemas de incidencia y paralelismo.* **Proporcionalidad inversa.** — *Reconocimiento de la proporcionalidad inversa y enunciado de la misma; adjudicación de la ecuación $y = k/x$;* — *formulación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos.* **La función cuadrática.** — *Estudio de $y = x^2$;* — *estudio de $y = x^2 + k$;* — *estudio de $y = (x-p)^2+k$;* — *localización del vértice; eje de simetría; papel del coeficiente cuadrático;*

3.° curso	4.° curso
	— *conclusiones; intersección con rectas; corte con los ejes.* **Tendencia.** — *Reconocimiento de tendencias en todo tipo de gráficas.* **Tasa de variación media.** — *Obtención por procedimientos geométricos de medida.*

Estadística

3.° curso	4.° curso
Información sobre fenómenos aleatorios: caracteres estadísticos, población, muestra. — *Estudio de diversos ejemplos (periódicos, libros de texto...);* — *observación de los diversos tipos de caracteres estadísticos;* — *extracción de muestras de una población: estudio de los modos posibles de llevar a cabo el muestreo;* — *planteamiento inicial de la tarea de elaborar una encuesta.* **Tablas de frecuencias: recorrido, intervalos, frecuencias absolutas y relativas. Intervalos, marcas de clase.** — *Estudio de casos sencillos (cualitativos; numéricos discretos): recorrido;* — *frecuencias absolutas;* — *consideración de las frecuencias relativas y porcentajes, frecuencias acumuladas: utilidad práctica;*	**Información sobre fenómenos aleatorios: terminología y manejo elemental de los datos: tablas y gráficos.** — *Estudio de ejemplos concretos: población, las muestras y su representatividad; caracteres estadísticos;* — *elaboración de tablas; recorrido; frecuencias absolutas, relativas, acumuladas, porcentuales;*

3.° curso	*4.° curso*
— *estudio de casos más complicados agrupación en intervalos (clases), conteo;* — *empleo de diversos procedimientos para determinar la forma de los intervalos (o clases) para el caso de valores continuos y numerosos.* **Gráficas; histogramas, diagramas poligonales y de sectores (o de "tarta").** — *Discusión de las ventajas de un gráfico con respecto a la tabla;* — *dibujo y discusión de diagramas;* — *dibujo de pictogramas y otros diagramas;* — *estudio del caso particular de las pirámides de edad en Demografía.* **Parámetros para medir la tendencia central y el grado de dispersión.** — *Cálculo del parámetro moda para casos sencillos;* — *cálculo de la mediana para casos sencillos y discusión de su significado;* — *cálculo de la media para datos simples y agrupados;* — *estudio de la idea de dispersión; desviaciones de los valores individuales con respecto a la media;* — *comparación de dos distribuciones con igual media pero muy diferente aspecto: inconveniencia de describirlas a ambas con un mismo único número;*	— *trabajo con datos agrupados en clases;* — *elaboración de los principales tipos de gráficos estadísticos.* **Parámetros de tendencia central y de dispersión.** — *Disposición de los cálculos sobre la tabla de frecuencias para la obtención de la media y la desviación típica.*

3.° curso	*4.° curso*
— *interpretación adecuada de estos números.* **Disposición práctica de los cálculos sobre la tabla de frecuencias.** — *Elaboración de una columna con valores* (x_i) *y una columna con las correspondientes frecuencias* (f_i)*: observación de la fórmula de la media y construcción de una nueva columna con los productos.* **Otra forma de los cálculos: manejo de la calculadora estadística.** — *Estudio de las teclas especiales de las calculadoras científicas que permiten hacer cálculos estadísticos;* — *introdución de los datos; diferencias entre unas y otras máquinas;* — *lectura de los resultados finales;* — *ELABORACION DE UNA ENCUESTA.*	**Correlación entre dos variables; gráficas de dispersión.** — *Estudio de diversos ejemplos prácticos; aproximación a la idea de correlación;* — *consideración de correlaciones falsas entre variables (debidas, por ejemplo, a la influencia de una tercera variable);* — *obtención de algún parámetro; interpretación;* — *uso de la calculadora.*

Azar	
3.° curso	**4.° curso**
Terminología; descripción de fenómenos aleatorios. — *Estudio de ejemplos diversos tomados de la experiencia inmediata y de los resultados científicos;* — *observación de los posibles resultados de un experimento o juego y construcción del "espacio de probabilidades"; determinación de sucesos, en particular el imposible y el seguro;* — *elaboración de diagramas de contingencia y de árbol para la discusión de algunos problemas;* — *simulación de experiencias aleatorias mediante el uso de números aleatorios.* **Manejo, operaciones con sucesos.** — *Obtención de nuevos sucesos a partir de los dados: "A y B", "A o B", "no A";* — *manejo práctico con sucesos.* **Asignación de probabilidades.** — *Asignación de probabilidades a partir de la consideración de las frecuencias relativas cuando se repite el experimento muchas veces; en su caso, elaboración de tablas de frecuencias y gráficas;* — *empleo de la ley de Laplace para calcular probabilidades en casos sencillos;* — *probabilidad de los sucesos imposible y seguro;*	**Terminología para describir fenómenos aleatorios; operaciones.** — *Estudio de diversos ejemplos: construcción del espacio de probabilidades ("espacio muestral"); descripción de los sucesos; empleo de diagramas...;* — *estudio de la unión, intersección y complementario de sucesos;* — *estudio de sucesos incompatibles;* — *manejo de sucesos.* **Asignación de probabilidades. Ley de Laplace.** — *Asignación de probabilidades mediante la observación de las frecuencias relativas;* — *utilización de la ley de Laplace para asignar probabilidades.* **Técnicas para el cálculo elemental de probabilidades.** — *Obtención, en diversos ejemplos, de la probabilidad del suceso complementario: P(noA);*

3.° curso	*4.° curso*
— *asignación de probabilidades en diversos experimentos sencillos, buscando para ello la descripción más adecuada del espacio de probabilidades;* — *realización de experiencias sencillas.*	— *cálculo de P(A o B) en el caso general;* — *estudio del caso particular en que los sucesos A y B sean incompatibles;* — *discusión de diversos errores habituales: "probabilidad psicológica", etc.* — *realización de experiencias sencillas;* — *formulación y comprobación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos.* **Dependencia de sucesos; probabilidades condicionadas.** — *Análisis de experiencias compuestas; estimación de probabilidades en ejemplos concretos;* — *utilización de diversos procedimientos para el cálculo de probabilidades: diagramas, tablas...* — *estudio de distintos casos: sucesos que se condicionan y sucesos independientes;* — *estimación del valor de $P(A_1$ y A_2 y $A_3)$ en uno y otro caso.*

Programación para el tercer curso

Introducción

Algunas consideraciones sobre el desarrollo de esta programación.

Sobre los contenidos

Por lo que respecta a los contenidos, se ha considerado que los conceptos no son todo en el currículo; el desarrollo de la resolución de problemas y las habilidades metacognitivas para desarrollar la creatividad e incrementar la confianza en sí mismo del alumno tienen la misma importancia. Deben ser los medios para conseguir los objetivos. En este caso giran alrededor de la Geometría, del Álgebra, del Análisis, la Estadística y la Probabilidad.

Se ha distinguido entre procedimientos, conceptos y actitudes, y se ha tomado como contenido organizador los correspondientes a conceptos, y utilizado los contenidos procedimentales y actitudinales como soportes. Hemos elegido esta opción por encontrar que se adecua a las características del área, especialmente por su grado de jerarquización conceptual.

Este modo de programar no es el único ni seguramente el mejor; por ejemplo, tomar como contenidos organizadores a los procedimientos tiene muchas ventajas, es más divertido para el alumno y más formativo por tratarse de un método más integrador y que acerca al alumno a las situaciones problemáticas tal y como se presentan en la realidad, donde los conceptos aparecen supeditados a las exigencias del caso concreto. No obstante, consideramos (y con esta filosofía hemos trabajado) que como primer intento o primera aproximación de programación de un Seminario o Departamento nuestra opción es razonable; grupos de profesores que vayan ganando experiencia en el trabajo en equipo sin duda deberán plantearse, para los sucesivos cursos, el diseño progresivo de unidades basadas en la ejecución de tareas.

Se ha tenido en cuenta que no es imprescindible que un concepto esté plenamente desarrollado para trabajar en algunos de sus aspectos o niveles; esto mismo ha de contribuir a su posterior desarrollo.

La secuencia de contenidos se ha hecho teniendo en cuenta la coherencia lógica de las matemáticas, la adecuación a los contenidos previos y la continuidad y progresión entre los dos cursos del ciclo.

Sobre la metodología

El protagonismo del alumno: nos basamos en el hecho de que si el alumno descubre los conceptos por sí mismo éstos se asientan de manera más duradera en su estructura lógica y si educa sus habilidades para resolver problemas el proceso de aprendizaje se desarrolla de forma más integral. El papel del profesor es entonces más importante en el diseño y elaboración de las estrategias que encaminen al alumno al descubrimiento de los conceptos; en contra del proceso clásico de aprendizaje, que incide más en aumentar el almacenamiento de lo aprendido, de conceptos, que en el desarrollo de las habilidades para conseguirlo.

El alumno que básicamente trabaja escuchando al profesor y resolviendo privada o aisladamente un problema se aferra a la primera estrategia que adquiere y no reflexiona sobre sus limitaciones. El trabajo en grupo, sobre un problema novedoso, desconocido, no rutinario, genera diversas estrategias, provoca que unos se las expliquen a otros, las defiendan con argumentos y seleccionen una o varias de ellas. Esto atiende mucho a los contenidos de actitudes.

El profesor creará actividades que estimulen el desarrollo; hará preguntas que estimulen a reflexionar y a expresar al propio alumno su pensamiento verbalmente.

A la hora del diseño de actividades, sería imprescindible mantener una interrelación fuerte entre el mayor número de conceptos que fuera posible.

Las actividades que se propongan deberían tener varios niveles en el desarrollo de su solución, que permitan un diferente ritmo según el alumno, y una reflexión sobre lo que se va obteniendo o las razones por las que no se logra avanzar.

Sería muy conveniente, cuando sea posible, entregar al alumno uno o varios folios en los que se describa la actividad. El profesor podrá ir atendiendo mejor a los diferentes ritmos que se presenten.

Sobre los objetivos generales

Desarrollar la capacidad de enfrentarse a problemas y resolverlos.

Valerse del lenguaje matemático como instrumento para hacerse entender y ser entendido, así como desarrollar la creatividad y los hábitos de trabajo.

Sobre el papel de las Matemáticas

Entendemos que es doble: instrumental, para otras materias y para comprender la relación económica, social y física mediante la utilización del lenguaje matemático y, la segunda, formativa, mediante el desarrollo de ciertas capacidades básicas del individuo, la abstracción, la generalización, la precisión, etc.

Sobre la delimitación de Criterios de Evaluación

1. Utilizar números negativos, potencias y raíces cuadradas. Utilizar las convenciones en el cálculo escrito y en la resolución de problemas.
2. Utilizar y decidir las notaciones tomando aproximaciones por defecto o por exceso. Acortar el error a lo largo de todo el problema.
3. Interpretar relaciones funcionales que se le han dado en tabla o mediante una expresión algebraica sencilla y representarlas en gráficas cartesianas.
4. Resolver problemas de la vida cotidiana por medio de la simbolización de las relaciones que existan entre sus elementos y, en su caso, resolver ecuaciones de primer grado.
5. Interpretar la frecuencia y probabilidad de fenómenos aleatorios y asignar probabilidades, utilizando la Ley de Laplace o mediante algún otro método. No es imprescindible que se exprese como un número entre 0 y 1. Recontar como se pueda (por ejemplo: árboles).
6. Presentar o interpretar informaciones estadísticas teniendo en cuenta la adecuación de las representaciones gráficas.
7. Estimar el volumen de los cuerpos y los espacios con la precisión razonable a su forma y tamaño, y saber calcularlo si se trata de composición de ortoedros.
8. Utilizar los conceptos de incidencia, ángulos, movimiento, semejanza y medida, en el análisis y descripción de formas o configuraciones geométricas.
9. Interpretar representaciones planas (esquemas, planos o mapas, etc.) de espacios y objetos y obtener información sobre sus características geométricas (medidas, posiciones, orientaciones...) a partir de dichas representaciones, utilizando la escala.
10. Identificar relaciones de proporcionalidad numérica y geométrica en situaciones diversas y utilizarlas para el cálculo de términos proporcionales y razones de semejanza.
11. Utilizar estrategias: reorganizar la información, aplicar resultados, generalizar, buscar contraejemplos.

Evaluación

La evaluación tiene por objeto vigilar y reacondicionar el proceso de enseñanza durante y no al final del mismo.

El profesor observa el grado en que se van alcanzando los objetivos y adapta su propia actuación al nivel observado: bien incrementando las actividades de carácter recuperativo, bien concediendo un mayor peso a algunas actividades de profundización o ampliación.

Los aspectos a tener en cuenta en el proceso evaluador son, en un primer nivel, los aspectos inferiores del aprendizaje, memorización, capacidad de cálcu-

lo...; pero también, en un nivel superior, otros de carácter más profundo, como la capacidad de análisis y síntesis, el desarrollo del sentido crítico, la capacidad de organización personal, de trabajo en grupo, etc.

Teniendo en cuenta todo ello, el proceso evaluador puede organizarse en tres etapas o niveles:

1. Realización de pruebas objetivas: pruebas de respuesta múltiple, pruebas "tipo-test", etc.
2. Realización de otras pruebas con un carácter más abierto, complementarias de las anteriores, y a la vez susceptibles de evaluar niveles más elevados del proceso de aprendizaje.
3. Actividades y trabajo en clase, trabajo individual y colectivo, trabajo de campo (que los alumnos planifiquen y lleven a cabo por sí mismos). Es aquí donde habrán de ser evaluados los niveles superiores a que anteriormente se ha hecho referencia.

Para la evaluación de "bajo nivel" servirán de guía o de ayuda para el profesor las relaciones pormenorizadas de criterios específicos que figuran en la programación, por cada grupo de unidades (concreción, a su vez, de los objetivos plasmados al principio de cada bloque).

La evaluación de "alto nivel" se corresponde con los Criterios de Evaluación tal como figuran en el Decreto de Currículo y que se resumen en el apartado anterior.

Nota sobre los "Conocimientos previos":

Se relacionan, ante cada bloque, los contenidos que teóricamente han sido desarrollados hasta 8.° de E. G. B., de donde proceden los alumnos; no obstante, ello no quiere decir que los consideremos como requisitos imprescindibles; más aún, en algún caso, tales conceptos ni siquiera llegarán a ser desarrollados a tal nivel en este tercer curso de Secundaria Obligatoria, en beneficio de otros niveles de desarrollo de contenidos.

Cuadro explicativo sobre la distribución del material

BLOQUES	UNIDADES DIDACTICAS			pág.	EVAL. pág.	TIEMPO horas
1. Números	**Números I**	1	El lenguaje de los números	37		
		2	Operaciones con enteros	38		
		3	La calculadora	39		
		4	Números para medir; fracciones y decimales	39		
		5	Cálculos con números decimales y fraccionarios	40	41	10
	Números II	1	La raíz cuadrada	42		
		2	Medida, aproximación y estimación de cantidades	43		
		3	Cálculos con radicales, potencias de exponente entero...	44	45	8
2. Estadística	**Estadística**	1	Introducción: los fenómenos estadísticos en la vida cotidiana	47		
		2	Conceptos básicos	47		
		3	Planificación/elaboración de una encuesta	48		
		4	Confección de tablas I: caso de datos simples	48		
		5	Confección de tablas II: datos agrupados	49		
		6	Gráficos estadísticos	49		
		7	Medida de la tendencia central: media	50		
		8	Medida de la dispersión: desviación típica	50		
		9	Confección de tablas III: disposición práctica de los cálculos para obtener la media y la desviación típica	51		
		10	Calculadora estadística	51		
		11	Encuesta: conclusión del trabajo	51	51	18
3. Probabilidad	**Probabilidad**	1	Introducción	54		
		2	Fenómenos aleatorios: terminología	54		
		3	Manejo de sucesos	55		
		4	Asignación de probabilidades	55	56	8
4. Álgebra	**Álgebra**	1	El lenguaje algebraico	58		
		2	Cálculo literal	58		
		3	Las ecuaciones: planeamiento	59		
		4	Las ecuaciones: resolución intuitiva	59		
		5	Las ecuaciones: algoritmos de resolución	60	60	9
5. Geometría	**Geometría I**	1	Conceptos básicos: rectas, segmentos...	62		
		2	Ángulos	62		
		3	Concepto de área: introducción	63		
		4	Estudio de la circunferencia	63		
		5	Polígonos	64		
		6	Triángulos	64	65	13
	Geometría II	1	Proporcionalidad de segmentos, semejanza	65		
		2	Resolución de problemas: métodos, técnicas	66		
		3	Mapas, planos: la representación a escala	67		
		4	Cuerpos en el espacio	67		
		5	Volumen	68	69	12
6. Funciones	**Funciones**	1	Coordenadas cartesianas	71		
		2	Gráficas: introducción	71		
		3	Concepto de función	72		
		4	Gráficas de funciones	72		
		5	Características de las gráficas	72		
		6	Función lineal	73	73	12

1. Números

Introducción:

El proponer la presencia de un bloque específico para el trabajo con números, contrariamente a lo que se venía haciendo en los dos últimos cursos se debe a la comprobación de que tratar con los números sólo en el contexto en que aparecen al resolver ejercicios de geometría estadística o funciones con ser la forma natural y necesaria de hacerlo, no ha resultado suficiente.

Hemos creído conveniente por tanto insertar un pequeño bloque de unidades donde el protagonista principal es el número y sus problemas existenciales.

Conocimientos previos:

Aunque los alumnos proceden de 8.° de E. G. B. donde se han desarrollado una serie muy amplia de temas relativos a números no es imprescindible que tengan un gran dominio en tales temas ya que todos ellos serán objeto de estudio. No obstante se suponen los siguientes:

— Multiplicación y división por potencias de 10.

— División de enteros obteniendo decimales.

— Definición y cálculo de pequeñas potencias de exponente natural.

— Sumas, restas, multiplicaciones entre fracciones; etc.

Materiales:

— Fotocopiadora, para la elaboración de material de clase.

— Calculadoras.

— Ocasionalmente útiles de dibujar para dividir segmentos.

— Dominó de fracciones y de %. Tangram.

— Vídeos: "Potencias de 10".

Libros útiles para diseñar actividades:

— Los de 1.° de B. U. P. de las editoriales Akal, Anaya y Esla.

— Los de 1.° de B. U. P. del Grupo Cero, editorial Teide.

— Material diverso del grupo Azarquiel.

— Gómez, Alfonso. *Numeración y cálculo*, Síntesis.

Unidad didáctica 1.
Números I

Objetivos didácticos:

— Afianzar el conocimiento del número y de su carácter necesario en la vida humana.

— Adquirir alguna noción sobre las formas de expresarlo, de los sistemas de numeración y las razones por las que éstos son convenientes.

— Conocer a fondo el sistema de numeración decimal y los distintos modos en que pueden utilizarse los números según convenga.

— Servirse de los números para, mediante los oportunos cálculos, obtener información. Aplicar correctamente los algoritmos elementales.

— Servirse eficazmente de la calculadora.

— Desarrollar destreza en el cálculo mental y, en cualquier caso, una buena disposición hacia los números.

Los Criterios de Evaluación se relacionan al final de la unidad.

Tiempo previsto:

10 horas.

Observaciones metodológicas:

El desarrollo de los contenidos de las unidades concernientes a números (ésta y la siguiente) deberá hacerse en cualquier caso a partir de situaciones concretas que sean significativas para los alumnos y alumnas, huyendo siempre que sea posible de enunciados que sean ajenos a su experiencia o a su capacidad de interés.

Por otra parte, habrá de tenerse en cuenta que los alumnos procedentes del último ciclo de la E. G. B. traen muy vistos los temas de tipo algebraico (en perjuicio de la Geometría, que no han tratato en absoluto y que habrá de tratarse toda aquí), por lo que la principal tarea consistirá, no en abordar cosas nuevas, sino más bien en reforzar o matizar las anteriores. Esto mismo vale para la unidad siguiente, para la unidad de ÁLGEBRA y, en sentido inverso, para las unidades de Geometría.

Nota: Un posible ejemplo de relación de actividades para esta unidad figura en la última parte de este mismo trabajo.

El lenguaje de los números

Sistemas de numeración posicionales y no posicionales. Concepto de dígito, cifra. Símbolo en un sistema posicional. Sistema de base 10; sistema binario. Paso de un sistema a otro.

— *Dado un número, ponerlo dentro de un contexto verbal adecuado;*

— *escritura de números romanos: cantidades;*

— *decidir en qué contexto es aceptable la escritura en números romanos;*

— *manejo de cifras en el sistema decimal;*

— *escribir números y saber nombrarlos;*

— *experimentación sobre las ventajas del sistema binario;*

— *manejo de la equivalencia binario-decimal;*

— *interpretación y utilización de los números en diferentes, contextos, eligiendo la notación más adecuada para cada caso.*

- Valoración del lenguaje numérico; incorporación del lenguaje de números a la expresión coloquial;
- reconocimiento de la necesidad de la notación numérica para contar y medir;
- sensibilidad hacia el valor del sistema de numeración romano en nuestra cultura;
- toma de conciencia acerca de la importancia y la trascendencia de otras culturas.
- confianza en la capacidad propia para mejorar aptitudes y conocimientos.
- mejora en la buena disposición hacia los aspectos numéricos de las situaciones y cosas.

Operaciones con enteros

Números naturales para contar. Operaciones con números naturales y enteros, algoritmos básicos, convencionalismos, jerarquía, reglas de signos; potencias de base entera y exponente natural: significado y uso, propiedades.

— *Interpretación y elaboración de códigos y tablas, numéricos y alfanuméricos, para gestionar o transmitir informaciones;*

— *aplicación diestra de los algoritmos de la suma, producto de números naturales y enteros;*

— *simplificación de expresiones que incluyan estas operaciones, supresión de paréntesis;*

— *manipulación de signos en expresiones numéricas para modificar los resultados;*

— *cálculo de potencias de base entera;*

— *resolución de algún pasatiempo o ejercicio recreativo con números que implique cálculo mental.*

- Adquisición o mejora de la costumbre de ser cuidadoso y minucioso cuando se trabaja con números;
- no desanimarse ante las operaciones;
- incluir los juegos con números entre sus propios recursos para divertirse:
- convencimiento de que las habilidades de cálculo se adquieren y se mejoran;
- curiosidad e interés por enfrentarse a problemas numéricos e investigar las regularidades y relaciones que aparecen en conjuntos de números o códigos numéricos.

La calculadora

Reglas de uso de la calculadora. Modos de operación.

— *Análisis de las posibilidades de una calculadora;*

— *manejo de los términos propios de las calculadoras: dígitos, desbordamiento, memorias;*

— *utilización con alguna soltura de la calculadora;*

— *identificación de los elementos de una calculadora;*

— *obtención de decimales, raíces, tantos por ciento... con la calculadora;*

— *uso de la jerarquía de las operaciones en calculadoras con y sin paréntesis;*

— *formulación de conjeturas sobre situaciones y problemas numéricos, y comprobación de las mismas mediante el uso de ejemplos y contraejemplos, el método de ensayo y error, etc.;*

— *utilización de la calculadora para la realización de cálculos numéricos, decidiendo sobre la conveniencia de usarla en función de la complejidad de los cálculos y de la exigencia de exactitud en los resultados.*

- Valoración crítica de la utilidad de la calculadora en la realización de cálculos e investigaciones numéricas;
- aprecio de la calculadora como aparato al que hay que cuidar y comprender para que sea útil;
- curiosidad por el funcionamiento de los ingenios mecánicos o electrónicos.

Números para medir; fracciones y decimales

Número fraccionario; número decimal. Fracciones equivalentes; ordenación. Paso de fracción a decimal; paso de decimal a fracción. Porcentajes

— *Realización de medidas que no contengan a la unidad un número entero de veces;*

— *constatación de la imposibilidad de medir sin números racionales;*

— *división de un segmento en partes; identificación de fracciones como subáreas de figuras;*

— *obtención por división de la expresión decimal de una fracción;*

— *obtención de fracciones equivalentes;*

— *tanto por ciento, tanto por uno;*

— *comparación de fracciones;*

— *comprobación de que de cualquier fracción se obtiene un número decimal periódico;*

— *obtención de la fracción de un número decimal exacto y periódicos;*

— *empleo de los términos "parte entera", "período", etc.;*

— *clasificación de números en orden al aspecto de su parte decimal;*

— *decisión sobre la forma de expresar un número según convenga al caso.*

- Valoración de la precisión y adecuación de la escritura fraccionaria y decimal para expresar situaciones.

Cálculos con números decimales y fraccionarios

Operaciones. Jerarquía de las operaciones. Orden de magnitud. Notación científica.

— *Utilización de los algoritmos tradicionales de la suma, resta, multiplicación y división con números enteros, decimales y fracciones sencillas;*

— *utilización de diferentes procedimientos (paso de decimal a fracción o viceversa), para efectuar cálculos de manera más sencilla;*

— *clasificación de conjuntos de números y construcción de series numéricas de acuerdo con una regla dada;*

— *empleo de los algoritmos de la suma, producto y potenciación con números fraccionarios en la base y exponente entero;*

— *utilización de la jerarquía y propiedades de las operaciones y de las reglas de uso de los paréntesis en cálculos escritos y en la simplificación de expresiones algebraicas sencillas;*

— *búsqueda y expresión de propiedades, relaciones y regularidades en conjuntos de números;*

— *escritura de números en notación científica;*

— *ordenación de números dados en notación científica;*

— *elección de la notación adecuada dependiendo de la magnitud del número e escribir;*

— *empleo adecuado del orden de magnitud;*

— *detección de errores en el desarrollo de las operaciones;*

— *utilización de la calculadora para efectuar cálculos;*

— *elaboración y utilización de estrategias personales de cálculo mental.*

- Disposición favorable a revisar operaciones y a no frustrarse si el resultado no es válido;
- perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones a los problemas numéricos;

- apreciación de la ventaja que representa el uso de la notación científica;
- interés por la presentación ordenada y clara del proceso seguido y de los resultados obtenidos en cálculos numéricos;
- confianza en que las habilidades de cálculo se mejoran;
- interés y respeto por las estrategias y soluciones, a problemas numéricos, distintas de las propias.

Evaluación

1. Saber escribir números de cualquier clase (enteros positivos y negativos, fraccionarios, potencias de 10; números grandes y pequeños en notación científica) según requieran unas u otras situaciones o problemas, eligiendo, según el caso, la notación más adecuada y ofreciendo los resultados con el grado de precisión apropiado.
2. Ordenar números en cualquier notación.
3. Conocer el concepto de Sistema de Numeración posicional y ser capaz de escribir números pequeños en sistema binario, hexadecimal, etc.; entender y apreciar, en particular, las ventajas de estos dos últimos sistemas.
4. Conocer las reglas del Sistema de Numeración romano y escribir correctamente números pequeños; decidir si es o no conveniente emplear esta numeración en un contexto dado.
5. Dominar los algoritmos tradicionales de las operaciones.
6. Dominar las reglas de simplificaciones, signos, denominadores, jerarquía... en el manejo de expresiones numérico-literales.
7. Realizar las mismas operaciones con calculadora, teniendo en cuenta que las reglas son ahora distintas (salvo modelos especiales de calculadoras).
8. Saber realizar medidas y emplear correctamente los números racionales; dividir un segmento en partes; ubicar fracciones sobre la recta.
9. Comprender el concepto de potencia de exponente entero y manejar con soltura los exponentes negativos.
10. Saber obtener expresiones decimales de números fraccionarios.
11. Saber expresar como fracción un número en expresión decimal periódica y emplear la terminología correspondiente.

Objetivos didácticos:

Se pretenden, además de los señalados en la unidad precedente, los siguientes objetivos:

— *Conocer la existencia de los números* $\pi, \sqrt{2}, \Phi$.

— *Trabajar con ellos, decidiendo la aproximación adecuada según el contexto en que se manejen.*

- Los Criterios de Evaluación se relacionan al final de la unidad.

Tiempo previsto:

8 horas.

Observaciones metodológicas:

Las actividades que se propongan deben tener varios niveles en el desarrollo de la solución, que permitan un diferente ritmo según el alumno, y una reflexión sobre lo que se va obteniendo o las razones por las que no se logra avanzar.

Es recomendable el trabajo en equipo o, al menos, en parejas de modo que puedan expresar ideas, aprender a escuchar y comentar.

Sería muy conveniente, cuando sea posible, entregar al alumno uno o varios folios en los que se describa la actividad. El profesor podrá ir atendiendo mejor a los diferentes ritmos que se presenten.

En el tercer apartado, uso de la calculadora.

La raíz cuadrada

Raíz cuadrada; significado, uso y propiedades. Número π. Número áureo, Φ. El papiro de Ahm, XX a.n.e. con $\pi = 3{,}1504$.

— *Comprobación del hecho de que para realizar algunas medidas no es suficiente la unidad y sus partes;*

— *algunos números irracionales conocidos;*

— *búsqueda por tanteo del valor de* π*;*

— *obtención en la calculadora de* π*;*

— *obtención geométrica del "Número de Oro";*

— *distinción entre los números racionales y los irracionales;*

— *utilización de algún procedimiento para "encontrar" números irracionales;*

— *utilización del valor aproximado de* π *para cálculos diversos;*

— *saber que es posible obtener hasta* 10^6 *cifras de* π *y definirse sobre la relevancia del hecho;*

— *representación, sobre una recta o mediante diagramas y figuras, de números enteros, fraccionarios y decimales sencillos, y de problemas numéricos.*

- Apreciación estética del número áureo;

Medida, aproximación y estimación de cantidades

Sistemas de medidas. Medida del tiempo, Unidades astronómicas. Medida aproximada; error absoluto; margen de error en las estimaciones y aproximaciones; redondeo; cifras significativas. Acotación del error. Mediciones indirectas.

— *Cálculo de errores por exceso;*

— *cálculo del error absoluto de una medición;*

— *toma de conciencia de que medir conlleva imprecisiones de índole diversa;*

— *distinción entre error de aproximación y error de medida;*

— *expresión de los márgenes de error en %;*

— *explicación precisa del error, cifra significativa, etc.;*

— *reconocimiento y determinación de un redondeo hasta las cifras significativas que convengan;*

— *realización de aproximaciones de orden n;*

— *decisión sobre qué operaciones son adecuadas en la resolución de problemas numéricos;*

— *sustitución de un número por otro más sencillo, de acuerdo con la precisión que requiera su uso;*

— *utilización de diversas estrategias para contar o estimar cantidades, teniendo en cuenta la precisión requerida;*

— *utilización del vocabulario adecuado para interpretar y transmitir informaciones sobre el tamaño de los objetos;*

— *estimación de la medida de objetos, tiempos y distancias;*

— *expresión de las medidas efectuadas en las unidades y con la precisión adecuadas a la situación y al instrumento utilizado;*

— *utilización diestra de los intrumentos de medida habituales;*

— *acotación de los errores cometidos al estimar, medir o aproximar una magnitud;*

— *planificación individual y colectiva de tareas de medición previendo los recursos necesarios, el grado de precisión exigido, la secuencia de las operaciones de medida, el procesamiento de los datos y la puesta en común.*

- Valoración de la necesidad de la aproximación;
- valoración de la necesidad de no efectuar los radicales para evitar la propagación del error;
- disposición favorable a la revisión y mejora del resultado de cualquier conteo, cálculo o problema numérico;
- sensibilidad, interés y valoración crítica ante las informaciones y mensajes de naturaleza numérica;

- reconocimiento y valoración de la utilidad de la medida para transmitir informaciones precisas relativas al entorno;
- reconocimiento y valoración de la medida como elemento de relación entre diferentes lenguajes, conceptos y métodos matemáticos;
- incorporación al lenguaje cotidiano de los términos de medida para describir objetos, espacios y duraciones;
- disposición favorable a realizar, estimar o calcular medidas de objetos, espacios y tiempos cuando la situación lo aconseje;
- valoración crítica de las informaciones sobre la medida de las cosas, de acuerdo con la precisión y unidades en que se expresan y con las dimensiones del objeto a que se refieren;
- revisión sistemática del resultado de las medidas directas o indirectas, aceptándolas o rechazándolas según se adecuen o no a los valores esperados;
- hábito de expresar los resultados numéricos de las mediciones indicando las unidades de medida empleadas;
- cuidado y precisión en el uso de los diferentes instrumentos de medida y en la realización de mediciones.

Cálculos con radicales, potencias de exponente entero...

Raíces cuadradas, cúbicas: operaciones. Propiedades. Estrategias de cálculo mental y escrito. Resumen: simbolización de las operaciones y leyes generale,s para el cálculo con números.

— *Experimentación de la necesidad de no efectuar los radicales en el contexto de algunos problemas;*

— *decisión ante un problema; simplificación de radicales;*

— *suma, multiplicación, división;*

— *cálculos con potencias y raíces;*

— *racionalización;*

— *elaboración de estrategias de cálculo mental;*

— *reducción de problemas numéricos complejos a otros más sencillos (sustitución de los datos por otros más simples, paso de una situación con muchos elementos a otra con menos, del caso particular a uno general, del caso general a uno particular, etc.) para facilitar su comprensión y resolución;*

— *comparación de números mediante la ordenación, la representación gráfica y el cálculo de porcentajes.*

- Valoración de la precisión, simplicidad y utilidad del lenguaje numérico y del álgebra para representar, comunicar o resolver diferentes situaciones de la vida cotidiana.

Evaluación

1. Saber hacer raíces cuadradas por diversos métodos, entendiendo el significado (numérico o geométrico) de la operación.
2. Conocer la existencia de números no racionales y algún procedimiento sencillo para obtenerlos; conocer los números π y $\sqrt{2}$.
3. Conocer y utilizar los convencionalismos y dominar la jerarquía de las operaciones.
4. Manejar la calculadora y saber efectuar con ella las diferentes operaciones.
5. Utilizar las aproximaciones por defecto y por exceso. Acotar el error, y aplicarlo a la resolución de problemas según su propio criterio.
6. Identificar relaciones de proporcionalidad entre números, calcular términos proporcionales.

2. Estadística

Introducción:

La Estadística Descriptiva es sin duda la rama de las Matemáticas que tiene una mayor y más directa aplicación a la vida práctica y a las diversas disciplinas científicas (Biología y Medicina, Psicología o Pedagogía, Economía, Geografía e Historia, Política, Ciencias de la Información, Ingeniería...); junto a ésta, su otra característica fundamental estriba en el hecho de que emplea un aparato matemático muy reducido y poco abstracto (al menos en sus primeros niveles); de ello se deduce su especial utilidad.

Conocimientos previos:

— Se suponen unas ciertas nociones generales de Estadística Descriptiva, aunque no son imprescindibles.

Materiales:

— Fotocopiadora, para la elaboración de material de clase.

— Calculadoras.

— Ocasionalmente, ordenadores con alguna Hoja de Cálculo.

— Programas educativos de ordenador.

Libros útiles para diseñar actividades:

— SANCHIS, *Hacer Estadística*, Alhambra.

— El libro del Grupo Azarquiel.

— Los de 1.° de B. U. P. de Anaya, Akal, Esla.

Unidad didáctica 3. Estadística

Objetivos didácticos:

— Conocer los objetos de estudio, métodos, aplicabilidad y limitaciones de la Estadística Descriptiva/Inferencial.

— Saber organizar en tablas una serie de datos de cualquier tipo en diversas formas, eligiendo en cada caso la más adecuada a la naturaleza del problema.

— Ser capaz de trasladar la información de la tabla a gráficos estadísticos de diversos tipos, decidiendo correctamente sobre la representación más apropiada.

— Interpretar correctamente gráficos de cualquiera de los tipos habituales y decidir sobre su fidelidad y adecuación al hecho que representan.

— Saber calcular los parámetros media y desviación típica.

— Interpretar correctamente la información proporcionada por los valores de la media y la desviación típica para clarificar el sentido de datos en bruto relativos a cualquier fenómeno.

— Adoptar un punto de vista crítico ante las estadísticas —especialmente las difundidas por los medios de comunicación masivos—, ante el significado que se les pretenda atribuir o las conclusiones que de ellas se pretenda extraer.

— Manejar las funciones logísticas de la calculadora.

— Familiarizarse con las fuentes de información: acostumbrarse a acudir directamente a consultar los diversos estudios o publicaciones.

Los Criterios de Evaluación se relacionan al final de la unidad.

Tiempo previsto:

18 horas.

Observaciones metodológicas:

La colaboración y el trabajo en equipo, que en otras unidades se proponen como muy deseables y productivos, en éste resultarán casi obligados, dada la naturaleza del trabajo.

Nota: Un posible ejemplo de relación de actividades para esta unidad figura en la última parte de este mismo trabajo.

Introducción: los fenómenos estadísticos en la vida cotidiana

La Estadística; su origen (censos, juegos de azar, compañías de seguros...); métodos; campo de aplicabilidad. Objetos específicos de la Estadística Descriptiva y de la Estadística Inferencial.

— *Estudio de diversos ejemplos tomados de la práctica (periódicos, libros de texto...);*

— *planificación/realización, individual y colectiva de tomas de datos utilizando técnicas de encuesta, muestreo, recuento y construcción de tablas estadísticas.*

Conceptos básicos

Población (universo), muestra; caracteres cualitativos y cuantitativos; variables numéricas discretas y continuas; idea sobre las principales técnicas de muestreo (aleatorio, aleatorio estratificado, método de Montecarlo - simulación con números aleatorios...); dos criterios básicos para evaluar la representatividad de una muestra: (1) aleatoriedad en su extracción, (2) tamaño relativo con respecto al de la población. Concepto general de inferencia estadística.

— *Observación de los diversos tipos de caracteres estadísticos;*

— *utilización de distintas fuentes documentales para obtener información estadística: anuarios, revistas especializadas, bancos de datos...*

— *extracción de muestras de una población: estudio de los modos posibles de llevar a cabo el muestreo;*

— *obtención, por diversos procedimientos, de tablas de números aleatorios para garantizar un muestreo representativo;*

— *formulación de conjeturas sobre el comportamiento de una población de acuerdo con los resultados relativos a una muestra de la misma.*

- Juicio crítico sobre la representatividad de la muestra en cada caso;
- valoración crítica a la luz de lo anterior, de algunos cuestionarios concretos tomados de la prensa.

Planificación/elaboración de una encuesta

Tema de la encuesta; influencia en el resultado del modo de redacción de las preguntas; tipos de cuestionarios apropiados para el tratamiento posterior de los datos.

— *Planteamientos previos al diseño de la encuesta: elección de tema, composición de los equipos de trabajo, distribución de tareas;*

— *elección del tipo de datos a recabar (numéricos, si/no...) con vistas a posibilitar, simplificándolo en lo posible, su posterior tratamiento matemático;*

— *redacción de las preguntas de modo tal que, o bien tengan respuesta numérica, o bien incluyan una serie reducida de posibles respuestas para que el entrevistado opte por alguna de ellas;*

— *redacción del cuestionario teniendo en cuenta la influencia de la construcción gramatical de las preguntas;*

— *elección de la muestra de la población objeto, representativa de ésta tanto por su tamaño como por su composición.*

- Reconocimiento y valoración de los lenguajes gráfico y estadístico para representar y resolver problemas de la vida cotidiana y del conocimiento científico;
- reconocimiento y valoración del trabajo en equipo como método eficaz para realizar determinadas actividades, particularmente planificar y llevar a cabo tomas de datos y otras experiencias;
- curiosidad por investigar relaciones entre magnitudes o fenómenos.

Confección de tablas I: caso de datos simples

Frecuencias absolutas (f_i), relativas (n_i); frecuencias acumuladas (F_i); tantos por ciento y por uno.

— *Manejo de (sub)índices para facilitar la descripción abstracta de los distintos componentes de la tabla (columnas) y posibilitar la escritura en una forma sencilla y clara de los sucesivos algoritmos para el cálculo numérico;*

— *estudio de casos sencillos (cualitativos; numéricos discretos): elaboración de tablas numéricas a partir de conjuntos de datos teniendo en cuenta el fenómeno al que se refieren;*

— *utilización de distintas fuentes documentales para obtener información estadística: anuarios, revistas especializadas, bancos de datos...;*

— *consideración de las frecuencias relativas y porcentuales, frecuencias acumuladas: utilidad práctica.*

Confección de tablas II: datos agrupados

Necesidad de agrupación de valores; recorrido de la variable; clases, extremos; marcas de clase y su cálculo; columna "de conteo"; frecuencias de clase.

— *Confección de una nueva columna, "de conteo", para facilitar el recuento de los valores que caen dentro de cada clase (obtención de f_i);*

— *estudio de casos más complicados: variables numéricas continuas con gran número de valores (peso, altura...);*

— *determinación del recorrido de la variable (o "intervalo de variación");*

— *división del recorrido en intervalos, eligiendo un número de éstos adecuado al rigor o la precisión que requiera el problema;*

— *estudio de casos en que una variable discreta se trata como continua;*

— *elaboración de una columna de conteo;*

— *cálculo de las "marcas de clase".*

- Consideración crítica de las diversas maneras en que es posible determinar la forma de las clases en el caso de valores continuos y numerosos; previsión de posibles sesgos o errores.

Gráficos estadísticos

Histograma y diagramas de barras; polígono de frecuencias; diagrama de sectores o "de tarta"; pictogramas u otros tipos de gráficos. Ventajas de estas representaciones con respecto a las tablas de frecuencias.

— *Dibujo y discusión de histogramas (con rectángulos de igual base);*

— *elaboración de diagramas poligonales y de sectores o "de tarta";*

— *pictogramas y otros;*

— *estudio de un caso particular de diagrama modificado: las pirámides de edad en Demografía;*

— *construcción de gráficas a partir de tablas estadísticas o funcionales, de fórmulas y de descripciones verbales de un problema, eligiendo en cada caso el tipo de gráfica y medio de representación más adecuado;*

— *detección de errores en las gráficas que puedan afectar a su interpretación.*

- Reconocimiento y valoración de las relaciones entre el lenguaje gráfico y otros conceptos y lenguajes matemáticos;
- reconocimiento/valoración de los lenguajes gráfico y estadístico para representar y resolver problemas de la vida cotidiana y del conocimiento científico.

Medida de la tendencia central: media (μ)

Concepto de parámetro estadístico; clases de parámetros: centrales y de dispersión. Idea sobre Moda y Mediana. La Media aritmética: algoritmo para su cálculo con datos simples y agrupados; Media aritmética ponderada.

— *Manejar los parámetros como números representativos de grandes cantidades de datos;*

— *estudio de algunos conjuntos de datos "en bruto": necesidad de una medida de centralización que resuma o sintetice el sentido de los datos;*

— *cálculo de la Moda para valores aislados o agrupados en clases;*

— *obtención de la Mediana en diversos casos;*

— *cálculo de la Media aritmética para un número pequeño de datos, simples o agrupados.*

Medida de la dispersión: desviación típica (σ)

Concepto de dispersión; diversas opciones para su evaluación; la desviación típica. Coeficiente de variación (o desviación típica "relativa" —a la media—). Algoritmos para el cálculo.

— *Estudio de diversos ejemplos extremos para mostrar que el parámetro media no puede, por sí solo, describir eficazmente el comportamiento de una serie de valores;*

— *observación del hecho de que si traducimos toda la distribución de la variable a un solo valor estamos perdiendo información;*

— *cálculo de las desviaciones de los valores individuales con respecto a la media y de la suma de todos ellos;*

— *cálculo de la desviación típica;*

— *utilización e interpretación de los parámetros de una distribución y análisis de su representatividad en relación con el fenómeno al que se refieren;*

— *elección de los parámetros más adecuados para describir una distribución en función del contexto y de la naturaleza de los datos, y obtención de los mismos utilizando algoritmos tradicionales o la calculadora;*

— *detección de falacias en la formulación de proposiciones que utilizan el lenguaje estadístico.*

- Sensibilidad, interés y valoración crítica del uso de los lenguajes gráfico y estadístico en informaciones y argumentaciones sociales, políticas y económicas.

Confección de tablas III: disposición práctica de los cálculos para obtener la media y la desviación típica.

— *Continuación de la tabla ya iniciada, tomando como guía el algoritmo para el cálculo de la media: añadir, en una nueva columna, el producto de cada valor por su frecuencia y sumar;*

— *observando el correspondiente algoritmo para la desviación típica, se añaden ahora nuevas columnas adecuadas al cálculo que se pretende.*

- Sensibilidad y gusto por la precisión, el orden y la claridad en el tratamiento y presentación de datos y resultados relativos a observaciones, experiencias y encuestas.

Calculadora estadística

— *Estudio de las características especiales de funcionamiento de las calculadoras científicas que disponen de modo estadístico;*

— *práctica en el manejo de las teclas especiales para los cálculos estadísticos.*

- Valoración de la incidencia de los nuevos medios tecnológicos en el tratamiento y representación gráfica de informaciones de índole muy diversa.

Encuesta: conclusión del trabajo

Informe final: características del muestreo; desarrollo de la encuesta; resultados obtenidos de la elaboración de los datos: tablas y gráficos; interpretación, conclusiones.

— *Recopilación de todos los materiales obtenidos y proceso de los mismos siguiendo los procedimientos vistos hasta aquí.*

Evaluación

1. Conocer los conceptos de población, muestra y carácter/variable estadística.
2. Diferenciar claramente entre población y muestra y entender el fundamento de la inferencia estadística.
3. Distinguir las características fundamentales que debe reunir una muestra para ser representativa: juzgar, según éstas, diversos muestreos concretos que se propongan.

4. Tener una idea general sobre las técnicas para la realización de encuestas: tema, influencia de la redacción de las preguntas, y adecuación de los cuestionarios al trabajo matemático posterior.
5. Saber construir una tabla a partir de datos sin agrupar.
6. Conocer el concepto de frecuencia.
7. Distinguir entre frecuencia absoluta y relativa.
8. Ser capaz de expresar las frecuencias relativas como porcentajes.
9. Ser capaz de expresar los porcentajes como tantos por uno...
10. Conocer los modos fundamentales de elaborar gráficas a partir de la tabla.
11. Decidir correctamente, frente a un conjunto de datos específico, el tipo de representación gráfica más adecuada.
12. Ser capaz de criticar con acierto o de someter a inspección crítica cualquier información presentada en forma de tablas y gráficas.
13. Saber interpretar gráficas, extrayendo de ellas la mayor cantidad de información posible y adoptando al mismo tiempo un punto de vista crítico respecto de la presentación de los datos.
14. Introducir la necesidad de los parámetros estadísticos.
15. Adquirir una idea correcta de su significado.
16. Comprender la utilidad de los parámetros centrales.
17. Calcular la media para valores simples y agrupados.
18. Comparar dos conjuntos de valores a partir de sus medias.
19. Hallar gráficamente el valor de la media.
20. Comprender la necesidad de los parámetros de dispersión.
21. Conocer el Rango y la Desviación Típica, entender su significado.
22. Calcular el Rango.
23. Calcular la Desviación Típica en los diversos casos.
24. Comparar dos conjuntos dados, con igual o parecida media, interpretando la información proporcionada por los valores respectivos de las desviaciones típicas.
12. Elaborar un informe que incluya desde la obtención de información bruta (elección del modo...) hasta la interpretación de los resultados finales.

3. Probabilidad

Introducción:

Se justifica este bloque en virtud de la utilidad que tiene para la interpretación y comprensión de hechos, fenómenos y situaciones de la vida cotidiana.

Conocimientos previos:

No se supone ninguno en esta parte.

Materiales:

— Fotocopiadora, para la elaboración de material de clase.

— Calculadoras.

— Equipo de probabilidades.

— Barajas, naipes, varios juegos de dados, etc.

Libros útiles para diseñar actividades:

— Los de 1.° de B. U. P. de las editoriales Akal, Anaya y Esla.

— Los de 1.° de B. U. P. del Grupo Cero, editorial Teide.

Objetivos didácticos:

— Reconocer fenómenos aleatorios en diversos ámbitos y ser capaz de describirlos elementalmente desde el punto de vista probabilístico.

— Ser capaz de resolver problemas de probabilidad mediante el uso de las combinaciones elementales de sucesos.

— Conocer diversos métodos para obtener números aleatorios.

— Asignar probabilidades correctamente: ser capaz de evaluar la "factibilidad" de fenómenos atendiendo a la observación de la "estabilización de las frecuencias relativas" (por algún método no combinatorio).

— Calcular probabilidades haciendo uso de diferentes recursos y empleando la ley de Laplace.

— Ser capaz de expresar el resultado de los propios cálculos probabilísticos en tantos por uno, aunque se emplee normalmente el lenguaje de tantos por ciento o de fracciones.

— Distinguir claramente el fenómeno de la "probabilidad psicológica" y ser capaz de ofrecer alternativas correctas a diversas interpretaciones erróneas de fenómenos aleatorios.

Los Criterios de Evaluación se relacionan al final de la unidad.

Tiempo previsto:

8 horas.

Observaciones metodológicas:

— Pese a la evidente ventaja que representa el empleo de la teoría de conjuntos en el estudio riguroso de la probabilidad, parece indudable aquí —en el nivel de la Educación Secundaria— que tal lenguaje ha de evitarse decididamente. En general, no sólo es posible, sino incluso fácil prescindir de estas notaciones en beneficio de otras más simples o más intuitivas; en concreto, para las tres operaciones con sucesos: "A o B" para la unión, "A y B" para la intersección y "no A" para el complementario (como muchos profesores acostumbran a decir, si bien no a escribir).

Introducción

Experiencias y fenómenos aleatorios y no aleatorios; imposibilidad de predicción de los resultados particulares en el primer caso-idea, sin embargo, de "factibilidad".

— *Reconocimiento de fenómenos aleatorios tanto en la vida cotidiana como en los productos de la ciencia;*

— *estudio de diversas experiencias aleatorias tomadas de ámbitos cotidianos y caracterización elemental de las mismas en términos de azar: repetición indefinida de la experiencia para observar que no se puede predecir ningún resultado concreto;*

— *planteamiento: diversos ejemplos prácticos con elementos de la experiencia inmediata (dados, cartas, monedas...) para tratar de establecer qué se puede y qué no se puede evaluar acerca de un fenómeno en que intervenga el azar;*

— *experimentación con diversos modos y posibilidades de obtener información acerca de los fenómenos aleatorios;*

— *obtención de números aleatorios: sorteos, tablas, calculadora...*

Fenómenos aleatorios: terminología

Conjunto de todos los resultados posibles ("sucesos elementales") del experimento o juego; concepto de suceso; sucesos imposible (F_i) y seguro (Omega).

— *Dilucidación, empleando métodos diversos (en cada caso, el que resulte más apropiado), de los posibles resultados de experimentos o juegos diversos;*

— *elaboración de diagramas de contingencia y de árbol para la discusión de algunos de estos problemas;*

— *empleo de otros posibles recursos para "atacar" casos particulares;*

— *obtención de números aleatorios: sorteos, tablas, calculadora...*

- Curiosidad e interés por investigar fenómenos relacionados con el azar;
- gusto por el diseño de pruebas.

Manejo de sucesos

Nuevos sucesos a partir de otros dados, (o), (y) y (no). Justificación de la necesidad de los sucesos imposible y seguro, ya introducidos. Sucesos incompatibles.

— *Repaso de los diversos ejemplos particulares ya vistos para caracterizar en cada uno de ellos a los sucesos imposible y seguro, dándoles nombres o enunciados diferentes;*

— *estudio de diversas experiencias hasta llegar a advertir la necesidad de considerar nuevos sucesos a partir de otros dados: "A y B", "A o B", "no A";*

— *manejo de sucesos;*

— *empleo del vocabulario adecuado para describir situaciones relacionadas con los sucesos y sus interrelaciones;*

— *confección de tablas de frecuencias y gráficas para representar el comportamiento de fenómenos aleatorios;*

— *formulación y contraste de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos;*

— *planificación y realización de experiencias sencillas para estudiar el comportamiento de fenómenos de azar.*

- Sensibilidad, gusto y precisión en la observación y diseño de experiencias relativas a fenómenos aleatorios.

Asignación de probabilidades

Ley de estabilización de las frecuencias relativas; ley de Laplace; probabilidad de los sucesos imposible y seguro.

— *Repetición de una prueba gran número de veces y tratamiento estadístico de los resultados obtenidos tras 100 pruebas, 500, 1000...;*

— *asignación de probabilidades a diversos sucesos mediante el estudio de la estabilización de sus frecuencias relativas;*

— *cálculo de probabilidades en casos sencillos aplicando la ley de Laplace.*

— *asignación de probabilidades en diversos experimentos sencillos buscando para ello la descripción más adecuada del espacio de probabilidades;*

— *utilización de distintas técnicas de recuento;*

— *utilización de otras informaciones diversas para asignar probabilidades a los sucesos: frecuencias, simetrías, creencias, observaciones previas...*

— *cálculo de probabilidades empleando diversos procedimientos: recuento, confección de diagramas en árbol, tablas de contingencia...*

— *asignación de probabilidad a los sucesos imposible y seguro;*

— *detección de los errores habituales en la interpretación subjetiva o psicológica del azar;*

— *utilización de la probabilidad para tomar decisiones fundamentadas en distintos contextos.*

- Disposición favorable a tener en cuenta la información probabilísitica en distintos contextos a la hora de evaluar circunstancias o tomar decisiones fundamentadas;
- reconocimiento y valoración de las matemáticas para interpretar, describir y predecir situaciones inciertas;
- disposición favorable a tener en cuenta las informaciones probabilísticas en la toma de decisiones sobre fenómenos aleatorios;
- valoración crítica de las informaciones probabilísticas en los medios de comunicación, rechazo de los abusos y usos incorrectos de las mismas;
- cautela y sentido crítico ante las creencias populares sobre los fenómenos aleatorios.

Evaluación

1. Distinguir entre fenómenos causales (o "deterministas") y fenómenos aleatorios; saber qué se puede y qué no se puede saber, afirmar, evaluar, cuantificar, acerca de los últimos.
2. Saber escribir el Espacio Muestral asociado a un fenómeno aleatorio como primer paso para su estudio y comprensión.
3. Reconocer, escribir y manejar sucesos, en particular el imposible y el seguro.
4. En su caso, disponer de diversos recursos o métodos para atacar problemas probabilísticos: diagramas de árbol y de contingencia, tablas...
5. Saber obtener series de números aleatorios por diversos métodos.
6. Ser capaz de diseñar experiencias muy sencillas para observar el comportamiento del azar.
7. Reconocer en ejemplos los sucesos unión, intersección y complementario de otros dados.
8. Saber calcular probabilidades sencillas empleando la ley de Laplace.
9. Saber asignar probabilidades por otros métodos "ad hoc", incluidos los más sencillos y rudimentarios.
10. Conocer la probabilidad de los sucesos imposible y seguro.
11. Identificar con seguridad, como falsas, diversas afirmaciones o puntos de vista "psicológicos" sobre fenómenos probabilísticos.

Introducción:

La inserción de este bloque dentro de la programación se justifica en virtud de las enormes dificultades que encuentran los alumnos y alumnas para emplear correctamente las reglas de manejo de expresiones algebraicas; esas dificultades les impiden progresar en el desarrollo de conceptos incluso aunque los tengan correctamente adquiridos en un primer nivel.

Conocimientos previos:

Rudimentos acerca de:

— Polinomios. Suma, resta y multiplicación.

— División de un polinomio por un binomio.

— Regla de Ruffini. Resto.

— Cuadrado de un binomio.

— Relaciones notables sencillas.

— Ecuaciones de primer grado. Métodos de resolución.

Materiales:

— Fotocopiadora, para la elaboración de material de clase.

— Calculadoras.

— Tablero de ecuaciones.

Libros útiles para diseñar actividades:

— Los de 1.° de B. U. P. de las editoriales Akal, Anaya y Esla.

— Los de 1.° de B. U. P. del Grupo Cero, editorial Teide.

— Grupo Azarquiel, *Ideas y actividades para enseñar Álgebra, Síntesis.*

Objetivos didácticos:

— Ser capaz de expresar simbólicamente determinadas relaciones y procesos.

— Adquirir cierta soltura en la manipulación de unas relaciones para llegar a otras y/o a situaciones finales.

Tiempo previsto:

9 horas.

Observaciones metodológicas:

— Nos basamos en experiencias contrastadas que prueban que afianzar el método intuitivo es la única forma de alcanzar el concepto de ecuación e incluso de adquirir con éxito los automatismos (Puig Adam...); por lo tanto, recomendamos trabajar el concepto de ecuación por diversos procedimientos (como tablero de ecuaciones...) antes de tratar los algoritmos de resolución.

El lenguaje algebraico

Las letras como representación de números en la Historia; las letras en el álgebra; el signo "=" aritmético y el signo "=" algebraico. Origen del álgebra.

— *Enumeración o descripción de las ventajas que representa la expresión simbólica;*

— *expresión simbólica de enunciados muy sencillos;*

— *asignación de enunciado razonable a una expresión simbólica;*

— *utilización con sentido crítico de algunas expresiones notables;*

— *identificación del significado y papel de letras en expresiones diversas;*

— *distinción entre igualdad numérica y algebraica;*

— *interpretación y utilización de los números, las operaciones y el lenguaje algebraico en diferentes, contextos, eligiendo la notación más adecuada para cada caso.*

- Aprecio por el valor del álgebra como lenguaje para expresar ideas y relaciones;
- aprecio de la importancia de otras culturas como, por ejemplo, la árabe.

Cálculo literal

Reglas para simplificar expresiones literales sencillas. Fórmulas del binomio de Newton para exponente 2 y otras relaciones notables.

— *Utilización de las fórmulas para el desarrollo de* $(a+b)^2$ *y* $(a-b)^2$.

— *comprobación por algún procedimiento: geométrico, multiplicación directa;*

— *manejo de las relaciones notables más frecuentes.*

— *utilización de la jerarquía y propiedades de las operaciones y de las reglas de uso de los paréntesis en cálculos escritos y en la simplificación de expresiones algebraicas sencillas.*

Las ecuaciones: planteamiento

Las letras como incógnitas; concepto de ecuación, miembros, términos, el signo igual en una ecuación.

— *Lectura de enunciados y determinación de los datos y las magnitudes desconocidas;*

— *asignación de incógnitas y paso a una expresión simbólica;*

— *examen de un enunciado y presentación ordenada de los pasos necesarios para relacionar la incógnita con los datos;*

— *aislamiento de la condición que permite obtener la ecuación (repetidas veces, en muchos y diferentes casos);*

— *identificación de problemas numéricos diferenciando los elementos conocidos de los que se pretende conocer y los relevantes de los irrelevantes;*

— *utilización del método de análisis-síntesis para resolver problemas numéricos;*

— *formulación verbal de problemas numéricos y algebraicos, de los términos en que se plantean y del proceso y cálculos utilizados para resolverlos, confrontándolos con otros posibles.*

- Valoración de la precisión, simplicidad y utilidad del lenguaje numérico y del álgebra para representar, comunicar o resolver diferentes situaciones de la vida cotidiana;
- sensibilidad y gusto por la presentación ordenada y clara del proceso seguido y de los resultados obtenidos en problemas y cálculos numéricos;
- confianza en las propias capacidades para afrontar problemas y realizar cálculos y estimaciones numéricas.

Las ecuaciones: resolución intuitiva

Solución; la ecuación como situación de equilibrio; despejar incógnitas: significado. Ecuaciones equivalentes.

— *Búsqueda de soluciones "a ojo" para un enunciado;*

— *comprobación de si la solución es única;*

— *para un número dado, búsqueda de algún enunciado de problema del que pudiera ser solución;*

— *resolución de ecuaciones por métodos intuitivos, cadenas, caminos, tablero de ecuaciones, balanzas...;*

— *escritura de ecuaciones equivalentes;*

— *escritura de ecuaciones dada la solución;*

— *comprobación de soluciones;*

— *clara distinción entre comprobar soluciones y repasar los cálculos.*

- Perseverancia y flexibilidad en la búsqueda de soluciones a los problemas numéricos.

Las ecuaciones: algoritmos de resolución

Ecuaciones equivalentes; resolución de una ecuación.

— *Dada una ecuación, obtención de otras equivalentes más sencillas, explicando las propiedades que se utilizan;*

— *enumeración de las maniobras y manipulaciones permitidas en una ecuación;*

— *comprobación del papel del cero en las ecuaciones;*

— *búsqueda de ejemplos en que se vea el "papel imposible" del cero;*

— *dada una ecuación, aplicación ordenada y jerárquica de los pasos (operaciones en el interior de los paréntesis, eliminación de los mismos, eliminación de denominadores, acumulación de incógnitas a un lado y datos a otro, búsqueda de inverso para quitar denominadores y resolución);*

— *resolución de problemas clásicos: de grifos, de relojes;*

— *resolución de ecuaciones de primer grado por transformación algebraica, y de otras ecuaciones por métodos numéricos y gráficos.*

- Gusto por el orden y el método riguroso en la resolución de ecuaciones;
- reconocimiento y valoración crítica de la utilidad de la calculadora y otros instrumentos para la realización de cálculos e investigaciones numéricas;
- disposición favorable a la revisión y mejora del resultado de cualquier conteo, cálculo o problema numérico;
- interés y respeto por las estrategias y soluciones a problemas numéricos, distintas de las propias.

Evaluación

1. Saber utilizar las letras como representación de números; trasladar situaciones dadas a expresiones algebraicas.
2. Manipular expresiones literales observando las normas y jerarquía de las operaciones.
3. Analizar problemas: entender el enunciado y simbolizar las relaciones que existan.
4. Resolver problemas en que aparezcan ecuaciones de primer grado.
5. Conocer y saber abordar algunos tipos de problemas "clásicos": de relojes, de grifos...

5. Geometría

Introducción:

La presencia de la Geometría queda justificada sobradamente al tratarse de una disciplina muy formativa porque ayuda a estructurar el razonamiento lógico, es accesible, sin demasiada necesidad de conocimientos previos y nunca trivial.

Conocimientos previos:

Rudimentos acerca de:

— Poliedros.

— Superficies y cuerpos de revolución.

— Áreas y volúmenes de algunos cuerpos (pirámide, cono, paralelepípedo,...).

Materiales:

— Fotocopiadora, para la elaboración de material de clase.

— Calculadoras.

— Ocasionalmente útiles de dibujar.

— Juegos de teselas. Tangram.

— Colecciones de sólidos en madera o plástico.

— Geoplanos.

— Diversos programas educativos de ordenador.

— Vídeos diversos.

— Planos y mapas.

Libros útiles para diseñar actividades:

— García Arenas, *Geometría y experiencias,* Alhambra.

— Alsina, *Simetría dinámica,* Síntesis.

Objetivos didácticos:

— Adquirir o mejorar el lenguaje geométrico.

— Adquirir o mejorar la percepción espacial.

— Identificar las formas geométricas y analizar sus elementos componentes.

— Estudiar las relaciones espaciales que se presentan en la realidad para sacar conclusiones que resuelvan situaciones de la vida práctica y de orden estético; saber analizar las propiedades básicas de forma experimental.

— Clasificar figuras con un criterio lógico mediante razonamientos sencillos.

— Razonar deductivamente en situaciones que no exijan gran rigor.

— Sacar conclusiones de orden práctico y estético ante configuraciones espaciales presentes en la vida cotidiana.

Los Criterios de Evaluación se relacionan al final de la unidad.

Tiempo previsto:

13 horas.

Observaciones metodológicas:

El trabajo personal del alumno es especialmente el que determina en estas unidades el proceso de aprendizaje.

Conceptos básicos: rectas, segmentos, ángulos...

Segmentos rectilíneos; mediatriz de un segmento.

— *Dibujo de rectas con regla y compás;*

— *medición, estimación de distancias entre puntos;*

— *trazado de paralelas y perpendiculares;*

— *resolución de problemas relativos a determinación de puntos en el plano que cumplan determinadas condiciones sobre distancias, utilizando el compás y la regla;*

— *obtención de mediatrices, definiéndolas con la máxima precisión;*

— *dibujo de segmentos de longitud dada con regla y compás;*

— *utilización diestra de los instrumentos de dibujo;*

— *utilización de la terminología y notación adecuadas para describir con precisión situaciones, formas, propiedades y configuraciones geométricas.*

- Curiosidad e interés por investigar sobre formas, configuraciones y relaciones geométricas;
- incorporación al lenguaje cotidiano de la terminología geométrica.

Ángulos

Concepto de ángulo; medida de ángulos, sistema sexagesimal de medida; clasificación; ángulos complementarios y suplementarios.

Concepto de bisectriz de un ángulo. Paralelismo y perpendicularidad de rectas.

— *Dibujo de ángulos diversos con regla y compás;*

— *estimación de la amplitud de ángulos dados;*

— *transporte de ángulos;*

— *obtención gráfica de sumas y restas así como de la medida de éstas expresada en las unidades apropiadas;*

— *lo mismo con la calculadora;*

— *dibujo de la bisectriz: definición precisa;*

— *búsqueda de propiedades;*

— *dibujo de paralelas y perpendiculares mediante diversos procedimientos, con regla y compás.*

Concepto de área: introducción

Medida de superficies. Determinación de una unidad de área arbitraria; métodos de cuadriculación, de descomposición. Área de figuras geométricas elementales: rectángulo, cuadrado, triángulo y paralelogramo.

— *Estimación de la medida del área de figuras con la unidad de medida previamente elegida;*

— *algoritmos específicos para calcular áreas: triángulo, rectángulo, paralelepípedos, circunferencia;*

— *cálculo por suma y diferencias de su descomposición;*

— *resolución de problemas;*

— *utilización de los instrumentos de medida;*

— *acotación de errores de medida en la evaluación de áreas;*

— *trabajo colectivo en el diseño de estrategias de medida.*

- Reconocimiento y valoración de las relaciones entre diferentes conceptos, como la forma y el tamaño de los objetos, y entre los métodos y lenguajes matemáticos que permiten tratarlos;
- valoración de la utilidad de medir;
- disposición favorable a medir y comparar;
- cuidado en elegir las unidades adecuadas.

Estudio de la circunferencia

La circunferencia y sus elementos. Longitud de la circunferencia y área del círculo, el número π. Posiciones relativas de una recta: exterior, tangente, secante. Ángulos en la circunferencia: central,

interior, inscrito, semiinscrito y exterior; medida y relaciones. Corona, sector, segmento y trapecio circular: sus áreas.

— *Dibujo de circunferencias, cuerdas, ángulos centrales, interiores...*

— *medida de longitudes y ángulos sobre la circunferencia;*

— *obtención gráfica de propiedades y relaciones sobre la circunferencia, utilizando regla y compás.*

- Sensibilidad ante las cualidades estéticas de las configuraciones geométricas, reconociendo su presencia en la naturaleza, en el arte y en la técnica.

Polígonos

Elementos; centro, vértices, lados, ángulos interiores y exteriores, diagonales, perímetro. Clasificación según el número de lados. Polígonos regulares. Suma de los ángulos interiores. Área de algunos polígonos: rombo, trapecio, polígonos regulares, polígonos cualesquiera. Estudio de los cuadriláteros: paralelogramos, trapecios y trapezoides; diagonales.

— *Dibujo de polígonos, identificación de sus ángulos, lados, centro, etc.;*

— *trazado de algunos polígonos regulares mediante procedimientos específicos;*

— *medida de longitudes y áreas con regla y compás;*

— *estimación de las correpondientes medidas;*

— *búsqueda de propiedades y relaciones;*

— *construcción de modelos geométricos, esquemas, planos, y maquetas de figuras planas, utilizando la escala, los instrumentos, los materiales y las técnicas adecuadas a cada caso;*

— *búsqueda de propiedades, regularidades y relaciones en figuras y configuraciones geométricas.*

- Sensibilidad ante las cualidades estéticas de las configuraciones geométricas, reconociendo su presencia en la naturaleza, en el arte y en la técnica;
- interés y gusto por la descripción verbal precisa de formas y características geométricas.

Triángulos

Clasificación según los lados y según los ángulos. Base y altura; hipotenusa y catetos en triángulos rectángulos. Puntos notables determinados por las mediatrices, alturas, medianas y bisectrices: circuncentro, ortocentro, baricentro e incentro. El teorema de Pitágoras.

— *Dibujo de las medianas, alturas... en triángulos;*

— *obtención de la suma de los ángulos interiores del triángulo;*

— *inducción del resultado sobre la suma de los ángulos interiores al caso de polígono de n lados;*

— *inducción del concepto de mediana para un cuadrilátero;*

— *búsqueda de propiedades y relaciones.*

Evaluación

1. Saber dibujar y definir, coloquial pero precisamente, mediatriz y bisectriz.
2. Obtener puntos del plano que cumplan diversas condiciones relativas a distancias.
3. Utilizar el concepto de ángulo para describir configuraciones geométricas.
4. Estimar la medida de superficies descomponibles en triángulos eligiendo las unidades adecuadas y el tipo de números empleados.
5. Estimar la medida de superficies mixtilíneas, eligiendo unidades y números empleados .
6. Identificar y describir regularidades en formas geométricas.
7. A partir de las propiedades y elementos del triángulo encontrar propiedades en otras figuras planas.

Objetivos didácticos:

— Mejorar la percepción espacial.

— Mejorar las habilidades de representación gráfica.

— Interpretar correctamente planos y representaciones a escala.

Tiempo previsto:

12 horas.

Observaciones metodológicas:

Vale lo dicho en la unidad anterior.

Proporcionalidad de segmentos, semejanza

Proporcionalidad de segmentos, terorema de Tales. División de un segmento en partes. La semejanza en los triángulos: criterios. Polígonos semejantes; razón entre las áreas de figuras semejantes; escalas.

— *Reconocimiento de la semejanza; manejo de figuras semejantes;*

— *estimación y cálculo del factor de escala;*

— *verificación del teorema de Tales, explicación de las propiedades en que se basa;*

— *expresión del teorema de Tales en lenguaje algebraico y enunciado preciso del mismo;*

— *verificación del teorema de Pitágoras mediante equivalencia de áreas;*

— *expresión del teorema de Pitágoras en lenguaje algebraico y enunciado preciso del mismo;*

— *aplicación de movimientos a figuras y cuerpos;*

— *identificación de la semejanza entre figuras y cuerpos geométricos, y obtención del factor de escala;*

— *utilización del Teorema de Tales para obtener o comprobar relaciones métricas entre figuras.*

Resolución de problemas: métodos, técnicas

Técnicas; recomendaciones; método "del final al principio".

— *Empleo del vocabulario adecuado para describir con precisión situaciones y problemas geométricos;*

— *identificación de problemas geométricos diferenciando los elementos conocidos de los que se pretende conocer y los relevantes de los irrelevantes;*

— *utilización del método "hacia atrás" o "suponer el problema resuelto" para abordar problemas geométricos;*

— *reducción de problemas geométricos complejos a otros más sencillos (pasando del espacio al plano, de una figura complicada a otra más simple, de una configuración con muchos elementos a otra con menos elementos, del caso particular a uno general, del caso general a uno particular, etc.) para facilitar su comprensión y resolución;*

— *utilización de diferentes procedimientos (factor de conversión, regla de tres, tantos por algo, manejo de tablas y gráficos...) para efectuar cálculos de proporcionalidad;*

— *descripción verbal de problemas geométricos y del proceso seguido en su resolución, confrontándolo con otros posibles;*

— *utilización de la composición, descomposición, intersección, movimiento, deformación y desarrollo de figuras y configuraciones geométricas para analizarlos u obtener otros;*

— *elección de las formas o configuraciones geométricas que se ajusten mejor a unas condiciones dadas.*

- Flexibilidad para enfrentarse a situaciones geométricas desde distintos puntos de vista;

- reconocimiento y valoración de la utilidad de la geometría para conocer y resolver diferentes situaciones relativas al entorno físico;
- perseverancia en la búsqueda de soluciones a los problemas geométricos, y en la mejora de las ya encontradas;
- interés y respeto por las estrategias y soluciones a problemas geométricos, distintas de las propias;
- gusto por emplear descripciones geométricas;
- cuidado en elegir las unidades adecuadas;
- valoración crítica de los resultados obtenidos;
- curiosidad e interés por investigar sobre formas, configuraciones y relaciones geométricas.

Mapas y planos: la representación a escala

Semejanza de figuras: concepto de escala; proporcionalidad, factor de escala; curvas de nivel.

— *Elaboración de planos a escala (un aula, una planta de un edificio, los alrededores del centro);*

— *obtención de perfiles a partir de mapas topográficos;*

— *obtención del perímetro y el área de regiones sobre su plano, eligiendo y transformando las medidas según convenga;*

— *manejo de la terminología y vocabulario adecuados para informar de tamaños relativos.*

- Valoración de la geometría como medio para conocer su entorno y desde el punto de vista meramente estético;
- actitud crítica ante la interpretación de las representaciones a escala utilizadas para transmitir mensajes de diverso contenido;
- gusto por la presentación cuidadosa de trabajos;
- sensibilidad y gusto por la realización sistemática y presentación cuidadosa y ordenada de trabajos geométricos.

Cuerpos en el espacio

Figuras poliédricas: caras, vértices, aristas. Poliedros regulares: tetraedro, cubo... Prismas: áreas laterales y totales. Paralelepípedos. Pirámides: áreas lateral y total. Cilindro, cono, esfera. Representación plana de figuras tridimensionales.

— *Identificación de los elementos de los cuerpos: vértices, aristas y caras; ángulos planos y diedros;*

— *estimación y cálculo de las medidas de longitudes y áreas laterales de todos ellos por diversos procedimientos;*

— *algoritmos para el cálculo de áreas laterales de algunos cuerpos;*

— *construcción de modelos a escala;*

— *búsqueda de propiedades y relaciones;*

— *construcción de modelos geométricos, esquemas, planos, y maquetas de figuras espaciales utilizando la escala, los instrumentos, los materiales y las técnicas adecuadas a cada caso;*

— *representación plana de cuerpos geométricos sencillos, conservando cierta sensación de perspectiva;*

— *búsqueda de propiedades, regularidades y relaciones en cuerpos;*

— *utilización de métodos inductivos y deductivos para la obtención de propiedades geométricas de los cuerpos y relaciones entre ellos.*

- Sensibilidad ante las cualidades estéticas de las configuraciones geométricas, reconociendo su presencia en la naturaleza, en el arte y en la técnica;
- interés y gusto por la descripción verbal precisa de formas y características geométricas.

Volumen

Idea práctica de volumen de los cuerpos: su medida; algoritmos específicos para el cálculo del volumen de algunos sólidos: paralelepípedos; cubo; prisma y pirámide; cilindro y cono; esfera.

— *Determinación de una unidad de volumen arbitraria;*

— *estimación de la medida del volumen de cuerpos con la unidad de medida previamente elegida;*

— *utilización de las fórmulas de longitud, área y volumen;*

— *empleo de los algoritmos particulares para el cálculo del volumen;*

— *cálculo de volúmenes por descomposición en paralelepípedos;*

— *utilización de la composición, descomposición, intersección, movimiento, deformación y desarrollo de cuerpos para analizarlos u obtener otros;*

— *utilización de los instrumentos de medida;*

— *evaluación de áreas y volúmenes;*

— *acotación de errores de medida;*

— *trabajo colectivo en el diseño de estrategias de medida.*

- Confianza en las propias capacidades para percibir el espacio y resolver problemas geométricos;
- valoración de la utilidad de medir;
- disposición favorable a medir y comparar;
- cuidado en elegir las unidades adecuadas;

- reconocimiento y valoración de la utilidad de la geometría para conocer y resolver diferentes situaciones relativas al entorno físico.

Evaluación

1. Entender y manejar la representación a escala.
2. Reconocer, identificar y saber nombrar las figuras y los cuerpos geométricos sencillos.
3. Interpretar, describir con precisión configuraciones geométricas en las que intervengan incidencias, traslaciones, giros, semejanzas, etc. Saber interpretar un plano (o maqueta) y obtener las medidas reales a partir de la representación a escala. Obtener perfiles.
4. Reconocer, identificar pautas de proporcionalidad numérica y calcular términos proporcionales y, en el caso de segmentos, razones de proporcionalidad.
5. Estimar volúmenes de espacios y objetos con una precisión acorde con la regularidad de sus formas y con su tamaño.
6. Calcular volúmenes de cuerpos compuestos por ortoedros, eligiendo las unidades y tipos de número que convengan al caso.

6. Funciones

Introducción:

La presencia de un bloque específico para funciones queda ampliamente justificada por la necesidad que experimenta cualquier persona de elementos de análisis mínimos que ayuden interpretar los múltiples fenómenos de cambio que caracterizan nuestra sociedad, así como discernir el sentido de las informaciones que suministran los medios de comunicación.

Conocimientos previos:

Rudimentos de:

— Función lineal. Representación gráfica (mediante tabla de valores).

— Función cuadrática. Estudio de los casos reducidos.

— Estudio de las parábolas.

Materiales:

— Fotocopiadora, para la elaboración de material de clase.

— Calculadoras.

— Ocasionalmente, útiles de dibujar.

— Materiales extraídos de diversos documentos.

— Programas educativos.

— Vídeos de funciones.

Libros útiles para diseñar actividades:

— Los de 1.° de B. U. P. de las editoriales Akal, Anaya y Esla.

— Los de 1.° de B. U. P. del Grupo Cero, editorial Teide.

— AZCARATE, *Funciones y gráficas,* Síntesis.

Unidad didáctica 8. Funciones

Objetivos didácticos:

— Comprender la importancia de los fenómenos que implican cambio en nuestro modo actual de vida.

— Poder leer e interpretar la información sobre estos fenómenos que venga dada mediante gráficas o tablas.

— Disponer de recursos para extraer la máxima información posible.

— Desarrollar cierto sentido crítico ante la forma en que se presenta la información y su posible carácter tendencioso.

Los Criterios de Evaluación se relacionan al final de la Unidad.

Tiempo previsto:

12 horas.

Observaciones metodológicas:

El aprendizaje en funciones debe enfocarse desde múltiples procedimientos, descripción verbal, tabla gráfica, etc. Nunca tabajar solo, ni siquiera prioritariamente, los procedimientos de traducción de la ecuación a la gráfica.

Coordenadas cartesianas

Ejes, origen de coordenadas, sentidos positivo y negativo; unidades de medida; pares ordenados de números, coordenadas cartesianas.

— *Ubicación de puntos en el plano;*

— *reconocimiento de escalas;*

— *reconocimiento de magnitudes.*

- Disposición favorable a utilizar los sistemas de referencia en el lenguaje habitual.

Gráficas: introducción

Escala, tabla de valores, dimensión de la gráfica.

— *Lectura de gráficas muy sencillas;*

— *dimensiones de la gráfica; elección de las escalas;*

— *tablas de valores: obtención de imágenes de puntos concretos;*

— *discusión de gráficas "imposibles".*

— *formulación de conjeturas a la vista de una gráfica;*

— *invención de enunciados que se amolden a gráficas dadas;*

— *trazado de gráficas a partir de tablas;*

— *obtención de fórmulas;*

— *a partir de enunciados verbales, elaboración de bocetos de gráficas, elaboración de las tablas correspondientes;*

— *a partir de una o varias gráficas dadas (y representadas) construcción sobre el propio diagrama cartesiano de otras gráficas nuevas obtenidas de las iniciales mediante suma, diferencia, producto por número...*

— *detección de falacias en la elección de las escalas o deformación arbitraria de alguna de ellas.*

— *utilización e interpretación del lenguaje gráfico de acuerdo con la situación; empleo del vocabulario y los símbolos apropiados.*

- Sensibilidad, interés y valoración crítica del uso del lenguaje gráfico en informaciones y argumentaciones diversos.

Concepto de función

Variables dependiente e independiente.

— *Observación y estudio de casos prácticos de dependencia funcional;*

— *manejo de formas diversas de expresar la dependencia entre variables: 1, descripción verbal; 2, tabla de valores; 3, gráfica; 4, fórmula;*

— *obtención "experimental" de funciones que describan fenómenos propuestos.*

Gráficas de funciones

— *Identificación de las variables dependiente e independiente;*

— *utilización de expresiones algebraicas para describir gráficas sencillas;*

— *interpretación y elaboración de tablas numéricas a partir de conjuntos de datos, de gráficas o de expresiones funcionales, teniendo en cuenta el fenómeno al que se refieren;*

— *construcción de gráficas a partir de tablas, eligiendo el tipo más adecuado;*

— *detección de errores en las gráficas que puedan afectar a su interpretación.*

- Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de una gráfica, teniendo en cuenta el fenómeno que representa o su expresión algebraica;
- valoración de las técnicas que permiten la manipulación de datos;
- valoración de la incidencia de los nuevos medios tecnológicos en el tratamiento y representación gráfica de informaciones de índole muy diversa.

Características de las gráficas

Crecimiento, valores extremos, discontinuidades, periodicidad, tendencia.

— *Reconocimiento del crecimiento, los extremos, las discontinuidades, la periodicidad y la tendencia en numerosas gráficas;*

— *utilización e interpretación del lenguaje gráfico de acuerdo con la situación; empleo del vocabulario y los símbolos apropiados.*

- Reconocimiento y valoración del lenguaje gráfico para representar y resolver problemas de la vida cotidiana y del conocimiento científico, así como para predecir o anticipar el comportamiento de diversos fenómenos;
- reconocimiento y valoración de las relaciones entre el lenguaje gráfico y otros conceptos y lenguajes matemáticos;
- curiosidad por investigar relaciones entre magnitudes o fenómenos;
- sensibilidad y gusto por la precisión, el orden y la claridad en el tratamiento y presentación de datos y resultados relativos a observaciones, experiencias y encuestas.

Función lineal

Repaso a las distintas clases de funciones. Funciones polinómicas de primer grado. Funciones lineales (representadas mediante rectas); relación de proporcionalidad directa.

— *Funciones representadas mediante rectas; distintas formas de la ecuación;*

— *$y = k\,x$; magnitudes proporcionales, coeficiente de proporcionalidad;*

— *trazado de rectas;*

— *estudio de la influencia en la gráfica del "coeficiente angular".*

Evaluación

1. Ubicar números de cualquier clase sobre la recta; comparar números.
2. Saber ubicar puntos en plano sobre un sistema de coordenadas cartesianas; conocer y diferenciar los nombres de los ejes, ordenadas y abscisas.
3. Dibujar correctamente las escalas; elegirlas y emplearlas correctamente y con flexibilidad.
4. Leer e interpretar gráficas, extrayendo la mayor cantidad posible de información directa o manifiesta.
5. Extraer datos de gráficas efectuando alguna operación, manipulación o cálculo.
6. Interpolar; extrapolar, formular razonadamente conjeturas acerca del comportamiento de la gráfica fuera del intervalo conocido.
7. Saber dibujar gráficas aproximadas para fenómenos descritos verbalmente.
8. Idear enunciados verbales para gráficas dadas.
9. Ser capaz de detectar y criticar gráficas engañosas o falaces. Identificar gráficas ambiguas o que no se correspondan con el concepto de función.
10. Interpretar relaciones funcionales dadas en forma de tabla o a través de una expresión sencilla.

11. Dibujar la gráfica utilizando un sistema de coordenadas cartesianas; representarla en forma estética y significativa.
12. Presentar escritos claros, concisos y significativos.
13. Saber identificar el comportamiento lineal de fenómenos lineales o de la vida práctica.
14. Saber traducir el comportamiento de dichos fenómenos a representaciones gráficas.
15. Identificar gráficas lineales.
16. Reconocer otros tipos de funciones no lineales.
17. Resolver problemas elementales en que aparezcan rectas.

Unidades didácticas para el primer trimestre del tercer curso

Números I

El lenguaje de los números

☞ El objeto de las actividades siguientes es resaltar la necesidad de los numeros y de disponer de un modo de expresarlos. Conocer el sistema de numeración romano, el decimal y el binario.

Puede proporcionarse una hoja de trabajo a los alumnos para que vayan trabajando según su propio ritmo. Si resulta necesario, deberán recordarse o explicarse las reglas de escritura de numeración romana, de la descomposición en suma de potencias de 10 de un número, de un algoritmo para pasar de binario a decimal y decimal a binario. Ocasionalmente se generalizará.

1. Un modo de contar sería asignar un nombre a cada número natural. Si esta asignación se hace utilizando reglas que economicen signos para su representación se tiene un sistema de numeración. Hacer un pequeño resumen sobre la conveniencia de disponer de un sistema de numeración.

2. Escribir en esta numeración los numeros 20, 14, 321, 1992, 1412, 6032.

3. ¿De cuántas cifras se dispone para escribir números en el sistema decimal? ¿Qué diferencia hay entre un dígito, una cifra y un número? ¿Puede influir el hecho de tener 10 dedos en las manos en que nuestro sistema de numeración sea decimal? Con los dígitos 3, 6 y 9 pueden escribirse varios números; escribir algunos de ellos y ordernarlos de menor a mayor. Hacer una observación sobre la importancia del lugar que ocupa cada cifra.

4. Escribir y leer en castellano el número 45.700.098.700.

5. Escribir, utilizando potencias de 10, los números: 1.057, 100.000, 205.

6. El sistema binario sólo utiliza dos cifras: 0 y 1. ¿Podrías escribir hasta los diez primeros números? Si los has obtenido podrías comprobar (median-

te una descomposición en potencias de 2, por ejemplo) que el 1001 binario es el 9 decimal?

7. Discutir en qué casos resulta más útil el sistema binario que el decimal. ¿De cuántos "dedos" dispone un ordenador?

8. Haciendo los cálculos necesarios rellenar la siguiente tabla:

Decimal	Binario
45	
	1010
1992	
	11110000
	100000000000000

9. ¿Cuántos dedos tienen los marcianos en sus manos sabiendo que, en su planeta, 17 se escribe 21

Operaciones con enteros

☞ El objeto de las actividades siguientes es comprender los usos que pueden darse a los números, identificar, ordenar, codificar, contar, descontar, etc., y practicar las operaciones y la jerarquía que hay entre ellas, entendiendo que no es algo ocioso, sino imprescindible para poder calcular.

No parece imprescindible suministrar ningún tipo especial de información al alumno. Se atenderán las dificultades que se vayan planteando.

Se pueden desarrollar actividades de números utilizando juegos como los dominós, pentaminós, crucigramas, etc., pero con cierta prudencia.

1. Elaborar un pequeño informe con los tipos de números y situaciones que pueden darse en un día cualquiera de la vida de un individuo.

2. El número de expediente que tiene un alumno en la secretaría del instituto es un ejemplo de función utilitaria que puede cumplir los números: la de identificación. Enumera al menos otras cuatro funciones que se te ocurran y pon ejemplos.

3. Substituir cada letra por un número de modo que cuadre la suma siguiente:

$$\begin{array}{r} \text{M I} \\ \text{M A MA} \\ \text{ME} \\ \text{M I MA} \\ \hline \text{E D I P O} \end{array}$$

4. Con los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9, sin repetirlos, formar tres números de tres dígitos de manera que el producto de los tres dé un resultado de nueve cifras sin que se repita ninguna. (Hay varias soluciones, ¿podrías encontrar alguna?).

5. Colocar las cifras 9, 9, 6, 5, 4, en el orden adecuado y con las operaciones que convengan para que el resultado sea 31.

6. Añadir paréntesis en la expresión: 2*3 + 5*1 – 3 + 2 para que el resultado sea –2.

7. Rellenar las casillas vacías con los signos que falten para que se obtenga el resultado:

3		3		3		3	=	3
4		4		4		4	=	3
5		5		5		5	=	3

8. Si tenemos: 3 + (4 – 5) + (– 4) ¿Podrías decir qué clase de números aparecen? ¿Qué operaciones? ¿Es indiferente el orden a seguir para hacer los cálculos? Da un orden de prioridades para llegar al resultado.

9. Indicar el signo de los siguientes números:

(–8).

–(–8).

–(–(–(–8))).

10. Supongamos un número entero cualquiera; si le ponemos un signo "menos" delante, ¿resulta siempre un número negativo? Pon ejemplos.

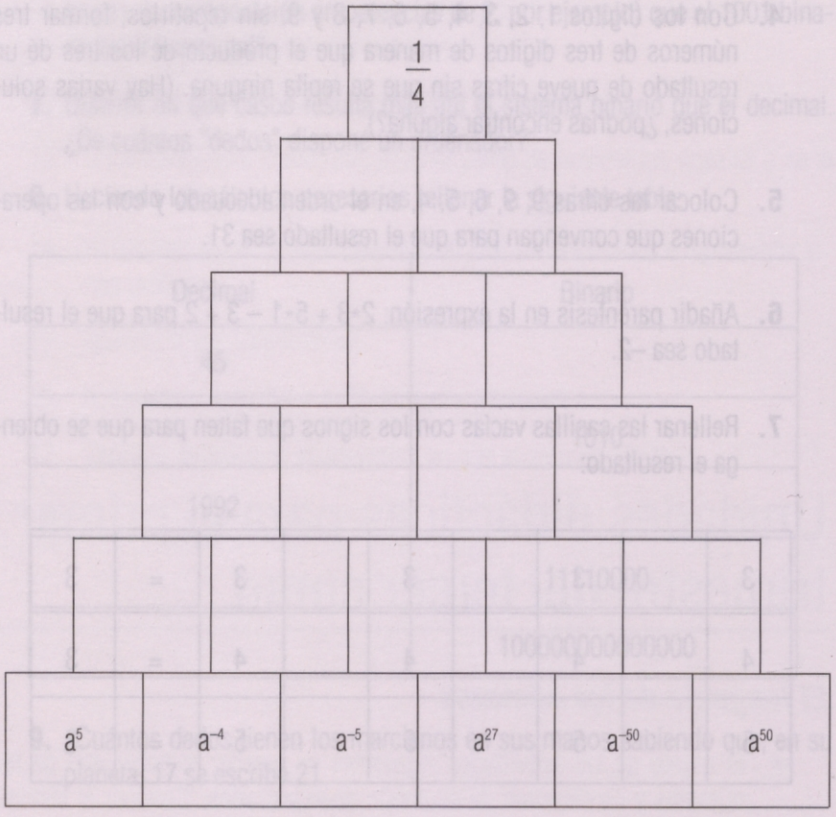
11. Supongamos un número **a** de los llamados enteros. Señala entre las siguientes afirmaciones las que son falsas, dando las razones que creas convenientes.

1. **a** es siempre positivo.

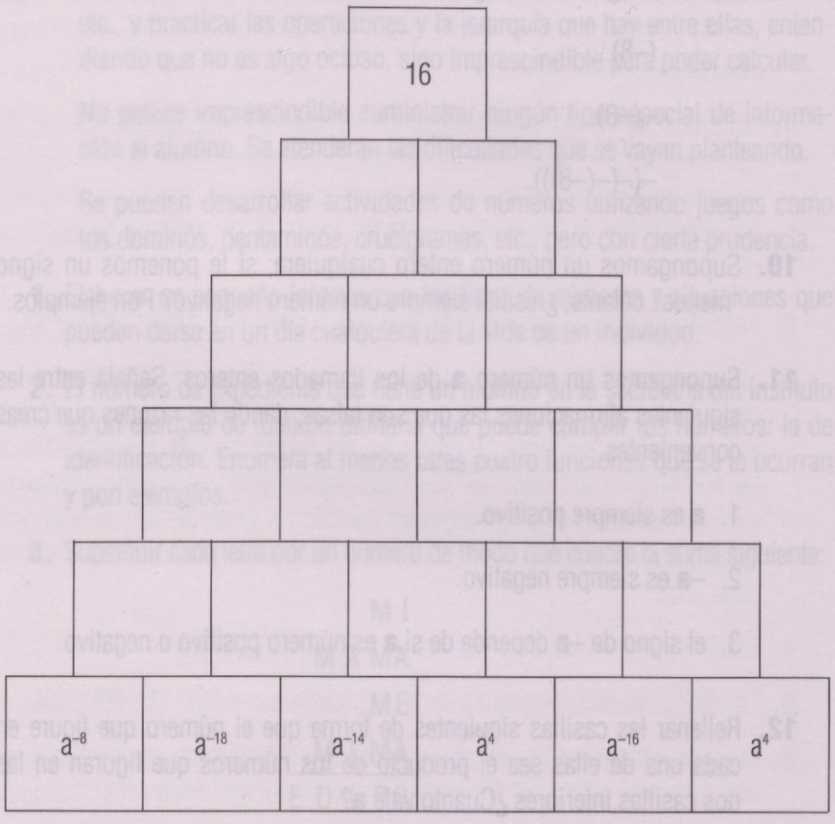
2. **–a** es siempre negativo.

3. el signo de **–a** depende de si **a** es número positivo o negativo.

12. Rellenar las casillas siguientes de forma que el número que figure en cada una de ellas sea el producto de los números que figuran en las dos casillas inferiores ¿Cuanto vale **a**?



13. Rellenar las casillas siguientes de forma que el número que figure en cada una de ellas sea el cociente de los números que figuran en las dos casillas inferiores (la de la izquierda entre la de la derecha) ¿Cuanto vale **a**?



14. Queremos hacernos un tablero de ajedrez. Para ello disponemos de cuadraditos de 1 cm. de lado y de 1 dm. de lado. ¿Cuáles parece aconsejable utilizar para colocar el tablero sobre una mesa de 90 x 120 cm.? ¿De qué medidas nos quedarían los tableros en cada caso? ¿Podrías sugerir otro tamaño para las casillas, que resultase adecuado a nuestra mesa?

La calculadora

☞ En este bloque se trata tan sólo de "presentar" la calculadora a los alumnos; en general se debe huir del amontonamiento de cálculos fuera del contexto en que se genera el problema.

La utilización de la calculadora como auxliar de cálculo se extenderá a todas y cada una de las unidades que siguen.

1. Mirar la calculadora; identificar las teclas que tiene, [M+] o [Min], [M-], [MR], [MC], [+/-]...;investigar el comportamiento de las teclas de memoria, haciendo operaciones como la siguiente:

2 [x] 3 [=] [M+] [MR] 7 [÷] [MR].

2. Efectúa las siguientes operaciones con papel y lápiz; después prueba a realizar con la calculadora observando si aparece el resultado correcto o no:

$7 + 2 - 3$	$(8 + 6)/2$
$3 \times 4 + 5$	$17 - (20 - 2)$
$3 \times (4 + 5)$	$18/(20 - 2)$
$(7 \times 6)/2$	$12/(20 \times 2)$

Las que no te hayan dado soluciones correctas, repítelas utilizando las teclas de memoria, almacenando resultado parciales en la memoria y sacándolos a pantalla en el momento adecuado con la tecla [MR]. (Por ejemplo, para hacer 7/(5-3): 5 [-] 3 [=] [M+] 7 [÷] [MR] [=]).

3. Lo mismo para:

$4^2 + 5$	7×8^2
$4 + 5^2$	$(7 \times 8)^2$
$(4 + 5)^2$	$7^2 \times 8^2$
$4^2 - 3^2$	$3 \times 5 - 2 \times 4$

4. Investiga el comportamiento de las pulsaciones [x] [x] y [+] [+]:

6 [x] [x] [=] [=] [=]...

5 [+] [+] [=] [=] [=]...

Números fraccionarios y decimales; números para medir

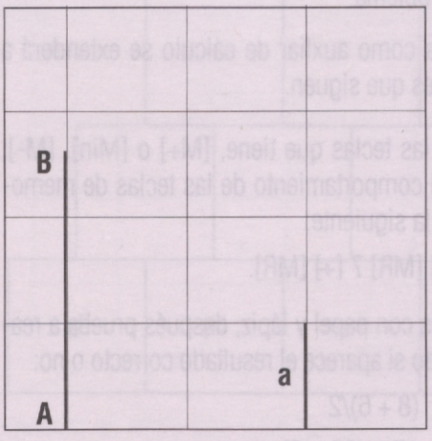
☞ El objeto de las siguientes actividades es comprender la necesidad de utilizar los números fraccionarios, trabajar con ellos en sus distintas formas y aplicaciones: fracciones equivalentes, porcentajes, números decimales y formas de obtenerlos, etc.

Pueden utilizarse los dominós de fracciones, incluso pueden hacerse en folios previo diseño por parte de los alumnos. Este tipo de actividades son adecuadas para desarrollarlas como trabajo para casa.

En el ANEXO figuran tablas en blanco para elaborar material para algunas actividades: dominós de diversos tipos y pirámides algebraicas.

1. Aparte de la necesidad de contar nos encontramos a menudo en la necesidad de medir. ¿Podrías explicar brevemente qué es medir? Pon algún ejemplo. ¿Qué tipos de números nos encontramos?

2. Supongamos que queremos medir el segmento AB con el segmento **a**.



El segmento **a** no cabe un número exacto de veces. ¿Se podría dar el resultado en forma de fracción?

3. Juego con dominó de fracciones equivalentes.

4. ¿Podrías diseñar una estrategia para elaborar un dominó de fracciones equivalente? Pónla en práctica.

5. Ordenar los números:

$$\frac{7}{4}, \frac{9}{4}, \frac{8}{4}, \frac{13}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{4}, \frac{40}{4}$$

$$\frac{2}{4}, \frac{2}{5}, \frac{2}{6}, \frac{2}{3}, \frac{2}{9}, \frac{2}{8},$$

6. Efectuando la división, obtener en forma decimal las fracciones que aparecen en la tabla siguiente:

Fracción	N.° decimal
$\frac{4}{5}$	
$\frac{1}{3}$	
$\frac{2}{27}$	
$-\frac{6}{16}$	
$-\frac{7}{6}$	

7. En el ejercicio anterior habrás obtenido números decimales de diversos tipos. ¿Recuerdas sus nombres?, ¿podrías identificarlos sin necesidad de hacer la división?

8. Al disponernos a calcular el número decimal que corresponde a $\frac{2}{49}$ vemos que:

a) El número decimal que se obtiene tiene un período de muchas cifras.

b) El número decimal que se obtiene no es periódico.

¿Podrías hacer alguna afirmación a la vista del resultado anterior?

9. Observar la tabla siguiente, comprobarla y completarla:

Número decimal	Número decimal	Fracción	Fracción
0,3	0,3	3/10	3/10
1,3	1,33..	(13–1)/9	12/9
1,16	1,1666..	(116-11)/90	7/6
	0,999..		
	1,999..		
	1,0999..		
	1,00999..		
	1,1..		

10. ¿Podrías obtener alguna regla que permita pasar un número decimal, de cualquiera de las tres clases, a fracción?

11. Como ya sabes la expresión 3 % significa 3 de cada 100, es decir 3/100. La fracción 1/4 expresa un porcentaje ya que 1/4 = 25/100.

Rellenar la siguiente tabla utilizando la calculadora.

Fracción	%
$\frac{1}{4}$	
	143%
$\frac{4}{5}$	
$\frac{3}{4}$	
	1,24%
$\frac{1}{25}$	

12. Una tableta de chocolate contiene 32% de cacao, 20% de azúcar, 15% de leche en polvo, 3% de vainilla y 30% de avellanas. Si su peso es de 125 gramos, ¿cuántos contiene de cada componente?

14. Diseñar una estrategia para elaborar un dominó de fracciones y "tantos por ciento".

15. Al comprar un ordenador cuyo precio es 200.000 pesetas, el vendedor nos informa de que hay que añadirle el 13% de I. V. A. Con la calculadora multiplicamos 200.000 x 1,13. ¿Obtendremos el precio total? Podrías razonar a que otras operaciones equivale?

Operaciones con números decimales y fraccionarios

☞ El objeto de las siguientes actividades es practicar las posibles operaciones con los números racionales en todas sus formas, aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones; incorporar la notación exponencial a los cálculos cuando sea necesaria; valerse de la calculadora.

1. Enumerar las operaciones que pueden hacerse con números fraccionarios. ¿Hay alguna imposible?

2. Entre las siguientes afirmaciones señalar las ciertas y las falsas dando las explicaciones convenientes.

— Sólo pueden sumarse fracciones que tengan el mismo denominador.

— Pueden sumarse cualesquiera fracciones, ya que basta con escribirlas todas ellas con el mismo denominador.

— Una fracción es mayor que otra sólo con que tenga más grande el numerador.

— Para multiplicar dos fracciones basta multiplicar los numeradores entre sí y hacer lo mismo con los denominadores.

— Para dividir dos fracciones basta dividir los numeradores entre sí y lo mismo con los denominadores.

3. Juego con dominó de operaciones con fracciones.

4. Diseño de un puzzle de operaciones.

5. Dada la expresión $-(\frac{20}{4}) + (\frac{5}{8} + \frac{1}{4})\,3$, Indicar el orden en que deben hacerse las operaciones y hacerlas. La fracción que resulte debe ser lo más reducida posible.

6. Completar el siguiente cuadro:

número	notación exponencial	castellano
40.000.000.000		
600.745.987		
0,000001		
0,0000023		
45.000.000		
3.005		

7. Explicar las ventajas e inconvenientes de la notación científica. ¿Para qué tipos de números es adecuada?

8. Con las cifras 0 y 1, repitiendo alguna de ellas, escribe un número muy grande y uno muy pequeño; ¿qué orden de magnitud has empleado?

9. Asociar las siguientes cantidades con los correspondientes órdenes de magnitud:

— Número de habitantes de la Tierra.

— Kilos que pesa un individuo.

— Kilómetros que tiene un año luz.

— Número de cabellos de un chico de 15 años.

— Metros que hay en una pulgada.

— Kilómetros entre la Tierra y la Luna.

— Kilómetros que tiene una Unidad Astronómica.

— Espesor de un cabello en centímetros.

Cantidades: 10^{9}; 10^{5}; 10^{8}; 10^{1};

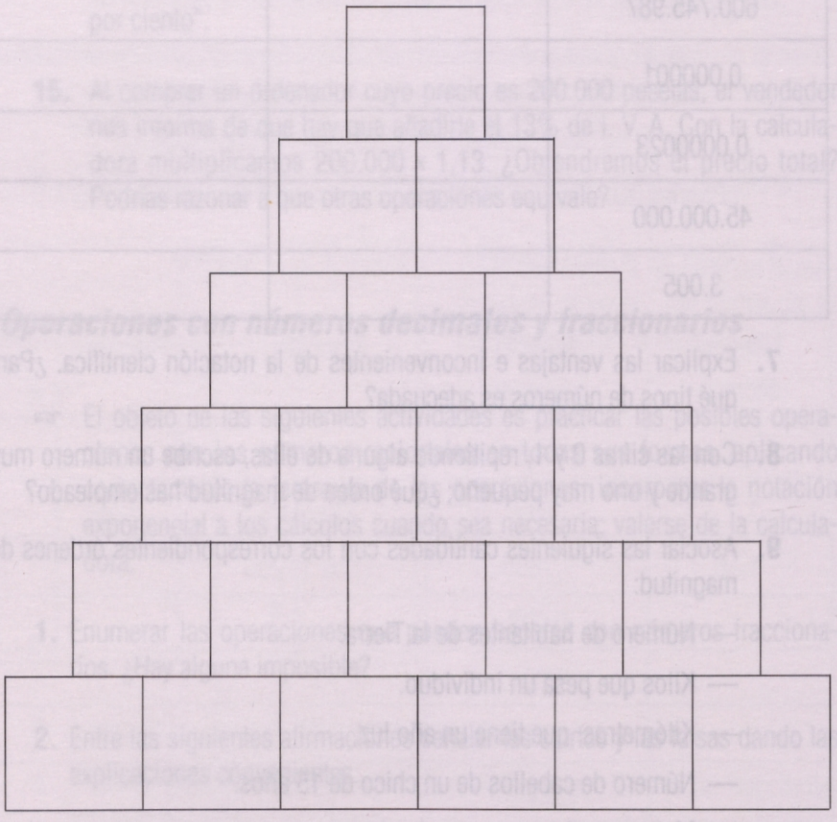
10^{-2}; 10^{5}; 10^{-4}; 10^{7}.

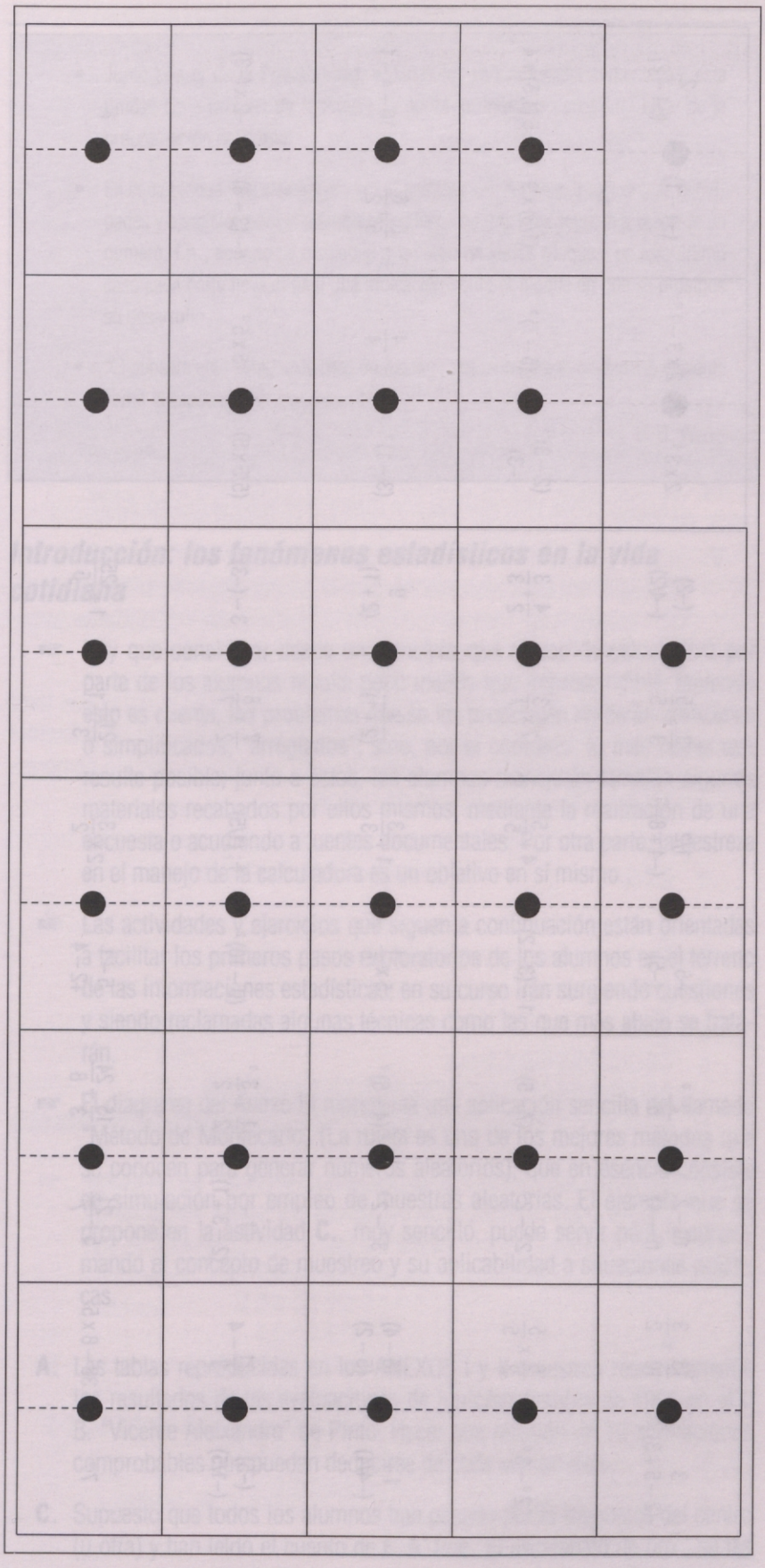
10. Hacer una lectura del libro "Potencias de 10" o ver el vídeo del mismo nombre y establecer un orden de magnitud aceptable para el universo tomando al ser humano como referencia; ¿puede hacerse esto de otra forma?; inconvenientes que plantea.

11. Se cuenta que el inventor del ajedrez pidió como recompensa 1 grano de trigo por el primer cuadro del tablero, 2 por el segundo, 4 por el tercero, 8 por el siguiente... y así hasta el cuadro número 64; eso hace aproximadamente $1{,}8 \times 10^{19}$ granos de trigo; si 10 granos es aproximadamente 1 gramo, ¿cuánto tiempo tardaría en comérselo si diariamente consume un pan de medio kilo de trigo?

12. Si los habitantes de la Tierra son aproximadamente 4.000.000.000 y se encaraman uno encima de otro, ¿llegarían a la luna? (Distancia aproximada entre la Tierra y la Luna: 400.000 km.).

Plantilla para elaborar problemas de operaciones en potencias





Plantilla para confeccionar dominós

$\frac{3}{(2-5+3)}$	$\frac{15}{10} \times \frac{3}{2}$	$10-2$ $(9-4)$	$\frac{2^0}{5}$	$-5-$ (-5)	$\frac{1/2}{(-4+8)}$	$\frac{3}{3}+\frac{5}{5}$	$\frac{(-2)}{(-4/2)}$
2^0-3^0	$\frac{8}{2} \times \frac{5}{5}$	2^5-2^5	$(7-5)^2$	$1-(3-2)$	$4+\frac{5}{5}$	$7 \times \frac{3}{7}$	$\frac{4}{2}+\frac{3}{3}$
$1+$ $(-4/4)$	$\frac{(8-4)}{(5-2)}$	3^2-2^3	$(4-5)^2$	$5 \times \frac{1}{5}$	$1+\frac{3}{3}$	$\frac{9}{(2+1)}$	$\frac{9}{(2+1)}$
(-5) $(-1/5)$	$\frac{21}{3}-4$	$(1-$ $(2-3+1)$	$\frac{1}{2}+\frac{3^2}{2}$	$(9-10)^2$	$1:(1/5)$	$\frac{7}{2} \times \frac{8}{7}$	$3-(-3)$
7^0	$38-8 \times 5$	$5-\frac{21}{7}$	$\frac{15}{3}-\frac{24}{8}$	$5-1$ $+2-4$	$2 \times \frac{3}{2}$	$\frac{21}{3}-1$	$1+\frac{25}{5}$

$-(-1-1)$	$\frac{-2}{(-1-2)}$	$2 \times 3-1^0$	$-(-1-1)$	$\frac{-2}{(-1-2)}$	2×3^0	$2 \times 3-1^0$	$-(-1-1)$
$(1/3) \times 9$	$5(1/5)+4$	$(5-7)^2$	$(1/3) \times 9$	$5(1/5)+4$	$\frac{(2-3)}{(-3)}$	$(5-7)^2$	$(1/3) \times 9$
$\frac{5}{5}+\frac{6}{2}$	$10-4-1$	$\frac{4^2}{4}$	$\frac{5}{5}+\frac{6}{2}$	$10-4-1$	$(3-1)^2$	$\frac{4^2}{4}$	$\frac{5}{5}+\frac{6}{2}$
$-(3-8)$	$-2 \times (-3)$	5×5^0	$-(3-8)$	$-2 \times (-3)$	$(5/5 \times 5)$	5×5^0	$-(3-8)$

Dominó de Operaciones

- Junto con el de la Probabilidad, y dadas las características comentadas, esta unidad tiene carácter de "comodín" y podrá insertarse en cualquier lugar de la programación del curso.
- En cada bloque, los elementos para el profesor van señalados con ☞; las actividades y ejercicios para el alumno se indican con una letra seguida a veces de un número, **Ln.**, cuando se extienden a lo largo de varios bloques; en este último caso cada parte lleva al final una indicación sobre el bloque en que se prosigue su desarrollo.
- "El pensamiento estadístico será un día tan necesario para el ciudadano eficiente como la capacidad de leer y escribir."

H. G. WELLS

Introducción: los fenómenos estadísticos en la vida cotidiana

☞ Hay que considerar desde un principio que el uso de calculadora por parte de los alumnos resulta poco menos que imprescindible; teniendo esto es cuenta, los problemas que se les propongan no serán artificiales o simplificados, "arreglados", sino, por el contrario, lo más reales que resulte posible; junto a éstos, los alumnos manejarán también algunos materiales recabados por ellos mismos, mediante la realización de una encuesta o acudiendo a fuentes documentales. Por otra parte, la destreza en el manejo de la calculadora es un objetivo en sí mismo.

☞ Las actividades y ejercicios que siguen a continuación están orientadas a facilitar los primeros pasos exploratorios de los alumnos en el terreno de las informaciones estadísticas; en su curso irán surgiendo cuestiones y siendo reclamadas algunas técnicas como las que más abajo se tratarán.

☞ El diagrama del Anexo III representa una aplicación sencilla del llamado "Método de Montecarlo" (La ruleta es uno de los mejores métodos que se conocen para generar números aleatorios), que en esencia consiste en simulación por empleo de muestras aleatorias. El ejemplo que se propone en la actividad **C.**, muy sencillo, puede servir para ir aproximando el concepto de muestreo y su aplicabilidad a situaciones prácticas.

A. Las tablas reproducidas en los ANEXOS I y II muestran resumidamente los resultados de las evaluaciones de junio/septiembre de 1991 en el I. B. "Vicente Aleixandre" de Pinto. Hacer una relación de 10 afirmaciones comprobables que puedan deducirse de cada una de ellas.

C. Supuesto que todos los alumnos han pasado por la biblioteca del centro (u otra) y han leído el cuento de E. A. Poe "El escarabajo de oro", se les propone un texto cifrado y se conviene un plazo de tiempo (una semana, por ejemplo) para que lo descifren; se les propondrá que formen peque-

ños equipos de trabajo para afrontar de modo más provechoso la tarea. Si han leído el cuento, se plantearán el problema de qué letras exactamente son las más frecuentes en castellano y en qué proporción; para ello deberán ensayar alguna técnica de muestreos: coger algunas páginas (no demasiadas) diversas y contar...

C. En el diagrama del Anexo III se trata de calcular el área de la figura (en forma de torpedo); para ello se ha insertado dentro de un cuadrado de lado 100 y se han dejado caer sobre éste 50 puntos al azar (eligiendo 50 números aleatorios, para las abscisas, y otros 50 más, para las correspondientes ordenadas).

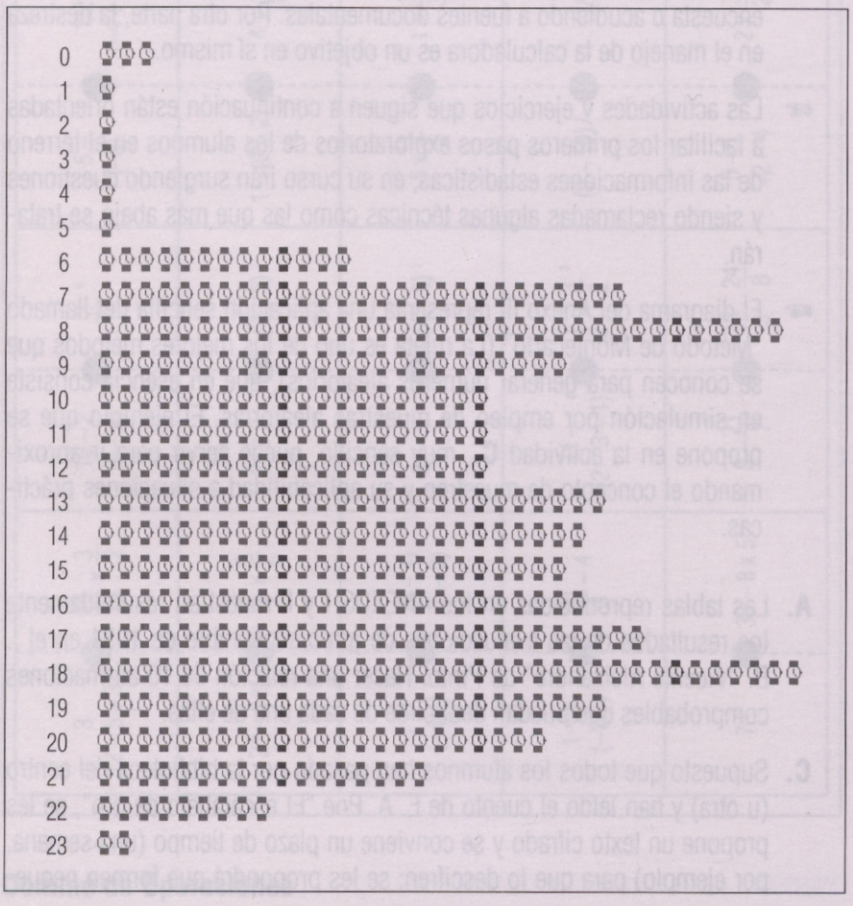
Observando el dibujo, ¿cómo podría estimarse el valor del área?

Si en lugar de puntos al azar, fuesen obra de un lanzador de dardos que intentase acertar en el centro de la figura, ¿valdría el método anterior?

¿Qué haríamos para estimar con mayor precisión la misma área?

D. Mucha gente está convencida de que puede jugar a la "Lotería Primitiva" con algún sistema; hay quienes forman peñas; algunos periódicos publican "estadísticas" con los números aparecidos en una serie de jornadas... Hacer un análisis crítico de estos puntos de vista.

A. El diagrama siguiente representa el número medio de minutos que tarda un automovilista en recorrer cierta calle de la ciudad según las diferentes horas del día (la cifra "17" representa, por ejemplo, el período comprendido entre las cinco y las seis de la tarde):



¿Revela el diagrama la existencia de "horas punta"?; ¿cuáles? Comentar la situación que se refleja en estos datos.

¿Que representa cada uno de los pequeños círculos unitarios de la tabla?

A un conductor que le gustase tener las calles para él sólo ¿qué horario le recomendaríamos?

¿Cuánto tiempo tardaríamos en recorrer la calle saliendo a las 9:20 de la mañana? ¿Entre qué horas deberíamos salir para tardar exactamente la mitad de ese tiempo?

Conceptos básicos

F1. Al director del centro le acaban de hacer una magnífica oferta de zapatillas (se las ofrecen con un 60% de descuento) y él ha pensado que se podría subvencionar la compra de estas zapatillas para todos los alumnos del centro (800 en total) con la ayuda de la A. P. A. En una reunión urgente del Consejo Escolar se decide que cada alumno tendrá un par de zapatillas de su marca preferida. Sin embargo, el representante necesita saber inmediatamente la cantidad de zapatillas de cada clase que se le quiere encargar (Kelme/Paredes/Adidas/ Otras) con la condición de que el número de los dudosos o que quieren marcas distintas de las 3 suyas ("Otras") sea 80 como máximo (un 10%); si no se le dan estas cuatro cantidades en un plazo de dos horas dice que no hay zapatillas. ¿Cómo nos las arreglaríamos, si estuviésemos en el caso del director, para aprovechar la oferta y que, al mismo tiempo, "casi" todos los alumnos quedasen contentos? **(Continúa).**

G. Sobre la base de dos pirámides de edad obtenidas del programa "PC Globe", por ejemplo las correspondientes a Bolivia y Australia, los alumnos habrán de redactar un informe consignando las informaciones más destacadas que proporcionan estas gráficas.

Planificación/elaboración de una encuesta

☞ **Trabajo de búsqueda de datos y obtención de información directa por parte de los propios alumnos**. Debe favorecerse este tipo de trabajo: la búsqueda de datos, el acceso directo a las fuentes de información... ya que pone a los alumnos en contacto con la realidad cotidiana.

☞ Se deberá plantear una pequeña serie de situaciones teóricas cuya discusión conduzca al alumno a dos o tres ideas básicas sobre la técnica del muestreo y la elaboración de la encuesta (Sanchís, pág. 13 y ss.):

1. El objetivo: obtener información cuantificable (los cuestionarios deberán ser elaborados teniendo ésto en cuenta).
2. El tema: claro, concreto y abarcable con un reducido número de cuestiones (las que mejor lo caractericen) —¿qué queremos saber?, ¿en qué se concreta eso?, ¿qué precisión deseamos?—.

3. La redacción de las preguntas: preferiblemente con opciones; sin ambigüedades; objetivas e imparciales, que no influyan en las respuestas; ordenadas de modo que no se condicionen.
4. La elección de la muestra: ha de ser representativa, para lo cual se debe garantizar que sea aleatoria, que tenga un tamaño adecuado (cuanto mayor, mejor) y quizás que sea estratificada (por ejemplo, según varones/hembras).

☞ Este momento puede ser el adecuado para ir sugiriendo la idea de *número aleatorio* y de *Tabla de números aleatorios*. Una vez el concepto en manos de los alumnos, éstos habrán de discurrir mejores y peores métodos para obtener series de números aleatorios, especialmente con ayuda de la calculadora. Finalmente se pueden explicar algunas técnicas estándares, más y menos sofisticadas:

1. (Un método no demasiado fiable). Se escribe cualquier número en la calculadora; se extrae cualquier número de veces la raíz cuadrada; se toman las dos cifras del centro.
2. Recurrir al ordenador y a los lenguajes de programación (Logo, Basic, Pascal) cuyas bases cierto porcentaje de los alumnos conoce suficientemente (y en algunos centros un alto porcentaje).
3. Se informa a los alumnos de que muchos libros incluyen Tablas de números aleatorios, incluso libros enteros, y se les propone que busquen en la biblioteca del centro o en otras.

☞ La primera de las actividades que siguen puede ser apropiada para llevar a cabo simultáneamente entre los diversos grupos de 3.°, organizando de algún modo la recopilación de los resultados parciales.

☞ Otro posible tema para realizar una encuesta sencilla es el tiempo que tarda cada alumno en llegar al instituto, el tipo de transporte, etc.

HI. Primera encuesta: Cada uno de los alumnos del curso aportará los siguientes datos: 1. ¿Cuántos hermanos son en su casa? (incluido él o ella). 2. ¿Cuántos hermanos eran en la familia de su padre? 3. ¿Cuántos hermanos en la familia de su madre?

Una vez reunidos todos los datos, habrá que preguntarse ¿qué significado tienen?, ¿cuáles son sus aspectos más relevantes? **(Continúa).**

I. Ciertas alumnas de un colegio femenino deciden investigar las opiniones de los jóvenes (varones y hembras) acerca del fútbol, para lo cual seleccionan una muestra de su propio centro (60 chicas de las 700 que son en total). ¿Qué se puede decir acerca de esta técnica de muestreo? ¿Serán fiables los resultados que obtengan? ¿Se podrá, no obstante, extraer alguna información de ellos?

J1. Un Centro de Secundaria tiene algo más de 250 alumnos; en uno de sus cursos se ha realizado una encuesta para saber cuáles son los deportes favoritos de sus compañeros; en los cuestionarios se les daba a elegir una entre seis posibilidades concretas, o bien contestar que no les gustaba ningún deporte; los resultados, separados por chicos y chicas, fueron los siguientes:

	♂	♀
Fútbol	33	0
Baloncesto	25	34
Balonmano	8	8
Gimnasia	8	7
Atletismo	25	17
Ajedrez	12	6
NINGUNO	34	48

Trabajar estos datos. **(Continúa).**

Confección de tablas I: caso de datos simples

☞ Para la actividad **L.** se propondrá a los alumnos que trabajen en equipos (de dos sería suficiente), dividiendo la tabla entre todos los equipos; a continuación saldría un voluntario e iría copiando en la pizarra los resultados parciales, mientras otros los trasladaban a sus calculadoras. De este modo las 1000 cifras quedarán rápidamente reducidas a una tabla de 3 líneas.

F2. El representante de las zapatillas se ha salido con la suya; se le han encargado 800 pares en total, distribuidos por marcas según la tabla siguiente:

MARCA	CANTIDAD:
Kelme	271
Paredes	117
Adidas	352
Otras	60
TOTAL:	800

¿Qué se puede decir acerca de los gustos en materia de zapatillas de los alumnos de este centro?

(Para tener una idea más clara habría que expresar esta información en tantos por ciento o por uno...). **(Continúa).**

H2. Trasladar la información numérica obtenida en la encuesta acerca del número de hermanos a una tabla de frecuencias. **(Continúa).**

K1. Se buscará una revista semanal que incluya la programación de televisión y se repartirá entre 10 equipos la tarea de desmenuzar cada una de ellas para hacer un recuento, por cadenas, de: 1. total de horas semana-

les dedicadas a la proyección de películas; 2. total de horas — informativos; 3. "culebrones"; 4. programas de variedades; 5. documentales y diversos programas de tipo cultural; 6. "telefilmes"; 7. música "pop", de jazz y clásica. **(Continúa).**

L. Un par de amigos, que acaban de jugarse "a los chinos" unos refrescos, se han puesto a discutir sobre las diversas probabilidades que tienen jugando con dos monedas. Uno de ellos argumenta que la tercera parte de las veces tendrá que salir 2 caras, la tercera parte 2 cruces, y la tercera parte 1 cara y una cruz; el otro, en cambio, sostiene que hay cuatro casos a considerar: cara-cara, cara-cruz, cruz-cara y cruz-cruz; al primero esto le parece absurdo, ya que hasta el más tonto podría darse cuenta de que sacar una cara y una cruz es lo mismo que sacar una cruz y una cara. Como, tras largo rato de discusión, no han conseguido ponerse de acuerdo, deciden HACER LA PRUEBA; para ello tirarán un par de monedas, una y otra vez, hasta hartarse, anotando el resultado en cada ocasión. Lo hacen así y al cabo de 1000 tiradas tienen un papel rebosante de anotaciones tal como el figura en el Anexo VII.

¿Podríamos, a la vista de estos resultados, aclararles esa enorme duda que tienen?

Nota: Con este problema hasta el mismísimo Isaac Newton "metió la pata", así que no es de extrañar que los dos amigos no consigan ponerse de acuerdo; sin embargo, han optado por lo único razonable: acudir a la práctica, a los hechos.)

Confección de tablas II: datos agrupados

M1. Se propondrá a cada uno de los alumnos de la clase que diga por turno su estatura en cm. al tiempo que los demás anotan esos valores (unos 30 en total). Al completar la tabla se procede a observarla a fondo. ¿Es posible extraer de estos datos informaciones significativas? Puede calcularse la media (como "la nota media" en los exámenes), pero es laborioso, incluso con calculadora; ¿no podrían arreglarse, simplificarse un poco los datos para que quedase más claro su significado?:

— podemos hallar el rango y dividirlo en CLASES (en 6 por ejemplo), todas de igual amplitud.

— podemos hacer los cálculos (aproximados) considerando todos los valores que caen dentro de una determinada clase como si fueran iguales al punto medio de ella. **(Continúa).**

Gráficos estadísticos

☞ En las experiencias **F.** y **K.** podrá pedirse a los alumnos que esbocen individualmente en sus cuadernos o, colectivamente, en la pizarra, las diversas opciones que conocen para el traslado de la tabla al gráfico, comentando en cada caso las ventajas e inconvenientes de la representación, su capacidad para resumir y resaltar las características fundamentales del fenómeno, etc. Finalmente, es de suponer que optarán por quedarse con sendos diagramas "de tarta".

H3. Trasladar los datos de la encuesta sobre el número de hermanos a la (o las) gráfica(s) más adecuada(s).

N. Los datos de la tabla siguiente, aunque son bastante claros e informativos por sí mismos, quedarán más fácilmente comprensibles si se trasladan a un gráfico. Dibujar el histograma.

ESTADISTICAS TURISTICAS DE ESPAÑA, 1985.
NUMERO DE ESPAÑOLES QUE HAN VISITADO EL EXTRANJERO (EN MILES):

ene	834	jul	1590
feb	851	ago	2538
mar	1043	sep	1484
abr	1449	oct	1157
may	1079	nov	1209
jun	1096	dic	1279

J2. Dibujar dos "tartas" con los resultados de la encuesta sobre los deportes preferidos de los chicos y chicas del centro.

O. La tabla siguiente resume datos del mercado europeo del automóvil, correspondientes al año 1986; las cifras que aparecen a la derecha de cadá fabricante o grupo son tantos por ciento sobre las ventas totales en Europa:

Fabricantes	%
Volkswagen-Audi	12,9
Fiat	12,4
Ford	12,1
General Motors	11,5
Peugeot-Citroën-Talbot	11,2
Renault	10,6
Compañías japonesas	10,7
Otros	18,6
	100,0

Hacer un diagrama de sectores que ilustre la información dada por esta tabla.

F3. En el caso de las zapatillas, mejor todavía que decirlo con tantos por ciento (% "de preferencia" por cada marca) sería expresarlo con un gráfico. ¿Qué tipo de gráfico es el más adecuado en este caso? Dibújalo.

K2. Buscar el tipo de plasmación gráfica más adecuada para resumir la información obtenida acerca de las horas de programación semanal de televisión y realizar esos gráficos.

P1. Tarea recíproca a la de los casos anteriores: estudiar el diagrama del ANEXO VI y traducirlo a números con la precisión que sea posible; indicar las características principales; hacer una tabla. **(Continúa).**

M2. En la experiencia de las estaturas de la clase, cuyos 30 valores se agruparon en intervalos, ¿que tipos de gráficos podrán usarse para representarlas?, ¿cuál o cuáles parecen más informativos o intuitivos? **(Continúa).**

Q. Los diagramas poligonales de los Anexos IV y V ilustran uno de los métodos más comunes para engañar, precisamente, con el instrumental de la Estadística; ambos representan el mismo fenómeno (aunque no de la misma manera exactamente): el primero puede titularse "Estabilidad de los salarios en el sector público", pero el segundo, al hacerse público, ha sido titulado "Alza en los salarios del sector público".

Aquí conviene adoptar una sana actitud de escepticismo, y formular algunas cuestiones...

¿Qué aspecto hay que criticar? Dado que ambos diagramas son tan distintos ¿podrían ser correctos los dos, o bien uno de ellos necesariamente está construido incorrectamente? ¿En qué consiste la diferencia fundamental entre los dos?

Medida de la tendencia central: media (μ)

☞ Según las circunstancias, podrá prescindirse sin mayor problema (y pese a su interés) de conceptos tales como Moda, Mediana, Media geométrica o Armónica, Desviación Media..., (por no hablar de Cuartiles, Deciles y Percentiles...) limitando su papel a una mención pasajera, y concentrando el trabajo en el manejo y comprensión de los parámetros Media y Desviación Típica, que por sí solos bastan para cubrir los objetivos que se propone este bloque (primer nivel del segundo ciclo de la Secundaria).

☞ En caso de que se desee introducir, siquiera brevemente, los conceptos de Moda, Mediana, Cuartiles... puede resultar apropiada la actividad **H.**; primero se pedirá a todos los alumnos que busquen las notas que obtuvieron en algún examen calificado numéricamente; se pondrán en común (en la pizarra) los datos, trasladándolos a una tabla de frecuencias; finalmente se propondrán las diversas cuestiones.

☞ La situación que se plantea en **T.** puede servir también para aproximarse al significado y a la interpretación conjunta de los tres parámetros de tendencia central, Media, Medicina y Moda, considerando las ventajas e inconvenientes de cada uno en relación con los otros dos. En un principio, la elaboración a que deben ser sometidas las dos series de datos se limita al cálculo de la Media y la Desviación Típica.

S. A la vista de las 30 calificaciones numéricas de la tabla.

Supongamos que el profesor quisiera aprobar exactamente al 50% de los alumnos, ¿cuál sería la calificación mínima que habría que exigir para aprobar?

¿Y si decidiese aprobar al 75%?

¿Cuál ha sido la nota media de la clase? ¿Y la nota obtenida por un mayor número de alumnos, la que más se ha repetido?

M3. ¿Cuál es la estatura media de los alumnos de esta clase? ¿Podría alguien encargarse de acudir a la biblioteca (o consultar a algún profesor de ciencias o de Geografía e Historia, o...) y conseguir datos relativos a la estatura de todos los habitantes del país según edades...?

Estudio comparativo. **(Continúa).**

T1. Tanto los fabricantes japoneses de motos como los italianos declaran que la "vida media" de sus aparatos (el tiempo que suelen durar antes de volverse chatarra, en promedio) es de siete años. Claro está que los fabricantes dirán siempre lo que más les convenga y sus afirmaciones no pueden considerarse muy fiables. Para tratar de dilucidar esta cuestión se toman muestras aleatorias de 20 motos de cada fabricante ("A" el japonés y "B" el italiano) y se investiga cuánto han durado; los resultados son:

Fabricante A:
5 5 5 6 6 6 6 7 7 7 7 7 7 8 8 8 8 9 9 9
Fabricante B:
2 3 4 5 5 5 5 6 6 6 7 7 7 7 7 8 8 20 20 20

¿Qué promedio de vida-de-moto se ha estimado con este muestreo para cada fabricante? ¿Podremos asegurar que una de las dos máquinas representa sin duda una mejor inversión que la otra? ¿En cuál de los dos casos confiaremos más en la afirmación del fabricante acerca de que "vive 7 años"?. **(Continúa).**

P2. Tomando los datos del gráfico (Anexo VI) que tanto hacía llorar a los fabricantes de ordenadores, ya tabulados, calcular su media y describir con ayuda de esta situación. ¿Tienen razón los fabricantes al quejarse? ¿Les va mal a todos ellos o sólo a algunos? ¿No será que estaban muy mal acostumbrados?

Media de la desviación típica

☞ No parece necesario ni conveniente introducir en este nivel el concepto de varianza para evaluar la dispersión, sino simplemente emplear la desviación típica; el cálculo de la varianza, aparte de los inconvenientes que presenta este parámetro, no haría sino añadir árboles a un cuadro en el que se pretende mostrar el bosque de la manera más sencilla y nítida posible.

M4. Estaturas de esta clase: ¿Hay muchas diferencias dentro del grupo, mucha diversidad, algunos casos extremos...? ¿O bien, por el contrario, se trata de un grupo bastante homogéneo?

Admitido que hay que expresar tal característica con un número (pues la media no os informa de nada eso), ¿cómo podría obtenerse tal parámetro?, ¿qué métodos podríamos emplear?. **(Continúa).**

T2. Se trata ahora de completar las tablas iniciadas en el ejemplo de los Fabricantes de Motos para obtener más información con ayuda del nuevo parámetro.

¿Qué características principales hay que señalar a la luz de estos nuevos valores?

Confección de tablas III: disposición práctica de los cálculos para obtener la media y la desviación típica

M5. Completar la tabla en que se han venido plasmando los datos relativos a las estaturas **M1...M4.** Obtener por fin una medida numérica precisa de la característica "grado de dispersión" en la clase. Exponer verbalmente, con cierta precisión y exactitud, el comportamiento de la variable "estatura" en este grupo de personas, sirviéndose de los valores numéricos de tendencia central y de dispersión y poniéndolos en relación mutua correspondiente.

Calculadora estadística

☞ Parece conveniente que el profesor explique una vez, con la minuciosidad debida, el funcionamiento de la calculadora en modo estadístico: introducción de los datos, lectura de resultados. Una vez hayan comprendido los alumnos los rudimentos del problema, se tratará de ir repasando una a una todas las actividades hechas hasta el momento en que aparezcan variables cuantitativas. El objetivo que se persigue es que entiendan, por una parte, que todo el trabajo previo era necesario para poder adquirir conceptos, técnicas, familiaridad con los métodos estadísticos..., pero que, por otra parte, no hay ninguna necesidad de trabajar como burros echando cuentas y más cuentas, cuando esos aparatos que siempre están a mano, las calculadoras, pueden hacer lo mismo mucho más rápida y eficazmente.

☞ **Ordenadores.** Los alumnos deberán utilizar con provecho todos los medios que pone a su alcance la generalización de las nuevas tecnologías en los ámbitos doméstico y educativo: son bastantes los alumnos que disponen de ordenador en sus casas y muchos más los que tienen acceso a él en sus centros; ello hace posible introducir, allí donde concluye la utilidad práctica de la calculadora, el recurso al ordenador; bien la Hoja de Cálculo, bien los diversos programas estadísticos (de propósito educativo general). Hay además otra razón que hace imprescindible el orientarse en esta dirección: el hecho de que la Estadística real maneje cantidades masivas de datos, con la consiguiente dificultad para su tratamiento, y de que este tratamiento precise operaciones, aunque sencillas, tediosas y repetitivas: todo ello coincide, precisamente, con el tipo de tareas para las que los ordenadores resultan más adecuados.

☞ No hay que descartar la posibilidad de introducir la hoja de cálculo en el aula cuando las condiciones técnicas lo permitan. Un primer contacto

podría empezar así: "¿Conocéis el juego de los barcos?, aquello de "A7, tocado; B7, hundido...", pues esto es más o memos lo mismo..."

Básicamente sería el mismo trabajo que con la Calculadora Estadística, con la ventaja de que un trabajo más cómodo y transparente proporciona al mismo tiempo resultados de mayor alcance.

Encuesta: conclusión del trabajo

Aun cuando hayan de ser en todo momento los propios alumnos quienes lleven a cabo las distintas fases de la tarea, el profesor deberá asumir aquí un papel de organizador o consejero para que el trabajo se desarrolle en una forma no demasiado larga ni tediosa.

Una posibilidad es la que se apunta a continuación:

1. Los alumnos deben meditar sobre la fase de recuento (ya habrán comprendido que no es poca tarea) y planificarla concienzudamente.
2. A la vista de los cuestionarios, y teniendo en cuenta la cantidad respetable de datos numéricos que incluyen, se diseñará una serie de tablas en blanco adecuadas para plasmar los resultados del recuento; estas tablas se multicopiarán en la cantidad requerida.
3. Se formarán equipos, de al menos dos personas cada uno; cada equipo se encargará de un bloque de preguntas; circularmente, todos los cuestionarios irán pasando por todos los equipos.
4. Para agilizar la tarea dentro de cada grupo, se encargarán de leer los cuestionarios todos los integrantes de cada grupo menos uno, encargado de escribir.
5. Hecho el conteo, cada grupo resume sus resultados; si es necesario, recurren a la calculadora.
6. Se centralizan por fin los resultados, bien en la pizarra (el profesor se encarga de ir recabando los datos), bien en un documento que redacten representantes de todos los grupos.
7. Se elaboran tablas y se calculan parámetros, según lo ya aprendido, y en cada caso según sea más adecuado.
8. Se dibujan las gráficas apropiadas.
9. Finalmente, los alumnos habrán de redactar un pequeño informe en el que pongan de manifiesto las características más destacadas de la información obtenida, relacionando tantos hechos comprobables como sea posible.

Anexo I

Evaluaciones de junio y septiembre de 1991 en el I. B. "Vicente Aleixandre" de Pinto.

(+J = Evaluación positiva en junio; +S = Evaluación positiva en septiembre; -S = Evaluación negativa en septiembre).

B. U. P	PRIMERO			SEGUNDO			TERCERO			COU		
	+J	+S	-S	+J	+S	-S	+J	+S	-S	+J	+S	-S
CN/Bio	8	0	12				59	1	28	12	2	7
Dibujo	12	0	9	20	4	0	16	0	5	27	3	8
Ed. Física				77	1	4	58	3	3			
Ética				82	2	14	75	5	26			
Filo.							95	1	38	75	6	33
FQ/Física				60	11	45	35	9	25	30	5	20
Francés	1	0	5	34	2	14	41	1	13	36	4	7
GH/Historia	5	0	16	78	11	28	69	4	64	36	7	11
Geología										16	1	13
Griego							14	0	14	1	0	3
Historia Arte										36	4	12
Inglés	4	0	11	67	4	27	65	3	35	35	8	21
Latín				72	6	47	13	5	15	7	0	2
Leng. Esp/Lt.	3	4	14	12	2	27	14	3	19	67	12	40
Leng. Lit.				66	7	19	17	5	3	30	10	11
Mat./Mat.I	7	0	14	74	1	42	67	8	30	28	7	18
Mat. II										36	5	7
Química										16	5	11
Religión				12	0	4	16	2	10			

Evaluaciones junio/septiembre en B. U. P. y Reforma. I. B."Vicente Aleixandre", Pinto.

Anexo II

1.° B. U. P. Diurno	—	—	—	—	—
1.° B. U. P. Nocturno	81	37	8	20	16
1.° Reforma	236	159	—	—	—
2.° B. U. P. Diurno	81	37	8	20	16
2.° B. U. P. Nocturno	40	3	3	8	27
2.° Reforma	50	37	—	—	
3.° B. U. P. Diurno	65	30	17	9	9
3.° B. U. P. Nocturno	80	9	3	22	46
3.° Reforma	35	12	7	7	9
C. O. U. Diurno	61	32	7	2	20
C. O. U. Nocturno	64	30	9	4	21
4.° Reforma	18	9	3	2	4

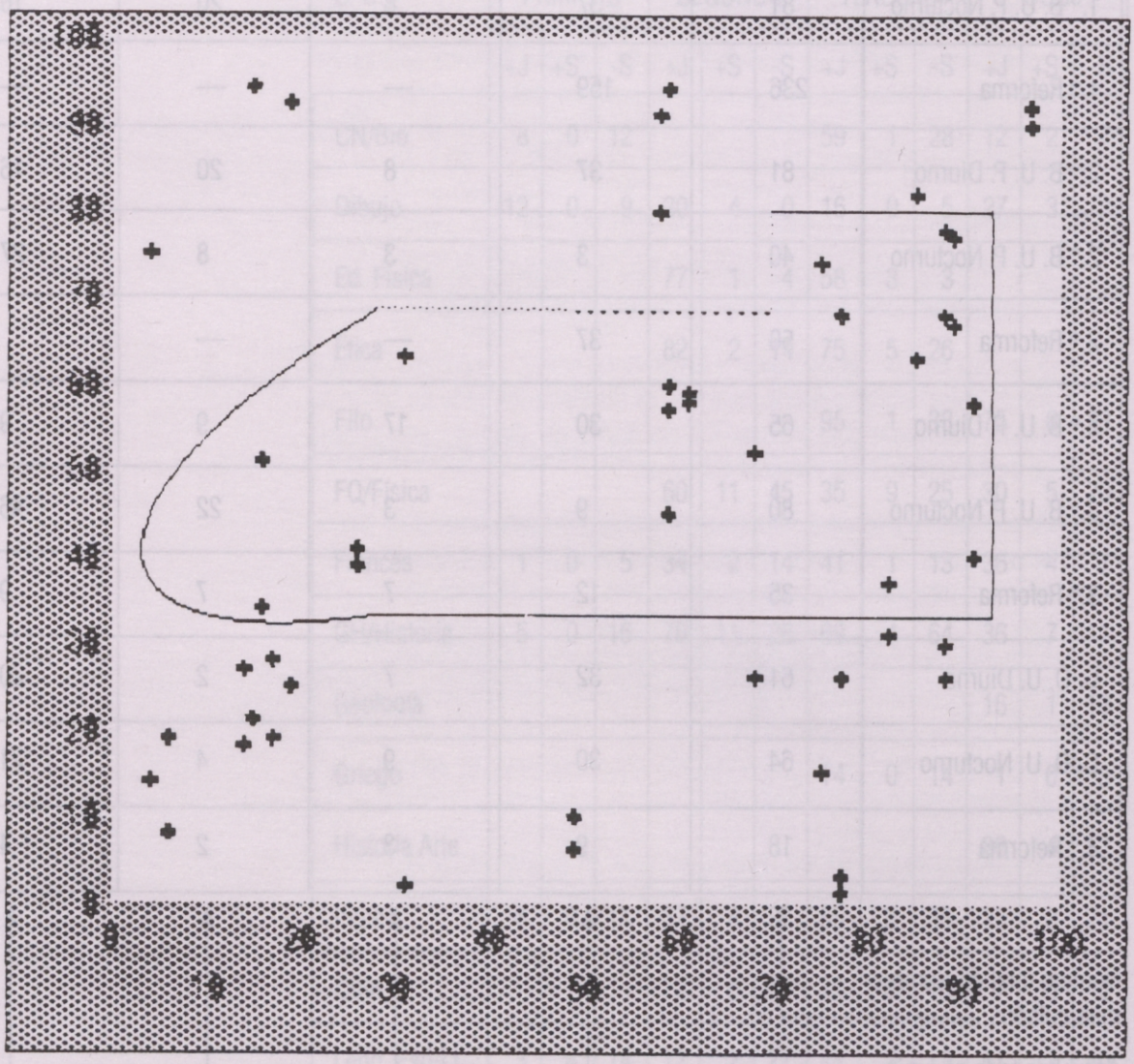
Número total de alumnos matriculados

Aprueban todo en junio

Aprueban todo en septiembre

Suspenden una o dos asignaturas en septiembre

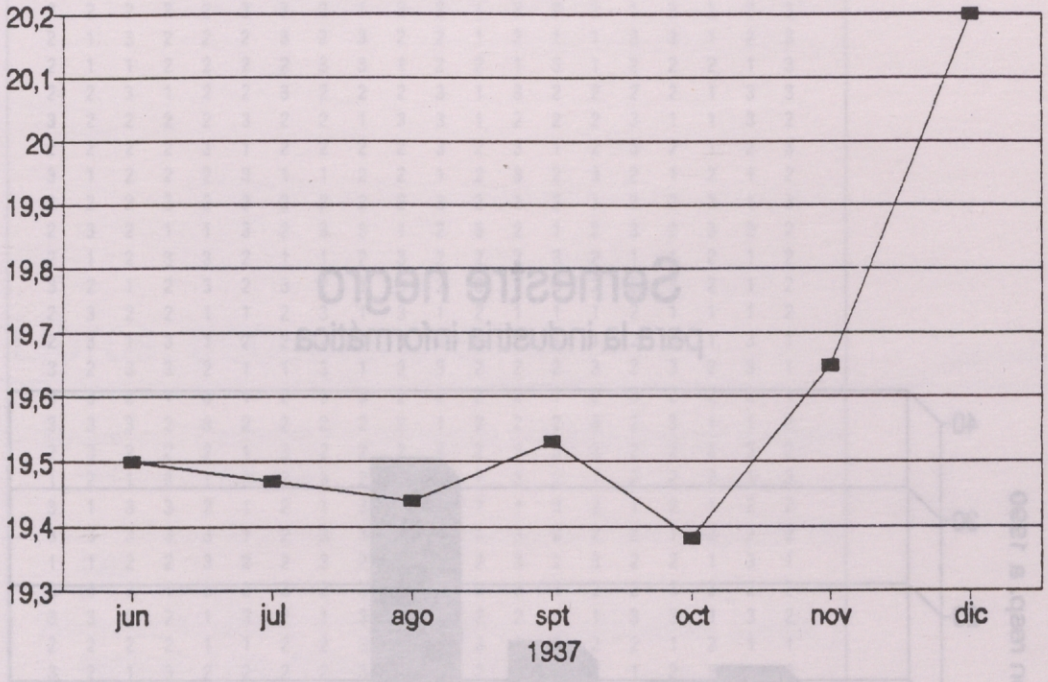
Suspenden tres o más asignaturas en septiembre



Anexo IV

ALZA EN LOS SALARIOS

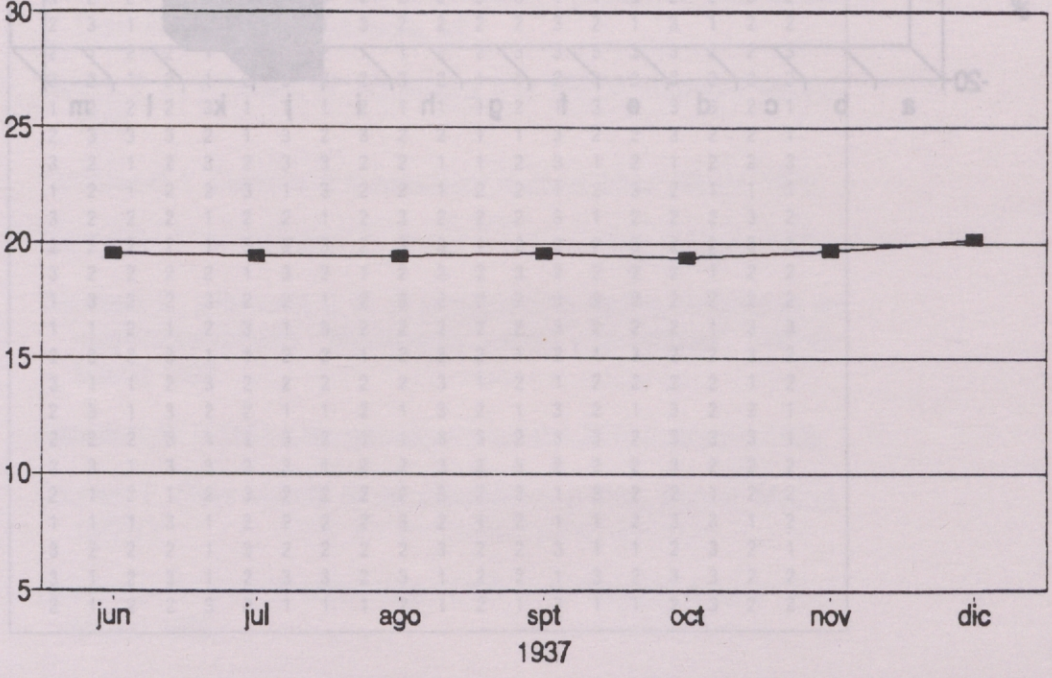
del sector público

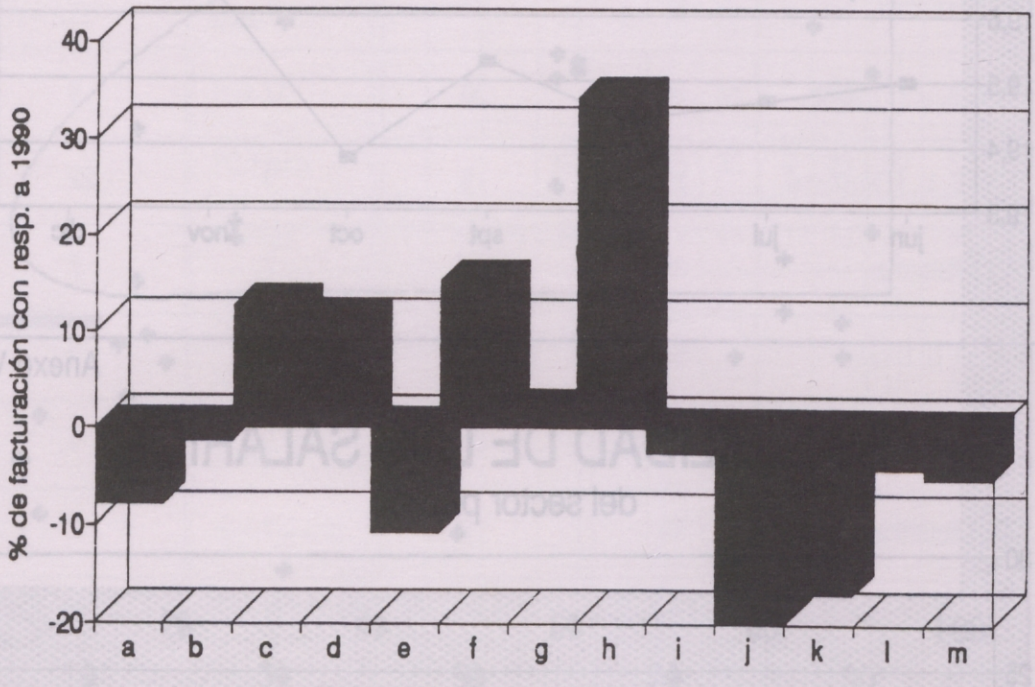


Anexo V

ESTABILIDAD DE LOS SALARIOS

del sector público




Semestre negro
para la industria informática
% de facturación con resp. a 1990
40
30
20
10
0
-10
-20
a
b
c
d
e
f
g
h
i
j
k
l
m

2	2	3	3	3	1	1	2	2	1	1	1	3	3	1	1	1	3	2	3
3	2	3	3	1	1	3	1	2	3	1	3	3	1	2	2	2	2	2	2
2	2	3	1	1	3	3	2	2	3	2	2	1	2	2	1	2	3	3	3
1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	2	2	2	3	2	3	2	2	2	2
2	2	2	2	2	2	3	2	1	2	2	1	3	2	2	1	2	2	2	3
2	1	3	2	2	2	3	2	3	2	2	1	2	1	1	3	3	1	2	3
2	1	1	2	2	2	2	3	3	1	2	2	1	3	1	2	2	2	1	3
2	2	3	1	2	2	3	2	2	2	3	1	3	2	2	2	2	1	3	3
3	2	2	2	2	3	2	2	1	3	3	1	2	2	2	3	1	1	3	2
2	2	2	2	3	1	2	2	2	2	3	2	3	1	2	3	2	1	2	3
3	1	2	2	2	3	1	1	2	2	1	2	3	2	3	2	1	2	1	2
3	2	2	3	2	2	2	2	2	2	3	2	1	2	3	2	2	3	1	3
2	3	2	1	1	3	2	3	3	1	2	3	2	1	2	3	2	3	3	2
2	1	2	3	3	2	1	1	2	3	2	2	2	3	2	1	1	2	1	2
3	2	1	2	3	2	3	2	1	3	2	3	2	3	2	2	3	2	1	2
2	3	2	2	1	1	2	3	1	3	1	2	1	1	1	2	1	1	1	2
2	3	1	3	1	2	2	2	1	3	2	3	2	1	1	2	3	1	3	1
3	2	3	3	2	1	1	3	1	2	3	2	2	2	3	2	3	2	3	1
3	3	2	1	3	1	2	3	3	2	2	2	2	1	2	3	2	2	2	1
3	3	3	2	3	2	2	2	2	2	1	2	2	2	3	2	3	1	1	2
2	3	2	2	2	1	3	2	2	2	3	2	3	3	2	2	2	2	3	2
1	2	1	3	1	3	2	3	2	1	1	2	3	2	1	2	2	2	1	3
3	1	3	3	2	1	2	1	3	2	1	2	1	3	2	1	2	1	2	2
3	3	3	3	3	1	2	3	3	2	2	1	3	2	2	2	1	3	2	2
1	1	2	2	3	2	2	3	2	2	1	2	3	2	3	2	2	1	3	1
3	3	3	1	3	2	3	2	3	3	2	2	3	1	2	2	3	3	2	2
3	3	2	2	1	3	2	1	3	3	2	2	2	2	1	3	2	1	3	2
2	2	2	2	1	1	2	2	3	2	2	3	2	2	2	2	1	2	1	1
3	2	1	3	2	2	2	2	3	1	2	2	2	1	2	1	2	2	2	2
1	2	2	1	2	2	2	2	3	2	2	2	2	2	1	1	1	1	2	3
2	2	1	2	1	2	3	2	1	2	3	3	2	3	2	1	3	2	1	2
3	3	2	3	3	3	2	2	2	3	2	3	2	2	2	2	2	1	3	3
2	2	2	3	2	3	2	3	1	2	2	2	2	3	2	2	3	2	2	3
1	1	3	2	2	3	1	2	1	2	1	2	2	2	1	3	3	3	1	1
2	2	2	2	1	3	2	3	2	1	2	1	2	3	3	1	2	2	3	3
2	2	3	2	2	2	1	1	2	2	3	2	2	1	1	2	3	3	2	1
3	3	1	2	2	3	3	2	1	1	1	2	2	2	3	2	2	2	1	1
3	2	2	2	1	2	2	3	2	2	2	3	3	1	1	3	2	2	3	2
2	3	1	3	3	2	2	1	3	2	2	2	2	3	2	1	3	1	2	2
2	1	2	2	1	3	2	2	1	1	2	2	3	3	3	3	3	2	2	3
2	2	1	2	1	2	3	2	2	3	2	1	1	2	3	3	3	2	2	2
1	2	2	2	3	1	1	1	2	1	1	1	2	1	3	2	3	3	2	1
2	3	3	3	2	1	3	2	3	2	2	1	1	3	2	2	3	2	2	1
3	2	1	2	3	2	3	3	2	2	1	1	2	3	1	2	1	2	2	3
1	2	1	2	2	3	1	3	2	2	1	2	2	1	2	3	2	1	1	1
3	2	2	2	1	2	2	1	2	3	2	2	2	3	1	2	2	2	3	2
2	2	2	2	1	3	3	3	2	3	3	1	2	2	2	3	2	2	3	3
3	2	2	2	2	1	3	2	1	2	2	3	3	2	2	2	2	1	2	2
1	3	2	2	3	2	2	1	2	3	2	2	2	3	3	2	2	2	2	2
1	1	2	1	2	3	1	3	2	2	2	2	2	3	2	2	2	1	3	3
2	3	2	3	1	1	2	2	1	2	3	2	1	2	1	3	2	2	3	2
3	1	1	2	3	2	2	2	2	2	3	1	2	1	2	2	2	2	1	2
2	3	1	3	2	2	1	1	2	1	3	2	1	3	2	1	3	2	2	1
2	2	2	3	1	1	3	2	1	1	3	3	2	3	3	2	3	3	3	1
2	3	1	3	3	3	3	1	2	2	3	2	3	2	2	2	3	2	2	2
2	1	2	1	2	3	2	2	2	2	3	2	2	1	3	2	2	1	2	2
1	1	1	3	1	2	2	2	2	3	2	1	2	1	1	2	3	3	1	2
3	2	2	2	1	3	2	2	2	2	3	2	2	3	1	1	2	3	2	1
3	1	2	3	1	2	3	3	2	3	1	2	2	1	3	2	3	3	2	2
2	1	2	2	3	2	1	1	1	2	1	2	1	3	1	1	2	3	2	2



Semestre negro
para la industria informática

Libros, documentos

ABASCAL, J. *El Currículum: Fundamentación y Modelos-El modelo Ecológico.* Innovare: Málaga, 1988.

AGUADO-MUÑOZ, R., y otros. *Las calculadoras en el aula.* Anaya: Madrid, 1982.

ALEXANDROV; KOLMOGOROV, y otros. *La matemática: su contenido, métodos y significado.* 3 vols., Alianza: Madrid, 1973.

Alsina, C., y otros. *Simetría dinámica.* "Matemáticas: cultura y aprendizaje". Síntesis: Madrid, 1989.

AZCÁRATE, C., y DEULOFEU, J. *Funciones y gráficas.* "Matemáticas: cultura y aprendizaje". Síntesis: Madrid, 1990.

BALDRICH, J. *Aprendiendo a usar la calculadora-Aplicaciones Matemáticas.* Casio-Flamagas, S. A.: Barcelona, s/f.

BRIALES, F. J., y JIMÉNEZ, M. *Matemática viva.* BREDA-Alhambra: Madrid, 1989.

CASTELNUOVO, E. *Didáctica de la matemática moderna.* Trillas: México, 1970.

CASTELNUOVO, E. *La matemática. La geometría.* La Nuova Italia: Florencia, 1985.

CHAMORRO, C., y BELMONTE, J. M. *El problema de la medida. Didáctica de las magnitudes lineales.* "Matemáticas: cultura y aprendizaje". Síntesis: Madrid, 1988.

COCKCROFT, W. H. (ed.). *Las matemáticas sí cuentan.* M. E. C.: Madrid, 1985.

COLERUS, E. *Breve historia de las matemáticas.* 2 vols., Doncel: Madrid, 1972/73.

COMPOSTELA, B., y otros. *Matemáticas. 1.° B. U. P.* "Proyecto Ariadna", Akal: Madrid, 1986.

Corberó, M. V., y otros. *Trabajar mapas.* BREDA-Alhambra: Madrid, 1989.

Fomín, S. V. *Sistemas de numeración.* "Lecciones populares de Matemáticas", Mir: Moscú, 1975.

Guzmán, M. de, y Colera, J. *Matemáticas II. C. O. U. Opciones C. y D.* Anaya: Madrid, 1990.

García Arenas, J., y Bertran i Infante, C. *Geometría y experiencias.* BREDA-Alhambra: Madrid, 1988.

García Armendáriz, M. V. "Diseño de una unidad". *Cuadernos de Pedagogía,* 182: junio, 1990.

Gardner, M. *Carnaval matemático.* Alianza: Madrid, 1980.

Gete-Alonso, J. C., y Del Barrio, V. *Medida y realidad.* BREDA-Alhambra: Madrid, 1989.

Gómez Alfonso, B. *Numeración y cálculo.* "Matemáticas: cultura y aprendizaje", Síntesis: Madrid, 1989.

Gonsálbez, A. *Ejercicios de razonamiento abstracto y numérico.* CEPE: Madrid, 1991.

González, J. *1.° B. U. P.* "Proyecto ARIADNA", Akal: Madrid.

Grupo Azarquiel. *Curso inicial de Estadística en el Bachillerato.* I. C. E. de la U. A. M.: Madrid, 1982.

Grupo Azarquiel. *Ideas y actividades para enseñar Álgebra.* "Matemáticas: cultura y aprendizaje", Síntesis: Madrid, 1991.

Grupo Azarquiel, L., y Colera, J. *La calculadora de bolsillo como instrumento pedagógico.* Cantoblanco: Madrid, 1983.

Grupo Beta. *Proporcionalidad geométrica y semejanza.* "Matemáticas: cultura y aprendizaje", Síntesis: Madrid, 1990.

Grupo Cero. *Matemáticas. Primer curso de B. U. P.* Teide: Barcelona, 1982.

Grupo Cero. *Matemáticas. Segundo curso de B. U. P.* Teide: Barcelona, 1982.

Grupo Cero. *Signo 7. Matemáticas 7.° E. G. B.* Mestral: Valencia, 1987.

Haber, A., y Runyon, R. P. *Estadística general.* Fondo Educativo Interamericano, S. A.: México, 1973.

Kasner, E., y Newman, J. *Matemáticas e imaginación.* Orbis: Madrid, 1987.

Lewis, J. *Calculadoras de bolsillo.* PLESA: Pinto, 1984.

Lewis, B. *Matemáticas modernas. Aspectos recreativos.* Alhambra: Madrid, 1983.

M. E. C. Materiales para la Reforma: Madrid, 1992.

Newman, J. R. (recopilador). *SIGMA: el mundo de las matemáticas.* 6 vols., Grijalbo: Barcelona, 1968.

Orientaciones pedagógicas para la segunda etapa de Educación General Básica. Orden por la que se prorrogan y completan las orientaciones pedagógicas para la Educación General Básica. *B. O. E.*, 24 de agosto, 1971.

PERELMAN, Y. *Álgebra recreativa.* Mir: Moscú, 1978.

PERELMAN, Y. *Problemas y experimentos recreativos.* Mir: Moscú, 1975/83.

RIVIÈRE, V., y LUELMO, M. J. "Síntesis de la propuesta". *Cuadernos de Pedagogía*, 182: junio, 1990.

SANCHÍS, y otros. *Hacer Estadística.* BREDA-ALhambra: Madrid, 1986.

SEGOVIA, I., y otros. *Estimación en cálculo y medida.* "Matemáticas: cultura y aprendizaje". Síntesis: Madrid, 1989.

SIERRA, M., y otros. *Divisibilidad.* "Matemáticas: cultura y aprendizaje". Síntesis: Madrid, 1989.

SÓBOL, I. M. *Método de Montecarlo.* Mir: Moscú, 1976.

SOCAS, M. M., y otros. *Iniciación al Algebra.* "Matemáticas: cultura y aprendizaje". Síntesis: Madrid, 1989.

UDINA I ABELLÓ, F. *Aritmética y calculadoras.* "Matemáticas: cultura y aprendizaje". Síntesis: Madrid, 1989.

VV. AA. *Matemáticas. Pruebas objetivas. B. U. P. 1.°.* INBAD: Madrid, 1988.

VASÍLIEV, N. B., y GUTENMÁJER, V. L. *Rectas y curvas.* Mir: Moscú, 1978/80.

ZABALZA, M. A. *Diseño y desarrollo curricular.* Narcea: Madrid, 1987.

Dirección General de Renovación Pedagógica

Subdirección General
de Programas Experimentales