

La enseñanza de las matemáticas en Europa: Retos comunes y políticas nacionales





La enseñanza de las matemáticas en Europa: retos comunes y políticas nacionales

Este documento es una publicación de la Agencia Ejecutiva en el ámbito Educativo, Audiovisual y Cultural (EACEA P9 Eurydice).

Disponible en inglés (*Mathematics in Education in Europe: Common Challenges and National Policies*), francés (*L'enseignement des mathématiques en Europe: défis communs et politiques nationales*) y alemán (*Mathematikunterricht in Europa: allgemeine Herausforderungen und politische Maßnahmen*).

ISBN 978-92-9201-287-8
doi:10.2797/92132

Disponible también en Internet
(<http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice>).

Texto finalizado en octubre de 2011.

© Agencia Ejecutiva en el ámbito Educativo, Audiovisual y Cultural, 2011.

El contenido de esta publicación puede ser parcialmente reproducido, excepto con fines comerciales, siempre y cuando el extracto vaya precedido de una referencia a la “red Eurydice”, seguida de la fecha de publicación del documento.

La reproducción completa del documento requiere el permiso de la EACEA P9 de Eurydice.



MINISTERIO DE EDUCACIÓN, CULTURA
Y DEPORTE

Centro Nacional de Innovación e Investigación Educativa (CNIIE)

Edita:

© SECRETARÍA GENERAL TÉCNICA

Subdirección General

de Documentación y Publicaciones

Catálogo de publicaciones del Ministerio: mecd.gob.es

Catálogo general de publicaciones oficiales: publicacionesoficiales.boe.es

Edición: 2012

NIPO: 030-12-303-2

Depósito Legal: M-34285-2012

Agencia Ejecutiva en el ámbito Educativo, Audiovisual y Cultural

P9 Eurydice

Avenue du Bourget 1 (BOU2)

B-1140 Bruselas

Tel. +32 2 299 50 58

Fax +32 2 292 19 71

E-mail: eacea-eurydice@ec.europa.eu

Internet: <http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice>

PRÓLOGO



La competencia matemática ha sido considerada por la UE como una de las competencias clave para el desarrollo personal, la ciudadanía activa, la inclusión social y la empleabilidad en la sociedad del conocimiento del siglo XXI. La inquietud suscitada por los estudios internacionales respecto al bajo rendimiento escolar llevó a establecer en 2009 el siguiente objetivo común para toda la UE: *“para 2020, el porcentaje de jóvenes de 15 años con un nivel de competencia insuficiente en lectura, matemáticas y ciencias debería ser inferior al 15%”* ⁽¹⁾. Para lograr dicho objetivo es necesario identificar tanto los obstáculos y las áreas problemáticas como los métodos de enseñanza más eficaces. La finalidad de este informe, en el que se lleva a cabo un análisis comparativo de los distintos enfoques en la enseñanza de las matemáticas en Europa, es contribuir a una

mejor comprensión de dichos factores.

El informe revisa las políticas nacionales orientadas a reformar el currículo de matemáticas, a fomentar métodos pedagógicos y de evaluación innovadores, y a la mejora de la formación inicial y permanente del profesorado. En él se hace un llamamiento en favor del diseño de políticas globales para la enseñanza de las matemáticas, basadas en un seguimiento continuado y en los resultados de las investigaciones. Asimismo, el informe aboga por políticas integrales de apoyo al profesorado, por un interés renovado en las diversas aplicaciones del conocimiento matemático y de las habilidades para la resolución de problemas, y por la puesta en marcha de estrategias para reducir el bajo rendimiento de forma significativa.

También se ofrecen recomendaciones sobre cómo mejorar la motivación para aprender matemáticas e incrementar la participación en las carreras de este ámbito. En muchos países europeos se observa un descenso en el número de alumnos matriculados en matemáticas, ciencias y tecnología, así como desequilibrios de género en estas disciplinas. Es urgente abordar este problema, ya que la escasez de especialistas en matemáticas y en otras áreas afines puede afectar a la competitividad de nuestras economías y a nuestros esfuerzos por superar la crisis económica y financiera.

Tengo plena confianza en que este informe, basado en las conclusiones de las últimas investigaciones y en abundantes datos nacionales, contribuirá oportunamente al actual debate sobre la enseñanza eficaz de las matemáticas. Asimismo, servirá de gran ayuda a todas aquellas personas preocupadas por mejorar el nivel de competencia matemática de los jóvenes en Europa.

A stylized, handwritten signature in blue ink, which appears to read 'A. Vassiliou'. The signature is fluid and cursive, with a long horizontal stroke at the end.

Androulla Vassiliou
Comisaria de Educación, Cultura, Multilingüismo
y juventud

⁽¹⁾ Marco Estratégico para la Cooperación Europea en el ámbito de la Educación y la Formación ('ET 2020'), Conclusiones del Consejo de mayo de 2008, DOL 119, 28.5.2009.

ÍNDICE

Prólogo	3
Introducción	7
Resumen ejecutivo	11
El rendimiento en matemáticas: datos procedentes de los estudios internacionales	15
Principales estudios de evaluación de las matemáticas: TIMSS y PISA	15
El rendimiento en matemáticas según los resultados de PISA	17
El rendimiento en matemáticas según los resultados de TIMSS	21
Principales factores asociados al rendimiento en matemáticas	23
Capítulo 1: El currículo de las matemáticas	29
Introducción	29
1.1. Desarrollo, aprobación y difusión de la normativa sobre enseñanza de las matemáticas	29
1.2. Revisión del currículo de matemáticas y seguimiento de su eficacia	34
1.3. Objetivos de aprendizaje, contenidos y competencias en el currículo de matemáticas	40
1.4. Horas lectivas asignadas a la enseñanza de las matemáticas	45
1.5. Libros de texto y materiales didácticos para matemáticas	51
Resumen	55
Capítulo 2: Enfoques pedagógicos, métodos didácticos y organización del aula	57
Introducción	57
2.1. Variedad de métodos didácticos: directrices y prácticas	57
2.2. Organización del aula: agrupamiento del alumnado	64
2.3. El uso de las TIC y de calculadoras en las clases de matemáticas	67
2.4. Asignación de tareas para casa	71
2.5. Estudios e informes nacionales que avalan políticas basadas en la evidencia sobre métodos didácticos de las matemáticas	75
Resumen	77
Capítulo 3: La evaluación en matemáticas	79
Introducción	79
3.1. Mejorar el aprendizaje mediante modelos de evaluación variados e innovadores	79
3.2. El papel de las pruebas nacionales de evaluación	82
3.3. Las matemáticas en la educación secundaria superior	83
3.4. El uso de los datos de las evaluaciones de matemáticas	85
3.5. Estudios e informes nacionales para el desarrollo de políticas sobre evaluación basadas en evidencias	86
Resumen	87
Capítulo 4: Hacer frente al bajo rendimiento en matemáticas	89
Introducción	89
4.1. Políticas en relación con el bajo rendimiento basadas en evidencias	89
4.2. Conclusiones más relevantes de la investigación sobre medidas eficaces en la lucha contra el bajo rendimiento	92
4.3. Políticas nacionales para mejorar el rendimiento	93
4.4. Tipos de apoyo para alumnos con bajo rendimiento	97
Resumen	101

Capítulo 5: Mejorar la motivación del alumnado	103
Introducción	103
5.1. Establecer un marco teórico basado en la evidencia científica	103
5.2. Estrategias nacionales para mejorar la motivación del alumnado hacia el aprendizaje de las matemáticas	110
5.3. Actividades promovidas por la administración central para mejorar las actitudes hacia el aprendizaje de las matemáticas	114
5.4. Políticas relacionadas con la escasez de competencias y con la elección de las matemáticas en la educación superior	119
Resumen	124
Capítulo 6: La formación inicial y permanente del profesorado de matemáticas	127
Introducción	127
6.1. Retos demográficos a los que se enfrenta el profesorado de matemáticas en Europa	127
6.2. Conseguir el equilibrio adecuado en el contenido de los programas de formación inicial del profesorado	131
6.3. La importancia de una formación permanente cooperativa y enfocada a la asignatura	137
6.4. La formación inicial del profesorado de matemáticas y ciencias: programas para profesores generalistas y especialistas – resultados del SITEP	145
Resumen	156
Conclusiones	159
Bibliografía	165
Glosario	177
Índice de gráficos	179
Anexos	181
Anexo 1 – Contenido del currículo de matemáticas, 2010/11	181
Anexo 2 – Iniciativas promovidas desde la administración central para fomentar la colaboración entre el profesorado, 2010/11	182
Anexo 3 – Índices de respuesta, por países, al Estudio sobre Programas de Formación Inicial del Profesorado de Matemáticas y Ciencias (SITEP)	191
Agradecimientos	193

INTRODUCCIÓN

En los últimos años la cuestión de la competencia matemática ha adquirido gran relevancia y se ha abordado desde las más altas instancias políticas. La competencia matemática se considera una de las competencias clave necesarias para el desarrollo personal, la ciudadanía activa, la inclusión social y la empleabilidad en la sociedad del conocimiento ⁽¹⁾. Asimismo, en las *“Conclusiones del Consejo sobre preparar a los jóvenes para el siglo XXI: agenda para la cooperación europea en las escuelas”* ⁽²⁾, de 2008, se afirma que la adquisición de competencias básicas en lectoescritura y en aritmética ha de ser un área prioritaria para la cooperación europea en materia de educación.

La competencia numérica, matemática y digital, así como la capacidad para comprender las ciencias, resultan vitales para la participación plena en la sociedad del conocimiento y para la competitividad de las economías modernas. Las primeras experiencias durante la infancia son decisivas y, sin embargo, los estudiantes experimentan con frecuencia ansiedad respecto a las matemáticas y, en ocasiones, con tal de evitar esta asignatura, alteran sus decisiones sobre su formación futura. Diversos métodos de enseñanza pueden contribuir a mejorar las actitudes, a incrementar los niveles de rendimiento y a abrir nuevas posibilidades de aprendizaje [COM (2008) 425 final].

La preocupación respecto a los niveles de rendimiento también ha contribuido a establecer un indicador de referencia común a toda la Unión Europea para el año 2020:

“El porcentaje de jóvenes de 15 años con escasa competencia lectora, matemática y científica ha de ser inferior al 15%” ⁽³⁾.

Este indicador está relacionado con una de las cuatro prioridades estratégicas para la cooperación en el ámbito de la educación y la formación a nivel de la UE: la mejora de la calidad y la eficacia de la educación y la formación. También permite efectuar un seguimiento de los logros e identificar retos futuros, así como contribuir al diseño de políticas educativas basadas en la evidencia.

Objetivos del informe

A la luz de estos avances a nivel político, este primer informe de Eurydice sobre la enseñanza de las matemáticas tiene por objeto contribuir al debate europeo y nacional sobre la mejora de la enseñanza y el aprendizaje de esta disciplina y proporcionar apoyo a la cooperación europea en este ámbito.

Varios factores influyen sobre la forma en que se enseñan y se aprenden las matemáticas. Las conclusiones de los estudios internacionales apuntan a que los resultados educativos están relacionados no solo con el contexto familiar del alumno, sino también con la calidad de la enseñanza y con ciertos aspectos organizativos y estructurales inherentes a los sistemas educativos. En vista de ello, el informe analiza el contexto en el que se desarrolla el aprendizaje de las matemáticas, las políticas nacionales que intervienen tanto en la enseñanza como en el aprendizaje de esta materia tan imprescindible, y las conclusiones más recientes de estudios e investigaciones a nivel internacional. Por otra parte, se examinan los instrumentos empleados por las administraciones públicas para mejorar la enseñanza de las matemáticas, incluyendo el currículo, la metodología, los diversos modelos de evaluación, la formación del profesorado y las distintas estructuras de apoyo.

El informe pone de relieve los retos comunes a los que se enfrentan los países europeos, así como sus respuestas ante dichos desafíos. También se revisan las políticas nacionales orientadas a mejorar los niveles de rendimiento, a incrementar la motivación y a superar las barreras para el aprendizaje,

⁽¹⁾ DO L 394, 30.12.2006.

⁽²⁾ 2008/C 319/08.

⁽³⁾ Marco Estratégico para la Cooperación Europea en el ámbito de la Educación y la Formación ('ET 2020'), Conclusiones del Consejo de mayo de 2008, DOL 119, 28.5.2009.

en vista de la evidencia sobre qué elementos caracterizan una enseñanza eficaz de las matemáticas. Asimismo, se describen prácticas eficaces puestas en marcha en diversos sistemas educativos, y se sugieren distintas alternativas para abordar el problema del bajo rendimiento.

En el ámbito de este informe, el concepto de competencia matemática va más allá de las habilidades de cálculo básicas, e incluye una combinación de conocimientos, habilidades y actitudes. El término competencia matemática se entiende aquí como la capacidad para el razonamiento matemático, para plantear y solucionar cuestiones matemáticas y para aplicar el pensamiento matemático a la resolución de problemas en la vida real. Del mismo modo, el concepto irá vinculado a otras destrezas, tales como el razonamiento lógico y espacial, y el uso de modelos, gráficos y tablas para comprender el papel que juegan las matemáticas en la sociedad. Este enfoque está en consonancia con las definiciones empleadas por el Consejo de la Unión Europea y la OCDE ⁽⁴⁾.

Ámbito del informe

El informe ofrece información sobre 31 países integrados en la red Eurydice (los Estados miembros de la UE, Islandia, Liechtenstein, Noruega y Turquía), referida a los niveles CINE 1 y 2 (educación primaria y secundaria inferior). Siempre que se ha considerado pertinente, también figuran datos sobre el nivel CINE 3 (educación secundaria superior). El año de referencia es el curso escolar 2010/11.

Solamente se analiza la enseñanza de las matemáticas en el sector público, excepto en Bélgica, Irlanda y los Países Bajos, donde también se ha incluido la enseñanza privada concertada, dado que la mayoría de los alumnos asisten a este tipo de centros. Por otra parte, en Irlanda prácticamente todos los centros son de titularidad privada, si bien en la práctica se sostienen con fondos públicos y las familias no han de abonar tasas de matrícula. En el caso de los Países Bajos, la constitución garantiza igualdad de financiación y tratamiento tanto a centros públicos como a privados.

Estructura del informe

El estudio arranca con unas consideraciones generales sobre el *Rendimiento en matemáticas: datos procedentes de los estudios internacionales*, donde se discuten las principales tendencias en cuanto a rendimiento, según las recientes evaluaciones PISA y TIMSS. Este apartado describe el marco conceptual de dichas evaluaciones, sus principales objetivos y los grupos de población analizados, y pone de manifiesto algunas de las limitaciones a la hora de utilizar e interpretar sus resultados.

El **capítulo 1**, titulado *El currículo de las matemáticas*, ofrece una perspectiva general de la estructura y el contenido de los documentos oficiales sobre la enseñanza de esta asignatura (incluyendo el currículo, los planes de estudios y las directrices oficiales). En él se analiza la implicación de las administraciones educativas centrales en el diseño, aprobación y revisión de estos documentos. Además, se examinan las recomendaciones sobre horas lectivas asignadas a las matemáticas así como las políticas nacionales sobre materiales didácticos y libros de texto. También se presenta información relativa al tiempo destinado a diversos temas del área de matemáticas dentro del aula, en base a los resultados de estudios internacionales. Finalmente, se ofrecen una serie de ejemplos sobre los distintos enfoques en la elaboración de libros de texto y sobre las estrategias nacionales para garantizar la coherencia entre el currículo y los materiales didácticos empleados en el aula.

⁽⁴⁾ Recomendación del Parlamento Europeo y del Consejo, de 18 de diciembre de 2006, sobre las competencias clave para el aprendizaje permanente. Diario Oficial L 394 de 30.12.2006; El Informe PISA 2003: marco para la evaluación de conocimientos y competencias en Matemáticas, Lectura, las Ciencias y Resolución de Problemas, OCDE, París, 2003.

El **capítulo 2**, *Enfoques pedagógicos, métodos didácticos y organización del aula*, repasa los últimos avances en cuanto a investigación y desarrollo de políticas en este ámbito. El análisis se centra en los diversos enfoques pedagógicos, tanto obligatorios como recomendados o apoyados por las administraciones educativas en distintos países europeos. Entre ellos cabe mencionar el aprendizaje basado en la resolución de problemas, la aplicación de las matemáticas a la vida cotidiana, el aprendizaje activo, el desarrollo del pensamiento crítico, el uso de las TIC, la asignación de tareas para casa y el agrupamiento de alumnos. El análisis se lleva a cabo tomando como referencia los resultados de los estudios internacionales que facilitan datos sobre prácticas educativas en los centros escolares. Por último, el capítulo ofrece una reflexión sobre el uso de estudios e informes nacionales para el diseño de políticas educativas sobre las matemáticas basadas en la evidencia.

El **capítulo 3**, *La evaluación en matemáticas*, examina las directrices de las administraciones centrales y las prácticas sobre los diversos modelos de evaluación formativa y sumativa. El capítulo también se ocupa de las pruebas nacionales de evaluación de las matemáticas, y de la inclusión de esta materia en los exámenes de final de la educación secundaria superior. También se discute brevemente el uso de los datos obtenidos en las evaluaciones de matemáticas para la mejora de la calidad de la enseñanza y para el apoyo al diseño de nuevas políticas.

En el **capítulo 4**, *Luchar contra el bajo rendimiento en matemáticas*, se repasan los resultados de los estudios sobre medidas eficaces para la mejora del rendimiento y se perfilan los elementos más significativos de las políticas nacionales al respecto. Asimismo, se revisan los instrumentos empleados a nivel nacional para formular políticas basadas en la evidencia respecto al bajo rendimiento en matemáticas. Por último, el capítulo explora el uso de formas específicas de apoyo, incluidas las adaptaciones curriculares, las herramientas para el diagnóstico de dificultades, la enseñanza individualizada o en grupos reducidos, y la intervención de profesores especialistas.

El **capítulo 5**, *Mejorar la motivación del alumnado*, ofrece una perspectiva general sobre políticas e iniciativas actuales orientadas a mejorar la motivación de los alumnos hacia el aprendizaje de las matemáticas. En él se presentan estrategias y prácticas a nivel nacional para fomentar el desarrollo de actitudes positivas hacia las materias incluidas en el ámbito de las matemáticas, las ciencias y la tecnología (MST). El capítulo también pone de relieve las inquietudes a nivel político referentes a la elección de las matemáticas en la educación superior y a la escasez de competencias en el mercado laboral. También se aborda la cuestión de las diferencias de género, no solo porque ha sido uno de los focos de atención de la investigación científica reciente, sino también por la importancia de las medidas destinadas a fomentar la motivación de las niñas para aprender matemáticas y para mejorar su participación en la educación superior.

El **capítulo 6**, *La formación inicial y permanente del profesorado de matemáticas*, subraya algunos aspectos clave de dicha formación que capacitan a los docentes para proporcionar a sus alumnos oportunidades de aprendizaje de gran calidad. En primer lugar, se presenta un perfil profesional del profesorado de matemáticas, seguido de un análisis de las políticas y prácticas puestas en marcha en Europa en el ámbito de la formación inicial y permanente de este colectivo. El análisis se enmarca en el contexto de la bibliografía más relevante, así como de los datos procedentes de PISA y TIMSS y del estudio de Eurydice sobre programas de formación inicial del profesorado de matemáticas y ciencias (SITEP).

También se incluyen al final del informe una serie de anexos sobre el contenido del currículo de matemáticas y sobre las iniciativas de cooperación entre profesores promovidas a nivel nacional.

El análisis comparativo se basa fundamentalmente en las respuestas nacionales a un cuestionario elaborado por la Unidad de Eurydice de la Agencia Ejecutiva en el Ámbito Educativo, Audiovisual

y Cultural. También se han analizado exhaustivamente los datos procedentes de las evaluaciones internacionales TIMSS y PISA, así como de la encuesta SITEP elaborada por Eurydice.

Todas las unidades nacionales de Eurydice han participado en la revisión de esta obra. En el apartado final de agradecimientos se hace mención específica de todas aquellas personas que han colaborado en su redacción.

RESUMEN EJECUTIVO

El currículo de matemáticas

Por regla general, los objetivos, los contenidos y los resultados del aprendizaje del área de matemáticas se definen en el currículo. En los últimos años la mayoría de los países han emprendido reformas de su estructura con la intención de reforzar el desarrollo de competencias y habilidades, de mejorar los aspectos transversales y de hacer mayor hincapié en la aplicación de las matemáticas a la vida cotidiana. Este enfoque basado en los resultados del aprendizaje tiende a ser más integral y flexible a la hora de responder a las necesidades de los alumnos.

Sin embargo, conseguir que los objetivos curriculares se trasladen efectivamente a la práctica docente en el aula depende, entre otras cosas, de que tanto el profesorado como los centros educativos reciban apoyo y asesoramiento específico sobre cómo impartir el nuevo currículo.

Enfoques metodológicos

Los resultados de diversos estudios apuntan a que la enseñanza de las matemáticas requiere del uso de diversos enfoques pedagógicos. Al mismo tiempo, existe un acuerdo generalizado sobre que ciertos métodos como, por ejemplo, el aprendizaje basado en la resolución de problemas, la investigación y la contextualización, resultan especialmente eficaces a la hora de mejorar el rendimiento de los alumnos y su actitud hacia las matemáticas. Si bien en Europa la mayoría de las administraciones educativas centrales proporcionan algún tipo de orientación sobre metodología en la enseñanza de las matemáticas, es posible fortalecer aún más el apoyo a otros métodos que fomentan en los alumnos el aprendizaje activo y el pensamiento crítico.

No es frecuente encontrar directrices a nivel nacional sobre el uso de calculadoras, o pautas sobre las tareas para casa o el agrupamiento de alumnos en las clases de matemáticas. Sin embargo, todos los países se muestran a favor del uso de las TIC, aunque los datos procedentes de estudios internacionales señalan que no se utilizan de manera habitual en las clases de matemáticas. Más investigación sobre los beneficios del uso de TIC en la enseñanza de esta asignatura podría ayudar a orientar y fomentar un uso eficaz de las mismas.

La evaluación en matemáticas

La evaluación del alumnado en el área de matemáticas es un elemento decisivo del proceso educativo y el profesorado juega un papel fundamental en ella. Solo en algunos países existen directrices a nivel nacional sobre la evaluación en el aula y, en especial, sobre modelos de evaluación innovadores, como la evaluación basada en proyectos, en portfolios o a través de las TIC, la autoevaluación y la evaluación entre iguales. La enseñanza de las matemáticas podría beneficiarse de un mayor apoyo al profesorado y a los centros escolares en el diseño y el desarrollo de las pruebas de evaluación y, más importante aún, sobre cómo facilitar a los alumnos información relevante respecto a los resultados que obtienen.

Las pruebas nacionales de evaluación de las matemáticas están ampliamente extendidas y sus resultados sirven de base para el diseño curricular y para mejorar la formación inicial y permanente del profesorado. Sin embargo, a la luz de los datos incluidos en este informe, cabe señalar que la información que se obtiene en estas pruebas podría utilizarse de manera más sistemática para el diseño de políticas en los distintos niveles implicados en la toma de decisiones.

La lucha contra el bajo rendimiento

Las conclusiones de diversos estudios indican que las medidas eficaces para hacer frente al bajo rendimiento han de ser oportunas, integrales y enfocadas a numerosos aspectos dentro y fuera de la

escuela. La mayoría de los países facilitan directrices a nivel nacional para abordar las dificultades del alumnado con las matemáticas. Sin embargo, para poder orientar a los centros y al profesorado de manera eficaz y apoyar sistemáticamente al alumnado es necesario elaborar programas específicos, e incluso contar con profesores especialistas.

Para poder combatir de manera eficiente el bajo rendimiento en matemáticas es preciso hacer un seguimiento tanto del rendimiento del alumno como de su evolución. Actualmente solo un número reducido de países ha establecido objetivos nacionales para reducir el fracaso en esta asignatura. También es escasa la investigación sobre las causas de los malos resultados y sobre la evaluación de los programas de apoyo, siendo ambas cosas indispensables para la mejora del rendimiento.

Mejorar la motivación del alumnado

El nivel de motivación para aprender matemáticas es un factor determinante para el rendimiento escolar. Aproximadamente la mitad de los países analizados en el estudio cuentan con estrategias para incrementar la motivación del alumnado. En la mayoría de los casos son proyectos centrados, por ejemplo, en actividades extracurriculares o en convenios de colaboración con universidades y empresas. Solamente en Austria y en Finlandia existen planes a gran escala, que incluyen un gran número de iniciativas, y enfocados a todos los niveles educativos. Es necesario también ampliar las medidas dirigidas a alumnos con escasa motivación y bajo rendimiento, y fomentar acciones que tengan también en cuenta la dimensión de género.

La motivación es un factor clave para los alumnos a la hora de escoger futuras ramas de formación académica y profesiones. En toda Europa se aprecia una disminución en el porcentaje de titulados en MST en comparación con el resto de titulados universitarios en otras especialidades, y tampoco puede observarse un incremento en el número de mujeres que se han graduado en MST en los últimos años. Muchos países europeos muestran su preocupación respecto a esta tendencia. Para hacer frente al problema, resulta esencial reforzar las iniciativas que actualmente están en marcha, especialmente las campañas nacionales y los planes para atraer a las mujeres a estudios y profesiones del ámbito de las matemáticas.

La formación inicial y permanente del profesorado de matemáticas

Para que un profesor de matemáticas sea eficaz es necesario que cuente con una sólida formación en la materia y con un buen conocimiento sobre cómo impartirla. En la mayoría de los países europeos los programas de formación inicial del profesorado incluyen un gran número de asignaturas sobre el conocimiento matemático y sobre destrezas pedagógicas, tal como corroboran los resultados del estudio piloto sobre programas de formación inicial del profesorado (SITEP) elaborado por EACEA/Eurydice. Sin embargo, tanto las conclusiones de SITEP como la normativa y las recomendaciones nacionales apuntan a la necesidad de reforzar en futuros programas de formación, tanto para generalistas como especialistas, las competencias para la enseñanza de las matemáticas atendiendo a la diversidad y a las cuestiones de género.

La mayoría de los países europeos promueven la cooperación y la colaboración entre el profesorado de matemáticas, fundamentalmente a través de páginas web interactivas que facilitan el intercambio de información y de experiencias. Asimismo, los programas de formación permanente organizados a nivel central también prestan atención a una gran variedad de enfoques pedagógicos. No obstante, las conclusiones de diversos estudios internacionales indican que la escasa participación en dichos programas supone un problema que es necesario afrontar. Solo en un número muy reducido de países

Europeos existen incentivos para promover la participación en formación permanente relacionada con las matemáticas.

Fomentar políticas basadas en la evidencia

La mejora de la calidad en la enseñanza de las matemáticas también depende de la recogida, análisis y difusión de información relativa a prácticas educativas eficaces. Actualmente, la investigación sobre el uso de métodos pedagógicos y de instrumentos de evaluación no está generalizada en toda Europa. Solo unos cuantos países disponen de estructuras a nivel nacional para recopilar y analizar datos referentes a la enseñanza de las matemáticas. Asimismo, es necesario reforzar el uso de la evidencia científica, de las evaluaciones y del impacto de las prácticas educativas en la toma de decisiones sobre el diseño de nuevas políticas. La intención de alcanzar el objetivo europeo de disminuir el número de alumnos con bajo rendimiento en matemáticas y de aumentar el número de titulados en áreas afines a esta disciplina debería verse respaldada por un mayor seguimiento de los procesos y por un aumento de la investigación tanto a nivel nacional como europeo.

EL RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS: DATOS PROCEDENTES DE LOS ESTUDIOS INTERNACIONALES

Los estudios internacionales sobre evaluación de alumnos se elaboran en base a un marco conceptual y metodológico común, a fin de proporcionar indicadores orientados hacia el desarrollo de nuevas políticas. El indicador que recibe más atención a nivel público es la posición relativa de cada país según la puntuación media que obtiene en las pruebas. Desde la década de los sesenta, la puntuación de cada país se ha convertido en un factor que afecta considerablemente a las políticas educativas nacionales y que genera presiones para adoptar las prácticas educativas de aquellos países con un rendimiento más elevado (Steiner-Khamsi, 2003; Takayama, 2008). En este capítulo se presenta la puntuación media obtenida por los países europeos, junto con su desviación típica, en las pruebas de matemáticas de las últimas evaluaciones internacionales. Asimismo, dado que los Estados miembros de la Unión Europea han manifestado su compromiso político para reducir el número de alumnos con bajo rendimiento en esta área, el capítulo también informa del porcentaje de estudiantes que carecen de habilidades básicas en matemáticas en cada país europeo. Por último, se facilita también información básica sobre la metodología empleada por las evaluaciones internacionales sobre rendimiento escolar en matemáticas.

Los estudios comparativos a nivel internacional pueden contribuir a esclarecer las diferencias que existen entre países, e incluso dentro de los mismos, así como a identificar cualquier problema específico de los sistemas educativos. Sin embargo, es importante manejar con cautela los indicadores de dichos estudios, ya que existen muchos factores relevantes ajenos al ámbito de la política educativa que inciden sobre el rendimiento escolar y que, generalmente, difieren entre países. Los indicadores de nivel de cada país han recibido abundantes críticas, ya que son una simplificación del resultado global de la totalidad del sistema escolar (Baker y LeTendre, 2005). A la hora de interpretar los resultados, también hay que tener presente que los estudios comparativos a gran escala se enfrentan a algunos retos metodológicos: las traducciones pueden dar lugar a distintos significados; la percepción de determinadas preguntas puede verse influenciada por sesgos culturales; la deseabilidad social, así como la motivación de los alumnos puede variar dependiendo del contexto cultural; e incluso la agenda política de los organismos que elaboran los estudios internacionales puede influir en el contenido de dichas evaluaciones (Hopmann, Brinek y Retzl, 2007; Goldstein, 2008). No obstante, los estudios también arbitran varios mecanismos de control para minimizar el impacto que estas trabas metodológicas tienen sobre la comparabilidad de los resultados.

Principales estudios de evaluación de las matemáticas: TIMSS y PISA

En la actualidad, el rendimiento escolar en el área de matemáticas se evalúa a través de dos encuestas internacionales a gran escala: TIMSS y PISA. El Estudio Internacional de Tendencias en Matemáticas y Ciencias (TIMSS) proporciona datos sobre el rendimiento en matemáticas de alumnos de cuarto y octavo curso en diversos países ⁽¹⁾.

El Programa Internacional para la Evaluación de Alumnos (PISA) mide los conocimientos y destrezas de alumnos de 15 años en lectura, matemáticas y ciencias. Cada uno de los ciclos de evaluación en los que se divide PISA se centra en una de estas áreas. En el año 2003, en el que se evaluaron fundamentalmente las matemáticas, el programa incluía preguntas relacionadas con las actitudes del alumnado hacia la enseñanza de las mismas. Las tendencias en el área de matemáticas pueden

⁽¹⁾ Algunos países también llevan a cabo el llamado TIMSS 'avanzado', que evalúa en el último curso de enseñanza secundaria a aquellos alumnos que han cursado niveles avanzados de matemáticas o física.

calcularse solo desde el 2003 (año en que las matemáticas fueron el principal foco de atención) hasta el 2009 (los resultados más recientes disponibles).

Estos dos estudios se centran en distintos aspectos del aprendizaje de los alumnos. En términos generales, el objetivo primordial de TIMSS es evaluar “*qué saben*”, mientras que la finalidad de PISA es determinar “*qué son capaces de hacer con sus conocimientos*”. El principio organizativo sobre el que se articula el estudio TIMSS es el currículo. Los datos que se recogen presentan tres aspectos, *el currículo diseñado*, tal y como lo definen los países o los sistemas educativos, *el currículo impartido*, es decir, lo que los profesores realmente enseñan, y *el currículo logrado*, es decir, lo que los alumnos han aprendido (Mullis, Martin y Foy 2008, p. 25). Por el contrario, el programa PISA no se centra directamente en ningún aspecto concreto del currículo, sino que su fin primordial es evaluar en qué medida los alumnos de 15 años son capaces de aplicar su conocimiento de las matemáticas a situaciones de la vida cotidiana. El estudio se ocupa de la competencia matemática, definida como:

La capacidad de un individuo para identificar y comprender el papel que juegan las matemáticas en el mundo, para realizar razonamientos debidamente fundamentados y para utilizar las matemáticas con el fin de hacer frente a sus necesidades individuales como un ciudadano constructivo, implicado y reflexivo (OCDE, 2003, p. 24).

El estudio TIMSS se lleva a cabo cada cuatro años y su última versión, la de 2007, es el cuarto ciclo de evaluación internacional de matemáticas y ciencias ⁽²⁾. Dado que los alumnos de cuarto curso en el siguiente ciclo de TIMSS estarán en octavo, aquellos países que participan en ciclos consecutivos también pueden obtener información sobre la evolución relativa de los alumnos a lo largo de los distintos cursos ⁽³⁾. No obstante, solo un número reducido de países europeos ha participado en todos los estudios TIMSS (Italia, Hungría, Eslovenia y el Reino Unido –Inglaterra–). Por lo general, menos de la mitad de los países de la UE-27 participan en TIMSS. En la última ronda, 15 sistemas educativos pertenecientes a la red Eurydice midieron el rendimiento en matemáticas y ciencias de alumnos en cuarto curso, y solo 14 lo hicieron en octavo.

Por el contrario, el estudio PISA abarca la práctica totalidad de los sistemas educativos europeos. La última vez que se llevó a cabo (2009) contó con la participación de la mayoría de los países europeos, incluidos todos los sistemas educativos de la red Eurydice, a excepción de Chipre y Malta. En PISA 2003, centrado en las matemáticas, tampoco participaron ninguno de estos dos países, al igual que Bulgaria, Estonia, Lituania, Rumanía y Eslovenia.

El estudio TIMSS utiliza muestras de población por cursos escolares, mientras que las de PISA obedecen a criterios de edad. Estas diferencias en cuanto al grupo analizado tienen ciertas consecuencias. En el caso de TIMSS, todos los alumnos han recibido un nivel de instrucción semejante, es decir, se encuentran todos en cuarto o en octavo curso ⁽⁴⁾, pero sus edades difieren entre países, dependiendo de la edad de inicio de la escolarización y de las prácticas de repetición de curso en cada sistema (para más información, véase EACEA/Eurydice, 2011). Por ejemplo, en TIMSS 2007 el promedio de edad de los alumnos de cuarto curso que hicieron el examen en los países europeos

⁽²⁾ Para una descripción del diseño de los instrumentos de evaluación, los procedimientos para la recogida de datos y los métodos de análisis empleados en TIMSS, véase Olson, Martin y Mullis (2008).

⁽³⁾ Debido a los métodos de muestreo utilizados, los grupos de población no son exactamente equivalentes, pero se diseñan de tal forma que sean representativos de cada país.

⁽⁴⁾ El Reino Unido (Inglaterra y Escocia) examinó a sus alumnos en los cursos quinto y noveno, dado que la escolarización se inicia a edades muy tempranas y, de lo contrario, los alumnos habrían sido demasiado pequeños. Eslovenia se encuentra actualmente en proceso de reforma estructural del sistema, que ahora exige la escolarización de los alumnos a edades más tempranas, de manera que los alumnos matriculados en cuarto y octavo curso tendrían la misma edad que los alumnos que anteriormente estaban escolarizados en los cursos tercero y séptimo, pero con un año adicional de escolarización. Para realizar un seguimiento de este cambio, Eslovenia evaluó a sus alumnos en tercero y séptimo en las evaluaciones anteriores. La transición ya se ha completado en cuarto curso, pero no en todos los octavos, donde algunos de los alumnos evaluados se encontraban en su séptimo año de escolarización (Mullis, Martin y Foy 2008).

oscilaba entre los nueve años y ocho meses y los once años (Mullis, Martin y Foy 2008, p. 34), y la edad de los alumnos de octavo iba de los trece años y siete meses a los 15 (*Ibid.*, p. 35). En PISA, todos los alumnos que realizan las pruebas tienen quince años, pero el número de cursos escolares que han completado difiere, especialmente en aquellos países en los que existe la repetición de curso. El promedio de curso en el que se encontraban los alumnos de 15 años examinados en 2009 variaba de noveno al undécimo, pero en algunos países los alumnos que realizaban las pruebas procedían de seis cursos distintos (de 7º a 12º).

Puesto que TIMSS se centra en el currículo, recoge un abanico más amplio de información contextual sobre el entorno de aprendizaje de los alumnos que el programa PISA. Al emplear como muestra grupos de alumnos completos dentro de los centros escolares, es posible recabar información también de los profesores que enseñan matemáticas a dichos grupos. Así pues, el profesorado responde a cuestionarios sobre la metodología empleada para impartir el currículo y sobre su formación inicial y continua. Asimismo, la dirección de los centros también proporciona datos sobre los recursos y el ambiente educativo del centro. Se pregunta a los alumnos sobre su actitud hacia las matemáticas, hacia el centro escolar, sobre sus intereses y sobre el uso de ordenadores. También facilitan información relativa a sus hogares y a sus experiencias dentro del aula.

Con respecto al contexto de aprendizaje, el estudio PISA 2003 pedía a los directores de los centros que facilitasen datos sobre la escuela y sobre la organización de la enseñanza de las matemáticas. Además de los cuestionarios sobre su entorno personal y su actitud hacia la asignatura, los alumnos de 19 países europeos respondieron a un cuestionario voluntario con información relativa a la disponibilidad de ordenadores, así como la frecuencia de su uso y los fines para los que se emplean.

El marco para la evaluación de las matemáticas de TIMSS 2007 se estructuró en torno a dos ejes: la dimensión de contenidos y la dimensión cognitiva. En cuarto curso, las tres áreas de contenido analizadas fueron la aritmética, las figuras geométricas y las medidas, y la representación de datos. En octavo curso, las áreas de contenido fueron: aritmética, álgebra, geometría, estadística y probabilidad. En ambos cursos se evaluaron las mismas dimensiones cognitivas –conocimiento, aplicación y razonamiento– (Mullis, Martin y Foy 2008, p. 24).

El programa PISA evalúa la competencia matemática en relación a cuatro áreas de contenido: cantidad; espacio y forma; cambio y relación; e incertidumbre. Las preguntas se organizan de acuerdo con una serie de “agrupamientos de competencias”, o de habilidades necesarias para las matemáticas, como, por ejemplo, reproducir (realizar operaciones matemáticas simples); establecer conexiones (combinar ideas para resolver problemas sencillos); y reflexionar (pensamiento matemático más complejo).

En conclusión, las evaluaciones TIMSS y PISA se han diseñado con distintas finalidades y se basan en un marco diferente y único y en una serie de preguntas específicas. Así pues, es razonable encontrar divergencias en ambos estudios en los resultados de un año en concreto o en las estimaciones de tendencias.

El rendimiento en matemáticas según los resultados de PISA

Los resultados de PISA se representan empleando una escala cuya puntuación media es 500, con una desviación típica de 100, establecida para alumnos de todos los países participantes de la OCDE. En 2003, cuando se acordaron los niveles de rendimiento en matemáticas, podríamos inferir que aproximadamente dos tercios de los alumnos de todos los países de la OCDE obtuvieron una puntuación de entre 400 y 600 puntos. La escala matemática de PISA también se divide en niveles de

competencia que describen y distinguen los niveles típicos que se espera de los alumnos, asociando cada tarea con un grado de dificultad específico. Se establecieron seis niveles de competencia distintos para la escala de matemáticas en 2003, que también se emplearon para elaborar el informe sobre los resultados en matemáticas tanto en 2006 como en 2009 (OCDE, 2009).

El indicador más comúnmente utilizado en las evaluaciones internacionales para comparar el rendimiento de los distintos sistemas educativos es la puntuación media que obtiene el país. En 2009 la media en matemáticas en la UE-27 fue de 493,9 puntos ⁽⁵⁾ (gráfico 1.1). Los mejores resultados correspondieron a Finlandia (540,1), aunque la Comunidad flamenca de Bélgica (536,7) y Liechtenstein (536) se situaron en niveles semejantes (las diferencias entre las puntuaciones de estos sistemas no se consideran significativas a nivel estadístico). Sin embargo, incluso los países europeos con mejores resultados se situaron por debajo de los países o regiones con más alto rendimiento a nivel mundial en esta materia (Shanghái-China (600), Singapur (562) y Hong-Kong-China (555)), y del entorno de los obtenidos por Corea (546) y Taipéi (543).

En el otro extremo de la escala se encuentran los alumnos de Bulgaria, Rumanía y Turquía, con una media de rendimiento considerablemente inferior a la de sus compañeros del resto de países participantes de la red Eurydice. La puntuación media en estos países se situó entre 50 y 70 puntos por debajo de la media de la UE-27.

Solamente un 11% de la varianza observada en el rendimiento de los alumnos puede atribuirse a las diferencias entre países ⁽⁶⁾. El resto de la varianza se debe a diferencias dentro de un mismo país, es decir, diferencias entre programas de estudios, entre centros escolares y entre alumnos dentro de los propios centros. La distribución relativa de puntuaciones dentro de un país, o la distancia entre los alumnos con alto o bajo rendimiento, constituye un indicador de equidad del logro educativo. En 2009 la desviación típica en la UE-27 en cuanto a rendimiento en matemáticas fue de 95,0 (gráfico 1), lo cual indica que los resultados de aproximadamente dos tercios de los alumnos de la UE-27 se situaron entre los 399 y los 589 puntos.

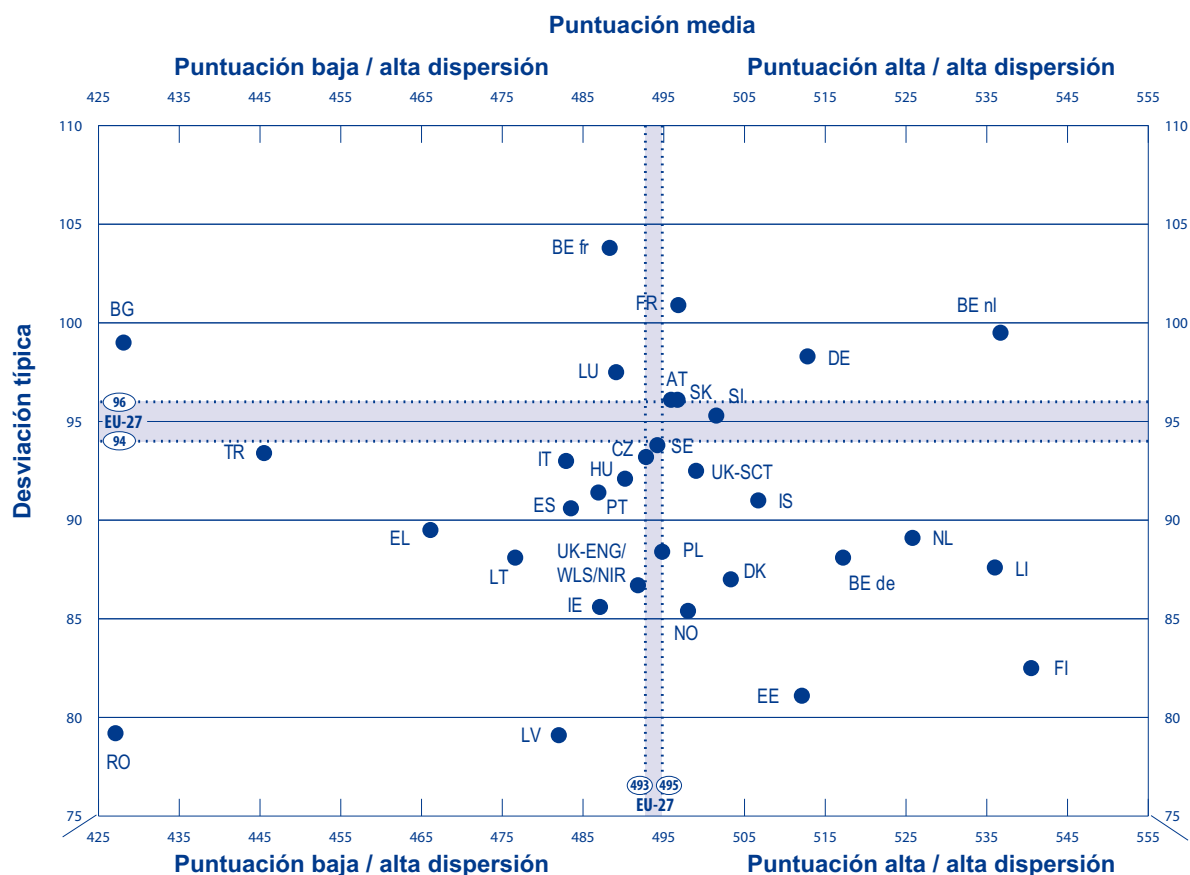
Es posible que países con una media semejante presenten intervalos amplios de puntuación entre alumnos. Así pues, a la hora de realizar comparaciones entre países, es importante tener en cuenta no solo la puntuación media obtenida por los alumnos en cada país, sino también dicho intervalo. El gráfico 1 cruza ambos indicadores, mostrando en el eje de las X la puntuación media de cada país (que representa la eficacia del sistema educativo) y la desviación típica en el eje de las Y (que representa la equidad del sistema). Aquellos países cuya puntuación es significativamente más elevada que la de los demás y que presentan una desviación típica significativamente inferior a la de la UE-27 pueden considerarse tanto eficaces como equitativos en su logro educativo (gráfico 1, cuarto inferior derecho). En lo que respecta a su rendimiento en el área de matemáticas, los sistemas educativos de Bélgica (Comunidad germanófona), Dinamarca, Estonia, los Países Bajos, Finlandia e Islandia pueden considerarse tanto eficaces como equitativos.

En Bélgica (Comunidades francesa y flamenca), Alemania, Francia y Luxemburgo, la distancia entre los alumnos con puntuaciones altas y bajas fue especialmente significativa en 2009 (gráfico 1, mitad superior). Esto indica que los centros escolares y el profesorado de dichos países han de trabajar

⁽⁵⁾ El cálculo de la media es una estimación en la que se tiene en cuenta el tamaño absoluto de la muestra de población de 15 años sobre la que se realizó el estudio en cada uno de los países de la UE-27 que participaron en el PISA 2009. La media de la UE-27 se calculó de la misma manera que en el total de la OCDE (es decir, calculando la media de todos los países de la OCDE y teniendo en cuenta el tamaño total de la muestra). El media global de la OCDE en el año 2009 fue de 488 puntos (OCDE, 2010a).

⁽⁶⁾ De acuerdo con los cálculos del modelo de análisis en 3 niveles (país, centro escolar y alumno) para los países participantes de la UE-27.

◆◆◆ Gráfico 1: Puntuación media en matemáticas y desviación típica para alumnos de 15 años, 2009



	EU-27	BE fr	BE de	BE nl	BG	CZ	DK	DE	EE	IE	EL	ES	FR	IT	CY	LV	LT	LU
Puntuación media 2009	494	488	517	537	428	493	503	513	512	487	466	484	497	483	x	482	477	489
Diferencia con 2003	-5.2	-9.3	2.1	-16.7	x	-23.7	-11.0	9.8	x	-15.7	21.2	-1.6	-14.0	17.2	x	-1.4	x	-4.1
Desviación típica 2009	95	103.8	88.1	99.5	99	93.2	87	98.3	81.1	85.6	89.5	90.6	100.9	93	x	79.1	88.1	97.5
Diferencia con 2003	-1.3	-4.0	-12.2	-5.8		-2.7	-4.3	-4.3		0.3	-4.3	2.1	9.2	-2.7	x	-8.8		5.6

	HU	MT	NL	AT	PL	PT	RO	SI	SK	FI	SE	UK (¹)	UK-SCT	IS	LI	NO	TR
Puntuación media 2009	490	x	526	496	495	487	427	502	497	541	494	492	499	507	536	498	446
Diferencia con 2003	0.2	x	-12	m	4.6	20.9	x	x	-1.5	-3.8	-14.8	m	-24.8	-8.4	0.2	2.8	22.1
Desviación típica 2009	92.1	x	89.1	96.1	88.4	91.4	79.2	95.3	96.1	82.5	93.8	86.7	92.5	91	87.6	85.4	93.4
Diferencia con 2003	-1.4	x	-3.4	m	-1.8	3.8			2.8	-1.2	-0.9	m	8.2	0.6	-11.5	-6.6	-11.3

m No comparable x Países que no participaron en el estudio

Fuente: OECD, bases de datos de PISA 2003 y 2009.

UK (¹) = UK-ENG/WLS/NIR

Nota explicativa

Las áreas sombreadas señalan la media de la UE-27. Ambas son indicadores de intervalo, calculados teniendo en cuenta el error típico. Para facilitar la interpretación del gráfico la media de cada país se representa como un punto, pero es importante recordar que dicho punto hace referencia a un intervalo. Aquellos puntos que se aproximan al área de la media de la UE pueden que no difieran en gran medida del valor de la misma. Los valores que revelan una diferencia estadística significativa ($p < .05$) con respecto a la media de la UE-27 (o de cero si se tienen en cuenta las diferencias) se han señalado en negrita en la tabla.

Notas específicas de los países

Austria: no es posible comparar las tendencias con rigor, ya que algunos centros escolares austriacos rehusaron participar en el estudio PISA 2009 (para más información, véase OCDE 2010c). Sin embargo, los resultados de Austria sí se han incluido en el cálculo de la media de la UE-27.

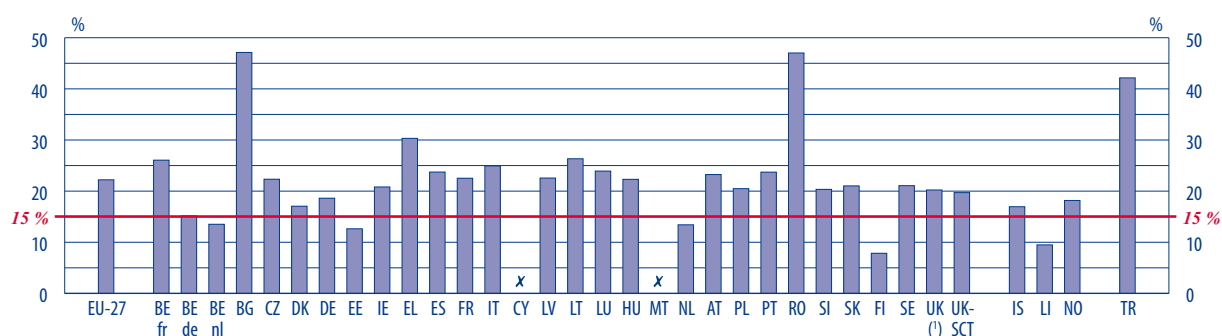
Reino Unido (ENG/WLS/NIR): la muestra de PISA 2003 no alcanzó los estándares de respuesta establecidos en el programa PISA. Así pues, no es posible realizar una estimación sobre tendencias. Véase OCDE (2004, pp. 326-328).



con una gran diversidad de alumnos en lo que se refiere a destrezas. En consecuencia, una forma de mejorar el resultado global de un país podría ser centrarse en proporcionar apoyo a los alumnos con bajo rendimiento (para más información, véase el capítulo 4).

Por último, un grupo de países europeos obtuvieron puntuaciones en matemáticas por debajo de la media de la UE, aunque con una baja dispersión de resultados. Irlanda, Grecia, España, Letonia, Lituania, Portugal y Rumanía, por lo tanto, necesitan tomar medidas para mejorar el rendimiento en matemáticas de forma generalizada.

◆◆◆ Gráfico 2: Porcentaje de alumnos de 15 años con bajo rendimiento en matemáticas, 2009



Δ – Diferencia respecto a 2003 m – No comparable x – Países que no participaron en el estudio

Fuente: OECD, bases de datos de PISA 2003 y 2009.

UK (¹): UK-ENG/WLS/NIR

Nota explicativa

Alumnos con bajo rendimiento – se refiere a aquellos cuya puntuación se sitúa por debajo del Nivel 2 (<420,1). A la hora de analizar las diferencias, los valores estadísticamente significativos ($p < .05$) diferentes de cero se indican en negrita.

Notas específicas de los países

Austria: no es posible comparar las tendencias con rigor, ya que algunos centros escolares austriacos rehusaron participar en el estudio PISA 2009 (para más información, véase OCDE 2010c). Sin embargo, los resultados de Austria sí se han incluido en el cálculo de la media de la UE-27.

Reino Unido (ENG/WLS/NIR): la muestra de PISA 2003 no alcanzó los estándares de respuesta establecidos en el programa PISA. Así pues, no es posible realizar una estimación sobre tendencias. Véase OCDE (2004, pp. 326-328).



El porcentaje de alumnos que carecen de habilidades matemáticas básicas es otro indicador relevante de la calidad y equidad de los sistemas educativos. Los Estados miembros de la UE han establecido como objetivo reducir el porcentaje de alumnos de 15 años con bajo rendimiento en matemáticas a menos de un 15% para el año 2020 ⁽⁷⁾. Según el Consejo de Europa, se considera alumnos con bajo rendimiento a aquellos que no alcanzan el Nivel 2 en PISA. De acuerdo con la OCDE (2009), los que se sitúan en el Nivel 1 poseen unos conocimientos matemáticos tan limitados que únicamente pueden aplicarlos a un número reducido de situaciones de la vida cotidiana. Estos alumnos son capaces de realizar tareas sencillas que requieren solo una operación, en un contexto que les resulta familiar y

⁽⁷⁾ Conclusiones del consejo, de 12 de mayo de 2009, sobre un marco estratégico para la cooperación europea en materia de educación y formación ('ET 2020'). DO C 119, 28.5.2009.

dentro de problemas matemáticos bien estructurados; también pueden reproducir hechos o procesos matemáticos comunes y aplicar destrezas básicas de cálculo (OCDE 2003, p. 54). Aquellos alumnos cuyo rendimiento es inferior al del Nivel 1 son incapaces de demostrar competencia matemática básica en las tareas más elementales de la evaluación PISA, lo cual puede mermar su capacidad de participación en la sociedad y en la economía.

Tal como indica el gráfico 2, en el año 2009 la media de alumnos de la UE-27 con bajo rendimiento en matemáticas alcanzaba el 22,2%. Solamente Estonia, Finlandia y Liechtenstein han conseguido cumplir con el objetivo propuesto por la UE (situar el número de alumnos con bajo rendimiento muy por debajo del 15%). En otros países, como Bélgica (Comunidades germanófonas y flamencas) y en los Países Bajos, el porcentaje de alumnos con malos resultados también ronda el 15%. Por el contrario, la proporción de escolares que carece de habilidades matemáticas básicas es especialmente elevada en Bulgaria, Rumanía y Turquía –más del 40% de los alumnos de estos países no alcanzan el Nivel 2.

Si analizamos las tendencias más comunes en los resultados de matemáticas dentro de la UE-27 desde el estudio PISA 2003, podemos apreciar un ligero descenso (-5,2 puntos, con un error típico de 2,34), pero no se observa un cambio estadísticamente significativo en la desviación típica del porcentaje de alumnos con bajo rendimiento. Sin embargo, a efectos metodológicos, resulta más apropiado comparar solo aquellos países que participaron en PISA 2003 y aquellos que tienen resultados comparables en ambas evaluaciones (es decir, excluir a Bulgaria, Estonia, Lituania, Austria, Rumanía, Eslovenia y el Reino Unido –Inglaterra, Gales e Irlanda del Norte–) ⁽⁸⁾. Al comparar solo estos países, la diferencia entre sus puntuaciones no es muy significativa (-0,1 puntos, error típico de la diferencia: 1,35) y no se aprecian cambios en la desviación típica (diferencia de -1,4, con un error típico de 0,84). El promedio de alumnos con un rendimiento inferior al Nivel 2 también se ha mantenido constante (con una diferencia de -0,2%, y un error típico de la diferencia de 0,55).

Varios países han experimentado cambios considerables en sus resultados en matemáticas entre 2003 y 2009. En Grecia, Italia, Portugal y Turquía se observan mejoras significativas tanto en la puntuación media obtenida como en la reducción del porcentaje de alumnos con bajo rendimiento. Asimismo, en Alemania, la media de puntuación es más elevada, aunque la proporción de alumnos que no alcanzan el Nivel 2 de competencia se mantiene estable. Por el contrario, se aprecia un descenso significativo en la media de matemáticas en la Comunidad flamenca de Bélgica, la República Checa, Dinamarca, Irlanda, Francia, los Países Bajos, Suecia e Islandia. El porcentaje de alumnos con bajo rendimiento también se ha visto incrementado en la República Checa (+5,8%), en Irlanda (+4,0%), en Francia (+5,9%) y en Suecia (+3,8%).

El rendimiento en matemáticas según los resultados de TIMSS

Las escalas de medición para TIMSS se elaboraron empleando una metodología semejante a la de PISA. Las escalas de TIMSS para cuarto y octavo curso toman como referencia las evaluaciones de 1995, estableciéndose en 500 puntos el promedio de todas las puntuaciones medias obtenidas por cada país en TIMSS 1995, con 100 de desviación típica (Mullis, Martin y Foy, 2008).

Debido a que relativamente pocos países europeos participan en TIMSS, y a que no son siempre los mismos los que evalúan a sus alumnos en cuarto y en octavo, en este apartado no se establecerán muchas comparaciones con la media de la UE. En lugar de ello, el análisis se centrará en las diferencias entre países. La media de la UE ⁽⁹⁾ figura en el gráfico 3 solo a título informativo.

⁽⁸⁾ Para más información sobre las razones metodológicas para excluir a algunos países de las comparaciones, véase OECD (2010c, p. 26) y OECD (2004, pp. 326-328).

⁽⁹⁾ Esta es una media estimada sobre la base del tamaño total de la población de cada uno de los países de la UE-27 que participaron en TIMSS 2007.

◆◆◆ **Gráfico 3: Puntuación media y desviación típica en los resultados de las pruebas de matemáticas, en alumnos de cuarto y octavo curso, 2007**

Cuarto			Octavo	
Puntuación media	Desviación típica		Puntuación media	Desviación típica
521.0	77.0	UE-27	492.8	84.9
x		BG	463.6	101.6
486.4	71.5	CZ	503.8	73.7
523.1	70.8	DK	x	
525.2	68.2	DE	x	
506.7	77.0	IT	479.6	76.2
x	x	CY	465.5	89.3
537.2	71.9	LV	x	
529.8	75.8	LT	505.8	79.7
509.7	91.2	HU	516.9	84.7
x	x	MT	487.8	91.8
535.0	61.4	NL	x	
505.4	67.9	AT	x	
x	x	RO	461.3	99.8
501.8	71.4	SI	501.5	71.6
496.0	84.9	SK	x	
502.6	66.5	SE	491.3	70.1
541.5	86.0	UK-ENG	513.4	83.6
494.4	78.9	UK-SCT	487.4	79.7
473.2	76.2	NO	469.2	65.7
x	x	TR	431.8	108.7

Notas específicas de los países

Dinamarca y el Reino Unido (SCT): los requisitos mínimos de participación se cumplieron solo después de incluir a los centros suplentes.

Letonia y Lituania: los grupos de población objeto del estudio no incluyen el Grupo Total de Población Destinataria Internacional, de acuerdo a los parámetros establecidos por TIMSS. Letonia solo contabilizó a los alumnos que recibían instrucción en letón y Lituania, a los que estudiaban en lituano.

Países Bajos: casi se cumple con las tasas mínimas de participación una vez incluidos los centros suplentes.

Reino Unido (ENG): las directrices referentes a tasas mínimas de participación en octavo curso solo se cumplieron tras incluir a los centros suplentes.

Los valores estadísticamente significativos ($p < 0,5$) con respecto a la media de la UE-27 se indican en negrita.

Fuente: IEA, base de datos de TIMSS 2007.



Tal como se observa en el gráfico 3, los alumnos de cuarto curso de Letonia (solo aquellos que reciben instrucción en letón), Lituania (los que reciben instrucción en lituano), los Países Bajos y el Reino Unido (Inglaterra) lograron unos resultados significativamente superiores a la media de los participantes de la UE en 2007. En cualquier caso, dichos resultados fueron considerablemente inferiores a los de los países con mejores puntuaciones a nivel mundial (Hong Kong RAE (607 puntos), Singapur (599), Taipéi (575) y Japón (568)) y fueron similares a los de Kazakstán (549) y los de la Federación Rusa (544).

En octavo curso los sistemas educativos europeos con un rendimiento más elevado, entre 500 y 520 puntos, fueron los de la República Checa, Hungría, Lituania, Eslovaquia y el Reino Unido (Inglaterra). No obstante, estos resultados son considerablemente inferiores a los de los países con las mejores puntuaciones a nivel mundial (entre 570 y 600 puntos en Taipéi, la República de Corea, Singapur, Hong Kong y Japón).

En el extremo opuesto de la escala, pero en cuarto curso, nos encontramos a Noruega (473 puntos), con unos resultados significativamente peores a los de la media del resto de los países europeos participantes. La puntuación de la República Checa, Italia, Hungría, Austria, Eslovenia, Eslovaquia, Suecia y el Reino Unido (Escocia) también fue inferior a la media de la UE. En octavo los alumnos turcos obtuvieron unos resultados muy inferiores al resto de los países europeos (432 puntos), y también se situaron muy por debajo de la media europea Bulgaria, Italia, Chipre, Rumanía y Noruega.

Es importante tener en cuenta que no es posible comparar directamente los resultados de cuarto curso con los de octavo. Si bien “la escala de representación para ambos cursos se expresa en

las mismas unidades numéricas, las escalas no son directamente comparables en cuanto a su capacidad para representar qué cantidad de conocimientos o de rendimiento en un curso equivale al rendimiento o conocimientos del otro” (Mullis, Martin y Foy 2008, p. 32). No obstante, pueden establecerse comparaciones en términos de rendimiento relativo (alto o bajo). Así pues, en el caso de aquellos países que evaluaron a sus alumnos en ambos cursos, podemos concluir que Lituania y el Reino Unido (Inglaterra) mantuvieron un nivel alto de rendimiento tanto en cuarto como en octavo.

Tal como señalamos anteriormente, es necesario considerar no solo la puntuación media, sino también su nivel de dispersión, o la diferencia que se aprecia entre los alumnos con alto y bajo rendimiento. En cuarto curso, Hungría y el Reino Unido (Inglaterra) presentan una desviación típica significativamente más alta que el resto de los sistemas educativos participantes. En general, la dispersión de los resultados de los alumnos fue relativamente baja en todos los países europeos, es decir, inferior a la desviación típica establecida en 100 puntos, siendo especialmente reducida la de los Países Bajos (62 puntos).

Por el contrario, en octavo, cinco países (Bulgaria, Chipre, Malta, Rumanía y Turquía) presentan diferencias muy superiores entre los resultados de los alumnos con alto rendimiento y los que obtuvieron peor puntuación en comparación con el resto de países europeos. Sin embargo, Noruega, con 65 puntos, muestra la desviación típica más baja de todos los países. Lamentablemente, en el caso de Noruega, solo un número muy reducido de alumnos logró puntuaciones muy altas, mientras que el grupo con bajo rendimiento fue bastante numeroso ⁽¹⁰⁾.

Muchos países han experimentado grandes cambios en el promedio de sus puntuaciones desde la primera evaluación TIMSS realizada en 1995 hasta ahora. En cuarto curso se observó una mejora significativa en las calificaciones de Letonia (38 puntos), Eslovenia (41 puntos) y el Reino Unido (Inglaterra) (57 puntos). En octavo solo pueden apreciarse aumentos tan importantes en Lituania (34 puntos), aunque también fue considerable la mejora en el Reino Unido (Inglaterra) (16 puntos). En algunos otros países, sin embargo, los resultados empeoraron. El rendimiento en matemáticas de los alumnos de la República Checa disminuyó considerablemente tanto en cuarto (54 puntos) como en octavo (42 puntos). También pueden apreciarse unas tendencias muy negativas en octavo en Bulgaria (67 puntos), en Suecia (48 puntos) y en Noruega (29 puntos).

Principales factores asociados al rendimiento en matemáticas

Las evaluaciones de alumnos a nivel internacional analizan diversos factores relacionados con el rendimiento en matemáticas: las características individuales de los alumnos y de sus familias, del profesorado y los centros escolares, y de los sistemas educativos.

El impacto del entorno familiar y de las características individuales del alumno

Un gran número de estudios afirman que **el entorno familiar** es un factor clave para el rendimiento escolar (para un análisis general de la cuestión, véase Breen y Johnson, 2005). Según PISA, el contexto familiar, medido de acuerdo a un índice que valora conjuntamente la situación económica, social y cultural de cada alumno, sigue siendo uno de los factores que más inciden sobre el rendimiento escolar. El estudio TIMSS también concluye que existe una fuerte correlación entre el rendimiento de los alumnos en el área de matemáticas y su entorno familiar, medido en base al número de libros disponibles en el hogar o al hecho de que se hable en casa el mismo idioma que el que utilizan las

⁽¹⁰⁾ El 0% de los alumnos de octavo curso en Noruega alcanzaron el Valor de Referencia Avanzado (625 puntos), y el 48% solo llegaron al Valor de Referencia Inferior (400 puntos) (véase Mullis, Martin y Foy 2008, p. 71).

pruebas de evaluación (Mullis, Martin y Foy, 2008). Sin embargo, un rendimiento escolar deficiente no es consecuencia inmediata de la procedencia de un entorno desfavorecido.

Una **actitud** positiva **hacia las matemáticas**, así como la confianza en uno mismo a la hora de aprenderlas, se asocia con un alto rendimiento en esta disciplina. Estos aspectos motivacionales influyen sobre las decisiones que toman los alumnos a la hora de escoger itinerarios o programas de estudio en los que las matemáticas son una asignatura troncal. Dichas actitudes pueden determinar la elección de estudios superiores, así como de futuras carreras profesionales (para más información sobre actitudes, motivación y rendimiento en matemáticas, véase el capítulo 5).

Las diferencias de **género** en matemáticas no son una cuestión sencilla de analizar. Por lo general, chicos y chicas obtienen resultados similares en matemáticas en la mayoría de los países y en casi todos los cursos escolares. El estudio TIMSS no muestra una diferencia de género apreciable en los resultados de cuarto y octavo curso. En los distintos informes PISA sí se menciona una ligera ventaja de los chicos, pero no en todos los países. Sin embargo, el predominio de los varones sobre las mujeres sí es apreciable cuando se trata de asignar a los alumnos a distintos itinerarios, agrupamientos o programas de estudio. Las medias de puntuación por sexos sí se ven influidas por la distribución de chicos y chicas en estos itinerarios o agrupamientos y, lo que es más, en algunos países, a pesar de que el número total de chicas matriculadas en centros escolares o ramas con un rendimiento académico superior es mayor al de los chicos, estas tienden a lograr resultados peores que los varones en matemáticas en dichas ramas o centros (EACEA/Eurydice, 2010; OECD, 2004).

Asimismo, los resultados de PISA 2003 indicaron diferencias muy significativas entre chicos y chicas en cuanto a su interés y afición por las matemáticas, sus sentimientos de autoestima y sus emociones en relación a esta disciplina. Por lo general, las niñas revelan un menor interés y afición por las matemáticas, y tienden a experimentar niveles más elevados de ansiedad. Por el contrario, los varones muestran un nivel de autoeficacia superior, es decir, una mayor confianza en sí mismos para resolver determinadas tareas. Los chicos también demuestran niveles más elevados de confianza en su competencia matemática que las niñas, es decir, una mayor autoestima (OCDE, 2004).

El impacto de los centros y los sistemas educativos

Los estudios internacionales sobre el rendimiento de los alumnos se emplean de manera habitual para establecer comparaciones entre países. Sin embargo, según PISA 2009, las diferencias entre países europeos pueden explicar solo un 10,5% de la varianza total en cuanto al rendimiento en matemáticas, mientras que la diferencia entre centros escolares representa aproximadamente el 35,4%, y la diferencia entre alumnos dentro de los propios centros, un 54,1% de la varianza total ⁽¹¹⁾. Por tanto, no debería exagerarse la influencia del país de procedencia del alumno sobre sus posibilidades de éxito educativo. Con todo, es posible distinguir ciertos rasgos de los sistemas educativos que pueden asociarse con los niveles globales de rendimiento de los alumnos y/o con el porcentaje de los mismos que obtienen malos resultados.

Por ejemplo, PISA puso de manifiesto que en aquellos países donde el número de alumnos que repiten curso es más elevado, los resultados generales tienden a ser peores, y se acrecientan las diferencias sociales. Igualmente, en aquellos países y centros escolares en los que los alumnos se asignan a distintos itinerarios o agrupamientos en base a sus capacidades, el rendimiento general no mejora, mientras que las diferencias socioeconómicas se acentúan. Por otra parte, en los sistemas educativos en los que la selección de alumnos se lleva a cabo en edades más tempranas, se

⁽¹¹⁾ Las cifras se calculan mediante un modelo de análisis en tres niveles (país, centro escolar y alumno) para los países participantes de la UE-27.

observan diferencias sociales mucho más significativas (OCDE 2004, pp. 263-264). Estas tendencias se mantienen constantes en las evaluaciones consecutivas de PISA, y también se aprecian en el rendimiento de los alumnos tanto en lectura como en ciencias.

Los factores relacionados con el centro escolar que contribuyen a un mayor rendimiento de los alumnos varían en gran medida entre países, y sus efectos han de interpretarse teniendo en cuenta las diferencias culturales y las características de los sistemas educativos. La varianza en el rendimiento de los alumnos que se detecta dentro de los propios centros escolares o entre ellos difiere en gran medida dependiendo de los países. El gráfico 4 muestra la distribución de la varianza en el rendimiento matemático de alumnos en 2009. La longitud de las barras representa el porcentaje total de diferencias en cuanto a rendimiento en matemáticas que depende de las características de la escuela. En 12 sistemas educativos, la mayor parte de la varianza puede atribuirse a las diferencias entre centros escolares. Dicha varianza entre centros explica más del 60% de las desigualdades en el rendimiento escolar en Alemania, Hungría, los Países Bajos y Turquía. En estos países los centros escolares determinan en gran medida los resultados del aprendizaje de los alumnos.

Normalmente, en aquellos sistemas educativos en los que existen más tipos de escuelas o de programas educativos diferenciados para alumnos de 15 años, la varianza entre centros es también mayor (OCDE 2004, p. 261). Otras razones posibles para explicar la disparidad entre centros escolares pueden ser las diversas circunstancias socioeconómicas de los alumnos matriculados, algunas cuestiones geográficas (como, por ejemplo, diferencias entre regiones, provincias o estados en los sistemas federales, o entre zonas rurales y urbanas), y las discrepancias en cuanto a calidad o eficacia de la enseñanza de las matemáticas en distintos centros escolares (OCDE, 2004).

Por el contrario, en Finlandia y Noruega, solo se aprecia entre un 8 y un 11% de variación entre los centros escolares. En estos sistemas educativos los centros son bastante semejantes.

◆◆◆ Gráfico 4: Porcentaje total de varianza en la escala de matemáticas para alumnos de 15 años atribuible a las diferencias entre centros educativos, 2009



BE fr	BE de	BE nl	BG	CZ	DK	DE	EE	IE	EL	ES	FR	IT	LV	LT	LU
56.1	44.1	54.8	54.0	57.1	17.2	61.3	21.1	21.4	32.8	18.9	55.2	50.1	24.5	31.7	33.2
HU	NL	AT	PL	PT	RO	SI	SK	FI	SE	UK (1)	UK-SCT	IS	LI	NO	TR
65.5	62.6	54.6	16.7	31.6	46.1	55.2	46.4	8.2	17.7	26.1	16.6	18.3	31.0	10.9	62.6

Fuente: OECD, base de datos de PISA 2009.

UK (1): UK-ENG/WLS/NIR



Tanto TIMSS como PISA concluyen que, en la mayoría de los países, el entorno social de un centro (medido según el porcentaje de alumnos socialmente desfavorecidos o con un nivel socioeconómico

medio) se asocia estrechamente al rendimiento en matemáticas. La ventaja que resulta de asistir a un centro en el que la mayoría de los alumnos proceden de un entorno familiar favorable se relaciona con un gran número de factores, incluyendo la influencia que ejercen los compañeros, un clima de aprendizaje positivo, la expectativas del profesorado respecto a los alumnos y las diferencias en cuanto a los recursos o la calidad de las escuelas. Los resultados de TIMSS muestran que, tanto en cuarto como en octavo, por término medio, puede apreciarse una correlación positiva entre la asistencia a centros escolares con un número reducido de alumnos procedentes de hogares desfavorecidos y el rendimiento en matemáticas. Asimismo, se observan resultados mejores entre alumnos que asisten a centros con más de un 90% de alumnos cuya lengua materna es la misma que la de las pruebas de evaluación (Mullis, Martin y Foy, 2008).

Por otra parte, el estudio PISA 2003 puso de manifiesto que el contexto socioeconómico del centro escolar es un factor con mayor capacidad de predicción del éxito en matemáticas que las diferencias socioeconómicas entre alumnos a nivel individual. Dicha correlación a menudo se ve reforzada por el encauzamiento del alumnado en itinerarios o programas de estudios. En aquellos países que disponen de un gran número de programas diferenciados, el origen socioeconómico tiende a influir de manera más significativa en el rendimiento de los alumnos (OCDE 2004, p. 261).

Cómo explicar los cambios en el rendimiento en matemáticas de algunos países

Resulta complicado explicar los cambios en los resultados de algunos países. Los efectos de cualquier reforma educativa no son inmediatos y las tendencias significativas suelen atribuirse a una combinación de diversos factores. Sin embargo, una serie de informes y estudios analíticos pueden arrojar algo de luz sobre esta cuestión. Por ejemplo, un análisis sueco (Skolverket, 2009) sobre el descenso del rendimiento escolar subraya la influencia del aumento de la segregación de alumnos dentro del sistema escolar sueco y los efectos negativos de la descentralización y del agrupamiento por capacidades. La individualización de algunas prácticas educativas, o la transferencia de responsabilidades del profesorado a los alumnos ha tenido resultados negativos, dado que dichos factores se han sumado al efecto del entorno socioeconómico, tanto por la alta concentración de alumnos de entornos semejantes en los mismos centros, como porque se ha reforzado la importancia del apoyo familiar, en aquellos casos en los que el nivel educativo de los padres influía de forma más directa sobre el rendimiento de los alumnos. Igualmente, el currículo de los diez cursos de educación obligatoria en Noruega, de 1997 (L97), insistía en la necesidad de que los alumnos fueran independientes, proactivos y “aprendiesen haciendo”. Los análisis sobre el empeoramiento de los resultados de Noruega en los estudios internacionales han puesto de manifiesto que, en ocasiones, se dejaba a los alumnos totalmente solos para que construyeran su propio conocimiento a partir de una serie de experiencias (Universidad de Oslo, 2006), mientras que el papel del profesor se veía reducido al de mero facilitador (Kjærnsli *et al.*, 2004). El estudio TIMSS también contribuyó al debate sobre las razones para el escaso rendimiento de los alumnos noruegos, en comparación con otros países, en cuestiones que requerían la realización de cálculos exactos. Estos hallazgos se tuvieron en cuenta a la hora de llevar a cabo la reciente revisión del currículo en 2006/2007, por ejemplo, concediendo más importancia al desarrollo de las habilidades de cálculo básicas.

Podemos encontrar también algunos ejemplos positivos. Las reformas emprendidas en Portugal (capítulo 1) se centraron en mejorar las oportunidades de aprendizaje de alumnos y adultos procedentes de entornos desfavorecidos, incluyendo ayudas directas (libros, becas de comedor, ordenadores portátiles, etc.). Asimismo, se redujo la repetición de curso y se implantó un nuevo sistema para la evaluación de profesores y de centros escolares, junto con un mayor apoyo a la formación del profesorado. Estos esfuerzos se vieron reforzados por el Plan de Acción de Matemáticas (puesto en marcha en 2005) (OCDE, 2010c). El promedio de rendimiento de los alumnos se elevó, y el porcentaje

de alumnos con bajo rendimiento en matemáticas descendió de manera significativa en Portugal. Se observa una tendencia similar en Turquía, donde la mejora de los resultados puede relacionarse con la implantación de legislación sobre la educación obligatoria y con un drástico aumento en el número de alumnos escolarizados en el programa de educación de ocho años de duración. Este proceso también se ha visto respaldado por la introducción de un nuevo currículo, una revisión de la formación inicial del profesorado y la asignación de recursos adicionales a la infraestructura de los centros escolares, tales como bibliotecas, recursos TIC, reducción en el tamaño de los grupos, etc. (Isiksal *et al.*, 2007; OCDE, 2010c).

La mejora o el deterioro en términos globales de los resultados en matemáticas generalmente se asocian con la enseñanza del resto de las competencias básicas, lo que también está vinculado con una reestructuración general del sistema educativo. Además, los cambios en cuanto al rendimiento de los alumnos suelen ser un indicador de las condiciones demográficas y de la composición socioeconómica del alumnado.

*

* *

Los estudios internacionales sobre el rendimiento escolar proporcionan un gran caudal de información sobre el rendimiento en el área de matemáticas, aunque se centran en gran medida en factores individuales o de los centros educativos. En general, no recogen información de forma metódica sobre los sistemas educativos (PISA), o no analizan este tipo de datos (TIMSS) con vistas a evaluar su impacto en el rendimiento en matemáticas de los alumnos. El presente estudio analiza los datos cualitativos referentes a diversos aspectos de los sistemas educativos europeos, con el fin de identificar cuáles son los factores principales que inciden sobre el rendimiento en matemáticas, resaltando al mismo tiempo las buenas prácticas en la enseñanza de esta disciplina.

CAPÍTULO 1: EL CURRÍCULO DE LAS MATEMÁTICAS

Introducción

Los objetivos generales, los objetivos de aprendizaje y los contenidos del currículo de matemáticas se especifican en diferentes documentos oficiales, como, por ejemplo, la normativa específica sobre el currículo, las directrices para centros y para el profesorado, y el programa de la asignatura (o las programaciones de área que se elaboran en los centros en algunos países). Toda esta documentación se recoge en este informe bajo la denominación “documentos oficiales”. En el desarrollo y aprobación de estos documentos, así como en su difusión, pueden estar implicados diferentes niveles de la administración o de los propios centros escolares.

Todos los países someten sus documentos oficiales a procesos de revisión en los que se tienen en cuenta los resultados de diversos tipos de estudios, entre los que figuran las evaluaciones del alumnado y de los propios centros educativos. Dichos procesos garantizan que el contenido de las asignaturas y los objetivos de aprendizaje se corresponden con los retos de la sociedad actual y con las competencias que demanda el mercado laboral. Asimismo, el currículo no opera de manera aislada. Otros factores, como, por ejemplo, la duración de la instrucción en el área de matemáticas (número de horas lectivas), la organización de la enseñanza y la metodología empleada, así como las herramientas y los criterios de evaluación que se aplican tanto en educación primaria como en secundaria contribuyen en gran medida al rendimiento de los alumnos. Así pues, las diferencias entre países en estas cuestiones pueden explicar las desigualdades en cuanto a rendimiento en matemáticas en los distintos países europeos.

En este capítulo se presenta un análisis general del currículo de las matemáticas tal como figura en los documentos oficiales para la enseñanza de esta disciplina. En él se compara la implicación de los distintos niveles de la administración educativa en el desarrollo y aprobación de dichos documentos, y también se tienen en consideración los mecanismos de control y revisión del currículo. Asimismo, se examinan los objetivos de aprendizaje de matemáticas, los contenidos de la materia y las destrezas que los alumnos han de dominar, junto con otra información (procedente de las evaluaciones internacionales) sobre el número real de horas lectivas que se destinan a la asignatura. También se hace referencia al número de horas lectivas globales recomendadas para las matemáticas y a las políticas nacionales sobre el uso de materiales pedagógicos y libros de texto. En el último apartado del capítulo se ofrecen algunos ejemplos de estrategias nacionales para garantizar la coherencia entre el currículo oficial y lo que realmente se enseña en los centros escolares, a través del contenido de los libros de texto y de otros materiales didácticos. El capítulo 2, *Enfoques pedagógicos, métodos de enseñanza y organización del aula*, ofrece información detallada sobre metodología específica y sobre la organización de la enseñanza de las matemáticas en los centros educativos.

1.1. Desarrollo, aprobación y difusión de los documentos oficiales sobre enseñanza de las matemáticas

En la mayoría de los países europeos el currículo de las matemáticas es un documento formal que a menudo tiene carácter obligatorio. En él se especifican los temas que han de estudiarse, se detalla el programa de estudios y su contenido, así como los materiales para la enseñanza, el aprendizaje y la evaluación (Kelly, 2009). Sin embargo, en algunos países no existe un límite definido entre el documento que constituye el currículo oficial y otros documentos oficiales como planes de estudios o las programaciones de la asignatura. La finalidad de los dos últimos documentos es la planificación del curso y en ellos figura, entre otras cosas, información sobre el número de horas lectivas, un

esquema de los contenidos, la metodología que se va a seguir o las pautas específicas a aplicar en el aula (Nunan *et.al*, 1988, p. 6). Por este motivo, para analizar los niveles administrativos implicados en la toma de decisiones relativas a la adopción o aprobación de los documentos oficiales del área de matemáticas, se utilizará un enfoque abierto tanto para la presentación de las prácticas actuales que se llevan a cabo en Europa como de su estatus oficial (es decir, obligatorio o recomendado). Para simplificar este análisis, en los próximos apartados del capítulo tendrán la consideración de documentos curriculares cualquier tipo de documento de ámbito nacional en el que se incluyan objetivos generales, objetivos específicos y/o contenidos de los programas de matemáticas, incluidos aquellos a los que se les otorga la consideración de currículo nacional.

Niveles implicados en la toma de decisiones

En la inmensa mayoría de los países europeos corresponde a la administración central aprobar el currículo y dicho documento tiene carácter obligatorio. Normalmente, la administración central publica la normativa en la que se definen los objetivos, los resultados del aprendizaje y el contenido de la enseñanza de las matemáticas.

En la **República Checa**, por ejemplo, la administración central se encarga de diseñar y e implantar los “programas educativos marco” (FEPs). El FEP define el marco de referencia obligatorio para la enseñanza en cada etapa del sistema (educación infantil, básica y secundaria). Una vez que se ha publicado este marco, cada escuela es responsable de elaborar su propia “programación de centro” (SEP), en virtud de la cual se organiza su actividad educativa. Asimismo, el FEP establece una serie de principios para la elaboración de dichas programaciones. El nivel de concreción y el desarrollo de los contenidos formativos para el área de matemáticas es responsabilidad del centro. La administración central recomienda el uso del *Manual para la elaboración de la programación de centro*, que se crea específicamente para cada FEP ⁽¹⁾, con el fin de guiar los procesos para la redacción de los distintos componentes de dichas programaciones y de proporcionar ejemplos concretos que puedan resultar de utilidad para los centros.

En **Eslovenia** existe un procedimiento semejante. Aquí la normativa de obligado cumplimiento promulgada a nivel central se denomina “currículo escolar básico”, en el que se incluyen “la programación básica del centro” así como el currículo de las diversas materias troncales del currículo nacional. En base a este currículo escolar básico, cada centro diseña su programación general anual, en la que se especifican las actividades que se van a llevar a cabo, el ámbito de la programación, el número de horas lectivas y todas las actividades extraescolares. Por último, los profesores de matemáticas elaboran sus propias programaciones anuales, en las cuales se especifican los objetivos, los niveles de conocimiento y los contenidos de la materia.

En **Suecia** la administración central elabora, a través de la Agencia Nacional Sueca para la Educación, un documento denominado “Programa de estudios para la educación obligatoria”. El profesorado está obligado a adaptar dicho programa de estudios, implantado desde julio de 2011, a su propio proceso de enseñanza en cada centro educativo y para cada grupo, de acuerdo con las capacidades de los alumnos, sus destrezas, experiencias, intereses y necesidades concretas.

En **Noruega**, el currículo nacional de las enseñanzas mínimas y el currículo de cada asignatura se concretan y se aplican a nivel local. Existe autonomía local con respecto al contenido de las asignaturas y a los procesos de enseñanza.

En Bélgica (Comunidades francesa y germanófona), los Países Bajos, Rumanía y Eslovaquia los centros también se implican en las distintas etapas de la concreción del currículo a nivel local.

En **Bélgica (Comunidad francesa)**, la normativa que define a nivel central las “Competencias Básicas” (*Socles de Compétences*) (Decreto de 26 de abril de 1999), establece los niveles mínimos de competencia para los alumnos de 8, 12 y 14 años. Los diversos programas adoptados por las “redes de educación” (órganos competentes) han de estar

(1) http://www.vuppraha.cz/wp-content/uploads/2009/12/RVP_ZV_EN_final.pdf

en consonancia con las *Socles de Compétences* y han de ser aprobados por el Ministerio de Educación. Cada centro escolar pertenece a una red de educación específica y debe implantar los programas educativos de acuerdo también con las *Socles de Compétences* y con las *Compétences terminales* (competencias finales) que vienen definidas desde niveles superiores de la administración.

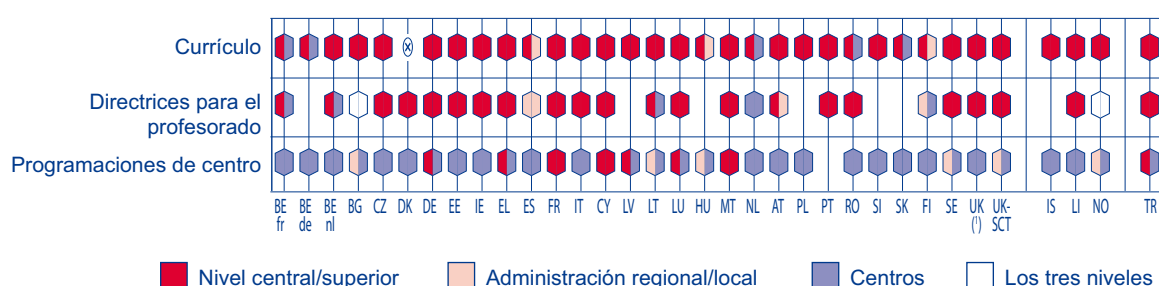
En los **Países Bajos**, los objetivos/resultados del aprendizaje propuestos se determinan a nivel central y se refieren a lo que se conoce como “competencias” al finalizar las etapas de educación primaria y secundaria. En base a esto, el Instituto Nacional para el Desarrollo del Currículo diseña un modelo, o currículo marco, que cada centro puede utilizar para elaborar sus propias programaciones. Los centros gozan de gran autonomía a la hora de definir los contenidos de todas las asignaturas que se impartirán para lograr dichos objetivos.

En España, Hungría y Finlandia, el currículo de matemáticas se concreta en dos niveles (central y regional/local) y los centros educativos desarrollan sus programaciones dentro de ese marco.

En **Finlandia**, el diseño del currículo de las enseñanzas mínimas es responsabilidad del Consejo Escolar del Estado (FNB), mientras que en **Hungría** la administración central diseña el currículo básico así como una serie de marcos curriculares recomendados. El segundo nivel de toma de decisiones en ambos países es la administración local. El currículo local es más detallado e incorpora elementos específicos, aunque se diseña en consonancia con el currículo nacional. Finalmente, los centros elaboran sus propias programaciones, en las que se puntualizan los objetivos y contenidos del programa de estudios, y que han de ser aprobadas por el claustro de profesores.

En **España**, el Ministerio de Educación establece el currículo de las enseñanzas mínimas para la educación primaria y secundaria obligatoria y, sobre la base de dicho currículo nacional, cada Comunidad Autónoma diseña su propio currículo. El currículo nacional no incluye directrices metodológicas para el profesorado, que sí figuran en el currículo autonómico. Asimismo, cada Comunidad Autónoma publica normativa en relación con la atención a las distintas necesidades del alumnado. Finalmente, además del currículo autonómico, cada centro goza de autonomía pedagógica para definir y desarrollar sus propias programaciones de centro, adaptadas a su contexto socioeconómico y cultural.

◆◆◆ Gráfico 1.1: Niveles de la administración implicados en la toma de decisiones sobre el desarrollo y la aprobación de los documentos oficiales más relevantes para la enseñanza de las matemáticas, CINE 1 y 2, 2010/11



Fuente: Eurydice.

UK (1) = UK-ENG/WLS/NIR

Notas específicas de los países

Alemania: el ministerio de educación de cada *Land* se considera la administración central o de nivel superior a la hora de desarrollar la normativa básica sobre la enseñanza de las matemáticas.

Luxemburgo: en la etapa de primaria, el Ministerio de Educación se encarga de elaborar los programas de estudios y las programaciones de centro, mientras que en educación secundaria inferior dicha tarea corresponde a los centros.

Dinamarca: la administración central elabora y publica un documento titulado *Fælles Mål*, en el que se incluyen las líneas generales de actuación y los objetivos para la enseñanza de las matemáticas, si bien la normativa de ámbito nacional no otorga a dicho documento la denominación de currículo.



En aquellos países en los que existen directrices para el profesorado, estas normalmente se esbozan desde la administración central en forma de recomendaciones y/o se concretan posteriormente a nivel de centro. En aquellos países en los que la administración local es el órgano competente en materia de educación también podemos encontrar directrices para el profesorado sobre cómo impartir el currículo de matemáticas.

En **Bulgaria** los tres niveles de la administración participan en el desarrollo de los documentos que sustentan la práctica docente. Los expertos del Ministerio de Educación, Juventud y Ciencia elaboran un documento de referencia relacionado con el currículo de las matemáticas y con los contenidos de la materia. Asimismo, la inspección educativa regional desarrolla materiales didácticos para temas concretos. A nivel de centro, los colegios profesionales de profesores de matemáticas, integrados por directores de centros escolares y por profesores con experiencia, elaboran orientaciones sobre los métodos pedagógicos más apropiados para la enseñanza del currículo de las matemáticas.

En la inmensa mayoría de los países los centros educativos diseñan, aprueban e implementan sus propias programaciones para el área de matemáticas, por sí mismos o con la ayuda de las administraciones educativas, y establecen sus normas de organización y funcionamiento. En general, los centros educativos disfrutan de gran autonomía en este sentido, aunque normalmente han de ceñirse a un marco general definido por la administración central para la enseñanza de las matemáticas.

En **Bulgaria** existen dos niveles de concreción. En primer lugar, los profesores distribuyen los contenidos del currículo en distintas unidades didácticas, de acuerdo con el número de horas lectivas establecidas para cada curso escolar en concreto. Posteriormente, se presenta esta programación a la dirección del centro, quien aprueba los aspectos obligatorios, y a la inspección, encargada de aprobar los de carácter opcional.

En **Letonia** cada centro educativo ha de contar con una programación específica para matemáticas elaborada bien por el propio centro o seleccionada de entre una serie de modelos de programación desarrollados por el Centro Estatal de Educación ⁽²⁾.

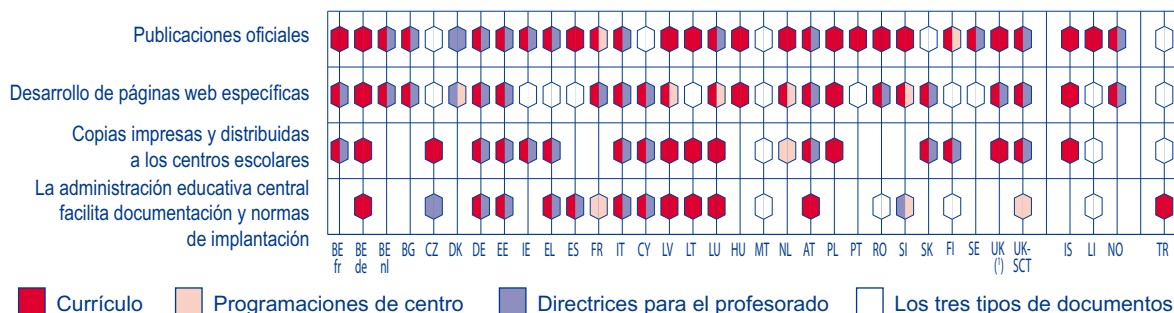
Difusión de la información sobre cambios en el currículo

Los cambios en educación son procesos complejos que requieren una planificación minuciosa, suficiente tiempo para llevarse a efecto y una adecuada financiación. En este sentido, también resulta esencial proporcionar apoyo al profesorado y ofrecerles oportunidades para que se impliquen en las reformas, así como llevar a cabo una difusión eficaz de la información. Se entiende por difusión de la información el proceso de comunicar al profesorado, a los centros y a la sociedad en general, las nuevas ideas o modificaciones del currículo, y de proporcionar documentación o materiales, a fin de que puedan comprender y asumir dichas innovaciones (McBeath, 1997). El gráfico 1.2 pormenoriza cómo se difunde la información relativa a cambios en el currículo de matemáticas a través de los principales tipos de documentos oficiales, es decir, del currículo, las programaciones de centro y las directrices para el profesorado.

Antes de analizar los canales de difusión es importante tener en cuenta cuál es el estatus oficial de los documentos en cada país europeo. Los documentos que tienen carácter oficial generalmente se publican en la gaceta o “boletín oficial” del estado. Existen otro tipo de publicaciones gubernamentales en las que se difunde la normativa sobre el currículo u otros documentos referidos a los sistemas educativos europeos. Aproximadamente la mitad de los países también disponen de alguna publicación oficial en la que aparecen las directrices para el profesorado, mientras que las programaciones de los centros se publican de manera oficial en aproximadamente un tercio de los sistemas educativos europeos. En España, tanto el currículo nacional de las enseñanzas mínimas como su desarrollo por

⁽²⁾ Para más información, véase: http://visc.gov.lv/saturs/vispizgl/programmas/pamskolai/mat1_9.html

◆◆◆ Gráfico 1.2: Difusión de los documentos oficiales más relevantes que afectan a la enseñanza de las matemáticas, CINE 1 y 2, 2010/11



Fuente: Eurydice.

UK (¹) = UK-ENG/WLS/NIR

Notas específicas de los países

República Checa: el *Manual para el desarrollo de las programaciones de centro en las escuelas básicas* y el *Sistema para fomentar la alfabetización financiera en los centros de enseñanza básica y secundaria* se consideran directrices para el profesorado.

Dinamarca: la administración central desarrolla y publica el *Fælles Mål*, en el que se facilitan las directrices y los objetivos para la enseñanza de las matemáticas a nivel nacional. Este documento no tiene el estatus de currículo en la normativa nacional.

Chipre: el gráfico 1.2 hace referencia al nivel CINE 1. En CINE 2 el currículo, los programas de estudios y las programaciones de los centros se publican de manera oficial; se desarrollan páginas web específicas; se distribuyen copias escritas en los centros; y la administración educativa central proporciona directrices y normas concretas para su implantación.

Luxemburgo: en primaria el currículo se imprime y se distribuye a los centros. En secundaria el currículo se encuentra disponible en una página web especialmente diseñada a tal efecto (www.myschool.lu).



parte de cada una de las Comunidades Autónomas se publican en el Boletín Oficial de Estado y en los Boletines de las respectivas Comunidades.

Hoy en día, el medio más habitual para la difusión del currículo y de otros documentos oficiales relacionados con la enseñanza de las matemáticas en primaria y en secundaria inferior son las páginas web. Todos los países disponen de un portal específico en Internet para el currículo, donde también se publican, en casi todos los países europeos, directrices para el profesorado. El programa de la asignatura y las programaciones de centro (o los modelos de ejemplo) también están disponibles en las páginas web de las administraciones centrales en aproximadamente la mitad de los países europeos.

Las páginas web normalmente son gestionadas o pertenecen al ministerio de educación o al centro de investigación educativa de más alto rango dentro del país. La Comunidad francesa de Bélgica, los Países Bajos, el Reino Unido (Escocia) y Noruega disponen de una página web específica para el currículo y para otros materiales didácticos. En algunos países también existen páginas web regionales en las que puede encontrarse la normativa oficial a nivel regional (como es el caso, por ejemplo, del currículo de las Comunidades Autónomas en España).

En la mayoría de los sistemas educativos la administración envía copias impresas del currículo a cada centro educativo y en aproximadamente la mitad de los países europeos se envían también por escrito las directrices para el profesorado. En Malta, los Países Bajos, Liechtenstein y Turquía se remiten copias de los programas de estudio. Por regla general, los centros reciben la normativa por escrito al tiempo que se publica oficialmente. En otros países también se envían materiales adicionales a los centros.

En casi la mitad de los sistemas educativos europeos las administraciones educativas centrales también facilitan observaciones y normas para la implantación del currículo. Aproximadamente un tercio de los países elaboran documentación orientativa para el profesorado, aunque es menos común encontrar directrices sobre programas de estudios o programaciones a nivel de centro.

1.2. Revisión del currículo de matemáticas y seguimiento de su eficacia

La revisión periódica del currículo de matemáticas, así como el control de los procesos de enseñanza y aprendizaje, tienen como finalidad contribuir a verificar la relevancia de los objetivos de aprendizaje y garantizar que se están alcanzando los resultados previstos. El contenido de las asignaturas también puede adaptarse y mejorarse. Puesto que el currículo tiene carácter obligatorio en prácticamente todos los países, cualquier cambio que se introduce normalmente se lleva a la práctica de forma gradual y, en algunos casos, se requieren más de dos o tres cursos escolares para implantar nuevos contenidos o para lograr los objetivos de aprendizaje propuestos.

Principales cambios en el currículo durante la última década

Uno de los objetivos recurrentes en las reformas de la enseñanza es la mejora de los niveles educativos y, en consecuencia, del rendimiento de los alumnos. En todos los países europeos se ha revisado el currículo de las matemáticas en la última década y, en la inmensa mayoría, desde el año 2007 se han introducido modificaciones a gran escala (para consultar las fechas de actualización del currículo por niveles educativos, véase el gráfico 1.3). Una de las razones fundamentales para renovar el currículo durante esta década ha sido la incorporación de un nuevo modelo educativo basado en los resultados del aprendizaje, definidos en sentido amplio como los conocimientos y destrezas necesarias para preparar a una persona para la vida activa, a nivel social y laboral, y para que logre alcanzar un nivel adecuado de bienestar personal (Psifidou, 2009). Según el Marco Europeo de Cualificaciones, se denominan resultados del aprendizaje o competencias a aquello que un alumno sabe, comprende y es capaz de hacer al finalizar su proceso de aprendizaje. Los resultados del aprendizaje se definen en base a conocimientos, destrezas y competencias ⁽³⁾. Los diseños curriculares orientados hacia los resultados del aprendizaje se concentran, por tanto, en los logros del proceso educativo. En comparación con el currículo tradicional, enfocado a las asignaturas, la intención de este nuevo enfoque es diseñar un currículo más comprensivo y flexible.

A pesar de que aún no se dispone de suficiente evidencia científica para demostrar la eficacia de este nuevo modelo a la hora de planificar el currículo en comparación con el enfoque anterior basado en objetivos (Ellis y Fouts 1993; Darling-Hammond, 1994), sí se puede ofrecer un listado de sus posibles ventajas (March, 2009, p. 50).

Los resultados del aprendizaje:

- enuncian de una forma más explícita lo que los alumnos deberían ser capaces de hacer;
- permiten al profesorado una mayor flexibilidad a la hora de planificar la enseñanza;
- inciden menos en los contenidos de la enseñanza que en las destrezas o competencias que han de alcanzarse;
- proporcionan a los padres detalles más concretos sobre los logros de los alumnos;
- permiten al profesorado y a la dirección rendir cuentas sobre el nivel de los alumnos (quizá como alternativa al término *rendimiento*);
- hacen referencia también a destrezas cognitivas de orden superior;
- tienen en cuenta los diversos estilos de aprendizaje y de razonamiento.

⁽³⁾ Recomendación del Parlamento Europeo y del Consejo, de 23 de abril de 2008, relativa a la creación del marco europeo de cualificaciones para el aprendizaje permanente. DO C 111, 6 de mayo de 2008, pp. 1-7).

La inclusión de los resultados de aprendizaje en el currículo también se vincula a las nuevas nociones de gobernanza y gestión de calidad. Diversos estudios sostienen que la formulación de estándares basados en resultados del aprendizaje es una manera de garantizar la calidad de la oferta educativa y de proporciona a la vez mayor autonomía a los órganos competentes para definir programas de aprendizaje capaces de dar respuesta a las necesidades de los alumnos (Cedefop, 2010).

Un determinado grupo de países ha tenido que actualizar su currículo para poder hacer frente a la necesidad de un modelo de enseñanza más individualizada, que atienda a las necesidades de desarrollo del alumno y que garantice que la evaluación también se ajusta a los resultados del aprendizaje esperados.

Los países europeos también alegan otra serie de razones para introducir modificaciones en el currículo de las matemáticas, como, por ejemplo, los cambios en los contenidos de aprendizaje para incorporar aspectos transversales, y la incorporación de objetivos de evaluación específicos, capaces de aportar más flexibilidad al proceso de aprendizaje y de facilitar una transición eficaz entre niveles educativos.

Debido a las últimas revisiones del currículo, el contenido del área de matemáticas se ha visto reducido en muchos países. Asimismo, el programa de la asignatura ha evolucionado desde un mero listado de conceptos matemáticos a un sistema integrado que desarrolla destrezas para la resolución de problemas empleando principios matemáticos. Asimismo, en Estonia, Grecia, Francia, Italia, Portugal y el Reino Unido, el nuevo currículo se centra más en los aspectos transversales y en la interacción de las matemáticas con el mundo filosófico, científico y tecnológico. También se ha generalizado la idea de que los contenidos y destrezas del área de matemáticas constituyen la base para el aprendizaje de otras materias.

En **Estonia**, por ejemplo, el currículo implantado en 2010 incluye contenidos sobre informática, cálculo y álgebra, medidas y figuras geométricas. Los temas de razonamiento lógico y de probabilidad ya no reciben especial atención en segundo ciclo (cursos cuarto al sexto) y solamente se tratan en cursos superiores (de séptimo a noveno). Finalmente, algunos teoremas de geometría (por ejemplo, el teorema de Euclides) se han excluido del currículo.

En **Francia**, las reformas consecutivas llevadas a cabo entre 2007 y 2008 modificaron el contenido del currículo de las matemáticas, reduciendo los contenidos generales para todo el alumnado pero reforzando la atención a las destrezas procedimentales y de resolución de problemas. Sin embargo, en las reformas del currículo de la educación secundaria superior posteriores a 2009 se introdujeron otros contenidos mínimos como, por ejemplo, los algoritmos matemáticos y la probabilidad, y las administraciones educativas han elaborado recursos relacionados con el nuevo temario.

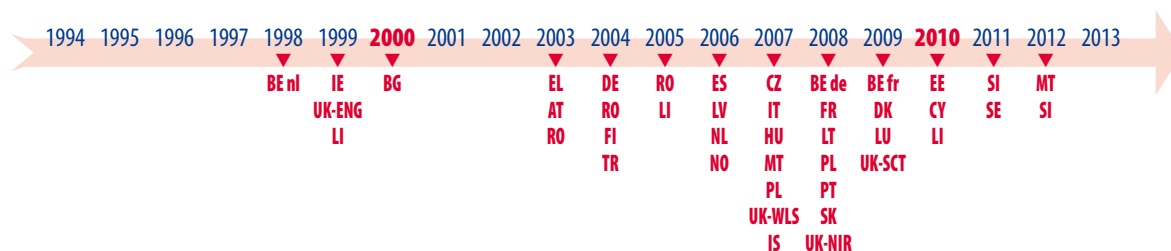
En **Portugal**, tras la reforma del currículo en 2008, el programa de matemáticas es más explícito con respecto al rendimiento de los alumnos en distintas áreas de la asignatura y a las destrezas transversales relacionadas. Por ejemplo, en el currículo actual, el objetivo del tema “aritmética” es que los alumnos adquieran conocimientos sobre los números y las operaciones de cálculo; el del apartado de “álgebra” es el desarrollo del pensamiento algebraico; el de los temas de “geometría” es que el alumno desarrolle el razonamiento geométrico y la visión espacial; y finalmente, los temas estadísticos están enfocados a la adquisición de conocimientos básicos en este ámbito.

En el **Reino Unido** las reformas del currículo de matemáticas se concentran en las destrezas y en el aprendizaje integrado. Más concretamente, los nuevos programas de estudios para secundaria en **Inglaterra** están más enfocados hacia la resolución de problemas, la funcionalidad y el razonamiento matemático, mientras que el anterior currículo tenía tendencia a organizarse desde el punto de vista de los contenidos. En el nuevo currículo de **Gales** se reducen los contenidos de la materia y se insiste más en el desarrollo de destrezas. En **Irlanda del Norte** la estructura del currículo se ha revisado con el fin de mantener las prácticas actuales más eficaces y de prestar más atención a elementos como el “desarrollo personal y la comprensión mutua” y las “habilidades personales y cognitivas”. Las matemáticas son una de las seis áreas de conocimiento que, siempre que sea posible, han de estudiarse de forma integrada, con el fin de establecer conexiones transversales relevantes para los alumnos.

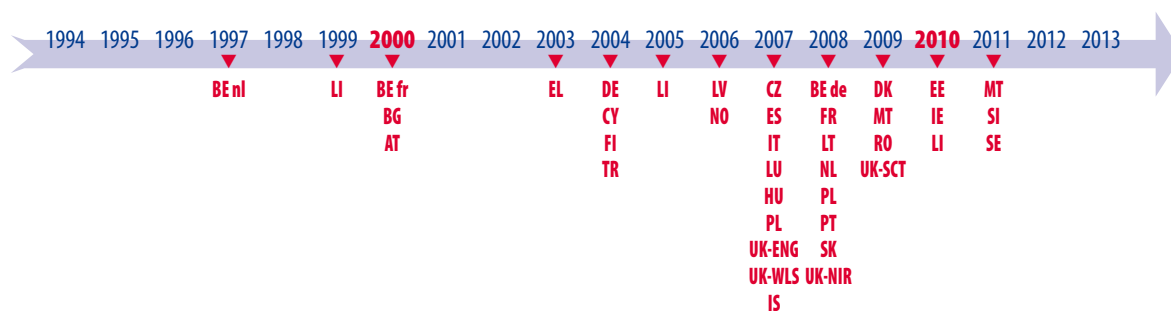
Finalmente, tras las actualizaciones más recientes del currículo la mayoría de los países ha mejorado los vínculos entre los conocimientos que se adquieren en la escuela, la experiencia personal del alumno y los problemas de la vida cotidiana.

◆◆◆ Gráfico 1.3: Últimas revisiones y actualizaciones del currículo de matemáticas, CINE 1, 2 y 3

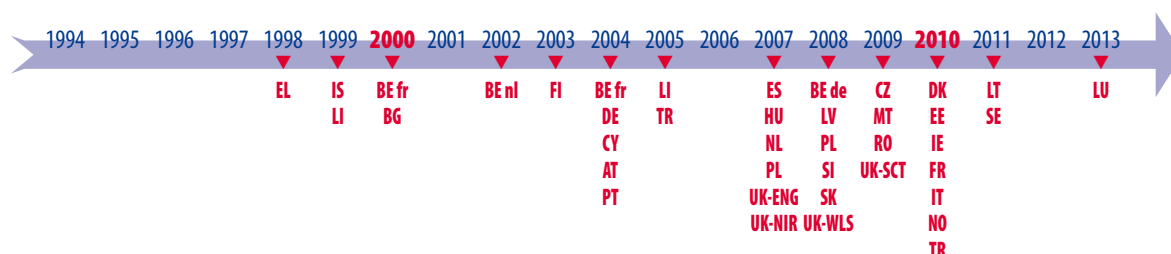
• Educación primaria



• Educación secundaria inferior



• Educación secundaria superior



Fuente: Eurydice.

Notas específicas de los países

Bélgica (BE fr): los datos hacen referencia a las reformas educativas de la Comunidad francesa. Los programas de estudios de Red Independiente de Educación Religiosa se actualizaron en 2005 para la etapa de primaria, en 2000 para la secundaria inferior y en 2008 para la secundaria superior.

Eslovenia: el currículo actualizado para la educación básica (CINE 1 y 2) se implantará a partir del curso 2011/2012.



Algunos países han incorporado al currículo de las matemáticas objetivos de evaluación específicos, en la mayoría de los casos como consecuencia del impacto de las evaluaciones externas (Moreno, 2007) y de la adopción del enfoque basado en los resultados del aprendizaje. Asimismo, en Holanda y el Reino Unido (Escocia), por ejemplo, donde los centros gozan de mayor autonomía para decidir sobre los contenidos de las enseñanzas y sobre metodología, los objetivos de evaluación específicos son el principal instrumento de las administraciones públicas para armonizar la evaluación del rendimiento de los alumnos. En España, tras las reformas de 2006, también se introdujo otro cambio importante

respecto a la definición de los objetivos de rendimiento: la integración de la evaluación general del sistema educativo a nivel nacional con las evaluaciones de diagnóstico que cada Comunidad Autónoma realiza en el ámbito regional. La primera es responsabilidad del Ministerio de Educación, en colaboración con las Comunidades Autónomas, y su objetivo principal es recoger datos representativos (mediante pruebas nacionales normalizadas) sobre el logro de los objetivos (establecidos por el currículo) para la adquisición de las competencias básicas.

Otro de los factores que influyen no solo en la enseñanza de las matemáticas, sino también en el programa general de reformas, es el mayor grado de flexibilidad a la hora de implantar los programas de estudios y la mejora en la coherencia entre niveles educativos.

Por ejemplo, en educación secundaria en **España**, la LOE (Ley 2/2006, Orgánica de Educación, de 2006) insiste en la importancia de la diversidad y garantiza la existencia de diferentes opciones y oportunidades de aprendizaje para atender a las distintas necesidades del alumnado. Por otra parte, la ley señala que cualquier vía u opción que escojan los alumnos no ha de tener carácter irreversible o desembocar en exclusión, y que la oferta educativa ha de ser un reflejo de las competencias y los conocimientos que requiere la sociedad del siglo XXI.

En **Estonia** los alumnos pueden optar entre dos cursos específicos en matemáticas. El nuevo currículo de la enseñanza secundaria superior, implantado en 2010, ofrece un curso de matemáticas reducido formado por 8 módulos (divididos en 35 clases de 45 minutos) y otro ampliado, de 14 módulos, lo cual representa una estructura considerablemente más flexible que la que ofrecía el currículo de 2002.

El nuevo Currículo de Enseñanzas Mínimas de **Polonia** (aún en fase de implantación) prevé una continuidad directa entre los distintos niveles educativos, especialmente entre la secundaria inferior y la superior. Los objetivos generales se formulan en el currículo de tal manera que hagan referencia a una misma agrupación de destrezas en cada etapa del sistema educativo, evitando la repetición de los mismos. Sin embargo, algunos temas seleccionados aparecen de forma recurrente en etapas consecutivas.

Con el fin de facilitar la transición de una etapa a otra en el área de matemáticas, muchos programas de estudios se diseñan en forma de espiral, de tal manera que los contenidos y conceptos del área se van construyendo sobre la base de anteriores conceptos y contenidos, permitiendo a los alumnos profundizar en su comprensión de la materia al tiempo que promocionan de un nivel al siguiente.

En la **República Checa**, por ejemplo, el Programa Marco para la Educación Básica (FEP BE) está vinculado a nivel conceptual con el Programa Marco para la Educación Infantil (FEB PE) y sirve de base para el diseño de los planes de estudios de la educación secundaria superior. En él se definen todos los elementos comunes y necesarios para el alumnado de enseñanza obligatoria, incluyendo la enseñanza en los distintos cursos y niveles que ofrecen los centros de secundaria superior. También se especifica el nivel de competencias básicas que los alumnos han de alcanzar al final de la educación obligatoria, los contenidos del área, los resultados previstos, el currículo, y las asignaturas transversales obligatorias.

En el **Reino Unido (Gales)**, el nuevo currículo, más flexible y centrado en el alumno, entró en vigor en 2008. Además de reducir el contenido de las asignaturas, se hace más hincapié en las destrezas y se presta una atención especial a la continuidad y progresión del currículo, construyendo el aprendizaje desde la etapa de primaria y vinculándolo efectivamente con las diversas vías de formación para los alumnos de entre 14 y 19 años.

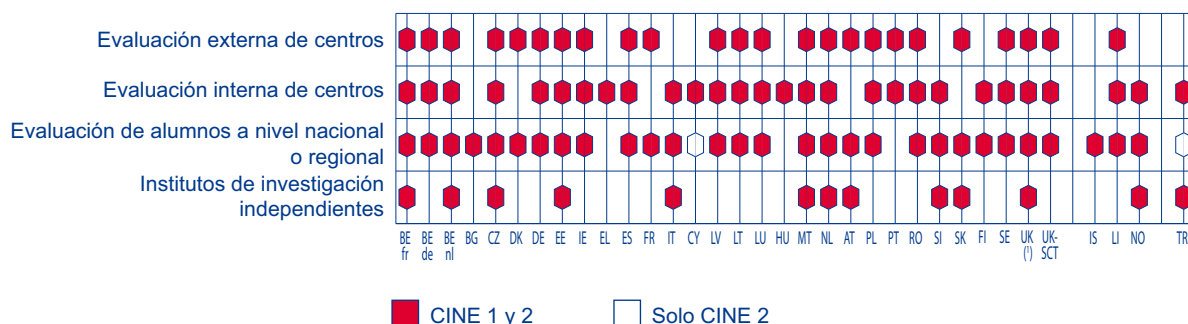
Evaluación de la eficacia en la implantación del currículo

La mayoría de los países disponen de mecanismos para evaluar la eficacia de la implantación del currículo. Cada país lleva a cabo dicha evaluación de diversas maneras (gráfico 1.4). No obstante, en la mayoría de ellos la eficacia del currículo se evalúa generalmente a través de un proceso de **evaluación nacional del alumnado**. En la práctica totalidad de los sistemas educativos analizados

se realizan pruebas nacionales de evaluación estandarizadas, que tienen como objetivo, entre otros, recabar información sobre la implantación del currículo.

No es muy habitual encontrar evaluaciones específicas sobre cómo se imparte el currículo en los centros, pero esta información normalmente se recoge como parte del marco general para la **evaluación externa de centros**. Sin embargo, los resultados de la **evaluación interna de centros** son la segunda fuente más importante de datos que emplean los países para evaluar la efectividad de su currículo.

◆◆◆ Gráfico 1.4: Fuentes de información para evaluar el currículo, CINE 1 y 2, 2010/11



Fuente: Eurydice.

UK (1) = UK-ENG/WLS/NIR

Notas específicas de los países

Bélgica (BE nl): las pruebas no se centran los resultados obtenidos por los alumnos a nivel individual, sino que se emplean para hacer un seguimiento del funcionamiento general del sistema.

Islandia: los centros están obligados a realizar una evaluación interna, pero no necesariamente del currículo.



Al evaluar la eficacia del currículo a través de los resultados de las evaluaciones nacionales o regionales del alumnado, los países tienen en cuenta no solo las principales tendencias observables en el rendimiento de los alumnos, sino también los efectos, por ejemplo, del entorno social. Por otra parte, también analizan las diferencias entre regiones y entre centros escolares.

Aproximadamente un tercio de los sistemas educativos llevan a cabo evaluaciones externas de los centros, de las que normalmente se encarga la inspección educativa, aunque en ocasiones son responsabilidad de otros organismos de ámbito nacional. En unos pocos países dichas evaluaciones incluyen un seguimiento específico de cómo se está llevando a cabo la implantación del currículo.

En la **República Checa**, la Inspección Educativa es la encargada de hacer un seguimiento de la implantación del Programa Educativo Marco y de los Programas Educativos de Centro. El seguimiento del currículo forma parte de las tareas habituales de la inspección, pero en 2010 se le encargó una inspección temática específica centrada en la competencia matemática.

En **Finlandia**, el Consejo Nacional de Educación analiza el rendimiento de los alumnos en el área de matemáticas mediante un sistema de evaluación muestral. Cada diez años aproximadamente también realiza un análisis de una muestra de los currículos locales.

La evaluación externa de centros en Lituania y en el Reino Unido se encarga de valorar los enfoques pedagógicos y las posibilidades de mejora.

La Agencia Nacional para la Evaluación de Centros Educativos en **Lituania** ha concluido que la mayoría de los profesores aún son partidarios de la enseñanza centrada en el profesor, en lugar del aprendizaje centrado en el alumno. Con

mucha frecuencia el profesorado no es capaz de establecer unos objetivos claros y fácilmente medibles, ni de realizar un seguimiento de los mismos a lo largo del proceso educativo (NMVA, 2010).

Gracias a una evaluación llevada a cabo por el Servicio de Inspección Educativa de Su Majestad (HMIE) en el **Reino Unido (Escocia)**, se ha detectado que algunos profesores de primaria no se sienten seguros en ciertos aspectos del área de matemáticas y esto “inhibe un enfoque más expansivo a la hora de desarrollar conceptos y destrezas”. En secundaria, los profesores especialistas en matemáticas están más expuestos a la asignatura, pero emplean enfoques pedagógicos basados en la memorización de algoritmos básicos, sin llegar a plantear otros métodos o sin subrayar la relevancia del aprendizaje en la vida cotidiana. En ambos casos se insiste demasiado en un modelo de enseñanza y aprendizaje supeditado a la evaluación, en lugar de ahondar en la comprensión de conceptos, al tiempo que se utilizan métodos de evaluación apropiados que permitan comprobar la eficacia del aprendizaje.

En un gran número de países la ley obliga a realizar una evaluación interna de centros de carácter general, en la que se incluye la evaluación de las programaciones de matemáticas. Dichas evaluaciones se llevan a cabo de forma periódica y en un determinado intervalo de tiempo. Por ejemplo, los centros educativos de Bélgica (Comunidad flamenca) y de la República Checa y Finlandia están obligados a tener un sistema propio de evaluación interna. En Estonia, todos los centros y profesores han de redactar un informe anual de autoevaluación.

En **Portugal** cada centro lleva a cabo una evaluación interna al final del curso escolar dentro del marco del Plan de Matemáticas II. En ella se incluye una evaluación de las estrategias implantadas, del rendimiento de los alumnos en la materia y del desarrollo e implantación de la programación de matemáticas.

Por último, un tercio de los países recurre a **institutos de investigación independientes** para evaluar diversos aspectos relacionados con la enseñanza del currículo y con la evaluación de alumnos.

En **Bélgica (Comunidad francesa)**, en el marco de un proyecto piloto la Universidad de Lieja llevará a cabo un análisis comparativo de dos evaluaciones externas del sistema por el que se otorga el certificado de educación secundaria. Asimismo, se encargará de validar los umbrales mínimos de referencia para aprobar cuatro de las áreas de examen, incluidas las matemáticas.

En **Estonia**, el Centro para el Desarrollo del Currículo de la Universidad de Tallin publicó un informe titulado “*Estudio sistémico enfocado a la persona sobre el desarrollo infantil en la escuela primaria temprana*” (Toomela, 2010). El estudio trata un amplio espectro de temas, incluidos el desarrollo en profundidad del currículo de matemáticas y su enseñanza.

El Parlamento **Austriaco** ha creado el *Bundesinstitut für Bildungsforschung, Innovation und Entwicklung des österreichischen Schulwesens*-BIFIE (Instituto Federal para la Investigación Educativa, la Innovación y el Desarrollo del Sistema Escolar Austriaco). Este organismo proporciona asesoramiento durante la implantación de reformas cruciales de política educativa y también se encarga de resumir periódicamente los resultados de la investigación en educación a nivel nacional y de publicar dicha información en un informe nacional sobre educación ⁽⁴⁾.

El Consejo para la Evaluación de la Educación de **Eslovenia** coordina la evaluación de los planes de estudios desde la escuela infantil hasta la educación obligatoria y la enseñanza secundaria superior. Dicho organismo se encarga de detallar las estrategias y los métodos de evaluación, así como de identificar los temas fundamentales objeto de dichas evaluaciones. El Consejo también realiza un seguimiento del proceso de elaboración de las encuestas de evaluación y de los informes que se remiten al Consejo Nacional de Expertos y al Ministerio de Educación. El organismo encargado generalmente de la evaluación es el Instituto Nacional de Investigación Educativa ⁽⁵⁾, aunque otras instituciones en el ámbito de la investigación también participan en dicho proceso.

⁽⁴⁾ Para más información sobre el BIFIE véase: [//www.bifie.at/die-kernaufgaben](http://www.bifie.at/die-kernaufgaben)

⁽⁵⁾ Para más información sobre el Instituto Nacional de Investigación Educativa de Eslovenia véase: http://www.pei.si/pei_english.aspx

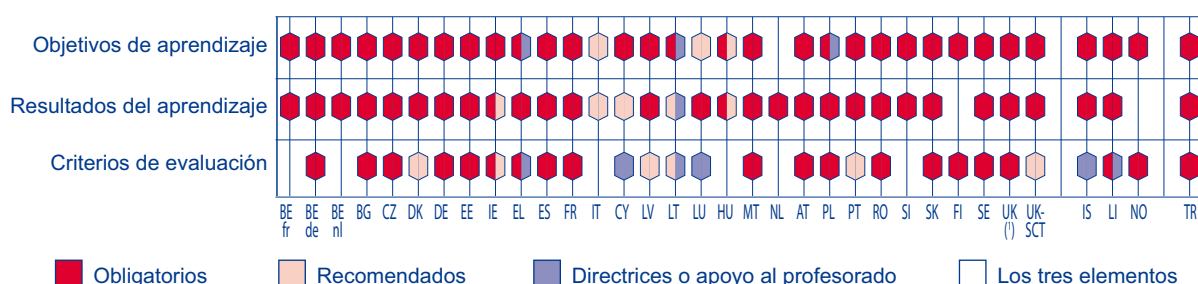
1.3. Objetivos de aprendizaje, contenidos y competencias en el currículo de matemáticas

Objetivos de aprendizaje

Tanto los objetivos como los resultados del aprendizaje son parte esencial del proceso educativo. Los objetivos de aprendizaje se enuncian como metas de carácter general, fines u objetivos del proceso de enseñanza, mientras que los resultados del aprendizaje se definen en términos mucho más concretos. Los resultados del aprendizaje tienen que ver con los logros del alumno más que con las metas que marca el profesor. Los objetivos de aprendizaje generalmente se materializan en las metas u objetivos de un curso o módulo, mientras que los resultados del aprendizaje se refieren a lo que se espera que el alumno aprenda, comprenda y sea capaz de hacer al terminar dicho nivel o módulo (Harey, 2004). En lo que respecta a la relación con los objetivos de aprendizaje, Adam (2004, p. 5) añade que los resultados del aprendizaje pueden concretarse de diversas maneras y pueden ser de naturaleza más o menos genérica. A menudo existe una cierta confusión entre los conceptos de resultados del aprendizaje y objetivos del aprendizaje, y, efectivamente, muchos autores consideran que ambas nociones son una misma realidad y que pueden emplearse como sinónimos. Sin embargo, hay que tener en cuenta que el hecho distintivo clave es que los objetivos de aprendizaje se asocian con la enseñanza y con las metas que establece el profesor, mientras que los resultados del aprendizaje tienen que ver con los logros del alumno.

Tal como hemos indicado anteriormente, integrar los resultados del aprendizaje en el proceso de diseño curricular ha sido una de las razones que impulsaron las reformas más recientes en la enseñanza de las matemáticas. Actualmente, tanto los objetivos como los resultados del aprendizaje suelen tener carácter obligatorio en los países europeos.

◆◆◆ Gráfico 1.5: Objetivos, resultados y criterios de evaluación incluidos en el currículo y/o en otros documentos oficiales del área de matemáticas, CINE 1 y 2, 2010/11



Fuente: Eurydice.

UK (1) = UK-ENG/WLS/NIR

Nota explicativa

Los criterios de evaluación solo hacen referencia a la evaluación del alumnado que realizan los profesores en el aula, y no a las pruebas nacionales de evaluación.

Notas específicas de los países

Francia: solo se recomiendan materiales didácticos en el nivel CINE2.

Hungría: los objetivos y resultados del aprendizaje se recomiendan en los currículos de referencia nacionales, pero tienen carácter obligatorio en el Currículo Nacional de las Enseñanzas Mínimas.



En Hungría, el Currículo Nacional de las Enseñanzas Mínimas (NCC) recomienda y fija los objetivos de aprendizaje, mientras que los currículos locales establecen los objetivos de aprendizaje obligatorios. Los objetivos de aprendizaje del NCC se expresan en términos de competencias y actitudes, mientras

que el currículo a nivel local define los objetivos de aprendizaje en términos de conocimientos y destrezas. Asimismo, existen recomendaciones sobre objetivos de aprendizaje en los distintos marcos curriculares oficiales.

Los objetivos y los resultados del aprendizaje también se enuncian como una serie de pautas de carácter general que se incluyen en los materiales para el profesorado de Grecia, Lituania, Polonia y Turquía.

Lituania ofrece recomendaciones metodológicas relativas tanto a objetivos como a resultados del aprendizaje en matemáticas.

Polonia publica observaciones oficiales al currículo, entre las que se incluyen los objetivos de aprendizaje.

Los objetivos y resultados del aprendizaje figuran en Italia en los documentos oficiales denominados *Indicaciones nacionales para los objetivos de aprendizaje* (para la secundaria superior) e *Indicaciones para el currículo* (para primaria y secundaria inferior), pero se trata únicamente de recomendaciones. Dichos documentos describen de manera general los principales objetivos y resultados del aprendizaje previstos para las distintas etapas del sistema educativo. Sobre esta base común los centros han de concretar su propio diseño curricular específico en las distintas áreas, teniendo en cuenta las características de sus alumnos. Luxemburgo recomienda una serie de objetivos de aprendizaje, pero prescribe los resultados del aprendizaje de cada programa de estudios. Por el contrario, en Hungría los objetivos de aprendizaje son obligatorios, mientras que los resultados del aprendizaje son solo recomendados.

Para garantizar una educación eficaz, los objetivos y los resultados del aprendizaje, tal y como se definen en el currículo, han de estar en consonancia con el enfoque metodológico y con los procesos de evaluación dentro del aula (Elliott, Braden, & White, 2001; Webb, 1997, 2002; Roach *et al.*, 2009).

La evaluación (de la que trata en detalle el capítulo 3) es un componente esencial del proceso de enseñanza y aprendizaje (McInnis y Devlin, 2002). Para muchos alumnos, e incluso para muchos profesores, los criterios de evaluación tienden a determinar lo que se aprende. Asimismo, la evolución los sistemas de evaluación y la estructura de las pruebas puede ser una herramienta muy poderosa a la hora de poner en marcha las reformas educativas (Black, 2001). Por consiguiente, cuando se incorporan al currículo los resultados del aprendizaje previstos, debería reflexionarse cuidadosamente sobre su grado de coherencia respecto a la evaluación de conocimientos y destrezas (Marsh, 2009).

Los criterios de evaluación en el área de matemáticas tienen carácter obligatorio en dos tercios de los países europeos. Sin embargo, en el caso de Dinamarca, Portugal y el Reino Unido (Escocia) son solo recomendaciones. Luxemburgo proporciona unas pautas de actuación generales y apoyo a los profesores en esta área.

En **Grecia** se publican los criterios de evaluación en el Boletín Oficial (303/13-3-2003), mientras que las directrices adicionales y de apoyo al profesorado se explicitan en las circulares del Ministerio de Educación, Aprendizaje Permanente y Asuntos Religiosos.

Lituania publica recomendaciones sobre métodos de evaluación en matemáticas, mientras que las directrices generales figuran en el currículo.

En el **Reino Unido (Inglaterra, Gales e Irlanda del Norte)** además de los criterios de evaluación (niveles de rendimiento, etc.) también tienen carácter prescriptivo las evaluaciones e informes reglamentarios.

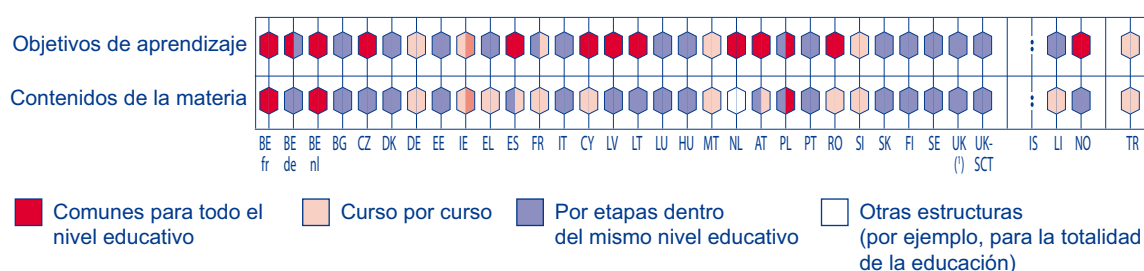
Bélgica (Comunidades francesa y flamenca), Italia, Hungría y los Países Bajos no especifican criterios relacionados con la evaluación de las matemáticas en el aula.

Estructura y progresividad de los objetivos de aprendizaje y los contenidos del área de matemáticas

En la mayoría de los países los objetivos de aprendizaje y los contenidos del área de matemáticas se fijan bien para cada curso o ciclo dentro del mismo nivel, o para cada etapa del sistema educativo. Solamente en Alemania, Francia, Malta, Eslovenia y Turquía se establecen los objetivos y los contenidos para cada curso en concreto. En Bélgica (Comunidad germanófona), la República Checa, España, Chipre, Letonia, Lituania, Austria y Rumanía, el currículo fija los objetivos de aprendizaje para el total de la etapa educativa, mientras que los contenidos se determinan bien para cada curso o para cada ciclo dentro de la misma etapa.

En **Chipre** los objetivos del currículo se desarrollan como un continuo estructurado en ocho niveles, que van desde la educación infantil hasta la escuela secundaria superior. Para cada nivel existe una serie de objetivos de aprendizaje y algunos de esos objetivos se repiten en niveles consecutivos, para asegurar la coherencia de la programación a lo largo de cada curso.

◆◆◆ Gráfico 1.6: Estructura y progresividad de los objetivos de aprendizaje y los contenidos del área de matemáticas, de acuerdo con los documentos oficiales, CINE 1 y 2, 2010/11



Fuente: Eurydice.

UK (1) = UK-ENG/WLS/NIR

Nota específica de los países

Hungría y Finlandia: el marco curricular nacional normalmente define los objetivos comunes y los contenidos para las distintas etapas o niveles educativos, mientras que el currículo local especifica los objetivos y contenidos para cada curso.

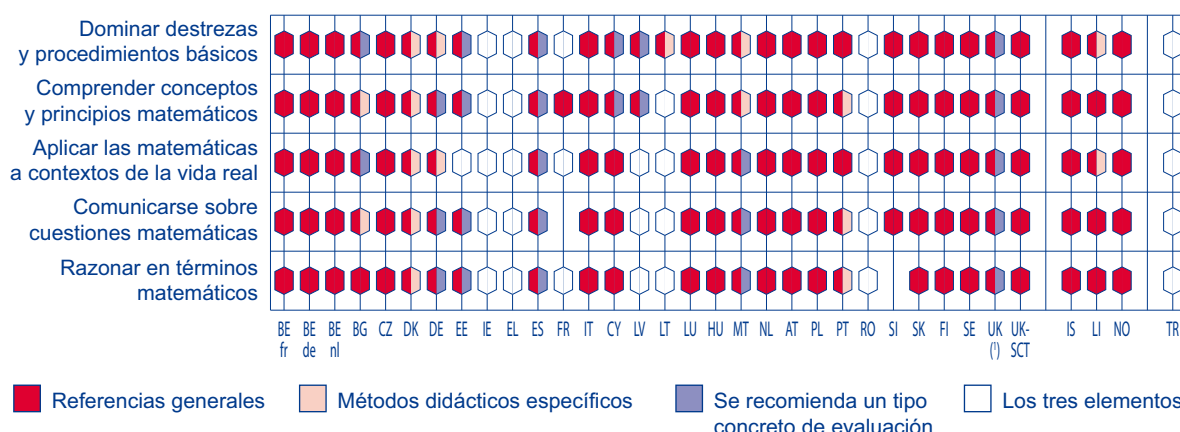


Los contenidos se distribuyen en etapas de distinta duración. En Estonia, la enseñanza obligatoria (de primero a noveno) se considera como una estructura única, aunque a efectos curriculares se divide en tres etapas de tres años cada una. De forma similar, en Polonia la enseñanza de las matemáticas en primaria se divide en tres ciclos: el primero corresponde al primer curso, el segundo abarca segundo y tercero, y el tercero va de cuarto a sexto. Algunos otros países definen el contenido del currículo en ciclos de dos años para la totalidad de la escolarización (por ejemplo, Lituania). Noruega especifica las competencias matemáticas para los siguientes cursos: 2º, 4º, 7º, 10º, 12º y 13º.

Habilidades y competencias incluidas en el currículo de matemáticas

Para asegurarse de que los alumnos adquieren las destrezas y competencias matemáticas esenciales, los países incorporan dichos requisitos a su diseño curricular o a otros documentos oficiales referentes a las matemáticas. El gráfico 1.7 analiza cinco áreas clave dentro de las destrezas matemáticas, distinguiendo entre referencias generales a habilidades específicas en los documentos oficiales y referencias más concretas a destrezas en relación con los métodos didácticos y/o con los procedimientos de evaluación.

◆◆◆ Gráfico 1.7: Habilidades y competencias incluidas en el currículo y/o en otros documentos oficiales sobre el área de matemáticas, CINE 1 y 2, 2010/11



Fuente: Eurydice.

UK (1) = UK-ENG/WLS/NIR

Notas específicas de los países

Irlanda: en secundaria los centros están obligados a evaluar periódicamente la evolución de sus alumnos utilizando diversos enfoques, aunque no se recomienda ningún método específico.

España: el currículo incluye los criterios de evaluación para cada asignatura y los profesores han de evaluar el grado de adquisición de las competencias por parte de los alumnos en base a dichos criterios.

Chipre: el gráfico solo se refiere al nivel CINE 1. En CINE 2 se hacen referencias generales a todas las destrezas, excepto a la aplicación de las matemáticas a contextos reales, que no se menciona.

Malta: se recomienda evaluar siguiendo un listado de competencias básicas en primaria, en los cursos 1º a 3º.

Reino Unido (ENG/WLS/NIR): las indicaciones sobre evaluación no tienen carácter prescriptivo (no son obligatorias por ley) sino que son más bien recomendaciones.



Las competencias básicas en el área de matemáticas se mencionan, al menos en términos generales, en el currículo o en otro tipo de documentos oficiales en la práctica totalidad de los países europeos. En aproximadamente la mitad de los sistemas educativos solo se hace referencia a ellas de manera genérica. Sin embargo, en algunos países (Dinamarca, Portugal y Liechtenstein) también se ofrecen sugerencias sobre métodos específicos para la enseñanza de estas habilidades. Además, en Grecia, Rumanía y Turquía, se recomiendan métodos de enseñanza y modelos de evaluación del alumnado relacionados con las cinco destrezas y competencias que figuran en el gráfico.

En conjunto, la investigación no revela grandes diferencias en cuanto al tratamiento de las diversas destrezas y competencias matemáticas, ya que cada una de ellas se menciona específicamente en un número bastante semejante de países en Europa. No obstante, es más frecuente encontrar indicaciones sobre “aplicar las matemáticas a contextos de la vida real”.

Contenidos del área de matemáticas

De acuerdo con los estudios realizados, el currículo y el resto de documentos oficiales inciden de manera decisiva sobre lo que aprenden los alumnos (Valverde *et al.*, 2002; Thompson y Senk, 2008). Asimismo, la investigaciones basadas en los datos sobre el rendimiento de los alumnos a nivel internacional muestran que países con un currículo de matemáticas semejante tienden a ofrecer respuestas parecidas a las preguntas sobre la competencia del alumnado en el área de matemáticas (Wu, 2006). Las diferencias en cuanto al énfasis sobre determinados temas de segundo nivel, o sobre si determinado tema figura o no en el contenido del currículo, podrían estar relacionadas con distintos patrones de resultados (Routitsky y Zammit, 2002; Zabulionis, 2001). Así pues, es importante analizar la organización del currículo y los temas que en él se incluyen.

La normativa a nivel nacional sobre el contenido de los programas de matemáticas, tal como figura en el anexo 1, confirma que prácticamente todos los temas tratados en el apartado de **aritmética** figuran en el currículo tanto de primaria como de secundaria en todos los países. Bulgaria, Alemania, Lituania, Eslovenia, Eslovaquia, Finlandia y Noruega dividen este apartado en dos niveles, que, por lo general, incluyen “representación de números enteros” y “operaciones matemáticas elementales” durante los primeros cursos, mientras que otros temas (véase el anexo 1) se dejan para los últimos cursos de primaria o incluso para secundaria. En Francia y en Italia todos los temas analizados en la parte de “aritmética” figuran en el plan de estudios, pero algunos como “estimación de cálculos por aproximación” o “operaciones con fracciones y decimales” se estudian a nivel elemental durante los primeros años y con mayor profundidad en la secundaria.

Todos los planes de estudio incluyen el área de **geometría**, pero la profundidad con la que se tratan los distintos temas varía en Europa. El aprendizaje de los conceptos geométricos elementales (por ejemplo: “punto”, “segmento de una recta”, “recta” o “ángulo”) se menciona en todos los currículos a nivel nacional. La medida o estimación de los grados de un ángulo dado, la longitud de las rectas, el perímetro, y las áreas y los volúmenes de las figuras geométricas también están en la mayoría de los programas. Sin embargo, en países como Bulgaria, Alemania, Lituania, Hungría, Austria, Eslovaquia, Finlandia, Suecia y Liechtenstein, dichos contenidos aparecen fundamentalmente en el currículo de secundaria.

Otros contenidos más avanzados dentro de la geometría, como, por ejemplo “pares ordenados”, “ecuaciones”, “intersección de líneas con los ejes de coordenadas”, “intersección entre líneas” y “pendiente para localizar puntos y rectas en el plano cartesiano” solo se incluyen en los programas de educación secundaria, a excepción del Reino Unido (Inglaterra, Gales e Irlanda del Norte), Islandia y Turquía, mientras que en el caso de Italia, solo se estudian parcialmente.

Por lo general, los tres temas de **álgebra** solo aparecen en el currículo de secundaria. “Hallar sumas, productos y potencias de expresiones que contienen variables” y “calcular los valores dados de las variables de una ecuación o fórmula y resolver problemas utilizándolos” figuran en todos los programas de educación secundaria. Pocos países se ocupan de dichos temas en primaria –solamente Estonia, Grecia, el Reino Unido (Inglaterra, Gales e Irlanda del Norte) e Islandia. Tanto “completar series numéricas, algebraicas y geométricas” como “secuencias con números, palabras, símbolos o diagramas” se tratan por igual en ambos niveles educativos, pero es más común trabajar con problemas relacionados con “hallar incógnitas” o “generalización de patrones de relación entre términos” en secundaria que en primaria.

Por último, la cuarta área principal de matemáticas, **estadística y probabilidad**, también está en todos los programas de estudio. Algunas de las competencias básicas, como “interpretar datos a partir de tablas, pictogramas, diagramas de barras, gráficos circulares y gráficos de líneas”, se incluyen en el currículo de la educación primaria, a excepción de la Comunidad flamenca de Bélgica, Bulgaria, Luxemburgo, Rumanía y Suecia. En doce países los temas relacionados con el conocimiento de la “organización y representación de datos utilizando tablas, pictogramas, diagramas de barras, gráficos circulares y gráficos de líneas” se estudian solo en secundaria.

Las cuestiones que se tratan con menos frecuencia en todos los planes de estudios son las de probabilidad y predicción de resultados futuros en base a datos empíricos y, en caso de incluirse, figuran en el currículo de secundaria. Solo unos cuantos países (Irlanda, España, Eslovenia, el Reino Unido, Islandia y Turquía) tratan la probabilidad tanto en primaria como en secundaria. Por el contrario, Bélgica (Comunidad flamenca), Bulgaria, la República Checa, Alemania, Chipre y Finlandia no incluyen la probabilidad o la predicción dentro de los contenidos obligatorios del currículo de matemáticas, si bien dichos contenidos se trabajan como parte de otros temas.

1.4. Horas lectivas asignadas a la enseñanza de las matemáticas

Número mínimo de horas lectivas recomendadas para matemáticas

El número de horas lectivas recomendadas para esta asignatura (horas curriculares en las que se enseña matemáticas a los alumnos) en primaria y secundaria es un indicador muy importante para explicar la importancia relativa de la asignatura en comparación con otras áreas del currículo.

Los países europeos distribuyen el número de horas lectivas anual de forma diferente durante la educación primaria y la secundaria. El número oficial de horas lectivas estipulado para determinadas asignaturas no siempre refleja fielmente la cantidad de tiempo que los alumnos emplean trabajando la materia, ya que, en muchos casos, los centros están autorizados a asignar horas lectivas adicionales a determinadas áreas, o incluso gozan de total autonomía para distribuir el número total de horas lectivas (Eurydice, 2011). Sin embargo, el horario lectivo es generalmente menos intensivo en la primera etapa de la educación primaria (sobre todo en los dos primeros años) y posteriormente se ve incrementado de forma progresiva a lo largo de la educación obligatoria, con un aumento considerable en el caso de la secundaria inferior.

En aquellos países en los que existen recomendaciones sobre el número de horas lectivas para cada materia, las matemáticas representan entre un 15% y un 20% del total de horas lectivas de la educación primaria, solamente por detrás de la lengua de instrucción. Portugal es el único país en el que el número de horas lectivas de matemáticas supera el 20% del total de horas lectivas en primaria.

◆◆◆ Gráfico 1.8: Porcentaje de horas lectivas mínimas recomendadas para matemáticas, sobre el total de horas lectivas durante la educación obligatoria a tiempo completo, 2009/10

	Nivel educativo		Total en la educación obligatoria		Nivel educativo		Total en la educación obligatoria
	Educación primaria	Educación secundaria obligatoria			Educación primaria	Educación secundaria obligatoria	
BE fr	FH	9.5	FH	HU	17.6	12.3	13.8
BE de	FH	9.4	FH	MT (Primaria+Lyceum)	19.2	13.5	16.7
BE nl	FH	FH	FH	MT (Primaria+Secundaria)	19.2	14.3	17.1
BG	15.9	11.8	13.1	NL	FH	FH	FH
CZ	16.9	12.3	14.6	AT (Volksschule + Allgemeinbildende Höhere Schule)	17.8	13.9	15.4
DK	15.3	12.9	14.5	AT (Volksschule + Hauptschule + Polytechnische Schule)	17.8	13.8	15.3
DE (Grundschule + Gymnasium)	10.9	11.4	11.2	PL	FH	10.6	FH
DE (Grundschule + Hauptschule)	10.9	20.7	16.8	PT	21.8	9.2	16.9
DE (Grundschule + Realschule)	10.9	14.1	13.1	RO	14.0	14.0	14.0
EE	15.2	13.5	14.6	SI	17.2	12.6	15.5
IE	16.1	7.0	10.6	SK	17.5	14.3	15.7
EL	15.2	11.4	13.8	FI	17.5	11.8	14.4
ES	10.7	9.1	10.0	SE	13.5	13.5	13.5
FR	17.2	17.4	17.3	UK-	FH	FH	FH
IT	FH	19.0	FH	IS	15.1	13.5	14.6
CY	18.9	11.6	15.6	LI (Primaria+Gymnasium)	18.2	13.8	16
LV	17.0	15.5	16.4	LI (Primaria + Oberschule/ Realschule)	18.2	14.8	16.5
LT	16.4	12.0	13.4	NO	17.2	11.0	15.0
LU	19.0	10.0	15.4	TR	13.3	20.0	15.7

Fuente: Eurydice.

Nota explicativa

FH: flexibilidad horizontal. El currículo solo especifica las asignaturas y el total de horas lectivas anuales, sin detallar el número de horas estipulado para cada una de ellas. La administración local y los centros escolares tienen libertad para decidir el número de horas que se asigna a las materias obligatorias.

Nota específica de los países

España: las horas lectivas indicadas para las matemáticas hacen referencia solamente al número de horas mínimo que prescribe el currículo nacional. Las Comunidades Autónomas son las responsables de organizar entre un 35% y un 45% del total de horas lectivas y pueden asignar horas adicionales a las matemáticas.



En España las matemáticas ocupan aproximadamente un 16% del currículo nacional de las enseñanzas mínimas y un 10% del total de horas lectivas recomendadas. Sin embargo, el currículo obligatorio promulgado a nivel nacional solo representa entre un 55% y un 65% del total de horas lectivas. Son las Comunidades Autónomas las responsables de distribuir el resto de las horas y pueden asignar horas adicionales a las matemáticas, aunque no están autorizadas a destinar la totalidad de las restantes horas lectivas a una sola materia. En Luxemburgo y Malta las matemáticas son la asignatura con mayor número de horas lectivas en primaria. Esto se debe a que el número de horas lectivas recomendadas para el aprendizaje de las lenguas oficiales se divide en dos categorías, denominadas *lengua de instrucción* en el caso de la primera lengua, y *lengua extranjera* para el resto.

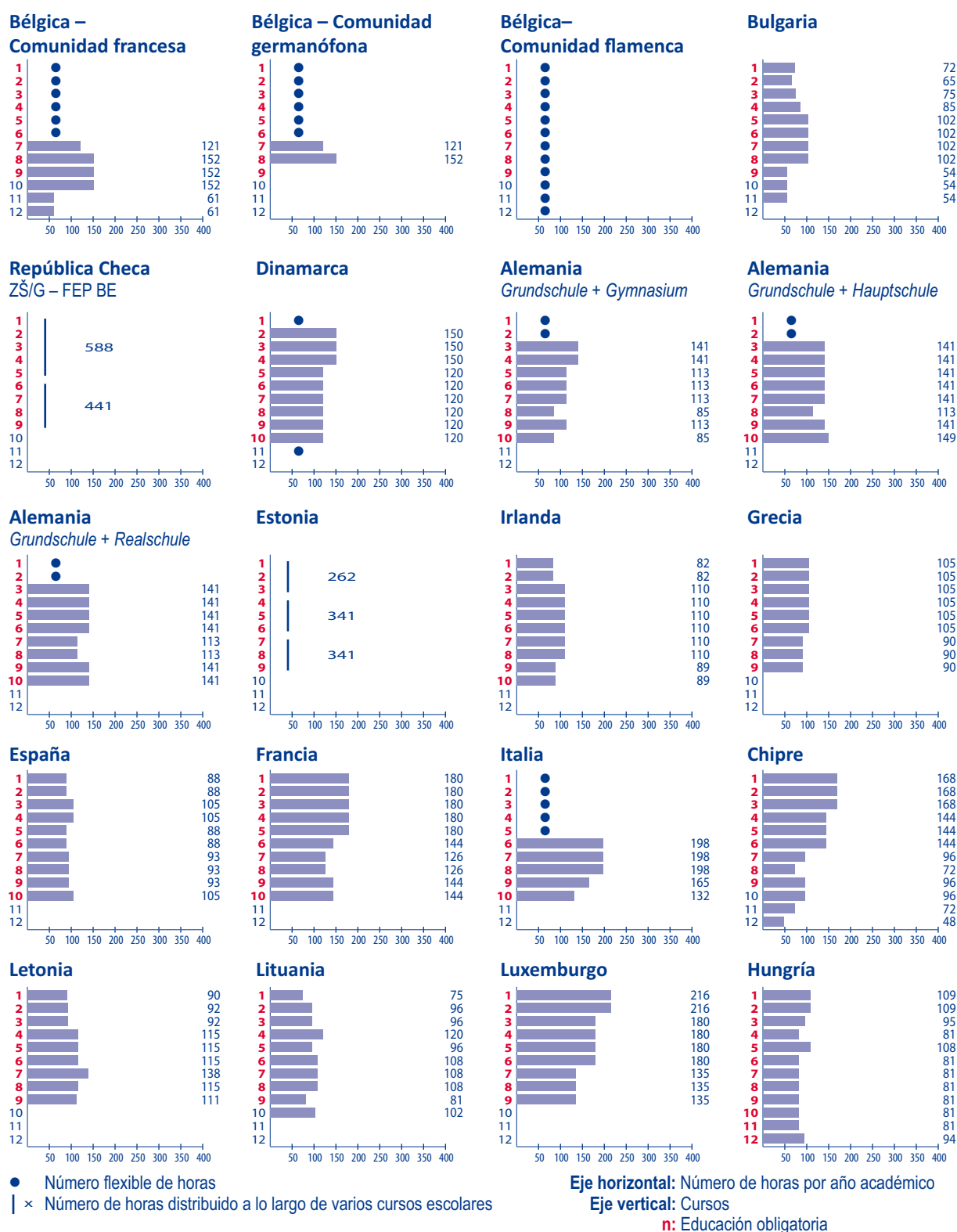
La distribución oficial de horas lectivas para las asignaturas troncales es muy diferente en la educación primaria y en la secundaria obligatoria. En secundaria, la proporción de horas lectivas destinadas a la lengua de instrucción y a las matemáticas disminuye, mientras que las de ciencias sociales, ciencias naturales e idiomas aumenta en prácticamente todos los países. Sin embargo, en algunos de ellos el número total de horas lectivas de matemáticas permanece estable. En la educación secundaria obligatoria las matemáticas representan entre un 10% y un 15% del total de horas lectivas. No obstante, en Alemania (*Hauptschule*), Francia, Italia y Turquía, las matemáticas reciben el porcentaje más elevado de horas lectivas, alcanzando un 20%.

Durante la educación primaria el promedio de horas lectivas anuales de matemáticas se sitúa entre 110 y 120, aunque existen importantes diferencias entre países. En Alemania, Grecia, Francia, Austria, Liechtenstein y Turquía se observa una tendencia a mantener el mismo número de horas lectivas en toda la etapa de primaria. La media más alta de horas lectivas anuales de matemáticas (137) se encuentra en estos sistemas educativos (a excepción de Turquía). En el segundo grupo más numeroso de países ⁽⁶⁾, el número de horas lectivas anuales aumenta con la edad de los alumnos, comenzando con entre 72 y 75 horas en Bulgaria y Lituania en primer curso y creciendo hasta llegar al último curso de primaria. En algunos países existe un tercer modelo, que consiste en disminuir el número de horas lectivas recomendadas para las matemáticas a lo largo de la educación primaria. En estos casos, generalmente durante los dos primeros cursos de primaria los alumnos reciben entre 150 y 160 horas anuales (hasta 216 en Luxemburgo y 252 en Portugal), pero este número desciende en los últimos cursos de la etapa.

A lo largo de la educación secundaria obligatoria, dentro del marco de horas lectivas recomendadas, la mayoría de los países admiten cierta flexibilidad entre asignaturas. En general, los centros pueden distribuir dichas horas entre las asignaturas troncales u ofrecer actividades transversales específicas o clases de refuerzo. Asimismo, en la Comunidad flamenca de Bélgica, los Países Bajos, Suecia (dentro de cada asignatura) y el Reino Unido, los centros tienen total libertad para decidir sobre el reparto de horas lectivas en todas las materias durante la educación obligatoria.

⁽⁶⁾ Bulgaria, Estonia, Irlanda, Letonia, Lituania, Rumanía, Eslovenia, Eslovaquia y Finlandia.

◆◆◆ Gráfico 1.9: Mínimo de horas lectivas recomendadas para matemáticas en la educación obligatoria a tiempo completo, 2009/10



Fuente: Eurydice.

◆◆◆ Gráfico 1.9: (continuación): Mínimo de horas lectivas recomendadas para matemáticas en la educación obligatoria a tiempo completo, 2009/10



Fuente: Eurydice.

Notas específicas de los países

España: el número de horas lectivas de matemáticas que figura en el gráfico hace referencia solo al mínimo establecido en el currículo nacional de las enseñanzas mínimas. Las Comunidades Autónomas son responsables de organizar entre un 35% y un 45% del total de horas lectivas y pueden asignar horas adicionales a esta materia.

Italia: en los cursos 6º, 7º y 8º el número total de horas lectivas (198) hace referencia al área de “Matemáticas, Ciencias Naturales y Física”. El tiempo destinado exclusivamente a matemáticas se estima en unas 132 horas anuales, aunque existe cierta flexibilidad. En los cursos 9º y 10º las horas lectivas en matemáticas dependen de la rama escogida, pero aproximadamente son entre 99 y 132 horas para ambos cursos.

Polonia: los datos de los cursos 7º al 9º hacen referencia a la nueva distribución de horas lectivas que se ha implantado progresivamente desde 2008. Los datos de los cursos 4º a 6º, sin embargo, corresponden a la organización de horarios anterior. No obstante, ya está previsto que las horas lectivas dedicadas a la enseñanza de las matemáticas en los cursos 4º a 6º sea la misma que la de los cursos 7º a 9º, con un total de 289 horas.



Distribución real de horas lectivas por temas en el área de matemáticas

Algunos estudios internacionales proporcionan información adicional sobre qué tiempo se dedica realmente a cada bloque del temario de matemáticas dentro del aula. En este apartado se presentan brevemente los datos de la encuesta TIMSS 2007 sobre la distribución de horas lectivas entre diferentes áreas de contenido, según la información que facilitó el profesorado. También se analizan las tareas que los alumnos llevan a cabo con más frecuencia durante las clases de matemáticas, en base a las respuestas de los profesores al cuestionario. Los datos estadísticos proceden del estudio de Mullis *et al.* (2008, p. 196).

En cuarto curso TIMSS se centró en los siguientes bloques de contenido del área de matemáticas: “aritmética”, “figuras geométricas y medidas” y “representación de datos estadísticos”. El profesorado de este curso indicó, por término medio en los países participantes de la UE ⁽⁷⁾, que más de la mitad del tiempo de clase (54%) se dedicaba al estudio de la “aritmética” (es decir, números enteros, fracciones, decimales, proporcionalidad y patrones numéricos); aproximadamente un cuarto (23%) a “figuras geométricas y medidas” (por ejemplo, figuras planas y tridimensionales, longitud, áreas y volúmenes); el 15% a “representación de datos estadísticos” (por ejemplo, lectura, elaboración e interpretación de tablas y gráficos); y el 9% restante a otras partes del temario. En países como Hungría, los Países Bajos, Eslovaquia y Noruega, el 60% o más del tiempo lectivo se destinaba a tratar los contenidos de “aritmética”. Y en el caso de los Países Bajos, los temas de geometría eran a los que menos tiempo se dedicaba (solo un 15%). El enfoque que emplean estos países está en consonancia con las recomendaciones del currículo para cada etapa mencionadas en el apartado 1.3, donde se muestra que la “aritmética” ocupa un lugar predominante dentro de las matemáticas durante la educación primaria, mientras la “geometría” se trata en más profundidad en la secundaria.

En octavo, las áreas de contenido analizadas por TIMSS fueron “aritmética”, “álgebra”, “geometría” y “estadística y probabilidad”. Por término medio en los países de la UE que participaron, los profesores señalaron que dedicaban un 23% del tiempo de instrucción a la “aritmética” (números enteros, fracciones, decimales, ratios, proporcionalidad y porcentajes, etc.); el 31% a “álgebra” (patrones algebraicos, ecuaciones, fórmulas y relaciones, etc.); el 28% a “geometría” (rectas y ángulos, figuras, correspondencia y semejanza, relaciones espaciales, simetría y transformaciones, etc.); un 14% a estadística y probabilidad (lectura, organización, representación e interpretación de datos y probabilidad); y un 5% a otros conceptos. Los temas de “álgebra” ocupaban un 35% o más del tiempo lectivo en Eslovenia, Suecia y el Reino Unido (Escocia). Por el contrario, la parte de “álgebra” recibía menos de un 20% del tiempo de instrucción en Bulgaria, Italia y Rumania. En su lugar, los profesores

(7) Aquí y en el resto del informe, la media de la UE calculada por Eurydice hace referencia sólo a los países de la UE-27 que participaron en el estudio. Es una media ponderada en la que la contribución de un país es proporcional a su tamaño..

de estos países indicaron que se centraban más en el estudio de la “geometría” (más de un 30% del tiempo de clase). En Noruega, el tiempo destinado al álgebra no alcanzaba el 20%, mientras que en Bulgaria, la República Checa, Italia, Chipre y Lituania la cifra superaba el 30%. Los temas de estadística y probabilidad recibían menos atención en Bulgaria, la República Checa y Chipre (menos de un 10% del tiempo lectivo) (véase Mullis *et al.* 2008, p. 197).

El estudio TIMSS 2007 también recopiló información sobre la frecuencia con la que se realizaban algunas actividades en las clases de matemáticas. Las tareas analizadas para cuarto y octavo curso fueron: “sumas, restas, multiplicaciones y divisiones sin calculadora” y “trabajo con fracciones y decimales”. Dependiendo de los cursos también se tuvieron en cuenta otras actividades. Por ejemplo, en cuarto se analizaron las siguientes: “plantear ecuaciones para resolver problemas escritos”, “estudio de figuras geométricas, como círculos, triángulos, rectángulos y cubos”, “medir objetos en el aula y en el centro escolar” y “elaborar tablas, gráficos o diagramas”. En octavo curso las actividades eran más complejas, como, por ejemplo: “plantear ecuaciones y funciones para representar relaciones”, “aplicar el conocimiento sobre las propiedades de las figuras geométricas, las rectas y los ángulos para la resolución de problemas” e “interpretar datos de tablas, gráficos o diagramas”.

Según las respuestas del profesorado, la actividad realizada con más frecuencia por los alumnos de cuarto curso en las clases de matemáticas eran las “operaciones con números enteros”. De acuerdo con la media de los países participantes de la UE, el profesorado del 87% de los alumnos de cuarto indicó que en se practicaban con frecuencia en el aula “sumas, restas, multiplicaciones y divisiones sin calculadora”. Los profesores de aproximadamente un 30% de los alumnos afirmaron haberles pedido que “formulasen ecuaciones para problemas escritos”, y un 17% indicaron que los alumnos trabajaban con fracciones y decimales en al menos la mitad o más de las clases. El estudio de figuras geométricas como círculos, triángulos, rectángulos y cubos, así como la elaboración de tablas, gráficos o diagramas era menos común. Aun así, la actividad realizada con menos frecuencia, según TIMSS, fue la medición de objetos en el aula y en el centro escolar. El profesorado de solo un 3% de los alumnos de cuarto indicó que se realizaba esta actividad en aproximadamente la mitad de las clases.

Los profesores de octavo afirmaron haber empleado algo menos de tiempo en la realización de operaciones con números enteros y algo más en las operaciones con fracciones y decimales que en cuarto. Según el promedio de respuestas al cuestionario dentro de la UE, el 61% de los alumnos de octavo frecuentemente “realizaban operaciones de suma, resta, multiplicación y división sin calculadora” y aproximadamente la mitad de los alumnos de octavo curso (48%) a menudo trabajaban con fracciones y decimales. Con respecto a las “operaciones con números enteros”, Noruega informó de que solo un 9% de los alumnos hacían esta actividad con frecuencia y, por tanto, el país es una excepción a la tendencia general. En el otro extremo de la escala, los profesores de Rumanía indicaron que el 93% de los alumnos de octavo trabajaban con números enteros –lo cual es mucho más frecuente que en cualquier otro país europeo (para consultar las cifras exactas, véase Mullis *et al.* 2008, p. 283).

Según los datos proporcionados por los profesores, un 40% de los alumnos europeos de octavo realizaban con frecuencia actividades en las que tenían que aplicar sus conocimientos sobre las “propiedades de las figuras geométricas, las rectas y los ángulos a la resolución de problemas”. Sin embargo, menos del 15% de los alumnos realizaba estas actividades con frecuencia en Suecia, el Reino Unido (Inglaterra y Escocia) y Noruega. Por el contrario, más del 70% de los alumnos de octavo “aplicaban las propiedades geométricas a la resolución de problemas” de manera frecuente en Bulgaria, Italia y Rumanía.

Según las respuestas del profesorado solo un 11% de los alumnos de la UE realizaban tareas que requerían la “interpretación de datos en tablas, gráficos o diagramas” de forma habitual.

1.5. Libros de texto y materiales didácticos para matemáticas

En este apartado se hace un repaso a las prácticas vigentes en Europa en cuanto a producción, uso y control de los libros de texto y de otros materiales didácticos para la enseñanza de las matemáticas. Los libros de texto y los materiales didácticos pueden influir sobre el concepto que tiene el profesorado de la asignatura (Collopy, 2003) o sobre su conocimiento de la misma (Van Zoes y Bohl, 2002) y, por tanto, afectar a la forma en que interpretan el currículo escrito. Los centros se sienten a menudo abrumados con la cantidad de información procedente de las editoriales, quienes afirman que sus libros de texto y materiales cumplen con todos los estándares de calidad y los objetivos fijados en los documentos oficiales. Sin embargo, si se analizan en profundidad se puede observar que los materiales didácticos pueden adolecer de falta de coherencia y no tener un enfoque metodológico claro (Kulm, Roseñan y Treistman, 1999).

Grado de autonomía de los centros en la elección de libros de texto de matemáticas

Por regla general, los centros educativos tienen cierta autonomía a la hora de escoger sus libros de texto de matemáticas (gráfico 1.9). La mayoría de los países afirman conceder a los centros autonomía absoluta, lo que significa que son libres de elegir entre todos los textos disponibles en el mercado. En Noruega se aprecian variaciones a nivel local, debido al alto grado de autonomía y responsabilidad de los centros en este nivel; por tanto, encontramos una combinación de autonomía total o parcial.

Un tercio de los países conceden a sus centros autonomía limitada, de forma que éstos o bien han de escoger entre una lista preestablecida de libros (por ejemplo, Austria, Bulgaria, Liechtenstein, Letonia, Polonia, Rumanía, Eslovenia y Eslovaquia) o bien son libres de elegir entre todos los textos disponibles previamente aprobados por el Ministerio de Educación, como es el caso de Portugal. Luxemburgo ofrece una mezcla de estos dos modelos de autonomía parcial. Solo en tres países se obliga a los centros a utilizar un único libro de texto autorizado para las matemáticas: Chipre, Grecia y Malta. En el último país, el texto obligatorio es gratuito.

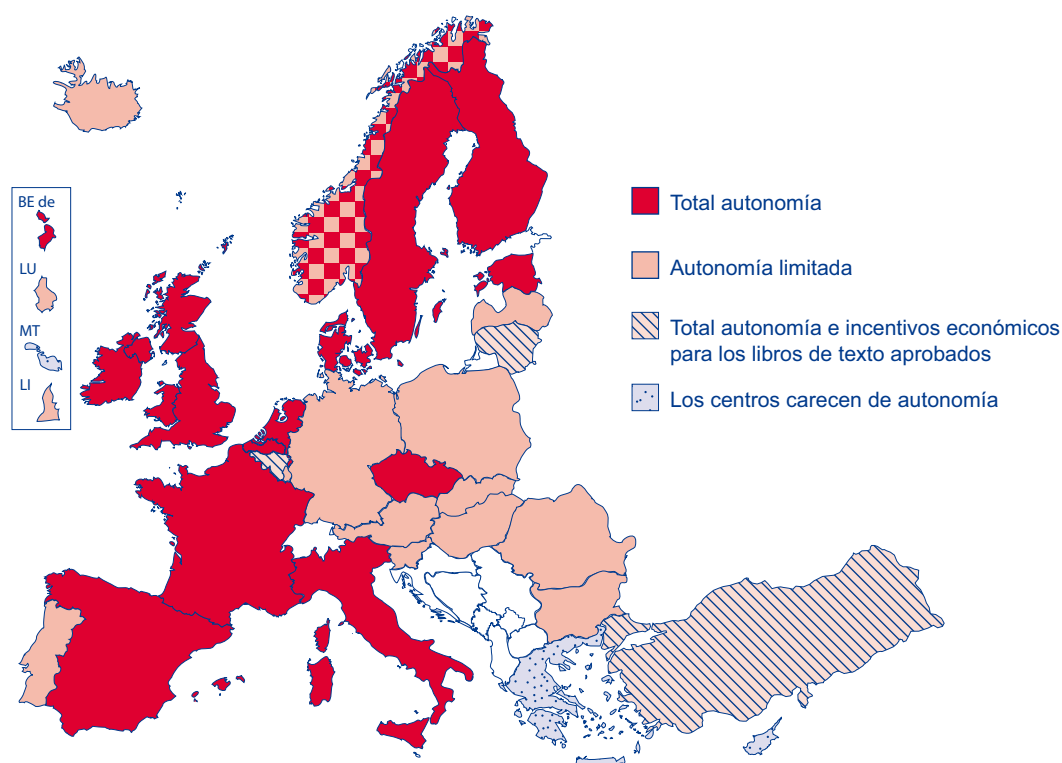
En **Islandia** los centros disfrutan de una autonomía relativa, ya que seleccionan sus libros de texto de entre los propuestos por el Centro Nacional de Materiales Educativos. El Centro también es responsable de facilitar materiales didácticos gratuitos a todos los alumnos escolarizados en centros obligatorios. Asimismo, los centros islandeses reciben fondos para comprar materiales didácticos adicionales a los que proporciona el Centro Nacional. Las cantidades asignadas a cada centro educativo dependen del número de alumnos.

En el Reino Unido (Escocia), el uso de libros de texto es elección de cada centro escolar y no existen especificaciones sobre la necesidad de utilizarlos. Mientras que la mayoría de los centros tienen un libro de texto de referencia como apoyo al estudio de las matemáticas, un gran número de centros emplean un amplio abanico de recursos para proporcionar el mejor apoyo posible al aprendizaje.

En algunos países, la elección de libros de texto y de materiales didácticos puede verse influida por condicionantes de carácter económico.

Por ejemplo, los centros escolares de **Lituania** tienen libertad para escoger entre todos los libros de texto disponibles en el mercado. Sin embargo, si el libro no figura en la Base de Datos de Libros de Texto del Ministerio de Educación y Ciencia, el centro recibe menos financiación para otros materiales didácticos. Algo semejante ocurre en **Bélgica (Comunidad francesa)**, donde se conceden ayudas a los centros que adquieren libros de texto aprobados por la Comunidad francesa. En **Turquía** las escuelas también son libres a la hora de seleccionar libros de texto, pero los publicados por el Ministerio Nacional de Educación se distribuyen a los alumnos gratuitamente. El Consejo de Disciplina y Educación certifica la calidad de los libros de texto y normalmente los centros optan por estos libros, al considerar que les ofrecen más confianza.

◆◆◆ Gráfico 1.10: Grado de autonomía para escoger libros de texto de matemáticas, CINE 1 y 2, 2010/11



Fuente: Eurydice.

Nota específica de los países

Bélgica (BE de, fr): los centros educativos reciben ayudas solo para la compra de libros de texto aprobados para primaria y para el primer nivel de educación secundaria, así como para la compra de software educativo para educación infantil, primaria y secundaria.



Cuatro países proporcionan incentivos económicos específicos, tales como ayudas y préstamos a las familias para la adquisición de libros de texto.

En **Austria y Hungría** la administración solo subvenciona los libros de texto incluidos en una lista establecida o recomendada por el estado.

Eslovenia también ofrece a las familias préstamos para reducir sus gastos en libros de texto. Los alumnos también pueden pedir prestados los libros al banco de libros de texto que funciona en los centros escolares. El Ministerio de Educación y Deporte destina fondos a préstamos de libros de texto para todos los alumnos y desaconseja el uso de otros materiales didácticos, reduciendo por tanto los costes derivados de la compra de los mismos.

En **España**, el Ministerio de Educación y las Comunidades Autónomas ofrecen anualmente becas para ayudar a las familias a sufragar el coste de los libros de texto. En algunas Comunidades Autónomas aparte de estas ayudas existen también programas para conseguir libros de texto gratuitos. En dichos programas, las administraciones educativas son los propietarios de los libros y los entregan a los alumnos en préstamo.

Producción/elaboración de los libros de texto

En la inmensa mayoría de los países existe un mercado libre para los libros de texto y un gran número de editoriales los diseñan y publican. En Chipre, Islandia y Turquía la elaboración de los libros de texto se encarga a centros e institutos nacionales.

Algunos países publican listados de libros de texto autorizados por las correspondientes administraciones educativas. Mientras que unos pocos países disponen de normativa o directrices respecto a todas las

condiciones que han de cumplir los libros de texto (por ejemplo, Bulgaria, Estonia y Letonia), otros solo especifican una serie de criterios generales como requisitos para que los libros de texto puedan emplearse en los centros educativos o para incluirlos en las listas de textos aprobados.

Por ejemplo, el Ministerio de Educación, Juventud y Deporte de la **República Checa** publica en su página web una lista oficial de libros de texto y materiales didácticos autorizados. Al mismo tiempo, los centros pueden también utilizar otros libros de texto si estos cumplen con los objetivos educativos establecidos en la Ley de Educación, en otra legislación aplicable o en los programas de estudios, y si su estructura y contenido se ajustan a los principios educativos y didácticos establecidos. La dirección del centro es responsable de garantizar el cumplimiento de dichas condiciones a la hora de tomar la decisión final sobre los libros de texto que escogen.

También en **Lituania** se establecen unas condiciones básicas de carácter general para los libros de texto. Aquellos que están registrados en la Base de Datos de Libros de Texto han de cumplir una serie de requisitos mínimos –respetar los principios democráticos, tratar una parte del currículo e incluir instrumentos metodológicos adicionales.

Rumanía y Hungría utilizan un procedimiento de licitación para seleccionar los libros de texto. En Rumanía, el Centro Nacional de Evaluación organiza un proceso de licitación cada cinco años. Asimismo, en 2008 el Ministerio de Educación, Investigación, Juventud y Deporte publicó las especificaciones para libros de texto en los niveles de educación no universitaria, en las que se establecen ocho criterios principales de calidad, entre los que se incluyen la obligación de ajustarse al currículo y la naturaleza no discriminatoria de los contenidos. Los libros de texto seleccionados reciben financiación para sufragar los costes de impresión. Los centros han de escoger de entre un listado preestablecido de títulos. Mientras que las escuelas en Rumanía tienen autonomía limitada para escoger libros de texto, Hungría concede total libertad a los centros. En cualquier caso, Hungría también publica ocasionalmente convocatorias para ayudas a la creación de libros de texto o materiales didácticos.

Las administraciones centrales en Grecia, Letonia y Lituania supervisan el proceso de elaboración de los libros de texto, prestando especial atención a determinadas fases del mismo. Por ejemplo, Grecia supervisa el diseño y la producción, mientras que el Centro Nacional de Educación de Letonia elabora una listado de revisores y de editoriales, y escoge dos revisores para cada libro. El Centro de Desarrollo en Educación del Ministerio de Educación y Ciencia de Lituania es responsable del control y evaluación de la calidad de los libros de texto, así como de fomentar la innovación en este ámbito. El Centro también organiza la evaluación periódica de otros materiales didácticos, con el fin de recabar y proporcionar a los consumidores información profesional e independiente sobre la calidad de los libros de texto.

En algunos países el marco legislativo distingue entre la oferta de libros de texto y la oferta de otros materiales didácticos. Este es el caso de los países en los que existe un gran número de editoriales y donde los centros escolares son totalmente autónomos a la hora de elegir libros de texto, y donde los institutos nacionales se centran fundamentalmente en apoyar el uso de materiales didácticos.

Los Institutos Nacionales de Austria, Bélgica (Comunidad francesa), Dinamarca y España facilitan y promueven el uso de materiales didácticos. En Dinamarca la administración central ha abierto un portal educativo ⁽⁸⁾ en el que figuran materiales didácticos, servicios y recursos en línea. La página web actualmente facilita información a profesores y alumnos de centros de primaria, secundaria superior, formación profesional y facultades de formación del profesorado. Asimismo, en España existe una página web dedicada al currículo y a diferentes recursos educativos específicos para un gran número de materias, incluidas las matemáticas, y una página web exclusivamente ⁽⁹⁾ para la difusión de estudios e informes sobre educación y de materiales educativos.

⁽⁸⁾ <http://www.emu.dk/generelt/omemu/aboutemu.html>

⁽⁹⁾ <http://www.educacion.gob.es/ifiie/publicaciones.html>

En algunos países, como la República Checa, Dinamarca, Estonia, Hungría y Letonia, es muy común encomendar a profesionales la revisión de los libros de texto durante su proceso de elaboración. La aprobación oficial de los libros de texto y de los materiales didácticos por parte el Ministerio checo se basa en la opinión de al menos dos revisores profesionales independientes. Las editoriales en Estonia deben contar con al menos dos revisores, uno de ellos ha de ser un docente y el otro un profesor especialista en el área de matemáticas del curso correspondiente. En Letonia, las editoriales escogen dos revisores de una lista oficial publicada por la administración central.

Map of Europe showing the implementation of the coherence control system. Countries are colored red for 'Control de la coherencia' and grey for 'No existe un control específico'. A legend on the right explains the colors. An inset map on the left shows the status of BE de, LU, MT, and LI.

◆ ◆ ◆

54

currículo se ven influidos por las dinámicas del mercado. Tal como señala el Reino Unido (Inglaterra, Gales e Irlanda del Norte), cuando un país tiene libertad de mercado para los libros de texto y estos se producen con fines comerciales, las editoriales han que luchar por mantener la calidad, así como la coherencia con el currículo, o de lo contrario los centros escolares no seleccionarían sus productos.

En algunos países (Comunidad francesa de Bélgica, Eslovaquia, Suecia y Turquía), la comprobación preliminar de la concordancia entre los libros de texto y el currículo se ve reforzada por las evaluaciones y controles periódicos que lleva a cabo la inspección educativa.

Resumen

Con el fin de garantizar que la enseñanza de las matemáticas es capaz de responder a las necesidades cambiantes de la sociedad moderna, los países europeos dictan normativa y ofrecen recomendaciones al respecto, más o menos detalladas y con diversos grados de obligatoriedad. En la inmensa mayoría de estos países es obligatorio cumplir los requisitos del currículo o, más genéricamente, de algún tipo de documento elaborado a nivel central en el que se definen los objetivos, los resultados del aprendizaje y/o los contenidos para el área de las matemáticas. No obstante, dentro del marco establecido por el currículo oficial central, normalmente los centros son bastante autónomos a la hora de organizar su actividad educativa, adaptándola a las necesidades de sus alumnos y/o a su propio contexto local.

La forma más habitual de difusión del currículo y de otros documentos oficiales referentes a la enseñanza de las matemáticas es a través de páginas web específicas. Asimismo, muchos países facilitan copias impresas del currículo a cada centro educativo.

En todos los países europeos se ha revisado el currículo de las matemáticas en la última década, a menudo para incorporar un enfoque basado en resultados del aprendizaje y/o el concepto de competencias básicas. La finalidad de estas revisiones es generalmente mejorar la forma en la que se enseñan las matemáticas en el aula y hacerla más relevante para los alumnos, contextualizándola en su experiencia cotidiana. En muchos países los cambios se han centrado en incidir en áreas de contenido específicas y en proporcionar un enfoque más sistemático a la enseñanza de la asignatura. Como consecuencia de las revisiones más recientes, tanto los objetivos como los resultados del aprendizaje tienen carácter obligatorio en los documentos oficiales. Asimismo, en dos tercios de los países europeos los criterios de evaluación de matemáticas también son obligatorios.

El número de horas lectivas recomendadas en matemáticas normalmente varía entre un 15% y un 20% del total de horas lectivas en la educación primaria, siendo, por tanto, la segunda asignatura más importante, por detrás de la lengua de instrucción. En la educación secundaria obligatoria la proporción de horas lectivas destinadas a la lengua de instrucción y a las matemáticas es menor que en primaria.

En muchos sistemas educativos, la eficacia del currículo se evalúa a través de los resultados de las pruebas nacionales de evaluación y mediante la información que aportan las evaluaciones internas de los centros. Dos tercios de los sistemas educativos europeos llevan a cabo evaluaciones externas de los centros escolares.

La administración educativa central rara vez prescribe los libros de texto y los materiales didácticos. En lugar de eso, las administraciones educativas normalmente ofrecen recomendaciones y realizan un seguimiento de la coherencia entre los libros de texto de matemáticas y los documentos oficiales.

CAPÍTULO 2: ENFOQUES PEDAGÓGICOS, MÉTODOS DIDÁCTICOS Y ORGANIZACIÓN DEL AULA

Introducción

Los enfoques pedagógicos y la metodología utilizada en los centros educativos para enseñar matemáticas pueden tener un gran impacto no solo sobre cuánto aprenden los alumnos en el aula, sino también sobre la calidad de dicho aprendizaje. Una metodología apropiada puede mejorar el nivel de comprensión de los alumnos y ayudarles a dominar las reglas y los procedimientos matemáticos. Los métodos didácticos también influyen en la forma en que los estudiantes se implican en su aprendizaje y en cómo lo disfrutan, lo que, a su vez, repercute directamente sobre la cantidad y la calidad de lo que aprenden.

Los métodos didácticos son los pilares sobre los que se articula el aprendizaje en el aula. Afectan a la organización del contenido de la materia y a la forma en que se enseña. Por ejemplo, pueden centrarse en principios y procesos matemáticos o en la aplicación de las matemáticas al mundo real. También determinan la naturaleza de la interacción en clase, por ejemplo, entre el profesor y el grupo, entre el profesor y cada alumno individualmente o entre grupos reducidos de alumnos.

En este capítulo se realiza un repaso general a la investigación en el ámbito educativo y a los avances en política relativos a la enseñanza de las matemáticas y a la organización del aula. Se ofrece también un resumen de los modelos pedagógicos y de enseñanza obligatorios, recomendados o respaldados por la administración en diferentes países europeos, analizando dicha información en el contexto de los resultados de los estudios internacionales que proporcionan datos sobre la realidad de la práctica docente en los centros educativos.

2.1. Variedad de métodos didácticos: directrices y prácticas

Un gran número de estudios han analizado qué métodos pedagógicos resultan más efectivos para la enseñanza de las matemáticas. El Centro Nacional para la Excelencia en la Enseñanza de las Matemáticas (NCETM), de Inglaterra, llevó a cabo un estudio de un año de duración, denominado “Las Matemáticas Importan” (*Mathematics Matters*), con el propósito de identificar las características de una enseñanza efectiva de las matemáticas (Swan *et al.*, 2008). Se llegó a la conclusión de que no es posible señalar un único método eficaz, sino que existen muchos tipos diferentes de aprendizaje y muchos métodos que podrían aplicarse en cada caso, “apropiados para cada alumno y para el tipo específico de resultado del aprendizaje que se espera” (*Ibid.*, p. 2). El proyecto tenía como finalidad llegar a un acuerdo sobre los tipos de aprendizaje más valorados y sobre los métodos que resultan más eficaces a la hora de lograr dichos aprendizajes. Las conclusiones del mismo fueron que los siguientes tipos de aprendizaje resultan útiles:

- facilidad a la hora de recordar hechos y de aplicar destrezas;
- comprensión e interpretación de conceptos para llevar a cabo representaciones;
- estrategias para la investigación y para la resolución de problemas;
- valoración del poder de las matemáticas en la sociedad.

El estudio también apunta a que diferentes métodos resultan apropiados a la hora de conducir a estos tipos de aprendizaje, incluidos, por ejemplo, el uso de preguntas de orden superior que fomenten el razonamiento en lugar de simplemente “conseguir una respuesta”, y el desarrollo del lenguaje matemático a través de actividades comunicativas (Swan *et al.* 2008, p. 4).

En la misma línea de los resultados obtenidos por el informe del NCETM, Hiebert y Grows (2009), tras realizar un repaso a la bibliografía existente, concluyeron que “no es posible afirmar que un método concreto sea, por regla general, eficaz o ineficaz. Todos los métodos de enseñanza son eficaces para algo” (p. 10). Los autores señalan que diferentes enfoques metodológicos son válidos para desarrollar la comprensión de conceptos matemáticos y lo que ellos denominan “eficacia en las destrezas”. Más concretamente, los dos elementos más significativos a la hora de desarrollar la comprensión de conceptos son:

- “debatir sobre cuestiones matemáticas, incluyendo el análisis de relaciones entre diferentes partes de la materia, explorando las razones por las cuales procedimientos distintos funcionan de la manera en que lo hacen y examinando las diferencias entre distintos enfoques; y
- pedir a los alumnos que resuelvan problemas matemáticos complejos y abiertos”.

No obstante, a la hora de desarrollar la eficacia de las destrezas, el estudio concluye que uno de los enfoques metodológicos que funcionan mejor es una presentación clara y ágil de los contenidos por parte del profesor, acompañada de una serie de ejemplos que sirvan como modelo, y que los alumnos realicen prácticas a continuación. Sin embargo, los autores también señalan que no nos encontramos ante una dicotomía sencilla y que no es cierto que un solo enfoque metodológico funcione con una sola área. Así pues, también afirman que “lo más adecuado sería encontrar un equilibrio entre ambos enfoques, haciendo más hincapié en los elementos relacionados con la comprensión de conceptos” (Hiebert y Grouws 2009, p. 11).

Slavin (2009) analizó datos cuantitativos procedentes de diversos estudios con el fin de evaluar algunas afirmaciones contradictorias sobre los resultados de distintos programas de enseñanza de matemáticas. Los métodos de enseñanza relacionados con el aprendizaje cooperativo son los que influyen en mayor medida sobre los resultados, aunque una formación permanente del profesorado que mejore la gestión del aula y la motivación de los alumnos contribuye en gran medida al éxito.

Según los resultados del extenso metaanálisis realizado por Hattie (2009), la información que reciben los alumnos sobre su proceso de aprendizaje puede realmente marcar la diferencia en la clase de matemáticas. De entre los elementos que influyen claramente en la mejora del aprendizaje, el más relevante es la información crítica que se facilita al alumno sobre su rendimiento, en forma de datos o de recomendaciones, seguido del aprendizaje cooperativo entre iguales, la instrucción dirigida por el profesor, la enseñanza directa y la información y comentarios específicos que se comunican a las familias. Curiosamente, el estudio también reveló que el uso de la aplicación de las matemáticas al mundo real tenía un impacto ligeramente negativo sobre el aprendizaje.

Kyriacou e Issit (2008) revisaron 15 artículos y concluyeron que “es necesario mejorar la calidad de la comunicación alumno/profesor (iniciada por el docente) para que el alumno mejore su comprensión conceptual” (p. 1). En concreto, el estudio apuntaba que, para desarrollar dicha comprensión de conceptos, resultaba especialmente beneficioso que los alumnos supieran emplear su interacción con el profesor como una experiencia de aprendizaje.

La investigación referente a distintos enfoques y métodos pedagógicos sugiere que no existe una sola forma correcta de enseñar las matemáticas, y algunos investigadores señalan que métodos diferentes pueden funcionar bien en distintos contextos, mientras que otros afirman que los profesores deberían seleccionar el método más apropiado para su contexto educativo y para cada resultado del aprendizaje en concreto, y que pueden existir relaciones complejas entre los métodos que funcionan. Por tanto, podríamos concluir que el mejor método para mejorar la enseñanza sería proporcionar al profesorado formación permanente en una gran variedad de enfoques pedagógicos, permitiéndoles así decidir cuál de ellos pueden aplicar en cada caso, cuándo y por qué.

En **Suecia**, el “Programa de estudios para la educación obligatoria” describe los objetivos para los alumnos y, por tanto, influye en la forma en que los profesores organizan la enseñanza. Sin embargo, la elección de métodos, materiales e instrumentos pedagógicos se deja a discreción de los profesores o los equipos docentes ⁽¹⁾.

CINE 2

■ Solo apoyo a los centros y/o al profesorado
■ Métodos obligatorios o recomendados
■ No existen directrices a nivel central

◆ ◆ ◆

(1) Agencia Nacional Sueca de Educación, <http://www.skolverket.se/sb/d/2386/a/16138/func/kursplan/id/3873/title/MA1010%20-%20Matematik> (en sueco).

En **Grecia**, por ejemplo, el currículo y los manuales pedagógicos permiten al profesorado escoger entre varios métodos que, dependiendo de las circunstancias, pueden utilizarse de manera exclusiva o combinada. Dentro de este marco general, las estrategias pedagógicas recomendadas incluyen el aprendizaje activo a través de la exploración o el descubrimiento, visitas a numerosos lugares, tanto del entorno natural como social o cultural, presentaciones utilizando diversos soportes pedagógicos, diálogos entre el profesor y el alumno o entre grupos, instrucción directa (a través de la narración) y aprendizaje cooperativo en grupos.

Otro ejemplo de cómo fomentar un modelo integrador de la enseñanza de las matemáticas se halla en **Alemania**, donde una serie de organismos federales han puesto en marcha el programa SINUS (*Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts* –Mejora de la eficacia de la enseñanza de las matemáticas y las ciencias) ⁽²⁾. La finalidad de este programa, que se organiza a nivel regional (*Land*), es conseguir una mayor eficacia en la enseñanza de las matemáticas y las ciencias. El programa se estructura en once módulos entre los que los centros educativos y los profesores pueden escoger. En cada módulo se tratan temas como el aprendizaje basado en problemas, el aprendizaje a partir de errores, enfoques interdisciplinarios y cooperación entre alumnos. El programa se ha concebido para introducir un cambio efectivo en los métodos de enseñanza, pero para alcanzar dicho objetivo es necesario que todos los participantes acepten el proceso de innovación y lo integren en su propia actividad docente.

En **Irlanda**, en educación primaria, el aprendizaje basado en la resolución de problemas, en la argumentación y en la conexión entre el contenido de la materia y la vida cotidiana son rasgos distintivos de lo que se considera una enseñanza eficaz de las matemáticas, de acuerdo con la normativa para el currículo de matemáticas y las directrices para el profesorado que la acompañan. En niveles superiores a la primaria, estos métodos de enseñanza se fomentan a través de talleres que se ofertan como parte de la implantación del *Proyecto Matemáticas* y mediante inspecciones realizadas por la Inspección del Departamento de Educación y Competencias ⁽³⁾.

Relacionar las matemáticas con la vida cotidiana

Todos los países informan de que “la aplicación de las matemáticas a contextos de la vida real” es uno de los objetivos de su currículo y/o del resto de normativa pertinente (véase el capítulo 1, gráfico 1.7).

Por ejemplo, en **España** se insiste en recurrir a lo que les resulta familiar a los alumnos como marco de referencia para el contexto educativo. En educación secundaria inferior, los contenidos del área de matemáticas se adaptan de tal manera que capten la atención de los alumnos y les ayuden a prepararse para la vida adulta.

Del mismo modo, en **Irlanda** se recomienda dar a los alumnos la oportunidad de utilizar ejemplos concretos tanto en el desarrollo de su comprensión matemática como de sus destrezas para la resolución de problemas.

En **Estonia** se utiliza el aprendizaje fuera del centro para proporcionar a los alumnos una mayor comprensión de temas longitudinales durante la educación primaria, y en secundaria se anima a los profesores a recurrir a la arquitectura y a las artes visuales para estudiar la geometría y la simetría ⁽⁴⁾.

En **Polonia** una de las recomendaciones clave del currículo básico es que se indiquen las conexiones entre las matemáticas y la vida cotidiana en determinados aspectos del área (porcentajes, unidades de medida, medidas de superficie, etc.) ⁽⁵⁾.

En **Italia** se ha desarrollado un programa de formación del profesorado cuya finalidad es explotar la enseñanza de las matemáticas desde la perspectiva de la vida cotidiana utilizando una metodología basada en la resolución de problemas ⁽⁶⁾.

⁽²⁾ <http://sinus-transfer.uni-bayreuth.de/startseite.html>

⁽³⁾ <http://projectmaths.ie/>

⁽⁴⁾ http://www.oppekava.ee/images/e/e2/Ouesoppest_imbi_koppel.pdf

⁽⁵⁾ El currículo de las enseñanzas básicas se encuentra disponible en:
http://www.reformaprogramowa.men.gov.pl/images/Podstawa_programowa/men_tom_6.pdf

⁽⁶⁾ Puede consultarse más información relativa al plan nacional, M@t.abel, en la página web:
http://www.indire.it/db/docsrv/A_bandi/apprendimenti_base_matematica.pdf

Los datos más recientes de las evaluaciones internacionales aportan algo más de información respecto a los métodos de enseñanza utilizados en los países europeos (Mullis *et al.* 2008, pp. 284-286). Los datos de TIMSS 2007 revelaron que los profesores pedían habitualmente a sus alumnos que estableciesen conexiones entre lo que estaban aprendiendo en matemáticas y su vida cotidiana (el 60% de los alumnos de cuarto y el 53% de los de octavo tenían que relacionar las matemáticas con la vida real en más de la mitad de las clases) ⁽⁷⁾. En Letonia el profesorado de la práctica totalidad de los alumnos de cuarto (el 94%) les proponía que realizasen dicha actividad en al menos la mitad de las clases (véase Mullis *et al.* 2008, p. 286). Sin embargo, la conexión entre las tareas de la clase de matemáticas y la vida cotidiana puede resultar más obvia para el profesorado que para los alumnos. Los alumnos de octavo percibían con menor frecuencia que los profesores relacionaban las matemáticas con su vida diaria (una media del 39% de los alumnos lo indicaron, en comparación con el 53% de profesores). Esta diferencia de apreciación puede también indicar que los profesores no explican de manera suficientemente clara la relación que existe entre las matemáticas y la vida cotidiana.

El aprendizaje basado en la resolución de problemas

Otro enfoque metodológico que se fomenta habitualmente en Europa es el aprendizaje basado en la resolución de problemas. Este método se centra la adquisición de conocimientos y destrezas mediante el análisis y resolución de problemas y a menudo tiene lugar en grupos reducidos bajo la supervisión de un profesor que actúa como facilitador. La nueva información se adquiere mediante un aprendizaje autónomo y las dificultades que surgen a lo largo del proceso se utilizan como medio para alcanzar los conocimientos necesarios (Dochy *et al.*, 2003).

Las administraciones educativas de varios países europeos recomiendan el aprendizaje basado en la resolución de problemas o el aprendizaje basado en la exploración y la investigación.

En **España**, en primaria se considera que “los procesos de resolución de problemas son uno de los temas centrales de la actividad matemática y deberían ser la fuente y el apoyo fundamental para el aprendizaje de las matemáticas durante la educación primaria” ⁽⁸⁾. El currículo de las matemáticas en la educación secundaria también hace referencia específica a la resolución de problemas como una parte esencial del currículo ⁽⁹⁾.

En **Chipe**, la resolución de problemas, la investigación y la exploración como base para el aprendizaje de las matemáticas son algunos de los principios sobre los que sustenta el nuevo Currículo Nacional.

El estudio TIMSS también analizó las actividades basadas en la resolución de problemas para los alumnos de octavo. Según sus resultados, “aplicar hechos, conceptos y procedimientos para resolver problemas rutinarios” o “escoger procedimientos para resolver problemas complejos” son actividades frecuentes en las aulas europeas, confirmando así los informes procedentes de países que apoyan este enfoque metodológico. El porcentaje de alumnos de octavo a los que sus profesores les pedían que aplicasen hechos, conceptos y procedimientos para resolver problemas en más de la mitad de las clases oscilaba entre un 39% en Noruega y un 81% en Bulgaria. Asimismo, el porcentaje de profesores que pedían a sus alumnos que decidiesen sobre qué procedimiento emplear para resolver problemas complejos variaba de aproximadamente un 25% en el Reino Unido (Escocia) y Noruega a más de un 60% en Chipe y Rumanía. Por el contrario, no era tan frecuente que los alumnos

⁽⁷⁾ Cálculos de Eurydice. Aquí y en el resto del informe, la media de la UE calculada por Eurydice para los datos de TIMSS se refiere exclusivamente a los países de la UE que participaron en dicha evaluación. Es una media ponderada en la que la contribución de cada país es proporcional a su tamaño.

⁽⁸⁾ Real Decreto 1513/2006, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria: <http://www.boe.es/boe/dias/2006/12/08/pdfs/A43053-43102.pdf>

⁽⁹⁾ Real Decreto 1631/2006, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria: <http://www.boe.es/boe/dias/2007/01/05/pdfs/A00677-00773.pdf>

trabajasen con problemas para los que no existe una solución evidente. De media, en los países participantes de la UE, el profesorado del 23% de los alumnos de octavo curso informó de que sus alumnos trabajaban con problemas que no tenían una solución inmediata y evidente en más de la mitad de las clases de matemáticas. Los porcentajes varían de un 10% en Noruega a prácticamente el 40% en Italia y Turquía.

En la evaluación PISA 2003 sobre las destrezas matemáticas del alumnado se creó una escala específica para medir la competencia de los alumnos en la resolución de problemas. Dicha escala indicaba la habilidad para “comprender un problema, identificar la información relevante o las dificultades, representar posibles alternativas o vías de solución, seleccionar una estrategia de resolución, resolver el problema, comprobar o reflexionar sobre la solución e informar tanto de la solución como del razonamiento sobre el que se sustenta” (OECD 2004a, p. 46). La puntuación media más alta (entre 547 y 548 puntos) correspondió a los alumnos de Bélgica (Comunidad flamenca) ⁽¹⁰⁾ y de Finlandia. En el extremo opuesto se sitúan Grecia (448) y Turquía (407), que obtuvieron los resultados más bajos (*Ibid.*, p. 145). Según el promedio de los países de la UE participantes, el 16% de los alumnos solo era capaz de trabajar en entornos inmediatos y altamente estructurados, en los que podían manejar la información directamente observable o procedente de inferencias muy sencillas (los que obtuvieron puntuaciones por debajo del Nivel 1). En general, dichos alumnos eran incapaces de analizar situaciones o de resolver problemas que requerían algo más que la recogida directa de datos, por lo cual se situaron en la categoría de alumnos con una capacidad para la resolución de problemas débil o emergente. Solo el 18% de los alumnos, de media en la UE, llegó al nivel más alto de habilidad para resolver problemas, siendo capaces de formular de manera autónoma los planteamientos a partir de información fragmentaria, y una vez hecho esto, resolverlos de manera sistemática y comunicar sus resultados a otros. El porcentaje más elevado de alumnos con alta capacidad se halló en Bélgica (Comunidad flamenca) (36%), Finlandia (30%) y Liechtenstein (27%) (*Ibid.*, p. 144).

Aprendizaje activo y pensamiento crítico

Lejos de la metodología de enseñanza tradicional dominada por el profesor, los enfoques basados en el aprendizaje activo animan a los alumnos a participar en su propio aprendizaje mediante discusiones, trabajo en proyectos, ejercicios prácticos y otras tareas que les ayudan a reflexionar y explicar su aprendizaje de las matemáticas (Barnes, 1989; Forman, 1989; Kyriacou, 1992). El pensamiento crítico a menudo se relaciona con la habilidad para analizar, sintetizar y evaluar la información que se recoge a través de la observación, la experiencia o el razonamiento (Bloom *et al.* 1974; Scriven y Paul, 1987); y se emplea para resolver problemas, para escoger entre alternativas y para formular juicios (Beyer 1995).

Prácticamente en todos los currículos y/o documentos oficiales se hace referencia a la capacidad para “comunicarse sobre cuestiones matemáticas” como una de las competencias que los alumnos han de desarrollar (véase el capítulo 1, gráfico 1.6) y se citan el aprendizaje activo y el pensamiento crítico como ejemplos de buenas prácticas.

En **Bélgica (Comunidades flamenca y francesa)** el aprendizaje activo se considera importante para desarrollar la autoestima de los alumnos, su autonomía y su creatividad. Los profesores dedican tiempo a la reflexión, lo que hace que los alumnos sean más críticos, animándoles a pensar de manera más sistemática y flexible. Esto último se considera una buena práctica en la enseñanza de las matemáticas.

⁽¹⁰⁾ Aquí y en el resto del informe, los resultados de la media de la UE y de Bélgica (Comunidad flamenca) han sido calculados por Eurydice.

En la **República Checa**, el proyecto Escuela Creativa (*Tvořivá škola*) reúne a 740 centros de educación básica para el intercambio de buenas prácticas de aprendizaje activo, para organizar cursos de formación, elaborar materiales didácticos y poner en marcha grupos piloto sobre aprendizaje activo. El programa *Lectura y Escritura para el Pensamiento Crítico* (*Čtením a psaním ke kritickému myšlení*) es un ejemplo de iniciativas para promocionar métodos concretos, prácticas, técnicas y estrategias pedagógicas ⁽¹¹⁾.

Eslovenia cita un modelo para el desarrollo de habilidades psicomotrices junto con capacidades cognitivas como ejemplo de buenas prácticas. Los alumnos recopilan información sobre actividades del área de “educación física” y discuten sobre los datos desde la perspectiva del “ámbito de la medición”. La resolución de problemas se complementa con una actividad que les ayuda a proporcionar una justificación al procedimiento, a analizar soluciones, a fomentar la expresión oral y escrita, y a construir modelos.

En **España**, el currículo considera esenciales actividades como la reflexión, la creación y adaptación de un plan de trabajo, la construcción de hipótesis y la verificación de la validez de las soluciones a los problemas.

El **Reino Unido** menciona específicamente la autoevaluación del alumnado como una de sus estrategias, lo cual se relaciona también con los modelos de aprendizaje activo mencionados anteriormente.

PISA 2003 también recogió información sobre métodos de aprendizaje relacionados con los anteriores, denominados *estrategias de control*. Varias preguntas del cuestionario pretendían comprobar en qué medida los alumnos controlan su propio aprendizaje, establecen objetivos personales claros y manejan el proceso a la hora de alcanzarlos. De entre todos los países europeos, el uso más frecuente de estrategias de control se detectó en Alemania y Austria, y la menor frecuencia en Finlandia y Suecia ⁽¹²⁾. No obstante, el empleo de tales estrategias no parece tener correlación directa con mejores resultados en matemáticas en la mayoría de los países, aunque se observaron efectos ligeramente positivos en España, Portugal y Turquía, y ligeramente negativos en siete países europeos (Bélgica, Dinamarca, Letonia, Hungría, los Países Bajos, Eslovaquia y Suecia) (OCDE, 2010).

Memorización

En comparación con otros métodos, la memorización se recomienda o se prescribe con menor frecuencia, si bien es práctica común, tal como demuestran los resultados de TIMSS.

Según el informe TIMSS 2007, el profesorado pedía a menudo a sus alumnos que memorizaran fórmulas y procedimientos. No obstante, se observan algunas diferencias entre países. En cuarto curso, cuatro países europeos (la República Checa, Alemania, Suecia y Noruega) informaron de que menos de un 10% de los alumnos empleaban frecuentemente estrategias de memorización. La memorización de fórmulas se menciona con más frecuencia en Letonia, Lituania e Italia –el profesorado de aproximadamente un 45-65% de alumnos indicó que recurría a dicha estrategia en la mitad o más de las clases (véase Mullis *et al.* 2008, p. 286). La memorización de fórmulas y procedimientos era más común en octavo (según la media de la UE, los profesores del 24% de los alumnos recurrían a esta técnica en cuarto, en comparación con el 33% de los de octavo). Según los informes del profesorado, el 60% o más de los alumnos de octavo de Bulgaria, Chipre, Lituania, Rumanía y Turquía empleaban estrategias de memorización en más de la mitad de las clases.

Según PISA 2003, los alumnos de 15 años usaban muy a menudo estrategias de memorización, la más común de las cuales era repasar ejemplos y memorizar pasos y procedimientos (OCDE 2010, pp. 43-45). Sin embargo, existen grandes diferencias entre países en este sentido. Los alumnos

⁽¹¹⁾ <http://www.kritickemysleni.cz/klisty.php?co=26/matematika>

⁽¹²⁾ Cálculos de Eurydice.

de Grecia, Hungría, Polonia y el Reino Unido (Escocia) informaron de un uso comparativamente más frecuente, mientras que los de Bélgica, Dinamarca, Finlandia y Liechtenstein empleaban dichas estrategias con una frecuencia relativamente menor ⁽¹³⁾. Un análisis posterior puso de manifiesto el efecto negativo del uso de estrategias de memorización sobre el rendimiento de los alumnos en matemáticas (OECD 2010, p. 99). Esto sugiere que, o bien la memorización resulta ineficaz para el aprendizaje de la asignatura, o que los alumnos con menor nivel de competencia tienden a recurrir a ella más asiduamente.

En general, en Europa se observa una gran diversidad de enfoques pedagógicos, y también en cuanto al control de determinados métodos desde la administración central, la publicación de dichos métodos o su implantación posterior en los centros educativos. Estas diferencias pueden deberse, en parte, a la falta de resultados de investigación concluyentes a favor de a uno u otro enfoque.

2.2. Organización del aula: agrupamiento del alumnado

Existe una gran cantidad de estudios sobre el impacto del agrupamiento del alumnado por nivel de capacidad en general, y en las clases de matemáticas en particular. Se puede agrupar a los alumnos bien separándoles para todas las asignaturas en grupos homogéneos, o solo en algunas áreas. También pueden hacerse agrupamientos dentro del aula. La investigación se ha centrado en el efecto del agrupamiento homogéneo sobre el rendimiento, así como sobre las actitudes y la equidad.

Sukhnandan y Lee (1998) llevaron a cabo un extenso análisis bibliográfico sobre los efectos de “separar a los alumnos por niveles en clases distintas, los agrupamientos flexibles y los agrupamientos homogéneos para algunas asignaturas”. Los resultados del estudio no fueron concluyentes, debido a las limitaciones metodológicas de la investigación y a la dificultad de deslindar los efectos de un gran número de variables tales como “métodos de enseñanza, contenido del currículo, expectativas de los alumnos y del profesorado, recursos, niveles de capacidad y características sociales” (p. 12). De los resultados obtenidos en más de 300 estudios sobre los efectos de agrupar al alumnado por nivel de capacidad (*tracking*), Hattie (2009) concluyó que, por lo general, dichos agrupamientos influyen muy poco sobre el rendimiento, tanto en matemáticas como en otras áreas. Hattie añade que “este tipo de agrupamiento tiene un efecto insignificante sobre los resultados del aprendizaje y es, sin embargo, enormemente negativo en cuanto a equidad” (p. 90). Finalmente, el estudio concluye que “la calidad de la enseñanza y la naturaleza de la interacción entre los alumnos son los elementos clave, mucho más relevantes que la estructura y la organización de las clases” (p. 91).

Kyriacou y Goulding (2006) revisaron una serie de estudios que investigaban los efectos del agrupamiento por nivel de capacidad y por género en las clases de matemáticas. El estudio concluía que no existe evidencia sólida respecto al impacto del agrupamiento sobre la motivación de los alumnos, aunque sí se observó que aquellos alumnos que están convencidos de no poder obtener buenos resultados en los exámenes tendrán mucha dificultad para mantener su esfuerzo y su motivación. El estudio también señala que en las clases en las que solo había varones, dentro de las escuelas mixtas, no se obtuvieron los resultados esperados de reducción de comportamientos “machistas”. Más recientemente, Nunes *et al.* (2009) descubrieron que el agrupamiento por nivel de capacidad en los centros de primaria tiene un impacto positivo muy pequeño sobre el razonamiento matemático del grupo con capacidades más altas, pero retrasa el avance de los alumnos en el resto de grupos.

En Europa las administraciones educativas adoptan distintos enfoques a la hora de prescribir o recomendar a los profesores distintos tipos de agrupamiento.

⁽¹³⁾ Cálculos de Eurydice.

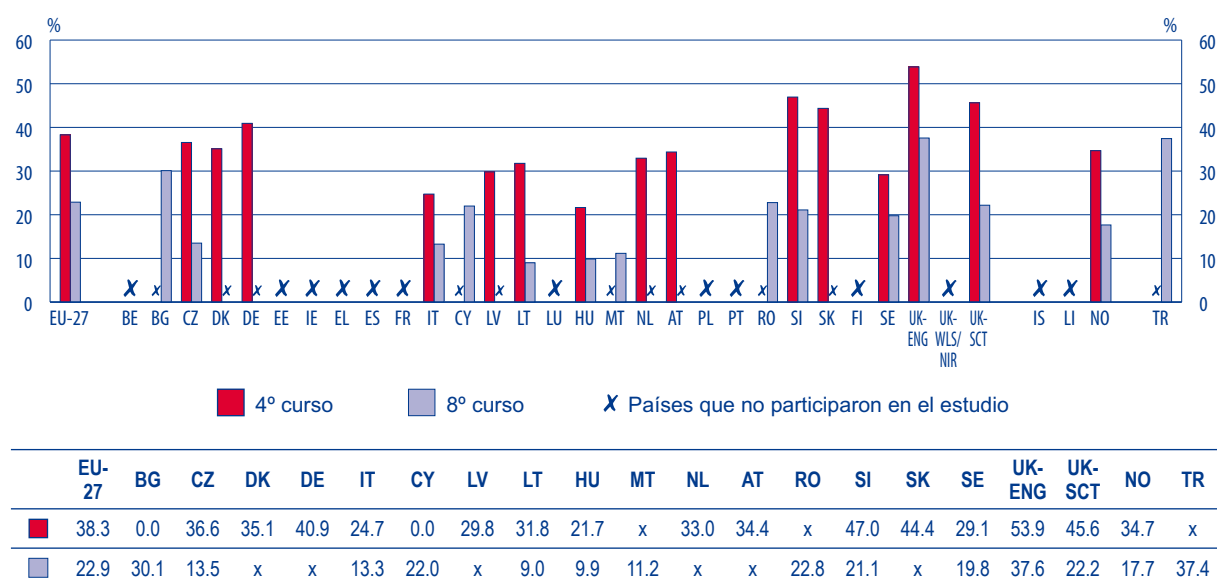
En **Eslovenia**, por ejemplo, entre cuarto y séptimo curso, los centros escolares pueden impartir el 25% de las horas lectivas en grupos flexibles. De 8º a 9º, los centros están autorizados a agrupar a alumnos escolarizados en el mismo curso según su capacidad, o a dividirlos en pequeños grupos heterogéneos. Como alternativa, dos profesores pueden impartir simultáneamente las clases, o pueden combinarse todas las opciones.

El trabajo en pequeños grupos y/o el trabajo individualizado en clases ordinarias también son práctica común. La Comunidad germanófono de Bélgica apuesta por el aprendizaje autónomo, en el cual se anima a los alumnos a trabajar a su propio ritmo, aunque las clases aún se imparten para todo el grupo, y también recomienda encarecidamente el trabajo en grupos reducidos. En la misma línea, en Dinamarca uno de los enfoques recomendados para fomentar el sentido de autonomía dentro del aula es dividir la clase en cuatro grupos y darle a cada uno de ellos una tarea distinta.

El estudio TIMSS 2007 recogió datos sobre la periodicidad del trabajo individual y sobre los modelos de agrupamiento más comunes. Se preguntó a los alumnos con qué frecuencia trabajaban en la resolución de problemas individualmente o en grupo durante las clases. El trabajo individual era práctica habitual tanto en cuarto como en octavo curso. Según la media de los países de la UE participantes, el 78% de los alumnos de cuarto y el 70% de los de octavo indicaron que trabajaban sobre problemas de manera individual al menos durante la mitad del tiempo de las clases de matemáticas. Para cada país europeo, en cada uno de los cursos, el porcentaje era de al menos el 50% (Mullis *et al.* 2008, p. 284). El porcentaje más alto de alumnos que trabajaban por su cuenta al menos con esta frecuencia en cuarto curso se da en Alemania, Letonia, Austria (más del 85%) y en la República Checa y Suecia (más del 80% de los alumnos).

TIMSS 2007 no ofrece datos sobre la frecuencia con la que los alumnos trabajaban en grupos reducidos. Sin embargo, los cálculos de Eurydice indican que esta práctica es menos habitual que el trabajo individual en los países europeos (gráfico 2.3). Asimismo, los métodos de trabajo cooperativo parecen ser menos comunes en octavo curso en que cuarto. Por término medio, en la UE el 38% de los alumnos de cuarto informaron de que trabajaban en grupos reducidos en la mitad o más de la mitad

◆◆◆ Gráfico 2.3: Porcentaje de alumnos de cuarto y octavo que afirman trabajar con otros compañeros en grupos reducidos en la mitad o más de las clases, 2007



Fuente: IEA, base de datos de TIMSS 2007.

de sus clases de matemáticas. Los porcentajes oscilaban entre un 22% en Hungría y un 54% en el Reino Unido (Inglaterra). En octavo curso, por término medio, solo el 23% de los alumnos indicaron que trabajaban en pequeños grupos en la mitad o más de la mitad de sus clases. En Bulgaria, el Reino Unido (Inglaterra) y Turquía, el trabajo en equipo era ligeramente más frecuente –más del 30% de los alumnos de octavo informaron de que trabajaban a menudo en grupos reducidos. Por el contrario, en la República Checa, Italia, Lituania, Hungría y Malta, menos de un 15% de los alumnos de octavo realizaban tareas en pequeños grupos en la mitad o más de la mitad de sus clases de matemáticas.

2.3. El uso de las TIC y de calculadoras en las clases de matemáticas

Uso de las TIC

La investigación sobre el uso de las TIC en las clases de matemáticas no ha aportado evidencia concluyente alguna sobre ningún tipo de beneficios concretos. Kyriacou y Goulding (2006) encontraron que el uso de las TIC puede incidir positivamente en la motivación, pero es importante que este efecto se emplee de manera que contribuya a que el alumno profundice en su comprensión de las matemáticas. Según Slavin (2009), existe muy poca evidencia que corrobore el efecto positivo de las TIC sobre el aprendizaje de esta materia.

No obstante, muchos estudios a pequeña escala han descubierto que algunas intervenciones específicas en las que se utilizan las TIC tienen un impacto positivo. Burill (2002) sintetizó los resultados de 43 estudios y llegó a la conclusión de que, siempre que exista un ambiente adecuado en la clase, los dispositivos portátiles de representación gráfica pueden contribuir a que los alumnos desarrollen una mejor comprensión de conceptos matemáticos, a mejorar su rendimiento en los exámenes y sus habilidades para la resolución de problemas. Clark-Wilson (2008) evaluó el uso del programa informático *TI-Nspire™*. Llegando a la conclusión de que podía servir de apoyo para que los alumnos desarrollaran su comprensión matemática. Roschelle *et al.* (2010) presentaron los hallazgos de tres estudios sobre el uso de la tecnología en los centros de secundaria inferior en los Estados Unidos. Dichos estudios “evaluaron el enfoque *SimCalc*, que integra tecnología de representación interactiva, el currículo escrito y la formación permanente del profesorado” y descubrieron que tenía efectos muy positivos sobre el aprendizaje de los alumnos en las matemáticas de nivel avanzado.

Al igual que en los resultados de los estudios mencionados anteriormente, no es posible afirmar que las TIC por sí solas contribuyan a mejorar el rendimiento en matemáticas, aunque sí es probable que funcionen para algunas tareas concretas y en contextos específicos. Los resultados de las investigaciones sobre métodos pedagógicos eficaces sugieren que los profesores deberían recurrir a una gran variedad de métodos y que, probablemente, las TIC debieran figurar en dicho repertorio. Los profesores eficaces deberían saber cómo y cuándo utilizarlas para sacarles el máximo partido.

Con respecto a la opinión del profesorado sobre las TIC y a su utilización de las mismas, el “Informe sobre el impacto de las TIC” (2006) de la Red de Escuelas Europeas indica que, si bien los profesores reconocen el valor de este recurso en la educación, experimentan dificultades a la hora de adoptar dicha tecnología. En consecuencia, solo una minoría de docentes las ha incorporado a la enseñanza. Entre las barreras que existen para el uso de las TIC, el informe menciona la falta de conocimientos del profesorado, una escasa motivación y confianza en el uso de dichas tecnologías, una formación inadecuada, la ausencia o escasa calidad de infraestructura para las TIC y otras cuestiones relacionadas con los sistemas educativos tradicionales. El informe concluye que, para asegurar unas soluciones políticas realistas e integrales, es necesario identificar y comprender todos los factores que impiden que el profesorado las integre de manera plena en su práctica docente.



Tal como indica el gráfico 2.4, el uso de las TIC para la enseñanza de las matemáticas es obligatorio o recomendado en prácticamente todos países. Esta exigencia puede variar desde instrucciones muy específicas a simples pautas generales. Por ejemplo, en Chipre se recomienda utilizar aplicaciones informáticas para distintos temas de matemáticas, y las TIC para la investigación en geometría, para el razonamiento estadístico y para la recogida de datos. En Malta, los alumnos de secundaria deberían utilizar hojas de cálculo y programas informáticos relacionados con los sistemas algebraicos, los lenguajes de programación y la geometría dinámica. En Eslovenia se recomienda el uso de varios instrumentos TIC para el desarrollo de conceptos matemáticos, para la investigación y la creación de modelos, la práctica de procedimientos rutinarios, la presentación de resultados y la evaluación. En Portugal se sugiere el uso de las TIC en todas las materias, incluidas las matemáticas y en todos los niveles educativos ⁽¹⁴⁾, y se proporcionan recursos digitales para apoyar el trabajo del profesorado a través del “Portal Escolar” ⁽¹⁵⁾. Portugal también ha puesto en marcha un programa llamado “Habilidades TIC”, que consiste en un sistema de formación permanente en las TIC para todo el profesorado. En Suecia, el uso de las TIC es un objetivo para los alumnos, quienes deberían desarrollar su “capacidad para explotar las posibilidades que ofrecen las calculadoras y los ordenadores”. Sin embargo, no existe normativa referente a métodos de enseñanza específicamente relacionados con las TIC ⁽¹⁶⁾.

(16) Agencia Nacional Sueca de Educación, <http://www.skolverket.se/sb/d/2386/a/16138/func/kursplan/id/3873/titeld/MA1010%20-%20Matematik> (en sueco).

Un reducido número de países mencionan el aprendizaje digital como ejemplo de buenas prácticas. En la República Checa, se fomenta el aprendizaje digital a través del proyecto *Talnet* ⁽¹⁷⁾ como un nuevo método para la “hora de estudio” de los alumnos con altas capacidades. En Italia, un programa de aprendizaje digital llamado *SOS Studenti* proporciona un entorno de aprendizaje en línea especialmente diseñado para ayudar a los alumnos con bajo rendimiento. En Polonia el ministerio respalda desde hace años el uso de versiones electrónicas de los libros de texto de matemáticas. En Liechtenstein existen herramientas de formación en línea para alumnos y profesores ⁽¹⁸⁾.

Los datos de las evaluaciones internacionales ofrecen alguna información sobre la disponibilidad de ordenadores y su frecuencia de uso. Según TIMSS, aproximadamente un 57% de los alumnos de cuarto curso y un 46% de los de octavo tienen acceso a ordenadores durante sus clases de matemáticas. Sin embargo, no se observa una distribución uniforme de dichos recursos en todos los países, pudiendo variar desde casi un 95% en Dinamarca en cuarto curso a solo un 10% en Chipre en octavo (Mullis *et al.*, 2008).

El número de ordenadores disponibles en distintos países europeos es muy variado, al igual que el grado de detalle de las directrices o recomendaciones respecto a su uso.

En **Estonia**, el Currículo Nacional para las Escuelas Básicas establece los resultados del aprendizaje específicos respecto al uso de las TIC: en la primera etapa de la educación (cursos 1º a 3º), los alumnos deberían aprender a utilizar instrumentos de aprendizaje digital (fichas de trabajo, programas educativos, etc.); en la segunda etapa (cursos 4º a 6º), los alumnos deberían ser capaces de usar las TIC para cálculos numéricos y para comprobar los cálculos que se hacen sobre el papel. En esta segunda etapa también deberían emplear habilidades de estudio adecuadas y ser capaces de encontrar la ayuda necesaria y los recursos de datos adecuados, escogiendo entre diversas fuentes de información.

En **Letonia**, el currículo también establece una serie de objetivos específicos relativos al uso de las TIC: en primaria, los alumnos deberían saber cómo utilizar el ordenador para conseguir información; al finalizar la educación secundaria, los alumnos tendrían que ser capaces de manejar calculadoras u ordenadores para procesar información. Sin embargo, los profesores conservan su autonomía a la hora de decidir cómo y en qué medida utilizar las tecnologías de la información.

En **España** los medios tecnológicos se consideran herramientas esenciales para enseñar, aprender y practicar las matemáticas y se afirma que su uso cotidiano en el mundo laboral ha de verse reflejado en el aula. Hay una sección del currículo nacional que incorpora el uso de las TIC: “La competencia en el tratamiento de la información y la competencia digital”. Su finalidad es proporcionar a los alumnos una serie de destrezas, como la comparación o la aproximación, e iniciarles en el uso del lenguaje gráfico y estadístico. En enseñanza secundaria inferior, los alumnos también utilizan hojas de cálculo, y dicha actividad conduce a la “formulación de preguntas, comprensión de ideas y elaboración de informes”. También se utilizan en este nivel programas interactivos de geometría, que permiten el análisis de propiedades, la exploración de relaciones, y la formulación y validación de hipótesis.

Cuatro países comentaron la existencia de directrices para el profesorado a la hora de emplear las TIC en el aula:

En **Islandia** se anima a los profesores a trabajar con las presentaciones visuales, mediante el uso de vídeos, calculadoras y programas de ordenador para explicar conceptos matemáticos y ayudar a los alumnos a expresar sus puntos de vista de forma visual. En **Italia** y **España** recientemente se ha promocionado el uso de libros interactivos multimedia (LIM) para pizarras digitales, lo que ha desembocado en el desarrollo de una estrategia nacional para apoyar el uso de las TIC en el aula. En **Francia**, el uso de programas de ordenador (por ejemplo, para geometría interactiva) se recomienda al menos para el profesorado de matemáticas y también para los alumnos.

⁽¹⁷⁾ http://www.talnet.cz/talnet_new/ukazky-z-kurzu

⁽¹⁸⁾ Disponible en www.schultraining.li y en www.lernareal.ch

El estudio TIMSS 2007 proporciona información más detallada sobre el uso de los ordenadores. Incluso en aquellos lugares con una gran disponibilidad de equipos, su uso era relativamente infrecuente en las clases de matemáticas. Por ejemplo, en Lituania, donde, según los profesores, el 73% de los alumnos de octavo curso tenían acceso a ordenadores para el aprendizaje de las matemáticas, solo un 5% de ellos los utilizaban para procesar y analizar datos en la mitad o más de la mitad de sus clases (Mullis *et al.* 2008, p. 301). En general, el uso de ordenadores en todas sus posibles aplicaciones (descubrir principios y conceptos, practicar destrezas y procedimientos, buscar ideas e información, y procesar y analizar datos) muestra cifras inferiores a un 10% de los alumnos tanto de cuarto como de octavo en casi todos los países. La excepción fueron los Países Bajos (30%) y el Reino Unido (Inglaterra 10% y Escocia un 20%), donde los profesores de cuarto curso informaron de un uso más frecuente de los ordenadores para practicar destrezas y procedimientos.

Así pues, los datos sugieren que, aunque se dispone de ordenadores, su uso no está muy extendido en las clases de matemáticas. Esto sucede tanto en países donde el currículo nacional menciona específicamente el uso del ordenador para la enseñanza de esta asignatura como en aquellos en los que su utilización no es obligatoria ni recomendada. El informe elaborado en 2011 por Eurydice “Cifras clave sobre el uso de las TIC para el aprendizaje y la innovación en los centros escolares de Europa 2011” llega a unas conclusiones similares. En él se indica que se alienta al profesorado a utilizar una gran variedad de equipamiento y programas TIC en el aula, ya sea mediante recomendaciones a nivel central, sugerencias o materiales de apoyo –y esto sucede en prácticamente todos los países europeos en todas las materias troncales del currículo, incluidas las matemáticas. Sin embargo, en lo que respecta al uso real de las TIC en el aula, la evidencia indica que el profesorado hace un uso muy limitado de dichos recursos y que aún persiste una gran brecha para su total implantación.

El uso de calculadoras

Actualmente existe un debate acerca de si las calculadoras mejoran u obstaculizan el rendimiento de los alumnos en matemáticas. La mayoría de los estudios concluyen que pueden resultar útiles, pero solo en algunas actividades específicas. Hattie (2009) encontró un efecto positivo, aunque débil, del uso de las calculadoras sobre el rendimiento en matemáticas. No obstante, según su estudio, su utilidad se limitaba a determinadas situaciones:

- cuando se usaban para calcular, hacer actividades mecánicas o para efectuar comprobaciones;
- cuando reducían la “carga” cognitiva de los alumnos, de manera que estos podían prestar atención a otros conceptos de naturaleza más matemática; y
- cuando se utilizaban para un fin pedagógico para el que constituían un elemento importante del proceso de enseñanza y aprendizaje.

En su metaanálisis de 79 estudios, Hembree y Dessart (1986) también descubrieron que el uso de calculadoras, simultáneamente con otros métodos pedagógicos tradicionales, mejoraba las destrezas del alumnado para realizar ejercicios y resolver problemas matemáticos, en todos los niveles excepto en 4º curso. Los autores afirman que en cuarto el uso de calculadoras “parece frenar el desarrollo de las competencias básicas en los alumnos con rendimiento medio”. Del mismo modo, Ellington (2003), en otro metaanálisis de 54 estudios, descubrió que el uso de calculadoras mejoraba las habilidades de cálculo y resolución de problemas de los alumnos cuando se utilizaban tanto para la enseñanza como para la evaluación, y no solo durante el proceso de enseñanza.

El currículo de prácticamente todos los países europeos, a excepción de Bélgica (Comunidad germanófona) y Rumanía, prescribe, recomienda o apoya el uso de calculadoras en la enseñanza de las matemáticas. Algunos países, sin embargo, mencionan ciertas limitaciones.

En **Liechtenstein** se recomienda que, para asegurar el desarrollo de destrezas básicas como el cálculo mental y las técnicas escritas de aritmética, los alumnos no deberían utilizar calculadoras hasta secundaria. En **Irlanda** se les permite usarlas a partir de los diez años aproximadamente, edad en que ya deberían dominar los conceptos básicos de la aritmética y la capacidad para usarlos. En el **Reino Unido (Escocia)** y en **España** se considera que las calculadoras son adecuadas para la resolución de problemas, pero no han de utilizarse con la intención de remplazar el desarrollo de destrezas básicas. En **Alemania** y en los **Países Bajos** existen directrices respecto al uso de las calculadoras solo en secundaria. En **Chipre**, por el contrario, solo se recomienda utilizarlas en primaria.

En el capítulo 3 se ofrece información detallada sobre el uso de las calculadoras para la evaluación, en comparación con su uso en el aula al que se hace referencia en este apartado.

Según los resultados de TIMSS, algo más de la mitad de los profesores (53%) de cuarto curso informaron de que *no se permitía* el uso de calculadoras en las clases de matemáticas. No obstante, pueden apreciarse grandes diferencias entre países. Entre los que restringían el uso de la calculadora figuran Italia, Letonia, Hungría, Austria y Eslovenia, donde aproximadamente al 85% o más de los alumnos de cuarto curso *no se les permitía* utilizarlas. Por el contrario, en Dinamarca, Suecia, el Reino Unido (Inglaterra y Escocia) y Noruega, *se permitía* a cerca del 85% o más del alumnado usarlas (Mullis *et al.* 2008, p. 298). Por lo general, incluso en aquellos países donde se admitía el uso de calculadoras de manera generalizada, el profesorado rara vez afirmaba utilizarlas con frecuencia (es decir, en la mitad o más de la mitad de las clases). El porcentaje más alto indicado para el uso frecuente de calculadoras aparece en Dinamarca, donde los profesores informaron de que más del 23% de los alumnos recurrían a las calculadoras en la mitad o más de la mitad de sus clases para resolver problemas complejos. Otros países europeos informaron de porcentajes de alrededor del 10% o menos.

La situación era muy diferente en octavo curso, donde la mayoría de los alumnos tenían permiso para utilizar calculadoras y se servían de ellas con bastante frecuencia. En octavo, según la media de los países participantes de la UE, el 87% de los alumnos podían utilizar calculadoras, con unas cifras que oscilaban entre el 30% de Chipre y el 100% de Malta y Suecia. Según la media de la UE, se usaban calculadoras aproximadamente en la mitad o más de las de las clases para resolver problemas complejos (43%), para hacer cálculos rutinarios (33%) y para comprobar respuestas (28%).

2.4. Asignación de tareas para casa

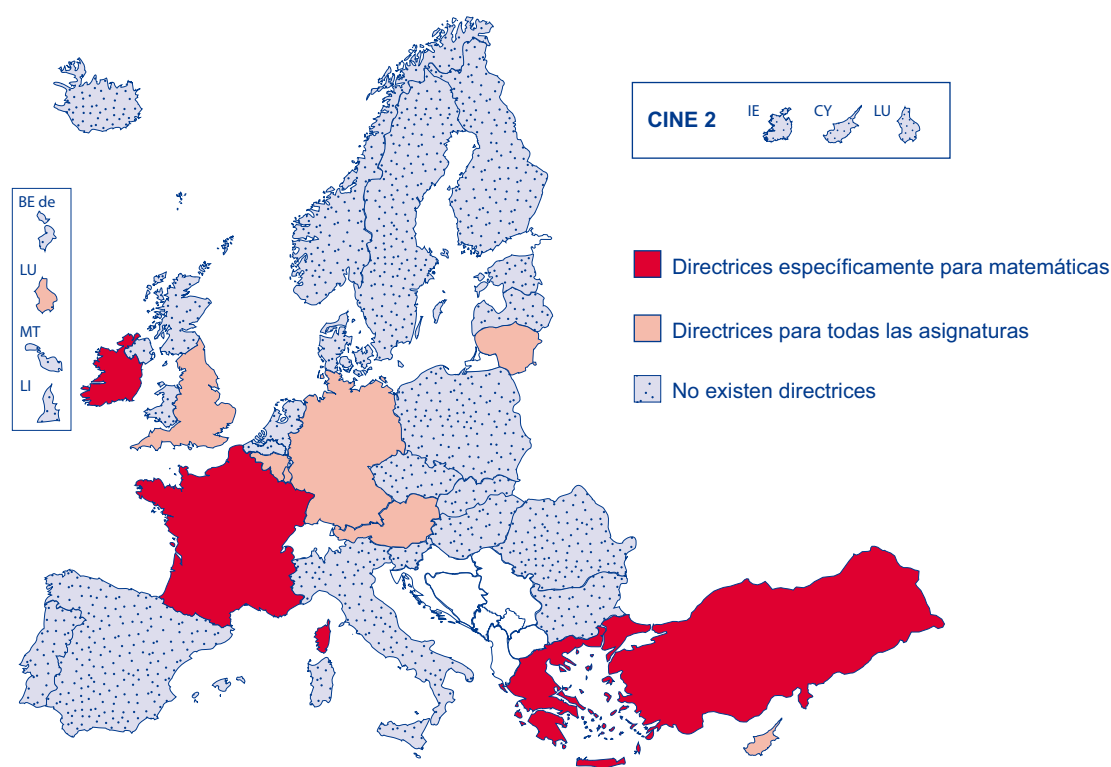
Un número considerable de estudios han analizado la correlación entre las tareas que los alumnos hacen en casa y el rendimiento escolar. Entre los diversos aspectos investigados en este ámbito cabe mencionar la cantidad de deberes que se mandan y que efectivamente se completan, así como el tiempo que los alumnos dedican a realizar dichas tareas (Marzano y Pickering, 2007).

Según las conclusiones de Hattie (2009, p. 234), los deberes tienen un efecto en general positivo sobre el aprendizaje “aunque es necesario considerar una serie de variables”. El autor cita estudios de Cooper (1989) que demuestran que se aprecia un impacto más significativo en alumnos de etapas superiores de la educación, en comparación con las etapas iniciales, y mayor en unas asignaturas que en otras, siendo las matemáticas el área en la que los deberes parecen tener un menor impacto. Cooper también descubrió que los efectos positivos de los deberes se relacionan con la duración de la tarea y que, por lo general, cuanto más breve sea esta, mejor. En este sentido, Trautwein *et al.* (2002) concluyen que hacer deberes de matemáticas de forma frecuente tiene un efecto positivo, pero no así cuando el tiempo de dedicación que exigen las tareas es muy largo. No obstante, el panorama general que ofrece la investigación respecto a la eficacia de las tareas para casa dista mucho de ser sencillo. La conclusión de Hattie es que “cuando los deberes producen mejores efectos,

independientemente de la asignatura, es cuando se refieren a aprendizajes memorísticos, prácticas o ensayos sobre el contenido de la materia” (p. 235).

En la mayoría de los países, las Administraciones educativas centrales no incluyen en los documentos oficiales directrices sobre deberes de matemáticas para los alumnos de primaria y secundaria (gráfico 2.5). Normalmente, la política referente a las tareas para casa se deja a decisión de los centros educativos y del profesorado. Probablemente este sea el enfoque más sensato, teniendo en cuenta los escasos resultados positivos de las investigaciones respecto a la correlación entre un mayor énfasis en las tareas para casa y el rendimiento en matemáticas. Sin embargo, esta falta de directrices deja a los profesores un amplio margen para mandar a los alumnos una gran cantidad de deberes, por lo que quizá sería más necesario que se dieran pautas que *limitaran* la cantidad de tareas para casa.

◆◆◆ Gráfico 2.5: Directrices a nivel central sobre la asignación de deberes de matemáticas, CINE 1 y 2, 2010/11



Fuente: Eurydice.



En la mayoría de los países en los que la administración proporciona directrices, estas suelen ser de naturaleza general y se aplican a todas las materias. Las excepciones son Irlanda (educación primaria), Francia (secundaria inferior), Grecia y Turquía, donde sí existen normas específicas para las clases de matemáticas.

En **Irlanda**, en educación primaria los deberes se conciben como un ejercicio de refuerzo que brinda la oportunidad de ampliar las experiencias que se inician en el aula. Por ejemplo, cuando se trabaja el tema de las medidas de capacidad, puede pedirse a los alumnos que hallen el área de una habitación de su casa. Se considera que los deberes ayudan a los alumnos a desarrollar sus destrezas organizativas y la habilidad para trabajar de manera autónoma. Los deberes también constituyen un vínculo entre el hogar y la escuela. Los documentos curriculares también hacen

hincapié en la importancia de informar a los padres sobre la terminología correcta y la metodología empleada por los niños en matemáticas. Al hacer esto, se anima a los profesores a crear tareas para casa que sean realistas, prácticas y relevantes. También se urge a los profesores a poner otro tipo de actividades como deberes, como, por ejemplo, realizar investigaciones en las bibliotecas municipales o practicar las mediciones cocinando.

En **Francia**, en el nivel de secundaria inferior, los deberes de matemáticas son obligatorios y los profesores han de recogerlos y corregirlos con regularidad.

En **Grecia**, la normativa oficial del Ministerio de Educación indica que los deberes han de cumplir con los contenidos de los libros de texto utilizados en el centro y complementarlos; no han de ser intensivos; y solo requerir la mínima ayuda posible de los padres o de cualquier otra persona.

En **Turquía**, según la normativa curricular, las tareas para casa deberían asignarse según la motivación de los alumnos; la finalidad de las tareas para evaluar rendimiento (por ejemplo, los proyectos de investigación) debería ser comprobar la capacidad del pensamiento crítico de los alumnos, de resolución de problemas, comprensión lectora, creatividad y capacidad investigadora; algunos deberes deberían ser adecuados para la evaluación entre iguales; y, por último, los deberes podrían diseñarse para contribuir al portafolio del alumno.

La mayoría de los países están de acuerdo en que la finalidad de los deberes debería ser consolidar el aprendizaje y que estos han de adecuarse al nivel de los alumnos. Chipre afirma que los deberes tendrían que ser interesantes y no meramente repetitivos. En la Comunidad francesa de Bélgica, según la Circular Ministerial de 13 de Mayo de 2002, que regula las tareas para casa durante la educación primaria, los deberes han de adaptarse al nivel de competencias y al ritmo de estudio de cada alumno, y el tiempo necesario para completarlos debería situarse entre 20 y 30 minutos ⁽¹⁹⁾.

Es habitual que las políticas sobre tareas para casa se vinculen también a la implicación de las familias en el proceso de aprendizaje. En el Reino Unido (Escocia), se conciben los deberes como una tarea que puede contribuir a reforzar la interacción entre padres e hijos. Sin embargo, las Administraciones educativas de Chipre estipulan que los deberes deberían hacerse sin la ayuda de los padres. En Francia se prohíben los deberes para alumnos de primaria, aunque, en la práctica, si los padres insisten, los profesores suelen mandarlos.

Otro asunto relevante es el tiempo que los alumnos dedican a los deberes. Recientes informes nacionales elaborados en Rumanía pusieron de manifiesto que uno de los factores que inciden negativamente en la motivación de los alumnos hacia el aprendizaje de las matemáticas era el exceso de tiempo empleado haciendo tareas en casa. De hecho, en comparación con otros países, los alumnos de Rumanía figuran entre los que más tiempo dedican a dicha labor (véanse los resultados de TIMSS a continuación). En consecuencia, las administraciones centrales y regionales han dictado recomendaciones para restringir el tiempo de deberes a entre 30-45 minutos, lo que aún resulta relativamente alto en comparación con otros países.

El estudio TIMSS (Mullis *et al.* 2008, pp. 302-307) contiene información sobre la importancia que los profesores conceden a los deberes de matemáticas. Dichos datos se han deducido de las respuestas del profesorado a dos preguntas sobre la frecuencia con que asignan deberes en esta asignatura y sobre la duración estimada de los mismos. Con estas respuestas se calculó un Índice de Importancia de los Deberes de Matemáticas (EMH) para el profesorado, agrupando las preguntas en tres categorías. Los alumnos situados en la categoría de “muchos deberes” tenían profesores que afirmaban mandarles una cantidad relativamente alta de deberes (más de 30 minutos) y de manera frecuente (en aproximadamente la mitad o más de las clases). Por el contrario, los alumnos que

⁽¹⁹⁾ http://www.gallilex.cfwb.be/document/pdf/21557_007.pdf

se situaban en la categoría de “pocos deberes” tenían profesores que les mandaban tareas cortas (de menos de 30 minutos) y de forma relativamente poco frecuente (en aproximadamente la mitad de las clases o menos). La categoría “cantidad media de deberes” incluía todas las otras posibles combinaciones de respuesta.

En cuarto curso, según la media de los países participantes en la UE, las tareas para casa no eran una práctica muy extendida. El profesorado de solo el 13% de los alumnos hacía mucho hincapié en los deberes de matemáticas, mientras que los profesores del 41% de los alumnos solo les mandaban tareas muy breves, y con relativamente poca frecuencia, o no les mandaban nunca deberes. Dependiendo de los países se insiste más o menos en que los alumnos hagan tareas en casa. En Italia es donde se aprecia un mayor interés: los profesores del 35% de los alumnos de cuarto indicaron que mandaban actividades relativamente largas y con bastante frecuencia. Por el contrario, en la República Checa, los Países Bajos, Suecia, el Reino Unido (Inglaterra y Escocia) muestran el porcentaje más alto de alumnos (más del 75%) con profesores que insistían poco en los deberes de matemáticas. En los Países Bajos y en el Reino Unido (Inglaterra) este escaso énfasis puede ser un reflejo de políticas nacionales o locales que restringen los deberes para este grupo de edad.

Los profesores de octavo insisten más en las tareas para casa. El promedio de los países europeos indica que el profesorado de más de un tercio de los alumnos (37%) manda deberes relativamente largos y con cierta frecuencia. Sin embargo, se observan grandes diferencias entre países. En Italia y Rumanía, por ejemplo, un porcentaje excepcionalmente alto de alumnos (70%) recibía una gran cantidad de deberes. Por el contrario, el profesorado de más del 50% de los alumnos les asignaba tareas breves y con poca frecuencia en la República Checa (77%), Suecia (63%) y el Reino Unido (Inglaterra, 59% y Escocia, 55%) (Mullis *et al.* 2008, p. 305).

Los resultados de PISA 2003 muestran que en Europa se asigna a los alumnos de 15 años entre 3,7 (Finlandia) y 10,5 horas (Italia) de deberes semanales, que, en el caso de las matemáticas, oscila entre 1,3 horas (Suecia) y 4,1 horas (Polonia) a la semana (véase OCDE, 2003, tabla A.5, p. 152).

La relación entre deberes y rendimiento escolar parece depender del nivel educativo. Los resultados de TIMSS revelan que, en cuarto curso, no existe relación entre la cantidad de deberes que se mandan y el rendimiento de los alumnos ⁽²⁰⁾, mientras que en octavo se observa una correlación positiva en varios países. La explicación a este fenómeno puede encontrarse en los diferentes objetivos que cumplen los deberes. Por ejemplo, puede concederse mucha importancia a los deberes para alumnos de alto rendimiento, puesto que permite exigirles más y hacer que el aprendizaje represente un reto para ellos. Sin embargo, a veces también se les asignan tareas para casa a los alumnos con bajo rendimiento para que tengan la oportunidad de practicar más y consolidar conocimientos. Así pues, puede asociarse una cantidad semejante de deberes con distintos niveles de rendimiento, lo cual impide establecer una correlación directa entre el total de tareas que se mandan y el rendimiento de los alumnos.

Por el contrario, en octavo curso, en los países de la UE participantes, de media no se aprecia correlación alguna entre la importancia que los profesores otorgan a los deberes y el rendimiento de los alumnos. Las puntuaciones medias obtenidas por los alumnos europeos en cada categoría de deberes fueron bastante semejantes (492, 493 y 493 puntos de la escala, respectivamente) y la correlación no fue significativa ⁽²¹⁾. Sin embargo, en la República Checa, Hungría, Malta,

⁽²⁰⁾ Cálculos de Eurydice. La correlación entre el Índice de Importancia de los Deberes de Matemáticas para el profesorado (EMH) y el rendimiento de los alumnos fue muy baja y no significativa en todos los países de la UE participantes, excepto en Letonia (donde ningún profesor mandaba muchos deberes).

⁽²¹⁾ Cálculos de Eurydice: correlación entre el Índice de Importancia de los Deberes de Matemáticas para el profesorado (EMH) y el rendimiento de los alumnos en esta asignatura.

Rumanía, Eslovenia y el Reino Unido (Inglaterra y Escocia), una mayor cantidad de deberes sí se asocia a niveles de rendimiento más altos. Por ejemplo, en el Reino Unido (Inglaterra), el 18% de los alumnos cuyos profesores les asignaban tareas comparativamente largas de manera frecuente obtuvieron una puntuación media de 552 puntos en matemáticas, el 23% de los que se encontraban en la categoría intermedia alcanzaron los 520 puntos y el 59% de los alumnos cuyos profesores les ponían pocos deberes por término medio obtuvieron 499 puntos (Mullis *et al.* 2008, p. 304).

En el caso de los alumnos de mayor edad, los resultados de PISA 2003 revelaron, además, unos patrones bastante interesantes. Según el informe, existía una correlación positiva entre el número *total* de horas dedicadas a deberes en todos los países participantes y el rendimiento de los alumnos (es decir, cuantos más deberes se asignaban en general, mayor era el número de alumnos con buenos resultados en matemáticas). Por el contrario, se observó una correlación negativa general entre las horas dedicadas a deberes de *matemáticas* y los buenos resultados: cuantos más deberes de matemáticas hacían los alumnos, más bajo era su rendimiento en la asignatura. Por regla general, los alumnos con buen rendimiento hacen más deberes, pero hacen menos de matemáticas. El informe PISA sugería que este fenómeno puede estar relacionado con la naturaleza de la materia, es decir, es posible que los alumnos más capacitados aprendan matemáticas fundamentalmente en el aula o que terminen los deberes ordinarios en menos tiempo, mientras que los alumnos menos capacitados posiblemente tengan que hacer un mayor esfuerzo y, por lo tanto, podrían necesitar hacer más deberes de matemáticas (OCDE, 2010). Lamentablemente, dado que el informe PISA no analizó ni la naturaleza de los deberes, ni cómo se realiza su supervisión o seguimiento, no fue posible ofrecer una explicación más profunda para esta cuestión.

2.5. Estudios e informes nacionales que avalen políticas basadas en la evidencia sobre métodos didácticos de las matemáticas

La recogida, análisis y difusión de datos sobre la enseñanza de las matemáticas es una fuente de información muy relevante para el diseño de políticas educativas y para contribuir a la mejora de la práctica docente. También es un indicador del grado de implementación de las políticas existentes y de si éstas se basan o no en la evidencia procedente de las mejores prácticas educativas.

Muchos países europeos no disponen de ningún organismo a nivel nacional para llevar a cabo este tipo de informes periódicamente. En otros, dichas actividades las asumen institutos pedagógicos o de investigación educativa establecidos por los Ministerios de Educación, en unos casos, o que trabajan en estrecha colaboración con ellos, en otros. Dichos organismos normalmente se encargan de elaborar estadísticas, hacer un seguimiento de los avances del sistema educativo y analizar e interpretar tendencias. Para realizar su trabajo, normalmente tienen en cuenta los resultados tanto de las evaluaciones nacionales como de los estudios internacionales sobre los resultados del aprendizaje del alumnado.

En **Austria**, el Instituto Federal de Investigación Educativa, Innovación y Desarrollo del Sistema Escolar (BIFIE) integra a diversos centros que se encargan de evaluar y proporcionar asesoramiento sobre la implantación de la reforma del currículo, de preparar instrumentos de evaluación, de elaborar informes periódicos sobre los resultados de la investigación educativa a nivel nacional y de diseñar proyectos piloto innovadores.

En **Suecia**, un centro nacional para la enseñanza de las matemáticas, situado en la Universidad de Goteborg ⁽²²⁾, se encarga de realizar estudios para el Ministerio de Educación e Investigación y coopera con otros centros asociados y

⁽²²⁾ www.ncm.gu.se/english

agentes educativos tanto nacionales como internacionales. La labor de este organismo se centra en distintos ámbitos de la enseñanza de las matemáticas, incluyendo la publicación de textos para la formación inicial y permanente del profesorado, la organización de conferencias y el apoyo a municipios y centros escolares. También disponen de una biblioteca de referencia nacional y de un “Laboratorio de Matemáticas” para actividades prácticas.

En el **Reino Unido (Escocia)**, además de la unidad estadística que supervisa la recogida de datos para las pruebas nacionales de matemáticas, existe también la Autoridad Escocesa de Cualificaciones (SQA), que recoge datos sobre cualificaciones nacionales para todas las asignaturas, incluidas las matemáticas, y proporciona un análisis en profundidad tras sintetizar la información. Otro organismo gubernamental es Aprendizaje y Enseñanza Escocia (LTS), que recopila datos de estudios sobre todas las áreas del currículo, tanto a nivel nacional como internacional.

Algunos otros países –Bélgica (Comunidad francesa), Dinamarca, Alemania y Finlandia– cuentan con estudios y análisis proporcionados por universidades y otros organismos de investigación independientes.

La Escuela **Danesa** de Educación (Universidad de Aarhus) es una escuela universitaria de postgrado que lleva a cabo investigaciones en el ámbito educativo. En **Alemania**, el “Sindicato de Matemáticos” ⁽²³⁾ lleva a cabo investigaciones, desarrolla proyectos y organiza conferencias para difundir los resultados de dichas investigaciones en el campo de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En el caso de **Finlandia**, si bien no existe una estructura oficial para recopilar información sobre la enseñanza de las matemáticas, sí hay muchas asociaciones que desarrollan y comparten los últimos hallazgos en investigación y los datos relacionados con esta asignatura.

Entre otros temas, estos organismos también informan de los métodos didácticos que utiliza el profesorado y de actividades para usar en las clases de matemáticas. Aproximadamente la mitad de los países europeos indicaron que realizaban este tipo de estudios o informes a nivel nacional y que hacían uso de sus resultados.

Una serie de países (Comunidad flamenca de Bélgica, Austria, España, Letonia, Malta, Noruega y el Reino Unido –Escocia–) indicaron que elaboraban estudios para analizar los métodos y actividades que eligen los profesores. Malta y Noruega mencionaron específicamente que utilizaban el TIMSS para recabar dicha información. Noruega también ha utilizado información de la encuesta SITES 2006 para el desarrollo de políticas educativas ⁽²⁴⁾. En España, la publicación periódica de indicadores de la educación proporciona datos sobre los métodos de enseñanza utilizados con más frecuencia, según lo que indican los profesores en los cuestionarios de evaluación nacional de la educación primaria y secundaria ⁽²⁵⁾. En la Comunidad flamenca de Bélgica, entre los estudios (*Periodieke Peilingen*) (ver capítulo 4) se pueden encontrar investigaciones sobre el vínculo entre métodos didácticos y diferencias en los resultados del aprendizaje (véase el capítulo 4).

Algunos países (Bélgica –Comunidad francesa–, la República Checa, Bulgaria, Francia, Malta, Rumanía, Eslovaquia y el Reino Unido –Inglaterra, Gales e Irlanda del Norte–) también recurren a visitas de inspección a los centros escolares para recabar información sobre los métodos de enseñanza que se aplican. A menudo se analizan y discuten estos métodos, y los profesores reciben asesoramiento durante dichas visitas de inspección. La información obtenida posteriormente se difunde a través de informes a nivel regional o nacional.

⁽²³⁾ <https://www.dmv.mathematik.de/>

⁽²⁴⁾ <http://www.sites2006.net/exponent/index.php?section=29>

⁽²⁵⁾ <http://www.institutodeevaluacion.mec.es/dctm/ievaluacion/indicadores-educativos/ind2009.pdf?documentId=0901e72b80110e63>

de los estudios internacionales indican que, en la práctica, se están manejando un gran número de enfoques pedagógicos. Sin embargo, para que los profesores sean capaces de proporcionar esta flexibilidad metodológica y de seleccionar el enfoque o el método más apropiado en cada momento, es esencial el acceso a una formación permanente eficaz (capítulo 6).

Pese a la variedad de métodos didácticos que se utilizan en la actualidad, existe una clara preferencia por algunos de ellos. El aprendizaje basado en problemas, la exploración y la investigación son los más frecuentes en varios países, al igual que el uso de contextos de la vida real para hacer que las matemáticas sean más relevantes a la propia experiencia de los alumnos. Uno de los métodos de uso común, según los resultados tanto de TIMSS como de PISA, pero menos frecuente en la normativa a nivel central, son las estrategias de memorización.

Las administraciones centrales suelen intervenir en menor medida en la organización de las clases de matemáticas (por ejemplo, en los agrupamientos homogéneos, flexibles o de otra índole), aunque dos tercios de los países afirman disponer de algún tipo de normativa a nivel central al respecto. La forma más habitual de agrupamiento es la separación de los alumnos por nivel de capacidad. Los datos de TIMSS sugieren que es mucho más común que los alumnos trabajen de forma individual que en pequeños grupos. Según los resultados del estudio, por término medio, el 78% de los alumnos de cuarto curso y el 70% de los de octavo trabajan individualmente en más de la mitad de las clases, en comparación con el 38% y el 23% respectivamente que lo hacen en grupos reducidos.

El uso de las TIC en las clases de matemáticas es obligatorio en la mayoría de los países. Los resultados de la investigación muestran que recurrir a las TIC puede influir positivamente en ciertos contextos, lo cual sugiere que la normativa debería ser más específica si se pretende obtener buenos resultados o, al igual que sucede con los distintos métodos didácticos, debería tenerse más en consideración la experiencia del profesorado a la hora de escoger el uso más apropiado de las TIC. También como en el caso de la selección de enfoques pedagógicos, esto requiere una formación del profesorado generalizada. Los datos de TIMSS muestran que el acceso a las TIC en los países europeos es muy variable –entre un 22% y un 95% de los alumnos de cuarto curso, y entre un 11% y un 81% de los alumnos de octavo. Sin embargo, en la práctica, los ordenadores rara vez se usan en las clases de matemáticas.

La investigación sobre la asignación de tareas para casa y los resultados de los estudios internacionales en este ámbito sugieren que los deberes pueden tener unos beneficios positivos limitados, especialmente con los alumnos más jóvenes y de manera especial en matemáticas, en comparación con otras materias. Muchos países de Europa no ofrecen orientaciones a nivel central sobre el uso de los deberes, aunque algunos sí que aportan algunas directrices sobre la duración más aconsejable de dichas tareas. Basándose en las evidencias científicas, parece más apropiado restringir la cantidad de tiempo y el tipo de tareas que se mandan para casa, dado que las investigaciones sugieren que cuando los deberes resultan más útiles es cuando se emplean para practicar destrezas.

Aproximadamente la mitad de los países europeos realizan un seguimiento periódico de la utilización y eficacia de distintos métodos didácticos. Dicho control se lleva a cabo mediante una combinación de análisis de resultados de evaluaciones y de procedimientos de inspección.

CAPÍTULO 3: LA EVALUACION EN MATEMÁTICAS

Introducción

La evaluación del alumnado es un instrumento esencial para el seguimiento y la mejora del proceso de enseñanza y aprendizaje. Ha quedado demostrado que un uso eficaz de la evaluación beneficia a todos los alumnos, incluso a los que tienen un rendimiento más bajo. La evaluación del alumnado se realiza de muy diversas formas en toda Europa y se emplean distintos enfoques e instrumentos. La evaluación puede ser interna o externa, formativa o sumativa, y sus resultados servir para múltiples fines (EACEA/Eurydice, 2009; OCDE, 2011).

Sin embargo, la investigación pone de manifiesto que, con demasiada frecuencia, la evaluación se utiliza para calificar a los alumnos y, en menor medida, para mejorar su rendimiento. La mejora de los conocimientos y las destrezas requiere un uso más extensivo de diferentes formas de evaluación, así como también proporcionar a los alumnos información al respecto, permitiéndoles identificar y abordar los problemas cuanto antes (Comisión Europea, 2008). Los profesores juegan un papel esencial en la evaluación del alumnado y necesitan formación y asesoramiento para tratar estas cuestiones de manera eficaz.

En este capítulo se hace un repaso de las directrices y prácticas a nivel nacional relacionadas con la utilización de las diversas formas de evaluación, incluidas las pruebas nacionales de evaluación. También se analiza la presencia de las matemáticas en los exámenes de final de la educación secundaria superior. Al final del capítulo se hace una reflexión sobre el uso de los datos de las evaluaciones e informes nacionales para mejorar la calidad de la enseñanza y apoyar el desarrollo de nuevas políticas.

3.1. Mejorar el aprendizaje mediante modelos de evaluación variados e innovadores

Antes de considerar las directrices oficiales sobre evaluación en el área de matemáticas en los países europeos es conveniente revisar las tendencias en la evaluación de esta materia en los centros educativos, a la luz de los datos que ofrecen los estudios internacionales. Tanto TIMSS 2007 como PISA 2003 incluían algunas preguntas para el profesorado y para los directores de los centros respecto a sus prácticas habituales de evaluación.

Los datos de TIMSS 2007 (Mullis *et al.* 2008, pp. 309-310) indican que los profesores de octavo curso recurrían sobre todo a exámenes en el aula para hacer un seguimiento de la evolución de sus alumnos en matemáticas. El profesorado utilizaba estas pruebas de una forma u otra para evaluar a todos los alumnos. Por término medio, dentro de los países de la UE participantes, el profesorado del 64% de los alumnos encuestados afirmaba conceder mucha importancia a los exámenes realizados en clase, mientras que los profesores del 32% reconocían otorgarles bastante importancia. Otra de las formas habitualmente empleadas para controlar el progreso de los alumnos es el uso de la propia opinión profesional del profesorado. Según el informe, los profesores del 56% de los alumnos de octavo concedían gran importancia a su opinión profesional, y un 40% le daban bastante importancia.

El estudio TIMSS 2007 también preguntaba a los profesores de matemáticas de octavo con qué frecuencia efectuaban controles o exámenes a sus alumnos. Según los resultados, de media en la UE, el profesorado de aproximadamente la mitad de los alumnos de octavo (44%) hacían controles o exámenes de matemáticas más o menos una vez al mes. Cerca de un tercio de los alumnos (32%) tenían que hacer controles o exámenes de matemáticas cada dos semanas (o con mayor frecuencia). No obstante, en este aspecto existen importantes diferencias entre países. En la República Checa,

prácticamente todos los alumnos (97%) hacían exámenes al menos cada dos semanas. En Lituania, Hungría y Rumanía los profesores también indicaron que sus alumnos realizaban controles o exámenes (entre un 70% y un 75%) cada dos o más semanas. También había varios países, como Eslovenia, Suecia y el Reino Unido (Inglaterra y Escocia) en los que la mayoría de los alumnos solo hacía controles o exámenes de matemáticas unas cuantas veces al año.

Se pueden distinguir dos modelos generales de evaluación: aquella cuyos resultados se utilizan fundamentalmente para fines formativos, es decir, para mejorar en el futuro los procesos de enseñanza y aprendizaje; y aquella cuyo fin es sumativo, es decir, proporcionar evidencia del rendimiento de los alumnos durante un determinado período de estudio.

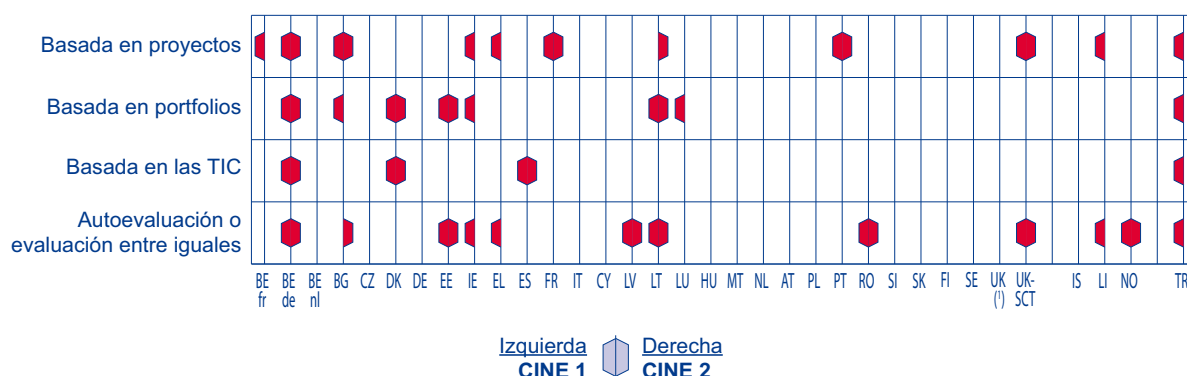
En 1998 Black y Wiliam publicaron un estudio sobre la evaluación formativa que tuvo gran impacto. Los autores afirmaban que la evaluación se convierte en formativa cuando la información que se obtiene se emplea para adaptar la enseñanza y el aprendizaje a las necesidades de los alumnos. El informe sintetizaba los resultados de un gran número de investigaciones y concluía que la evaluación formativa incrementa claramente los niveles de rendimiento, pero que su uso era, en muchos casos, mejorable. Asimismo, el estudio ofrecía información detallada sobre el tipo de estrategias que los profesores deberían adoptar con el fin de poner en práctica las mejoras. Este primer informe no estaba enfocado a ninguna asignatura en concreto, pero en 2007 Wiliam procedió a definir qué tipo de estrategias serían las más adecuadas para las clases de matemáticas. Al igual que en la primera publicación, el nuevo estudio se centró en diferentes maneras de proporcionar a los alumnos información crítica relevante tras la evaluación y de adaptar la práctica docente en el aula.

Más recientemente se han realizado estudios sobre la evaluación formativa y los requisitos necesarios para que funcione en el aula. El libro publicado por James Popham (2008) habla del concepto de “progresión del aprendizaje”, que requiere por parte del profesor una comprensión profunda de cómo tiene lugar el aprendizaje y de qué destrezas y conceptos son condición indispensable para que se produzca un determinado tipo de aprendizaje. Esto pone de manifiesto la dificultad a la hora de llevar a la práctica una evaluación formativa eficaz, tanto en matemáticas como en otras áreas, lo que requiere del profesorado, por una parte, un profundo dominio del contenido de la materia, de los métodos pedagógicos necesarios para transmitir dicho contenido y, por otra, de las diversas maneras de aprender que tienen los alumnos. Bennet (2011) amplía este concepto subrayando que la práctica eficaz de la evaluación formativa está vinculada a cada materia, es decir, que no es la misma para todas las asignaturas. Asimismo, afirma que una de las consecuencias más importantes de este aspecto es que “cuando un profesor posee un conocimiento limitado sobre un área cognitiva en concreto, tiene menos posibilidades de saber qué preguntas ha de hacer a los alumnos, qué tipo de información está buscando en lo que el alumno ejecuta, qué ha de inferir de las respuestas del alumno y qué medidas habrá de tomar posteriormente para adaptar sus actividades de enseñanza” (p. 15).

Bennet (2011) también insiste en otro asunto importante que habría que tener en cuenta: la interacción entre la evaluación formativa y la sumativa, o lo que el llama “la cuestión del sistema”. El autor señala (citando a Pellegrino *et al.*, 2001) que los distintos componentes de un sistema educativo han de ser coherentes si pretendemos que funcionen conjuntamente de forma eficaz. Dicha coherencia también afecta a la evaluación sumativa y formativa. Bennet sugiere que la naturaleza restrictiva de algunos tipos de evaluación sumativa limita la práctica en el aula y que esto limita a su vez el potencial de la evaluación formativa para traducirse en mejoras significativas en la práctica.

Los países europeos proporcionan directrices a nivel nacional sobre el uso de varios modelos de evaluación de matemáticas en el aula. El gráfico 3.1 detalla los distintos tipos de evaluación formativa que se recomiendan.

◆◆◆ Gráfico 3.1: Existencia de directrices nacionales sobre métodos de evaluación formativa en matemáticas, CINE 1 y 2, 2010/11



Fuente: Eurydice.

UK (¹) = UK-ENG/WLS/NIR



Las respuestas de los países sobre la existencia de directrices a nivel nacional respecto a la evaluación basada en proyectos, portafolios, el uso de las TIC, la autoevaluación o la evaluación entre iguales con fines formativos esboza un panorama bastante desigual. Estonia y Liechtenstein indican que sí existen pautas al respecto, pero no específicamente para matemáticas. En la mitad de los países no se ofrecen indicaciones para ninguno de los tipos de evaluación mencionados. De entre ellos, la República Checa y Finlandia indican que las administraciones educativas centrales se concentran en los resultados del aprendizaje en lugar de en los métodos, y en la Comunidad flamenca de Bélgica y en Suecia afirman que la elección de métodos de evaluación es competencia de cada profesor o centro escolar.

En el **Reino Unido (Inglaterra, Gales e Irlanda del Norte)** tampoco existen directrices a nivel nacional respecto a la evaluación formativa específicamente para el área de matemáticas. Sin embargo, en Gales y en Irlanda del Norte sí se ofrecen pautas respecto a la “evaluación del aprendizaje” en todas las áreas del currículo. En Inglaterra se proporcionan una serie de recomendaciones, de carácter no vinculante, para la evaluación formativa en matemáticas, pero el gobierno no establece o impone ningún enfoque específico para la evaluación formativa.

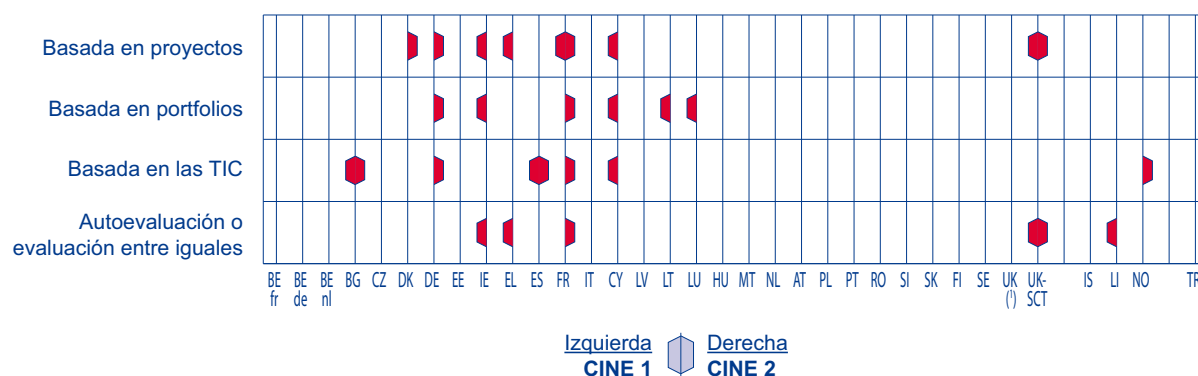
En el **Reino Unido (Escocia)**, en base a la experiencia adquirida gracias a la “evaluación para el aprendizaje”, se ha publicado normativa sobre evaluación para contribuir a la implantación del nuevo currículo (¹). En la actualidad se está desarrollando un portal sobre evaluación a nivel nacional en el que se muestran las buenas prácticas de evaluación en todas las materias del currículo, incluyendo ejemplos concretos de matemáticas. Esta página web servirá como escaparate a las actividades que realizan los centros para apoyar una enseñanza y un aprendizaje eficaces mediante procedimientos de evaluación bien planificados, y también permitirá a los profesores intercambiar experiencias a nivel nacional sobre cómo compatibilizar una enseñanza y un aprendizaje eficaz con unos procedimientos de evaluación variados.

Tal como muestra el gráfico 3.2, las directrices de las administraciones educativas para el uso sumativo de la evaluación basada en proyectos, portafolios, en las TIC, la autoevaluación o la evaluación entre iguales son incluso menos frecuentes que para fines formativos. Francia es la excepción, ya que los documentos sobre recursos (²) son muy explícitos y ofrecen numerosos ejemplos de todo tipo de evaluaciones –de diagnóstico, formativa, sumativa y autoevaluación.

(¹) <http://www.ltscotland.org.uk/buildingyourcurriculum/policycontext/btc/btc5.asp>

(²) Para el nivel CINE 1, véase <http://www.education.gouv.fr/cid48791/troisieme-note-synthese-sur-mise-oeuvre-reforme-enseignement-primaire.html>; para CINE 2, véase <http://igmaths.net/>

◆◆◆ Gráfico 3.2: Existencia de directrices nacionales sobre métodos de evaluación sumativa en matemáticas, CINE 1 y 2, 2010/11



Fuente: Eurydice.

UK (¹) = UK-ENG/WLS/NIR



El estudio PISA 2003 también analizó el uso de diferentes formas de evaluación. Según las respuestas que proporcionaron los directores de los centros, los métodos de evaluación más extendidos eran los exámenes diseñados por el profesorado así como la evaluación de trabajos, proyectos o deberes (OCDE 2004, pp. 418-420). En la mayoría de los países europeos los porcentajes de alumnos de 15 años cuyos directores indicaron que se utilizaba cada uno de estos métodos más de tres veces al año alcanzaron el 80%, o incluso lo superaron. Sin embargo, un pequeño grupo de países europeos muestran una tendencia marcadamente diferente. En Turquía, los directores de centros de solo el 40% de los alumnos informaron del uso de exámenes elaborados por el profesorado más de tres veces al año. La cifra equivalente para Dinamarca fue de un 65% y para Irlanda, de un 74%. Igualmente, los directores de solo el 15% de los alumnos de Grecia y del 36% de los de Turquía afirmaron que en sus centros se evaluaba mediante trabajos al menos tres veces al año. Según los datos de PISA, los portafolios también se utilizaban más habitualmente que los procedimientos estándar de evaluación. Este tipo de evaluación era especialmente común en Dinamarca, España e Islandia. En estos países, más del 80% de los alumnos estaban matriculados en centros en los que se utilizaban los portafolios para evaluar al menos tres veces al año.

El uso de calculadoras en la evaluación de matemáticas es obligatorio o recomendado en aproximadamente la mitad de los países europeos (véase también el apartado 2.3 sobre el uso de calculadoras en el aula). Algunos países como Malta y Liechtenstein recomiendan el uso de la calculadora solo en secundaria, y el Reino Unido (Escocia) subraya la necesidad de restringir el uso de las calculadoras en los procesos de evaluación para potenciar el desarrollo de destrezas básicas. Portugal parece ser el único país en el que se especifica el tipo de calculadora que puede emplearse.

3.2. El papel de las pruebas nacionales de evaluación

Lo que se enseña en los centros escolares a menudo se decide en función de lo que se va a evaluar, especialmente cuando los resultados de dicha evaluación tienen efectos importantes. Se dice que la naturaleza de la evaluación determina también la naturaleza de los procesos de enseñanza y aprendizaje, lo cual puede constreñir el uso de métodos de enseñanza más efectivos o innovadores (Burkhardt, 1987; NCETM, 2008). Looney (2009, p. 5) afirma que las consecuencias asociadas a determinadas pruebas nacionales de evaluación pueden “minar el uso de enfoques innovadores de enseñanza, incluida la evaluación formativa”.

El informe elaborado por EACEA/Eurydice (2009) reveló que es práctica común en todos los sistemas educativos europeos efectuar pruebas nacionales de evaluación del alumnado. Los resultados de estas pruebas sirven para conceder títulos y/o para realizar un seguimiento y evaluar a los centros o al sistema educativo en su conjunto. Las pruebas nacionales de evaluación se utilizan con menor frecuencia con fines formativos, como, por ejemplo, para identificar las necesidades específicas de aprendizaje de los alumnos. Dependiendo de los objetivos, los exámenes pueden ser obligatorios o no para todos los alumnos, o pueden realizarse mediante muestreo.

El informe indica que algunos países evalúan solo algunas materias –las consideradas troncales dentro del currículo– mientras que en otros se evalúa un número mayor. Las matemáticas siempre figuran en dichas pruebas, incluso cuando solo se evalúan de forma periódica dos o tres materias. Las pruebas se enfocan a distintos aspectos, por ejemplo, pueden evaluar las matemáticas de forma general, centrarse en habilidades aritméticas básicas o utilizar una aproximación más aplicada en términos de competencia matemática.

Durante el curso escolar 2010/2011 solamente en Bélgica (Comunidad germanófona), la República Checa, Grecia y el Reino Unido (Gales) no se llevaron a cabo pruebas nacionales para alumnos en edad de escolarización obligatoria (aunque la República Checa tiene previsto introducir dichos exámenes a partir de 2013). Si bien algunos países europeos, como Malta y Noruega, realizan pruebas nacionales de evaluación en matemáticas prácticamente todos los cursos, la mayoría de los países solo las hacen dos o tres veces a lo largo de la enseñanza obligatoria (EACEA/Eurydice, 2009). En casos excepcionales, como sucede en la Comunidad flamenca de Bélgica, dichas pruebas no se dirigen a evaluar el rendimiento individual de los alumnos, sino que se emplean para hacer un seguimiento general del sistema.

La generalización de las pruebas nacionales de evaluación se confirma por la reciente introducción de nuevas pruebas en una serie de países:

A partir del curso escolar 2010/11, **Liechtenstein** realiza pruebas nacionales de matemáticas, que son obligatorias para todos los alumnos de 3º y 5º de primaria y de 7º de secundaria. En **Francia**, desde 2009 se examina a todos los alumnos de 2º y de 5º de primaria (CE1 y CM2) en matemáticas a nivel nacional. Otros países también han añadido recientemente nuevas pruebas nacionales en este área en cursos específicos, como, por ejemplo, en 10º curso en **Italia**, los “Exámenes Coordinados a Nivel Nacional” de 10º curso en **Islandia** y las pruebas de carácter voluntario sobre nociones básicas de aritmética en los cursos 1º y 3º en **Noruega**.

A pesar del aparente incremento de pruebas nacionales de evaluación en algunos países europeos, los datos procedentes de los estudios internacionales indican que los profesores les conceden escasa importancia. Los resultados de TIMSS 2007 mostraron que, por lo general, los profesores de los alumnos de octavo concedían moderada importancia a los resultados de las pruebas nacionales o regionales de evaluación: el profesorado del 30% de los alumnos afirmó concederles poca o ninguna importancia, y el del 40% una ligera importancia. Los porcentajes eran incluso inferiores para profesores que valoraban mucho las evaluaciones nacionales o regionales a la hora de hacer un seguimiento de la evolución de sus alumnos en la República Checa, Italia, Chipre, Lituania, Hungría, el Reino Unido (Escocia) y Noruega (Mullis *et al.*, 2008, p. 309). En la mayoría de estos países o bien no existían pruebas nacionales o solo se hacían sobre una muestra del alumnado, de modo que los profesores no tienen ocasión de explotar los resultados de este método de evaluación.

3.3. Las matemáticas en la educación secundaria superior

La importancia que se concede a la adquisición de un determinado nivel de destrezas y competencias en matemáticas al finalizar la educación secundaria superior queda bien ilustrada por los datos del

gráfico 3.3 sobre el porcentaje de alumnos que se examinan de esta materia en las pruebas de final de esta etapa.

Las matemáticas son asignatura obligatoria para todos los alumnos en los exámenes de final de la educación secundaria superior en aproximadamente la mitad de los países. En otros países (Austria, Italia, los Países Bajos, Luxemburgo y Rumanía) solo los alumnos que cursan determinadas ramas están obligados a examinarse de matemáticas, aunque el porcentaje de dichos estudiantes puede ser bastante elevado, como es el caso, por ejemplo de los Países Bajos, con un 85%, y de Luxemburgo, con un 90%. En aquellos países en los que las matemáticas son asignatura optativa (Bulgaria, Estonia, Lituania, Malta, Eslovaquia, Finlandia, el Reino Unido –Escocia– y Noruega), un número significativamente elevado de alumnos se examina de la asignatura, como es el caso de Lituania, Eslovaquia y el Reino Unido (Escocia), donde aproximadamente la mitad de los alumnos optan por presentarse a las pruebas de matemáticas en los exámenes de final de esta etapa.

◆◆◆ Gráfico 3.3: Inclusión de las matemáticas en los exámenes de final de la educación secundaria superior, por países, 2010/11

	Examen de matemáticas obligatorio para:		Examen de matemáticas como materia optativa
	todos los alumnos	alumnos de una determinada rama	
BE fr	●		
BE de	●		
BE nl	●		
BG			● (10%)
CZ		●	●
DK	●		
DE	●		
EE			●
IE	●		
EL	●		
ES	NR	NR	NR
FR	●		
IT		● (25%)	
CY	●		
LV	●		
LT			● (50%)
LU		● (90%)	
HU	●		
MT			●
NL		● (85%)	
AT	● (para AHS)		● (para BHS)
PL	●		
PT	●	●	
RO		●	
SI		● (educación secundaria superior general)	● 40% (formación profesional)
SK			● (58%)
FI			●
SE	●		
UK-ENG/WLS/NIR	● (hasta los 16)		● (alumnos entre 16-18)
UK-SCT			● (>50%)
IS		●	
LI	●		
NO			●
TR	NR	NR	NR

Fuente: Eurydice.

Notas específicas de los países

España y Turquía: no existen pruebas al final de la enseñanza secundaria obligatoria, pero sí de acceso a la universidad.

Austria: AHS (centros de educación secundaria de orientación académica); BHS (centros de formación profesional de grado superior y escuelas técnicas).



El Reino Unido y Hungría mencionaron el gran valor académico que se concede a las matemáticas desde el punto de vista del acceso a estudios superiores o a futuras carreras profesionales. Los centros educativos de Inglaterra, Gales e Irlanda del Norte también otorgan gran importancia a las

pruebas de matemáticas que sus alumnos realizan a los 16 años. Aunque este no es el final de la educación secundaria superior, los resultados de dichos exámenes son uno de los indicadores que se utilizan para clasificar a los centros según su rendimiento. No obstante, pese al alto valor que se concede a los buenos resultados en matemáticas, resulta curioso que las cuatro regiones del Reino Unido presentaban, según Hogden *et al.* (2010), uno de los niveles más bajos de matriculación en matemáticas en alumnos mayores de 16 años.

3.4. El uso de los datos de las evaluaciones de matemáticas

Una serie de países informan de que algunas de las reformas en la enseñanza de las matemáticas son consecuencia de, o vienen respaldadas por el análisis de los resultados de los estudios internacionales y de las pruebas nacionales de evaluación estandarizadas. Este apartado se centra en el uso de los resultados de las pruebas nacionales para la mejora de la enseñanza de las matemáticas a nivel nacional y a nivel de los propios centros educativos.

En términos generales, los resultados de dichas evaluaciones sirven para abrir el debate sobre la eficacia y la validez del sistema de enseñanza de las matemáticas. A menudo se anima a los centros a analizar las puntuaciones obtenidas por los alumnos y a compararlas con la media nacional. La información que han facilitado los países revela que el diseño curricular y la formación inicial y permanente del profesorado son las áreas que con más frecuencia experimentan cambios debido a la influencia de los resultados de las pruebas nacionales, que también se emplean en aproximadamente la mitad de los países europeos para formular políticas a nivel nacional.

En **Bélgica (Comunidad flamenca)**, **Dinamarca**, **Estonia**, **Francia**, **Irlanda**, **Lituania**, **Letonia** y **Rumanía** se revisa la normativa existente sobre el currículo a la luz de los resultados de las pruebas nacionales. Las administraciones educativas de **Bulgaria** utilizan los resultados para asignar recursos a los alumnos con bajo rendimiento, desarrollando un programa educativo específico para este grupo. En **Bélgica (Comunidad Francesa)**, **Estonia**, **Lituania** y **Liechtenstein** se analizan los resultados para mejorar aquellos aspectos pedagógicos que requieren apoyo o desarrollo, por ejemplo, mediante programas de formación permanente, o la creación de proyectos sobre métodos pedagógicos innovadores. En **España**, los resultados de las pruebas generales de diagnóstico se incluyen en el Sistema Nacional de Indicadores de la Educación y se utilizan para diseñar medidas de mejora.

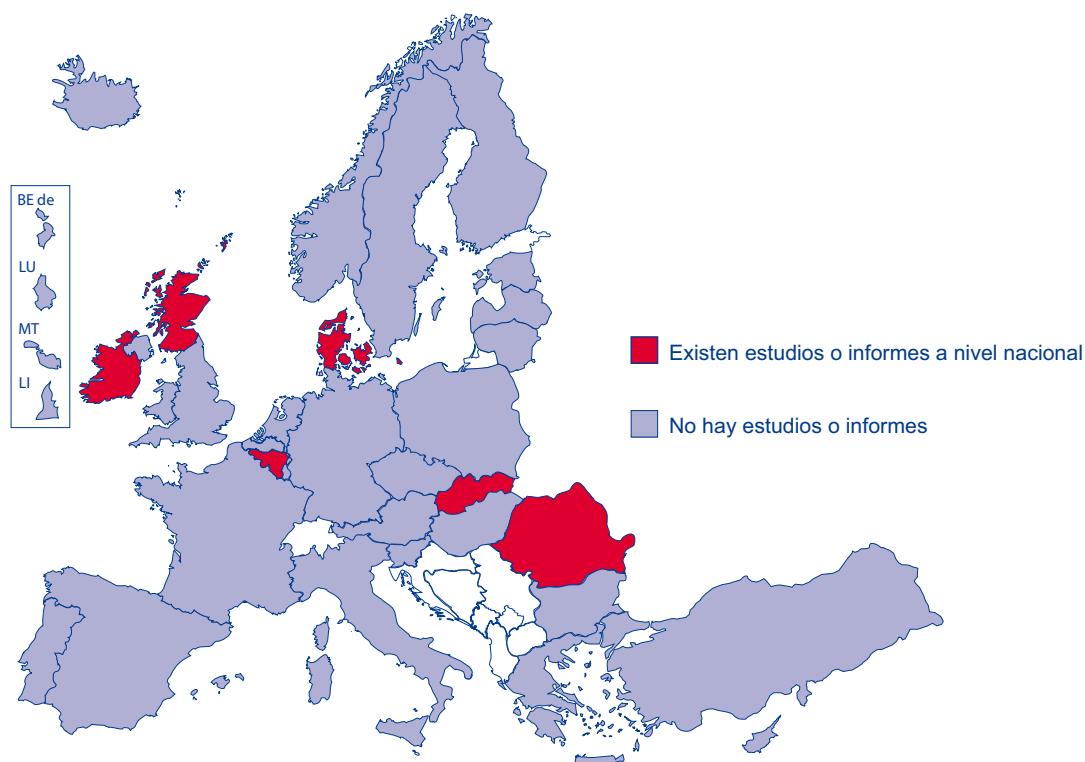
En algunos casos, los resultados de las pruebas nacionales no se emplean directamente como fuente de información para emprender mejoras o para diseñar políticas a nivel nacional.

En **Malta**, **Polonia** e **Islandia**, cada profesor, a título individual, o cada centro educativo, pueden interpretar los resultados y decidir cómo reaccionar ante la información que aportan las pruebas nacionales. En los **Países Bajos** los resultados de las pruebas pueden ocasionar que los organismos competentes, incluidos los colegios profesionales de cada asignatura (NVORWO –Comisión para los Estándares en la Enseñanza de las Matemáticas– y NVvW –Asociación de Profesores de Matemáticas), o los institutos de investigación, se planteen la modificación de los métodos de enseñanza.

Finalmente, los estudios internacionales también aportan información sobre el uso que habitualmente se hace de los datos procedentes de las pruebas de matemáticas. En PISA 2003 se preguntaba a los directores de centros sobre la utilización de dichos resultados. Las respuestas mostraron que, a nivel de centro, los datos de las evaluaciones servían sobre todo para informar a los padres de la evolución de sus hijos. También se empleaban habitualmente para tomar decisiones sobre la repetición o promoción de curso, y para identificar aspectos de la enseñanza, o del currículo, susceptibles de mejora. Con menor frecuencia se recurría a esta información para apoyar las decisiones sobre agrupamiento de alumnos, para fijar objetivos relacionados con los estándares nacionales, para hacer un seguimiento de la eficacia del profesorado o para establecer comparaciones con otros centros educativos (OCDE 2004, pp. 421-424).

Una minoría de países ha centrado su atención en la forma en que los profesores seleccionan sus métodos de evaluación del alumnado en matemáticas. Claramente, dicha información resulta útil para el diseño de nuevas políticas y para evaluar el éxito de iniciativas previas.

◆◆◆ Gráfico 3.4: Estudios o informes nacionales sobre la elección que hace el profesorado de métodos de evaluación en matemáticas, 2010/11



◆ ◆ ◆

En **Dinamarca**, el Instituto de Evaluación Danés elabora informes sobre evaluación (así como sobre los métodos de enseñanza y los contenidos). El instrumento de evaluación formativa más extendido (empleado por un 42% de los profesores) son las entrevistas con los padres, en las que también está presente el alumno. En segundo lugar,

un 24% del profesorado utiliza los exámenes, y en tercer lugar (el 18% de los profesores) se recurre a entrevistas profesor-alumno. El informe de 2006 también subraya la necesidad de reforzar la concienciación sobre el potencial de la evaluación y sobre la necesidad de desarrollar diferentes instrumentos de apoyo a la misma ⁽³⁾.

En **Irlanda** existen una serie de informes relativos al uso de la evaluación en los centros educativos. Por ejemplo, en el informe nacional de 2009 sobre evaluación de las áreas de matemáticas y de lectura en lengua inglesa ⁽⁴⁾ se detectó que:

- La mayoría de los alumnos de cuarto y octavo curso de primaria se examinan de matemáticas mediante pruebas tipo test estandarizadas. Sin embargo, durante el curso escolar 2008/09, el 5% del profesorado de los alumnos de cuarto curso y el 10% de los de octavo no tenían previsto examinar a sus alumnos en esta asignatura utilizando este tipo de pruebas.
- El modelo de evaluación más extendido, fuera de las pruebas estandarizadas, era las preguntas directas formuladas por el profesor a los alumnos.
- Los directores de aproximadamente un 90% de los alumnos estaban de acuerdo en que los resultados agregados de los exámenes estandarizados de matemáticas se debatieran en los claustros de profesores y se utilizasen para hacer un seguimiento del rendimiento general del centro. Menos del 75% del alumnado asistía a centros educativos en los que se utilizaban los resultados generales para establecer objetivos docentes y de aprendizaje. El uso más común de los resultados de las pruebas a nivel individual era el de detectar al alumnado con dificultades de aprendizaje.

Lituania hace uso de la información que se recoge en las pruebas nacionales de evaluación y de los informes que lleva a cabo la Agencia Nacional para la Evaluación de Centros Escolares y, en función de ella, menciona que los profesores en ocasiones no comprenden enteramente el concepto de evaluación formativa, y que proporcionan a sus alumnos información de baja calidad respecto a los resultados de su evaluación. Asimismo, las opiniones del profesorado y de los alumnos sobre la calidad de la evaluación a menudo difieren significativamente y, cuanto mayor es esta diferencia, menor es el rendimiento de los alumnos ⁽⁵⁾.

Resumen

La información que se ha presentado en este capítulo confirma la importancia que se concede a la evaluación dentro del aula en toda Europa y el papel esencial que juegan los profesores en la elaboración y realización de las pruebas. De todo ello se deduce la necesidad potencial de proporcionar al profesorado directrices y medidas de apoyo sobre cuestiones relacionadas con la evaluación.

Tanto la evaluación formativa como la sumativa se consideran importantes en todos los países Europeos y se observa un aumento de las pruebas nacionales de evaluación, así como del desarrollo de políticas de apoyo a la evaluación formativa. En este sentido, las matemáticas se consideran un área de interés prioritario y se incluyen en los sistemas de evaluación nacional de un gran número de países, también en aquellos en los que solo se evalúan un número reducido de asignaturas troncales.

⁽³⁾ „Matematik på grundskolens mellemttrin – skolenes arbejde med at udvikle elevernes matematikkompetencer”, Danmarks Evalueringsinstitut (Instituto Danés de Evaluación), 2006. <http://www.eva.dk/eva/projekter/2005/arbejdet-med-at-udvikle-elevernes-matematikkompetencer/projektprodukter/matematik-paa-grundskolens-mellemtrin-skolenes-arbejde-med-at-udvikle-elevernes-matematikkompetencer>

⁽⁴⁾ http://www.erc.ie/documents/na2009_report.pdf

⁽⁵⁾ NMVA (Agencia Nacional de Evaluación de Centros Educativos), 2010. Análisis de la Calidad de las Actividades de Evaluación en los Centros de Educación Básica. Año escolar 2007-2008. Informacinis leidinys „Švietimo naujienos“ 2010, No.1 (290), priedas, pp. 1-16. (en lituano); Ministerio de Educación y Ciencia, 2008. Estudio Nacional sobre Rendimiento Académico 2006: Cursos 6º y 10º: informe del análisis. Vilnius: ŠMM. Disponible en: http://www.upc.smm.lt/ekspertavimas/tyrimai/2006/failai/Dalykine_ataskaita_2006.pdf [Última consulta: 11 junio 2011].

Una serie de países mencionan que se considera un indicador de estatus obtener buenos resultados en matemáticas al más alto nivel.

Sin embargo, en los países no suelen existir prescripciones sobre la naturaleza de los procesos de evaluación que se realicen a nivel de aula, de forma que los profesores gozan de plena libertad para escoger los métodos de recogida de información sobre el progreso de sus alumnos. Algunos países (el Reino Unido –Inglaterra y Escocia) ofrecen apoyo a nivel central para la evaluación en el aula, aunque los materiales y los recursos son de uso opcional. Tanto los resultados de TIMSS como los de PISA revelan que los exámenes elaborados por el profesorado son la herramienta de evaluación más común tanto en primaria como en secundaria.

Como cabría esperar, la evaluación de las matemáticas a través de pruebas nacionales tiene un carácter mucho más prescriptivo, de forma que en la gran mayoría de los casos los exámenes en esta materia son obligatorios. Los resultados de las evaluaciones se utilizan para introducir mejoras generales en el sistema educativo y para muy diversos fines específicos, entre los que cabe mencionar: asignar recursos a grupos concretos de alumnos; obtener información para llevar a cabo revisiones del currículo; y recabar datos para diseñar nuevos enfoques sobre formación permanente del profesorado. No obstante, no todos los países hacen un uso sistemático de los resultados de las evaluaciones.

Solo una minoría de países afirma hacer un seguimiento del uso de los métodos de evaluación. Esto es comprensible en el caso de las pruebas nacionales de evaluación, puesto que suelen ser obligatorias y sus resultados se publican a nivel nacional, pero no es tan comprensible en el caso de la evaluación en el aula. Como ponen de manifiesto los datos de las investigaciones, el uso real que se haga de la evaluación en el aula puede tener un gran impacto sobre el rendimiento de los alumnos, pero no resulta sencillo para el profesorado hacerlo. Se trata, por tanto, de un ámbito que sería muy interesante estudiar con mayor profundidad. .

CAPÍTULO 4: HACER FRENTE AL BAJO RENDIMIENTO EN MATEMÁTICAS

Introducción

El bajo rendimiento en matemáticas es una preocupación común a todos los países europeos. Esta cuestión no solo se asocia con la eficacia de la enseñanza y del aprendizaje, sino también con la equidad en el sistema educativo. Se han desarrollado una serie de enfoques con el objeto de proporcionar apoyo a alumnos con bajo rendimiento e intentar reducir la persistente brecha entre los que tienen dificultades y los que obtienen buenos resultados. En este capítulo se esboza el panorama actual sobre enfoques nacionales y prácticas educativas orientadas a abordar el problema del bajo rendimiento, tanto dentro como fuera del aula, a partir de un análisis conjunto de la investigación, de los estudios más relevantes este ámbito y de las diferentes políticas nacionales. En este análisis, el concepto “bajo rendimiento” hace referencia a los resultados obtenidos por cualquier estudiante que se sitúan por debajo del nivel esperado. Existe una gran variedad de causas para el bajo rendimiento. Sin embargo, el presente análisis se centrará en los factores relacionados con el centro escolar y no los derivados de dificultades de aprendizaje como, por ejemplo, la discalculia ⁽¹⁾. Tampoco se recoge aquí la oferta de apoyo específicamente relacionada con la educación especial.

El apartado 1 analiza los instrumentos empleados a nivel nacional para formular políticas sobre el bajo rendimiento basadas en evidencias. El apartado 2 hace un repaso general a los resultados de los estudios sobre medidas eficaces para hacer frente al bajo rendimiento en matemáticas, mientras que el apartado 3 comenta las líneas generales de las políticas puestas en marcha por los países para mejorar el rendimiento escolar. Finalmente, el apartado 4 está dedicado a los programas específicos de apoyo al alumnado con bajo rendimiento en toda Europa.

4.1. Políticas en relación con el bajo rendimiento basadas en evidencias

Los resultados de los estudios internacionales, así como la evidencia procedente de las investigaciones revelan que el bajo rendimiento en matemáticas es un fenómeno complejo (Mullis *et al.*, 2008; OCDE, 2009b; Wilkins *et al.*, 2002; Chudgar y Luschei, 2009). A nivel nacional, la recogida de datos sobre tendencias en rendimiento, sobre factores que contribuyen al bajo rendimiento y sobre enfoques eficaces para mejorar los resultados pueden proporcionar un apoyo considerable al proceso de diseño de políticas educativas. Sin embargo, como muestra el gráfico 4.1, la mitad de los países europeos no llevan a cabo ningún estudio o informe al respecto, y es todavía menos frecuente encontrar evaluaciones independientes de los programas de apoyo para alumnos con bajo rendimiento.

Los países utilizan a menudo los datos de PISA y TIMSS para evaluar los resultados en matemáticas y para identificar las causas del bajo rendimiento de los alumnos. En muchas ocasiones dichos análisis se complementan con informes basados en pruebas nacionales de evaluación estandarizadas. En ambos casos, las conclusiones apuntan a que el bajo rendimiento en matemáticas puede atribuirse a una combinación de causas relacionadas con el contexto familiar y con el centro escolar, que a menudo se refuerzan unas a otras (véase el apartado “El rendimiento en matemáticas: conclusiones de los estudios internacionales”).

En la **Comunidad flamenca de Bélgica**, por ejemplo, la evaluación nacional periódica del rendimiento (*Periodieke Peilingen*) de 2008/09, indica que existe una correlación entre los malos resultados en matemáticas y el idioma que

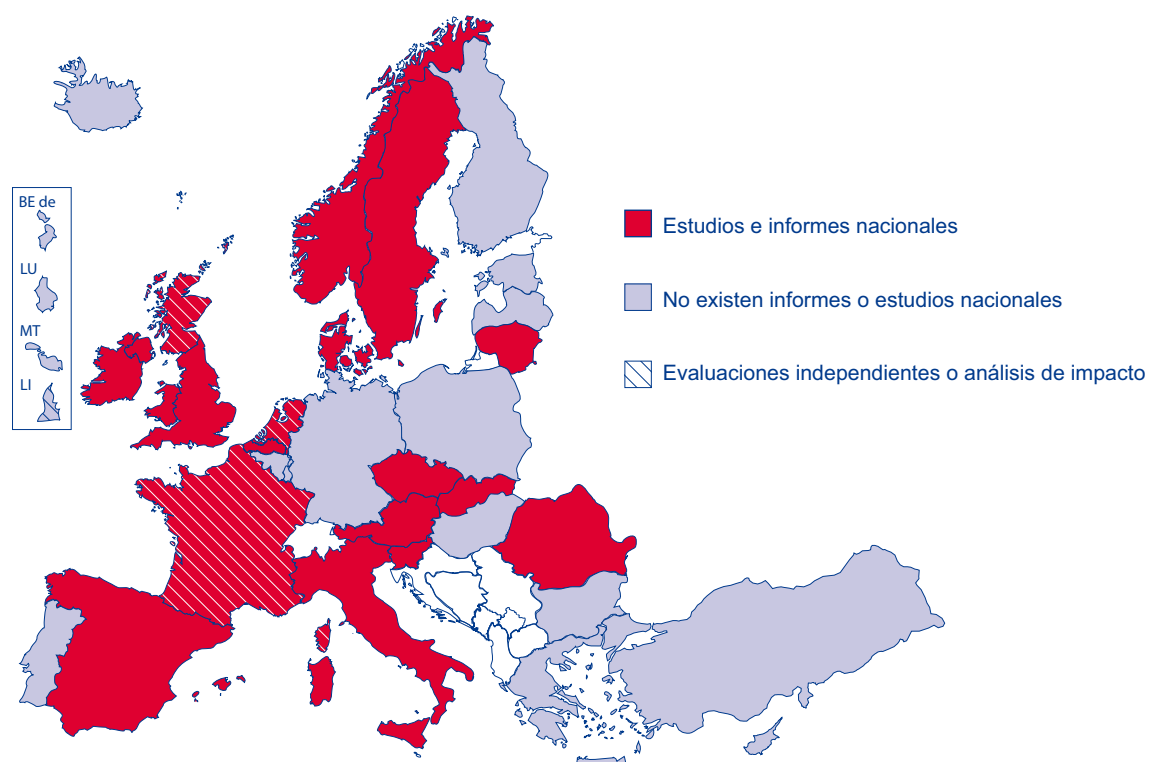
⁽¹⁾ Dolencia que afecta a la capacidad para adquirir destrezas aritméticas.

hablan los niños en el hogar, cuando este es diferente de la lengua de instrucción, así como con un nivel bajo de motivación interna y con un entorno socioeconómico desfavorecido ⁽²⁾.

En **Irlanda**, el análisis de los resultados de la Evaluación Nacional de Matemáticas y Lectura en Lengua Inglesa de 2009 ⁽³⁾ llegó a la conclusión de que existe una correspondencia entre las puntuaciones más bajas de los alumnos y las siguientes circunstancias: familias muy numerosas; padres y madres desempleados; pertenencia a comunidades itinerantes; familias monoparentales; y el uso en el hogar de un idioma distinto a la lengua de instrucción. Los factores que se relacionan positivamente con la puntuación obtenida en las pruebas incluían: una amplia disponibilidad de libros y de recursos educativos en el hogar; la desenvoltura de los progenitores a la hora de ayudar con los deberes; y una autoestima elevada en el área de matemáticas (la percepción que el alumno tiene de su capacidad en esta materia). Las características del profesorado relacionadas con una puntuación alta en las pruebas incluían la experiencia docente, cualificaciones adicionales y un escaso uso de libros de texto en las clases de matemáticas.

Igualmente, en **España** un informe sobre los resultados de la Primera Evaluación de Diagnóstico realizada en 2009 con alumnos de cuarto curso de primaria revela que existe una fuerte correlación entre los niveles de rendimiento en matemáticas y los siguientes factores ajenos al centro escolar: el nivel de estudios y profesión de los progenitores; el número de libros disponibles en casa; y la disponibilidad de otros recursos en el hogar, como, por ejemplo, un lugar tranquilo para estudiar y conexión a Internet.

◆◆◆ Gráfico 4.1: Estudios e informes nacionales sobre bajo rendimiento en matemáticas, 2010/11



Fuente: Eurydice.



Algunos análisis nacionales sobre las causas del bajo rendimiento en matemáticas subrayan otra serie de factores añadidos que tienen una importancia significativa en el contexto específico de cada país.

⁽²⁾ http://www.ond.vlaanderen.be/dvo/peilingen/basis/Brochure_peiling_wisk_bis.pdf

⁽³⁾ http://www.erc.ie/documents/na2009_report.pdf

En **Italia**, el informe elaborado por el Servicio Nacional de Evaluación (SNV, *Servizio Nazionale di Valutazione*) para el año 2010 puso de manifiesto las diferencias entre las regiones del norte y del sur del país, que parecen agudizarse en educación secundaria. Además, si bien el rendimiento es relativamente uniforme en las regiones del norte, en el sur se observan grandes discrepancias. Por otra parte, los alumnos extranjeros logran resultados considerablemente más bajos, y de una manera significativamente más uniforme a nivel geográfico, que los alumnos italianos.

Los informes nacionales de **Rumanía** han identificado diversos factores que afectan negativamente el rendimiento en las escuelas rurales. La mayoría de estos elementos se relacionan con una alta movilidad, una escasa motivación (social y económica) y una inadecuada cualificación del profesorado de matemáticas de estos centros, así como con el agrupamiento de alumnos con distintas edades en clases unitarias en primaria ⁽⁴⁾. Desde 2010 se ha intentado abordar estos problemas estructurales y de personal docente desde distintas perspectivas. En concreto, se han dejado de realizar agrupamientos de alumnos en clases unitarias y 600 profesores de zonas rurales han obtenido un título universitario adicional específico para la enseñanza de las matemáticas.

En **Suecia**, un informe reciente de la Agencia Nacional de Educación basado en una revisión sistemática de investigaciones nacionales e internacionales indica que el rendimiento también se ve afectado por factores de tipo estructural, como la creciente descentralización de la gestión de los centros, la asignación de recursos y los agrupamientos por nivel de capacidad, así como por otros factores inherentes al aula, como la influencia de los compañeros o las expectativas del profesorado respecto a los alumnos (Agencia Nacional Sueca de Educación, 2009).

Por otra parte, los estudios nacionales proporcionan datos sobre los contenidos más problemáticos y las destrezas más complejas en el área de matemáticas. En Irlanda, Lituania, Rumanía y Eslovenia, por ejemplo, el álgebra, la capacidad para comunicarse sobre cuestiones matemáticas y la resolución de problemas contextualizados se han identificado como áreas problemáticas para los alumnos. Obviamente, dichas áreas de contenido también presentaban problemas para los profesores. La EVA 2006, *Evaluación de las Matemáticas*, llevada a cabo en Dinamarca, informó de que los profesores daneses tenían especial dificultad a la hora de conseguir los objetivos de resolución de problemas, competencia comunicativa en matemáticas y comprensión contextualizada de la asignatura ⁽⁵⁾.

Con el fin de identificar “qué es lo que funciona” para los alumnos con bajo rendimiento, en los últimos años se han realizado diversas evaluaciones independientes o estudios del impacto de los programas educativos de apoyo en Francia, los Países Bajos, el Reino Unido y Liechtenstein.

En **Francia**, el Tribunal de Auditores publicó un extenso informe titulado *La educación nacional y el objetivo de éxito para todos los alumnos* en 2010 (*Cour des comptes*, 2010), que se basa en estudios de campo y entrevistas con expertos y profesionales. El informe concluye que el sistema nacional de educación necesita mejorar su eficiencia y su eficacia para proporcionar una educación más equitativa. También afirma que los instrumentos que actualmente se emplean para luchar contra el bajo rendimiento en matemáticas no han proporcionado resultados satisfactorios. Un informe de la inspección elaborado en 2006 ya había propuesto una serie de recomendaciones para mejorar la implantación de los *Programas personalizados de éxito educativo* (*Programmes personnalisés de réussite scolaire*) en primaria y secundaria. Dichas sugerencias incluyen la necesidad de armonizar prácticas divergentes y, en ocasiones, contradictorias; de mejorar los criterios de selección del alumnado que participa en dichos programas; de establecer objetivos de mejora precisos y realistas; y de proporcionar formación específica al profesorado y al resto del personal (Chevalier-Coyot *et al.*, 2006).

(4) <http://proiecte.pmu.ro/web/guest/pir>
<http://didactika.files.wordpress.com/2008/05/modul-adaptare-curriculum-la-contextul-rural.pdf>
<http://didactika.files.wordpress.com/2008/05/modul-recuperarea-ramanerii-in-urma-la-matematica.pdf>

(5) ‘Matematik på grundskolens melletrin – skolernes arbejde med at udvikle elevernes matematikkompetencer’, Danmarks Evalueringsinstitut (Instituto Danés de Evaluación), 2006, disponible en <http://www.eva.dk/projekter/2005/arbejdet-med-at-udvikle-elevernes-matematikkompetencer/projektprodukter/matematik-paa-grundskolens-melletrin-skolernes-arbejde-med-at-udvikle-elevernes-matematikkompetencer>

En el **Reino Unido (Escocia)** actualmente se está llevando a cabo un seguimiento del impacto de la iniciativa “Primeros Años e Intervención Temprana”, que sugiere medidas de apoyo efectivas para mejorar el rendimiento en general. La intervención en etapas tempranas para ayudar a los niños a desarrollar su confianza en el área numérica, especialmente mediante la colaboración de las familias, es un elemento esencial de este documento ⁽⁶⁾.

4.2. Conclusiones más relevantes de la investigación sobre medidas eficaces en la lucha contra el bajo rendimiento

En lo que se refiere a las causas del bajo rendimiento, conviene no exagerar la relevancia de factores ajenos al centro escolar como pueden ser el contexto socioeconómico y educativo del alumno, el nivel de estudios de los padres o el idioma que se habla en el hogar. Para poder reducir significativamente el porcentaje de alumnos con malos resultados en matemáticas sería necesario un enfoque combinado que abordase sistemáticamente una serie de factores tanto dentro del centro educativo como externos a él. No obstante, los siguientes apartados se centran primordialmente en aquellos elementos sobre los que pueden intervenir directamente las políticas educativas.

Para resultar eficaces, las estrategias que abordan el bajo rendimiento han de estar completamente integradas en todos los aspectos de la enseñanza y el aprendizaje, incluidos la organización y el contenido del currículo, la práctica docente en el aula y la formación inicial y permanente del profesorado. Asimismo, un enfoque integrador también incluiría medidas adecuadas para todos los alumnos, pero que resultasen especialmente beneficiosas para quienes obtienen los peores resultados. Dicho enfoque también debería ir acompañado de disposiciones para proporcionar apoyo específicamente dirigido a alumnos con necesidades individuales, dentro y/o fuera de las clases ordinarias.

Atención a las diferentes necesidades del alumnado

Al tiempo que se tienen en cuenta las necesidades de aprendizaje comunes a todos los alumnos dentro del aula, el profesorado debería atender a las necesidades individuales de cada uno de ellos, así como a sus diversos estilos de aprendizaje, y adaptar su actividad docente en consecuencia (Tomlinson, 2003; Tomlinson y Strickland, 2005). Las conclusiones de diversos estudios indican que adaptarse a las diferentes necesidades de aprendizaje de los alumnos, en lo referente a su disposición hacia el aprendizaje, su interés y su perfil individual de aprendizaje, incide positivamente sobre el rendimiento y la implicación en matemáticas (Tieso, 2001, 2005; Lawrence-Brown, 2004).

Hacer hincapié en la importancia de las matemáticas

Los métodos de enseñanza deberían abordar el problema de las ideas preconcebidas sobre la dificultad de las matemáticas, su naturaleza abstracta y su falta de aplicación a la vida real. Una forma de hacerlo es estructurando las clases en torno a “grandes ideas” y temas multidisciplinares que permitan establecer conexiones con la vida cotidiana y con otras asignaturas. Este enfoque es la base de un programa con gran arraigo en los Países Bajos, denominado “Educación Matemática Realista” (Van den Heuvel-Panhuizen, 2001).

Intervención temprana en la educación primaria

Los dos primeros años de escolarización constituyen la base de los futuros aprendizajes en matemáticas. La identificación de dificultades en esta etapa puede evitar que los niños desarrollen estrategias inadecuadas, así como ideas erróneas sobre la materia, que pueden convertirse a la larga

⁽⁶⁾ <http://www.scotland.gov.uk/Publications/2008/03/14121428/6>

en obstáculos para el aprendizaje (Williams, 2008). Asimismo, debería prestarse especial atención a los alumnos en situación de riesgo mediante programas de prevención en la etapa de educación infantil. La intervención temprana también puede ayudar a combatir la aparición de la ansiedad, que puede convertirse en un factor de dificultad en alumnos mayores (Dower, 2004).

Atención a las dificultades individuales

Un estudio exhaustivo de las conclusiones de la investigación sobre *“Qué funciona con los niños con dificultades en matemáticas”* llegó a la conclusión de que “las intervenciones deben ir dirigidas a las dificultades concretas de cada alumno” (Dowker, 2004).

Está demostrado que el apoyo a nivel individual incide significativamente en el rendimiento de los niños (Wright *et al.*, 2000,2002). Sin embargo, debido a la heterogeneidad de los enfoques, es muy difícil comparar los diferentes modelos de intervención y su efectividad. No obstante, se puede asumir que, “en la mayoría de los casos, si se empieza a intervenir en etapas muy tempranas y las intervenciones se concentran en las dificultades específicas, probablemente no es necesario que sean muy largas o intensivas” (Dowker, 2009).

Factores motivacionales

Otra limitación añadida a la mejora en matemáticas, observable especialmente en secundaria, es la cuestión de la motivación (capítulo 5). El profesorado necesita establecer y comunicar a sus alumnos unas expectativas de aprendizaje elevadas y fomentar la participación activa de todos ellos (Hambrick, 2005). Junto con los padres, los profesores deberían insistir en el valor del esfuerzo para contrarrestar la idea preconcebida de que el éxito en matemáticas se debe fundamentalmente a una habilidad innata (Panel Consultivo Nacional sobre las Matemáticas, 2008). También deberían desarrollar una serie de “habilidades de inteligencia emocional”, como, por ejemplo, la capacidad para conectar con los alumnos, para implicarles y para manejar al grupo, con el fin de evitar que los alumnos de secundaria pierdan interés por el aprendizaje (Gibbs y Poskitt, 2010).

Aumentar la participación de las familias

Debe animarse a los padres a que ayuden a sus hijos a aprender y a disfrutar con las matemáticas. Además, la implicación de la familia resulta vital para el éxito de los programas de intervención (Williams, 2008). Al mismo tiempo, a la vista de los datos sobre el nivel de competencia matemática de los adultos, es necesario tener en cuenta que algunos padres pueden no ser capaces de proporcionar a sus hijos el apoyo adecuado para su aprendizaje.

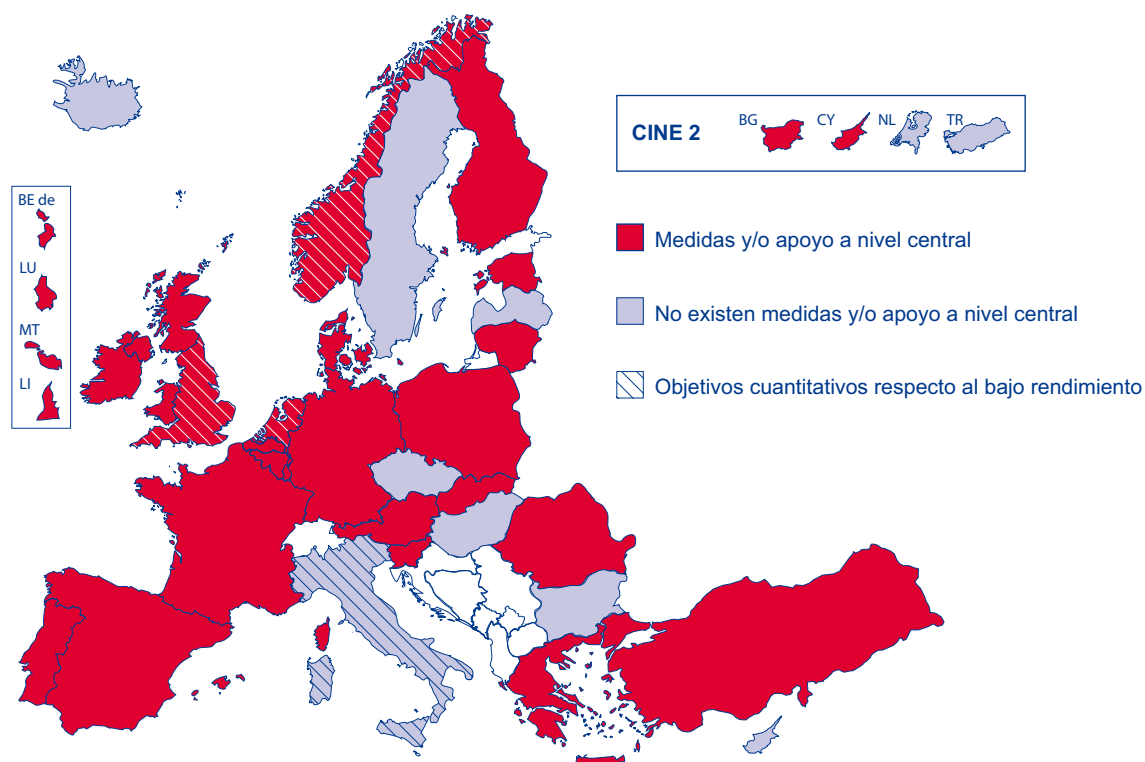
Relación con los problemas de alfabetización lectora

El rendimiento en matemáticas presenta una alta correlación con el rendimiento en otras áreas clave, como son la lectura y la ciencias (OCDE 2010, p. 154). Las investigaciones han demostrado la conexión existente entre el aprendizaje en matemáticas y factores lingüísticos, como la comprensión lectora (Grimm, 2008). A la hora de diseñar programas de apoyo, debe tenerse en cuenta, sobre todo, la interrelación entre las dificultades en lectoescritura y en capacidad numérica (Williams 2008, p. 49).

4.3. Políticas nacionales para mejorar el rendimiento

En la mayoría de los países europeos, las administraciones educativas centrales establecen o recomiendan medidas de apoyo, o asesoran a centros escolares y profesores a la hora de implantar medidas para atender a las dificultades del alumnado en matemáticas (gráfico 4.2).

◆◆◆ Gráfico 4.2: Existencia de directrices nacionales para hacer frente al bajo rendimiento en matemáticas, CINE 1 y 2, 2010/11



Fuente: Eurydice.



La implicación de las administraciones centrales a la hora de afrontar el bajo rendimiento varía tanto en el grado de obligatoriedad impuesto a los centros como en el nivel de detalle de los documentos que establecen las directrices. Las medidas suelen aplicarse tanto a la enseñanza de las matemáticas como de la lengua de instrucción, y en ocasiones también a otras asignaturas. De igual forma, suelen establecerse diferencias entre la educación primaria y la secundaria.

Las medidas promovidas por la administración central pueden variar desde programas integrales a nivel nacional, con carácter obligatorio (Estonia y España), a apoyo específico a una serie limitada de actividades, tales como programas de formación permanente del profesorado, específicamente relacionados con el bajo rendimiento (Comunidad germanófona de Bélgica), o la dotación a los centros de bases de datos sobre recursos educativos para matemáticas (Finlandia). Los siguientes ejemplos de distintos países pueden servir para ilustrar la implicación en este ámbito a nivel nacional.

Algunos países indican que han desarrollado estrategias nacionales para hacer frente al bajo rendimiento. Dichas estrategias transforman los objetivos generales de la política educativa en medidas y actividades específicas que se ponen en marcha para el conjunto del sistema educativo.

En **Estonia**, uno de los objetivos del Plan General de Desarrollo del Sistema Educativo para 2007-2010 es crear oportunidades para el aprendizaje individualizado que tengan en consideración las distintas habilidades de los alumnos, con vistas a reducir las cifras de repetición de curso y de abandono escolar. Los resultados de las pruebas de matemáticas están siendo analizados por un grupo de investigadores independientes y se publican anualmente. Los enfoques específicos que se señalan como obligatorios incluyen el currículo individualizado, clases adicionales, consultas, grupos de apoyo (*parandusõpe*) y asesoramiento a las familias.

En **Irlanda**, de acuerdo con las Directrices de Apoyo al Aprendizaje elaboradas por el Departamento de Educación, los enfoques clave que se fomentan en el aula son la detección y la intervención tempranas, así como la enseñanza individualizada. El uso de estas estrategias complementa la oferta de apoyo educativo (es decir, las clases extras) que imparten profesores de apoyo específicos, normalmente sacando a los alumnos de su grupo de referencia, si bien se observa una tendencia creciente a realizar dichos apoyos individualizados dentro del grupo ordinario al que pertenece el alumno. El apoyo cooperativo dentro del aula, las clases individuales fuera del grupo de referencia y la enseñanza en equipo también figuran entre las medidas propuestas.

En **España**, el Plan de Acción del Ministerio de Educación 2010-2011, desarrollado en colaboración con las Comunidades Autónomas, se estructura en 12 objetivos fundamentales enfocados a “lograr del éxito educativo para todos los alumnos, así como la equidad y la excelencia del sistema educativo” mediante la adopción de un modelo basado en las “competencias básicas”. En la etapa de educación primaria, la normativa establece que los mecanismos de apoyo deberían ponerse en marcha tan pronto como se detecten las dificultades de aprendizaje. Estos mecanismos son de naturaleza organizativa y curricular, y consisten en apoyo individualizado dentro del grupo de referencia, agrupamientos flexibles o adaptaciones curriculares. En educación secundaria obligatoria se insiste en la atención a la diversidad y en la capacidad de respuesta ante las necesidades educativas específicas de cada alumno. Entre las medidas que obligatoriamente han de adoptar los centros cabe mencionar la oferta de asignaturas optativas, las medidas de refuerzo, las adaptaciones curriculares, los agrupamientos flexibles y los desdobles.

En **Polonia**, el Ministerio Nacional de Educación lanzó un amplio programa de apoyo al alumnado en 2010, que incluye atención específica al bajo rendimiento y a los alumnos en situación de riesgo. Entre las formas de apoyo que se recomiendan cabe señalar las clases de recuperación y de compensatoria, el diagnóstico de dificultades en infantil y primaria, y la orientación profesional individualizada.

En **Noruega**, los principales elementos de la política nacional para reducir el bajo rendimiento se basan en la intervención temprana, en las pruebas nacionales de evaluación y en las pruebas de diagnóstico, así como en la integración de las competencias básicas de matemáticas en todas las áreas del currículo. La estrategia nacional *Ciencia para el futuro: Estrategia para reforzar las matemáticas, la ciencia y la tecnología (MST) 2010-2014* ⁽⁷⁾ y el Centro Nacional para la Enseñanza de las Matemáticas (véase el anexo) son agentes importantes para el fomento de la enseñanza de las matemáticas.

En otros países la administración central publica recomendaciones de carácter general que dejan la elección de las medidas específicas de apoyo a criterio del profesorado.

En el **Reino Unido (Escocia)**, el gobierno ha publicado recientemente un documento en el que pide al profesorado que reflexione sobre cuál sería la forma más eficaz de ayudar a los jóvenes que tienen dificultades en algunos aspectos de la educación. Se espera del profesorado de matemáticas que se asegure de que los enfoques metodológicos sobre enseñanza y aprendizaje están en consonancia con los aspectos clave de dicho documento ⁽⁸⁾. Aunque el gobierno central no recomienda enfoques específicos, parte del personal docente ha recibido formación sobre un enfoque metodológico denominado “Recuperación de Matemáticas” para apoyar a alumnos con dificultades en esta materia. Asimismo, existe un grupo de profesores de apoyo sólidamente establecido en Escocia, que se encarga de fomentar la metodología del programa Recuperación de Matemáticas ⁽⁹⁾.

En **Dinamarca**, el Ministerio de Educación ha elaborado un documento específico que contiene una serie de recomendaciones sobre cómo abordar las dificultades de aprendizaje en matemáticas. Dicho documento sugiere a los profesores del área que realicen un seguimiento de los alumnos con bajo rendimiento, que dialoguen con ellos y se centren en lo que el alumno sabe hacer, en lugar de en lo que no es capaz de hacer. Además de asignar a dichos

⁽⁷⁾ <http://www.regjeringen.no/en/dep/kd/documents/reports-and-actionplans/Actionplans/2010/science-for-the-future.html?id=593791>

⁽⁸⁾ <http://www.hmie.gov.uk/documents/publication/cuisa09.html>

⁽⁹⁾ <http://www.mathsrecovery.org.uk>

alumnos tareas más sencillas, el profesorado también debería guiarles hacia nuevas estrategias que les ayuden a superar sus dificultades.

En algunos países en los que los centros escolares gozan de un alto grado de autonomía, la administración educativa central proporciona cierto apoyo a los profesores y a los centros para luchar contra el bajo rendimiento en matemáticas.

En **Finlandia**, el currículo nacional de las enseñanzas mínimas contiene directrices generales sobre apoyo al alumnado. El enfoque más común es la detección precoz de dificultades y el apoyo temprano. El Ministerio de Educación organiza programas de formación permanente específicos y gestiona una página web ⁽¹⁰⁾ con información referente a los problemas de aprendizaje más comunes en el área de matemáticas en los primeros años de escolarización. El sitio web proporciona acceso a métodos de enseñanza de matemáticas asistidos por ordenador (*Number Race*, *Ekapeli-Matikka* y *Neure*). También están a la venta materiales y pruebas específicas para diagnosticar dificultades de aprendizaje, diseñados por empresas privadas.

En **Bélgica (Comunidad flamenca)** el gobierno proporciona apoyo a los alumnos con dificultades a través del programa nacional *gelijke kansen* (igualdad de oportunidades). La organización del apoyo se determina a nivel de centro, pero la inspección realiza un seguimiento de los resultados de todas las medidas de apoyo que se adoptan.

En los **Países Bajos** el Ministerio limita su participación a apoyar los proyectos de investigación y las reuniones de grupos de expertos. El principal objetivo de estas actividades es fomentar la enseñanza individualizada y de recuperación, e incrementar la colaboración de los padres en el proceso.

Las únicas administraciones centrales que no proporcionan ninguna directriz o apoyo al profesorado y a los centros a la hora de abordar el problema del bajo rendimiento en matemáticas, tanto en primaria como en secundaria inferior, son las de la República Checa, Italia ⁽¹¹⁾, Letonia, Hungría, Suecia e Islandia. En dichos países, dependiendo del modelo de descentralización de cada uno de ellos, cada centro y/o municipio es responsable del diseño y puesta en marcha de dichas medidas. En Suecia, por ejemplo, los órganos competentes son los responsables de proporcionar todas las herramientas y los mecanismos de apoyo necesarios para la consecución de los objetivos de rendimiento que se establecen para cada nivel educativo.

Objetivos nacionales sobre el rendimiento en matemáticas

Uno de los enfoques utilizados a nivel europeo para medir la evolución del rendimiento en matemáticas es recurrir a los resultados de las evaluaciones internacionales, especialmente los de PISA (Consejo Europeo, 2008). Sin embargo, parece que esta política no está extendida a nivel nacional, a pesar de que la mayoría de los países informan de un uso frecuente de los resultados de dichos estudios. Si bien algunos países han fijado objetivos nacionales sobre rendimiento en matemáticas, la mayoría de ellos no establecen objetivos cuantitativos, y estos no tienen relación con los resultados obtenidos por los alumnos en las evaluaciones nacionales o internacionales. Normalmente, dichos objetivos se refieren a niveles de competencia o a estándares que han de alcanzarse en una determinada etapa, o a objetivos asociados a reducir el abandono escolar temprano.

En **Francia**, por ejemplo, se espera que a los 16 años los alumnos hayan adquirido una serie de competencias en matemáticas relacionadas con el marco común de competencias. En **Suecia** se establecen unos niveles de competencia específicos para los cursos tercero, sexto y noveno de escolarización. En **Alemania** y **Estonia** los objetivos de rendimiento en matemáticas se relacionan con estrategias para combatir el abandono escolar temprano.

⁽¹⁰⁾ www.lukimat.fi

⁽¹¹⁾ En Italia, sólo los centros de educación secundaria superior están obligados por ley a organizar medidas de apoyo para alumnos con bajo rendimiento.

Solo en Italia, los Países Bajos, el Reino Unido (Inglaterra) y Noruega se han fijado objetivos nacionales relativos al bajo rendimiento que toman como base los resultados de las pruebas nacionales y/o internacionales de evaluación.

En **Italia**, aunque el Ministerio de Educación no proporciona directrices sobre cómo luchar contra el bajo rendimiento, sí ha determinado objetivos explícitos para reducir el número de alumnos con bajo rendimiento en matemáticas. El objetivo nacional es reducir el porcentaje de alumnos con bajo rendimiento en las pruebas de PISA (es decir, el porcentaje de alumnos cuya competencia en matemáticas se sitúa en el Nivel 1 o inferior) hasta un 21% en 2013. En comparación, dicha cifra alcanzó el 25% en PISA 2009 (véase el apartado “El rendimiento en matemáticas: conclusiones de los estudios internacionales”).

En **Irlanda** se implantarán objetivos nacionales integrados para reducir el número de alumnos con bajo rendimiento en matemáticas en el periodo 2011-2020. Dichos objetivos se esbozaron en el documento *Mejora de las competencias en lectoescritura y aritmética en niños y jóvenes: plan preliminar nacional para mejorar las destrezas en lectoescritura y cálculo en los centros escolares* (noviembre, 2010), que incluye los siguientes objetivos:

- Reducir al menos en un 5% el porcentaje de alumnos de cuarto y octavo de primaria que obtienen un resultado igual o inferior al nivel 1 (nivel mínimo) en la Evaluación Nacional de Matemáticas.
- Aumentar al menos en un 5% el porcentaje de alumnos de cuarto y octavo de primaria con un rendimiento igual o menor al de los niveles 3 y 4 de la Evaluación Nacional de Matemáticas.
- Incrementar de un 77% a un 85% el porcentaje de alumnos que alcanzan un nivel equivalente al Nivel C o superior en el examen ordinario de matemáticas de la prueba para obtener el Graduado en Educación Secundaria Inferior o su equivalente.
- Aumentar al 60% el porcentaje de alumnos que se presentan al examen de matemáticas de Nivel Avanzado en las pruebas para obtener el Graduado en Educación Secundaria Inferior o su equivalente.
- Incrementar hasta el 30% el porcentaje de alumnos que realizan el examen de matemáticas de Nivel Avanzado de las Pruebas para obtener el Graduado de Educación Secundaria Superior.

4.4. Tipos de apoyo para alumnos con bajo rendimiento

En la actualidad se emplean una gran variedad de métodos para apoyar al alumnado con dificultades en el área de matemáticas, tanto dentro como fuera del aula (Dowker *et al.*, 2000; Gross, 2007).

Entre los métodos utilizados en las clases cabe mencionar el agrupamiento por nivel de capacidad (capítulo 2), la enseñanza individualizada y, con menor frecuencia, la intervención de profesores de apoyo dentro de las clases. Fuera del aula existen diversos tipos de apoyo, que incluyen la tutoría entre compañeros, el trabajo en grupos y el apoyo individualizado.

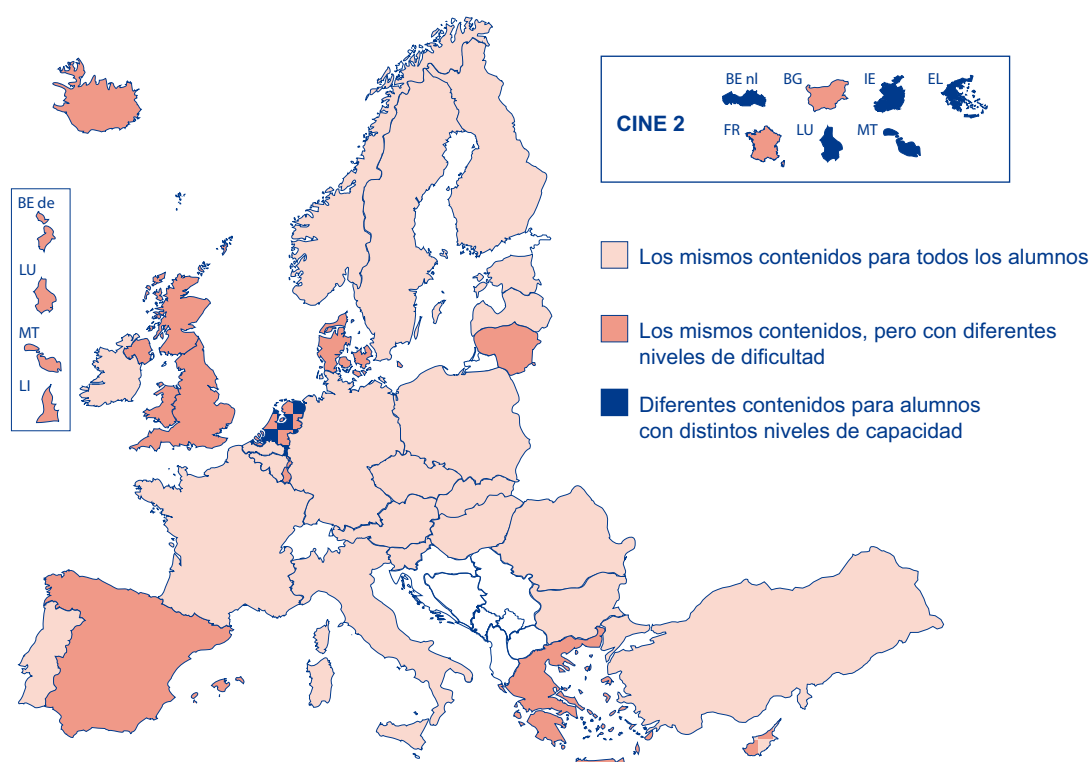
En ambos contextos, tanto dentro como fuera del trabajo ordinario de clase, la evaluación juega un papel muy importante, que no debería limitarse al diagnóstico potencial de problemas, sino ampliarse a medir el progreso del alumno al final de cada período concreto de apoyo. Se recomienda el uso de diversos instrumentos de evaluación para poder identificar de forma precisa tanto sus dificultades como sus puntos fuertes.

Asimismo, la habilidad del profesorado a la hora de trabajar con alumnos con diversas capacidades e intereses resulta esencial. Una serie de países estipulan que dichas habilidades han de adquirirse durante los programas de formación inicial del profesorado y desarrollarse posteriormente mediante actividades de formación permanente (véase el capítulo 6).

Adaptaciones curriculares

Según la información que figura en el currículo y en otros documentos oficiales, en la mitad de los países europeos los contenidos del área de matemáticas son los mismos para todos los alumnos, independientemente de su nivel de capacidad (gráfico 4.3.). Sin embargo, en muchos países se proporciona a los alumnos una enseñanza diferenciada, con más frecuencia en el nivel de secundaria inferior que en primaria. Este tipo de enseñanza consiste en impartir los mismos contenidos aunque con diferentes niveles de dificultad, y es práctica común en aproximadamente la mitad de los países. En educación secundaria inferior, los alumnos de algunos países también estudian contenidos distintos.

◆◆◆ Gráfico 4.3: Diferenciación de los contenidos curriculares según nivel de capacidad, CINE 1 y 2, 2010/11



Fuente: Eurydice.

Nota explicativa

La información no incluye la diversificación del currículo que se realiza en educación especial.



En **España** es posible realizar adaptaciones curriculares no significativas en todas las áreas del currículo tanto en primaria como en secundaria, para aquellos alumnos que no pueden alcanzar los objetivos generales de la etapa. El currículo para estos alumnos se adapta a sus necesidades específicas. Dicha adaptación incluye los mismos objetivos y contenidos que para los demás alumnos, pero con un nivel de dificultad menor. Además de estas medidas, en la educación secundaria obligatoria existe un Programa de Diversificación Curricular específico. Dicho programa consiste en realizar agrupamientos por nivel de capacidad y efectuar una modificación significativa del currículo en virtud de la cual se agrupan las asignaturas de matemáticas y ciencias en un solo ámbito, y se enseñan con una metodología específica. Normalmente se trata de un programa de dos años para alumnos que no han alcanzado los objetivos generales del tercer curso de educación secundaria obligatoria o para alumnos que, habiendo finalizado el segundo curso, no están en condiciones de promocionar a tercero y ya han repetido un curso.

En **Irlanda** existen dos niveles en todas las materias de educación secundaria inferior, incluidas las matemáticas: el curso de nivel superior incluye los temas del curso de nivel ordinario, con una ampliación significativa de contenidos.

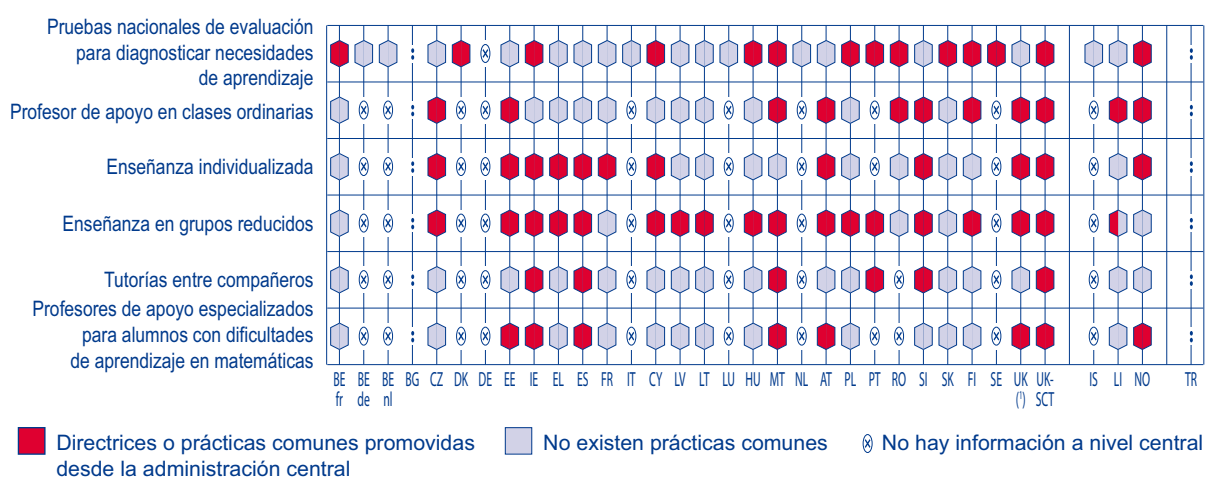
En **Malta**, en los primeros tres cursos de educación primaria se identifica a los alumnos con menor capacidad y se les presta apoyo adicional a través del proyecto Competencias Básicas, para ayudarles a alcanzar el mismo nivel que sus compañeros. En secundaria existen tres programas de estudios diferentes para atender a distintos niveles de capacidad.

En el **Reino Unido (Inglaterra, Gales e Irlanda del Norte)**, el profesorado tiene la obligación de adaptar la enseñanza para atender a las necesidades de alumnos con diferentes capacidades, aunque siguiendo el mismo programa de estudios. En la misma línea, el currículo obligatorio distingue entre los contenidos del programa y los objetivos de aprendizaje. Los centros escolares tienen autonomía para realizar agrupamientos y, en la práctica, la tendencia es a diferenciar grupos o clases por niveles de capacidad en secundaria inferior.

En el **Reino Unido (Escocia)** existe un único currículo diseñado especialmente para atender a las necesidades de todos los alumnos. A todos se les enseña el mismo currículo, pero con diferentes niveles de dificultad y con distintos ritmos de aprendizaje. Para aquellos alumnos que tienen dificultades con las matemáticas, hay algunos conceptos, como, por ejemplo, las expresiones algebraicas, que pueden abordarse a nivel básico o pueden incluso no impartirse. Por otra parte, conceptos relacionados con el ámbito social, por ejemplo, el dinero, las horas y las medidas pueden recibir más atención. Los profesores eficaces tomarán las mejores decisiones para cada alumno en concreto.

Aparte de modificar el currículo, existen otros enfoques y métodos comúnmente utilizados para hacer frente al bajo rendimiento en matemáticas (gráfico 4.4). De entre ellos, el más común es la enseñanza individualizada o en grupos reducidos, mientras que es menos habitual recurrir a profesores de apoyo dentro del aula. De hecho, la intervención de un profesor especializado, bien en matemáticas o en dificultades del aprendizaje, solo se menciona en Estonia, Irlanda, España, Malta, Austria, el Reino Unido y Noruega.

◆◆◆ Gráfico 4.4: Existencia de directrices a nivel central y prácticas comunes de apoyo para alumnos con bajo rendimiento en matemáticas, CINE 1 y 2, 2010/11



Fuente: Eurydice.

Nota específica del país

República Checa: las medidas de apoyo están dirigidas a alumnos con necesidades educativas especiales, entre los que se incluye también a los alumnos socialmente desfavorecidos.



Debería tenerse en cuenta que las administraciones educativas centrales solo en contadas ocasiones proporcionan directrices específicas sobre apoyo educativo, aunque sí existen, por ejemplo, en Irlanda, España, Malta y Eslovenia. Lo más habitual es que la elección de métodos y la forma en la que se implantan las medidas de apoyo corresponda al centro y/o a cada profesor. En algunos países, si bien existe gran autonomía en este sentido, la administración central suele recoger información con el fin de conocer qué enfoques y métodos se adoptan más frecuentemente (Reino Unido y Noruega) o cuáles no se utilizan (Lituania y Portugal). En otros países, como Alemania, los Países Bajos, Portugal, Suecia e Islandia, no existen datos estadísticos generales sobre qué enfoques metodológicos se utilizan con más asiduidad.

Instrumentos de diagnóstico

Varios países indican que entre los objetivos primordiales de sus políticas para educación primaria se encuentra la identificación de alumnos que requieren apoyo adicional en matemáticas. Esto se hace utilizando una serie de instrumentos de evaluación. En Irlanda, por ejemplo, mencionan los siguientes: la observación por parte del profesorado, el análisis del trabajo del alumno, las pruebas para detectar dificultades, y los resultados de las pruebas normalizadas y de las pruebas de diagnóstico.

En algunos casos, la detección de alumnos con dificultades de aprendizaje es tarea exclusiva del profesor o, con mucha más frecuencia, se basa en una combinación de las calificaciones del profesorado y de los resultados de las pruebas nacionales de evaluación. Portugal se encuentra en la primera categoría, ya que los profesores son responsables de analizar el rendimiento del alumno, de identificar a los alumnos con posibles dificultades y de elaborar informes sobre ellos, sugiriendo vías para mejorar su rendimiento. Dichos informes se discuten a nivel de centro, donde también se toman las decisiones respecto a las medidas de recuperación necesarias.

En otros países la administración central proporciona instrumentos para el diagnóstico de dificultades: en Chipre se realizan pruebas nacionales para identificar necesidades educativas individuales al final de 6º o al inicio de 7º; en Bulgaria al final de 4º, 5º y 6º; y en Suecia en los cursos 3º y 6º. En Noruega, se llevan a cabo exámenes obligatorios sobre habilidades numéricas y destrezas básicas en aritmética en 2º, que se complementan con pruebas de carácter voluntario sobre las mismas competencias en 1º y 3º. Asimismo, se fomenta entre el profesorado noruego el uso de pruebas de diagnóstico ⁽¹²⁾.

Enseñanza individualizada y en grupos reducidos

Varios países recurren al uso de la enseñanza individualizada.

En **Francia**, en educación primaria, el Ministerio establece dos horas de trabajo personalizado a la semana, que pueden utilizarse para trabajo de recuperación con alumnos en las clases CE1 y CM2 que han obtenido malos resultados en las pruebas nacionales de matemáticas. En **Grecia**, también en primaria, los alumnos pueden tener hasta seis horas a la semana de trabajo individual. En **Rumanía** este modelo se utiliza sobre todo para programas de recuperación en escuelas rurales.

Otro enfoque bastante extendido es el de la enseñanza en grupos reducidos, que en Bulgaria, Grecia y Lituania tiene lugar dos horas por semana al final de la jornada escolar ordinaria.

En **España**, los alumnos de los dos últimos años de primaria y de los tres primeros cursos de secundaria reciben apoyo en grupos de entre 5 y 10 alumnos, fuera del horario escolar, hasta un máximo de cuatro horas por semana. El profesorado encargado de estas clases son bien profesores ordinarios, o alumnos universitarios.

⁽¹²⁾ KIM (Calidad en la Enseñanza de las Matemáticas): <http://www.tfn.no>

En **Irlanda**, el profesorado de apoyo imparte clases adicionales. Por lo general, se separa a los alumnos de su clase de referencia y se trabaja con ellos en grupos reducidos, aunque cada vez es mayor la tendencia hacia proporcionar apoyo dentro del grupo de referencia. Se aconseja a los centros escolares que la duración del apoyo ha de oscilar entre 13 y 20 semanas durante el curso, y durante un máximo de tres años.

En **Eslovenia** los alumnos reciben apoyo individual o en grupos reducidos durante las clases ordinarias o al final de la jornada escolar. Asimismo, los profesores de apoyo de matemáticas tienen una cualificación profesional específica o son profesores especializados (especialistas en la materia y en pedagogía terapéutica).

En el **Reino Unido (Inglaterra)**, el programa *Cada Niño Cuenta* está enfocado primordialmente a los niños con los niveles de rendimiento más bajos de 2º de educación primaria. El objetivo del programa es capacitarles para que alcancen los niveles de rendimiento establecidos en para primer ciclo (*Key Stage 1*) y para los siguientes. El programa ofrece formación y apoyo al profesorado, de tal forma que puedan trabajar con los niños realizando intervenciones en sesiones individualizadas y/o en grupos reducidos. Los alumnos solo reciben este tipo de apoyo aproximadamente durante doce semanas ⁽¹³⁾.

Problemas frecuentes en la implementación de medidas de apoyo

La organización y la puesta en marcha de medidas contra el bajo rendimiento puede verse afectada por una serie de obstáculos, entre los que se incluyen la falta de recursos adecuados o de instrumentos de diagnóstico, las dificultades a la hora de seleccionar sobre qué parte del temario se van a realizar las intervenciones y la escasez de cualificaciones o de habilidades del profesorado.

Otra limitación importante puede ser la falta de evidencia suficiente respecto a las ventajas y a la eficacia de tipos de apoyo específicos. No existe suficiente información sobre el impacto de factores tales como la duración, el momento de inicio, la intensidad y el tipo de evaluación de las medidas de apoyo, así como sobre la titulación o el perfil del profesorado que ha de encargarse de ellas. También sería necesario realizar estudios longitudinales para evaluar los beneficios de dichas intervenciones (Williams, 2008; Dowker, 2009).

Resumen

Como se ha puesto de manifiesto en el análisis general realizado en este capítulo, en la mayoría de los países europeos las administraciones educativas centrales establecen o recomiendan una serie de medidas, o proporcionan apoyo al profesorado y a los centros escolares para hacer frente al problema del bajo rendimiento en matemáticas. Las iniciativas promovidas a nivel central van desde programas integrales de ámbito nacional y de carácter obligatorio, al fomento de una serie limitada de actividades, como cursos de formación del profesorado, proyectos de investigación o bases de datos sobre recursos metodológicos para la enseñanza de las matemáticas. En algunos países, en consonancia con el alto grado de descentralización de su sistema educativo y con la autonomía del profesorado, el diseño y la ejecución de medidas para hacer frente al bajo rendimiento dependen exclusivamente del profesorado, de los centros escolares o de los órganos competentes.

De acuerdo con los resultados de la investigación, para ser efectivas las medidas contra el bajo rendimiento deberían integrarse en los contenidos del currículo, en la práctica docente dentro del aula y en la formación inicial y permanente del profesorado. Algunas de ellas pueden aplicarse a todos los alumnos dentro del aula e incluyen métodos de enseñanza tales como el aprendizaje diferenciado y la contextualización, que contribuyen a mejorar los niveles de rendimiento de los alumnos, así como su motivación en general. Otras están específicamente enfocadas a alumnos con bajo rendimiento

⁽¹³⁾ <http://www.everychildachancetrust.org/smartweb/every-child-counts/introduction>.
véase también <http://www.edgehill.ac.uk/everychildcounts>

y se centran en la prevención, el diagnóstico precoz y las intervenciones individualizadas. Solo en algunos países se dispone de profesores especializados en dificultades del aprendizaje en el área de matemáticas o de profesores de apoyo que pueden ayudar al profesor a cargo del grupo a trabajar con los alumnos con bajo rendimiento.

En general, parece evidente que existe una marcada necesidad de recabar y utilizar de manera sistemática datos fiables sobre medidas de apoyo y de intervención eficaces. Otra conclusión importante del análisis de la información recogida a nivel nacional es la necesidad de mejorar el seguimiento y las medidas de evaluación para luchar contra el bajo rendimiento, dado que muy pocos países han realizado recientemente evaluaciones sobre el impacto de dichos programas de apoyo. Finalmente, cabe señalar que solo un número reducido de países ha establecido objetivos a nivel nacional para reducir el número de alumnos con bajo rendimiento en matemáticas.

CAPÍTULO 5: MEJORAR LA MOTIVACIÓN DEL ALUMNADO

Introducción

En el ámbito escolar, y también en la sociedad en general, las matemáticas se perciben como una asignatura difícil y abstracta, que requiere aprender un gran número de procesos y fórmulas, no solo aparentemente desconectadas entre sí, sino también irrelevantes para la vida del alumno. Las actitudes negativas hacia la materia y la falta de confianza de los alumnos respecto a “*que se les den bien*” pueden afectar al rendimiento y determinar si escogen continuar estudiando matemáticas después de la educación obligatoria. Los centros escolares y los profesores pueden resultar clave a la hora de incrementar el interés y la implicación del alumnado en la materia y de conseguir que la enseñanza de las matemáticas cobre sentido para ellos.

Mejorar la motivación del alumnado hacia el aprendizaje de las matemáticas resulta decisivo por varias razones. A nivel de la Unión Europea, la estrategia Educación y Formación 2020 reitera la importancia de proporcionar una educación eficaz, equitativa y de gran calidad para mejorar la empleabilidad y para permitir a Europa mantener una posición fuerte a nivel mundial. Para conseguir este objetivo, es necesario prestar una atención constante a la mejora del nivel de las competencias básicas, como las competencias en lectoescritura y en aritmética (Consejo de la Unión Europea, 2009). Otro motivo para reforzar la motivación para aprender matemáticas se refiere a una preocupación política más inmediata sobre la escasez de competencias en el mercado laboral. El interés de los jóvenes por las matemáticas y por otras asignaturas afines resulta vital, ya que es un factor determinante para la elección posterior de profesiones del ámbito de las matemáticas, la ciencia y la tecnología (MST). Asimismo, mantener un nivel alto de competencias en estas áreas es trascendental para la economía, por lo cual aumentar la proporción de titulados en MST se configura como un objetivo de máxima importancia para los países europeos.

Este capítulo presenta una revisión general de las políticas e iniciativas orientadas a incrementar la motivación de los alumnos hacia el aprendizaje de las matemáticas. El primer apartado revisa las principales conclusiones de los estudios nacionales e internacionales en este ámbito. Los apartados 2 y 3 presentan las estrategias nacionales y las distintas prácticas para animar a los alumnos al aprendizaje de las matemáticas y para fomentar actitudes positivas hacia las asignaturas relacionadas con el área de MST en general y con las matemáticas en particular. Finalmente, el apartado 4 subraya las preocupaciones a nivel político relacionadas con la elección de las matemáticas en la educación superior y con la escasez de competencias en el mercado de trabajo. Las cuestiones relativas al género se abordan a lo largo de todo el capítulo. Este último asunto ha sido el foco de atención no solo de las investigaciones sobre la motivación en matemáticas, sino también de las medidas políticas relacionadas con la participación en la educación superior.

5.1. Establecer un marco teórico basado en la evidencia científica

Los alumnos traen al centro educativo una serie de actitudes personales que influyen enormemente sobre su rendimiento. Sin embargo, dichas actitudes pueden verse afectadas por los procesos de enseñanza y aprendizaje que tienen lugar en la propia escuela. En las últimas décadas, la investigación educativa ha analizado exhaustivamente el concepto de la motivación y ha puesto de manifiesto sus efectos sobre el aprendizaje. Todos los alumnos han de tener algún tipo de motivación para involucrarse en las actividades escolares, y también en el aprendizaje de las matemáticas, y la naturaleza de dicha motivación determina en gran medida el resultado de sus esfuerzos.

Aunque el término “motivación” es de uso habitual, su definición varía en función del contexto. En el ámbito educativo, la motivación puede definirse como “una serie de comportamientos individuales

relativos a cómo afronta cada persona una tarea, que determinan cómo la lleva a cabo, la intensidad con la que la ejecuta y la perseverancia para concluirla por completo” (Lord *et al.* 2005, p. 4).

En la literatura científica se distingue entre dos conceptos de motivación –la motivación intrínseca y la extrínseca (Deci y Ryan, 1985). Los alumnos que poseen una motivación extrínseca se implican en actividades matemáticas para obtener una recompensa externa, por ejemplo, el reconocimiento del profesor, de sus padres o de sus compañeros, o para evitar el castigo o las críticas negativas. Los alumnos con motivación intrínseca hacia el aprendizaje, por el contrario, aprenden matemáticas por su propio interés, disfrute o ganas de saber (Middleton & Spanias, 1999). Así pues, los alumnos con motivación intrínseca se centran en comprender los conceptos. En consecuencia, la motivación intrínseca, más que la extrínseca, beneficia a los alumnos tanto en el proceso como en los resultados de las actividades de matemáticas (Mueller *et al.*, 2011).

La motivación intrínseca conduce a la autoeficacia, es decir, a la creencia del individuo en sus propias capacidades. Según Bandura (1986), las creencias sobre autoeficacia de los alumnos a menudo predicen su capacidad de éxito en una determinada situación. Los estudios sugieren que, en el área de matemáticas, la autoeficacia es un predictor claro del rendimiento académico (Mousoulides & Philippou, 2005), y que los estudiantes con un nivel alto de autoeficacia emplean estrategias de aprendizaje cognitivas y metacognitivas de una forma más eficaz, al tiempo que son más conscientes de sus propias creencias respecto a la motivación (Mousoulides & Philippou, 2005; Pintrich, 1999).

Así pues, la motivación del alumno se relaciona con una serie de conceptos:

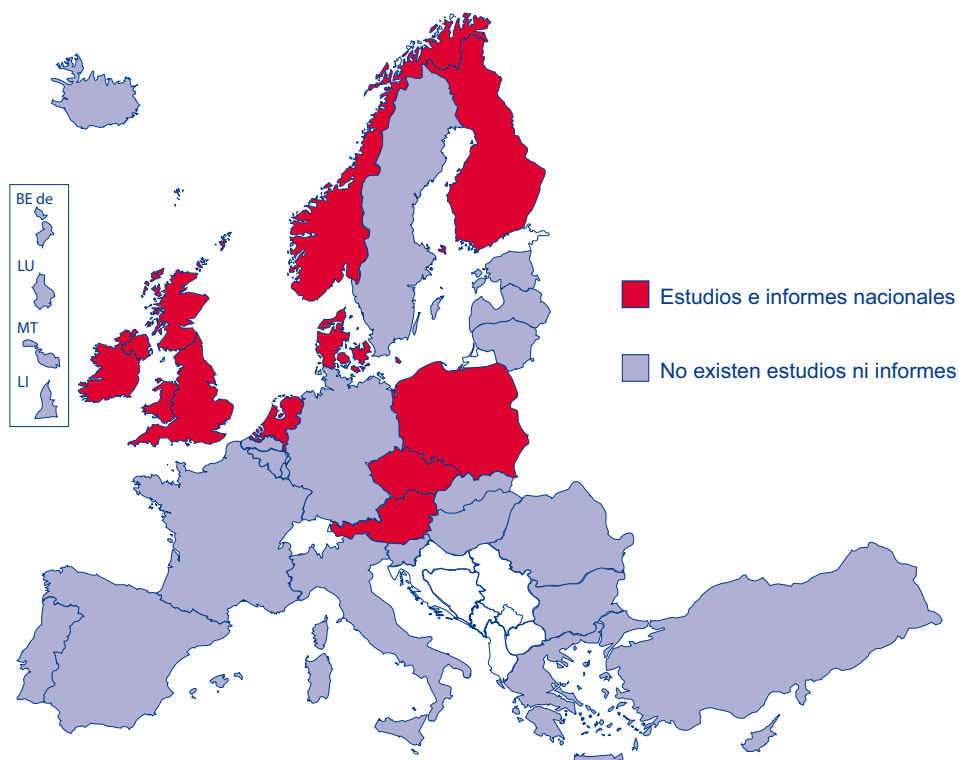
- el concepto de uno mismo, es decir, la forma en que el individuo se percibe a sí mismo, en este caso. como estudiante, incluido su sentido de la autoeficacia.
- la autorregulación, que incluye la capacidad para desarrollar estrategias de aprendizaje y la resiliencia;
- la implicación del alumno, su dedicación al estudio y su participación;
- las actitudes hacia la educación y el aprendizaje;
- las repercusiones sobre el alumno, por ejemplo, sobre su autoestima o sobre el estrés y la ansiedad.

(Lord *et al.*, 2005).

Aunque este capítulo hace referencia al término “motivación” en general, los estudios internacionales como PISA y TIMSS utilizan nociones tales como “creencias de los alumnos” y “actitudes de los alumnos”. PISA 2003, enfocado a las matemáticas, analizó el concepto que tienen los alumnos sobre su capacidad en matemáticas, definiéndolo como “concepto de uno mismo” y “autoeficacia”. TIMSS analizó las actitudes del alumnado hacia la asignatura, la importancia que le concedían para su educación y su futura profesión, y la confianza que mostraban en su propia habilidad matemática.

Junto con los estudios internacionales, otros elaborados a nivel nacional analizan los factores relacionados con la motivación. Como indica el gráfico 5.1, en nueve países existen estudios o informes sobre la motivación en esta disciplina: la República Checa, Dinamarca, Irlanda, los Países Bajos, Austria, Polonia, Finlandia, el Reino Unido y Noruega. En la mayoría de los casos se analiza la correlación entre la motivación y el rendimiento, la percepción que tienen los alumnos de las matemáticas, los métodos de enseñanza innovadores para mejorar el interés de los alumnos en la materia y cómo abordar las diferencias de género. A continuación se detallan algunos de los resultados, que, en su mayoría, coinciden con las conclusiones más relevantes de los estudios internacionales.

◆◆◆ Gráfico 5.1: Estudios e informes nacionales sobre la motivación respecto a las matemáticas, 2010/11



Fuente: Eurvdice.



Motivación y rendimiento

Por lo general, se asume que los niños aprenden más eficazmente cuando les interesa lo que aprenden. Por otra parte, consiguen mejores resultados si disfrutan aprendiendo. La literatura sobre el tema efectivamente ha puesto de manifiesto que la motivación es un factor importante a tener en cuenta en el rendimiento académico (Grolnick *et al.*, 1991; Ma & Kishor, 1997, entre otros). Diversos estudios indican, por ejemplo, que la motivación intrínseca influye positivamente sobre el rendimiento académico (Deci & Ryan, 2002; Urdan & Turner, 2005).

En lo que respecta al aprendizaje de las matemáticas, parece que aquellos alumnos que disfrutan con la asignatura ven incrementada su motivación intrínseca para aprender y viceversa (Nicolaidou & Philippou, 2003). Cuando los alumnos están motivados hacia el aprendizaje emplean más tiempo realizando tareas de la materia y tienden a ser más persistentes a la hora de resolver problemas matemáticos (Lepper & Henderlong, 2000). Asimismo, pueden mostrarse más inclinados a matricularse en cursos superiores de matemáticas y a escoger profesiones relacionadas con esta disciplina (Stevens *et al.*, 2004). En consecuencia, la motivación de los alumnos juega un papel clave en su rendimiento en esta disciplina.

El estudio internacional TIMSS también investigó la relación entre la motivación y el rendimiento en matemáticas, concluyendo que, por lo general, las actitudes positivas parecen tener relación con un rendimiento más elevado, tanto en cuarto como en octavo curso, aunque dicha tendencia parece ser más evidente en octavo. En 2007, según la media de los países participantes de la UE ⁽¹⁾, los alumnos

(1) Aquí y en el resto del informe, la media de la UE calculada por Eurydice sólo hace referencia a los países de la UE-27 que participaron en el estudio. Es una media ponderada, en la que la contribución de un país es proporcional a su tamaño. A la

de cuarto curso que mostraban actitudes muy positivas lograron resultados de hasta 20 puntos por encima de los que tenían actitudes negativas. En octavo la diferencia fue de 42 puntos (respecto a los datos específicos de cada país, véase Mullis *et al.* 2008, pp. 175-177).

Algunos estudios internacionales también han analizado esta cuestión. La encuesta *Magma* ⁽²⁾, realizada en la República Checa, descubrió que en las clases en las que la mayoría de los alumnos se sentían satisfechos con su rendimiento en matemáticas los resultados eran hasta dos veces superiores a los de otros grupos. No obstante, dentro del mismo grupo había tanto alumnos con un rendimiento alto como con bajo que solían responder de manera similar. Así pues, la motivación podría estar relacionada con las cualidades del profesor.

La motivación de los alumnos y su rendimiento en matemáticas también pueden verse influidos por la importancia que le conceden a esta asignatura. El estudio TIMSS recogió información sobre si los alumnos de octavo curso percibían que un buen rendimiento en matemáticas suponía una ventaja para su educación y profesión futuras. Solo un 6% de los alumnos de octavo no percibían las matemáticas como útiles para su futura educación o profesión. El porcentaje más alto de alumnos (85-87%) que señalaron que las matemáticas serían una ventaja en el futuro aparece en Lituania y Turquía. En Italia, los alumnos de octavo valoraban las matemáticas en menor medida que los de otros países participantes de la UE, ya que aproximadamente solo uno de cada dos estudiantes las consideraba muy importantes (Mullis *et al.* 2008, p. 179). De media, en los países participantes de la UE, el rendimiento en matemáticas fue 31 puntos más elevado en alumnos que valoraban mucho las matemáticas, en comparación con aquellos que no las consideraban importantes.

Sin embargo, debería tenerse en cuenta que la motivación para estudiar matemáticas no es una característica estable en el alumno, sino algo cambiante y dinámico. Por ejemplo, el informe temático elaborado por la Inspección Educativa Checa (2008) y el Estudio Escocés sobre el Rendimiento ⁽³⁾ compararon la motivación de los alumnos a lo largo de distintos cursos. Ambos informes concluyeron que la motivación de los alumnos desciende durante la etapa de secundaria –una conclusión que pone de manifiesto la importancia del profesorado y de los procesos de enseñanza a la hora de escoger diversos enfoques metodológicos y de fomentar la motivación del alumnado.

Los resultados de TIMSS también confirman que los alumnos de cuarto curso muestran unas actitudes mucho más positivas hacia las matemáticas que los de octavo. Según la media de los países participantes de la UE, el 67% de los alumnos de cuarto y solo el 39% de los de octavo indicaron actitudes muy positivas hacia las matemáticas ⁽⁴⁾. No obstante, es importante tener en cuenta que distintos grupos de países de la UE evaluaron a los alumnos de ambos cursos. El setenta por ciento, o más, de los alumnos de cuarto de Alemania, Italia, Lituania y Eslovenia tenían actitudes muy positivas. En octavo el único país con un nivel semejante de actitudes positivas fue Turquía. Por el contrario, en Eslovenia, los alumnos de octavo mostraron el nivel más bajo de actitudes positivas respecto a la asignatura (más del 50% indicaron actitudes negativas) (Mullis *et al.* 2008, pp. 175-177).

El impacto de las actitudes, las creencias y la confianza en uno mismo de los alumnos

Un aspecto muy importante relacionado con la motivación y el rendimiento es la influencia de las actitudes del alumno hacia las matemáticas. Las actitudes son estados psicológicos compuestos de tres elementos: un componente cognitivo, un componente emocional y un componente conductual.

hora de establecer comparaciones entre los cursos cuarto y octavo, es importante tener en cuenta que participaron distintos países de la UE-27 (véase el apartado “El rendimiento en matemáticas: conclusiones de los estudios internacionales”).

⁽²⁾ <http://www.novamaturita.cz/magma-1404033815.html>

⁽³⁾ <http://www.scotland.gov.uk/News/Releases/2009/03/31134016>

⁽⁴⁾ Índice TIMSS de actitudes positivas del alumnado hacia a las matemáticas

En el ámbito de la educación, las actitudes se consideran uno de los factores personales que afectan al aprendizaje (Newbill, 2005).

La investigación en la enseñanza de las matemáticas ha puesto de manifiesto que las actitudes juegan un papel decisivo en el aprendizaje de la asignatura (Zan & Martino, 2007). Asimismo, una predisposición positiva hacia las matemáticas, que puede a su vez mejorarse mediante estrategias de enseñanza eficaces, contribuye a mejorar los resultados del aprendizaje (Akinsola & Olowojaiye, 2008). Los sentimientos negativos o la ansiedad, por el contrario, pueden convertirse en una barrera para lograr buenos resultados. La ansiedad ante las matemáticas es un estado afectivo o emocional que ha demostrado ejercer una influencia negativa sobre el rendimiento de los alumnos (Zientek & Thompson, 2010; Zientek *et al.*, 2010).

Otra variable relacionada con las actitudes que afecta a la motivación es el concepto de uno mismo. La confianza del alumno en sus propias habilidades juega un papel muy importante en su trabajo y en su rendimiento en matemáticas (por ejemplo, Hackett & Betz, 1989; Pajares & Graham, 1999; Pajares & Kranzler, 1995). Según la síntesis realizada por Hattie (2009) sobre más de 800 metaanálisis relacionados con el rendimiento, las creencias de los alumnos determinan la responsabilidad personal sobre su propio aprendizaje. La idea de que un rendimiento alto es consecuencia directa del esfuerzo e interés personal resulta crucial para el éxito.

Otra creencia específica relacionada con la motivación y que repercute sobre el rendimiento es la autoeficacia. En el contexto de las matemáticas, la evidencia procedente de la investigación pone de manifiesto que la autoeficacia, definida como el nivel de confianza del alumno en sí mismo, puede predecir el rendimiento en matemáticas (Pajares & Miller, 1994; Pajares & Kranzler, 1995; Pajares & Graham, 1999).

En la misma línea, los resultados de TIMSS indican que la confianza que tienen los alumnos en sus propias capacidades matemáticas ⁽⁵⁾ se relaciona con su rendimiento en la asignatura tanto en cuarto como en octavo curso. En 2007, por término medio en los países participantes de la UE, los alumnos de cuarto que expresaron un alto grado de confianza en sí mismos obtuvieron hasta 74 puntos por encima de aquellos que tenían un nivel bajo de confianza en sus habilidades matemáticas. En octavo curso, la diferencia fue de 88 puntos.

No obstante, es importante señalar que los alumnos de octavo indicaron un grado menor de autoestima en cuanto al aprendizaje de las matemáticas (de media en los países participantes de la UE, un 47% mostraron un alto nivel de confianza en sí mismos) en comparación con los alumnos de cuarto (67%). En este último curso, los niveles de autoestima más altos (un 70%) se detectaron en alumnos de Dinamarca, Alemania, Austria y Suecia, mientras que los más bajos aparecen en la República Checa, Letonia, Lituania y Eslovaquia, con menos de un 60% de los alumnos expresando confianza en sus propias capacidades en matemáticas (Mullis *et al.* 2008, p. 182). En octavo, los niveles de autoestima más altos aparecen en Chipre, el Reino Unido (Inglaterra y Escocia) y Noruega (50% de los alumnos se sitúan en niveles altos) y los más bajos en Bulgaria, Malta, Rumanía y Turquía (menos de un 40% indicaron una autoestima alta) (*Ibid.*, p. 183).

Para poder abordar estas cuestiones afectivas relacionadas con las matemáticas, el estudio LUMA elaborado en Finlandia (“Éxito Finandés Ahora y en el Futuro-Memorandum del Consejo Consultivo de Ciencias y Matemáticas”) ⁽⁶⁾ sugiere fomentar las actitudes positivas hacia el área de las MST desde la educación infantil. En concreto, debería identificarse a los alumnos con dificultades para

⁽⁵⁾ Índice TIMSS de confianza del alumnado en su capacidad para aprender matemáticas.

⁽⁶⁾ http://www.opi.fi/instancedata/prime_product_julkaisu/opi/embeds/110468_luma_neuvottelukunnan_muistio_2009.pdf

el aprendizaje en edades tempranas, ya que si estas no se resuelven a tiempo pueden conducir a frustraciones y al desarrollo de ansiedad hacia las matemáticas. El estudio subraya el papel que juegan los profesores a la hora de aplicar métodos de enseñanza apropiados y oportunos. Algunos otros informes señalan la importancia de la implicación de los padres en el proceso de aprendizaje. El informe realizado en 2006 por el Instituto Danés de Evaluación insiste en la necesidad de reforzar la colaboración escuela-familia, de manera que los padres puedan apoyar cada vez más el trabajo del centro a la hora de promocionar las actitudes positivas de sus hijos hacia las matemáticas. El Proyecto Piloto para el Fomento de las Carreras del ámbito de las Ciencias, la Tecnología, la Ingeniería y las Matemáticas (STEM) ⁽⁷⁾ del Reino Unido concluye que los padres pueden jugar un papel clave a la hora de influir sobre la elección de carrera profesional de los jóvenes en este campo.

Por último, algunos estudios (como 'BètaMentality 2011-2016' ⁽⁸⁾ en los Países Bajos, 'Lily' ⁽⁹⁾ y 'ROSE' ⁽¹⁰⁾ en Noruega) se centran en la percepción del área de MST en alumnos de educación superior. Dichos estudios proporcionan una información muy valiosa que puede utilizarse en las escuelas de primaria y secundaria a la hora de adaptar los métodos de enseñanza y de conseguir que las asignaturas resulten más atractivas para los alumnos. A su vez, esto es importante para atraer a estudiantes al área de MST en la educación superior.

Métodos de enseñanza para mejorar la motivación de los alumnos

La enseñanza de las matemáticas en la escuela debería fomentar la motivación de los alumnos para participar activamente en el proceso de aprendizaje. La naturaleza de las tareas y de los ejercicios que se hacen durante las clases influye significativamente a la hora de que las matemáticas supongan un desafío para los alumnos y de aumentar su interés en la materia y, en consecuencia, de motivarles a implicarse en su aprendizaje.

La investigación sobre los factores que más decisivamente influyen en las actitudes positivas hacia las matemáticas sugiere que tanto la metodología como las tareas que se proponen a los alumnos han de ser atractivas, diversificadas y relacionadas con la vida real. De esta manera, los estudiantes que se involucren en el proceso de aprendizaje adquirirán conocimientos que les resulten relevantes para su vida (Piht & Eisenschmidt, 2008). Para desarrollar la motivación intrínseca, la enseñanza de las matemáticas debe tener lugar en un entorno educativo favorable, en el que se anime a los alumnos a expresarse sobre su comprensión de las tareas y en el que sus ideas se valoren y se aprecien. Dicho entorno favorece el concepto que el alumno tiene de sí mismo, su autoeficacia y su disfrute de las matemáticas, ya que los alumnos dialogan y comparten sus conocimientos y su comprensión de la materia con sus compañeros (Mueller *et al.*, 2011). Estos métodos de enseñanza, por tanto, establecen las condiciones necesarias para reforzar la motivación de los alumnos así como su rendimiento en matemáticas.

Otros informes y estudios nacionales también se ocupan de cuestiones relacionadas con los métodos de enseñanza de las matemáticas y con su impacto sobre la motivación de los alumnos. Dichos aspectos se analizan con más detalle en los capítulos 2 y 6. No obstante, aquí se mencionan dos ejemplos de estudios o informes nacionales relacionados con la motivación. Un informe temático realizado en 2008 por la Inspección Educativa Checa contenía, entre otras cosas, una evaluación de las capacidades del profesorado para motivar a los alumnos en el aprendizaje de la competencia numérica. El Reino Unido, en su Proyecto Piloto Para el Fomento de las Carreras de 2009, concluyó que la

⁽⁷⁾ http://www.nationalstemcentre.org.uk/res/documents/page/lengthening_ladders_shortening_snakes.pdf

⁽⁸⁾ <http://www.platformbetatechniek.nl/docs/Beleidsdocumenten/betamentality20112016engels.pdf>

⁽⁹⁾ <http://www.naturfagsenteret.no/c1515601/prosjekt/vis.html?tid=1519408>

⁽¹⁰⁾ <http://www.uv.uio.no/ils/english/research/projects/rose/>

formación permanente del profesorado es clave para mejorar la concienciación del profesorado sobre la relación entre la calidad de la enseñanza de la materia, el disfrute que produce su aprendizaje y la elección de asignatura, así como sobre los conocimientos de los alumnos a cerca de las profesiones relacionadas con el área STEM.

Otros informes subrayan la necesidad de incrementar la variedad de métodos de enseñanza innovadores (Dinamarca) que atraigan la atención de los alumnos y les hagan involucrarse más en su proceso de aprendizaje (Reino Unido). Entre los métodos para superar las actitudes negativas de los alumnos que encuentran las matemáticas complejas y poco estimulantes se sugieren los siguientes: proponer actividades prácticas e interesantes, cercanas a la experiencia cotidiana del alumno, recurrir a sus conocimientos en otras áreas y vincularlos a las matemáticas (República Checa), y promover actitudes creativas y enfoques colaborativos (Reino Unido –Escocia–).

Diferencias de género en cuanto a motivación y rendimiento

La dimensión de género es un elemento recurrente en la investigación sobre enseñanza de las matemáticas. A pesar del estereotipo de que las niñas y las mujeres carecen de habilidad matemática, un número creciente de estudios apuntan a que los varones y las mujeres difieren muy poco en su rendimiento matemático (Hyde *et al.*, 1990; Hyde *et al.*, 2008; Else-Quest *et al.*, 2010).

No obstante, algunos estudios revelan que las niñas tienden a manifestar con menos frecuencia actitudes positivas y confianza en su propia capacidad matemática, y que esta brecha se agranda aún más a lo largo de la escolarización, durante la cual los varones exteriorizan un mayor nivel de seguridad en sí mismos (Hyde *et al.*, 1990; Pajares & Graham, 1999). También se han detectado en las niñas niveles más altos de ansiedad y una menor autoestima respecto a las matemáticas (Casey *et al.*, 1997; McGraw *et al.*, 2006). Esta situación puede acarrear consecuencias importantes, como pone en evidencia la investigación, dado que los profesores tienden a asociar la seguridad en sí mismo del alumnado con su capacidad. Por consiguiente, es muy posible que los docentes subestimen las capacidades matemáticas de las niñas, ya que ellas tienden a manifestar más ansiedad ante las matemáticas que los chicos, incluso aunque su nivel de habilidad sea superior (Kyriacou & Goulding, 2006).

El informe PISA 2003 confirmó que, si bien el rendimiento de las chicas no suele ser, en general, inferior al de los chicos, en prácticamente todos los países tienden a manifestar un menor nivel de autoeficacia en la asignatura. Análogos resultados se encuentran en cuanto al grado de confianza en sí mismas de las alumnas sobre sus habilidades matemáticas, que suele ser menor al de los varones en la mayoría de los países. Finalmente, por término medio, las chicas parecen experimentar con mucha mayor frecuencia sentimientos de incapacidad, ansiedad y estrés en las clases de matemáticas que los chicos. Se hallaron niveles estadísticamente significativos de ansiedad elevada entre las alumnas de Dinamarca, Alemania, España, Francia, Luxemburgo, los Países Bajos, Austria, Finlandia, Liechtenstein y Noruega (OCDE, 2004, p. 155).

Los datos de TIMSS 2007 también revelan que, según la media de los países participantes de la UE, las chicas muestran un menor nivel de confianza en sí mismas respecto a sus habilidades matemáticas que los chicos. En cuarto curso, el 61% de las niñas y el 71% de los niños expresaron una considerable confianza en sí mismos respecto a sus habilidades matemáticas, mientras que el 11% de las niñas y el 7% de los niños no estaban seguros de su capacidad en esta área. Solamente en Suecia, el Reino Unido (Escocia) y Noruega se da proporción semejante de niños y de niñas con un alto grado de confianza en sus capacidades matemáticas. En octavo curso, el 42% de las chicas y el 52% de los chicos calificaron su capacidad en matemáticas como alta, mientras que el 24% de las niñas y el 17% de los niños no mostraron confianza en sus propias habilidades.

En otros países, como Bulgaria, Lituania, Rumanía y Turquía, el porcentaje de chicos y chicas de octavo con un alto nivel de confianza en sus capacidades matemáticas fue bastante semejante (Mullis *et al.* 2008, pp. 184-185).

Ambas evaluaciones, por tanto, obtuvieron resultados muy semejantes en cuanto a las actitudes de los estudiantes hacia las matemáticas. Sin embargo, el hallazgo más importante parece ser que la diferencia entre géneros resulta más evidente en lo que respecta a las actitudes hacia la asignatura que en los niveles reales de rendimiento en la misma.

Los estudios nacionales reflejan unas diferencias de género parecidas en lo referente a actitudes, creencias en la propia capacidad y continuidad de chicos y chicas en itinerarios de estudio relacionados con las matemáticas. El informe elaborado en Finlandia “LUMA –Éxito Finlandés Ahora y en el Futuro– Memorandum del Consejo Consultivo de Ciencia y Matemáticas” reveló una importante diferencia entre chicos y chicas en el grado de confianza en sí mismos, mientras que las diferencias en conocimientos no son estadísticamente significativas. El estudio concluye que debe fomentarse la participación de las niñas en materias del ámbito de las MST, así como impulsar el desarrollo de su autoconfianza respecto a las matemáticas.

En general, todos los estudios realizados recientemente señalan la importancia de incrementar la motivación en los centros escolares, en especial entre las alumnas. El uso de métodos de enseñanza apropiados puede contribuir a motivar a los estudiantes para aprender matemáticas, desarrollar un interés más profundo por la asignatura y mantener dicho interés y dedicación a lo largo de las etapas de primaria y secundaria. Esto influye decisivamente no solo en el rendimiento escolar, sino posiblemente también en la elección de estudios posteriores y de profesiones en el futuro.

5.2. Estrategias nacionales para mejorar la motivación del alumnado hacia el aprendizaje de las matemáticas

En base a los resultados de los estudios nacionales e internacionales, los países europeos han comenzado a poner en marcha estrategias e iniciativas a nivel nacional para mejorar la motivación de los alumnos hacia el aprendizaje de las matemáticas. En consecuencia, además de desarrollar nuevos métodos didácticos, revisar el currículo y adaptar la formación del profesorado (véanse los capítulos 1, 2 y 6), elevar los niveles de motivación ha comenzado a considerarse un elemento clave para mejorar el rendimiento en esta materia.

En la actualidad, menos de la mitad de los países europeos han diseñado estrategias a nivel nacional, o coordinadas desde la administración central, cuyo objetivo sea, entre otros, incrementar la motivación hacia el aprendizaje de las matemáticas (gráfico 5.2). Dichas estrategias a menudo se integran en políticas más amplias para fomentar el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, las ciencias y la tecnología (para más información sobre estrategias y políticas relacionadas con el fomento de la enseñanza de las ciencias, véase EACEA/Eurydice, 2011c).

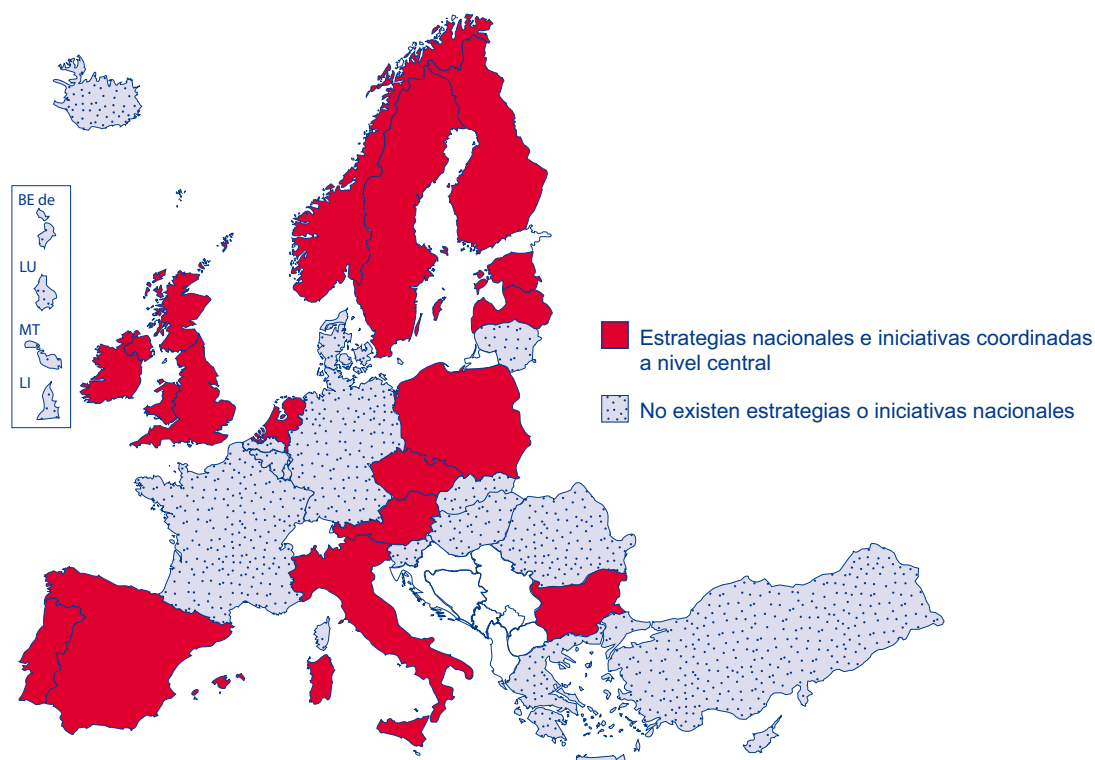
A continuación se detallan algunos ejemplos actuales de estrategias nacionales, o de iniciativas coordinadas desde la administración central, enfocadas a incrementar la motivación hacia el aprendizaje de las matemáticas:

Finlandia ha establecido un marco institucional para promover el aprendizaje, el estudio y la enseñanza de las matemáticas, las ciencias y la tecnología. El “Centro LUMA” ⁽¹¹⁾ es un organismo coordinado por la Facultad de Ciencias de la Universidad de Helsinki que aglutina iniciativas para la cooperación entre centros educativos, universidades,

⁽¹¹⁾ <http://www.helsinki.fi/luma/english/index.shtml>

empresas e industrias. Su principal objetivo es apoyar y fomentar la enseñanza del área de MST en todos los niveles. El centro desarrolla actividades para alumnos, como campamentos MST, y ofrece formación permanente y seminarios para profesores. Por otra parte, LUMA sirve como centro de recursos para las matemáticas y facilita diversos materiales didácticos y para el aprendizaje.

◆◆◆ Gráfico 5.2: Existencia de estrategias nacionales para mejorar la motivación del alumnado hacia el aprendizaje de las matemáticas. 2010/11



Fuente: Eurydice.

Nota explicativa

El gráfico hace referencia a documentos promulgados por las administraciones centrales, así como a programas o proyectos coordinados o respaldados desde este nivel. No se han incluido aquí las olimpiadas de matemáticas ni otro tipo de concursos, que sí figuran en un listado en el apartado 5.3.

◆ ◆ ◆

Austria ha puesto en marcha el proyecto de ámbito nacional “IMST” (*Innovationen machen Schulen Top*) ⁽¹²⁾. El objetivo de dicho plan es mejorar la enseñanza de las asignaturas relacionadas con las matemáticas, las ciencias y las TIC. El programa está enfocado tanto al aprendizaje de alumnos como de profesores y participan aproximadamente 5.000 docentes de toda Austria, que colaboran en proyectos, asisten a conferencias o cooperan en redes regionales o temáticas. El programa IMST, Redes Regionales y Temáticas, apoya a las redes regionales de las nueve provincias austríacas y a tres redes temáticas. Dentro del Fondo-IMST, los profesores ponen en práctica proyectos educativos innovadores y reciben apoyo en lo que respecta al contenido, organización y financiación de dichos proyectos. Dentro del programa “Cultura de la Evaluación”, los profesores reflexionan sobre distintas formas de evaluación en una serie de seminarios. Entre los principios que sustentan el programa se incluyen la sensibilidad hacia las cuestiones de género y la transversalidad de género, y su implementación recibe el respaldo de la Red de Género. Para analizar el impacto del plan IMST se han integrado mecanismos de control y evaluación en todos los niveles

(¹²) <http://imst.uni-klu.ac.at/>

del proyecto. Uno de esos estudios de evaluación indica que los alumnos que participaron en el programa IMST mostraron unos niveles elevados de motivación intrínseca, así como de interés en la materia y de autoestima positiva (Andreitz *et al.*, 2007).

Así pues, las iniciativas puestas en marcha por Austria y Finlandia se dirigen a un amplio espectro de alumnos en todas las etapas del sistema educativo –en el caso de Austria, las más recientes también se enfocan hacia las escuelas infantiles y en Finlandia, a la etapa de educación infantil. Por el contrario, en Irlanda, España y Portugal los planes integrales de acción se centran en la educación obligatoria. Todos ellos tienen como objetivo mejorar la motivación y fomentar actitudes positivas hacia el aprendizaje de las matemáticas.

En **Irlanda**, la iniciativa para la reforma del currículo “Proyecto Matemáticas” ⁽¹³⁾, promovida por el Consejo Nacional para el Currículo y la Evaluación (NCCA), inició su implantación en 2008 en un grupo de 24 centros educativos, y en 2010 se puso en marcha a nivel nacional en los cursos primero y quinto. El objetivo de este programa es ofrecer a los alumnos una experiencia de aprendizaje enriquecedora y conseguir unos niveles más altos de rendimiento para todos. Se presta mayor atención a que los alumnos comprendan los conceptos matemáticos, contextualizando el aprendizaje y aplicando las matemáticas a su experiencia cotidiana. La iniciativa también se concentra en el desarrollo de las habilidades para la resolución de problemas. La evaluación del proyecto refleja la mayor atención que se presta ahora a la comprensión y al desarrollo de habilidades necesarias para el aprendizaje de las matemáticas.

En **España**, el Ministerio de Educación publicó el Plan de Acción 2010-2011, enfocado a una serie de asignaturas, incluidas las matemáticas, cuyo objetivo es conseguir el éxito educativo de todos los alumnos al final de la educación obligatoria. Entre las iniciativas del Plan se incluyen la reforma del currículo para los centros de educación secundaria, el aprendizaje personalizado y la implicación de los padres, lo que a su vez debería contribuir a elevar los niveles de motivación en matemáticas. Algunos de los fondos destinados al Plan de Acción se han transferido a las Comunidades Autónomas, que también han desarrollado políticas en este ámbito.

En **Portugal** se ha puesto en marcha el “Plan de Acción para las Matemáticas” con el propósito de mejorar la enseñanza y el aprendizaje de esta asignatura en la educación obligatoria. La esencia del Plan es respaldar el desarrollo de proyectos diseñados por los propios centros en los que se tenga en cuenta el contexto específico de la comunidad educativa del centro y sus necesidades. Se considera a los profesores los principales agentes dentro del complejo proceso de mejorar los métodos de enseñanza y, en consecuencia, el aprendizaje de los alumnos. El 91% de los centros participan en el Plan de Acción. Los proyectos permiten a los alumnos dedicar más tiempo al estudio de las matemáticas y centrarse en la exploración, la investigación y la resolución de problemas. Un aspecto muy importante son las actividades de enseñanza entre iguales dentro del aula, junto con la participación en las clases de dos profesores de matemáticas o de un profesor de matemáticas y uno de otra asignatura. Esto permite mejorar la dinámica de relación entre los profesores, así como un enfoque más integrado hacia las matemáticas y hacia otras áreas. Según la última evaluación, ya pueden observarse mejoras en la motivación de los alumnos y en su actitud hacia el estudio de las matemáticas, sobre todo en cuanto al aprendizaje de conceptos y procedimientos.

Las estrategias e iniciativas puestas en marcha en Italia, los Países Bajos y Noruega están enfocadas primordialmente a la etapa de secundaria y se centran en alentar a los alumnos de asignaturas del ámbito de las MST a continuar estudiándolas en educación superior. En el Reino Unido, el objetivo general es incrementar la matrícula de alumnos en programas de educación superior de ciencias y matemáticas, aunque las actividades relacionadas con el ámbito STEM (más información a continuación) están dirigidas a alumnos de todas las edades, incluidos los de primaria, y se reconoce que la motivación puede maximizarse inspirando a los alumnos en las etapas iniciales de

⁽¹³⁾ <http://www.projectmaths.ie>

su escolarización. El objetivo fundamental de estas iniciativas es abordar el problema de la escasez de competencias en áreas que requieren un alto nivel de conocimientos matemáticos (gráfico 5.4).

Italia ha iniciado el Programa de Titulaciones Científicas para alumnos de los tres últimos cursos de educación secundaria superior, financiado por el Ministerio de Educación. Entre los objetivos fundamentales de este programa se encuentra incrementar el número de alumnos que se matriculan en facultades de ciencias (especialmente para estudiar carreras de matemáticas), atraer a los alumnos a las matemáticas y a la investigación, y reforzar la cooperación entre los centros escolares y los profesores universitarios. Asimismo, Italia ha puesto en marcha la iniciativa “Promoción de la Excelencia”, que premia a los alumnos de centros de secundaria superior que obtienen resultados sobresalientes en distintos concursos, incluidos los relacionados con el campo de las matemáticas.

La Plataforma Bèta Techniek⁽¹⁴⁾ ha recibido el encargo del gobierno y de los sectores educativo y empresarial de **Países Bajos** de garantizar la disponibilidad de trabajadores con formación en el área de las MST. El objetivo principal de esta organización es motivar a los jóvenes de todos los niveles educativos a interesarse por las matemáticas y las ciencias, incrementar el número de los que escogen dichas materias y retenerles en el ámbito de las MST. Los miembros de la Plataforma trabajan en estrecha colaboración con diversos agentes del sistema educativo para lograr dichos objetivos. Los centros participantes reciben becas gracias a la puesta en marcha de proyectos innovadores para la enseñanza de las matemáticas, las ciencias y la tecnología.

El Programa STEM⁽¹⁵⁾, implantado en todo el **Reino Unido**, tiene como finalidad mejorar la oferta de apoyo en matemáticas para alumnos de entre 3 y 18 años. Entre sus objetivos se encuentra ampliar el acceso al currículo oficial de ciencias y matemáticas para todos los alumnos. Asimismo, en **Escocia** se ha diseñado específicamente el “Currículo para la Excelencia” (CfE)⁽¹⁶⁾, cuyo objetivo es favorecer una metodología de enseñanza y aprendizaje motivadora e inspiradora. En este nuevo currículo, las competencias en lectoescritura y en aritmética, así como la salud y el bienestar, se consideran elementos troncales, y dado que la aritmética es una parte de las matemáticas, dicha área también recibe una mayor atención dentro del nuevo currículo para la excelencia.

Noruega ha desarrollado la estrategia “Ciencia para el Futuro”. Puesto que muchos alumnos tienen dificultades con sus habilidades y motivación hacia las matemáticas, el Ministerio de Educación e Investigación ha creado un grupo de trabajo encargado de reflexionar sobre cómo conseguir que las matemáticas les resulten más relevantes y atractivas a los alumnos de todos los niveles educativos. Por otra parte, el Centro Nacional de Contratación para las Ciencias y la Tecnología ha puesto en marcha una agencia nacional para promover la creación de modelos a imitar, nombrando a una serie de profesionales y de representantes del mundo de la educación. Los centros de enseñanza secundaria inferior y superior pueden solicitar la visita de una de estas figuras de referencia y los alumnos pueden también acudir a sus centros de trabajo.

Los países de Europa Central y del Este no mencionan estrategias generales a nivel nacional. Sin embargo, algunos de ellos coordinan programas y proyectos cofinanciados por los Fondos Estructurales Europeos —el Consejo menciona específicamente este instrumento para mejorar, entre otras cosas, la motivación y el rendimiento en matemáticas (Consejo de la Unión Europea, 2010). Los proyectos se centran en el desarrollo de métodos de enseñanza innovadores, orientados a atraer a los alumnos a través de una presentación interesante y motivadora de la asignatura, y enfocados especialmente a hacerles comprender la importancia de las matemáticas en la vida diaria.

En la **República Checa** se han iniciado diversos proyectos relacionados con las matemáticas, algunos orientados exclusivamente a las ciencias y la tecnología. El proyecto “Fondos de la UE para los Centros” aborda siete áreas específicas, incluidas las matemáticas. Dado que las actividades clave del proyecto están enfocadas a desarrollar la

⁽¹⁴⁾ <http://www.platformbetatechniek.nl/?pid=49&page=About%20Platform%20Beta%20Techniek>

⁽¹⁵⁾ http://www.stemdirectories.org.uk/about_us/the_national_stem_programme.cfm

⁽¹⁶⁾ <http://www.ltscotland.org.uk/understandingthecurriculum/whatiscurriculumforexcellence/index.asp>

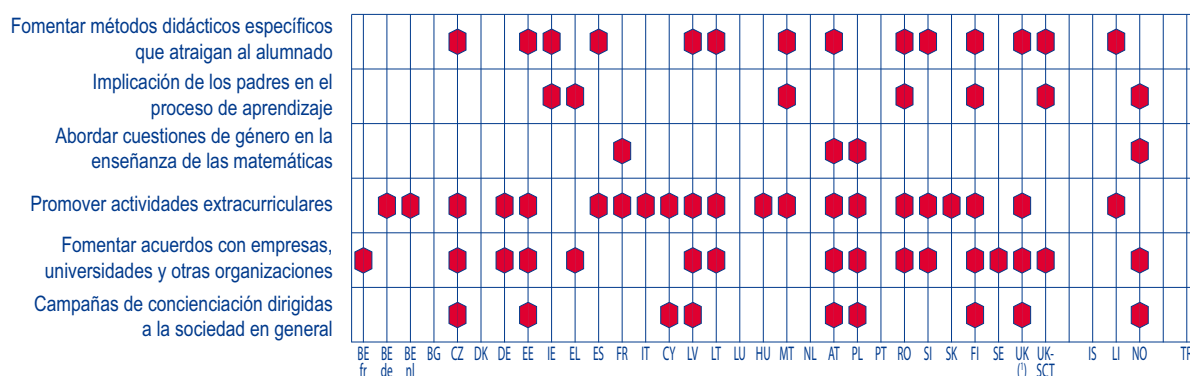
competencia matemática, los centros de educación básica pueden escoger temas como la innovación y la mejora de métodos de aprendizaje, o la enseñanza individualizada a través de programas de formación del profesorado para la mejora de la eficacia en la enseñanza de las matemáticas.

Letonia ha puesto en marcha el proyecto piloto “Ciencia y Matemáticas” (2008-2011) en el que participan 26 centros, para fomentar el interés en las matemáticas del alumnado de los cursos 7º a 9º y ayudarles a comprender la importancia de esta disciplina en la vida diaria. Entre las principales actividades que se llevan a cabo cabe mencionar los concursos para alumnos, organizados desde la página web del proyecto, y la implantación de métodos de enseñanza modificados. La finalidad del proyecto es identificar métodos de enseñanza eficaces para motivar a los alumnos a aprender matemáticas, como, por ejemplo, recurrir al aprendizaje activo o a los ejemplos de la vida real, el uso de juegos didácticos o de las TIC. Los resultados iniciales del estudio de evaluación de este proyecto indican que los alumnos que participan en él muestran unas actitudes ligeramente más positivas hacia las matemáticas en comparación con los que no participan.

5.3. Actividades promovidas por la administración central para mejorar las actitudes hacia el aprendizaje de las matemáticas

Varios países europeos promueven actividades para fomentar actitudes positivas hacia el aprendizaje de las matemáticas, contribuyendo de este modo a captar el interés de los alumnos en la asignatura y, en última instancia, influyendo sobre la elección de sus futuras carreras profesionales. Las actividades se encuadran en el marco de estrategias nacionales o de iniciativas coordinadas a nivel central. Estas iniciativas pueden agruparse en distintos bloques temáticos (gráfico 5.3).

◆◆◆ Gráfico 5.3: Actividades promovidas por la administración educativa central para mejorar la percepción que los alumnos tienen de las matemáticas, CINE 1-3, 2010/11



Fuente: Eurydice.

UK (¹) = UK-ENG/WLS/NIR

Nota específica del país

Irlanda: la información hace referencia solo a la educación primaria.



La mayoría de los países promueven una o más iniciativas para mejorar la percepción que tienen los alumnos de las matemáticas y su actitud hacia la materia. Por lo general, el medio más común para promocionar la asignatura son las actividades extracurriculares, que reciben apoyo en casi la mitad de los países europeos. Algo más de un tercio de ellos promueven convenios de colaboración y fomentan métodos de enseñanza específicos para captar la atención de los alumnos hacia las matemáticas. Aunque los estudios a nivel nacional e internacional indican la necesidad de alcanzar un equilibrio en cuanto a género en los resultados del aprendizaje de esta área, solamente cuatro países abordan esta cuestión a través de iniciativas de ámbito nacional.

Actividades extracurriculares

Más de la mitad de los países o las regiones europeas promueven actividades extracurriculares fuera del horario escolar –algunas veces durante la pausa para comer, pero en la mayoría de los casos al final de la jornada, durante los fines de semana o en las vacaciones escolares. La mayoría de estas actividades extracurriculares están dirigidas a alumnos con altas capacidades. El programa STEM del Reino Unido es una excepción, ya que está enfocado a motivar a alumnos de cualquier nivel de capacidad hacia el aprendizaje de las matemáticas y las ciencias ⁽¹⁷⁾.

En la mayoría de los países europeos, se organizan concursos de matemáticas a distintos niveles (local, regional o nacional) y los alumnos también pueden participar en Olimpiadas internacionales. La sociedad matemática de **Chipre**, por ejemplo, organiza, en colaboración con el Ministerio de Educación, concursos locales y nacionales para todos los niveles educativos y anima a los alumnos a participar en las competiciones internacionales.

Alemania promociona los concursos federales de matemáticas ⁽¹⁸⁾, abiertos a todos los centros que ofertan un curso de acceso a la educación superior. Estos concursos se desarrollan en tres fases a lo largo del año.

En **Francia** también están consolidados los concursos nacionales para motivar a los alumnos hacia el aprendizaje de las matemáticas, y muchos de ellos datan de los años 80. Existen veinte concursos organizados a nivel regional, comarcal o local en toda Francia.

Los centros escolares de algunos países promocionan las matemáticas fuera de las clases ordinarias de la materia. En varios países se anima a los alumnos con altas capacidades a asistir a escuelas de verano de matemáticas, en las que se combina el ocio con el aprendizaje.

Algunas escuelas de **Estonia** ofertan cursos especiales de verano para los alumnos que obtienen mejores resultados en matemáticas. Los centros de secundaria de **Liechtenstein** dedican dos semanas al año a fomentar actividades de aprendizaje cooperativo entre iguales y el aprendizaje basado en tareas, así como la aplicación de los conocimientos a contextos de la vida real, a través de diversos proyectos, también en el ámbito de las matemáticas. Un ejemplo de estas iniciativas es la denominada “Semana de Einstein”.

En **España** se anima a alumnos con altas capacidades a participar en un programa denominado EsTalMat (Estímulo del Talento Matemático) ⁽¹⁹⁾. Organizado por la Real Academia de las Ciencias y por el Consejo Superior de Investigaciones Científicas (CSIC), el programa se ha implantado en varias Comunidades Autónomas. Su objetivo es identificar, orientar y fomentar, a lo largo de un período de dos años, el talento matemático de alumnos de entre 12 y 13 años. El programa consiste en sesiones semanales de tres horas y en actividades como seminarios o campamentos.

Convenios de colaboración

Las instituciones educativas a menudo trabajan con otros agentes para organizar o mejorar sus actividades mediante acuerdos o convenios de colaboración. En un estudio sobre cooperación entre centros escolares, universidades y otras organizaciones elaborado por Russell y Flynn (2000) se recogieron diversas opiniones sobre la relevancia de dicha colaboración y se identificaron una serie de factores que contribuyen a la eficacia de estas iniciativas. Uno de las principales razones para colaborar es diseñar “un mecanismo mejorado para alcanzar metas comunes con mayor facilidad (es decir, más eficazmente, con un coste reducido, con mayor calidad) a través de los convenios, en lugar de hacerlo de forma individual” (*Ibid.*, p. 200). A nivel de la Unión Europea, el primer Foro Temático sobre Cooperación Escuela-Empresa ⁽²⁰⁾ subrayó las innumerables ventajas que puede

⁽¹⁷⁾ <http://www.stemclubs.net/>

⁽¹⁸⁾ <http://www.bundeswettbewerb-mathematik.de/>

⁽¹⁹⁾ <http://estalmat.org>

⁽²⁰⁾ http://ec.europa.eu/education/school-education/doc2279_en.htm

ofrecer la colaboración tanto a los centros educativos como a las empresas, incluyendo una mejora en el interés hacia las matemáticas, las ciencias y la tecnología y en la motivación del alumnado por aprender y por tomar la iniciativa para organizar sus propias vías de aprendizaje.

Los siguientes ejemplos de proyectos de colaboración describen actividades relacionadas con las matemáticas. Sin embargo, a menudo se encuadran en acuerdos más amplios dentro del área de las MST. El estudio de Eurydice sobre “La enseñanza de las ciencias en Europa: políticas nacionales, prácticas e investigación” (EACEA/Eurydice, 2011c) proporciona información más detallada sobre iniciativas en el ámbito de las ciencias y la tecnología. Con respecto a las actividades de matemáticas, en dieciséis países o regiones europeas se fomenta la firma de convenios entre centros escolares y empresas, universidades y otras instituciones:

El Centro LUMA, en **Finlandia**, mencionado anteriormente, es una asociación que engloba diversos organismos para fomentar la cooperación entre centros escolares, universidades, empresas e industrias en el ámbito de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. El Centro también colabora con agencias gubernamentales, ONGs, asociaciones, centros científicos y editoriales de libros de texto. En **Suecia** veinte centros de educación superior firmaron un acuerdo con la Agencia Nacional de Educación para trabajar como centros de desarrollo regionales en el ámbito de las matemáticas. En **Estonia**, la universidad de Tartu ha firmado un acuerdo de colaboración con diecinueve centros asociados en diversos campos, incluido el de la enseñanza de las matemáticas en educación secundaria inferior.

El proyecto “Ciencia y Matemáticas” ⁽²¹⁾ desarrollado en **Letonia**, mencionado anteriormente, proporciona apoyo a centros escolares y a empresarios para la organización de actividades y de concursos para promover el interés de los alumnos en las matemáticas. El equipo gestor del proyecto organizó una exposición interactiva y diversas actividades en los centros, que también están abiertas al público, con el fin de cambiar la percepción que tienen de las matemáticas los alumnos de entre 7 y 12 años, así como la de los padres y la sociedad en general.

El **Reino Unido** ha puesto en marcha la STEMNET –Red de Matemáticas, Ciencias, Tecnología e Ingeniería ⁽²²⁾– cuyo fin es animar a los jóvenes a comprender mejor las materias del ámbito STEM y a ampliar sus oportunidades, al tiempo que apoyan la futura competitividad del país. La red incluye colegios, facultades, empresas, otras organizaciones e individuos, como por ejemplo, expertos locales. Más de 24.000 voluntarios participan en el Programa de Embajadores de STEM, incluidos empresarios.

Los convenios de colaboración con empresas, universidades y otras organizaciones son también un elemento crucial dentro del “Currículo para la Excelencia” del **Reino Unido (Escocia)**. Se trata de una iniciativa a gran escala para apoyar la racionalización del currículo e integrar la formación económica y financiera en el ámbito de la competencia matemática básica. El trabajo realizado respecto a la enseñanza de aspectos económicos ha dado como fruto el establecimiento de vínculos sólidos entre el ámbito de la educación y varios organismos del sector financiero. En la actualidad existen programas en los que trabajadores del dicho sector visitan los centros escolares y trabajan con alumnos en aspectos clave relacionados con la gestión del dinero. También se han creado fuertes vínculos con otros agentes del mundo de la educación y con las universidades. Los departamentos de matemáticas de muchas universidades fomentan las matemáticas a través de visitas, programas los sábados y concursos matemáticos nacionales. Asimismo, se han establecido lazos entre el sector educativo y el de voluntariado.

Métodos de enseñanza específicos para fomentar el interés del alumnado

Además de las actividades extracurriculares y de los convenios de colaboración, aproximadamente un tercio de los países promueven métodos específicos de enseñanza para fomentar el interés del alumnado en las matemáticas y mejorar su implicación en la asignatura (capítulo 2). Dichas actividades se centran sobre todo en promover métodos de enseñanza innovadores, incluidos los que hacen

⁽²¹⁾ <http://www.dzm.lv/skoleniem/pasakumi/>; http://www.dzm.lv/par_projektu/dabaszinatnu_un_matematikas_nedela_2011

⁽²²⁾ <http://www.stemnet.org.uk/>

uso de las TIC. El informe de Eurydice *Cifras clave sobre el uso de las TIC para el aprendizaje y la innovación en los centros escolares de Europa 2011* analiza la enseñanza de las matemáticas y concluye que, si bien las administraciones centrales recomiendan encarecidamente el uso de las TIC por parte del profesorado y de los alumnos, aún persiste una brecha en la implantación de dichas tecnologías (EACEA/Eurydice, 2011a). Las TIC pueden utilizarse de manera eficaz para apoyar la docencia y deberían favorecer la interacción y el diálogo, y no entorpecerlo (*The Royal Society*, 2010). En general, según el Consejo de la UE, para poder mejorar la implicación de los alumnos en las matemáticas “los métodos de enseñanza deberían explotar mejor la curiosidad de los niños por las ciencias y las matemáticas desde edades tempranas” (Consejo de la Unión Europea, 2010).

Los siguientes ejemplos de distintos países proporcionan información sobre algunos métodos de enseñanza concretos:

El proyecto *Metodika II* de la **República Checa** dispone de un portal en Internet sobre métodos de enseñanza ⁽²³⁾. El proyecto fomenta el desarrollo de una comunidad en la que los profesores pueden intercambiar experiencias sobre métodos de enseñanza eficaces, con el fin de mejorar la calidad de la educación. El portal está estructurado en varias secciones, entre las que se incluye una sobre la enseñanza de las matemáticas, y también ofrece artículos, materiales didácticos digitales y cursos de aprendizaje digital.

Rumanía hace especial hincapié en los métodos activos de participación y en el aprendizaje activo mediante el uso de estrategias de cooperación (en parejas o en grupos). En otras palabras, recomienda un cambio metodológico desde la enseñanza desde la pizarra a la enseñanza y aprendizaje cooperativos para mejorar la motivación de los alumnos y su interés por las matemáticas.

Dentro del apoyo que reciben los centros de primaria de **Irlanda** que participan en el programa DEIS (Igualdad de Oportunidades en los Centros Escolares de Irlanda) de inclusión educativa, el Departamento de Educación y Competencias ha puesto en marcha un plan de intervención intensiva en el área de matemáticas denominado “Recuperación de Matemáticas” ⁽²⁴⁾, como una de las acciones clave para mejorar el interés de los alumnos en la materia y los resultados en aritmética de los centros escolares de áreas desfavorecidas. El plan incluye la formación de especialistas en Recuperación de Matemáticas y de profesores en los principios y prácticas de dicho programa.

Campañas generales de promoción

Solo nueve países o regiones organizan campañas para fomentar el aprendizaje de las matemáticas entre la población. Las siguientes son algunas de las iniciativas actualmente en marcha:

Polonia lanzó una campaña promocional bajo el nombre de “Matemáticas – mira qué fáciles!”, que consistía en una serie de anuncios de televisión con dos componentes: anuncios breves en horario de máxima audiencia, presentados por famosos y por distintos profesionales (marineros, saltadores de pértiga, fotógrafos, etc.) que demostraban el valor de las matemáticas en situaciones de la vida cotidiana en general y en su trabajo en particular; y programas cortos de televisión dirigidos a alumnos de educación secundaria inferior y superior, dedicados a problemas matemáticos interesantes y de la vida diaria (por ejemplo, cómo decidir sobre qué bancos ofrecen las mejores condiciones) y ejercicios relacionados.

En la **República Checa**, el proyecto “Apoyo al área de las Ciencias y la Tecnología” (2009-2010) es un plan de divulgación cuyo fin es introducir un sistema de ayudas económicas para las áreas de ciencias y tecnología en las universidades y en otras instituciones de educación superior. Las actividades del proyecto se estructuran en torno a tres ejes fundamentales: actividades de motivación, de comunicación y de apoyo al profesorado, todas ellas directa

⁽²³⁾ <http://www.rvp.cz>

⁽²⁴⁾ <https://sites.google.com/a/pdst.ie/pdst/maths-recovery>

o indirectamente dirigidas a potenciales estudiantes. El proyecto se ha puesto en marcha en respuesta a la continua escasez de titulados, tanto universitarios como de otros centros de educación superior, en ciencias y tecnología.

El estudio “Lily” ⁽²⁵⁾ (*Vilje-con-valg*) llevado a cabo en **Noruega**, cuya intención era contribuir a mejorar la participación, la permanencia y la igualdad de género en las carreras de ciencias, tecnología, ingeniería y matemáticas (STEM), reveló una escasez de visitas a las páginas web de la campaña abiertas por empresas y asociaciones de profesionales de este ámbito. También se detectó que los anuncios que hacen los centros de educación superior influían menos en los alumnos a la hora de escoger donde matricularse que las visitas a las propias instituciones.

Implicación de las familias

La participación de los padres y el estímulo desde edades tempranas pueden influir significativamente sobre el aprendizaje de las matemáticas. Las características personales y familiares, así como el entorno de aprendizaje en el hogar en los primeros años constituyen factores importantes a la hora de predecir el desarrollo cognitivo, social y conductual del niño (Sammons *et al.*, 2008). Algunos países, por ejemplo, Irlanda, Grecia, Malta, Rumanía, Finlandia, el Reino Unido (Escocia) y Noruega, prestan gran atención a la participación de los padres en el proceso de aprendizaje y proporcionan ejemplos de iniciativas concretas relacionadas con las matemáticas.

En **Irlanda**, el Currículo de Educación Primaria (1999) y las Directrices de Apoyo al Aprendizaje (2000) ⁽²⁶⁾ publicadas por el Departamento de Educación y Destrezas, así como otras iniciativas orientadas a apoyar el desarrollo de la competencia numérica en zonas desfavorecidas (por ejemplo, la estrategia “Matemáticas para la Diversión”) destacan la necesidad de capacitar a las familias y de colaborar con ellas.

En **Grecia** se anima a los profesores a enviar a los padres cartas para informarles sobre el contenido de las clases de matemáticas, los conocimientos que los alumnos han de adquirir y los objetivos a alcanzar. También pueden sugerir a los padres cómo elaborar actividades para realizar conjuntamente con sus hijos en casa.

La implicación de las familias en el proceso de aprendizaje en **Rumanía** se enfoca principalmente a la educación primaria y su objetivo es concienciar a los padres del papel de las matemáticas en el desarrollo cognitivo de los alumnos y recomendar métodos que puedan permitir realizar un seguimiento de la evolución y del desarrollo de sus destrezas matemáticas.

La Fundación de Servicios Educativos (FES) de **Malta** proporciona asesoramiento a los padres de alumnos de educación primaria. Se anima a las familias a aprender y a practicar métodos que estimulen a sus hijos a estudiar de una forma más eficaz. Los padres tienen la oportunidad de reunirse y discutir estrategias educativas con los profesores dos veces por semana. También practican algunos de los métodos junto con sus hijos. Tras participar en este proceso, muchos padres deciden tomar parte en otro tipo de actividades de aprendizaje no formal ofrecidas por la FES o por otras organizaciones. Otra actividad adicional es la llamada iniciativa padre-a-padre, que fomenta actividades de capacitación para los padres. En ella, un equipo de padres recibe formación y entrenamiento para impartir cursos a otras familias, bajo la supervisión y el asesoramiento de los profesores ⁽²⁷⁾.

El **Reino Unido (Escocia)** ha aprobado la Ley de Participación de los Padres, cuyo objetivo es animar a las familias a desarrollar el aprendizaje de sus hijos en casa y en la comunidad. Asimismo, la Ley refleja el papel y la responsabilidad compartida que los centros escolares, los padres y los cuidadores tienen a la hora de trabajar juntos para educar a los niños. En los últimos años se han reforzado los lazos entre las familias y los centros escolares en toda Escocia. Los padres también participan en la vida de los centros a través de los Consejos de Padres ⁽²⁸⁾. El documento “Aprendiendo juntos: Matemáticas” subraya el papel de los padres en el aprendizaje de esta asignatura y su importancia a la hora de

⁽²⁵⁾ <http://www.naturfagsenteret.no/c1515601/prosjekt/vis.html?tid=1519408>

⁽²⁶⁾ http://www.education.ie/servlet/blobServlet/learning_support_guides.pdf?language=EN

⁽²⁷⁾ http://www.education.gov.mt/edu/other_org/fes.htm#The%20Parents-in-Education%20Programme

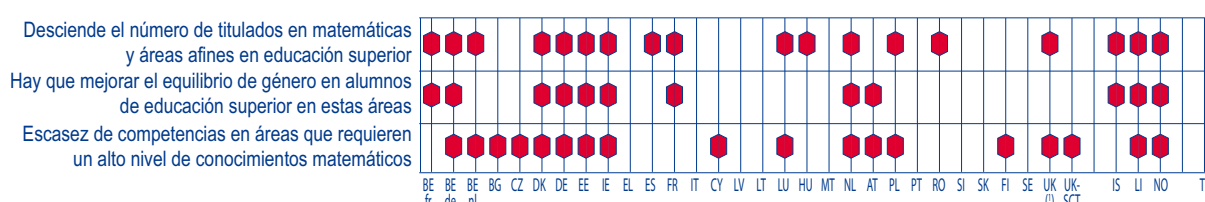
⁽²⁸⁾ <http://www.ltscotland.org.uk/parentzone/getinvolved/parentalinvolvementact/index.asp>

incrementar las oportunidades en la vida. La iniciativa de implicar a los padres en el estudio de sus hijos en el hogar incluye un seminario para intercambiar contenidos de los cursos y enfoques metodológicos (*HM Inspectorate of Education*, 2010). Los padres reciben un paquete de actividades que incluyen cuestionarios, juegos y repertorios de preguntas. También pueden acceder a la página web del centro para descargar material de apoyo y recursos para ayudar a sus hijos.

5.4. Políticas relacionadas con la escasez de competencias y con la elección de las matemáticas en la educación superior

Una razón fundamental para incrementar la motivación hacia las matemáticas tanto en primaria como en secundaria, aparte de la mejora general de la competencia numérica básica, es animar a los alumnos a escoger esta materia y otras áreas afines en la educación superior. Datos estadísticos recientes (gráfico 5.5) muestran un descenso en el número de titulados en Europa en las áreas de MST. Asimismo, varios países mencionan una escasez de personal altamente cualificado en matemáticas y en áreas afines, lo cual puede influir negativamente en la competitividad de sus economías.

◆◆◆ Gráfico 5.4: Preocupaciones a nivel político sobre la escasez de competencias y la elección de las matemáticas y otras áreas afines en la educación superior, 2010/11



Fuente: Eurydice.

UK (¹) = UK-ENG/WLS/NIR



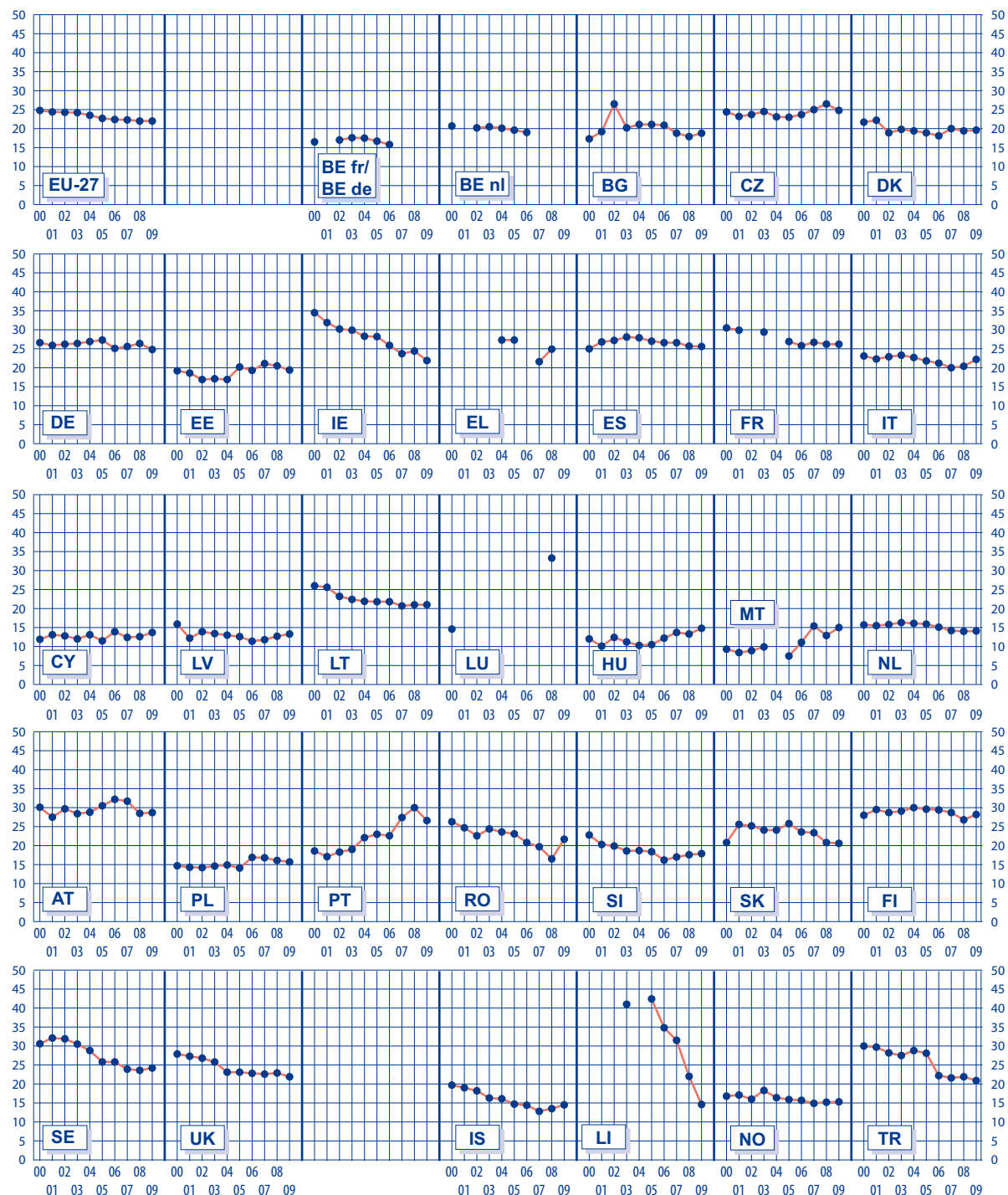
Las administraciones educativas de dieciocho países o regiones expresaron su intranquilidad en referencia a la escasez de competencias en áreas que requieren un alto nivel de conocimientos matemáticos. El mismo número, aunque en otro grupo de países o regiones, indicó que el descenso en la cifra de titulados de educación superior en matemáticas y en asignaturas afines suponía una fuente importante de preocupación. Otra cuestión que surgió fue la necesidad de mejorar el equilibrio de género en el número de alumnos de educación superior matriculados en MST. Sin embargo, diez países no señalaron ninguno de estos asuntos como una preocupación acuciante, de modo que no los identificaron como áreas potencialmente problemáticas para el futuro inmediato. Islandia y Liechtenstein confirmaron que dichos asuntos sí que causaban inquietud a nivel político, si bien no han definido o planificado medidas para abordar el problema hasta ahora.

Numero de titulados en matemáticas, ciencias y tecnología

Con un crecimiento superior al 37% en el número de titulados en MST entre 2000 y 2008, la Unión Europea ya ha avanzado en más del doble de la tasa prevista por el objetivo de calidad europeo (un incremento de al menos un 15% para el año 2010) en esta área (Comisión Europea, 2011). No obstante, este crecimiento es atribuible en gran medida al aumento general en el número de alumnos matriculados en educación superior en la UE a lo largo de la última década. Sin embargo, si se analiza el porcentaje de titulados en MST en comparación con el número total de titulados universitarios, el panorama es bien distinto. De hecho, el porcentaje de titulados en MST en comparación con el total de titulados de la UE está disminuyendo, lo cual constituye una preocupación no solo para las administraciones educativas, sino también para las empresas. Los gobiernos están intentando

contrarrestar esta tendencia, puesto que son conscientes de la necesidad de mantener un elevado número de titulados en MST como factor clave para la competitividad en la economía globalizada.

◆◆◆ Gráfico 5.5: Porcentaje de titulados en MST (CINE 5-6), 2000-2009



Fuente: Eurostat.

Nota específica de los países

Liechtenstein: el gráfico informa solo del número de titulados que han estudiado en Liechtenstein. La oferta de titulaciones en el país es muy limitada, por tanto, prácticamente el 90% de los alumnos estudia en el extranjero.



En la Unión Europea, por término medio, el porcentaje de licenciados en áreas relacionadas con las MST descendió de manera constante de un 24,8% en el año 2000 a un 22% en el 2009 (gráfico 5.5). En comparación con el año 2000, la mayoría de los países han experimentado un descenso en el número de alumnos de MST. Algunos países presentan una clara disminución, entre ellos Irlanda, Lituania, Rumanía, Suecia, el Reino Unido, Islandia y Turquía. Solo se puede observar una clara tendencia hacia la mejora en los porcentajes en Portugal. Los países con las cifras más bajas de titulados en MST durante 2009 (14% o menos) son Chipre, Letonia y los Países Bajos. Por el contrario, los índices más elevados de titulados en MST (aproximadamente un 28%) se encuentran en Austria y en Finlandia.

Algunos países realizan un seguimiento del número de estudiantes en MST y manifiestan su preocupación por el descenso en las tasas de titulación:

La Agencia Universitaria y de la Propiedad (DUPA) de **Dinamarca** proporciona datos específicos a nivel nacional sobre el área de ciencias naturales, en la que se engloban las matemáticas, que indican que la situación de esta área en concreto está mejorando, a pesar del descenso en el número de alumnos matriculados en MST en general. Los índices de finalización de los programas de Grado en ciencias naturales se vieron incrementados de un 60% en 2001 a un 67% en 2008. No obstante, el promedio total de titulados en programas de Grado en 2008 fue superior, alcanzando un 74%. La tasa de finalización en programas de Máster en el área de ciencias naturales se mantuvo constante en un 85% en el mismo año. El número de alumnos matriculados en 2010 muestra un incremento sustancial a nivel general en el área de ciencias naturales de un 18%, que representa el mayor incremento observado en todas las áreas de estudio. Este hecho, por tanto, redujo el nivel de preocupación de los responsables políticos.

Por el contrario, solo un 5,2% del total de alumnos universitarios en **Letonia** estudian ciencias naturales y matemáticas. También se observa una escasez de titulados en **Polonia**. El Ministerio de Ciencia y Educación Superior dota de fondos específicos a las facultades de matemáticas y otorga becas a los mejores estudiantes, con el fin de incrementar el número de titulados en MST. En **Bélgica (Comunidad flamenca)**, se ha adoptado la Comunicación del Plan de Acción para las Ciencias. En ella se definen los objetivos orientados a incrementar el número de titulados de educación superior en matemáticas y en áreas afines, a través de una mejora en las actitudes del alumnado y de su percepción de las asignaturas de ciencias. **Francia** informa de que solo un 42% de los alumnos que escogen ciencias como materia optativa en los exámenes de final de la educación secundaria superior continúan sus estudios en la rama de ciencias. Esto representa un descenso de 15 puntos en diez años. La única de las áreas dentro del ámbito de las matemáticas que mantiene un número estable de alumnos en las universidades es la informática.

Aunque el **Reino Unido** en su conjunto ha experimentado un descenso en el número de alumnos matriculados en MST en programas de Grado, en **Escocia** los centros de educación superior informan de que el número de alumnos nuevos que se matriculan en carreras relacionadas con las matemáticas es bastante elevado, y que dichos alumnos son tan capaces y están tan motivados como los de generaciones anteriores. Sin embargo, surgieron algunas preocupaciones respecto a la perseverancia y la determinación en el esfuerzo de las promociones de estudiantes actuales.

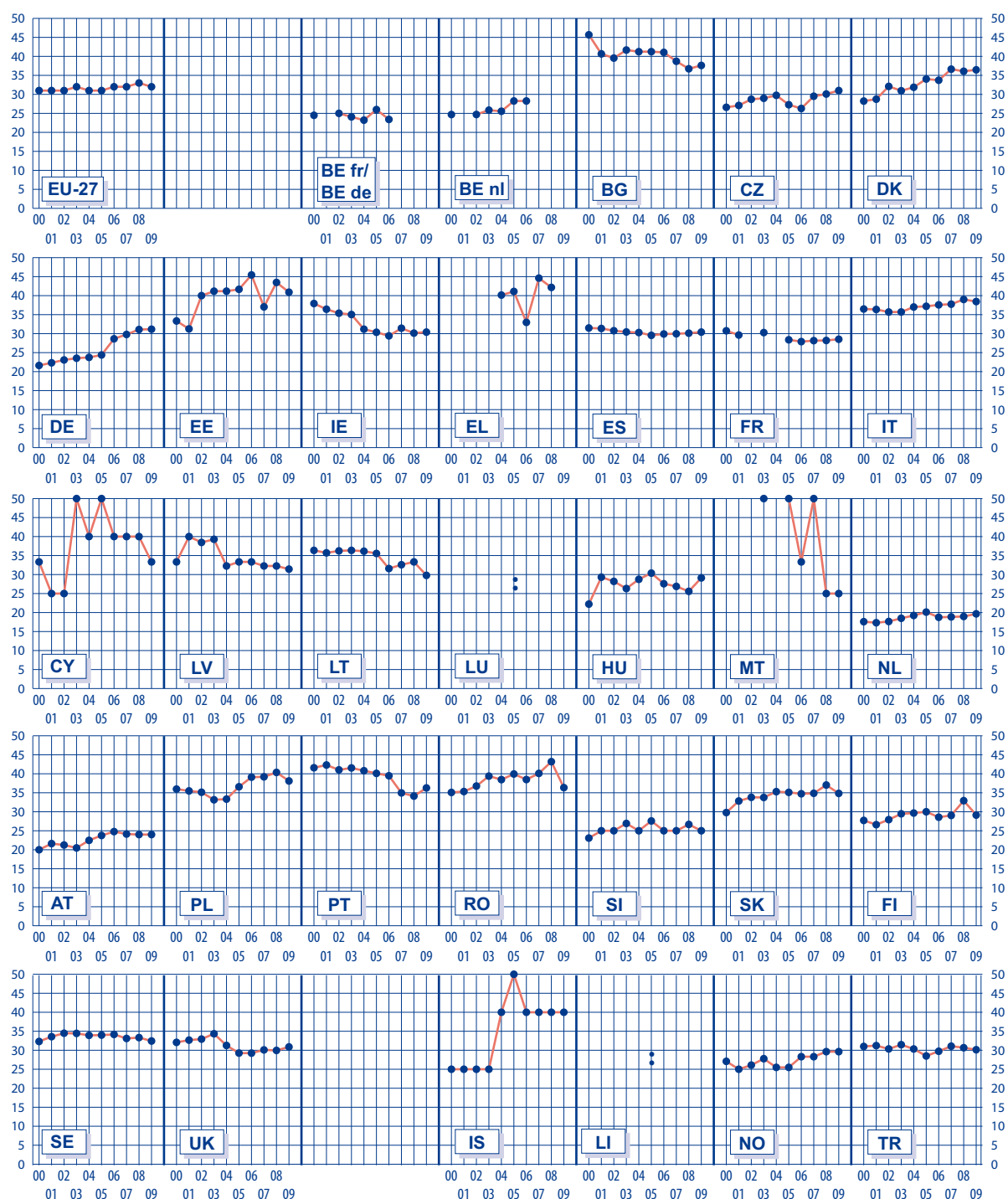
Equilibrio de género

Doce países o regiones europeas han expresado su inquietud respecto al equilibrio entre el número de varones y mujeres matriculados en educación superior en matemáticas o en áreas relacionadas. Es un número inferior al de los países que señalan su preocupación por la escasez de competencias o por la cifra total de titulados en educación superior en estas disciplinas. Sin embargo, aquellos países que han manifestado su preocupación respecto a una de estas dos cuestiones también indican que se observan desigualdades de género.

Según los datos proporcionados por Eurostat (gráfico 5.6), el porcentaje de mujeres respecto al total de titulados en MST en la UE-27 se ha incrementado solo ligeramente en los últimos años, pasando de un 30,8% en 2000 a un 32,1% en 2009. Solo en Estonia y en Islandia encontramos una proporción

de aproximadamente un 40% de mujeres tituladas en MST. Por el contrario, en los Países Bajos hallamos el porcentaje menor de mujeres tituladas en MST (19,7%), seguido del de Austria (24%). El incremento más significativo en cuanto al número de mujeres tituladas en MST en los últimos años se observa en Dinamarca, Alemania e Islandia.

◆◆◆ Gráfico 5.6: Evolución del porcentaje de mujeres tituladas en matemáticas y estadística (CINE 5-6), 2000-2009



Fuente: Eurostat.



Unos cuantos países están intentando abordar el desequilibrio general en el número de alumnos matriculados en MST, y el de mujeres, en particular:

Dinamarca ha adoptado una estrategia para atraer a más mujeres a los estudios de matemáticas y se puede apreciar un aumento en el número de mujeres tituladas en MST desde un 28,24% en el año 2000 a un 36% en el 2007.

Noruega se ha propuesto como objetivo incrementar en un 15% el número de alumnos en áreas de MST dentro de su “Estrategia para Reforzar las MST 2010-2014”.

Los **Países Bajos**, que presentan el porcentaje más bajo de mujeres tituladas en MST dentro de la UE, han puesto en marcha una campaña en los medios de comunicación para animar a las niñas a escoger asignaturas en el área de MST a lo largo de sus estudios. Las facultades técnicas han iniciado proyectos para atraer tanto a hombres como a mujeres a los estudios técnicos, dado que el porcentaje de titulados en MST se halla entre los más bajos de Europa, con solo un 14% en 2008.

Francia anima a las niñas a optar por estudios en el área de las MST a través de campañas nacionales, pero el porcentaje de alumnas aún es de aproximadamente un 35% del total de alumnos matriculados en MST.

Escasez de competencias

Varios países informan de una escasez de competencias en el área de MST, y especialmente en matemáticas. Dichas carencias están relacionadas con las dificultades que tienen los alumnos en matemáticas y, en algunos países, con la falta de especialización del profesorado. Para solucionar este problema, varios países han puesto en marcha medidas para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y, al mismo tiempo, la motivación de los alumnos por aprender y estudiar esta disciplina en niveles educativos superiores.

Noruega ha adoptado una serie de medidas para reforzar las competencias de los alumnos antes de su incorporación a la educación superior. El Centro Nacional para la Contratación en MST juega un papel primordial en la implantación de dichas medidas.

Los empresarios de la **República Checa** mencionan que la calidad de los estudiantes de centros de educación superior depende en gran medida de su nivel de formación en secundaria (Fondo Nacional de Educación, 2009). La reforma del currículo que está actualmente en marcha debería conducir a una mejora en la enseñanza de las MST en los centros escolares. Asimismo, algunas organizaciones empresariales de la República Checa se muestran a favor de introducir un examen nacional al final de la secundaria superior que ayude a elevar el nivel de conocimientos matemáticos esenciales para las profesiones técnicas y científicas. Los alumnos se sometieron a esta prueba de final de estudios por primera vez en el curso escolar 2010/11.

En la misma línea, en **Irlanda**, según los objetivos establecidos en el borrador del Plan Nacional Para la Mejora de las Competencias en Lectoescritura y en Matemáticas, “Mejores Competencias en Lectoescritura y en Matemáticas para Niños y Jóvenes” (2010⁽²⁹⁾), el Departamento de Educación y Competencias se plantea como objetivo mejorar el nivel de rendimiento de los alumnos en la prueba de matemáticas de Nivel Ordinario que realizan los alumnos al finalizar el primer ciclo de educación secundaria (hasta en un 60% en 2020) y en las pruebas de Nivel Avanzado de matemáticas de la educación secundaria superior (hasta un 30% en 2020).

En **Estonia** se han puesto en marcha varias medidas para abordar la actual situación de las competencias matemáticas. La Universidad de Tallin ofrece cursos especiales de formación permanente del profesorado para que se especialicen en la enseñanza de las matemáticas en primaria. Los nuevos métodos de enseñanza deberían evitar el empeoramiento en los resultados en los exámenes de matemáticas, que ha motivado un descenso en el número de alumnos que escogen las matemáticas en estudios superiores. Dado que los conocimientos de los alumnos en muchos casos no son suficientes para cursar estudios universitarios, los centros escolares ofrecen cursos especiales para ayudar a los

⁽²⁹⁾ http://www.education.ie/servlet/blobervlet/pr_literacy_numeracy_national_plan_2010.pdf

estudiantes a alcanzar los niveles requeridos. Asimismo, para contrarrestar la falta de profesores jóvenes que deseen enseñar en zonas rurales, el gobierno proporciona incentivos económicos adicionales.

Al igual que sucede en Estonia, las universidades en **Polonia** también ofrecen cursos específicos para alumnos con conocimientos matemáticos insuficientes. En **Bulgaria** también es objeto de discusión la necesidad de elevar el nivel de competencias matemáticas, y en **Bélgica (Comunidad germanófona)** se va a implantar un plan estratégico para el fomento de las matemáticas en el conjunto del sistema educativo.

Resumen

Las matemáticas son una de las competencias básicas y fundamentales para el aprendizaje permanente. Motivar a los alumnos a estudiar esta asignatura es esencial para mejorar su rendimiento en la escuela y sus oportunidades de cursar estudios superiores y, posiblemente, de ejercer profesiones relacionadas con el ámbito de las matemáticas.

Aquellos alumnos que muestran una actitud positiva y un alto nivel de confianza en sí mismos en matemáticas generalmente obtienen mejores resultados. Los datos de TIMSS confirman que en el conjunto de países participantes de la UE, y especialmente en octavo curso, los alumnos con una actitud positiva obtienen una puntuación más alta que los que tenían actitudes negativas. Asimismo, los resultados de TIMSS indican que el rendimiento es más elevado en alumnos que consideran que el conocimiento matemático es una ventaja para su educación y su profesión futuras. Merece la pena considerar si también influye en el rendimiento el hecho de que el alumno perciba que la enseñanza de las matemáticas en la escuela tiene relación con su experiencia cotidiana.

Los estudios e informes nacionales e internacionales presentados en este capítulo sugieren que la motivación hacia el aprendizaje de las matemáticas disminuye a lo largo de los años que el alumno permanece en el sistema educativo y, por tanto, es necesario arbitrar medidas para hacer frente a esta situación. Algunos países han adoptado estrategias e iniciativas orientadas a implicar a los alumnos en su proceso de aprendizaje y a incrementar su interés y su participación activa en dicho proceso desde edades muy tempranas. Entre estas medidas cabe mencionar los métodos de enseñanza innovadores, los convenios de colaboración entre centros escolares, universidades o empresas, y las actividades extracurriculares dirigidas en concreto a alumnos especialmente dotados para las matemáticas. Pocos países inician dichas actividades en la etapa de educación infantil.

Es necesario también abordar las cuestiones de género, ya que las niñas manifiestan un nivel de ansiedad más elevado y una menor confianza en sus capacidades que los chicos. Los datos de PISA y de TIMSS revelan que, aunque las diferencias de género no son significativas en lo referente a rendimiento, sí son muy apreciables en lo que respecta a confianza en uno mismo y autoeficacia. El número de mujeres tituladas en carreras relacionadas con las MST es inferior al de los varones y no ha variado mucho en los últimos años.

Muchos países abordan la cuestión de la motivación en el contexto general de las MST, en lugar de centrarse únicamente en el área de matemáticas. Esta tendencia resulta más evidente al analizar los proyectos y colaboraciones que se promueven en muchos países. Por otra parte, las iniciativas políticas a escala europea normalmente se dirigen al área de MST en su conjunto. Este enfoque puede resultar bastante útil, pero es importante prestar la misma atención a las materias específicas, como, por ejemplo, las matemáticas, para poder desarrollar estrategias que mejoren la motivación de los alumnos.

Varios países promueven iniciativas a nivel nacional con objeto de mejorar la percepción que tienen los alumnos del aprendizaje de las matemáticas, pero estas iniciativas están dirigidas a estudiantes

con altas capacidades, en lugar de dirigirse a incrementar el nivel de motivación del alumnado general. Los estudiantes que tienen dificultades en la materia podrían beneficiarse en gran medida de un apoyo adicional y, por tanto, los programas orientados a mejorar la motivación también serían muy beneficiosos si estuvieran dirigidos a este grupo en concreto.

Los estudiantes que están motivados y obtienen buenos resultados en matemáticas, tanto en primaria como en secundaria, tienen más probabilidades de continuar sus estudios de nivel superior y de incorporarse a profesiones del área de las MST. En consecuencia, los gobiernos de la mayoría de los países han fijado como objetivo de sus políticas incrementar el porcentaje de alumnos matriculados en MST y están tomando medidas al respecto. El objetivo común es proporcionar apoyo a un número suficientemente elevado de titulados de alto nivel que, en última instancia, contribuirán a mantener a Europa en su posición dentro de la economía global.

CAPÍTULO 6: LA FORMACIÓN INICIAL Y PERMANENTE DEL PROFESORADO DE MATEMÁTICAS

Introducción

La enseñanza eficaz de las matemáticas depende en gran medida de la destreza de los profesores. Por tanto, sus conocimientos sobre la materia –los principios y procesos matemáticos– y su formación resultan cruciales. Sin embargo, una buena enseñanza no solo depende de los conocimientos y habilidades matemáticas del profesor, sino también de su comprensión sobre cómo enseñar la materia y sobre cómo aprenden los alumnos –y ambos aspectos son esenciales para que el profesor reflexione sobre las necesidades de sus alumnos y les dé una respuesta adecuada. Así pues, los profesores de matemáticas han de poseer y aplicar conocimientos sólidos de las matemáticas como asignatura, así como de los principios pedagógicos para su enseñanza.

Existe un acuerdo generalizado sobre la correlación entre la calidad de la enseñanza y la formación del profesorado, por una parte, y el rendimiento de los alumnos por otra, incluido el rendimiento en matemáticas (véase, por ejemplo, Aaronson *et al.*, 2007; Bressoux, 1996; Darling Hammond *et al.*, 2005; Greenwald *et al.*, 1996; Kane *et al.*, 2008; Menter *et al.*, 2010; Slater *et al.*, 2009; Rivkin *et al.*, 2005). La Unión Europea también ha reconocido hace tiempo esta conexión y considera la formación del profesorado y el apoyo que se presta a los docentes como un elemento muy importante dentro de los sistemas educativos europeos ⁽¹⁾ (Comisión Europea, 2007).

El objetivo de este capítulo es señalar aquellos aspectos de la formación inicial y permanente del profesorado de matemáticas que permiten a los docentes ofrecer al alumnado oportunidades de aprendizaje de alta calidad, necesarias para conseguir un buen rendimiento. En primer lugar, se analiza la normativa a nivel central, así como otras recomendaciones y directrices relacionadas con la estructura y el contenido de los programas de formación inicial y permanente del profesorado. A continuación se esboza el perfil profesional del profesorado de matemáticas, seguido de un análisis de las políticas y prácticas existentes en los países europeos respecto a su formación inicial (FIP) y permanente (FPP). El análisis se enmarca en el contexto de la literatura científica más relevante, así como de los datos de las evaluaciones internacionales TIMSS y PISA. Además, en el último apartado figuran algunas conclusiones de un estudio piloto elaborado por EACEA/Eurydice sobre prácticas actuales en la formación del profesorado de ciencias y matemáticas en varios sistemas educativos europeos.

6.1. Retos demográficos a los que se enfrenta el profesorado de matemáticas en Europa

A pesar del papel primordial del profesorado en la educación, en la actualidad la función docente se enfrenta a numerosos desafíos. En un estudio recientemente realizado por la OCDE (2005) sobre cómo atraer, formar y retener a profesionales eficaces en el ámbito de la enseñanza, muchos países informaron, entre otros asuntos, de su preocupación respecto al envejecimiento del colectivo, sobre la escasez de profesores de calidad, las desigualdades de género y la débil conexión entre la formación inicial y permanente del profesorado y las necesidades de los centros educativos.

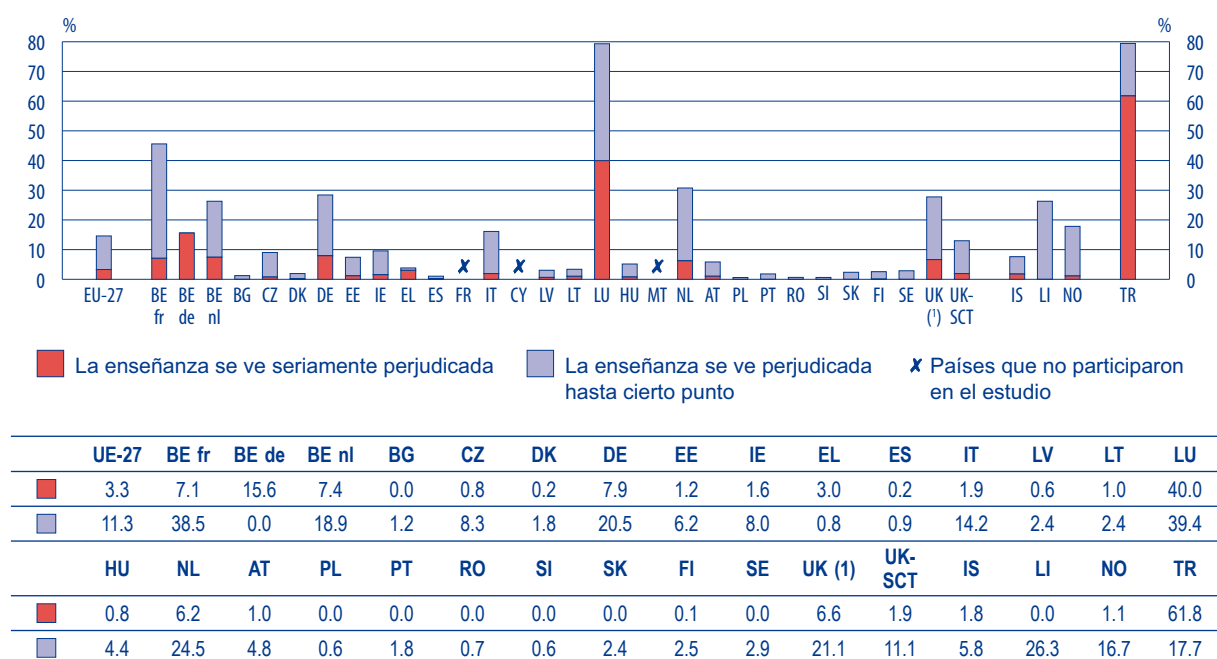
(1) Conclusiones del Consejo, de 26 de noviembre de 2009, sobre la formación permanente del profesorado y de los directores de centros. DO C 302, 12.12.2009, pp. 6-9.
Conclusiones del Consejo y de los Representantes de los Gobiernos de los Estados Miembros, reunidos en el seno del Consejo, de 21 de noviembre de 2008, sobre la preparación de los jóvenes para el siglo XXI: agenda para la cooperación europea en las escuelas, DO C 319, 13.12.2008, pp. 20-22.
Conclusiones del Consejo y de los Representantes de los Gobiernos de los Estados Miembros, reunidos en el seno del Consejo, de 15 de noviembre de 2007, sobre la mejora de la calidad en la formación inicial del profesorado, DO C 300, 12.12.2007, pp. 6-9.

Un análisis del perfil del cuerpo de docentes de matemáticas en Europa dibuja un panorama bastante similar. Varios países manifestaron su preocupación respecto a la escasez de profesores de matemáticas, sobre todo en educación secundaria inferior:

Austria y Noruega advirtieron sobre la falta generalizada de profesores, incluidos los de matemáticas. En la **Comunidad Flamenca de Bélgica, Alemania e Irlanda**, también existe preocupación por la escasez de profesores de matemáticas cualificados. En los **Países Bajos** se necesitan más profesores de aritmética y se informó de una carencia generalizada de formación pedagógica sobre la enseñanza de las matemáticas en secundaria inferior.

Los datos del último estudio PISA (gráfico 6.1) confirman que algunos países no cuentan con suficientes profesores de matemáticas cualificados. Por término medio, solo el 15% de los alumnos de 15 años reciben instrucción en centros en los que los directores comentaron que la enseñanza de las matemáticas se ve dificultada, al menos hasta cierto punto, por la escasez de profesionales cualificados. Luxemburgo y Turquía son los países más afectados, con aproximadamente un 80% de los alumnos de 15 años en cuyos centros los directores afirman enfrentarse a este problema. Detrás de ellos se encuentran Bélgica (Comunidades francesa y flamenca), Alemania, los Países Bajos, el Reino Unido (Inglaterra, Gales e Irlanda del Norte) y Liechtenstein, donde la dirección de los centros a los que asisten entre un 20% y un 50% de los alumnos informaron de una falta de profesorado cualificado para esta área. Aproximadamente la mitad de los países europeos no tienen dificultades al respecto.

◆◆◆ Gráfico 6.1: Porcentaje de alumnos de 15 años cuyos directores indicaron que la capacidad docente de sus centros se ve mermada por la falta de profesores de matemáticas cualificados, 2009



Fuente: OCDE, base de datos de PISA 2009.

UK (1): UK-ENG/WLS/NIR

Nota explicativa

El gráfico resume las respuestas de los directores a la opción “escasez de profesores de matemáticas cualificados” como parte de la pregunta “La capacidad docente del centro se ve mermada por alguna de las siguientes situaciones”. El gráfico muestra dos de las cuatro posibles categorías de respuesta (“en absoluto”, “muy poco”, “hasta cierto punto”, y “seriamente perjudicada”).

Nota específica del país

Austria: las tendencias no son estrictamente comparables, dado que algunas escuelas austriacas rehusaron participar en el estudio PISA 2009 (véase OCDE 2010b). No obstante, los resultados de Austria se han incluido en la media de la UE-27.



La disponibilidad de profesores de matemáticas cualificados también está relacionada con su formación inicial. Los resultados del estudio internacional TIMSS en el área de matemáticas ofrecen algunos datos sobre el nivel educativo del profesorado de esta asignatura. Según la media de los países participantes de la UE ⁽²⁾, los profesores del 75% de los alumnos de cuarto curso y del 93% de los de octavo poseían un título universitario. Asimismo, el profesorado de un 15% de los alumnos de cuarto y del 30% de los de octavo eran titulados universitarios de postgrado (Máster o Doctorado). Sin embargo, en cuarto se observan algunas diferencias entre países. Por ejemplo, en Italia la mayoría de los alumnos tenían profesores cuya titulación era solo de educación secundaria, mientras que en Austria el profesorado de la mayoría de los alumnos eran titulados de nivel superior, aunque no universitario. Solo en Eslovenia los profesores de la mitad de los alumnos tenían un título de educación secundaria no obligatoria no universitaria (Mullis *et al.* 2008, pp. 248-49).

Otra de las inquietudes que manifestaron los países europeos tiene que ver con la composición por edad del cuerpo de profesores de matemáticas:

Mientras que en **Estonia** se informa de un número insuficiente de profesores jóvenes, la situación en **Finlandia** es que la media de edad del profesorado de matemáticas es superior a la del profesorado de otras áreas. En **Rumanía** y en el **Reino Unido (Escocia)**, los estudios indican que el envejecimiento del colectivo de docentes de matemáticas constituirá un problema en un futuro cercano. En los próximos años un gran número de profesores se encontrarán en situación de jubilarse, lo cual supone una amenaza para la provisión de profesores de matemáticas cualificados.

En este contexto, los datos de TIMSS confirman que en todos los países participantes de la UE la edad del profesorado de la mayoría de los alumnos de cuarto y octavo curso (37% y 45% respectivamente) era de 50 o más años. Y entre ellos, la edad de los profesores de aproximadamente un 5% de los alumnos rondaba o superaba los 60. Más de la mitad de los alumnos de cuarto curso en Alemania tenían profesores con 50 o más años, y en el mismo caso se encontraban los alumnos de octavo en Bulgaria, Italia y Rumanía. Un número relativamente bajo de alumnos de cuarto y octavo, entre un 10% y un 15% por término medio en la UE, tenían profesores con 29 años o menos, y en el caso de los Países Bajos y el Reino Unido (Inglaterra y Escocia), un porcentaje algo mayor de alumnos tenían profesores menores de 29. El profesorado de alrededor de un 50% de los alumnos de octavo de Chipre y Turquía era menor de 29 años (Mullis *et al.* 2008, pp. 244-45).

Los datos de TIMSS sobre los patrones de edad de los profesores de matemáticas revelan en general las mismas tendencias que los que ofrece Eurostat (año de referencia 2007) sobre la totalidad del profesorado de primaria y secundaria. Los datos indican que, en la mayoría de los países, el grupo más numeroso dentro del colectivo docente de primaria y secundaria en Europa lo componen profesores en la franja de edad comprendida entre los 40 y los 50 años.

En lo que respecta al género, solamente Estonia en el conjunto de países Europeos informó de que dentro del colectivo femenino de profesores, la mayoría eran profesoras de matemáticas. Según indican los resultados de TIMSS, el profesorado de matemáticas de la inmensa mayoría de los alumnos de cuarto curso (84% de media en la UE) eran mujeres. Solo Dinamarca iguala esta cifra, que, en el caso de Italia, Letonia, Lituania, Hungría y Eslovenia supera el 95% (Mullis *et al.* 2008, p. 244). Sin embargo, esta tendencia se reduce en octavo, donde el promedio de alumnos de la UE en esta situación solo llega al 68%, dado que en la mitad de los países participantes de la UE el porcentaje de alumnos a cargo de profesoras se sitúa entre un 40% y un 60% (*Ibid.*, p. 245).

(²) Aquí y en el resto del informe, la media de la UE calculada por Eurydice sólo se refiere a los países de la UE-27 que participaron en el estudio. Es una media ponderada en la que la contribución de un país es proporcional a su tamaño.

De nuevo, los datos de Eurostat de 2007 sobre el porcentaje de mujeres respecto al total de docentes reflejan unas tendencias similares. Por término medio en Europa, el 83% del profesorado de primaria son mujeres. Dinamarca se encuentra entre los países con el porcentaje más bajo de mujeres en la función docente (68%). En secundaria, la media europea es inferior a la de primaria, con un 66% de profesoras, aunque se mantiene relativamente alta en varios países (por encima del 80%), entre los que se incluyen Bulgaria, Estonia, Letonia y Lituania.

En general, las cuestiones comentadas anteriormente apuntan a la necesidad de tomar medidas en toda Europa para contratar y retener a un número suficiente tanto de profesoras como de profesores cualificados —especialmente entre los jóvenes— en la rama de matemáticas. Asimismo, las oportunidades de formación permanente pueden resultar decisivas a la hora de equipar al profesorado con las competencias necesarias para adaptar su docencia a los cambios y a los nuevos avances en la enseñanza de las matemáticas. Solo dos países de Europa han emprendido reformas específicas que tengan como objetivo el profesorado de matemáticas:

En **Irlanda** se anima a los profesores de matemáticas sin titulación especializada a obtener un diploma de posgrado en matemáticas, impartido conjuntamente por el Departamento de Educación y Competencias y por una de las universidades irlandesas. Asimismo, el Borrador del Plan Nacional para la Mejora de las Competencias en Lectoescritura y Aritmética en las Escuelas, elaborado por el Departamento de Educación y Competencias ⁽³⁾, incluye entre sus propuestas las siguientes: establecer estándares más elevados dentro de los requisitos de admisión para los programas de FIP; reestructurar el contenido y la duración de los programas de FIP para profesores de primaria y de secundaria; proporcionar apoyo continuado a los profesores de aritmética noveles y convertir en obligatoria la participación en el programa nacional de iniciación para profesores para el año 2012; y, por último, centrar la oferta de FPP en el área de la competencia numérica y en el uso de la evaluación.

Como resultado del Estudio Williams (2008) llevado a cabo en el **Reino Unido (Inglaterra)**, en el que se propone formar a profesores de primaria en la especialidad de matemáticas y dotar a cada escuela (o a cada agrupación de pequeñas escuelas) de uno de estos especialistas, el gobierno ha diseñado e impulsado la puesta en marcha del programa “Profesores Especialistas de Matemáticas”. Su objetivo inicial es que todas las escuelas primarias dispongan de un Profesor Especialista de Matemáticas para 2019.

Por otra parte, se ha puesto en marcha el programa “Profesor Colegiado de Matemáticas” (IMA, 2009), con el fin de mejorar el estatus y la profesionalización del cuerpo de profesores de matemáticas. El objetivo de este programa es proporcionar un reconocimiento añadido a la profesión docente, de la misma manera que se recibe en otras profesiones, como es el caso de los ingenieros o peritos colegiados. También es posible para los profesores de primaria optar a dicha acreditación. El programa también otorga gran importancia a la formación permanente, con un requisito de al menos 30 horas anuales. Para recibir la acreditación de colegiado, los profesores tendrán que pertenecer, al menos, a uno de los distintos colegios profesionales de enseñanza de matemáticas y demostrar conocimientos en la materia, así como experiencia pedagógica.

En algunos otros países europeos se están implantando reformas generales del sistema universitario que también afectan al sistema de formación inicial del profesorado.

Por ejemplo, en **España** la principal novedad con respecto a la FIP es que el profesorado de primaria ahora ha de completar un programa de Grado de cuatro años de duración (240 créditos ECTS), en comparación con las titulaciones anteriores de tres años. El profesorado de centros de educación secundaria y de formación profesional está obligado, una vez han obtenido su título de Grado, a realizar un Master oficial de un año de duración (60 créditos ECTS). Anteriormente, el requisito de formación pedagógica y didáctica para estos profesores era un curso de entre 150 y 300 horas, organizado por las universidades.

⁽³⁾ http://www.education.ie/servlet/blobServlet/pr_literacy_numeracy_national_plan_2010.pdf?language=EN

En Islandia se ha aprobado una nueva ley en virtud de la cual los requisitos para la formación inicial del profesorado se modifican en 2011. A partir de entonces será necesario realizar un programa de Máster de 300 créditos ECTS, o una formación equivalente, para convertirse en profesor cualificado para educación infantil, educación obligatoria o educación secundaria superior.

En todos los países la formación inicial y permanente del profesorado, así como sus condiciones laborales son una cuestión de constante debate, y lo mismo sucede en el caso de los profesores de matemáticas. Sin embargo, quizá sean necesarias medidas específicamente dirigidas a abordar los retos a los que el profesorado de matemáticas ha de enfrentarse, con el fin de realizar mejoras significativas en la enseñanza de las matemáticas en los centros educativos europeos.

6.2. Conseguir el equilibrio adecuado en el contenido de los programas de formación inicial del profesorado

La literatura científica sobre formación inicial del profesorado de matemáticas destaca la importancia de conseguir un equilibrio entre los conocimientos del profesorado en el área de matemáticas y sus conocimientos pedagógicos. El Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas de los Estados Unidos (NCTM, 2005) afirma en su declaración de principios respecto al profesorado altamente cualificado en matemáticas que dichos profesionales deben tener “un conocimiento exhaustivo de las matemáticas, incluidos conocimientos especializados relacionados con la docencia, así como un dominio del currículo de las matemáticas y de cómo aprenden los alumnos”. En otras palabras, además de poseer una “profunda comprensión de los principios esenciales de las matemáticas” (Ma 1999, p. 19), también han de disponer de lo que se denomina, de acuerdo con el término acuñado por Shulman (1986), un “conocimiento del contenido pedagógico”, es decir, una comprensión a nivel práctico de cómo aplicar sus conocimientos y de cómo adaptarlos a su actividad docente, así como un “conocimiento del currículo”, que hace referencia a los contenidos, materiales y recursos que se emplean en la enseñanza, a cómo se estructuran y a las distintas maneras de utilizarlos.

Muchos investigadores posteriores han desarrollado y ampliado este concepto sobre los conocimientos que necesita el profesorado, subrayando algunos elementos adicionales. Entre ellos cabe incluir el “conocimiento del contexto”, que permite al profesor adaptar sus conocimientos a entornos y grupos de alumnos específicos (Grossman, 1990), y el “conocimiento de los procesos cognitivos del alumno”, que permite al profesor comprender la forma en que estos piensan y aprenden (véase, por ejemplo, Fennema & Franke, 1992; Cochran *et al.*, 1993).

En los siguientes apartados se analizan en detalle los ámbitos principales de conocimiento del profesorado de matemáticas: en primer lugar, sus conocimientos del área de matemáticas como asignatura, prestando especial atención a las diferencias entre la formación inicial de los profesores generalistas y especialistas; y a continuación, sus conocimientos sobre didáctica de esta disciplina. Este análisis se basa en las directrices promulgadas a nivel central sobre la formación inicial del profesorado.

6.2.1. Conocimientos sobre las matemáticas como asignatura

Merece la pena reflexionar sobre el desarrollo de los conocimientos del profesorado sobre las matemáticas como asignatura (el conocimiento de los principios y procesos matemáticos). En el conjunto de los países europeos, la enseñanza de las matemáticas en primaria corresponde normalmente a profesores generalistas. Las excepciones son Polonia, dado que en el segundo ciclo de la educación primaria (de 4º a 6º) el profesorado de matemáticas son especialistas, y Dinamarca, donde los profesores de primaria están especializados en al menos cuatro “asignaturas principales”. En secundaria inferior, la enseñanza de las matemáticas corresponde a profesores especialistas o semiespecialistas (cualificados para enseñar dos o tres materias además de las matemáticas).

Esta situación preocupa seriamente a algunos países europeos, como es el caso del Reino Unido, en lo que respecta al nivel de conocimientos especializados que se exige a los profesores generalistas que imparten clases de matemáticas en primaria. En la mayoría de los países en los que la normativa o las recomendaciones de la administración central sobre FIP establecen un porcentaje mínimo de créditos destinados a la adquisición de conocimientos matemáticos, dicho porcentaje suele ser mayor en los programas para especialistas que en las titulaciones para generalistas (gráfico 6.2). En el resto de los países es posible que existan directrices a nivel central referidas a la estructura de los cursos. Sin embargo, suelen ser los centros de educación superior quienes determinan cuánto tiempo se destina al aprendizaje de conocimientos matemáticos y cuánto al de competencias pedagógicas.

Existen diferencias muy significativas en el porcentaje de contenidos matemáticos que han de adquirir los profesores especialistas en comparación con los generalistas. En España, por ejemplo, la proporción es de un 40% para profesores especialistas, en comparación con el 7,5% para los generalistas. En Lituania la ratio es 56%:2-3% y en Turquía, 50%:4%. En Malta no existen recomendaciones mínimas para la FIP de profesores generalistas respecto a los contenidos matemáticos, pero sí sobre las competencias pedagógicas, cuya proporción también es menor que en el caso de los especialistas.

◆◆◆ Gráfico 6.2: Normativa o directrices a nivel central sobre el porcentaje mínimo de carga lectiva asignado a los conocimientos matemáticos y a las competencias pedagógicas en los programas de FIP, 2010/11

Profesores generalistas	BE fr	BE de	BE nl	BG	CZ	DK	DE	EE	IE	EL	ES	FR	IT	CY	LV	LT	LU
Conocimientos matemáticos	:	O	O	O	O	O	O	:	O	O	7.5	2	5	:	O	2-3	:
Habilidades pedagógicas	:	O	O	O	O	O	O	:	O	O		2	3	:	O	2-3	:
	HU	MT	NL	AT	PL	PT	RO	SI	SK	FI	SE	UK (¹)	UK-SCT	IS	LI	NO	TR
Conocimientos matemáticos	O	5	O	2	O	:	O	O	:	O	O	O	4	O	⊗	:	4
Habilidades pedagógicas	O		O	6	O	:	O	O	:	O	O	O	4	O	⊗	:	5
Profesores especialistas	BE fr	BE de	BE nl	BG	CZ	DK	DE	EE	IE	EL	ES	FR	IT	CY	LV	LT	LU
Conocimientos matemáticos	:	O	O	O	O	O	O	:	O	O	40	5	10	14	O	56	:
Habilidades pedagógicas	:	O	O	O	O	O	O	:	O	O		5	10	7	O	25	:
	HU	MT	NL	AT	PL	PT	RO	SI	SK	FI	SE	UK (¹)	UK-SCT	IS	LI	NO	TR
Conocimientos matemáticos	O	33	O	15	90	:	O	O	:	O	O	O	10	O	⊗	:	50
Habilidades pedagógicas	O	23	O	10	10	:	O	O	:	O	O	O	10	O	⊗	:	30

O No existe normativa o recomendaciones a nivel central ⊗ No hay programas de formación inicial del profesorado

Fuente: Eurydice.

UK (¹) = UK-ENG/WLS/NIR

Nota explicativa

El gráfico presenta la proporción mínima (expresada como porcentaje) de carga lectiva que debería dedicarse a los conocimientos del área de matemáticas y a las destrezas pedagógicas, respectivamente, en los programas de FIP, tal como establece la normativa, las recomendaciones o las directrices a nivel central.

Notas específicas de los países

España: la normativa no distingue entre contenidos relativos al área de matemáticas y competencias pedagógicas. Los datos sobre profesores generalistas hacen referencia a la oferta educativa de varias universidades, mientras que la normativa a nivel central solo determina la proporción total de los créditos dentro del programa de formación inicial del profesorado, que han de distribuirse entre seis áreas de contenido en educación primaria (incluidas las matemáticas). Los datos sobre profesores especialistas solo se refieren al programa de Máster.

Italia: los datos corresponden a profesores semiespecialistas, que también enseñan matemáticas en secundaria inferior.

Austria: los datos sobre profesores especialistas que imparten docencia en el nivel CINE 2 hacen referencia al profesorado de *Hauptschule* y no al de *Allgemeinbildende höhere Schule (AHS)*.

Liechtenstein: no existen centros de formación inicial del profesorado.



Los datos del estudio internacional sobre matemáticas TIMSS 2007 confirman las tendencias identificadas anteriormente. Según sus resultados, los profesores de alumnos de cuarto curso de una serie de países informaron de una escasa preparación o formación específica en el área de matemáticas. El profesorado del ochenta por ciento o más de los alumnos de cuarto curso de Austria, Hungría, Lituania y Eslovaquia poseía titulaciones para impartir enseñanza en educación primaria sin ninguna formación específica en matemáticas. En el extremo opuesto, en Alemania y Letonia los profesores del 70% de los alumnos de cuarto habían recibido formación inicial específica para la enseñanza en primaria y se habían especializado o habían estudiado la rama de matemáticas (Mullis *et al.* 2008, p. 250).

En octavo, según el promedio de la UE, el profesorado de la mayoría de los alumnos había estudiado matemáticas (59%) y didáctica de las matemáticas (57%). En conjunto, el 88% del alumnado de octavo curso tenía profesores que habían estudiado matemáticas o didáctica de las matemáticas (dado que los profesores a menudo indicaron que sus titulaciones se especializaban en más de una asignatura). Noruega es la excepción, con solo un 44% de los alumnos de octavo con profesores especialistas en matemáticas o en didáctica de las matemáticas, mientras que el profesorado de la mayoría de los alumnos estaba especializado en dos áreas de estudio (Mullis *et al.* 2008, p. 251).

6.2.2. Conocimientos y destrezas relacionados con la didáctica de las matemáticas

En el contexto de la didáctica de las matemáticas, Ball y Bass (2000) intentan específicamente ahondar en el concepto del conocimiento didáctico proponiendo una subcategoría denominada “conocimientos matemáticos para la enseñanza”. Esta categoría hace referencia a conocimientos matemáticos específicos para la profesión docente –entre los que se incluyen tener en cuenta el razonamiento matemático de los alumnos, realizar un seguimiento del temario y de su evolución en el aula, proporcionar nuevas representaciones o explicaciones para temas conocidos, etc. Pero también supone planificar clases interactivas, valorar el progreso de los alumnos y realizar evaluaciones, explicar a los padres el trabajo que se realiza en el aula, gestionar los deberes, abordar cuestiones de equidad, etc. –todo lo cual ha de tener lugar dentro del contexto del conocimiento que tiene el profesor de “conceptos matemáticos, habilidades de razonamiento matemático y de comunicación, dominio de la terminología y de los ejemplos, así como la comprensión y la reflexión sobre la naturaleza de la competencia matemática” (Ball *et al.* 2005, p. 17).

Los investigadores que han analizado los conocimientos y destrezas necesarios para llevar a cabo este trabajo han descubierto que el que los profesores obtengan una puntuación alta en estas medidas de los conocimientos matemáticos para la enseñanza contribuye a que sus alumnos obtengan mejores resultados (*Ibid.*; Hill *et al.*, 2005; Hill *et al.*, 2008; Hill, Schilling, & Ball, 2004).

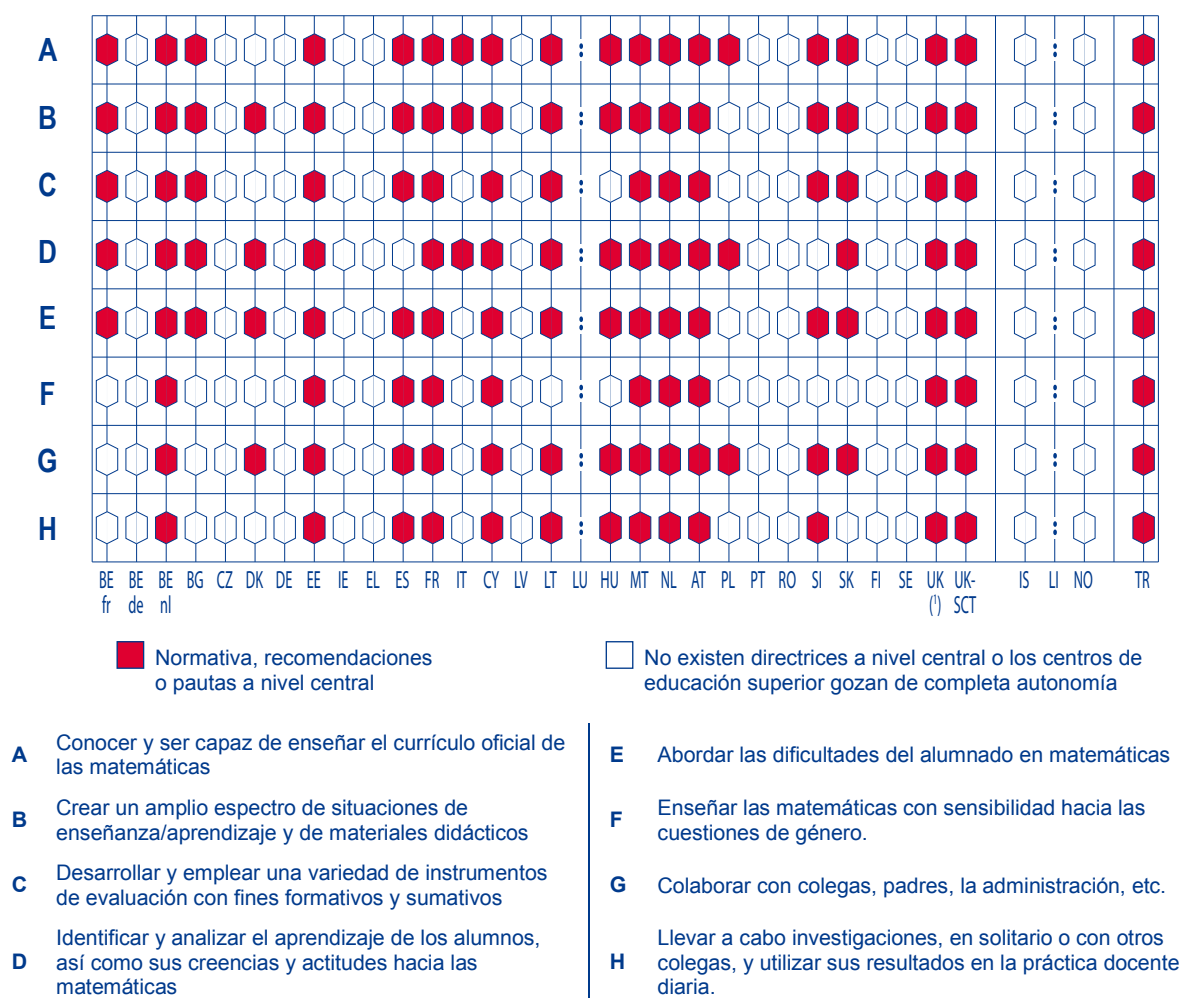
Los resultados de la investigación sugieren, por tanto, que, para poder preparar eficazmente al profesorado, los programas de FIP han de proporcionarles una comprensión sólida de los conocimientos relacionados con el área de las matemáticas así como las destrezas pedagógicas necesarias para enseñarlas. Aquellos países europeos en los que existe normativa, recomendaciones y/o directrices a nivel central relativas a la FIP también especifican el número de áreas de contenido que los futuros profesores de matemáticas han de estudiar durante su formación (gráfico 6.3). Sin embargo, entre las cuestiones que se abordan con menor frecuencia a nivel central se incluye la enseñanza de las matemáticas teniendo en cuenta las cuestiones de género, realizar investigación en matemáticas y servirse de sus resultados, y la evaluación de alumnos. En doce países o regiones los centros de educación superior tienen completa autonomía para decidir sobre el contenido de sus programas de formación inicial del profesorado de matemáticas.

La mayoría de los países en los que existe normativa, recomendaciones y/o directrices sobre programas de FIP exigen a su profesores conocimientos sobre cómo enseñar el currículo de las matemáticas, cómo crear diversas situaciones de enseñanza y aprendizaje y cómo utilizar una gran variedad de

materiales didácticos. Asimismo, los profesores deberían ser capaces de realizar un seguimiento del aprendizaje de sus alumnos, de sus creencias y actitudes hacia las matemáticas, y de abordar sus dificultades de aprendizaje. Para poder lograrlo, también se exige a los profesores capacidad para implicar a los padres y a otros agentes, como las administraciones educativas, en la vida escolar del alumno, y para colaborar con sus compañeros en el intercambio de conocimientos y experiencias adquiridas durante el proceso de enseñanza de las matemáticas.

Sirva como ejemplo la Orden Ministerial de **Dinamarca** sobre el programa de formación inicial del profesorado de matemáticas de primaria y secundaria inferior ⁽⁴⁾, según la cual los profesores deberían adquirir la competencia para justificar, planificar y ejecutar la enseñanza de las matemáticas, así como para identificar, evaluar y desarrollar materiales didácticos con el fin de desvelar las estrategias de aprendizaje de los alumnos y sus actitudes hacia la asignatura, motivándoles y estimulándoles para que se involucren en su aprendizaje y abordando sus dificultades. Asimismo, los profesores deberían desarrollar destrezas para comunicarse y colaborar con otros colegas y con otras personas fuera del centro, es decir, con los padres y con las administraciones públicas, sobre cuestiones relacionadas con la enseñanza de esta disciplina.

◆◆◆ Gráfico 6.3: Existencia de normativa o directrices a nivel central sobre las áreas de conocimiento y las destrezas para la enseñanza de las matemáticas que han de impartirse en los programas de FIP, 2010/11



Fuente: Eurydice.

UK ⁽¹⁾ = UK-ENG/WLS/NIR

⁽⁴⁾ *Bekendtgørelse om uddannelsen til professionsbachelor som lærer i folkeskolen* (Normativa sobre el programa profesional de Grado para profesores de *folkeskole*). BEK nr 408 af 11/05/2009: <https://www.retsinformation.dk/Forms/R0710.aspx?id=124492>

Nota explicativa

El gráfico indica si la normativa, las recomendaciones o las directrices a nivel central para programas de FIP mencionan alguna competencia final relacionada con los conocimientos y destrezas necesarios para la enseñanza de las matemáticas que habrán de adquirir los futuros profesores, o si los centros de educación superior tienen completa autonomía respecto al contenido de los programas de FIP.

Notas específicas de los países

Austria: los datos se refieren a la formación de profesores de primaria (CINE 1) y de *Hauptschule*, y no al profesorado de *AHS* (*Allgemeinbildende höhere Schule*) que imparten niveles CINE 2 y 3, en cuyo caso las universidades tienen total autonomía.

Liechtenstein: no existen centros de formación inicial del profesorado.



Aproximadamente la mitad de todos los países que disponen de normativa o recomendaciones sobre formación inicial del profesorado de matemáticas afirman que los docentes deberían saber cómo seleccionar y utilizar una serie de instrumentos de evaluación con fines tanto sumativos como formativos, y cómo llevar a cabo estudios y/o hacer uso de los resultados de las investigaciones en su práctica docente diaria.

La normativa para la formación inicial del profesorado de matemáticas de secundaria en **España**, por ejemplo, dictamina que todos los futuros profesores han de poseer conocimientos sobre estrategias y técnicas de evaluación, así como comprender la naturaleza de la evaluación como un instrumento para regular e incentivar los esfuerzos de los alumnos. En términos generales, los profesores han de ser capaces de programar, desarrollar y evaluar los procesos de enseñanza y aprendizaje. A tal efecto, se forma al profesorado para comprender y aplicar metodologías y técnicas básicas para la investigación en educación y para la evaluación, y también reciben formación para diseñar y desarrollar proyectos de evaluación y de investigación innovadores.

Solo en cerca de un tercio de los países europeos que cuentan con normativa o recomendaciones a nivel central respecto a los programas de FIP se exige a los profesores de matemáticas conocimientos para impartir la asignatura mostrando sensibilidad hacia las cuestiones de género.

Por ejemplo, en el **Reino Unido (Inglaterra, Gales e Irlanda del Norte)** ⁽⁵⁾ y en **Escocia** ⁽⁶⁾, los programas de FIP se rigen por una serie de estándares generales para la formación inicial del profesorado, según los cuales el profesorado, al término de su formación, ha de ser capaz de atender a la diversidad del alumnado y de ajustar su enseñanza, sus expectativas y su ritmo de trabajo de manera que exijan a cada alumno según sus posibilidades. Este enfoque hacia la equidad también incluye las cuestiones de género.

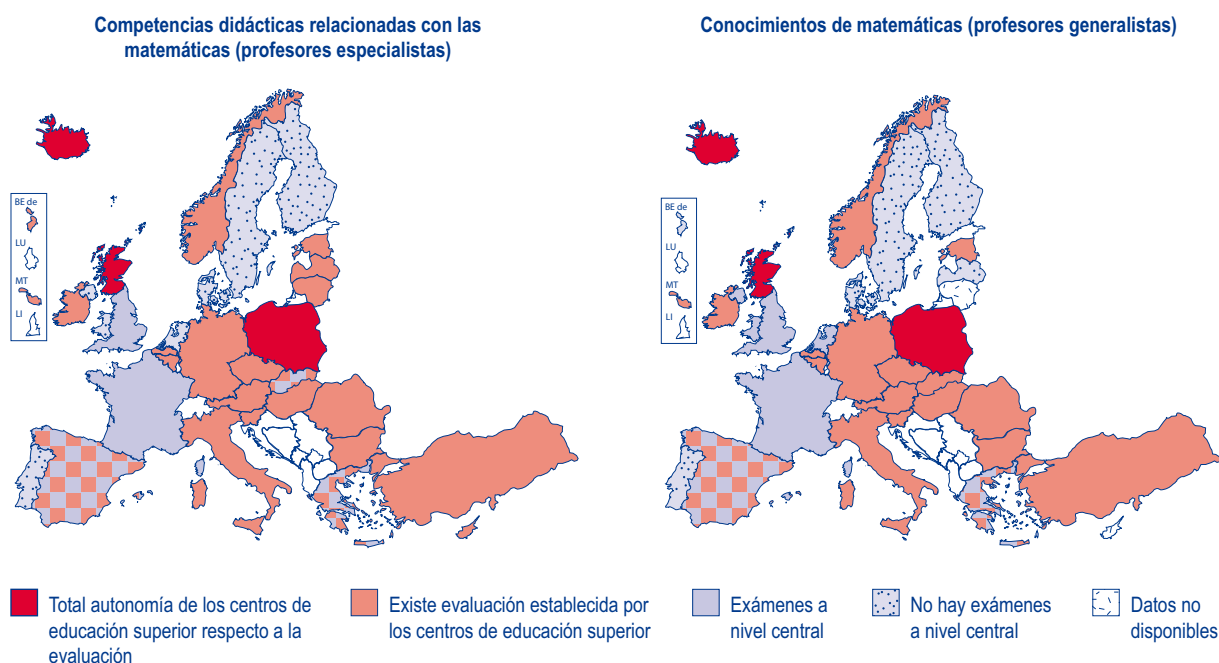
6.2.3. La evaluación de los futuros profesores

En la mayoría de los países en los que la administración central publica normativa, recomendaciones y/o directrices sobre los programas de FIP en las que se establecen las áreas de conocimiento que han de desarrollar los profesores de matemáticas –y también en algunos países en los que los centros de educación superior tienen autonomía respecto al contenido de los programas de FIP– se evalúa a los futuros profesores de matemáticas (tanto especialistas como semiespecialistas) sobre sus *destrezas pedagógicas relacionadas con las matemáticas*. Dicha evaluación se lleva a cabo generalmente mediante exámenes orales y/o escritos, durante el programa de estudios o al finalizar el mismo. Sin embargo, el contenido de los exámenes, su estructura y su calificación suelen ser responsabilidad de los centros de educación superior que imparten los programas de FIP. En tres países o regiones (Polonia, el Reino Unido –Escocia– e Islandia), los centros de educación superior tienen total autonomía para organizar las pruebas de evaluación para futuros profesores.

⁽⁵⁾ Estándares y requisitos de para la formación inicial del profesorado (ITT): <http://www.tda.gov.uk/training-provider/itt/qts-standards-itt-requirements.aspx>

⁽⁶⁾ Estándares para la formación inicial del profesorado (ITE): <http://www.gtcs.org.uk/web/FILES/the-standards/the-standard-for-initial-teacher-education.pdf>

◆◆◆ Gráfico 6.4: Evaluación de los futuros profesores de matemáticas, 2010/11



Fuente: Eurydice.

Nota específica de país

Reino Unido (ENG/WLS/NIR): los alumnos tienen que aprobar un examen nacional y obtener una calificación determinada en matemáticas para ser admitidos en el curso de formación del profesorado.



La situación es bastante semejante para los futuros profesores generalistas en el área de matemáticas. En aproximadamente la mitad de los países europeos se les examina de sus *conocimientos sobre el contenido del área de matemáticas*. Sin embargo, los futuros profesores generalistas no son evaluados solo durante y al final de su programa de FIP, sino con mucha frecuencia al principio del mismo, mediante pruebas de acceso. De nuevo, suele ser responsabilidad de los centros de educación superior diseñar y organizar los exámenes de *conocimientos sobre el contenido del área de matemáticas*. En Polonia y en Islandia los centros son totalmente autónomos a la hora de establecer dichas pruebas para futuros profesores durante su formación inicial.

Solo en un reducido número de países existen pruebas establecidas a nivel central sobre las *destrezas pedagógicas relacionadas con la enseñanza de las matemáticas*:

En **Francia**, los futuros profesores de matemáticas han de aprobar un examen nacional de oposición conocido como “CAPES” al final de sus estudios. La prueba consta de exámenes orales y escritos, así como de una entrevista ante un tribunal. Las distintas partes de la prueba están basadas en el currículo de las matemáticas para la educación secundaria inferior y superior. Asimismo, los opositores han de demostrar su bagaje profesional y matemático, sus conocimientos de la materia y de los programas de estudios, y sus reflexiones sobre la historia y la finalidad de las matemáticas, así como su relación con otras disciplinas.

En el **Reino Unido (Inglaterra)** todos los futuros profesores han de aprobar un examen de competencia matemática (así como de lectoescritura y de las TIC) antes de comenzar su período de instrucción. Las pruebas examinan las destrezas básicas necesarias para ejercer la función docente en centros escolares en su sentido más amplio, y no tanto los conocimientos específicos de matemáticas que se requieren para impartir la asignatura. Todos los profesores han de aprobar este examen para ejercer, con independencia de la rama de estudios que hayan escogido.

En **Grecia**, además de los exámenes de matemáticas de acceso a la universidad y aquellos que se realizan durante los programas de estudios, también se evalúa a los futuros profesores de matemáticas cuando se presentan a las pruebas del Consejo Supremo para la Selección de Personal Civil (ASEP). Igualmente, en **España**, aparte de los exámenes de matemáticas incluidos en las pruebas de acceso a la universidad y durante los estudios, los candidatos a ingresar en el cuerpo de profesores de primaria y secundaria (en matemáticas) en el sector público han de aprobar un examen de oposición organizado por cada Comunidad Autónoma, en el que tienen que demostrar su competencia docente así como sus conocimientos del contenido de la asignatura de matemáticas. En **Eslovaquia**, también al final de los estudios, los futuros profesores de matemáticas han de aprobar un examen nacional en el que se evalúan tanto sus destrezas pedagógicas como el contenido de la materia. Es necesario superar dicho examen para recibir la titulación que habilita para el ejercicio de la enseñanza.

Con respecto a los *conocimientos sobre el área de matemáticas*, los futuros profesores están obligados a aprobar un examen nacional solo en Grecia, Finlandia y el Reino Unido (Inglaterra, Gales e Irlanda del Norte). En el caso de los Países Bajos, un organismo independiente de evaluación de ámbito nacional (CITO) se encarga de elaborar las pruebas de acceso de matemáticas para todo el profesorado.

6.3. La importancia de una formación permanente cooperativa y enfocada a la asignatura

Después de completar su formación inicial los profesores de matemáticas han de continuar actualizando sus conocimientos y destrezas. Que el profesorado cuente con oportunidades para participar en programas de formación permanente (FPP) puede influir significativamente en su trabajo, sus logros, sus competencias y actitudes, así como en su rendimiento y satisfacción profesional (Villegas-Reimers, 2003). Igualmente, los cambios en cuanto a conocimientos y forma de comportarse en el aula que experimentan los profesores merced a su participación en cursos de formación permanente también inciden positivamente sobre el aprendizaje de los alumnos, hecho que ha quedado ampliamente demostrado en una gran cantidad de estudios (véase, por ejemplo, la revisión bibliográfica de Hattie, 2009).

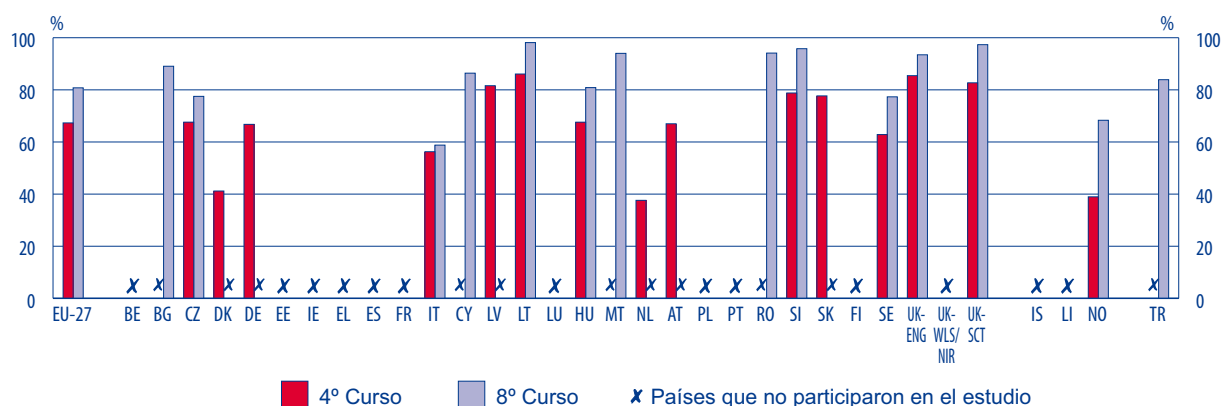
En el ámbito de las matemáticas, la posibilidad de acceder a la formación permanente es importante para los profesores generalistas que, si bien imparten la asignatura, pueden no tener una formación suficiente o una titulación específica en esta área. No obstante, esta formación es igualmente importante para los profesores especialistas o con experiencia en dar clase de matemáticas. Los profesores de matemáticas no solo han de impartir el currículo, sino que también tienen que ser capaces de adaptar su metodología de enseñanza a las necesidades cambiantes del alumnado. Asimismo, deben aprender a integrar nuevos materiales y tecnologías, y a hacer uso de los resultados de las investigaciones relacionadas con el aprendizaje de los alumnos y con la práctica docente de las matemáticas (Smith, 2004).

Los resultados de los estudios internacionales (gráfico 6.5) indican que la participación de los profesores de matemáticas de primaria y secundaria en programas de formación permanente varía en función del país. De acuerdo con la media de la UE, el profesorado de aproximadamente dos tercios de los alumnos de cuarto curso había realizado, en los dos años anteriores, algún tipo de formación permanente en las distintas áreas de matemáticas especificadas en el estudio TIMSS. En Letonia, Lituania, Eslovenia, Eslovaquia y el Reino Unido, el profesorado de aproximadamente el 80% de los alumnos de cuarto había participado en algún tipo de formación permanente. Sin embargo, en Dinamarca, los Países Bajos y Noruega, los profesores de solo el 40% de los alumnos realizaban actividades de FPP.

En octavo curso se puede apreciar una participación más alta del profesorado en cursos de formación permanente en áreas específicas que en cuarto. El profesorado de alrededor de un 81% de los

alumnos de octavo, por término medio en los países participantes de la UE, había participado en algún tipo de formación permanente en los últimos dos años. Las tasas de participación varían de un 59% en Italia a un 98% en Lituania.

◆◆◆ Gráfico 6.5: Porcentaje de alumnos de cuarto y octavo cuyos profesores habían participado en alguna actividad de FPP en los dos años anteriores, 2007



	EU-27	BG	CZ	DK	DE	IT	CY	LV	LT	HU	MT	NL	AT	RO	SI	SK	SE	UK-ENG	UK-SCT	NO	TR
■ 4º Curso	67.3	x	67.6	41.2	66.8	56.3	x	81.6	86.1	67.6	x	37.6	67.0	x	78.8	77.7	62.8	85.5	82.7	39.0	x
■ 8º Curso	80.8	89.1	77.5	x	x	58.8	86.4	x	98.1	80.9	94.0	x	x	94.1	95.8	x	77.3	93.5	97.3	68.3	83.9

Fuente: IEA, base de datos de TIMSS 2007.

Nota explicativa

El gráfico muestra el porcentaje de alumnos de cuarto y octavo cuyos profesores indicaron haber participado en al menos un tipo de formación permanente (FPP) relacionada con la enseñanza de las matemáticas durante los dos años anteriores. Las posibles áreas de FPP eran: el currículo de matemáticas, los contenidos de la asignatura, enseñanza/pedagogía, evaluación, integración de las TIC en la enseñanza de las matemáticas y mejora de las destrezas de los alumnos en razonamiento crítico y en resolución de problemas.



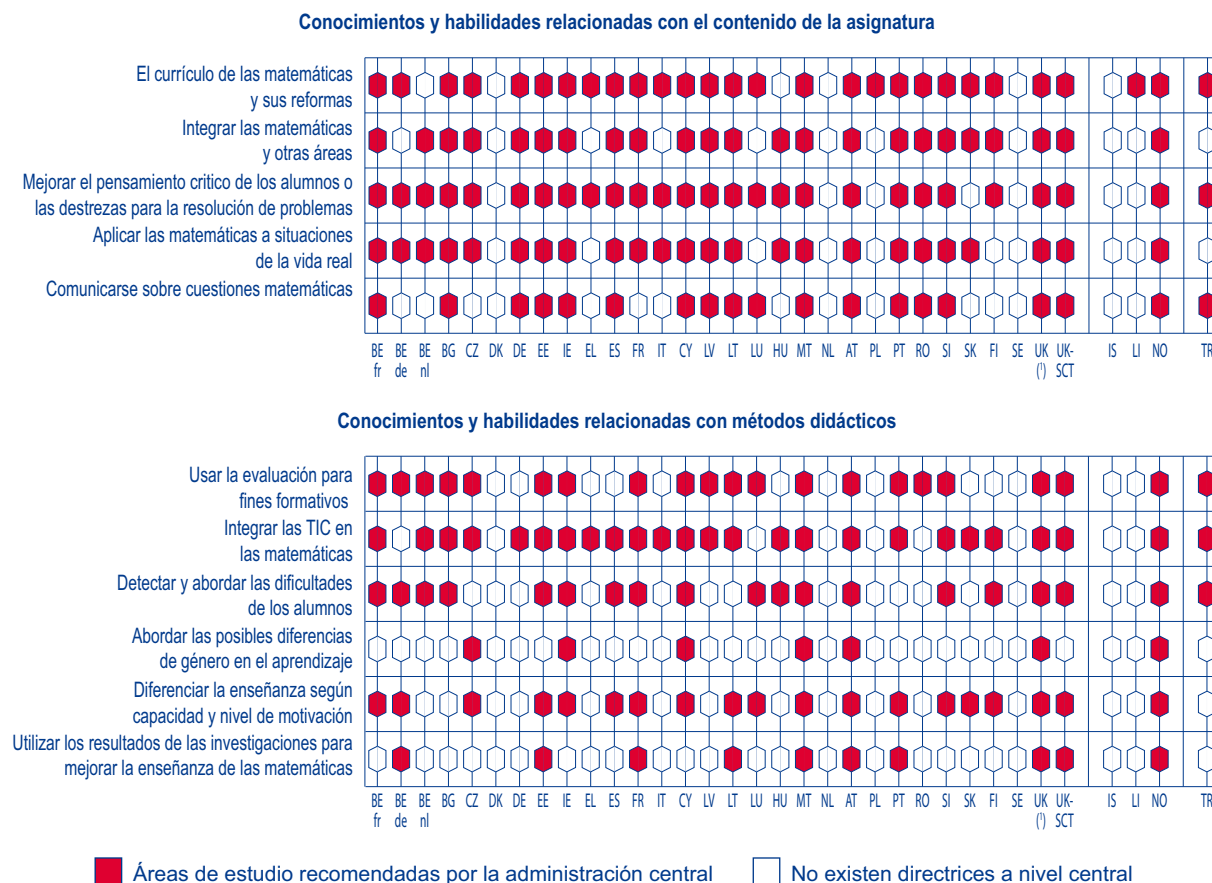
Estos resultados también pueden interpretarse de acuerdo con los datos que facilita la OCDE en su Estudio Internacional sobre Enseñanza y Aprendizaje (TALIS). Por término medio en todos los países participantes en el estudio el porcentaje de profesores de enseñanza secundaria inferior que habían realizado cursos de formación permanente en los 18 meses anteriores ascendía a un 90%. Las diferencias entre países fueron poco significativas, con un 75% de participación en Turquía y un 100% de profesores en España que habían realizado algún tipo de FPP en los 18 meses anteriores a la realización del estudio (Comisión Europea, 2010).

En lo que respecta al contenido de la FPP, los resultados de la investigación corroboran la importancia de la adquisición de habilidades específicas para la enseñanza de las matemáticas, tal como se mencionó anteriormente. Timperley *et al.* (2007), por ejemplo, revisaron 72 estudios en los que se evaluaban los efectos de la FPP sobre el rendimiento de los alumnos, con el fin de identificar qué aspectos impartidos durante las sesiones de formación permanente, tanto de conocimientos como de habilidades, parecían ser los más efectivos. Se descubrió que la formación permanente resultaba más eficaz cuando iba más allá de la pedagogía general y ofrecía al profesorado contenidos y métodos de enseñanza específicos para el área de matemáticas. El elemento aparentemente más eficaz a la hora de transformar la enseñanza de las matemáticas, mejorando a su vez el rendimiento de los alumnos, fue hacer partícipes a los profesores de

los resultados más recientes en el campo de la investigación sobre los que se sustentan los métodos didácticos que se presentaban en los cursos. Asimismo, dichas iniciativas de formación compartían el objetivo de desarrollar la comprensión conceptual de las matemáticas en los alumnos y animaban a emplear múltiples enfoques para la resolución de problemas. Todas las actividades de FPP que tuvieron éxito estaban orientadas a que el profesorado entendiese cómo se estructura el pensamiento matemático de los alumnos y a desarrollar su capacidad para evaluarlo. De esta forma, las decisiones que toman los profesores pueden fundamentarse en un conocimiento más profundo de sus alumnos.

En lo que respecta a las políticas a nivel nacional, los países europeos tratan una gran variedad de temas relacionados con la enseñanza de las matemáticas a través sus programas de FPP y/o de estrategias desarrolladas a nivel central (gráfico 6.6). La mayoría de los países recomiendan particularmente las iniciativas de FPP orientadas a mejorar los conocimientos del profesorado sobre el contenido de la asignatura de matemáticas. Sin embargo, un número inferior de países promueve programas de FPP sobre metodología y solo una minoría de los mismos se centra en apoyar la enseñanza sensible a las cuestiones de género o la participación de los docentes en actividades de investigación. Tres países (Dinamarca, Suecia e Islandia) no promueven desde la administración central el desarrollo del conocimiento del profesorado de las matemáticas a través de la FPP.

◆◆◆ Gráfico 6.6: Conocimientos y habilidades para la enseñanza de las matemáticas que han de desarrollarse en los programas de FPP, según la administración central, 2010/11



Fuente: Eurydice.

UK (1) = UK-ENG/WLS/NIR

Nota explicativa

El gráfico refleja las áreas de estudio que o bien se recomiendan en los documentos oficiales, o bien se imparten a través de cursos de FPP organizados por la administración central. No obstante, la participación del profesorado en dichos cursos no es necesariamente obligatoria.

Nota específica del país

República Checa: los datos corresponden a los cursos de FPP que se han llevado a cabo en los últimos cinco años.



La mayoría de los países europeos indica que el profesorado debería conocer más en profundidad el currículo de las matemáticas y mantenerse informado de las reformas. También deberían aprender cómo integrar las TIC en la enseñanza de la asignatura y encontrar formas para mejorar el pensamiento crítico de los alumnos o sus habilidades para la resolución de problemas.

En **Eslovenia**, el Ministerio de Educación y Deportes elabora un catálogo general de cursos de formación permanente del profesorado. Entre los seminarios que se ofrecen figura uno sobre “Matemáticas a través de la Investigación y la Resolución de Problemas”. En este seminario los profesores aprenden la importancia del conocimiento basado en la resolución de problemas, la transición desde problemas cerrados a problemas abiertos, y la planificación y aplicación de la investigación basada en la resolución de problemas a diversas etapas del aprendizaje.

Igualmente, en **España**, entre los cursos que organizan los Centros de Formación Permanente del Profesorado de las distintas Comunidades Autónomas, el denominado “Estrategias para la Resolución de Problemas en Matemáticas” que se oferta en Cataluña está dirigido específicamente a profesores generalistas de primaria y su objetivo es proporcionarles diferentes enfoques metodológicos para trabajar con la resolución de problemas en sus clases.

En lo que respecta a las cifras totales de participación en FPP, los datos del estudio TIMSS 2007 revelan que, según la media de los países participantes de la UE, el profesorado de un 33% de los alumnos de cuarto había participado en cursos de formación permanente relativos a la mejora de las capacidades de pensamiento crítico o de resolución de problemas en los alumnos, y que los profesores del 34% de los alumnos habían participado en formación relacionada con la enseñanza del currículo de matemáticas. Un número relativamente inferior de alumnos de cuarto curso tenían profesores que habían realizado formación permanente relativa a la integración de las TIC en las matemáticas (25%). En octavo, los porcentajes eran, por lo general, más elevados: el profesorado del 51% de los alumnos había participado en cursos de FP sobre la integración de las TIC en la enseñanza de las matemáticas, y el de un 42%, en cursos sobre el currículo de la asignatura. No obstante, en esta etapa educativa el porcentaje de alumnos cuyos profesores habían participado en formación permanente para mejorar el pensamiento crítico de sus estudiantes o sus habilidades para la resolución de problemas fue relativamente bajo, con solo un 31% (Mullis *et al.* 2008, pp. 252-253).

En un gran número de países los programas de FPP que se organizan o promueven a nivel central están enfocados a mejorar la comprensión del profesorado sobre cómo integrar las matemáticas con otras asignaturas o cómo aplicarlas a la vida real. El último aspecto se basa en la asunción de que el aprendizaje de las matemáticas engloba no solo la habilidad para ejecutar procedimientos y para comprender conceptos matemáticos y cómo se relacionan entre sí, sino también para llegar a entender la forma en que dichos conceptos nos pueden resultar de utilidad (véase, por ejemplo, Ainley *et al.*, 2006).

En la **República Checa**, por ejemplo, un curso organizado en 2009 por el Instituto Nacional de Formación para un número limitado de participantes se centró en “Los ejercicios de matemáticas y la vida cotidiana”. En dicho seminario se abordaba cómo resolver problemas de forma divertida, utilizando ideas de la vida diaria, y se proporcionaba a los profesores de matemáticas de secundaria una serie de ejercicios y actividades relevantes para utilizar con sus alumnos.

En **Estonia** se puso en marcha un proyecto denominado “Amamos las Matemáticas” con un objetivo semejante: el de facilitar a los profesores especialistas de secundaria información y materiales que pudieran ayudarles a identificar problemas de matemáticas que resulten relevantes, interesantes y motivadores a los alumnos.

Aproximadamente dos tercios de los países europeos ofertan o recomiendan programas de FPP enfocados a que el profesorado desarrolle sus conocimientos y comprensión de la evaluación, tanto para fines formativos como sumativos.

En **Malta**, la Dirección de Calidad y Estándares en Educación se encarga de coordinar un programa integral de FPP para profesores de primaria y secundaria que se imparte anualmente. El programa de formación permanente incluye un módulo sobre el uso de la evaluación formativa en primaria, haciendo especial hincapié en la importancia de proporcionar a los alumnos **feedback** sobre sus resultados, de compartir las intenciones de aprendizaje, y de las técnicas para preguntar a los alumnos y para la autoevaluación.

Según los datos proporcionados por TIMSS 2007, la participación del profesorado en cursos de formación permanente relacionados con la evaluación de alumnos no está muy generalizada en primaria. De media, el profesorado de solo un 26% de los alumnos europeos de cuarto había participado en formación permanente sobre evaluación en el área de matemáticas, en comparación con la cifra de octavo, que alcanzaba un 43%.

Aproximadamente la mitad de los países europeos también recomiendan entre las áreas de FPP las relacionadas con el desarrollo de la capacidad para comunicarse sobre cuestiones matemáticas, para abordar las dificultades de los alumnos y para diversificar la enseñanza con el fin de atender a alumnos con distintas capacidades y niveles de motivación.

Un ejemplo de la última área puede encontrarse en el **Reino Unido (Escocia)**, donde los cursos de FPP para todas las etapas educativas tratan de la cuestión del aprendizaje diferenciado, de la planificación del aprendizaje individualizado, y de otro aspecto crucial: fomentar una comprensión profunda de la evolución de los alumnos, de tal manera que los profesores puedan determinar en qué punto de su desarrollo matemático se encuentra cada uno de ellos, decidir qué pasos han de darse, y discutir y planificar cómo ponerlos en marcha.

Los programas de FPP que abordan el tratamiento de las dificultades del alumnado en el área de matemáticas tienen un ejemplo en **Bélgica**, en las Comunidades francesa y germanófono. Los programas promovidos a nivel central en este ámbito se centran en la “Discalculia”, lo cual implica formar a los profesores para que sean capaces de identificar las dificultades específicas de cada alumno en el aprendizaje o en su comprensión de las matemáticas, para desarrollar estrategias que apoyen a aquellos con más dificultades y, en colaboración con los alumnos, aplicar y evaluar tanto los métodos de enseñanza como los progresos en el rendimiento.

A pesar del creciente número de estudios que apoyan el uso de la investigación para ayudar a los profesores a analizar su labor docente desde un punto de vista crítico (véase, por ejemplo, la revisión bibliográfica de Breen, 2003), solo nueve países o regiones respaldan programas de FPP que animen a los profesores a consultar y a hacer uso de los resultados de las investigaciones relacionadas con la enseñanza de las matemáticas. Del mismo modo, solo un número reducido de países aboga explícitamente por los programas de FPP que ayudan a los profesores a abordar cualquier posible diferencia entre chicos y chicas en lo referente a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, al igual que sucede en los programas de formación inicial del profesorado.

Finalmente, si analizamos globalmente la participación en programas de FPP, la formación en nuevos enfoques, métodos y competencias requeridas para poner en marcha iniciativas de reforma podría hacerse extensiva a un mayor número de profesores si se incentivara de alguna manera la participación. Sin embargo, aparte de aquellos países en los que la formación permanente se vincula directamente a incrementos salariales y al desarrollo profesional, solo un grupo minoritario ofrece

incentivos externos reales que animen a los profesores a renovar y actualizar sus competencias a través de la FPP.

Solo en tres países o regiones –**Bélgica (Comunidad flamenca)**, **Malta** e **Islandia**– se informa de la dotación de fondos y/o recursos materiales (por ejemplo, ordenadores portátiles) a los centros con el fin de realizar actividades de formación permanente. En **Finlandia**, para fomentar la participación, las actividades de formación permanente para profesores en activo son completamente gratuitas.

6.3.1. El aprendizaje cooperativo

La formación permanente del profesorado de matemáticas en las áreas mencionadas anteriormente tiene sin duda un gran impacto sobre la actividad docente dentro del aula. Al llevar a la práctica las técnicas aprendidas gracias a la FPP, cada profesor puede contribuir a mejorar la enseñanza de esta materia en sus clases. Por otra parte, las investigaciones actuales apuntan cada vez más hacia la importancia de tener en cuenta la dimensión social del aprendizaje, incluida la competencia comunicativa, el aprendizaje colaborativo, el intercambio de conocimientos, etc. Sin esto, los estudios argumentan que sería muy difícil conseguir mejoras a gran escala (Krainer, 2003; 2006).

Asimismo, para poder lograr mejoras sostenibles en la enseñanza de las matemáticas parece esencial apoyar a las “comunidades”, es decir, a pequeños equipos, comunidades profesionales y redes asociadas (Krainer, 2003) en las que los profesores y otros agentes relevantes cooperan y colaboran para aprender de manera autónoma, así como para apoyar el aprendizaje de otros. Una forma concreta de prácticas colaborativas considerada efectiva a la hora de mejorar la enseñanza es el “análisis de una clase”, que consiste en reunir de forma regular grupos de profesores durante periodos extensos de tiempo para trabajar en el diseño, implantación, evaluación y mejora de una unidad didáctica o clase específica (Stigler y Hiebert, 1999). Esto también se aplica a las clases de matemáticas (Burghes y Robinson, 2010).

Un ejemplo de cómo llevar a la práctica el aprendizaje cooperativo es el proyecto europeo PRIMAS ⁽⁷⁾, organizado al amparo del Séptimo Programa Marco de la UE. El objetivo de este programa es desarrollar y trabajar con redes de profesores y con los órganos competentes en 12 países, con el fin de apoyar el desarrollo de habilidades de investigación entre el alumnado, tanto en ciencias como en matemáticas. El proyecto proporciona materiales de formación permanente para explorar métodos de enseñanza efectivos, así como materiales didácticos para uso directo de los alumnos, y se asegura de que los profesores también reciben apoyo indirectamente a través de colaboraciones con un gran número de agentes educativos, como los padres y los responsables políticos.

También a nivel nacional la mayoría de los países europeos promueven y/o respaldan la creación de redes de profesores para el intercambio de ideas, métodos de aprendizaje, materiales y experiencias, así como para el fomento de la cooperación entre profesores de distintos centros escolares o entre profesores e investigadores ⁽⁸⁾. En aproximadamente la mitad de estos países el foco de atención es proporcionar una gran variedad de foros para reuniones e intercambios de ideas, como por ejemplo, grupos de trabajo, proyectos, conferencias, seminarios, etc.

En **Austria**, por ejemplo, dentro de la iniciativa IMST (*Innovationen Machen Schulen Top*), se organizan programas de matemáticas y grupos de trabajo en cada provincia. Gracias a estas iniciativas se reúnen profesores y académicos con el fin de poner en marcha, promocionar, difundir, interrelacionar y analizar las innovaciones que se llevan a cabo en los centros educativos y ofrecer recomendaciones en cuanto a políticas para apoyar al sistema con vistas al desarrollo de una enseñanza de las matemáticas de gran calidad a nivel local, regional y nacional. Asimismo, se celebran reuniones

⁽⁷⁾ <http://www.primas-project.eu>

⁽⁸⁾ En el anexo 2 figura un listado de actividades para el fomento de la cooperación entre profesores a nivel central.

de ámbito nacional y se publica un boletín que sirve de apoyo al intercambio de conocimientos entre profesores y académicos y fomenta la colaboración entre ellos.

La Sociedad Matemática de **Estonia** y la comunidad de Profesores de Matemáticas organizan regularmente eventos para profesores de matemáticas y también se ocupa de recabar información y sugerencias para el desarrollo del currículo. Asimismo, las “Jornadas para Profesores de Matemáticas” es un evento anual en el que los profesores se reúnen para intercambiar información sobre los últimos avances en la investigación, sobre buenas prácticas, etc. Las presentaciones que se realizan durante estas jornadas se publican posteriormente en una revista arbitrada (*Koolimatemaatika – Matemáticas Escolares*).

En **Irlanda** se han establecido en educación primaria una serie de Comunidades Profesionales de Profesores (TPC) a través de la Red de Formación del Profesorado, vinculadas, entre otras cosas, con el proyecto Recuperación de Matemáticas. La finalidad de estas Comunidades es posibilitar el desarrollo colectivo de nuevas competencias, recursos e iniciativas compartidas, así como la motivación para trabajar juntos por el cambio. En el nivel de secundaria, las Redes Profesionales de Profesores colaboran con el Departamento de Educación y Ciencia, con la Red de Centros Educativos y con el Equipo de Desarrollo del Proyecto Matemáticas en el diseño y organización de la FPP y en la organización de conferencias y concursos matemáticos.

El Centro Nacional para la Excelencia en la Enseñanza de las Matemáticas (NCETM) del **Reino Unido (Inglaterra)** tiene como objetivo dar respuesta a las aspiraciones y necesidades profesionales de todos los profesores de matemáticas y lograr que los alumnos desarrollen su potencial a través de una infraestructura nacional sostenible para la FPP específica para esta disciplina. El Centro Nacional anima a los centros escolares y a las universidades a aprender de sus propias experiencias positivas mediante la colaboración entre equipos y a través del intercambio de buenas prácticas a nivel local, regional o internacional. Esta colaboración se realiza de manera virtual a través del portal NCETM y “cara a cara” a través de una red de Coordinadores Regionales en nueve regiones por toda Inglaterra.

En el resto de los países en los que se fomenta la colaboración a nivel central, normalmente ésta se lleva a cabo a través de páginas web, plataformas de aprendizaje virtual, blogs y otro tipo de redes sociales dirigidas a profesores de todas las áreas, incluidas las matemáticas.

Por ejemplo, en **Bulgaria** se ha creado una red de profesores innovadores. Dentro de esta red, los usuarios registrados comparten contenidos de aprendizaje electrónicos, se informan unos a otros sobre buenas prácticas para el aprendizaje, se comunican con otros miembros y crean blogs con perfiles personales para presentar su trabajo.

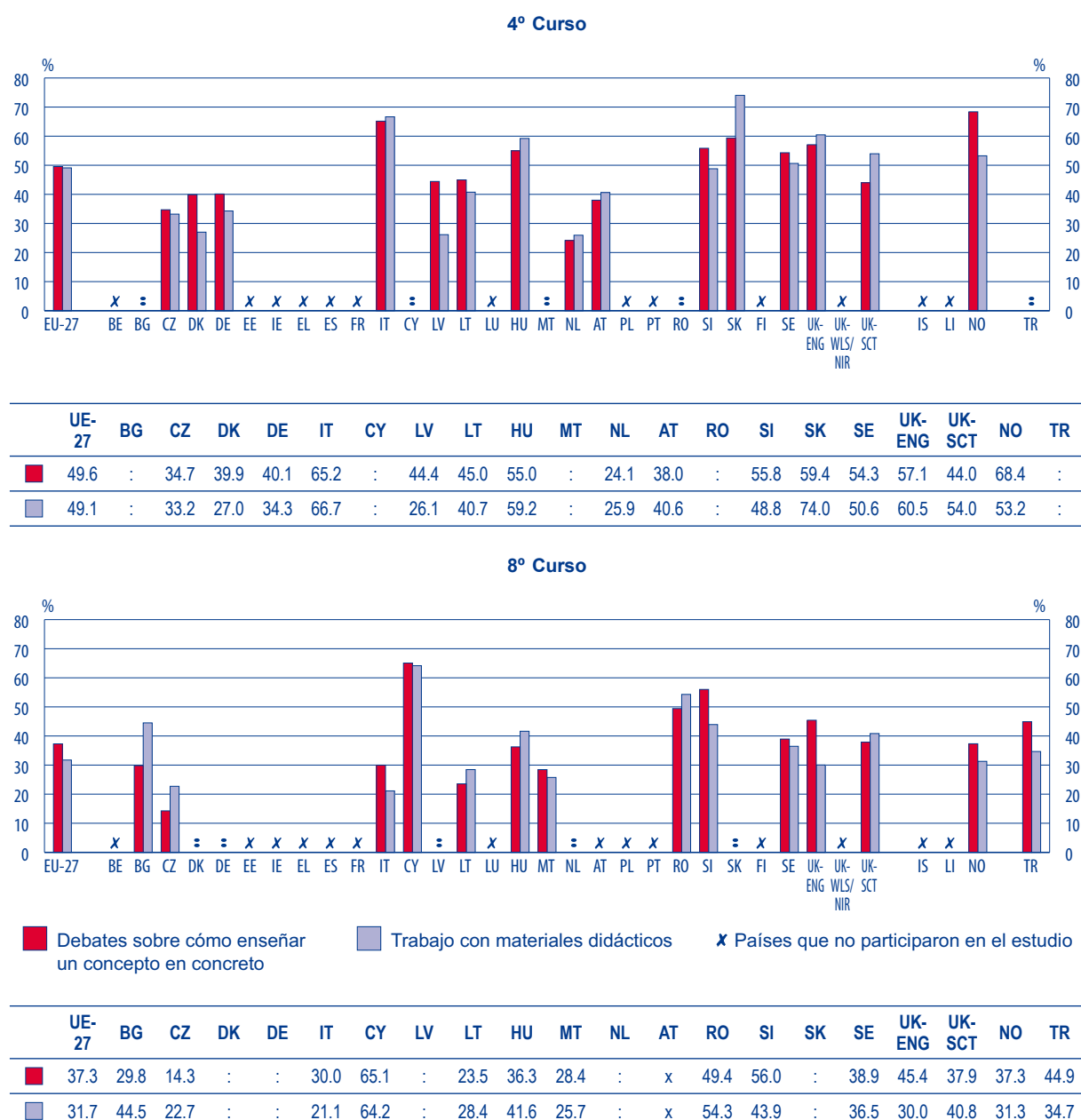
En **Dinamarca** existe una página web similar, llamada “Universo de Encuentro Educativo”, que facilita al profesorado un gran número de recursos educativos para cada asignatura, incluidas las matemáticas. Los profesores también pueden aportar sugerencias sobre materiales didácticos e intercambiar información.

En el **Reino Unido (Escocia)** uno de los instrumentos de apoyo al profesorado más importantes es la red *Glow* –una intranet educativa de ámbito nacional a la que puede acceder todo el profesorado de Escocia y que puede utilizar para comunicarse con cualquier otro profesor en Escocia a través de una serie de foros abiertos o mediante videoconferencias. El sistema también permite a cualquier profesor colgar en la red trabajos, ideas u otros documentos, que pueden descargarse y compartirse a nivel nacional. Los grupos específicos de matemáticas y aritmética de la red *Glow* también publican anuncios sobre eventos, avances a nivel nacional y vínculos a páginas web destacadas por su utilidad.

El estudio internacional TIMSS 2007 también analizó la colaboración entre profesores. El gráfico 6.7 muestra dos de los aspectos de esta cooperación, concretamente, el diálogo entre profesores sobre cómo enseñar determinados conceptos y la colaboración en el desarrollo de materiales didácticos. Asimismo, se preguntaba específicamente sobre estos temas a profesores generalistas de cuarto curso que imparten varias asignaturas, entre ellas las matemáticas, y a profesores especialistas de matemáticas en octavo.

Los datos indican que, según la media de los países europeos participantes, el profesorado de aproximadamente el 50% de los alumnos de cuarto debatía sobre la enseñanza de determinados conceptos y había preparado materiales didácticos en colaboración con otros profesores entre una y tres veces por semana, diariamente o casi a diario. Los porcentajes varían aproximadamente de entre un 25% de los alumnos en los Países Bajos a un 65% en Italia, cuyos profesores participaban en ambos tipos de actividades cooperativas. Por el contrario, en octavo, los promedios de participación del profesorado en ambas actividades de colaboración son inferiores. Los porcentajes más bajos se encuentran en la República Checa (14,3% participaban en debates sobre conceptos y un 22,7% en la preparación de materiales didácticos), mientras que los índices más elevados aparecen en Chipre (más del 60% en ambas áreas).

◆◆◆ Gráfico 6.7: Colaboración (al menos una vez por semana) entre profesores, relativa a la actividad docente o a materiales didácticos en primaria y en secundaria (CINE 1 y 2), 2007



Fuente: IEA, base de datos de TIMSS 2007.

Nota explicativa

El gráfico muestra los resultados de TIMSS para el porcentaje de alumnos de cuarto y de octavo curso cuyos profesores de matemáticas indicaron que mantenían algún tipo de contacto con otros profesores, mediante discusiones sobre cómo enseñar un concepto concreto o sobre la preparación de materiales didácticos “diariamente o casi diariamente”, o “entre 1 y 3 veces por semana”. Las posibles categorías de respuesta incluidas en el cuestionario de TIMSS, aunque omitidas aquí, eran “entre 2 y 3 veces al mes” y “nunca o casi nunca”.



6.3.2. El apoyo por parte de la dirección del centro

El contexto en el que los profesores trabajan y colaboran se conforma, en parte, por las condiciones generales de su lugar de trabajo, y en ellas resulta especialmente importante el apoyo que ofrece la dirección del centro. Los directores pueden crear un entorno favorable a que el profesorado continúe aprendiendo, gracias a un clima de trabajo positivo. Esta concepción está en consonancia con los hallazgos sobre el papel que el clima general del centro juega en la evolución de la actividad docente y en la mejora del aprendizaje de los alumnos (Comisión Europea, 2010).

En el contexto de la enseñanza de las matemáticas, la importancia que se le concede a la asignatura en el centro incide sobre la capacidad de los profesores a la hora de transmitir su valor, su aplicación a la vida real, etc. Por el contrario, un entorno escolar que no proporciona la infraestructura necesaria para una enseñanza de calidad, como, por ejemplo, el respaldo de la dirección del centro, el tiempo necesario, los espacios u otros recursos, puede dar al traste con las mejores competencias, actitudes y esfuerzos del profesorado de matemáticas (Krainer, 2006).

Estos hallazgos nos llevan a la conclusión de que aquellos programas o iniciativas que contribuyan a concienciar a la dirección de los centros de la importancia de su apoyo a la enseñanza de las matemáticas redundarán también en un mayor respaldo al profesorado en su labor. No obstante, este tipo de programas solo se fomentan a nivel central en un número reducido de países –Bélgica (Comunidad francesa), Alemania, Francia, Malta, los Países Bajos, Eslovenia y Turquía.

Para poner un ejemplo, en **Eslovenia** solo existe un programa relacionado con la Evaluación Nacional de Matemáticas cuyo objetivo es formar a los directores para analizar, junto con los profesores de la asignatura, los resultados de las evaluaciones de matemáticas que realizan alumnos de diferentes centros. La finalidad de dicho análisis es ayudar al centro a reflexionar sobre la eficacia de su enseñanza en comparación con otros centros, y a desarrollar formas para mejorar las clases de matemáticas para su alumnado.

En **Turquía**, de acuerdo con el desarrollo del nuevo currículo, se invita a los directores (así como a los profesores e inspectores) a participar en programas de formación permanente organizados por el Ministerio Nacional de Educación, en los que se presenta el nuevo currículo al profesorado, así como técnicas pedagógicas actualizadas, nuevos avances dentro de la tecnología educativa, etc.

6.4. La formación inicial del profesorado de matemáticas y ciencias: programas para profesores generalistas y especialistas – resultados del SITEP

6.4.1. Introducción y metodología

Como se ha mencionado anteriormente, la formación inicial del profesorado se considera un factor clave a la hora de garantizar un buen nivel de enseñanza, así como unos resultados de aprendizaje positivos. En los apartados anteriores de este capítulo se ha presentado un repaso de la normativa, las recomendaciones y las directrices a nivel central relacionadas con la estructura y el contenido de los programas de matemáticas en la formación del profesorado. Sin embargo, en muchos sistemas educativos europeos las instituciones de educación superior gozan de gran autonomía a la hora de

decidir sobre el contenido de dichos programas. Asimismo, es importante analizar hasta qué punto se están llevando a la práctica la normativa o las recomendaciones. Por este motivo, la unidad de Eurydice en la EACEA elaboró un Estudio a Nivel Europeo sobre los Programas de Formación Inicial del Profesorado de Matemáticas y Ciencias (SITEP).

El objetivo de dicha encuesta era recabar información sobre los contenidos de los programas de formación inicial del profesorado que van más allá de las recomendaciones de los organismos responsables de la educación superior en cada país. El estudio también tenía como objetivo mostrar cómo se enseñan en dichos programas las competencias y habilidades consideradas más relevantes para los futuros profesores de ciencias y de matemáticas, y cómo se integran en el conjunto de los créditos que componen las titulaciones.

El estudio iba dirigido a 815 instituciones de educación superior en toda Europa, que ofertan un total de 2.225 programas de formación inicial del profesorado para profesores de primaria y/o profesores de educación secundaria inferior general. En cada país se analizaron los programas de acuerdo con el marco nacional de cualificaciones y según los criterios específicos que se aplican en cuanto al nivel y la duración mínima de la formación inicial del profesorado. No se incluyeron en el análisis otras alternativas de formación para acceder a la función docente (cursos de formación breves para personas que se incorporan desde otros ámbitos profesionales), ya que dichas titulaciones se rigen por otra normativa y solo se ofertan en algunos países.

El desarrollo del marco teórico para el estudio SITEP se elaboró al inicio de 2010. Posteriormente se confeccionó un listado exhaustivo de centros en los que se imparte formación inicial del profesorado. En Septiembre de 2010 se realizó una consulta a las unidades nacionales de Eurydice, a investigadores y a responsables políticos con el fin de probar y validar el cuestionario. A continuación se elaboró la versión final de la encuesta y se prepararon 22 versiones traducidas de la misma, teniendo en cuenta las interpretaciones y los términos específicos aplicables a cada país. La recogida de datos se llevó a cabo entre marzo y junio de 2011.

El estudio utilizó una aplicación *online* para la recogida de datos. Se recibieron respuestas de 205 instituciones en las que se ofertan 286 programas. Dado que los índices de respuesta y/o el número de respuestas por país fue bajo en general, los siguientes apartados presentan solo los datos proporcionados por los sistemas educativos con un índice de respuesta más elevado, concretamente los de Bélgica (Comunidad flamenca), la República Checa, Dinamarca, Alemania, España, Letonia, Luxemburgo, Hungría, Malta, Austria y el Reino Unido (un total de 203 programas de formación inicial del profesorado). Los índices de respuesta específicos de cada país figuran en el anexo 3.

Debido al escaso número de respuestas, los datos no son totalmente representativos y, por tanto, deberían considerarse solo a título indicativo. En este caso no tiene sentido ofrecer una representación país por país de los mismos, ni tampoco indicar el error típico.

6.4.2. Descripción general de los programas de formación inicial del profesorado generalista y del profesorado especialista en matemáticas/ciencias

El estudio SITEP estaba enfocado a dos tipos distintos de formación inicial del profesorado: los programas para profesores generalistas y los programas para especialistas. Se entiende por profesor generalista aquel que está cualificado para impartir todas o casi todas las materias o las áreas del currículo. Un profesor especialista, por el contrario, está cualificado para enseñar una o dos materias. El estudio SITEP solo se ocupa de programas de formación inicial del profesorado para profesores especialistas en matemáticas o en ciencias naturales.

El análisis descriptivo de los resultados de SITEP parece reflejar un patrón común, ya conocido, respecto a los programas de formación inicial del profesorado para generalistas y especialistas (gráfico 6.8). Como era de esperar, los programas para profesores generalistas son, de ordinario, titulaciones de Grado, mientras que la formación inicial para profesores especialistas en matemáticas y en ciencias son de nivel Máster o equivalente. Asimismo, la duración media de las titulaciones para generalistas es mayor que la de los profesores especialistas. Sin embargo, es importante mencionar que, por lo general, para acceder a programas de Máster es necesario poseer un título de Grado o equivalente. Por lo tanto, la duración media general de la formación de los profesores especialistas es de 4 a 6 años ⁽⁹⁾. La titulación que se obtiene en los programas de formación inicial para profesores generalistas normalmente habilita para la docencia en educación infantil y primaria, mientras que la mayoría de las titulaciones para profesorado especialista en matemáticas y ciencias acreditan para la enseñanza en educación secundaria inferior y superior. Como en otras ocasiones, según el estudio, el porcentaje de mujeres con titulaciones generalistas es más elevado que el número de mujeres con título de profesor especialista en ciencias y en matemáticas.

Los programas de formación inicial del profesorado, tanto para generalistas como para especialistas, habitualmente se imparten en un solo centro o departamento, o en centros o departamentos asociados dentro de una misma facultad o universidad. El último modelo es más común en el caso de la formación de profesores especialistas.

◆◆◆ Gráfico 6.8: Datos estadísticos descriptivos sobre los programas de formación del profesorado de matemáticas y ciencias, 2010/11

	Generalistas		Especialistas	
	Número	Porcentaje	Número	Porcentaje
Número de programas analizados	43	-	160	-
Titulación – Grado o equivalente	38	88.4	43	26.9
Titulación – Máster o equivalente	3	7.0	75	46.9
Duración media del programa (en años)	3.7	-	2.6	-
Habilita para la enseñanza en educación infantil	17	39.5	6	3.8
Habilita para la enseñanza en educación primaria	33	76.7	30	18.8
Habilita para la enseñanza en secundaria inferior	6	14.0	138	86.3
Habilita para la enseñanza en secundaria superior	3	7.0	106	66.3
Promedio de mujeres matriculadas	-	60.3	-	55.7

Fuente: Eurydice, estudio SITEP.

Nota explicativa

Puesto que los centros pueden impartir titulaciones para más de un nivel educativo, los porcentajes pueden no sumar el 100%. Dado que los índices de respuesta fueron bajos, los datos no son representativos y, por tanto, solo tienen carácter indicativo.



A pesar de los bajos índices de respuesta, los rasgos generales de los programas de formación inicial del profesorado que respondieron al estudio SITEP se corresponden con las características y diferencias habituales entre profesores especialistas y generalistas, en vista de lo cual se procedió a realizar un análisis más en profundidad de los datos obtenidos.

⁽⁹⁾ Para más información sobre la duración mínima de la formación inicial del profesorado de educación secundaria inferior, véase EACEA/Eurydice, Eurostat (2009), p. 155.

6.4.3. Conocimientos y competencias en los programas de formación inicial para profesores generalistas y para especialistas en matemáticas y ciencias

El principal foco de atención de SITEP era el análisis de las competencias específicas o de las áreas de contenido que se imparten durante la formación inicial del profesorado de matemáticas o ciencias. También se recabaron datos sobre la forma en que se abordan las competencias en dichos programas. Las categorías de respuesta posibles distinguían entre: “referencias generales”, competencias o contenido incluidos como “parte específica del curso”, y competencias o contenido “incluidos en la evaluación”. Para facilitar comparaciones directas se asignó a cada una de las respuestas un valor distinto. Se asumió que un área de contenidos o competencia recibía menor atención cuando solo se hacía una referencia general a ella en el programa (valorándose con un punto). La puntuación intermedia (dos puntos) se otorgó al programa cuando la competencia o contenido formaba parte de un curso específico, y la puntuación más alta (tres puntos) cuando la competencia o contenido estaba incluida en la evaluación. En aquellos casos en los que se escogía más de una opción, el programa recibió la puntuación más alta. El gráfico 6.9 ofrece un listado de las respuestas en forma de porcentajes por categoría, y como total ponderado.

La finalidad del estudio era recabar información sobre ciertas competencias y destrezas que, según la literatura científica, resultan cruciales para los futuros profesores de matemáticas o ciencias (véase el listado en el gráfico 6.9). La mayoría de las competencias y de las áreas de contenido analizadas se agruparon en varias categorías generales. Solamente una de ellas, la que hace referencia a “conocer y ser capaz de impartir el currículo oficial de matemáticas/ciencias” se consideró aisladamente. El currículo oficial de matemáticas/ciencias es un documento formal en el que se describen los objetivos y los contenidos de los cursos de dichas áreas, así como los materiales didácticos disponibles. Por tanto, el conocimiento del currículo puede considerarse como una competencia general que se analiza por separado. Sin embargo, el resto de las competencias se agruparon en tres categorías más amplias.

La categoría con mayor número de competencias abarca seis áreas de contenido relacionadas con la innovación en la enseñanza y con los distintos enfoques en evaluación, entre ellas: la aplicación del aprendizaje basado en la investigación o en la resolución de problemas, el aprendizaje cooperativo, la evaluación por medio de portfolios y el uso de las TIC (previamente tratados en los capítulos 2 y 3). Dos de las competencias incluidas en esta categoría pueden requerir una explicación adicional. La enseñanza y el aprendizaje personalizados implican un enfoque altamente estructurado y sensible a las necesidades de aprendizaje de cada niño o joven en concreto, de tal forma que todos los alumnos sean capaces de progresar, participar y obtener buenos resultados. Este enfoque implica reforzar los vínculos entre el aprendizaje y la enseñanza, convirtiendo a los alumnos –y a sus padres– en agentes activos en el proceso de aprendizaje. También figura en esta categoría una competencia relacionada con la capacidad para comprender los mecanismos para la producción del conocimiento científico. La competencia “explicar los aspectos sociales y/o culturales de las matemáticas y las ciencias” hace referencia a una manera de pensar que concibe la creación del conocimiento como una práctica social dependiente de las realidades políticas, sociales, históricas y culturales de su tiempo. Por tanto, dicha competencia también conlleva la capacidad para analizar y explicar los valores subyacentes a la labor y al conocimiento científico; de observar las condiciones sociales, así como las consecuencias del conocimiento científico y de su evolución; y de estudiar la estructura y el proceso de la actividad científica.

Otra de las categorías diferenciadas incluía cinco competencias resumidas bajo el epígrafe de “atención a la diversidad”. Este apartado engloba dos tipos de competencias: las relacionadas con la habilidad para enseñar a los alumnos con distintas capacidades e intereses, y aquellas que fomentan la sensibilidad hacia las cuestiones de género. Como ya mencionamos anteriormente (véanse los capítulos 4 y 5), este tipo de competencia resulta muy importante a la hora de abordar cuestiones

relacionadas con el bajo rendimiento, con estimular a los alumnos con altas capacidades y con motivar tanto a los niños como a las niñas para estudiar.

Por último, la categoría “colaboración entre iguales e investigación” agrupa tres competencias relacionadas con el trabajo del profesorado, como, por ejemplo, llevar a cabo estudios y aplicar los resultados, así como colaborar con otros colegas de la profesión en cuestiones pedagógicas y en métodos de enseñanza innovadores.

Dado que las respuestas en cada una de las categorías estaban interrelacionadas y mostraban patrones sistemáticos ⁽¹⁰⁾, fue posible calcular los totales de la escala. El gráfico 6.9 ofrece una relación de la puntuación obtenida por cada elemento, con el fin de aclarar los valores obtenidos por cada pregunta específica dentro de cada una de las categorías.

Los programas de formación inicial para profesores generalistas y los de formación inicial para profesores de matemáticas o ciencias fueron bastante semejantes en cuanto a la forma en la que abordan las competencias en matemáticas y en ciencias y las distintas áreas de contenido. Por término medio, a todas las competencias y los distintos contenidos se les concedía una importancia media, análoga a la categoría “parte de un curso específico” (gráfico 6.9).

◆◆◆ Gráfico 6.9: Conocimientos y competencias en los programas de formación inicial del profesorado para profesores generalistas y especialistas en matemáticas/ciencias. Porcentajes y totales ponderados, 2010/11

	Referencias generales %	Parte de un curso específico %	Incluido en la evaluación %	No incluido %	Total
Profesores generalistas					
Conocer y poder impartir el currículo oficial de matemáticas/ciencias	46.5	83.7	76.7	0.0	2.7
Crear un amplio espectro de situaciones de enseñanza					2.1
Aprendizaje basado en la investigación y en la resolución de problemas	51.2	72.1	65.1	2.3	2.4
Aplicar el aprendizaje cooperativo o basado en proyectos	48.8	62.8	62.8	4.7	2.3
Utilizar las TIC para enseñar fenómenos matemáticos/científicos mediante simulaciones	34.9	76.7	55.8	7.0	2.3
Explicar los aspectos sociales/culturales de las matemáticas y las ciencias	44.2	69.8	46.5	2.3	2.2
Aplicar técnicas de aprendizaje personalizadas	51.2	44.2	32.6	11.6	1.8
Aplicar la evaluación de alumnos mediante portfolios	37.2	41.9	25.6	32.6	1.4
Atención a la diversidad					1.6
Enseñar a un amplio espectro de alumnos con distintas capacidades y motivación para estudiar matemáticas/ciencias	44.2	58.1	39.5	11.6	2.0
Utilizar herramientas de diagnóstico para la detección precoz de las dificultades de aprendizaje en matemáticas/ciencias	39.5	58.1	37.2	23.3	1.8
Analizar las creencias y actitudes de los alumnos hacia las matemáticas/ciencias	46.5	58.1	23.3	14.0	1.7
Evitar estereotipos de género en la interacción con el alumnado	55.8	34.9	23.3	20.9	1.4
Enseñar las matemáticas/ciencias teniendo en cuenta los distintos intereses de los niños y las niñas.	32.6	37.2	25.6	32.6	1.3
Colaboración entre iguales e investigación					1.9
Aplicar los resultados de la investigación a la práctica docente diaria	62.8	62.8	34.9	7.0	2.0
Colaborar con colegas en aspectos pedagógicos y en el desarrollo de enfoques metodológicos innovadores	53.5	53.5	34.9	18.6	1.8
Llevar a cabo investigación en el ámbito pedagógico	37.2	58.1	37.2	20.9	1.8
Todas las competencias					1.9

⁽¹⁰⁾ Los coeficientes alfa de Cronbach indicaron una consistencia interna suficiente para las escalas. “Crear un amplio espectro de situaciones de enseñanza” y “evaluación” mostraron un coeficiente alfa de Cronbach = 0,68; “atención a la diversidad” obtuvo un alfa de Cronbach = 0,75 y en “colaboración entre iguales y la investigación” el resultado fue un alfa de Cronbach = 0,67. El índice alfa de Cronbach es uno de los indicadores más utilizados para comprobar la fiabilidad de una escala de medida. Está basado en la media de todas las correlaciones entre elementos dentro de un instrumento estadístico (para más información, véase Cronbach (1951), Streiner (2003)).

	Referencias generales %	Parte de un curso específico %	Incluido en la evaluación %	No incluido %	Total
Profesores especialistas					
Conocer y poder impartir el currículo oficial de matemáticas/ciencias	21.9	83.1	61.3	2.5	2.5
Crear un amplio espectro de situaciones de enseñanza					2.1
Aprendizaje basado en la investigación y en la resolución de problemas	24.4	76.3	49.4	1.9	2.4
Aplicar el aprendizaje cooperativo o basado en proyectos	25.0	78.8	46.3	4.4	2.3
Utilizar las TIC para enseñar fenómenos matemáticos/científicos mediante simulaciones	21.3	76.9	44.4	6.9	2.2
Explicar los aspectos sociales/culturales de las matemáticas y las ciencias	31.3	70.6	29.4	6.9	2.0
Aplicar técnicas de aprendizaje personalizadas	35.0	63.8	36.9	8.8	2.0
Aplicar la evaluación de alumnos mediante portfolios	30.6	47.5	22.5	24.4	1.5
Atención a la diversidad					1.8
Enseñar a un amplio espectro de alumnos con distintas capacidades y motivación para estudiar matemáticas/ciencias	26.9	73.1	46.9	4.4	2.3
Utilizar herramientas de diagnóstico para la detección precoz de las dificultades de aprendizaje en matemáticas/ciencias	27.5	61.9	31.3	15.0	1.8
Analizar las creencias y actitudes de los alumnos hacia las matemáticas/ciencias	42.5	52.5	20.6	10.0	1.7
Evitar estereotipos de género en la interacción con el alumnado	36.9	50.0	25.0	18.1	1.6
Enseñar las matemáticas/ciencias teniendo en cuenta los distintos intereses de los niños y las niñas.	35.0	48.8	18.1	15.0	1.6
Colaboración entre iguales e investigación					2.0
Aplicar los resultados de la investigación a la práctica docente diaria	36.3	65.0	40.6	4.4	2.1
Colaborar con colegas en aspectos pedagógicos y en el desarrollo de enfoques metodológicos innovadores	33.1	66.9	33.8	5.0	2.0
Llevar a cabo investigación en el ámbito pedagógico	28.8	56.3	39.4	18.1	1.9
Todas las competencias					2.0

Fuente: Eurydice, estudio SITEP.

Nota explicativa

Las columnas “Referencias generales”, “Parte específica del curso”, “Incluido en la evaluación”, “No incluido” muestran el porcentaje total de programas en los que figuran estos elementos. Dado que quienes responden al cuestionario pueden escoger más de una opción, la suma de los porcentajes puede ser superior al 100%. La columna “Total” muestra la puntuación media más alta para una competencia/área de contenido, siendo “Referencias generales” = 1; “Parte de un curso específico” = 2; “Incluida en la evaluación” = 3; “No incluida” = 0. El total de la escala muestra la media para cada elemento de la escala. Dado que los índices de respuesta fueron bajos, los datos no son representativos y tienen solo carácter indicativo.



Conocer y ser capaz de impartir el currículo oficial de las matemáticas o las ciencias

La competencia general “conocer y ser capaz de enseñar el currículo oficial de las matemáticas o las ciencias” es la que recibe más atención específica en los programas de formación del profesorado, tanto de profesores especialistas como de generalistas. Los conocimientos sobre el currículo se evalúan en un 76,6% de los programas de formación inicial para profesores generalistas analizados, y en un 61,3% de los programas de formación inicial para especialistas en matemáticas o ciencias. Asimismo, todos los programas de formación para generalistas incluían el dominio del currículo de matemáticas o ciencias, al menos como referencia general.

Crear un amplio espectro de situaciones de enseñanza

La competencia “crear un amplio espectro de situaciones de enseñanza” figura a menudo en los programas que imparten los centros que respondieron al estudio SITEP. Dicha competencia generalmente es “parte de un curso específico” (la puntuación media dentro de la escala tanto para profesores generalistas como especialistas fue de 2,1 puntos).

El aprendizaje cooperativo, o conseguir que los alumnos trabajen en grupos reducidos en una o más fases durante la realización de una tarea, es un aspecto motivacional muy importante en el aprendizaje

(véase el capítulo 5). Según las investigaciones al respecto, el trabajo por proyectos para los que no hay una respuesta conocida o una solución previamente aprendida debería convertirse en una actividad educativa esencial en las ciencias y en las matemáticas, que incluiría la realización de experimentos o la construcción de modelos (véase el capítulo 2). Las respuestas al estudio SITEP mostraron que estas formas innovadoras de aprendizaje a menudo se tratan durante la formación de futuros profesores. “Aplicar el aprendizaje cooperativo o basado en proyectos” se incluye en la evaluación de un 62,8% de los programas de formación inicial de profesores generalistas y en un 49,4% de los de especialistas en matemáticas o ciencias. Esta competencia forma “parte de un curso específico” en un 62,8% de los programas de formación inicial para generalistas y en un 76,3% de especialistas.

El aprendizaje basado en la investigación y en la resolución de problemas es uno de los métodos por los que actualmente se aboga en la enseñanza de las matemáticas y las ciencias, como un recurso para incrementar la motivación y mejorar el rendimiento. Estas formas de aprendizaje autónomo y centrado en el alumno normalmente se tratan como “parte de un curso específico”. “Aplicar métodos de aprendizaje basados en la investigación o en la resolución de problemas” es “parte de un curso específico” en un 72,1% de los programas generalistas y en un 78,8% de los dirigidos a especialistas.

El uso de las TIC para enseñar fenómenos científicos o matemáticos mediante simulaciones también se incorpora habitualmente a la formación inicial tanto de profesores generalistas como de especialistas. El término simulación hace referencia aquí a programas informáticos cuyo fin es representar un modelo abstracto de un sistema concreto. El uso de las TIC para enseñar mediante simulaciones se incluye como “parte de un curso específico” en más del 70% de los programas de formación del profesorado generalista y especialista.

Una de las competencias, concretamente la que hace referencia a la “evaluación de alumnos mediante portfolios”, destaca dentro de la categoría “crear un amplio espectro de situaciones de enseñanza” por sus bajos valores en comparación con otras. La evaluación por portfolios no se trata en aproximadamente un tercio de los programas de formación inicial de profesores generalistas y en aproximadamente un cuarto de la formación inicial de especialistas en ciencias o matemáticas. Sin embargo, a menudo se evalúa a los futuros profesores mediante portfolios (véase la discusión que aparece a continuación, gráfico 6.12), lo cual podría prepararles para utilizar este tipo de evaluación en sus clases. Estos resultados podrían indicar que ya se están empleando formas innovadoras de evaluación, aunque no se traten explícitamente durante la formación inicial del profesorado.

Colaboración entre iguales e investigación

Los otros dos grupos de competencias reciben relativamente menos atención dentro de los programas de formación inicial del profesorado que respondieron al estudio SITEP. La categoría “colaboración entre iguales e investigación” tiene una relevancia media en programas de formación inicial para profesores especialistas y generalistas. “Colaborar con colegas en aspectos pedagógicos y en el desarrollo de enfoques educativos innovadores” e “investigar en el ámbito pedagógico” son competencias que no se tratan en aproximadamente un quinto de los programas de formación para profesores generalistas. La colaboración con colegas figuraba como parte de un curso específico en dos tercios de los programas para profesores generalistas en matemáticas o ciencias, mientras la investigación pedagógica no se trata en la quinta parte de los programas.

Atención a la diversidad

Dar respuesta a las necesidades de una gran variedad de alumnos y a los diferentes intereses de niños y niñas resulta importante para motivarles a aprender (véase el capítulo 5). Sin embargo la “atención a la diversidad” es, de acuerdo con las respuestas proporcionadas en el estudio, la competencia

que con menos frecuencia se aborda tanto en programas de formación para generalistas como para especialistas. Más concretamente, las competencias relacionadas con la atención a la diversidad y a las cuestiones de género se tratan menos frecuentemente en los programas de formación inicial para profesores generalistas que en los dirigidos a especialistas. Dichos hallazgos podrían reflejar las actuales políticas nacionales relacionadas con el género en la educación, dado que la enseñanza sensible a dichas cuestiones se promueve solamente en un tercio de los países europeos (EACEA/ Eurydice 2010, pp. 57-59).

Los resultados del estudio generalmente vienen a corroborar la información que proporcionan las autoridades nacionales. La normativa promulgada a nivel central normalmente menciona que los profesores deberían saber cómo impartir el currículo de matemáticas y cómo crear diversas situaciones de enseñanza y aprendizaje. Los métodos de evaluación específicos o la enseñanza sensible a las cuestiones de género se suelen trabajar con menos frecuencia.

6.4.4. Modelos de desarrollo de competencias y contenidos en los programas de formación inicial del profesorado

Una vez analizada la importancia global que se atribuye a competencias específicas en los centros de educación superior que respondieron a la encuesta, se procedió a buscar patrones significativos en cuanto a la forma en que los programas abordan dichas competencias. Esta sección, por tanto, analiza si dichos programas priorizan sistemáticamente algún tipo de competencias por encima de otras, o si existen grupos de programas de formación inicial del profesorado que las enfocan de una manera peculiar.

Para poder recabar dicha información, los programas de formación analizados se clasificaron según su puntuación media dentro de las escalas para las siguientes categorías de competencias: “crear un amplio espectro de situaciones de enseñanza”, “atención a la diversidad”, “colaboración entre iguales e investigación” y la competencia específica “conocer y ser capaz de impartir el currículo oficial de matemáticas o las ciencias”. Las respuestas revelaron cuatro agrupaciones distintas, según las cuales los programas integrados en un mismo grupo trataban las competencias de forma semejante (gráfico 6.10) ⁽¹¹⁾.

Dos de los cuatro grupos de programas de formación inicial del profesorado se encontraban en extremos opuestos. En la parte alta de la escala, un grupo mostró los valores más altos en todas las competencias analizadas y prácticamente todos los programas incluidos en él evaluaban a sus futuros profesores sobre sus conocimientos del currículo. Las otras competencias analizadas también se evaluaban de manera frecuente en este grupo, y relativamente pocas aparecían entre los valores más bajos de respuesta. Aproximadamente una quinta parte de los programas que respondieron a la encuesta se encuadran dentro de este primer grupo.

El grupo de programas que se sitúa en el extremo opuesto de la escala de valores presenta los resultados más bajos en todas las competencias analizadas. Por término medio, el conocimiento del currículo figura como “parte de un curso específico” en todos los programas de este grupo. Algunos de ellos también incluyen el conocimiento del currículo en su evaluación para futuros profesores, pero en algunos casos no se mencionaba en absoluto esta competencia, o solo de manera muy genérica. En este conjunto se inscriben programas de formación inicial del profesorado que, o bien no hacen referencia a todas o a algunas de las competencias mencionadas, o solo referencias muy genéricas.

⁽¹¹⁾ Se realizó un análisis de clusters por separado, sobre la base de las escalas de competencias/contenidos analizadas. La solución de 4 clusters explicaba el 63% de la varianza total. El modelo de 5 clusters explicaba solo un 3,8% adicional de la varianza, y en el de 3 clusters el porcentaje de varianza explicada descendía en un 13%.

◆◆◆ Gráfico 6.10: Puntuación media en las escalas de competencias/contenidos y distribución por grupos de los programas de formación inicial del profesorado, 2010/11

	Grupos de programas			
	Valores altos	Valores altos/medios excepto en diversidad	Valores medios	Valores bajos
Conocer y ser capaz de impartir el currículo de matemáticas/ciencias	3.0	2.8	2.4	2.0
Crear un amplio espectro de situaciones de enseñanza	2.7	2.3	1.7	1.4
Atención a la diversidad	2.6	1.4	2.0	1.0
Colaboración entre iguales e investigación	2.7	2.0	1.8	1.3
Todos los programas de formación inicial del profesorado	22.7%	33.0%	26.1%	18.2%
Programas para profesores generalistas	25.6%	34.9%	14.0%	25.6%
Programas para profesores especialistas	21.9%	32.5%	29.4%	16.3%

Fuente: Eurydice, estudio SITEP.

Nota explicativa

Dado que los índices de respuesta fueron bajos, los datos no son representativos, y tienen solo carácter indicativo.



En más de la mitad de los programas de este grupo ninguna de las competencias en cuestión figura en los procesos de evaluación. Asimismo, la atención a la diversidad normalmente no se menciona, o solo de manera general. El 18,2% de los programas que respondieron al estudio SITEP pertenecen a este grupo con valores bajos en todos los apartados.

Obviamente los otros dos grupos se sitúan en algún lugar intermedio entre ambos extremos. El segundo ocupa el segundo lugar en la escala de valores más altos en todas las áreas de competencia, excepto en atención a la diversidad. Por tanto, se le ha denominado “medio/alto excepto en diversidad”. En él se engloban aproximadamente un tercio de los programas analizados. El tercer grupo, con un 26,1% de los programas, presenta los segundos valores más altos en la escala de “atención a la diversidad”, y los terceros en el resto de las competencias, con lo cual recibió la denominación de “valores medios”.

Curiosamente, solo pueden apreciarse diferencias poco relevantes entre los programas de formación inicial para profesores generalistas y especialistas. Se observa una proporción muy semejante de programas para generalistas y para especialistas tanto en el grupo con valores altos en todas las dimensiones, como en el grupo con valores medio/altos en todas las competencias excepto en la atención a la diversidad. En el tercer grupo (con valores más altos en atención a la diversidad), aparece una proporción más elevada de programas para especialistas que para generalistas; mientras que en el cuarto grupo (con los valores más bajos en todas las competencias) figuran más programas para profesores generalistas.

Estos resultados sugieren una tendencia a tratar la mayoría de las competencias de forma muy semejante dentro de un programa concreto. Por ejemplo, si una categoría se incluye en el proceso de evaluación, lo más probable es que el resto de las categorías también se evalúen. Cuando un conjunto de competencias de las principales solo se menciona como referencia general, el resto de las competencias no suelen recibir una atención mayor. No obstante, existen algunas excepciones. La competencia sobre conocimiento del currículo destaca sobre las demás, dado que en prácticamente todos los programas se hace referencia al currículo y la mayoría de ellos también la incluyen en la evaluación de futuros profesores. Asimismo, aproximadamente un tercio de los programas de formación inicial del profesorado analizados conceden gran importancia a todas las competencias,

excepto a la atención a la diversidad. En general, la atención a la diversidad y la sensibilidad hacia cuestiones de género parecen no recibir demasiada atención en muchos programas de formación inicial del profesorado.

El estudio SITEP también analizó algunas cuestiones concretas sobre otros aspectos relevantes de los programas de formación del profesorado. En los siguientes apartados se hace una reflexión sobre los acuerdos de colaboración con agentes externos y la evaluación de los programas de formación inicial del profesorado.

6.4.5. Convenios de colaboración entre los órganos competentes en la oferta de formación inicial del profesorado y otros agentes externos

Se observan tendencias bastante semejantes en cuanto a colaboración entre agentes externos y los organismos a cargo de la oferta de formación inicial para profesores generalistas y especialistas que respondieron a la encuesta (gráfico 6.11). Los principales colaboradores de las instituciones de formación del profesorado son los centros de primaria y secundaria. Según el estudio SITEP, la mayoría de los programas para profesores generalistas y especialistas colaboran con centros educativos a la hora de poner en marcha dichos programas. Naturalmente, los programas de formación inicial del profesorado cooperan con los centros para la realización de las prácticas. Asimismo, los centros educativos también son los principales colaboradores a la hora de desarrollar el contenido de los programas y de llevar a cabo investigaciones.

◆◆◆ Gráfico 6.11: Participación de las instituciones de educación superior en iniciativas conjuntas y convenios de colaboración para profesores generalistas y especialistas (matemáticas/ciencias), 2010/11

	Contenido del programa		Puesta en marcha del programa		Investigación	
	Generalistas	Especialistas	Generalistas	Especialistas	Generalistas	Especialistas
Centros de primaria o secundaria	53.5	46.3	76.7	85.0	23.3	22.5
Organizaciones gubernamentales nacionales o locales	44.2	40.6	46.5	50.0	9.3	11.3
Empresas	2.3	2.5	9.3	6.9	7.0	5.6
Organizaciones no gubernamentales	7.0	10.0	18.6	20.0	14.0	13.8

Fuente: Eurydice, estudio SITEP.

Nota explicativa

Dado que los índices de respuesta fueron bajos, los datos no son representativos, y tienen solo carácter indicativo.



Las respuestas de aproximadamente la mitad de los programas de formación inicial del profesorado indican que existe colaboración con organizaciones gubernamentales a nivel local o nacional en el ámbito de la puesta en marcha de los programas. Un número ligeramente inferior de programas había puesto en marcha actividades o proyectos de colaboración con organizaciones gubernamentales en relación al contenido de los programas. Muy pocos habían establecido convenios de colaboración con empresas y con organizaciones no gubernamentales.

Curiosamente, los centros de formación inicial del profesorado colaboran menos con agentes externos en el ámbito de la investigación que en ninguna otra área. Solo el 20% de los programas de formación inicial del profesorado informaron de que firmaban convenios de colaboración con los centros educativos para realizar investigaciones. Así pues, la cooperación con agentes externos en

cuanto a investigación y desarrollo de enfoques pedagógicos innovadores es un área abierta a la mejora en la formación de futuros profesores.

6.4.6. Evaluación de profesores generalistas y especialistas

La evaluación es un aspecto importante del proceso de enseñanza y aprendizaje que puede desarrollarse de diversas maneras y servir a diferentes fines. Así pues, la cuestión sobre evaluación dentro de los programas de formación inicial del profesorado se ocupa tanto del conocimiento de los contenidos como de las competencias didácticas (gráfico 6.12). La forma más habitual de evaluar el dominio de los contenidos en los programas de formación inicial del profesorado tanto de profesores especialistas como de generalistas son los exámenes orales y escritos, mientras que la observación de la práctica docente normalmente se usa para evaluar sus habilidades didácticas.

La evaluación mediante portafolios parece ser la forma menos común de valorar el dominio de los contenidos, pero se utiliza en un 58,1% en la formación inicial para generalistas y en un 66,9% en los programas para especialistas para evaluar las competencias didácticas. Este es un resultado bastante alentador, ya que la evaluación mediante portafolios es una forma de evaluación no tradicional (o innovadora) consistente, según Collins (1992, p. 453), en un “contenedor de evidencia que se reúne con un determinado propósito” y que contribuye a incrementar la responsabilidad del alumnado sobre su propio aprendizaje.

◆◆◆ Gráfico 6.12: Evaluación de profesores generalistas y especialistas en matemáticas y ciencias en los programas de formación inicial del profesorado, 2010/11

	Conocimiento de los contenidos		Habilidades didácticas	
	Generalistas	Especialistas	Generalistas	Especialistas
Exámenes orales y escritos	95.3	86.9	69.8	55.0
Evaluación mediante portafolios	39.5	44.4	58.1	66.9
Observación de la práctica docente	48.8	47.5	83.7	91.9
Elaboración de trabajos de investigación	51.2	56.9	44.2	49.4
Tesis	44.2	61.9	25.6	51.9
Otros	62.8	46.3	51.2	46.9

Fuente: Eurydice, estudio SITEP.

Nota explicativa

El cuestionario permitía responder en más de una categoría, por lo tanto, la suma de los porcentajes puede no sumar el 100%. Dado que los índices de respuesta fueron bajos, los datos no son representativos, y tienen solo carácter indicativo.



Sin embargo, pueden apreciarse algunas diferencias entre los programas de formación de profesores generalistas y especialistas. Aunque la elaboración de trabajos de investigación se utiliza a menudo en ambos tipos de programa, las tesis son una forma bastante más común de evaluación en los programas para especialistas que en las de generalistas. Para evaluar los conocimientos sobre contenidos, se usan tesis en un 44,2% de los programas para profesores generalistas, mientras que en los programas para especialistas en matemáticas/ciencias analizados la cifra alcanza un 61,9%.

En este apartado hemos tratado de presentar información sobre el tipo de formación que actualmente están recibiendo los futuros profesores en una serie de países europeos. Sin embargo, es necesario tener en cuenta que este análisis del contenido y de las destrezas que se enseñan en los programas, así como de las formas de evaluación empleadas tanto en programas de formación inicial de profesores especialistas como de generalistas solo es un indicador de qué conocimientos y habilidades se supone

que han de adquirir los profesores europeos. No obstante, el análisis de los programas de formación inicial del profesorado no nos permite inferir cuáles son en realidad los conocimientos que dichos profesores poseen, o sus habilidades prácticas para la enseñanza en el aula.

Resumen

Este repaso al estado actual de la profesión docente en el área de matemáticas en Europa, así como de las políticas y las prácticas relacionadas con la formación inicial y permanente del profesorado, ha revelado varias tendencias positivas, así como algunos aspectos que aún son claramente mejorables.

Algunos países europeos parecen preocupados por el desequilibrio en la estructura de edad del cuerpo de profesores de matemáticas. Los datos procedentes del estudio internacional TIMSS confirman hasta cierto punto estos temores, especialmente en el caso de Bulgaria, Alemania, Italia y Rumanía. No obstante, si se analizan los datos desde un punto de vista más amplio, las estadísticas en Europa apuntan a que el envejecimiento en el colectivo docente de matemáticas puede ser el reflejo de una tendencia generalizada en el profesorado de muchos países, con independencia de la materia. Es necesario llevar a cabo un análisis más detallado para determinar el alcance del problema y para decidir sobre posibles soluciones a nivel político, tanto si las iniciativas han de dirigirse a profesores que imparten una asignatura en concreto, como, por ejemplo, las matemáticas, o si deberían abordarse cuestiones más globales, tales como, el nivel de inversión económica en la función docente, incluyendo la posibilidad de incentivos para atraer o retener al profesorado.

Con respecto al equilibrio de género en el profesorado europeo, existe un porcentaje elevado de mujeres en educación primaria en todas las asignaturas, incluidas las matemáticas. Solamente en Dinamarca parece observarse una distribución más equitativa entre mujeres y hombres en la profesión docente. En educación secundaria inferior, los datos preliminares incluidos en este informe apuntan a una distribución más equilibrada en el número de varones y de mujeres que enseñan matemáticas.

Los países comparten una serie de desafíos respecto a la oferta de profesores cualificados de matemáticas. En algunos países se detecta una falta de profesores de esta área en secundaria, tal como confirman los resultados de PISA 2009, especialmente en Luxemburgo y Turquía. Pero también hay problemas en primaria, donde los profesores generalistas que son responsables de la enseñanza de las matemáticas carecen, al parecer, de un conocimiento profundo de la asignatura. En la mayoría de los países en los que la normativa a nivel central o las recomendaciones sobre FIP establecen un número mínimo de créditos destinados a la adquisición de conocimientos matemáticos para futuros profesores de la materia, los porcentajes de dichos créditos son desproporcionadamente altos en el caso de los profesores especialistas (o semiespecialistas) en comparación con la formación para generalistas. Solo unos pocos países hasta ahora parecen estar tomando medidas para cambiar esta tendencia mediante una reforma de la formación inicial y continua del profesorado o de sus condiciones de trabajo. El Reino Unido (Inglaterra) es una excepción en lo que respecta a emprender iniciativas de formación para que los profesores de primaria adquieran conocimientos especializados, así como en apoyar la formación permanente de especialistas en matemáticas en este nivel.

En lo que respecta a la formación inicial de futuros profesores de matemáticas, las conclusiones de los estudios subrayan la importancia de que adquieran “conocimientos matemáticos para la enseñanza”. En toda Europa, en la mayoría de los países que disponen de normativa, recomendaciones y/o pautas a nivel central referidas al contenido de los programas de FIP, se imparten un amplio abanico de conocimientos matemáticos. Sin embargo, el aspecto que se incluye con menos frecuencia es el conocimiento y comprensión de cómo enseñar matemáticas mostrando sensibilidad hacia las cuestiones de género.

Un gran número de países recomienda que los futuros profesores especialistas o semiespecialistas en matemáticas sean sistemáticamente evaluados en sus habilidades para la docencia y que también se evalúe a los profesores generalistas que vayan a impartir la materia de sus conocimientos sobre los contenidos de la asignatura. En el último caso, se recomienda realizar dichas evaluaciones no solo durante el programa de estudios o al finalizarlo, sino también al comienzo del mismo mediante pruebas de acceso. Las instituciones de educación superior que imparten programas de formación inicial del profesorado son habitualmente responsables del contenido, la estructura y la corrección de dichas pruebas. No es común encontrar en Europa exámenes para futuros profesores de matemáticas establecidos por la administración central.

Curiosamente, el estudio piloto realizado por EACEA/Eurydice sobre los programas de formación inicial del profesorado (SITEP) reveló más coincidencias que diferencias entre la formación que reciben profesores generalistas y especialistas. La competencia más importante tratada en los programas de formación para ambos tipos de docentes es el conocimiento y la habilidad para impartir el currículo oficial de matemáticas o de ciencias, que también se incluye muy a menudo en la evaluación de los futuros profesores. La competencia referida a crear un amplio espectro de situaciones de enseñanza, o a aplicar diversas técnicas pedagógicas normalmente forma parte del contenido de un módulo específico dentro de la formación inicial tanto de profesores generalistas como de especialistas, al igual que sucede con la capacidad para aplicar el aprendizaje cooperativo, basado en proyectos o en investigación –o en la resolución de problemas. La atención a la diversidad, es decir, la capacidad para enseñar a una gran variedad de alumnos, teniendo en cuenta también los distintos intereses de niños y niñas, y evitando la creación de estereotipos a la hora de interactuar con los alumnos, es una competencia que se aborda con menor frecuencia en los programas de formación inicial para profesores generalistas que en los que preparan a profesores especialistas en matemáticas o ciencias. Por regla general, dichas competencias son las que con menor frecuencia se tratan en ambos tipos de programas, aunque la atención a la diversidad es importante a la hora de mejorar la motivación y de luchar contra el bajo rendimiento.

En cuanto a la formación permanente del profesorado de matemáticas, diversos estudios apuntan a que esta debería ser cooperativa y enfocada específicamente a la asignatura. Los países europeos tratan una gran cantidad de temas directamente relacionados con la enseñanza de las matemáticas a través de programas de FPP promovidos desde la administración central. Sin embargo, según TIMSS 2007, los índices de participación son bastante bajos, especialmente en el nivel de primaria, donde, de media en la UE, el profesorado de solo un tercio de los alumnos había asistido a cursos de formación permanente en los dos años anteriores, sobre temas tales como la enseñanza del currículo de matemáticas, el desarrollo de destrezas para la resolución de problemas en los alumnos o la integración de las TIC en la enseñanza de las matemáticas. Solo en una minoría de países europeos se ofrecen incentivos, económicos o de otra índole, para fomentar la participación del profesorado en actividades de formación permanente relacionadas con nuevos métodos y enfoques para la enseñanza de esta materia.

Los temas de formación permanente del profesorado que reciben menos atención a nivel central son el uso de la investigación y de los métodos de investigación en la práctica docente diaria –aunque un gran número de estudios han puesto de manifiesto la importancia de esta cuestión– y, de nuevo, la dimensión de género dentro de la enseñanza de las matemáticas tampoco recibe mucha atención.

Por el contrario, la mayoría de países europeos reconoce el valor de la cooperación y la colaboración entre el profesorado de matemáticas (y otros expertos relevantes) para su formación permanente y, por tanto, abogan por, o apoyan en la práctica las redes del profesorado en las que se pueden intercambiar experiencias, ideas, enfoques pedagógicos, métodos de enseñanza y materiales didácticos. Dicha

colaboración puede articularse en forma de proyectos, conferencias o reuniones, o de manera virtual a través de páginas web, blogs u otras redes sociales.

Finalmente, solo un grupo minoritario de países oferta programas de formación permanente dirigidos a directores de centros para apoyar la labor de su profesorado de matemáticas y fomentar la cooperación. Dichos programas podrían contribuir a elevar el estatus de las matemáticas en los centros escolares y tener un efecto positivo en la capacidad del profesorado para transmitir a los alumnos la importancia de esta disciplina.

CONCLUSIONES

Las matemáticas se consideran una asignatura muy importante, tanto en la escuela como para la sociedad en general. Sus conceptos y procesos son esenciales para un gran número de materias, profesiones y ámbitos de la vida. Los últimos resultados de los estudios internacionales PISA y TIMSS muestran que, a lo largo de los años, varios países han conseguido mejorar los conocimientos y destrezas de sus alumnos en el área de matemáticas, y algunos han sido también capaces de reducir la brecha entre alumnos con alto y bajo rendimiento. Sin embargo, en toda Europa aún puede observarse una enorme proporción de alumnos que no alcanzan los niveles esperados de competencia matemática.

Los estudios e investigaciones que se han analizado en este informe sugieren diversas vías para que la enseñanza de las matemáticas contribuya a la mejora del rendimiento de los alumnos y a despertar su interés e implicación en la materia. Asimismo, se subrayan algunos de los factores contextuales que influyen sobre el aprendizaje de esta disciplina. El informe también ha examinado las distintas políticas y prácticas que conforman la enseñanza de la asignatura en los países europeos. En esta sección se presentan las conclusiones más relevantes del estudio, prestando especial atención a aquellos ámbitos que resultarían más beneficiados con nuevas investigaciones o propuestas a nivel político orientadas a lograr una mejora en los resultados del aprendizaje en matemáticas.

A. Trasladar el nuevo currículo de las matemáticas a la práctica en el aula

El currículo de las matemáticas es uno de los documentos oficiales más importantes a la hora de conformar la práctica docente. En Europa, por regla general, la administración central promulga el currículo del área, en virtud del cual se establecen los principales objetivos y los resultados del aprendizaje que han de lograrse. El currículo también incluye directrices sobre el número mínimo de horas lectivas recomendadas para las matemáticas –entre un 15% y un 20% del total de horas lectivas en primaria, y algo menos en secundaria inferior, lo que la convierte en la segunda asignatura en nivel de importancia después de la lengua de instrucción.

A lo largo de la última década –y de forma más significativa a partir de 2007– la inmensa mayoría de los países han revisado el currículo de las matemáticas enfocándolo más hacia las competencias y habilidades que los alumnos han de adquirir, en lugar de a los contenidos de la enseñanza. Asimismo, los currículos actuales de matemáticas han reducido el contenido de la materia en favor de establecer vínculos transversales y de prestar más atención a la aplicación del conocimiento y a la resolución de problemas. El movimiento hacia un enfoque pedagógico basado en los resultados del aprendizaje se ve respaldado por los resultados de los estudios que muestran que, en comparación con el currículo tradicional, el orientado hacia los resultados del aprendizaje tiende a ser más integrador y flexible. Este nuevo diseño curricular permite a los profesores una mayor autonomía para cumplir los objetivos establecidos y para dar respuesta a las necesidades de los alumnos. Por otra parte, el nuevo currículo también contribuye a mejorar la motivación del alumnado.

El análisis de cinco áreas de competencia –dominar los procedimientos y destrezas básicas, comprender los conceptos y principios matemáticos, aplicar las matemáticas a contextos de la vida real, ser capaz de comunicarse sobre contenidos matemáticos y de razonar matemáticamente– ha demostrado que, aunque dichas competencias se mencionan en el currículo de todos los países europeos, rara vez se recomienda enseñarlas o evaluarlas de manera específica. Sin embargo, la evidencia procedente del ámbito de la investigación indica que trasladar de forma efectiva los objetivos

del currículo a la práctica dentro del aula depende de una serie de factores. Uno de estos factores clave es la disponibilidad de apoyo para el profesorado, respetando al mismo tiempo su autonomía pedagógica, así como la necesidad de diseñar la evaluación de alumnos, y en especial los exámenes clasificatorios, en consonancia con los últimos avances pedagógicos en matemáticas.

B. Aplicar diversos enfoques didácticos para dar respuesta a las necesidades de todos los alumnos

En toda Europa las políticas educativas nacionales parecen estar en consonancia con los hallazgos de las investigaciones y de los estudios internacionales en lo que respecta a enfoques metodológicos para la enseñanza de las matemáticas, según los cuales es imposible afirmar que exista una única forma correcta para enseñar esta materia, sino que diversos métodos pueden resultar eficaces cuando se aplican a contextos concretos y en función de los resultados del aprendizaje específicos que se pretende alcanzar. A excepción de unos pocos países, la mayoría de las administraciones centrales proporcionan algún tipo de directrices nacionales en relación con los enfoques didácticos para la enseñanza de las matemáticas en primaria y secundaria.

Entre los métodos que reciben más respaldo podemos mencionar el aprendizaje basado en la resolución de problemas, la exploración y la investigación, así como el uso de contextos de la vida real para hacer que las matemáticas resulten más relevantes a la propia experiencia de los alumnos. Los estudios internacionales confirman que las actividades de aprendizaje basadas en la resolución de problemas son práctica común en las aulas europeas. Otros métodos tradicionales de enseñanza, como la memorización, rara vez se recomiendan o prescriben, aunque los alumnos de algunos países indicaron que sí empleaban este tipo de estrategias.

En general, existe una necesidad de encontrar un equilibrio entre aquellos métodos que fomentan el aprendizaje del conocimiento matemático y los que potencian el desarrollo de habilidades matemáticas. En particular, sería necesario reforzar enfoques pedagógicos que promuevan el aprendizaje activo, el pensamiento crítico y la capacidad de los alumnos para aplicar sus conocimientos teóricos a situaciones de la vida real. Dichos métodos han demostrado sistemáticamente su efecto positivo no solo sobre los niveles de rendimiento, sino también sobre la actitud de los alumnos hacia las matemáticas.

Menos consistente es la evidencia disponible sobre el impacto del uso de las TIC, las calculadoras, el agrupamiento del alumnado y las tareas para casa en el contexto de la enseñanza de las matemáticas. No es frecuente encontrar directrices nacionales sobre estas cuestiones, excepto en lo que se refiere a las TIC, cuyo uso es obligatorio o recomendado en todos los países. Los datos de los estudios internacionales, por el contrario, muestran que, si bien hay una gran disponibilidad de ordenadores, su empleo en las clases de matemáticas no es frecuente. Es evidente que un enfoque metodológico que pretenda conectar las matemáticas con la vida diaria del alumno no puede ignorar el uso de las nuevas tecnologías. Sin embargo, es necesario investigar más y recabar más información sobre los beneficios del uso de las TIC en el aprendizaje de esta materia, con el fin de guiar al profesorado sobre su uso y sobre la forma más eficaz de aplicarlas a la enseñanza.

C. El uso eficaz de los métodos de evaluación: es necesario prestar más apoyo al profesorado

La evaluación del alumnado se considera un elemento decisivo del proceso de enseñanza y aprendizaje. También puede jugar un papel esencial a la hora de poner en marcha las reformas del currículo, dado que lo que se enseña en los centros escolares a menudo viene determinado por lo que se evalúa. Las matemáticas son una de las áreas a las que más atención se presta en las pruebas nacionales

de evaluación durante la educación obligatoria, así como en los exámenes de final de la educación secundaria superior. Según la información facilitada por los países, los resultados de las pruebas nacionales se utilizan para guiar el desarrollo del currículo así como para diseñar la formación inicial y permanente del profesorado. No obstante, también sugiere que los responsables políticos de los diferentes niveles implicados en la toma de decisiones podrían hacer un uso más sistemático de dicha información.

A lo largo del informe se ha puesto de manifiesto que solo en contadas ocasiones la administración central facilita indicaciones de carácter práctico para la evaluación dentro del aula –especialmente las orientadas a fomentar el uso de métodos más innovadores, como la evaluación basada en proyectos, el uso de portfolios, de las TIC, la evaluación entre iguales o la autoevaluación. Los resultados de las investigaciones recalcan la importancia de la evaluación dentro del aula en el área de matemáticas, así como el papel fundamental del profesorado a la hora de elaborar y administrar dichas pruebas, y de proporcionar a los alumnos información relevante sobre sus resultados. La información nacional recabada en este estudio sugiere la necesidad de más pautas y directrices, así como de otras medidas de apoyo para el profesorado en lo referente al uso de diversos instrumentos de evaluación.

D. La lucha contra el bajo rendimiento: la necesidad de establecer objetivos y hacer un seguimiento de la eficacia de los programas de apoyo

El número tan elevado de alumnos que carece de destrezas básicas en matemáticas es una fuente de inquietud en toda Europa. En algunos países, los índices de alumnos de 15 años con bajo rendimiento son especialmente alarmantes. Los primeros pasos esenciales para abordar este problema a nivel nacional incluyen establecer unos mecanismos de seguimiento y control de los niveles de rendimiento, identificar las causas del bajo rendimiento en esta materia y evaluar la eficacia de los programas de apoyo. Sin embargo, solo un reducido número de países europeos han establecido objetivos nacionales para luchar contra el bajo rendimiento en matemáticas. Menos de la mitad de los países europeos llevan a cabo estudios o han informado de las causas de los malos resultados en el área, y aún son menos frecuentes las evaluaciones de los programas de apoyo para alumnos con dificultades.

En aquellos países en los que sí se han elaborado informes, el bajo rendimiento en matemáticas se vincula con factores como el nivel de estudios de los padres, la falta de recursos educativos y de ayuda en casa, una escasa motivación intrínseca del alumno y una inadecuada cualificación del profesorado. Estos hallazgos indican que, para reducir el porcentaje de alumnos con malos resultados en matemáticas, sería necesario un enfoque integrador que abordara simultáneamente una serie de elementos, tanto dentro de los centros escolares como fuera de ellos.

La evidencia procedente de la investigación sobre medidas educativas eficaces para hacer frente al bajo rendimiento subraya la importancia de los siguientes factores:

- sentar las bases para el aprendizaje de las matemáticas desde la educación infantil;
- proporcionar apoyo individualizado para enfrentarse a las dificultades en el momento en que surjan;
- mejorar la motivación, asegurándose de que se establecen vínculos con otras materias;
- relacionar las matemáticas con la vida diaria; e
- implicar a los padres en el proceso de aprendizaje de sus hijos.

La mayoría de los países europeos proporcionan directrices nacionales para abordar las dificultades de los alumnos en el área de matemáticas. Dichas pautas suelen formularse de manera global, por ejemplo, recomendando el uso de pruebas de diagnóstico, adaptaciones curriculares, enseñanza individualizada o en grupos reducidos, y permitiendo a los profesores, a los centros y a los órganos competentes escoger los métodos de apoyo más adecuados. Programas de apoyo específicos, como la iniciativa “Recuperación de Matemáticas” de Irlanda y el Reino Unido, u otro tipo de asesoramiento práctico para el profesorado o de ayudas sistemáticas para los estudiantes no son muy habituales. Sin embargo, este tipo de programas contribuyen de manera eficaz a abordar y resolver el problema del bajo rendimiento en matemáticas.

E. Mejorar la motivación y la implicación de los alumnos a través de iniciativas específicas

Mejorar la motivación de los alumnos hacia el aprendizaje de las matemáticas es indispensable para elevar su rendimiento académico, incrementar el número de alumnos que escogen asignaturas relacionadas con las matemáticas tras la educación secundaria y animar a los jóvenes a continuar su formación y a escoger profesiones en ámbitos que requieren un alto nivel de conocimientos en esta disciplina. Los resultados de las principales evaluaciones internacionales, así como de un gran número de literatura de investigación en este campo, confirman la estrecha relación que existe entre motivación, actitudes, confianza en uno mismo y el rendimiento en matemáticas.

En menos de la mitad de los países europeos se han diseñado estrategias nacionales para mejorar la motivación del alumnado hacia el aprendizaje de las matemáticas –en aquellos países en los que sí existen, normalmente se encuadran en iniciativas más amplias que también engloban las ciencias y la tecnología. Solamente Austria y Finlandia desarrollan iniciativas globales enfocadas a todos los niveles educativos (de infantil a secundaria superior) y que incluyen un gran número de acciones. Por lo general, el resto de los países se centran en proyectos específicos, como el refuerzo de las actividades extraescolares, los convenios de colaboración con universidades y empresas, y los métodos de enseñanza que fomentan la implicación de los alumnos. Las evaluaciones que se han realizado de estas estrategias y actividades organizadas a nivel nacional han mostrado un impacto positivo sobre la motivación y el interés de los estudiantes, así como sobre su rendimiento en el área de matemáticas. El efecto positivo a nivel general podría verse incrementado, sin embargo, si dichas iniciativas se centraran específicamente en mejorar la motivación de los alumnos en matemáticas, además de las que combinan las matemáticas con otras áreas. Por otra parte, junto con los programas que existen actualmente y que suelen ir dirigidos a los alumnos con mejor nivel de rendimiento, podrían mejorarse los resultados si las iniciativas se enfocaran a un espectro más amplio del alumnado, pero con medidas específicas para quienes muestran menores niveles de motivación y rendimiento.

Otra de las principales preocupaciones para muchos países europeos tiene que ver con el bajo porcentaje de estudiantes matriculados en MST –especialmente entre la población femenina– en comparación con otras áreas, y la escasez de competencias en materias que requieren un alto nivel de conocimiento matemático. Aunque los estudios han venido a demostrar que la brecha de género en lo que respecta a actitudes hacia las matemáticas es mayor que la diferencia real en cuanto a rendimiento en la asignatura, solo cuatro países han puesto en marcha iniciativas a nivel nacional para abordar cuestiones de género en los centros educativos, mientras que otros cuantos han lanzado campañas nacionales con el objetivo de atraer a más mujeres a las profesiones del ámbito de las matemáticas. Así pues, es necesario poner en marcha más programas específicos para mejorar la motivación y confianza en sí mismas de las alumnas, con el fin de incrementar su participación en áreas de estudios en las que resultan esenciales los conocimientos y las destrezas matemáticas.

F. Ampliar el repertorio didáctico del profesorado y fomentar la flexibilidad

Como se ha comentado anteriormente, el profesorado juega un papel fundamental a la hora de implementar las reformas en la enseñanza de las matemáticas. Para poder ayudar a los alumnos a desarrollar sus habilidades en la materia, los profesores han de ser capaces de escoger entre una amplia gama de métodos didácticos, han de ser flexibles, utilizar distintas formas de evaluación, ser capaces de motivar a todo tipo de alumnos y, en particular, reforzar a aquellos que tienen bajos niveles de rendimiento. Para poder desempeñar todas estas funciones el profesorado necesita contar con las habilidades y los conocimientos necesarios y recibir el apoyo adecuado para dar respuesta a las necesidades de todos los alumnos. Actualmente los países europeos se enfrentan a diversos retos que han de superar para poder alcanzar estos objetivos.

Además de la preocupación de algunos países por el perfil de edad y de género del profesorado de matemáticas, el desafío más importante parece ser la mejora de la cualificación del profesorado de esta materia. Esto concierne especialmente al nivel de primaria, ya que es una etapa crucial para el desarrollo del conocimiento matemático básico de los alumnos, de sus destrezas, y no en menor medida de sus actitudes, que pueden resultar decisivas a la hora de determinar la respuesta de los jóvenes hacia la asignatura y su futura decisión sobre si continuar sus estudios y su profesión en este campo. Por tanto, los programas de formación inicial del profesorado, la evaluación de futuros profesores y las oportunidades de formación permanente requieren un nuevo enfoque para fomentar en los profesores la adquisición de “conocimientos matemáticos para la enseñanza”. Asimismo, es necesario disponer de un número mayor de profesores especialistas en matemáticas, especialmente en primaria, si se desea lograr una mejora significativa en el rendimiento de los alumnos.

El estudio piloto elaborado por EACEA/Eurydice sobre los programas de formación inicial del profesorado (SITEP) no reveló diferencias significativas entre los programas para profesores generalistas y para especialistas, aunque los índices de respuesta fueron bajos y, por tanto, los datos solo tienen carácter indicativo. En ambos tipos de programas se presta bastante atención a las competencias relacionadas con la enseñanza del currículo de ciencias o matemáticas, así como a la creación de una gran variedad de situaciones de enseñanza. Las diferencias más relevantes se refieren a la importancia que se concede en la formación inicial de especialistas a las competencias sobre atención a la diversidad y a las cuestiones de género, en comparación con la importancia que se les concede en los programas para generalistas. No obstante, el hecho de que dichas competencias sean las que, en general, menos atención reciben en ambos tipos de programas indica la necesidad generalizada de reforzar los conocimientos y destrezas del profesorado en estas áreas.

En la actualidad, los programas de formación permanente del profesorado promovidos a nivel central abordan una serie de competencias para fomentar la incorporación de elementos innovadores a la práctica docente. No obstante, los resultados de los estudios internacionales muestran que las bajas cifras de participación en dichos programas, especialmente y una vez más, entre los profesores de primaria, suponen un problema que es necesario afrontar. Los temas que aparecen con menor frecuencia en las iniciativas de formación permanente organizadas por la administración central son los relacionados con las cuestiones de género en la enseñanza de las matemáticas, la aplicación de los resultados de la investigación a la práctica docente y el uso de un amplio abanico de instrumentos de evaluación. Pues bien, según los resultados de este informe, estas son precisamente algunas de las áreas clave que necesitan reforzarse en la enseñanza de las matemáticas.

Finalmente, cabe señalar que en la mayoría de los países europeos se está promocionando de manera creciente el área de formación permanente relacionada con la cooperación, la colaboración

y el intercambio de experiencias entre profesores, particularmente a través de recursos *online*, como, por ejemplo, páginas web, blogs u otras redes sociales. Los resultados de los estudios confirman que es fundamental apoyar este tipo de comunidades virtuales, ya que animan a los profesores a aprender unos de otros y pueden contribuir a conseguir avances a mayor escala.

G. Promover políticas basadas en la evidencia

Mejorar la calidad de la enseñanza de las matemáticas también depende de la recogida, análisis y difusión de información sobre prácticas docentes eficaces a nivel de aula y sobre qué funciona en la enseñanza de las matemáticas. Asimismo, los objetivos comunes a nivel europeo para reducir el número de alumnos con destrezas matemáticas insuficientes e incrementar el porcentaje de titulados en matemáticas y áreas afines necesariamente pasan por redoblar los esfuerzos de seguimiento y por facilitar información al respecto, tanto a nivel nacional como europeo.

La evidencia procedente del ámbito de la investigación y de los estudios de impacto puede servir de base para el desarrollo de políticas, al indicar hasta qué punto las nuevas políticas se han integrado en los centros escolares y difundir aquellas prácticas que tienen un éxito probado. Algunos países europeos afirman recoger datos sobre prácticas docentes dentro del aula y llevar a cabo un análisis de las mismas en centros de formación del profesorado o en institutos de investigación creados por los propios ministerios de educación o por otras instituciones que trabajan en estrecha colaboración con los ministerios. Sin embargo, otros países no disponen de estos organismos para llevar a cabo un seguimiento periódico de este tipo de actividades.

Aproximadamente la mitad de los países europeos recurren a estudios sobre los métodos didácticos y las actividades que se emplean en las clases de matemáticas, aunque un número menor de países analiza los instrumentos que emplean los profesores para evaluar a sus alumnos. Claramente, este modelo de recogida de información podría hacerse extensivo y servir de base tanto para la toma de decisiones políticas como para evaluar el éxito de aquellas iniciativas que ya están en marcha. Una investigación más exhaustiva a nivel nacional podría proporcionar evidencia sobre la eficacia de enfoques metodológicos específicos, como, por ejemplo, el aprendizaje basado en la resolución de problemas, la contextualización de las matemáticas en la vida real y el uso de las TIC, y poner de manifiesto qué modelos de probado éxito pueden implantarse en el aula.

BIBLIOGRAFÍA

- Aaronson, D., Barrow, L. & Sander, W., 2007. "Teachers and Student Achievement in the Chicago Public High Schools". *Journal of Labor Economics*, 25(1), pp. 95-136.
- Agencia Nacional de Educación Sueca, 2009. *Syllabuses for the compulsory school (Second edition)*, Stockholm. [pdf] Disponible en: <http://www3.skolverket.se/ki/eng/comp.pdf> [Consultado el 12 de abril de 2011].
- Agencia Nacional de Educación Sueca, 2009. *What influences educational achievement in Swedish schools, A systematic review and summary analysis*, Stockholm. [pdf] Disponible en: <http://www.skolverket.se/> [Consultado el 1 de marzo de 2011].
- Ainley, J., Pratt, D. & Hansen, A., 2006. Connecting engagement and focus in pedagogic task design. *British Educational Research Journal*, 32(1), pp. 23-38.
- Akinsola, M.K., Olowojaiye, F. B., 2008. Teacher instructional methods and student attitudes towards mathematics. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 3(1), pp. 60-73.
- Andreitz, I., Hanfstingl, B. & Müller, F.H., 2007. Projektbericht der Begleitforschung des IMST Fonds der Schuljahre 2004/05 und 2005/06. *Wissenschaftliche Beiträge aus dem Institut für Unterrichts- und Schulentwicklung*, Nr. 2. Klagenfurt: Alpen-Adria-Universität.
- Ball, D.L., Bass, H., 2000. Interweaving content and pedagogy in teaching and learning to teach: Knowing and using mathematics. In: J. Boaler, ed. *Multiple perspectives on the teaching and learning of mathematics*. Westport, CT: Ablex, pp. 83-104.
- Ball, D.L., Hill, H.C. & Bass, H., 2005. Knowing Mathematics for Teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 29(1), pp. 14-46.
- Bandura, A., 1986. *Social foundation of thought and action: A social cognitive theory*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Barnes, D., 1989. *Active Learning* (Leeds, University of Leeds TVEI Support Project).
- Bennett, R., 2011. Formative assessment: a critical review. *Assessment in Education: Principles, Policy and Practice*, 18(1), pp. 5-25.
- Beyer, B.K., 1995. *Critical Thinking*. Bloomington: Phi Delta Kappa Educational Foundation.
- Black, P.J., Wiliam, D., 1998. Assessment and classroom learning. *Assessment in Education*, 5(1), pp. 7-71.
- Bloom, B.S. et al., 1974. *The Taxonomy of Educational Objectives: Affective and Cognitive Domains*. New York: David McKey Company, Inc.
- Breen, C., 2003. Mathematics teachers as researchers: Living on the edge? In: A. Bishop, et al. eds, *Second international handbook of mathematics education*. Dordrecht: Kluwer, pp. 523-544.
- Bressoux, P., 1996. "The Effects of Teachers' Training on Pupils' Achievement: The Case of Elementary Schools in France". *School Effectiveness and School Improvement*, 7(3), pp. 252-279.
- Burghes, D., Robinson, D., 2010. *Lesson study: enhancing mathematics teaching and learning*. CfBT Education Trust. [pdf] Disponible en: <http://www.cimt.plymouth.ac.uk/papers/lessonstudy.pdf> [Consultado e 12 de abril de 2011].

- Burkhardt, H., 1987. *"What You Test Is What You Get" The Dynamics of Curriculum Change in Developments in School Mathematics Worldwide*. Chicago: University of Chicago School Mathematics Project.
- Burrill, G., 2002. *Handheld Graphing Technology in Secondary Mathematics: Research Findings and Implications for Classroom Practice*. Michigan, US: Michigan State University.
- Casey, M.B., Nuttall, R.L. & Pezaris, E., 1997. Mediators of gender differences in mathematics college entrance test scores: A comparison of spatial skills with internalized beliefs and anxieties. *Developmental Psychology*, 33, pp. 669-680.
- Chevalier-Coyot, M. et al., 2006. *Programmes personnalisés de réussite éducative*. Rapport n° 2005-048. Paris: Inspection générale de l'éducation nationale. [pdf] Disponible en: <http://lesrapports.ladocumentationfrancaise.fr/BRP/064000688/0000.pdf>
- Chudgar, A., Luschei, T. F., 2009. National Income Inequality and the Importance of Schools: A Hierarchical Cross-National Comparison. *American Educational Research Journal*, (46)3, pp. 626-658.
- Clark-Wilson, A., 2008. *Evaluating TI-Nspire™ in secondary mathematics classrooms*. Report. Chichester: University of Chichester, UK. [pdf] Disponible en: [http://education.ti.com/sites/PORTUGAL/downloads/pdf/Clark-Wilson%20\(2008\).pdf](http://education.ti.com/sites/PORTUGAL/downloads/pdf/Clark-Wilson%20(2008).pdf) [Consultado el 5 de abril de 2011].
- Cochran, K.F., De Ruiter, J.A. & King, R.A., 1993. Pedagogical content knowing: An integrative model for teacher preparation. *Journal of Teacher Education*, 44(4), pp. 263-272.
- Collins, A., 1992. Portfolios for science education: issues in purpose, structure, and authenticity. *Science Education*, 76(4), pp. 451-463.
- Comisión Europea, 2007. Comunicación de la Comisión al Consejo y al Parlamento Europeo. *Mejorar la calidad de la formación del profesorado*. COM (2007) 392 final. Bruselas: Comisión Europea.
- Comisión Europea, 2008. Comunicación de la Comisión al Consejo y al Parlamento Europeo. *Mejorar las competencias en el siglo XXI: agenda para la cooperación europea en las escuelas*. COM (2008) 425 final. Bruselas: Comisión Europea.
- Comisión Europea, 2009. Documento de trabajo de la Comisión. *Progress Towards the Lisbon Objectives in Education and Training, Indicators and Benchmarks – 2009*. Bruselas: Comisión Europea.
- Comisión Europea, 2010. *Teachers' Professional Development – Europe in international comparison – An analysis of teachers' professional development based on the OECD's Teaching and Learning International Survey (TALIS)*. Luxemburgo: Oficina de publicaciones oficiales de la Unión Europea.
- Comisión Europea, 2011. Documento de trabajo de la Comisión. *Progress Towards the Common European Objectives in Education and Training. Indicators and Benchmarks – 2010/2011*. Bruselas: Comisión Europea.
- Cour des Comptes, 2010. *L'éducation nationale face à l'objectif de la réussite de tous les élèves*. Rapport public thématique. Paris: La Documentation française. [pdf] Disponible en: <http://lesrapports.ladocumentationfrancaise.fr/BRP/104000222/0000.pdf> [Consultado el 5 de abril de 2011].
- Cronbach, L.J., 1951. Coefficient Alpha and the Internal Structure of Tests. *Psychometrika*, 16(3), pp. 297-334.

- Darling Hammond, L. et al., 2005. "Does teacher preparation matter? Evidence about teacher certification, Teach for America, and teacher effectiveness". *Education Policy Analysis Archives*, 13(42), pp. 16-17, 20.
- Deci, E.L., Ryan, R.M., 1985. *Intrinsic motivation and self-determination in human behavior*. New York: Plenum.
- Deci, E.L., Ryan, R.M., 2002. The paradox of achievement: The harder you push, the worse it gets. In: J. Aronson, ed. *Improving academic achievement: Contributions of social psychology*. New York: Academic Press, pp. 59-85.
- Dochy, F., Segers, M., Van den Bossche, P. & Gijbels, D., 2003. Effects of problem-based learning: a meta-analysis. *Learning and Instruction*, 13, pp. 533-568.
- Dowker, A., Hannington, J., Matthew, S., (2000). Numeracy recovery: a pilot scheme: early intervention for young children with numeracy difficulties. SO Paper presented at the ESRC Teaching and Learning Research Programme, First Annual Conference-University of Leicester, November 2000. [Online] Disponible en: www.leeds.ac.uk/educol/documents/00003208 [Consultado el 5 de abril de 2011].
- Dowker, A., 2004. *What works for children with mathematical difficulties*. Research report. London: DfES.
- Dowker, A., 2009. *What works for children with mathematical difficulties. The effectiveness of intervention schemes*. London: DCSF. [Online] Disponible en: <http://nationalstrategies.standards.dcsf.gov.uk/node/174504> [Consultado el 5 de abril de 2011].
- EACEA/Eurydice, 2009. *Pruebas nacionales de evaluación del alumnado en Europa: objetivos, organización y utilización de los resultados*. Bruselas: Eurydice.
- EACEA/Eurydice, 2010. *Diferencias de género en los resultados educativos: medidas adoptadas y situación actual en Europa*. Bruselas: EACEA/Eurydice.
- EACEA/Eurydice, 2011a. *Key Data on Learning and Innovation Through the Use of ICT at School in Europe*. Brussels: Eurydice.
- EACEA/Eurydice, 2011b. *Recommended annual taught time in full-time compulsory education in Europe, 2009/10*. Brussels: Eurydice. [Online]: Disponible en: http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice/tools_en.php#taught_time [Consultado el 8 de abril de 2011].
- EACEA/Eurydice, 2011c. *Science Education in Europe: National Policies, Practices and Research*. Brussels: Eurydice.
- EACEA/Eurydice, Eurostat, 2009. *Cifras Clave de la Educación en Europa 2009*. Bruselas: Eurydice.
- Ellington, A.J., 2003. A Meta-Analysis of the Effects of Calculators on Students' Achievement and Attitude Levels in Precollege Mathematics Classes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(5), pp. 433-463.
- Else-Quest, N.M., Hyde, J.S. & Linn, M.C., 2010. Cross-national patterns of gender differences in mathematics: A meta-analysis. *Psychological Bulletin*, 136(1), pp. 103-127.
- Fennema, F., Franke, M.L., 1992. Teachers' knowledge and its impact. In: D.A. Grouws, ed. *Handbook of mathematics teaching and learning*. New York: Macmillan Publishing Company, pp. 147-164.

- Fondo Nacional de Educación (Národní vzdělávací fond), 2009. Průzkum požadavků zaměstnavatelů na absolventy technických a přírodovědeckých oborů.
- Forman, E., 1989. The role of peer interaction in the social construction of mathematical knowledge. *International Journal of Educational Research*, 13, pp. 55-70.
- Gibbs, R., Poskitt, J., 2010. *Student Engagement in the Middle Years of Schooling (Years 7-10): A Literature Review*. Report to the Ministry of Education. Ministry of Education, New Zealand. [pdf] Disponible en: <http://www.educationcounts.govt.nz/publications/schooling/74625/6> [Consultado el 5 de abril de 2011].
- Greenwald, R. Hedges L.V. & Laine L.D., 1996. "The effect of school resources on student Achievement". *Review of Educational Research*, 66(3), pp. 61-396.
- Grimm, K. J., 2008. Longitudinal associations between reading and mathematics achievement. *Developmental Neuropsychology*, 33, pp. 410-426.
- Grolnick, W.S, Ryan, R.M., & Deci, E.L., 1991. The inner resources for school achievement: Motivational mediators of children's perceptions of their parents. *Journal of Educational Psychology*, 83, pp. 508-517.
- Gross, J., 2007. Supporting children with gaps in their mathematical understanding: the impact of the National Numeracy Strategy (NNS) on children who find mathematics difficult. *Educational and Child Psychology*, vol. 24, no. 2, pp. 146-156.
- Grossman, P.L., 1990. *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. New York: Teachers College Press.
- Hackett, G., Betz, N.E., 1989. An exploration of the mathematics self efficacy/mathematics performance correspondence. *Journal for Research in Mathematics Education*, 20, pp. 261-273.
- Hambrick, A., 2005. *Remembering the Child: On Equity and Inclusion in Mathematics and Science Classrooms*. Critical issue. North Central Regional Educational Laboratory. [pdf] Disponible en: <http://www.ncrel.org/sdrs/areas/issues/content/cntareas/math/ma800.htm#Broaden> [Consultado el 5 de abril de 2011].
- Hannula, M.S., 2006. *Motivation in Mathematics: Goals Reflected in Emotions*. [Online] Disponible en: http://helsinki.academia.edu/markkuhannula/papers/123944/motivation_in_mathematics_goals_reflected_in_emotions http://helsinki.academia.edu/markkuhannula/papers/123944/motivation_in_mathematics_goals_reflected_in_emotions [Consultado el 4 de febrero de 2011].
- Hattie, J., 2009. *Visible Learning: a Synthesis of Over 800 Meta-Analyses Relating to Achievement*. London: Routledge.
- Hembree, R., Dessart, D.J., 1986. Effects of hand-held calculators in pre-college mathematics education: a meta-analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17(2), pp. 83-99.
- Hiebert, J., Grouws, D., 2009. 'Which teaching methods are most effective for maths?' *Better: Evidence-based Education*, 2(1), pp. 10-11 [Online] Available at: <http://content.yudu.com/A1i1c9/BetterFall09US/resources/index.htm?referrerUrl=> [Consultado el 1 de marzo de 2010].
- Hill, H., Ball, D. & Schilling, S., 2008. Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), pp. 372-400.

- Hill, H., Rowan, B. & Ball, D., 2005. Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American Educational Research Journal*, 42(2), pp. 371-406.
- Hill, H., Schilling, S., & Ball, D., 2004. Developing measures of teachers' mathematics knowledge for teaching. *The Elementary School Journal*, 105(1), pp. 11-30.
- HM Inspectorate of Education, 2010. *Learning together: Mathematics*. Guide [pdf] Disponible en: <http://www.hmie.gov.uk/documents/publication/ltn.pdf> [Consultado el 25 de enero de 2011].
- HM Inspectorate of Education, 2010. *Count Us*. In: *Success for All*. [Online] Disponible en: <http://www.hmie.gov.uk/docuhttp://scrutinyreview.org/About/scotPerforms/indicators/schoolLeaversments/publication/cuisa09.html> [Consultado el 11 de febrero de 2011].
- Hodgen, J., Pepper, D., Sturman, L. & Ruddock, G., 2010. *Is the UK an Outlier? An international comparison of upper secondary mathematics education*. London: Nuffield Foundation. [pdf] Disponible en: http://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/files/Is%20the%20UK%20an%20Outlier_Nuffield%20Foundation_v_FINAL.pdf [Consultado el 5 de abril de 2011].
- Hyde, J.S., Fennema, E., & Lamon, S., 1990. Gender differences in mathematics performance: A meta-analysis. *Psychological Bulletin*, 107, pp. 139-155.
- Hyde, J. S. et al., 2008. Gender similarities characterize math performance. *Science*, 321, pp. 494-495.
- IMA (Instituto de Matemáticas y sus Aplicaciones), 2009. *Chartered Mathematics Teacher*. [Online] Disponible en: www.ima.org.uk/cmathteach/ [Consultado el 1 de marzo de 2010].
- Inspección Educativa Checa (Česká školní inspekce), 2008. Tematická zpráva: Matematická gramotnost nejen pro matematiku. Výsledky pilotního šetření ČŠI k ověřování kritérií hodnocení dané oblasti v základním a středním vzdělávání.
- Instituto Danés de Evaluación (Danmarks Evalueringsinstitut). 2006. Matematik på grundskolens mellemtrin-skolernes arbejde med at udvikle elevernes matematikkompetencer. [pdf] Disponible en: <http://www.eva.dk/eva/projekter/2005/arbejdet-med-at-udvikle-elevernes-matematikkompetencer/projektprodukter/matematik-paa-grundskolens-mellemtrin-skolernes-arbejde-med-at-udvikle-elevernes-matematikkompetencer> [Consultado el 20 de junio de 2011].
- Kane, T.J., Rockoff, J.E. & Staiger, D.O., 2008. What does certification tell us about teacher effectiveness? Evidence from New York City. *Economics of Education Review*, 27(6), pp. 615-631.
- Karageorgos D., Kasimati Aik. & Gialamas, B., 1999. Achievements of Gymnasio 1st Grade Pupils in Mathematics and their attitude towards the subject – An endeavour of researching their relation. *Greek Review of Educational Issues*. Issue 3. Volume A.
- Katholieke Universiteit Leuven, 2010. *Tweede peiling wiskunde in het basisonderwijs*. [pdf] Leuven: Katholieke Universiteit Leuven. Disponible en: http://www.ond.vlaanderen.be/dvo/peilingen/basis/Brochure_peiling_wisk_bis.pdf [Consultado el 1 de marzo de 2011]
- Kelly, A.V., 2009. *The Curriculum. Theory and Practice Sixth Edition*. ed. Sage.
- Kenderov, P., Makrides, G. and partners, 2006. *Identification, motivation and support of mathematically talented students (The project "Matheu")*. ICMI Study 16 Conference, Norway, 2006.
- Krainer, K., 2003. Editorial. Teams, communities and networks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 6, pp. 93-105.

- Krainer, K., 2006. How can schools put mathematics in their centre? Improvement = content + community + context. In: J. Novotná, H. Moraová, M. Krátká & N. Stehliková, eds. *Proceedings of the 30th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (PME 30), Vol. 1. Prague, Czech Republic: Charles University, pp. 84-89.
- Kyriacou, C., Goulding, M., 2006. *Mathematics Education: a Systematic Review of Strategies to Raise Pupils' Motivational Effort in Key Stage 4 Mathematics*. London: University of London, Institute of Education, Social Science Research Unit, EPPI-Centre [Online] Disponible en: <http://eppi.ioe.ac.uk/cms/LinkClick.aspx?fileticket=rOESCjDkP0c%3d&tabid=714&mid=1646&language=en-US> [Consultado el 4 de febrero de 2011].
- Kyriacou, C., Issitt, J., 2008. *What Characterises Effective Teacher-Initiated Pupil Dialogue to Promote Conceptual Understanding in Mathematics Lessons in England in Key Stages 2 and 3* (Report No. 1604T). London: University of London, Institute of Education, Social Science Research Unit, EPPI-Centre. [Online]. Disponible en: <http://eppi.ioe.ac.uk/cms/LinkClick.aspx?fileticket=8eLz2pqykKw%3d&tabid=2368&mid=4383&language=en-US> [Consultado el 1 de marzo de 2010].
- Kyriacou, C., 1992. Active Learning in Secondary School Mathematics, *British Educational Research Journal*, (18)3, pp. 309-319.
- Lawrence-Brown, D., 2004. Differentiated Instruction: Inclusive Strategies for Standards-Based Learning That Benefit the Whole Class, *American Secondary Education*, 32 (Summer 2004), pp. 34-63.
- Lepper, M.R., Henderlong, J., 2000. Turning “play” into “work” and “work” into “play”: 25 years of research on intrinsic versus extrinsic motivation. In: C. Sansone & J. Harackiewicz, eds. *Intrinsic and extrinsic motivation: The search for optimal motivation and performance*. New York, NY: Academic Press, pp. 257-307.
- Looney, J., 2009. Integrating Formative and Summative Assessment: Progress toward a seamless system? *OECD Education Working Paper*, No. 58. [Online] Disponible en: [http://www.oecd.org/officialdocuments/displaydocumentpdf?cote=edu/wkp\(2011\)4&doclanguage=en](http://www.oecd.org/officialdocuments/displaydocumentpdf?cote=edu/wkp(2011)4&doclanguage=en) [Consultado el 1 de marzo de 2011].
- Lord, P. et al., 2005. *International Review of Curriculum and Assessment Frameworks. Thematic Probe Learner Motivation 3-19: an International Perspective*. National Foundation for Educational Research. [pdf] Disponible en: <http://www.inca.org.uk/pdf/learner%20motivation%20final%20version%20for%20web.pdf> [Consultado el 11 de abril de 2011].
- Ma, L., 1999. *Knowing and Teaching Elementary Mathematics*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Ma, X., Kishor, N., 1997. Assessing the relationship between attitude toward mathematics and achievement in mathematics: A meta-analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(1), pp. 26-47.
- Marzano Robert, J., Debra & J. Pickering, 2007. The Case for and against homework, *Educational Leadership*, 64(6), pp. 74-79.
- McBeath, C., 1997. A strategy for curriculum dissemination. *Issues in Educational Research*, 7(1), pp. 53-67.
- McGraw, R., Lubienski, S.T., & Strutchens, M. E., 2006. A closer look at gender in NAEP mathematics achievement and affect data: Intersections with achievement, race/ethnicity, and socioeconomic status. *Journal of Research in Mathematics Education*, 37, pp. 129-150.

- Menter, I., Hulme, M., Elliott, D. and Lewin, J., 2010. *Literature Review on Teacher Education in the 21st Century. Report for the Scottish Government*. [pdf] Disponible en: <http://www.scotland.gov.uk/Resource/Doc/325663/0105011.pdf> [Consultado el 1 de marzo de 2011].
- Middleton, J. A., Spanias, P.A., 1999. Motivation for achievement in mathematics: Findings, generalizations, and criticisms of the research. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30, pp. 65-88.
- Ministerio de Educación e Investigación de Noruega, 2010. *Science for the Future, Strategy for Strengthening Mathematics, Science and Technology (MST) 2010-2014*. Report. [pdf] Disponible en: http://www.regjeringen.no/upload/KD/Vedlegg/UH/Rapporter_og_planer/Science_for_the_future.pdf [Consultado el 20 de enero de 2011].
- Moreno, J. M., 2007. The Dynamics of Curriculum Design and Development: Scenarios for Curriculum Evolution. In: A. Benavot & C. Braslavsky, eds. *School Knowledge in Comparative and Historical Perspective*, Ed. Springer, pp. 195-209.
- Mousoulides, N., & Philippou, G., 2005. Students' motivational beliefs, self-regulation strategies and mathematics achievement. In: H. L. Chick & J. L. Vincent, eds, *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME)*, pp. 321-328. Melbourne, Australia: PME. [pdf] Disponible en: <http://www.emis.de/proceedings/PME29/PME29RRPapers/PME29Vol3MousoulidesPhilippou.pdf> [Consultado el 25 de mayo de 2011].
- Mueller, M., Yankelewitz, D., & Maher, C., 2011. Sense making as motivation in doing mathematics: Results from two studies. *The Mathematics Educator*, 20(2), pp. 33-43.
- Mullis, I.V.S., Martin, M.O. & Foy, P., 2008. *TIMSS 2007 International Mathematics Report: Findings from IEA's Trends in International Mathematics and Science Study at the Fourth and Eighth Grades*. Chestnut Hill, MA: Boston College, TIMSS and PIRLS International Study Center.
- National Mathematics Advisory Panel, 2008. *Foundations for Success: The Final Report of the National Mathematics Advisory Panel*. U.S. Department of Education: Washington, DC.
- NCETM (National Centre for Excellence in the Teaching of Mathematics (UK)), 2008. *Mathematics Matters: Final Report*. [Online] Disponible en: <https://www.ncetm.org.uk/public/files/309231/Mathematics+Matters+Final+Report.pdf> [Consultado en marzo de 2010].
- NCTM (The US National Council of Teachers of Mathematics), 2005. *Highly Qualified Teachers. A position of the National Council of Teachers of Mathematics*. [pdf] Disponible en: http://www.nctm.org/uploadedFiles/About_NCTM/Position_Statements/qualified.pdf [Consultado el 1 de marzo de 2011].
- Newbill, P.L., 2005. *Instructional strategies to improve women's attitudes towards science*. Dissertation submitted to the Faculty of Virginia Polytechnic Institute and State University in partial fulfilment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy in Curriculum and Instruction. [pdf] Disponible en: <http://scholar.lib.vt.edu/theses/available/etd-04192005-151412/unrestricted/Newbilldissertation.pdf> [Consultado el 31 de mayo de 2011].
- Nicolaidou, M., Philippou, G., 2003. Attitudes towards mathematics, self-efficacy and achievement in problem solving. In: M.A. Mariotti, ed. *European Research in Mathematics Education III*. Pisa: University of Pisa.

- NMVA (Agencia Nacional para la Evaluación de Centros Escolares), 2010. *Revisión de las actividades de evaluación de calidad en los centros de educación general, año 2007-2008*. Informacinis leidiny "Švietimo naujienos" 2010, 1(290), priedas, pp. 1-16. (En lituano).
- Nunan, D., 1988. *Syllabus Design*. Oxford: Oxford University Press.
- Nunes, T., Bryant, P., Sylva, K. & Barros, R., 2009. *Development of Maths Capabilities and Confidence in Primary School*. DCSF Research Report 118. London: DCSF [pdf] Disponible en: <http://www.dcsf.gov.uk/research/data/uploadfiles/DCSF-RR118.pdf> [Consultado el 1 de marzo de 2011].
- OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico), 2003. *Mathematics Teaching and Learning Strategies in PISA*. Paris: OECD Publishing.
- OCDE, 2004. *Learning for Tomorrow's World – First Results from PISA 2003*. Paris: OECD. [Online] Disponible en: <http://www.oecd.org/dataoecd/1/60/34002216.pdf> [Consultado el 7 de febrero de 2011].
- OCDE, 2004a. *Problem Solving for Tomorrow's World – First Measures of Cross-Curricular Competencies from PISA 2003*, Paris: OECD OECD Publishing.
- OCDE, 2005. *Teachers Matter: Attracting, Developing and Retaining Effective Teachers*. Paris: OECD OECD Publishing. [pdf] Disponible en: <http://www.oecd.org/dataoecd/39/47/34990905.pdf> [Consultado el 20 de enero de 2011].
- OCDE, 2009a. *PISA 2009 Assessment Framework*. Paris: OECD Publishing. [pdf] Disponible en: <http://www.oecd.org/dataoecd/11/40/44455820.pdf> [Consultado el 4 marzo 2011].
- OCDE, 2009b. *Learning Mathematics for Life: A Perspective from PISA*. Paris: OECD Publishing. [pdf] Disponible: <http://www.oecd.org/dataoecd/53/32/44203966.pdf> [Consultado el 20 de enero del 2011].
- OCDE, 2010a. *PISA 2009 Results: What Makes a School Successful? – Resources, Policies and Practices (Volume IV)*. Paris: OECD Publishing. [Online] Disponible en: <http://dx.doi.org/10.1787/9789264091559-en> [Consultado el 20 de enero del 2011].
- OCDE, 2010b. *PISA 2009 Results: Learning Trends: Changes in Student Performance Since 2000 (Volume V)*. Paris: OECD Publishing.
- OCDE, 2010c. *Mathematics Teaching and Learning Strategies in PISA*. Paris: OECD Publishing.
- OCDE. 2010d. *PISA 2009 Results: What Students Know and Can Do – Student Performance in Reading, Mathematics and Science (Volume I)*. Paris: OECD Publishing.
- OCDE. 2011. *Review on Evaluation and Assessment Frameworks for Improving School Outcomes Country Reviews and Country Background Reports*. Disponible en: <http://www.oecd.org/edu/evaluationpolicy> [Consultado el 2 de septiembre de 2011].
- Ofsted, 2008. *Mathematics: understanding the score - Messages from inspection evidence*. London: Crown. [Online] Disponible en: <http://www.ofsted.gov.uk/Ofsted-home/Publications-and-research/Browse-all-by/Documents-by-type/Thematic-reports/Mathematics-understanding-the-score> [Consultado el 3 de febrero de 2011].
- Pajares, F., Graham, L., 1999. Self-efficacy, motivation constructs, and mathematics performance of entering middle school students. *Contemporary Educational Psychology*, 24, pp. 124-139.
- Pajares, F., Kranzler, J., 1995. Self-efficacy beliefs and general mental ability in mathematical problem-solving. *Contemporary Educational Psychology*, 20, pp. 426-443.

- Pajares, F., Miller, M. D., 1994. Role of self-efficacy and self-concept beliefs in mathematical problem solving: A path analysis. *Journal of Educational Psychology*, 86, pp. 193-203.
- Pegg, J. & Krainer, K., 2008. Studies on regional and national reform initiatives as a means to improve mathematics teaching and learning at scale. In: K. Krainer & T. Wood, eds. *International handbook of mathematics teacher education, Vol. 3: Participants in mathematics teacher education: Individuals, teams, communities and networks*. Rotterdam (NL): Sense Publishers, pp. 255-280.
- Pellegrino, J.W., Chudowsky, N. & Glaser, R., 2001. *Knowing what students know: The science and design of educational assessment*. Washington, DC: National Academies Press.
- Piht, S., Eisenschmidt, E., 2008. Pupils' attitudes toward mathematics: Comparative research between Estonian and Finnish practice schools. *Problems of Education in the 21st Century*, 9, pp. 97-106.
- Pintrich, P.R., 1999. The role of motivation in promoting and sustaining self-regulated learning. *International Journal of Educational Research*, 31, pp. 459-470.
- Ponte, J.P, Chapman, O., 2008. Preservice mathematics teachers' knowledge and development. In: L. English, ed. *Handbook of international research in mathematics education*. 2nd ed. New York, NY: Routledge, pp. 225-263.
- Popham, J., 2008. *Transformative Assessment*. Alexandria, VA: Association for Supervision & Curriculum Development (ASCD).
- Psifidou, I., 2009. "Innovation in school curriculum: the shift to learning outcomes". *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 1, pp. 2436-2440.
- Rivkin, S.G., Hanushek, E.A. & Kain, J.F., 2005. "Teachers, schools, and academic achievement". *Econometrica*, 73(2), pp. 417-458.
- Rockoff, J.E., 2004. "The impact of individual teachers on student achievement: Evidence from panel data". *American Economic Review*, 94(2), pp. 247- 252.
- Roschelle, J. et al., 2010. Integration of Technology, Curriculum, and Professional Development for Advancing Middle School Mathematics: Three Large-Scale Studies. *American Educational Research Journal*, 47(4), pp. 833-878.
- Royal Society (The), 2010. *Science and mathematics education, 5-14. A 'state of the nation' report*. London: The Royal Society. [Online] Disponible en: <http://royalsociety.org/State-of-the-Nation-Science-and-Mathematics-Education-5-14/> [Consultado el 8 de febrero de 2011].
- Russell, J.F., Flynn, R.B., 2000. Commonalities across effective collaboratives. *Peabody Journal of Education*, 75(3), pp.196-204.
- Ryan, R.M. and Deci, E.L., 2000. Self-Determination Theory and the Facilitation of Intrinsic Motivation, Social Development, and Well-Being. *American Psychologist*. [pdf] Disponible en: <http://www.youblisher.com/files/publications/2/7435/pdf.pdf> [Consultado el 4 de febrero de 2011].
- Sammons, P. et al., 2008. *Influences on Children's Cognitive and Social Development in Year 6*. DCSF Research Brief 048-049. London: DCSF. [pdf] Disponible en: <http://education.gov.uk/publications/eOrderingDownload/DCSF-RB048-049.pdf> <http://education.gov.uk/publications/eOrderingDownload/DCSF-RB048-049.pdf> [Consultado el 10 de febrero de 2011].

- Scriven M., Paul R., 1987. Defining Critical Thinking, 8th Annual International Conference on Critical Thinking and Education Reform, [Online] Disponible en: <http://www.criticalthinking.org/page.cfm?PageID=766&CategoryID=51> [Consultado el 12 de abril de 2011].
- Shulman, L.S., 1986. Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), pp. 4-14.
- Slater, H., Davies, N., Burgess, S., 2009. Do teachers matter? Measuring the variation in teacher effectiveness in England CMPO Working Paper 09/212, Bristol: Centre for Market and Public Organisation. [pdf] Disponible en: <http://www.bristol.ac.uk/cmppo/publications/papers/2009/wp212.pdf> [Consultado el 10 de febrero de 2011].
- Slavin, R., 2009. 'What works in teaching maths?' *Better: Evidence-based Education*, 2, 1, 4–5 [Online] Disponible en: <http://content.yudu.com/A1i1c9/BetterFall09US/resources/index.htm?referrerUrl=> [Consultado el 1 de marzo de 2011].
- Smith, A., 2004. *Making Mathematics Count: the Report of Professor Adrian Smith's Inquiry into Post-14 Mathematics Education*. London: The Stationery Office. [pdf] Disponible en: <http://www.mathsinquiry.org.uk/report/MathsInquiryFinalReport.pdf> [Consultado el 1 de marzo de 2010].
- Stevens, T., Olivarez, A., Lan, W. & Tallent-Runnels, M., 2004. Role of mathematics self-efficacy and motivation in mathematics performance across ethnicity. *Journal of Educational Research*, 97, pp. 208-222.
- Stigler, J., Hiebert, J., 1999. *The Teaching Gap: best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom*. New York NY 10020, The Free Press.
- Streiner, D.L., 2003. Starting at the beginning: An introduction to coefficient alpha and internal consistency. *Journal of Personality Assessment*, 80(1), pp. 99-103.
- Sukhnandan, L., Lee, B., 1998. Streaming, setting and grouping by ability: a review of the literature. Slough: NFER;
- Swan, M., Lacey, P. & Mann. S., 2008 *Mathematics Matters: Final Report*. [pdf] Disponible en: <https://www.ncetm.org.uk/public/files/309231/Mathematics+Matters+Final+Report.pdf> [Consultado el 1 de marzo de 2010].
- Tieso, C., 2001. Curriculum: Broad brushstrokes or paint-by-the numbers? *Teacher Educator*, 36, pp. 199-213.
- Tieso, C., 2005. The effects of grouping practices and curricular adjustment on achievement, *Journal for the Education of the Gifted*, 29, pp. 60-89.
- Timperley, H., Wilson, A., Barrar, H., & Fung, I.Y.Y., 2007. Teacher professional learning and development: Best evidence synthesis iteration. Wellington, New Zealand: Ministry of Education. [pdf] Disponible en: www.educationcounts.govt.nz/goto/BES [Consultado el 11 de abril de 2011].
- Tomlinson, C.A., 2003. Differentiating instruction for academic diversity. 7th ed. In: J.M. Cooper, ed. *Classroom teaching skills*. Boston: Houghton Mifflin, pp. 149-180.
- Tomlinson, C.A., Strickland, C.A., 2005. *Differentiation in practice. A resource guide for differentiating curriculum*. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

- Toomela, A., 2010. *Systemic Person-Oriented Study of Child Development in Early Primary School*, Frankfurt am Main: Peter Lang.
- Trautwein, U., Koller, O., Schmitz, B., & Baumert, J., 2002. Do homework assignments enhance achievement? A multilevel analysis in 7th-grade mathematics. *Contemporary Educational Psychology*, 27, pp. 26-50.
- Urdu, T., Turner, J.C., 2005. Competence motivation in the classroom. In A.J. Elliot and C.S. Dweck, eds. *Handbook of competence and motivation*. New York, NY: Guilford, pp. 297-317.
- Van den Heuvel-Panhuizen, M., 2001. Realistic Mathematics Education in the Netherlands. In: J. Anghileri, ed. *Principles and practice in arithmetic teaching*. Innovative approaches for the primary classroom. Buckingham, Open University Press, pp. 49-63.
- Villegas-Reimers, E., 2003. *Teacher professional development: An international review of the literature*. Paris: UNESCO: International Institute for Educational Planning.
- William, D., 2007. Keeping on track: Classroom assessment and the regulation of learning. In: F.K. Lester, Jr., ed. *Second handbook of mathematics teaching and learning*. Greenwich: Conn.: Information Age Publishing, pp. 1053-98.
- Wilkins, J.L. Zembylas, M., & Travers, K. J., 2002. Investigating correlates of mathematics and science literacy in the final year of secondary school. In: D.F. Robitaille & A.E. Beaton, eds. *Secondary analysis of the TIMSS data*. Boston, MA: Kluwer Academic Publishers, pp. 291-316.
- Williams, P., 2008. *Independent Review of Mathematics Teaching in Early Years Settings and Primary Schools: Final Report*. London: DCSF. [Online] Disponible en: <http://publications.teachernet.gov.uk/eOrderingDownload/Williams%20Mathematics.pdf> [Consultado el 11 de febrero de 2011].
- Wright, R., Martland, J. & Stafford, A., 2000. *Early Numeracy: Assessment for Teaching and Intervention*. London: Chapman.
- Wright, R., Martland, J., Stafford, A. & Stanger, G, 2002. *Teaching Number: Advancing Children's Skills and Strategies*. London: Chapman.
- Zan, R., Martino, P.D., 2007. Attitudes towards mathematics: Overcoming positive/negative dichotomy. *The Montana Mathematics Enthusiasts*, Monograph 3, pp. 157-168.
- Zientek, L.R., Thompson, B., 2010. Using commonality analysis to quantify contributions that self-efficacy and motivational factors make in mathematics performance. *Research in The Schools*, 17, pp. 1-12.
- Zientek, L.R., Yetkiner, Z.E., & Thompson, B., 2010. Characterizing the mathematics anxiety literature using confidence intervals as a literature review mechanism. *Journal of Educational Research*, 103, pp. 424-438.

GLOSARIO

Códigos de los países

UE/EU-27	Unión Europea
BE	
BE fr	Bélgica – Comunidad francesa
BE de	Bélgica – Comunidad germanófona
BE nl	Bélgica – Comunidad flamenca
BG	Bulgaria
CZ	República Checa
DK	Dinamarca
DE	Alemania
EE	Estonia
IE	Irlanda
EL	Grecia
ES	España
FR	Francia
LV	Letonia
LT	Lituania
LU	Luxemburgo
HU	Hungría
MT	Malta
NL	Países Bajos

AT	Austria
PL	Polonia
PT	Portugal
RO	Rumanía
SI	Eslovenia
SK	Eslovaquia
FI	Finlandia
SE	Suecia
UK	Reino Unido
UK-ENG	Inglaterra
UK-WLS	Gales
UK-NIR	Irlanda del Norte
UK-SCT	Escocia
Países de la AELC/EEE	Los tres países de la Asociación Europea de Libre Comercio que son miembros del Espacio Económico Europeo
IS	Islandia
LI	Liechtenstein
NO	Noruega
País candidato	
TR	Turquía

Código estadístico

: Datos no disponibles

Clasificación Internacional Normalizada de la Educación (Cine 1997)

La clasificación internacional normalizada de la educación (CINE) es un instrumento idóneo para la recogida de datos estadísticos sobre la educación a nivel internacional. Cubre dos variables de clasificación cruzada: niveles educativos y áreas de estudio, junto con las dimensiones complementarias de orientación general/profesional/pre-profesional y la transición desde la educación al mercado laboral. La versión actual, CINE 97⁽¹⁾, distingue siete niveles educativos:

NIVELES CINE 97

Dependiendo del nivel y del tipo de educación de que se trate, resulta necesario definir una jerarquía entre criterios principales y subsidiarios (titulación requerida para el ingreso, requisitos mínimos para la admisión, edad mínima, titulación del personal, etc.).

CINE 0: Educación infantil

La educación infantil se define como la fase inicial de la enseñanza formal. Se imparte en escuelas o en centros de educación infantil y está dirigida a niños y niñas de al menos tres años de edad.

CINE 1: Educación primaria

Comienza entre los cuatro y los siete años. Es obligatoria y suele durar entre 5 y 6 años.

CINE 2: Educación secundaria inferior

Completa la educación básica que comenzó en primaria, aunque la enseñanza se orienta más hacia las materias que se imparten. Normalmente el fin de esta etapa corresponde con el final de la enseñanza obligatoria.

CINE 3: Educación secundaria superior

Este nivel generalmente comienza al finalizar la enseñanza obligatoria. La edad de ingreso suele ser los 15 ó 16 años. Normalmente se exige alguna titulación previa (haber finalizado la enseñanza obligatoria), junto con otros requisitos de admisión. La enseñanza suele estar más orientada hacia las asignaturas que la secundaria inferior. La duración de esta etapa oscila entre dos y cinco años.

CINE 4: Educación postsecundaria no superior

Este nivel agrupa a aquellos programas que se sitúan entre la educación secundaria superior y la educación superior. Permiten ampliar los conocimientos de los titulados de nivel CINE 3. Dos ejemplos típicos son los programas que permiten a los alumnos acceder a los estudios de nivel CINE 5 o los que los preparan para acceder directamente al mercado laboral.

CINE 5: Educación superior (primer y segundo ciclo)

El acceso a estos programas normalmente exige completar con éxito los niveles CINE 3 ó 4. Este nivel incluye programas con orientación académica (tipo A), en su mayor parte teórica, y programas con orientación profesional (tipo B), que suelen ser más cortos que los del tipo A y están encaminados al acceso al mercado laboral.

CINE 6: Educación superior (tercer ciclo)

Este nivel se reserva para los estudios de educación superior encaminados a la obtención de un título de investigación avanzado (doctorado).

⁽¹⁾ <http://unesco.stat.unesco.org/en/pub/pub0.htm>

ÍNDICE DE GRÁFICOS

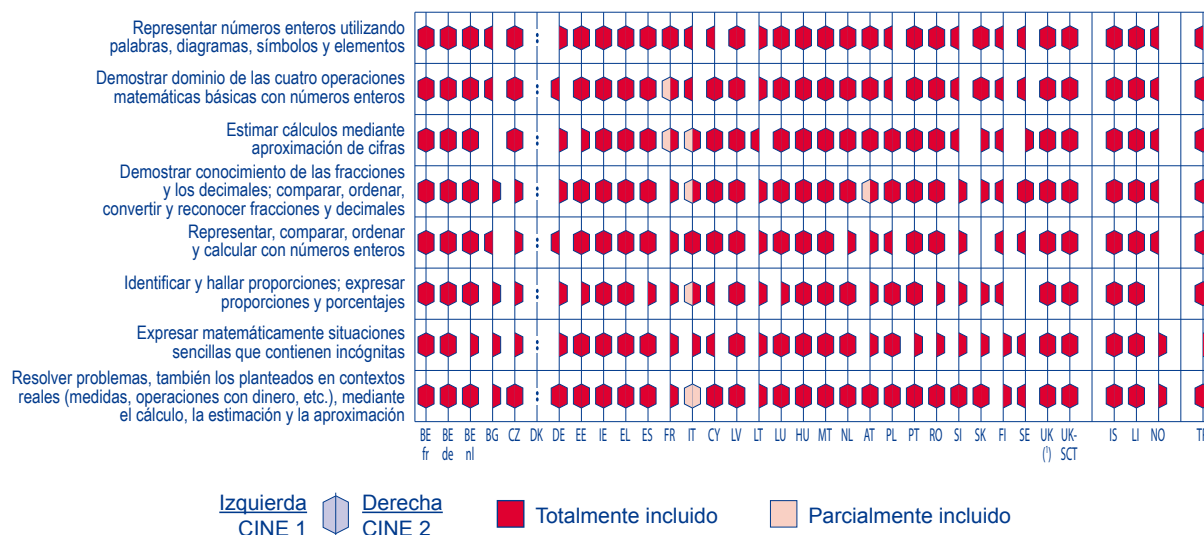
Gráfico 1:	Puntuación media en matemáticas y desviación típica para alumnos de 15 años, 2009	19
Gráfico 2:	Porcentaje de alumnos de 15 años con bajo rendimiento en matemáticas, 2009	20
Gráfico 3:	Puntuación media y desviación típica en los resultados de las pruebas de matemáticas, en alumnos de cuarto y octavo curso, 2007	22
Gráfico 4:	Porcentaje total de varianza en la escala de matemáticas para alumnos de 15 años atribuible a las diferencias entre centros educativos, 2009	25
Gráfico 1.1:	Niveles de la administración implicados en la toma de decisiones sobre el desarrollo y la aprobación de la normativa básica para la enseñanza de las matemáticas, CINE 1 y 2, 2010/11	31
Gráfico 1.2:	Difusión de los documentos oficiales más relevantes que afecta a la enseñanza de las matemáticas, CINE 1 y 2, 2010/11	33
Gráfico 1.3:	Últimas revisiones y actualizaciones del currículo de matemáticas, CINE 1, 2 y 3.	36
Gráfico 1.4:	Fuentes de información para evaluar el currículo, CINE 1 y 2, 2010/11	38
Gráfico 1.5:	Objetivos, resultados y criterios de evaluación incluidos en el currículo y/o en otros documentos oficiales del área de matemáticas, CINE 1 y 2, 2010/11	40
Gráfico 1.6:	Estructura y progresividad de los objetivos de aprendizaje y los contenidos del área de matemáticas, de acuerdo con la normativa oficial, CINE 1 y 2, 2010/11	42
Gráfico 1.7:	Habilidades y competencias incluidas en el currículo y/o en otros documentos oficiales sobre el área de matemáticas CINE 1 y 2, 2010/11	43
Gráfico 1.8:	Porcentaje de horas lectivas mínimas recomendadas para matemáticas, sobre el total de horas lectivas durante la educación obligatoria a tiempo completo, 2009/10	45
Gráfico 1.9:	Mínimo de horas lectivas recomendadas para matemáticas en la educación obligatoria a tiempo completo, 2009/10	47
Gráfico 1.10:	Grado de autonomía para escoger libros de texto de matemáticas, CINE 1 y 2, 2010/11	52
Gráfico 1.11:	Control de la coherencia entre los libros de texto y el currículo de matemáticas, CINE 1 y 2, 2010/11	54
Gráfico 2.1:	Directrices a nivel central sobre métodos didácticos para la enseñanza de las matemáticas, CINE 1 y 2, 2010/11	59
Gráfico 2.2:	Directrices a nivel central sobre agrupamiento del alumnado, CINE 1 y 2, 2010/11	65
Gráfico 2.3:	Porcentaje de alumnos de cuarto y octavo que afirman trabajar con otros compañeros en grupos reducidos en la mitad o más de las clases, 2007	66
Gráfico 2.4:	Directrices a nivel central sobre el uso de las TIC en la enseñanza de las matemáticas, CINE 1 y 2, 2010/11	68
Gráfico 2.5:	Directrices a nivel central sobre la asignación de deberes de matemáticas, CINE 1 y 2, 2010/11	72
Gráfico 2.6:	Estudios nacionales sobre la elección de métodos de actividades y de enseñanza, 2010/11	77
Gráfico 3.1:	Existencia de directrices nacionales sobre métodos de evaluación formativa en matemáticas, CINE 1 y 2, 2010/11	81
Gráfico 3.2:	Existencia de directrices nacionales sobre métodos de evaluación sumativa en matemáticas, CINE 1 y 2, 2010/11	82
Gráfico 3.3:	Inclusión de las matemáticas en los exámenes de final de la educación secundaria superior, por países, 2010/11	84
Gráfico 3.4:	Estudios o informes nacionales sobre la elección que hace el profesorado de métodos de evaluación en matemáticas, 2010/11	86
Gráfico 4.1:	Estudios e informes nacionales sobre el bajo rendimiento en matemáticas, 2010/11	90

Gráfico 4.2:	Existencia de directrices nacionales para hacer frente al bajo rendimiento en matemáticas, CINE 1 y 2, 2010/11	94
Gráfico 4.3:	Diferenciación en los contenidos curriculares según nivel de capacidad, CINE 1 y 2, 2010/11	98
Gráfico 4.4:	Existencia de directrices a nivel central y prácticas comunes de apoyo a alumnos con bajo rendimiento en matemáticas, CINE 1 y 2, 2010/11	99
Gráfico 5.1:	Estudios e informes nacionales sobre la motivación respecto a las matemáticas, 2010/11	105
Gráfico 5.2:	Existencia de estrategias nacionales para mejorar la motivación del alumnado hacia el aprendizaje de las matemáticas, 2010/11	111
Gráfico 5.3:	Actividades promovidas por la administración educativa central para mejorar la percepción que los alumnos tienen de las matemáticas, CINE 1-3, 2010/11	114
Gráfico 5.4:	Preocupaciones a nivel político sobre la escasez de competencias y la elección de las matemáticas y de otras áreas afines en la educación superior, 2010/11	119
Gráfico 5.5:	Porcentaje de titulados en MST (CINE 5-6), 2000-2009	120
Gráfico 5.6:	Evolución del porcentaje de mujeres tituladas en matemáticas y estadística (CINE 5-6), 2000-2009	122
Gráfico 6.1:	Porcentaje de alumnos de 15 años cuyos directores indicaron que la capacidad docente de sus centros se ve mermada por la falta de profesores de matemáticas cualificados, 2009	128
Gráfico 6.2:	Normativa o directrices a nivel central sobre el porcentaje mínimo de carga lectiva asignado a los conocimientos matemáticos y a las competencias pedagógicas en los programas de FIP, 2010/11	132
Gráfico 6.3:	Existencia de normativa o directrices a nivel central sobre las áreas de conocimiento y las destrezas para la enseñanza de las matemáticas que han de impartirse en los programas de FIP, 2010/11	134
Gráfico 6.4:	Evaluación de futuros profesores de matemáticas, 2010/11	136
Gráfico 6.5:	Porcentaje de alumnos de cuarto y octavo curso cuyos profesores habían participado en alguna actividad de FPP en los dos años anteriores, 2007	138
Gráfico 6.6:	Conocimientos y habilidades para la enseñanza de las matemáticas que han de desarrollarse en los programas de FPP, según la administración central, 2010/11	139
Gráfico 6.7:	Colaboración (al menos una vez por semana) entre profesores, relativa a la actividad docente o al desarrollo de materiales didácticos en primaria y secundaria (CINE 1 y 2), 2007	144
Gráfico 6.8:	Datos estadísticos descriptivos sobre los programas de formación del profesorado de matemáticas y ciencias, 2010/11	147
Gráfico 6.9:	Conocimientos y competencias en los programas de formación inicial del profesorado generalistas y especialistas en matemáticas/ciencias. Porcentajes y totales ponderados, 2010/11	149
Gráfico 6.10:	Puntuación media en las escalas de competencias/contenidos y distribución por grupos de los programas de formación inicial del profesorado, 2010/11	153
Gráfico 6.11:	Participación de las instituciones de educación superior en iniciativas conjuntas y convenios de colaboración para profesores generalistas y especialistas (matemáticas/ciencias), 2010/11	154
Gráfico 6.12:	Evaluación de profesores generalistas y especialistas en matemáticas y ciencias en los programas de formación inicial del profesorado, 2010/11	155

ANEXOS

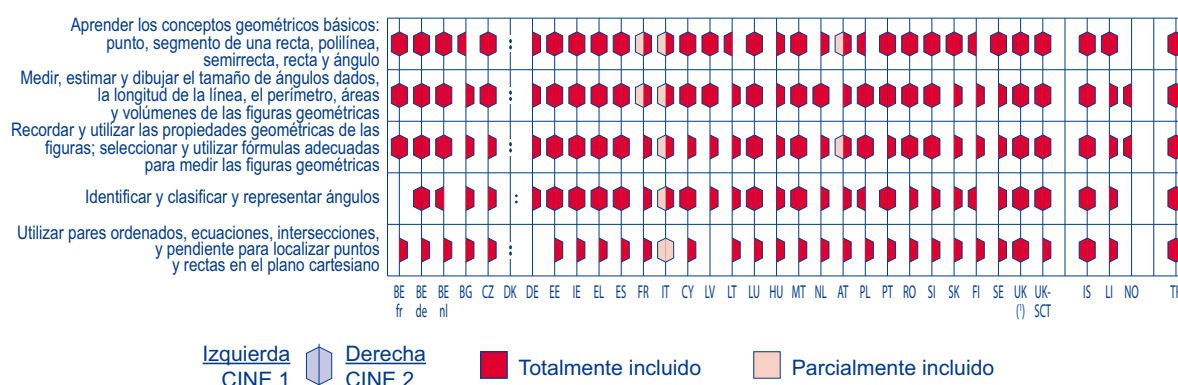
ANEXO 1 – Contenido del currículo de matemáticas (1), 2010/11

1. Aritmética



Fuente: Eurydice.

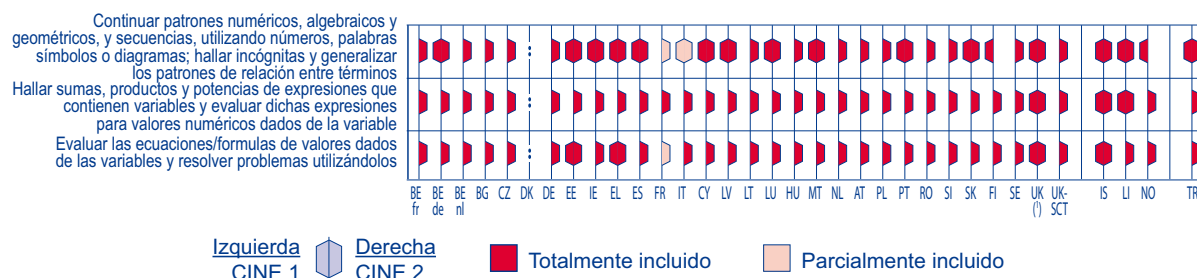
2. Geometría



Fuente: Eurydice.

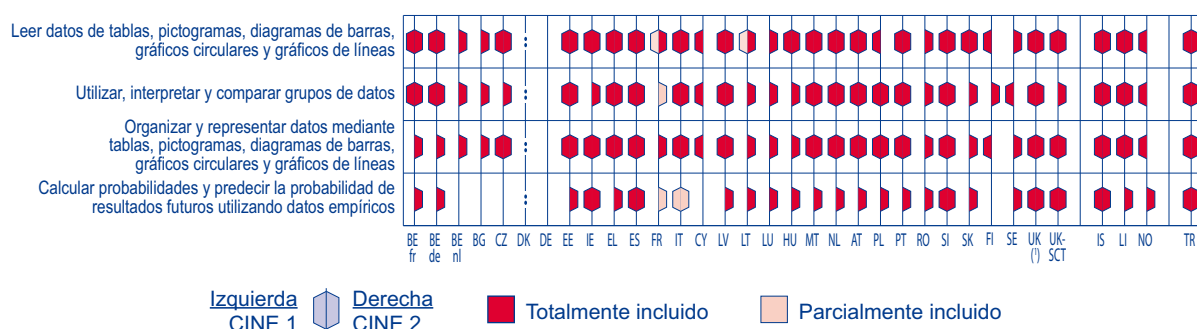
⁽¹⁾ Basado en las áreas de conocimiento de matemáticas utilizadas en el Cuestionario sobre el Currículo de TIMSS 2007. Véase información más detallada en Mullis *et al.*, 2008.

3. Álgebra



Fuente: Eurydice.

4. Estadística y probabilidad



Fuente: Eurydice.

ANEXO 2 – Iniciativas promovidas desde la administración central para fomentar la colaboración entre el profesorado, 2010/11

Bélgica – Comunidad francesa

- La página web oficial de educación creada por la Comunidad francesa facilita enlaces a recursos pedagógicos que el profesorado de educación obligatoria sube a la red.

<http://www.restode.cfwb.be>

- La página web oficial de educación de la Comunidad francesa (www.enseignement.be) proporciona enlaces a recursos educativos para las distintas áreas del currículo, incluidas las matemáticas

<http://www.enseignement.be/index.php?page=0&navi=184>

Bélgica – Comunidad germanófona

Bélgica – Comunidad flamenca

- Existe un portal general y un sitio web específico para intercambio de recursos, desarrollados con el respaldo del Ministerio de Educación y Formación, que contiene una importante sección de matemáticas

www.klascement.be

Bulgaria

- Se ha creado una red para profesores innovadores en colaboración con Microsoft. Dentro de esta red, los usuarios registrados pueden realizar las siguientes actividades: compartir cualquier material de aprendizaje diseñado por ellos mismos; aprender sobre buenas prácticas empleadas por otras personas; comunicarse

con otros miembros de la red sobre temas relacionados con el sistema educativo en general y con otras áreas de interés concreto; crear blogs en los que los usuarios pueden abrir perfiles para presentar su trabajo, su participación en proyectos, etc.

www.teacher.bg

- Una de las redes más populares entre los profesores es la red Europea 'eTwining'. 'eTwining' permite a profesores de toda Europa intercambiar información y experiencias dentro de una comunidad virtual segura. Los profesores ponen en marcha proyectos educativos comunes, que normalmente se enfocan a una asignatura en concreto y contribuyen a mejorar los métodos de enseñanza y el clima dentro del aula.

<http://www.etwinning.net/bg/pub/index.htm>

República Checa

- El Instituto Nacional de Educación, Centro de Orientación Educativa y Centro de Formación Permanente del Profesorado (entidad colaboradora gestionada directamente por el Ministerio de Educación, Juventud y Deporte) es el organismo responsable de la gestión del "Portal de Metodología". El objetivo de este portal es, entre otros, la mejora de la calidad de la profesión docente a través del apoyo sistemático al profesorado en lo referente a enfoques metodológicos y didáctica; el desarrollo de una comunidad de aprendizaje en la que el profesorado pueda compartir sus experiencias; y el uso de métodos de enseñanza eficaces en la formación permanente del profesorado.
- El portal pone a disposición del profesorado una gran variedad de materiales, organizados por asignaturas, entre las que se incluyen las matemáticas. También ofrece artículos, materiales didácticos digitales (hojas de ejercicios, presentaciones, etc.), espacios de comunicación en línea (foros, wikis, portfolios digitales, blogs) y recursos de aprendizaje digital. Además del formato electrónico, existen materiales impresos, como, por ejemplo, colecciones de artículos y una revista llamada *InspiroMat*. Las aportaciones que hace el profesorado a la página en forma de ejemplos de buenas prácticas son evaluadas por una comisión de expertos.

<http://rvp.cz/>

Dinamarca

- El "Universo de Encuentro Educativo" proporciona al profesorado una enorme variedad de recursos educativos para cada materia, incluidas las matemáticas. Los profesores también pueden sugerir sus propios materiales didácticos.

www.emu.dk

Alemania

- Se fomenta la colaboración entre profesores dentro del marco del proyecto 'MINT Zukunft schaffen'. Es una iniciativa nacional, sin ánimo de lucro, establecida en 2008 por el sector industrial alemán como respuesta a la escasez de competencias en algunas profesiones relacionadas con las matemáticas, la informática, las ciencias y la ingeniería. Parte de la iniciativa es el Portal-MINT, una plataforma de intercambio múltiple que proporciona información sobre iniciativas y proyectos que pueden ser de utilidad a los profesores para crear clases interesantes y atractivas.

<http://www.mintzukunftschaffen.de>

Estonia

- El proyecto "Mejorar el nivel de cualificaciones del profesorado de educación general 2008-2014" fomenta el uso de métodos de autoevaluación para el profesorado, y proporciona apoyo a sus conocimientos sobre diseño curricular, con la intención de mejorar tanto su formación como sus oportunidades profesionales. Uno de los objetivos del proyecto es crear entornos cooperativos (mediante páginas web u otros medios) para el desarrollo y el intercambio de métodos y materiales de enseñanza y de aprendizaje.

<http://www.ekk.edu.ee/programm/programmid/programmi-uldhariduse-opetajate-kvalifikatsioon>

- La Sociedad Matemática de Estonia y la Comunidad de Profesores de Matemáticas organiza una gran variedad de actividades para profesores de matemáticas, y es uno de los organismos principales implicados en la creación y la propuesta de nuevas iniciativas para el desarrollo del currículo.

<http://www.matemaatika.eu/>

- El “Día del Profesor de Matemáticas” es un evento anual en el que educadores y profesores hablan sobre los últimos resultados en el ámbito de la investigación, sobre ideas referentes a buenas prácticas, etc. Las conferencias se publican en una serie revisada de artículos llamada *Koolimatemaatika* (Matemáticas Escolares).
- También se fomenta la colaboración entre profesores de matemáticas a través de las siguientes redes:

www.koolielu.ee

<http://mott.edu.ee/mottwiki/index.php/Esileht> (materials)

<http://www.geogebra.org/cms/et>

- El proyecto “Amamos las matemáticas” (*Meile meeldib matemaatika*) incluye una red para el profesorado supervisada por formadores del profesorado de la Universidad de Tallin.

<http://zope.eenet.ee/mmmprojekt/>

Irlanda

- En primaria, se han creado una serie de Asociaciones Profesionales de Profesores (TPC), relacionadas con el proyecto Recuperación de Matemáticas, a través de la Red de Formación del Profesorado. También se han establecido otras TPCs relacionadas con las matemáticas a través de la Red de Formación del Profesorado. El propósito de una TPC es permitir el desarrollo colectivo de nuevas competencias, nuevos recursos y nuevas identidades compartidas, así como la motivación para trabajar juntos por el cambio.

www.dwec.ie/programmes/tpc.html

- Existen diversas páginas web que también proporcionan a los profesores ideas y oportunidades para compartir información y recursos, como por ejemplo:

http://ppds.ie/index.php?option=com_content&task=view&id=148&Itemid=459;

<http://www.ncte.ie/AdvancedSearch/?cx=011573740689929430170%3Ah0rwmxhpfu&cof=FORID%3A11&ie=UTF-8&q=MATHEMATICS&siteurl=www.ncte.ie%2F#896;> http://www.ncca.ie/en/Curriculum_and_Assessment/Assessment/

- La Asociación Irlandesa de Profesores de Matemáticas proporciona apoyo a la enseñanza de las matemáticas en todos los niveles.

www.imta.ie

Grecia

—

España

- En la página web del IFIIE (Instituto de Formación del Profesorado, Investigación e Innovación Educativa) los profesores pueden encontrar secciones relacionadas con temas diversos, en las que también se proporciona formación y recursos didácticos para el profesorado. Por ejemplo, el CREADE (Centro de Recursos para la Atención a la Diversidad en Educación) es un proyecto del IFIIE y, en consecuencia, del Ministerio de Educación. Dicho proyecto se puso en marcha en respuesta al interés de los profesionales en la diversidad cultural y en sus implicaciones.

<http://www.boe.es/boe/dias/2006/12/08/pdfs/A43053-43102.pdf>

<https://www.educacion.es/creade/index.do>

- El portal INTERCAMBIA (“Para educar en lo femenino y en lo masculino”) es un espacio virtual para compartir experiencias sobre los intereses y motivaciones de los niños, las niñas, los hombres y las mujeres en la educación. Se creó con el fin de facilitar el acceso y el intercambio de información y conocimientos sobre prácticas educativas, entre las que se incluyen las cuestiones de género. El portal se puso en marcha a iniciativa del Ministerio de Educación a través del IFIIE, y del Ministerio de Igualdad a través de Instituto de la Mujer, en colaboración con los organismos encargados de igualdad y de las administraciones educativas de las Comunidades Autónomas. El portal INTERCAMBIA se concibe como un “centro virtual de recursos temáticos”, como una página web que recoge, reconoce y difunde las contribuciones que hacen a la educación los hombres y mujeres cuya intención es ayudar a educar en y para la igualdad de oportunidades.

<https://www.educacion.es/intercambia/index.do>

- El Instituto de Tecnologías Educativas incluye entre sus objetivos los siguientes: el desarrollo del portal de recursos educativos del Ministerio de Educación, y la creación de redes sociales para facilitar el intercambio de experiencias y de recursos entre el profesorado. Este organismo ofrece una red digital accesible a todos los profesores y facilita materiales a los que también puede contribuir todo el profesorado.

<http://www.ite.educacion.es/>

- En cada Comunidad Autónoma, las correspondientes Consejerías de Educación prestan su apoyo a los Centros de Formación Permanente del Profesorado con programas para desarrollar redes de profesores. A continuación se detallan algunos ejemplos de páginas web específicas desarrolladas por las Consejerías de Educación en cada Comunidad Autónoma:

Andalucía:

<http://www.juntadeandalucia.es/averroes/impe/web/portadaEntidad?pag=/contenidos/B/FormacionDelProfesorado/&textoPortada=no>

Aragón:

<http://www.educaragon.org/arboles/arbol.asp?guiaeducativa=42&strseccion=A1A31>

Principado de Asturias:

http://www.educastur.es/index.php?option=com_content&task=category§ionid=29&id=117&Itemid=124

Islas Baleares:

http://web.caib.es/Formacio/contingut_for_.htm

País Vasco:

<http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.net/r43-798/es/>

Islas Canarias:

<http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/pagina.asp?categoria=1523>

Cantabria:

http://www.educantabria.es/formacion_del_profesorado/profesorado/formacionpermanente/modelodeformacion

Castilla y León:

http://www.educa.jcyl.es/educacyl/cm/profesorado/tkContent?idContent=6991&locale=es_ES&textOnly=false

Castilla-La Mancha:

http://www.educa.jccm.es/educa-jccm/cm/profesorado/tkContent?idContent=1641&locale=es_ES&textOnly=false

Cataluña:

<http://www.xtec.net/formacio/index.htm>

Comunidad de Valencia:

http://www.edu.gva.es/per/es/sfp_0_sfp.asp

Extremadura:

<http://www.educarex.es/>

Galicia:

<http://www.edu.xunta.es/web/taxonomy/term/63%2C153/all>

Comunidad de Madrid:

<http://www.educa.madrid.org/educamadrid/>

Región de Murcia:

[http://www.carm.es/web/pagina?IDCONTENIDO=3918&IDTIPO=100&RASTRO=c908\\$m](http://www.carm.es/web/pagina?IDCONTENIDO=3918&IDTIPO=100&RASTRO=c908$m)

Navarra:

<http://www.educacion.navarra.es/portal/Formacion+del+Profesorado>

La Rioja:

<http://www.educarioja.org/educarioja/index.jsp?tab=prf&acc=crs&menu=2>

Francia

- La página web “Eduscol”, desarrollada por el Ministerio de Educación, proporciona a los profesores diversos tipos de información relacionada con la enseñanza en los centros escolares.

<http://eduscol.education.fr/>

Italia

- La iniciativa “GOLD”, promovida por ANSAS, dispone de una página web y una base de datos, diseñadas para compartir, documentar y evaluar las buenas prácticas docentes.

<http://gold.indire.it>

Chipre

- El Instituto Pedagógico mantiene una plataforma de aprendizaje digital en la que el profesorado de todos los niveles educativos puede encontrar y compartir materiales educativos e ideas.

<http://www-elearn.pi.ac.cy/>

Letonia

- Un grupo de trabajo ha creado una red de 58 centros piloto y de apoyo. Estos centros organizan seminarios para observar clases, compartir experiencias y para otras actividades. Los centros piloto llevan a cabo actividades semejantes de manera independiente para profesores de otras escuelas que no están entre los centros pilotos o los de apoyo.

http://www.dzm.lv/par_projektu/skolas

<http://www.dzm.lv/aktualitates/>

Lituania

- El proyecto “Redes de Escuelas Cooperantes” tiene como objetivo crear las condiciones necesarias para la colaboración entre centros escolares, con el fin de mejorar la capacidad de los agentes implicados en la educación, incluidos los profesores, para resolver problemas que surjan en relación con los cambios en el proceso educativo. La red también tiene como finalidad mejorar la calidad de la enseñanza y del aprendizaje, ayudando a resolver dificultades a nivel organizativo, contribuyendo a la planificación de los contenidos de la enseñanza, abordando la falta de motivación de los alumnos para el aprendizaje, atendiendo a las necesidades de los alumnos, etc.

http://www.bmt.smm.lt/?age_id=8

Luxemburgo

—

Hungría

- La “Sociedad Matemática Bolyai” está considerada por el gobierno como la red oficial del profesorado. Esta sociedad es miembro del Sindicato Internacional de Matemáticas y de la Sociedad Europea de Matemáticas. El Ministerio de Recursos Nacionales consulta a la Sociedad todas las cuestiones de política educativa relacionadas con las matemáticas. La sociedad cuenta con un número de profesores miembros de entre 600 y 700. Entre los objetivos de este organismo cabe mencionar: fomentar la investigación en matemáticas; promover las matemáticas y su uso más amplio; resolver cuestiones relacionadas con la enseñanza de las matemáticas; representar los intereses de los profesionales del ámbito de las matemáticas; y facilitar información sobre investigadores, expertos y profesores. Para poder alcanzar dichos objetivos, la Sociedad ofrece la oportunidad de publicar y discutir sobre nuevos resultados, sobre política educativa y sobre cuestiones científicas del área de matemáticas. Asimismo, se encarga de organizar formación permanente del profesorado, campamentos para alumnos y conferencias y seminarios, de manera independiente o en colaboración con otras organizaciones.

<http://www.bolyai.hu/>

Malta

—

Países Bajos

- Desde hace cinco años el Ministerio de Educación patrocina la red de formación permanente del profesorado (ELWIER). Esta red permite al profesorado reunirse y desarrollar materiales didácticos para matemáticas.

www.elwier.nl

- El proyecto *Panamá* es una red abierta a todas aquellas personas que participan en el campo de las matemáticas y la aritmética en educación primaria, que incluye también formación permanente para profesores de primaria y formación para profesores ayudantes. El proyecto está enfocado fundamentalmente a educadores y orientadores. El proyecto *Panamá* cuenta con una plataforma para el intercambio de conocimientos, experiencias e ideas. Las actividades organizadas por *Panamá* tienen como finalidad contribuir al desarrollo de una buena enseñanza de las matemáticas, y ello incluye la implantación de nuevos conocimientos y avances en la enseñanza de esta materia en primaria.

www.fi.uu.nl/panama

Austria

- Redes Regionales IMST: estos programas nacionales organizados por el IMST (*Innovationen Machen Schulen Top*) a menudo trabajan con las matemáticas y con otras asignaturas de ciencias. Sus principales objetivos son mejorar la calidad de la enseñanza y hacerla más atractiva a los alumnos, desarrollar las competencias y la profesionalización de los docentes e incluir al mayor número posible de centros escolares y de tipos de centros en la red. Cada red regional trabaja sobre la base de un contrato entre el IMST y el correspondiente consejo escolar del estado federal, y cada una dispone de un comité directivo.

http://imst.uni-klu.ac.at/programme_prinzipien/rn_tn/

- En cada provincial de Austria existen grupos de trabajo (*Arbeitsgemeinschaften*) de matemáticas que organizan reuniones para profesores del área, generalmente sobre temas específicos, como, por ejemplo, los nuevos exámenes de final de la educación secundaria superior (*Zentralmatura*).

Estiria: <http://arge.stvg.at/arge.nsf>

Salzburgo: <http://schule.salzburg.at/faecher/mathematik/minhalt.htm>

- “*proMath*” es una iniciativa del Ministerio de Educación, Arte y Cultura que ofrece servicios en línea sobre la enseñanza y el aprendizaje de matemáticas para profesores, alumnos y padres de centros de enseñanza media y de formación profesional de grado medio y superior.

<http://www.promath.tsn.at/>

Polonia

- El “Centro de Recursos Educativos Scholaris-Web” es una iniciativa del Ministerio Nacional de Educación, que cuenta con un espacio en Internet en el que los profesores pueden intercambiar materiales y recursos educativos.

<http://www.scholaris.pl/>

Portugal

- Uno de los objetivos del “Programa de Formación del Profesorado en Matemáticas” es proporcionar a cada agrupación de escuelas un especialista en la enseñanza de las matemáticas, así como crear y difundir materiales a nivel nacional para la enseñanza de esta asignatura. Los resultados muestran que se han alcanzado dichos objetivos: los profesores organizan seminarios para hablar sobre su actividad y experiencias docentes; también comparten y discuten documentación, programaciones de aula y tareas; y ha contribuido a reforzar la colaboración entre profesores e investigadores.

<http://www.dgidec.min-edu.pt/outrosprojetos/index.php?s=directorio&pid=31>

Rumanía

- La Sociedad Matemática Rumana publica dos Revistas de Matemáticas: el tipo A – para profesores y tipo B – para alumnos. También organiza concursos, conferencias y proyectos educativos.

<http://rms.unibuc.ro/>

- El Instituto de Matemáticas “Simion Stoilow” (IMAR) es uno de los institutos de investigación de la Academia Rumana, y uno de los centros más significativos de la actividad matemática en Rumanía. Durante sus

50 años de operación prácticamente todos los matemáticos relevantes de Rumanía han sido miembros o han estado asociados de alguna forma con este organismo investigador.

<http://www.imar.ro/>

Eslovenia

- Existen redes de profesores y están integradas en varios proyectos, programas y seminarios de formación permanente para profesores. De especial interés es el aula virtual gestionada por el Instituto Nacional de Educación, que proporciona un buen vínculo entre el profesorado y los expertos en didáctica especializada de las matemáticas.

<http://skupnost.sio.si/mod/wiki/view.php?id=73919&page=Matematika>

Eslovaquia

—

Finlandia

- El Centro LUMA, coordinado por la Facultad de Ciencias de la Universidad de Helsinki, es una organización que engloba diversos organismos para la cooperación entre centros escolares, universidades, empresas y el sector industrial. Su objetivo es apoyar y promover la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias, las matemáticas y la tecnología a todos los niveles. Uno de los principales objetivos del Centro LUMA es apoyar la formación permanente del profesorado. A tal efecto se organizan talleres, cursos de verano y la Feria anual de la Ciencia LUMA para profesores de área y para profesores de primaria. La información relativa a actividades próximas, a nuevos materiales didácticos y a resultados del ámbito de la investigación se facilita en un boletín electrónico mensual y en la revista digital de LUMA “Sanomat”. Además de esto, los centros de recursos apoyan actividades específicas para cada asignatura con el material disponible en sus páginas web. Otra de las actividades organizadas por el centro son los foros de discusión. Por último, la difusión de nuevos resultados de las investigaciones es esencial para apoyar la formación permanente del profesorado. Esto se lleva a cabo con la ayuda de las Ferias de la Ciencia y de los cursos de verano organizados por LUMA, y mediante la oferta de participación en la realización de investigaciones y la posibilidad de mantenerse informado de los últimos avances a través del boletín, de la revista digital Luova y de las tesis de Máster publicadas por los centros de recursos. La columna “Investigador del Mes” se publica en el Boletín LUMA y en la revista digital Luova.

<http://www.helsinki.fi/luma/luma2/english/>

Suecia

- El Centro Nacional para la Enseñanza de las Matemáticas (NCM), gestionado por la Universidad de Goteburgo es el centro nacional sueco de recursos para las matemáticas. Su principal labor es apoyar el desarrollo de la enseñanza de las matemáticas en Suecia durante la educación infantil, la educación general y la educación de adultos. Entre las actividades que organiza cabe mencionar las conferencias, cursos, talleres, actividades de investigación y desarrollo, biblioteca de referencia nacional, materiales de enseñanza, servicios de orientación y apoyo al desarrollo.

<http://ncm.gu.se/english>

- La página web de la Agencia Nacional Sueca de Educación (*Skolverket webbplats*) reúne un gran número de materiales para uso del profesorado, permite el intercambio de información, publica boletines informativos, etc.

<http://www.skolverket.se/>

Reino Unido – Inglaterra

- El Centro Nacional para la Excelencia en la Enseñanza de las Matemáticas (NCETM) tiene como objetivo dar respuesta a las aspiraciones y necesidades profesionales de todo el profesorado de matemáticas, y permitir a los alumnos desarrollar su potencial mediante una infraestructura nacional sostenible para la formación permanente del profesorado específicamente en el área de matemáticas.

El NCETM proporciona y publica recursos de alta calidad dirigidos a profesores, a redes educativas de matemáticas, a instituciones de educación superior y a centros de formación permanente del profesorado

en toda Inglaterra. Al mismo tiempo, el Centro Nacional anima a las escuelas y facultades y aprender de su propia práctica docente, mediante la colaboración entre profesores y el intercambio de buenas prácticas a nivel local, regional y nacional.

Esta colaboración se lleva a cabo de manera virtual a través del portal NCETM, y “cara a cara” a través de una red de coordinadores regionales distribuidos en nueve regiones en Inglaterra. El portal se está convirtiendo en uno de los lugares más importantes de la red, en donde los profesores de matemáticas pueden consultar información fiable relativa a métodos de enseñanza, recursos, resultados de estudios de investigación y oportunidades de formación permanente. Los coordinadores regionales se encargan de difundir la oferta de formación permanente a nivel regional y nacional, de establecer vínculos con la infraestructura regional para la formación permanente y de coordinar reuniones, actividades y proyectos de colaboración.

El Centro también financia y publica investigaciones sobre prácticas eficaces para la enseñanza de las matemáticas y sobre formación permanente del profesorado. La investigación a nivel de aula también se apoya desde el Centro, y sus resultados se publican en el portal. Estos estudios contribuyen definir las estrategias del NCETM y constituyen en sí mismos otro recurso de formación permanente.

<https://www.ncetm.org.uk>

Reino Unido – Gales

- En Gales se ha fundado una Academia Nacional de Ciencias (NSA) para fomentar la matriculación de alumnos en ciencias, tecnología, ingeniería y matemáticas –las denominadas asignaturas STEM– en todos los niveles, para asegurarse de que Gales disponga de una oferta suficiente de titulados en facultades y escuelas universitarias con las competencias y cualificaciones apropiadas.

<http://wales.gov.uk/topics/educationandskills/allsectorpolicies/nsa/?lang=en>

Reino Unido – Irlanda del Norte

- En Irlanda del Norte, el gobierno ha financiado el módulo STEM, que consiste en un laboratorio y un taller móviles, diseñados para acercar a los alumnos de 17 escuelas especializadas en STEM y a otras comunidades de aprendizaje asociadas a experiencias de alta calidad en el aprendizaje de materias del ámbito de las STEM.

<http://www.education-support.org.uk/stem>

Reino Unido – Escocia

- La red *Glow* es un instrumento de apoyo muy importante para el profesorado. *Glow* es la primera intranet educativa nacional del mundo, que está contribuyendo a transformar la manera en que se imparte el currículo en Escocia. Todo el profesorado de Escocia tiene acceso a ella y puede utilizar esta herramienta para comunicarse con cualquier otro profesor de Escocia a través de una serie de foros abiertos o mediante videoconferencia. El sistema también permite a cualquier profesor subir a la red su trabajo, sus ideas o cualquier otro documento que pueda compartirse a nivel nacional.

Existe un grupo nacional dentro de *Glow* específico para matemáticas y otro para el desarrollo de la competencia numérica básica. La red también permite acceder a todos los estudiantes de Escocia. Existen niveles de restricción para el acceso a grupos y esto permite el necesario grado de privacidad. Los grupos nacionales *Glow* de matemáticas y de competencia numérica también publican información sobre eventos, avances nacionales e internacionales y enlaces a páginas web consideradas de utilidad. La razón por la que el grupo de competencia numérica es independiente es que todos los profesores de Escocia son responsables del desarrollo de este aspecto dentro de las matemáticas, y se consideró que los profesores no especialistas en la materia estarían más dispuestos a utilizar a una página específicamente dedicada solo a aritmética básica que a otra con contenidos de matemáticas más abstractos.

<http://www.ltscotland.org.uk/usingglowandict/index.asp>

- Otra red de matemáticas que recibe el respaldo de la administración central a nivel central es el “Grupo Consultor de Matemáticas para Escocia” (MAGS). Este grupo se reúne cuatro veces al año y se invita a asistir a representantes de las administraciones educativas. En las reuniones se comparten avances nacionales e internacionales, se consigue información crítica por parte de la administración sobre proyectos en marcha y se invita también a otros agentes relevantes (el Servicio de Inspección Educativa, Aprendizaje y Enseñanza en Escocia de Su Majestad (HMiE) y a la Autoridad Escocesa de Cualificaciones a informar

sobre los últimos avances en cuestiones educativas a nivel nacional. La red MAGS atiende a profesores de primaria y secundaria y su labor es conseguir que el profesorado comparta sus experiencias docentes.

- El Consejo Matemático de Escocia (SMC) es otro organismo clave para el desarrollo de las matemáticas. El SCM está más enfocado hacia la educación secundaria y en él están representadas las universidades. La oportunidad más importante de formación permanente para el profesorado de matemáticas en Escocia es la Conferencia Anual del SMC. Tiene lugar a principios de marzo y a ella asisten aproximadamente quinientos delegados que pueden escoger de entre un número aproximado de treinta talleres. Dichos talleres los imparten profesores en activo, miembros de la inspección educativa (HMIE), de la Autoridad Escocesa de Cualificaciones, del LTS e investigadores nacionales e internacionales de reconocido prestigio.

http://scottishmathematicalcouncil.org/index.php?option=com_content&task=view&id=3&Itemid=1

Islandia

- La Asociación de Profesores de Matemáticas cuenta con el respaldo del Ministerio de Educación. En el curso escolar 2010/11 se concedió a esta asociación una ayuda para organizar reuniones y conferencias sobre cuestiones educativas que puedan mejorar la formación permanente (no becas individuales). También se utiliza para promocionar materiales curriculares, métodos de enseñanza, evaluación y otras cuestiones relacionadas a través de boletines y de páginas web.

<http://flotur.ismennt.is>

Noruega

- El desarrollo de las matemáticas se fomenta a través del Centro Nacional de Matemáticas en la Educación. Su principal objetivo es guiar y coordinar el desarrollo de métodos de enseñanza nuevos y mejores, así como de instrumentos para la enseñanza de las matemáticas en los centros de educación infantil, primaria y secundaria, en la formación de adultos y en la formación del profesorado. El Centro promueve de forma activa la innovación, el debate y el intercambio de experiencias dentro de esta disciplina. Las actividades de Centro se dirigen a profesores de matemáticas de centros escolares y de formación del profesorado, a profesores y estudiantes de facultades y escuelas universitarias y a creadores de materiales didácticos. Con el fin de fomentar una imagen positiva de las matemáticas en la sociedad en general, también se dirigen actividades a padres, a los medios de comunicación y al público en general.

<http://www.matematikkssenteret.no>

- La página de la Dirección General de Educación y Formación ofrece recursos didácticos y directrices para los centros, etc., relacionados con diferentes métodos para enseñar temas de matemáticas.

<http://www.udir.no/>

- *Skole i praksis* (escuela en la práctica) facilita recursos audiovisuales para la enseñanza de las matemáticas

<http://www.skoleipraksis.no/>

Turquía

- La página web del Ministerio de Educación Nacional es el principal portal para todo tipo de información relacionada con la educación en los centros escolares.

<http://www.meb.gov.tr/>

ANEXO 3 – Índices de respuesta, por países, al Estudio sobre Programas de Formación Inicial del Profesorado de Matemáticas y Ciencias (SITEP)

	Programas disponibles	Instituciones	Número de respuestas por programa	Número de respuestas por institución	Índice de respuesta por programas	Índice de respuesta por institución
Bélgica (Comunidad francesa)	39	16	2	2	5.13	12.50
Bélgica (Comunidad germanófona)	:	:	NR	NR	NR	NR
Bélgica (Comunidad flamenca)	31	18	13	9	41.94	50.00
Bulgaria	33	8	2	2	6.06	25.00
República Checa	80	12	25	12	31.25	100.00
Dinamarca	14	7	6	6	42.86	85.71
Alemania	469	144	41	32	8.74	22.22
Estonia	11	2	2	1	18.18	50.00
Irlanda	23	20	2	2	8.70	10.00
Grecia	33	9	4	4	12.12	44.44
España	110	51	26	16	23.64	31.37
Francia	91	33	4	4	4.40	12.12
Italia	24	24	4	3	16.67	12.50
Chipre	5	4	0	0	0.00	0.00
Letonia	19	5	7	5	36.84	100.00
Lituania	24	8	3	1	12.50	12.50
Luxemburgo	2	1	2	1	100.00	100.00
Hungría	38	17	8	7	21.05	41.18
Malta	2	1	2	1	100.00	100.00
Países Bajos	96	45	10	8	10.42	17.78
Austria	35	18	14	8	40.00	44.44
Polonia	163	95	12	8	7.36	8.42
Portugal	93	42	8	8	8.60	19.05
Rumanía	80	27	5	4	6.25	14.81
Eslovenia	29	3	1	1	3.45	33.33
Eslovaquia	24	11	3	2	12.50	18.18
Finlandia	14	8	2	2	14.29	25.00
Suecia	55	22	1	1	1.82	4.55
Reino Unido (Inglaterra)	347	70	45	33	12.97	47.14
Reino Unido (Gales)	21	6	4	4	19.05	66.67
Reino Unido (Irlanda del Norte)	12	4	3	1	25.00	25.00
Reino Unido (Escocia)	35	8	7	6	20.00	75.00
Islandia	2	2	0	0	0.00	0.00
Liechtenstein	:	:	NR	NR	NR	NR
Noruega	16	16	1	1	6.25	6.25
Turquía	155	58	13	10	8.39	17.24
TOTAL	2 225	815	282	205		

**AGENCIA EJECUTIVA EN EL ÁMBITO EDUCATIVO,
AUDIOVISUAL Y CULTURAL**

P9 EURYDICE

Avenue du Bourget 1 (BOU2)
B-1140 Brussels
(<http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice>)

Dirección editorial

Arlette Delhaxhe

Autores

Teodora Parveva (coordinación), Sogol Noorani, Stanislav Rangelov,
Akvile Motiejunaite, Viera Kerpanova

Expertos externos

Sarah Maughan, National Foundation for Educational Research (coautor), Christian
Monseur, University of Liège (análisis de datos estadísticos),
Svetlana Pejnovic (gestión de datos de SITEP)

Maquetación y gráficos

Patrice Brel

Coordinación de la producción

Gisèle De Lel

EURYDICE ESPAÑA-REDIE

Área de Estudios e Investigación
Centro Nacional de Innovación e Investigación Educativa (CNIIE)
Ministerio de Educación, Cultura y Deporte
C/ General Oraa, 55
28006 Madrid
Correo electrónico: eurydice@mecd.es
Página web: <http://www.educacion.gob.es/ifiie/>

Jefe de la Unidad Eurydice España - Redie

Montserrat Grañeras Pastrana

Coordinación del estudio

Flora Gil Traver

Autoras

Ana Isabel Martín Ramos

Anna Torres Vázquez

Colaboradoras

Alicia García Fernández (becaria)

María Esther Peraza Sansegundo (becaria)

Traducción

María Isabel Ramírez Pérez

Revisión de la traducción

Ángel Ariza Cobos

UNIDADES NACIONALES DE EURYDICE

BELGIQUE / BELGIË

Unité francophone d'Eurydice
Ministère de la Communauté française
Direction des Relations internationales
Boulevard Léopold II, 44 – Bureau 6A/002
1080 Bruxelles
Contribución de la unidad: responsabilidad colectiva; inspectores expertos: Françoise Capacchi; Wim Degrieve; Christine Duchene; Letty Lefebvre; Florindo Martello; Nicole Massard

Eurydice Vlaanderen / Afdeling Internationale Relaties
Ministerie Onderwijs
Hendrik Consciencegebouw 7C10
Koning Albert II – laan 15
1210 Brussel

Contribución de la unidad: Willy Sleurs (Asesor de la Agencia de Calidad en la Educación y la Formación – AKOV), Jan Meers (Inspector del Servicio de Inspección), Liesbeth Hens (Miembro del la División de Educación Superior)

Eurydice-Informationsstelle der Deutschsprachigen Gemeinschaft
Autonome Hochschule in der DG
Hillstrasse 7
4700 Eupen
Contribución de la unidad: Johanna Schröder

BULGARIA

Eurydice Unit
Human Resource Development Centre
Education Research and Planning Unit
15, Graf Ignatiev Str.
1000 Sofia
Contribución de la unidad: Silviya Kantcheva

ČESKÁ REPUBLIKA

Eurydice Unit
Centre for International Services of MoEYS
Na poříčí 1035/4
110 00 Praha 1
Contribución de la unidad: Marcela Máchová; expertos externos: Katarína Nemčíková, Svatopluk Pohořelý

DANMARK

Eurydice Unit
Ministry of Science, Technology and Innovation
Danish Agency for International Education
Bredgade 36
1260 København K
Contribución de la unidad: responsabilidad colectiva

DEUTSCHLAND

Eurydice-Informationsstelle des Bundes
Project Management Agency
Part of the German Aerospace Center
EU-Bureau of the German Ministry for Education and Research
Heinrich-Konen-Str. 1
53227 Bonn

Eurydice-Informationsstelle des Bundes
Project Management Agency
Part of the German Aerospace Center
EU-Bureau of the German Ministry for Education and Research
Rosa-Luxemburg-Straße 2
10178 Berlin

Eurydice-Informationsstelle der Länder im Sekretariat der Kultusministerkonferenz
Graurheindorfer Straße 157
53117 Bonn
Contribución de la unidad: Brigitte Lohmar

EESTI

Eurydice Unit
SA Archimedes
Koidula 13A
10125 Tallinn
Contribución de la unidad: Einar Rull (Asesor, Centro de Exámenes y Cualificaciones); Hannes Jukk (Profesor, Universidad de Tartu)

ÉIRE / IRELAND

Eurydice Unit
Department of Education & Skills
International Section
Marlborough Street
Dublin 1
Contribución de la unidad: Pádraig Mac Fhlannchadha (Inspector de la División de Primaria), Séamus Knox (Inspector de la División de Postprimaria), John White (Inspector de Primaria, Departamento de Educación y Competencias)

ELLÁDA

Eurydice Unit
Ministry of Education, Lifelong Learning and Religious Affairs
Directorate for European Union Affairs
Section C 'Eurydice'
37 Andrea Papandreou Str. (Office 2168)
15180 Maroussi (Attiki)
Contribución de la unidad: Nikolaos Sklavenitis; experto: Georgios Typas

ESPAÑA

Eurydice España-REDIE
Centro Nacional de Innovación e Investigación Educativa (CNIIE)
Ministerio de Educación, Cultura y Deporte
Gobierno de España
C/General Orta 55
28006 Madrid
Contribución de la unidad: Flora Gil Traver, Ana Isabel Martín Ramos, Anna Torres Vázquez (experta), Alicia García Fernández (becaria), M^a Esther Peraza Sansegundo (becaria)

FRANCE

Unité française d'Eurydice
Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement
supérieur et de la Recherche
Direction de l'évaluation, de la prospective et de la performance
Mission aux relations européennes et internationales
61-65, rue Dutot
75732 Paris Cedex 15
Contribución de la unidad: Thierry Damour;
experto: Rémy Jost (Inspector general de matemáticas)

HRVATSKA

Ministarstvo znanosti, obrazovanja i športa
Donje Svetice 38
10000 Zagreb

ÍSLAND

Eurydice Unit
Ministry of Education, Science and Culture
Office of Evaluation and Analysis
Sölvhólsgrötu 4
150 Reykjavík
Contribución de la unidad: Védís Grönvold

ITALIA

Unità italiana di Eurydice
Agenzia Nazionale per lo Sviluppo dell'Autonomia Scolastica
(ex INDIRE)
Via Buonarroti 10
50122 Firenze
Contribución de la unidad: Erika Bartolini;
experto: Paolo Francini (profesor de matemáticas, *Direzione
Generale Ordinamenti Scolastici, Ministero dell'istruzione,
dell'università e della ricerca*)

KYPROS

Eurydice Unit
Ministry of Education and Culture
Kimonos and Thoukydidou
1434 Nicosia
Contribución de la unidad: responsabilidad colectiva

LATVIJA

Eurydice Unit
Valsts izglītības attīstības aģentūra
State Education Development Agency
Valņu street 3
1050 Riga
Contribución de la unidad: Ilze France (Proyecto de Fondos
Estructurales de la Unión Europea "Ciencias y Matemáticas",
Centro Nacional de Educación)

LIECHTENSTEIN

Informationsstelle Eurydice
Schulamt des Fürstentums Liechtenstein
Austrasse 79
9490 Vaduz
Contribución de la Unidad: Unidad de Eurydice

LIETUVA

Eurydice Unit
National Agency for School Evaluation
Didlaukio 82
08303 Vilnius
Contribución de la unidad: Albina Vilimienė, Pranas Gudynas

LUXEMBOURG

Unité d'Eurydice
Ministère de l'Éducation nationale et de la Formation
professionnelle (MENFP)
29, Rue Aldringen
2926 Luxembourg
Contribución de la unidad: Jos Bertermes, Mike Engel

MAGYARORSZÁG

Eurydice National Unit
Ministry of National Resources
Szalay u. 10-14
1055 Budapest
Contribución de la unidad: responsabilidad colectiva;
experto: Julianna Szendrei

MALTA

Eurydice Unit
Research and Development Department
Directorate for Quality and Standards in Education
Ministry of Education, Employment and the Family
Great Siege Rd.
Floriana VLT 2000
Contribución de la unidad: Experto: Anna Maria Gilson
(Director de Servicio); coordinación: Christopher Schembri
(Oficial de Educación)

NEDERLAND

Eurydice Nederland
Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap
Directie Internationaal Beleid / EU-team
Kamer 08.022
Rijnstraat 50
2500 BJ Den Haag
Contribución de la unidad: responsabilidad colectiva

NORGE

Eurydice Unit
Ministry of Education and Research
Department of Policy Analysis, Lifelong Learning and
International Affairs
Kirkegaten 18
0032 Oslo
Contribución de la unidad: responsabilidad colectiva

ÖSTERREICH

Eurydice-Informationsstelle
Bundesministerium für Unterricht, Kunst und Kultur
Ref. IA/1b
Minoritenplatz 5
1014 Wien
Contribución de la unidad: Edith Schneider (experto, Universidad
de Klagenfurt), Notburga Grosser (experto, Escuela Universitaria
de Formación del Profesorado de Viena/Krems)

POLSKA

Eurydice Unit
Foundation for the Development of the Education System
Mokotowska 43
00-551 Warsaw
Contribución de la unidad: Beata Kosakowska
(coordinación), Marcin Karpiński (experto del Instituto de Investigación Educativa)

PORTUGAL

Unidade Portuguesa da Rede Eurydice (UPRE)
Ministério da Educação
Gabinete de Estatística e Planeamento da Educação (GEPE)
Av. 24 de Julho, 134 – 4.º
1399-54 Lisboa
Contribución de la unidad: Teresa Evaristo, Carina Pinto, Alexandra Pinheiro (como experto)

ROMÂNIA

Eurydice Unit
National Agency for Community Programmes in the Field of Education and Vocational Training
Calea Serban Voda, no. 133, 3rd floor
Sector 4
040205 Bucharest
Contribución de la unidad: Veronica – Gabriela Chirea, en colaboración con los expertos:

- Liliana Preoteasa (Directora General, Ministerio de Educación, Investigación, Juventud y Deporte)
- Mihaela Neagu (experto, Consejo Nacional del Currículo)
- Florica Banu (experto, Centro Nacional de Exámenes y Evaluación)

SCHWEIZ/SUISSE/SVIZZERA

Foundation for Confederal Collaboration
Dornacherstrasse 28A
Postfach 246
4501 Solothurn

SLOVENIJA

Eurydice Unit
Ministry of Education and Sport
Department for Development of Education (ODE)
Masarykova 16/V
1000 Ljubljana
Contribución de la unidad: expertos: Amalija Žakelj, Zlatan Magajna

SLOVENSKO

Eurydice Unit
Slovak Academic Association for International Cooperation
Svoradova 1
811 03 Bratislava
Contribución de la unidad: responsabilidad colectiva

SUOMI / FINLAND

Eurydice Finland
Finnish National Board of Education
P.O. Box 380
00531 Helsinki
Contribución de la unidad: Matti Kyrö; experto: Leo Pahkin (Consejo Nacional de Educación de Finlandia)

SVERIGE

Eurydice Unit
Department for the Promotion of Internalisation
International Programme Office for Education and Training
Kungsbrogatan 3A
Box 22007
104 22 Stockholm
Contribución de la unidad: responsabilidad colectiva

TÜRKIYE

Eurydice Unit Türkiye
MEB, Strateji Geliştirme Başkanlığı (SGB)
Eurydice Türkiye Birimi, Merkez Bina 4. Kat
B-Blok Bakanlıklar
06648 Ankara
Contribución de la unidad: Dilek Gulecyuz, Bilal Aday, Osman Yıldırım Ugur

UNITED KINGDOM

Eurydice Unit for England, Wales and Northern Ireland
National Foundation for Educational Research (NFER)
The Mere, Upton Park
Slough SL1 2DQ
Contribución de la unidad: Claire Sargent, Linda Sturman
Eurydice Unit Scotland
Learning Directorate
Area 2C South
Victoria Quay
Edinburgh
EH6 6QQ
Contribución de la unidad: Joe McLaughlin

EACEA; Eurydice

La enseñanza de las matemáticas en Europa: retos comunes y políticas nacionales

Bruselas: Eurydice

2011 – 199 p.

ISBN 978-92-9201-287-8

doi:10.2797/92132

Descriptores: matemáticas, alfabetización, destreza, currículo, niveles de aprendizaje, evaluación, formación inicial del profesorado, evaluación de alumnos, objetivos de aprendizaje, actitudes hacia la escuela, motivación, función docente, horas lectivas, recursos educativos, métodos de enseñanza, libro de texto, gestión del aula, equipamiento TIC, política basada en la evidencia, calidad de la educación, apoyo al currículo, igualdad de género, centro de formación del profesorado, PISA, TIMSS, educación primaria, educación secundaria, educación general, estudio comparativo, Turquía, AELC, Unión Europea.



ES

La **Red Eurydice** ofrece información y análisis sobre los sistemas educativos Europeos, así como sobre las políticas puestas en marcha. Desde 2011 consta de 37 unidades nacionales pertenecientes a los 33 países que participan en el Programa para el Aprendizaje Permanente de la Unión Europea (Estados miembros de la UE, países de la Asociación Europea de Libre Comercio –AELC–, Croacia y Turquía), y se coordina y dirige desde la Agencia Ejecutiva en el ámbito Educativo, Audiovisual y Cultural con sede en Bruselas, que es la encargada de elaborar sus publicaciones y bases de datos.



Eurydice España-REDIE constituye una red a escala española semejante a Eurydice, con la que está plenamente coordinada. Encargada de la recopilación, análisis, intercambio y difusión de información fiable y comparable acerca de temas de interés común sobre el sistema educativo, su objetivo es apoyar la toma de decisiones en el ámbito educativo europeo, nacional y autonómico. En ella participan el conjunto de las Administraciones educativas españolas a través de sus Puntos de Contacto Autonómicos (dependientes de las distintas Consejerías o Departamentos de Educación de las Comunidades Autónomas) y del Punto de Coordinación Estatal (con sede en el CNIE-Ministerio de Educación, Cultura y Deporte) que impulsa y coordina el funcionamiento de la Red. Entre las actuaciones de REDIE se distinguen aquellas de carácter permanente, que incluyen la actualización de la descripción del sistema educativo *on-line* (REDIPEDIA); las contribuciones al Plan de trabajo de Eurydice, que garantizan que en los estudios de la Red europea se recoja la variedad de la gestión educativa en las Comunidades Autónomas; y los estudios propios, que responden al interés y al acuerdo de los miembros de la red Eurydice España-REDIE.

EURYDICE en Internet:

<http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice>

EURYDICE España-REDIE: <http://educacion.gob.es/eurydice>



Oficina de Publicaciones

ISBN 978-92-9201-287-8



9 789292 012878