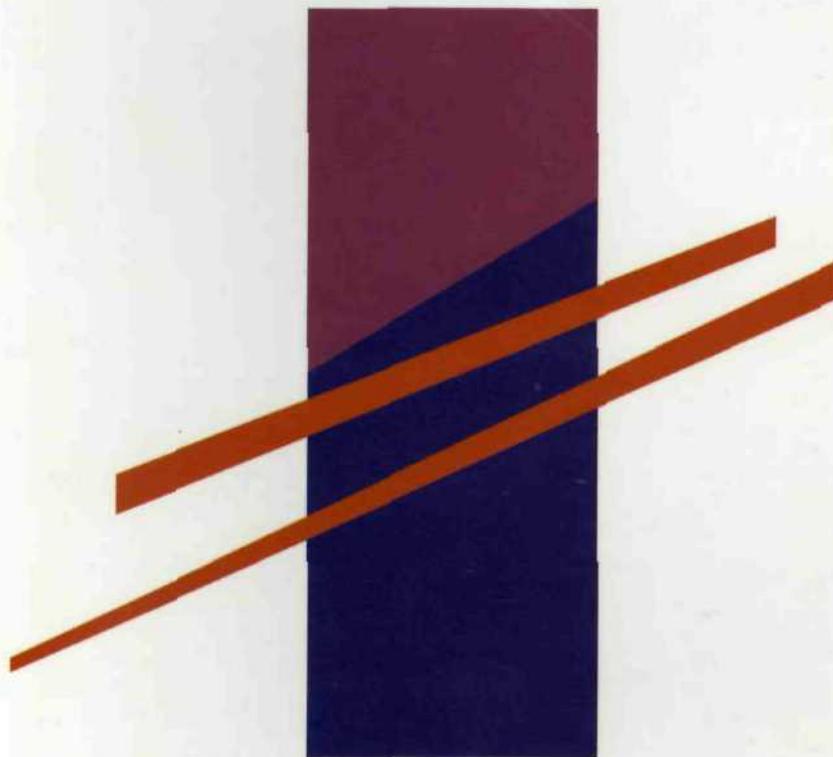


Materiales Didácticos

Matemáticas I

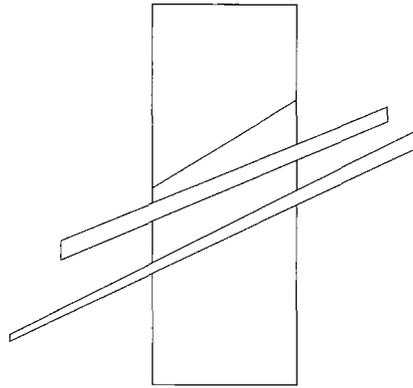


BACHILLERATO



Ministerio de Educación y Ciencia

Materiales Didácticos



Ciencias de la Naturaleza y la Salud/Tecnología

Matemáticas I

Javier Brihuela Nieto
Antonio Pérez Sanz
Adela Salvador Alcaide



Ministerio de Educación y Ciencia

Coordinación de la edición:
CENTRO DE DESARROLLO CURRICULAR
DEPARTAMENTO DE PUBLICACIONES



Ministerio de Educación y Ciencia

Secretaría de Estado de Educación

Edita: Centro de Publicaciones. Secretaría General Técnica
N. I. P. O.: 176-95-123-9
I. S. B. N.: 84-369-2679-X
Depósito legal: M. 25.044-1995
Imprime: Imprenta Fareso, S. A.
Paseo de la Dirección, 5 - 28039 Madrid

Prólogo

La finalidad de estos materiales didácticos para el Bachillerato es orientar a los profesores que, a partir de octubre de 1992, impartirán las nuevas enseñanzas del Bachillerato en los centros que se anticipan a implantarlas. Son materiales para facilitarles el desarrollo curricular de las correspondientes materias, principalmente en las de primer curso, aunque algunas de ellas tienen su continuidad también en el segundo curso. Con estos materiales el Ministerio de Educación y Ciencia quiere facilitar a los profesores la aplicación y desarrollo del nuevo currículo en su práctica docente, proporcionándoles sugerencias de programación y unidades didácticas que les ayuden en su trabajo; unas sugerencias, desde luego, no prescriptivas, ni tampoco cerradas, sino abiertas y con posibilidades varias de ser aprovechadas y desarrolladas. El desafío que para los centros educativos y los profesores supone anticipar en el curso 1992/93 la implantación de las nuevas enseñanzas, constituyéndose con ello en pioneros de lo que será más adelante la implantación generalizada, merece no sólo un cumplido reconocimiento, sino también un apoyo por parte del Ministerio, que a través de estos materiales didácticos pretende ayudar a los profesores a afrontar ese desafío.

Se trata, por otro lado, de materiales elaborados por los correspondientes autores, cuyo esfuerzo es preciso valorar de modo muy positivo. Responden, todos ellos, a un mismo esquema general propuesto por el Ministerio en el encargo a los autores, y han sido elaborados en estrecha conexión con el Servicio de Innovación, de la Subdirección General de Programas Experimentales. Por consiguiente, aunque la autoría pertenece de pleno derecho a las personas que los han preparado, el Ministerio considera que son útiles ejemplos de programación y de unidades didácticas para la correspondiente asignatura, y que su utilización por profesores, en la medida en que se ajusten al marco de los proyectos curriculares que los centros establezcan y se adecuen a las características de sus alumnos, servirá para perfeccionarlos y para elaborar en un futuro próximo otros materiales semejantes.

La presentación misma, en forma de documentos de trabajo y no de libro propiamente dicho, pone de manifiesto que se trata de materiales con cierto carácter experimental: destinados a ser contrastados en la práctica, depurados y completados. Es intención del Ministerio realizar ese trabajo de contrastación y depuración a lo largo del próximo curso, y hacerlo precisamente a partir de las sugerencias y contrapropuestas que vengan de los centros que se anticipan a la reforma. Es propósito suyo también, desde luego, preparar los correspondientes materiales para la implantación, en octubre de 1993, del segundo curso de Bachillerato.

Estos materiales han sido preparados en los meses en que se estaba terminando la elaboración de los Reales Decretos de Enseñanzas Mínimas y de Currículo del Bachillerato, al cumplirse los trámites reglamentarios de los correspondientes dictámenes por el Consejo Escolar del Estado y, en el caso del primero de ellos, también del Consejo de Estado. Los autores de los materiales han tenido que trabajar sobre los proyectos de tales Reales Decretos, sin disponer todavía de su versión definitiva. Esta situación ha hecho especialmente difícil la labor de los autores, que en un plazo de tiempo relativamente breve, y ajustando sus propuestas de desarrollo curricular a las versiones, todavía no definitivas, de los referidos Decretos, han trabajado a un ritmo rápido para poder hacer llegar a los centros estos materiales al mismo tiempo que eran aprobados los Decretos.

Aún operando sobre borradores finales, pero no sobre redacción definitiva de normas legales a punto de aprobación, ha parecido oportuno destacar con letra distinta, en la presente publicación, los textos entresacados de los borradores de estas normas oficiales. A semejanza del planteamiento curricular de etapas anteriores, también en el Bachillerato el currículo del Ministerio mantendrá los mismos objetivos y criterios de evaluación que el Decreto de Enseñanzas Mínimas, mientras, en cambio, ampliará en algo el apartado de los contenidos.

Índice

	<u>Páginas</u>
I. INTRODUCCIÓN	7
II. OBJETIVOS	11
III. CONTENIDOS	13
IV. ORIENTACIONES DIDÁCTICAS Y PARA LA EVALUACIÓN	17
Fundamentación teórica.....	17
Diferencias con respecto a la etapa anterior	18
Relaciones con otras asignaturas.....	19
Contenidos específicos.....	19
Actividades adecuadas.....	20
Coeducación: acción compensatoria	20
Papel del profesor y del alumno	22
Orientaciones para la evaluación	22
V. PROGRAMACIÓN.....	27
Justificación	27
Estadística y probabilidad.....	28
Geometría	33
Funciones.....	41
Aritmética y álgebra.....	48
VI. BIBLIOGRAFÍA Y RECURSOS.....	55

Introducción

Las Matemáticas constituyen un conjunto muy amplio de conocimientos que tienen en común un determinado modo de representar la realidad. Nacen de la necesidad de resolver determinados problemas prácticos y se sustentan por su capacidad para tratar, explicar, predecir, modelizar situaciones reales y dar consistencia y rigor a los conocimientos científicos. Les caracteriza la naturaleza lógico-deductiva de su versión acabada, el tipo de razonamientos que utilizan y la fuerte cohesión interna dentro de cada campo y entre unos campos y otros. Su estructura, por otra parte, lejos de ser rígida, se halla en continua evolución, tanto por la incorporación de nuevos conocimientos como por su constante interrelación con otros campos, muy especialmente en el ámbito de la Ciencia y la Técnica.

Participar en el conocimiento matemático consiste, más que en la posesión de los resultados finales de esta ciencia, en el dominio de su "forma de hacer". La adquisición del conocimiento matemático, de ese "saber hacer matemáticas" para poder valerse de ellas, es un proceso lento, laborioso, cuyo comienzo debe ser una prolongada actividad sobre elementos concretos, con objeto de crear intuiciones que son un paso previo al proceso de formalización. Por ello es indudable que aunque los aspectos conceptuales están presentes en la actividad matemática, no son los únicos elementos que actúan en su desarrollo. A menudo no son más que pretextos para la puesta en práctica de procesos y estrategias y sirven para incitar a la exploración y a la investigación.

En la Educación Secundaria Obligatoria los alumnos se han aproximado a varios campos del conocimiento matemático que ahora están en condiciones de asentar y utilizar. Ésta será la base sobre la que se apoyará el desarrollo de capacidades tan importantes como la de abstracción, la de razonamiento en todas sus vertientes, la de resolución de problemas de cualquier tipo, matemático o no, la de investigación y la de analizar y comprender la realidad. Además, éste será el momento de introducirse en el conocimiento de nuevas herramientas matemáticas, necesarias para el aprendizaje científico que el alumno necesita, en el Bachillerato y para sus posteriores estudios técnicos o científicos.

Las Matemáticas en el Bachillerato desempeñan un triple papel: instrumental, formativo y de fundamentación teórica. En su papel instrumental, proporcionan técnicas y estrategias básicas, tanto para otras materias de estudio cuanto para la actividad profesional. Es preciso, pues, atender a esta dimensión, proporcionando a los alumnos instrumentos matemáticos básicos, a la vez que versátiles y adaptables a diferentes contextos y a necesidades cambiantes. No se trata de que los alumnos posean muchas y muy sofisticadas herramientas, sino las estrictamente necesarias y que las manejen con destreza y oportunamente.

En su papel formativo, las Matemáticas contribuyen a la mejora de estructuras mentales y a la adquisición de aptitudes cuya utilidad y alcance trascienden el ámbito de las propias Matemáticas. En particular, forman al alumno en la resolución de problemas genuinos, es decir, de aquellos en que la dificultad está en encuadrarlos y en establecer una estrategia de resolución adecuada, generando en él actitudes y hábitos de investigación, proporcionándole técnicas útiles para enfrentarse a situaciones nuevas. Pero el aprendizaje de las Matemáticas no debe limitarse a un adiestramiento en la resolución de problemas, por importante que éste sea, debiendo completarse con la formación en aspectos como la búsqueda de la belleza y la armonía, una visión amplia y científica de la realidad, el desarrollo de la creatividad y de otras capacidades personales y sociales.

El conocimiento matemático, en el Bachillerato, debe tener un cierto respaldo teórico. Las definiciones, demostraciones y los encadenamientos conceptuales y lógicos, en tanto que dan validez a las intuiciones y confieren solidez y sentido a las técnicas aplicadas, deben ser introducidos en estas asignaturas. Sin embargo, éste es el primer momento en que el alumno se enfrenta con cierta seriedad a la fundamentación teórica de las Matemáticas, y el aprendizaje, por tanto, debe ser equilibrado y gradual.

Los contenidos incluidos bajo el nombre de "Resolución de problemas", básicamente procedimentales, pretenden desarrollar en el alumno hábitos y actitudes propios del modo de hacer matemático, entendido como un proceso dinámico, mediante la ocupación activa con problemas relacionados con el resto de los contenidos; entendiéndose aquí como problema una situación abierta, susceptible de enfoques variados, que permite formularse preguntas, seleccionar las estrategias heurísticas y tomar las decisiones ejecutivas pertinentes. Estos contenidos han de tener, por consiguiente, un marcado carácter transversal.

El protagonista del proceso de enseñanza y aprendizaje debe ser el alumno, no las Matemáticas ni el profesor. Éstas nunca deben aparecer a los ojos de los alumnos como un edificio acabado, huyendo de una metodología de mera transmisión que condena al alumno a una posición pasiva.

La incorporación generalizada de nuevas tecnologías en la realidad social y productiva introduce, por un lado, nuevos instrumentos y recursos en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas y, al mismo tiempo, crea la necesidad de desarrollar en los alumnos una actitud abierta hacia la utilización de las nuevas tecnologías como herramientas imprescindibles en sus futuras actividades profesionales.

Los avances tecnológicos pueden producir un efecto positivo o negativo sobre la didáctica de las Matemáticas. Pueden perpetuar métodos autoritarios y dirigistas o propiciar una enseñanza abierta que permita a los alumnos tomar

decisiones y desarrollar sus propias capacidades. Una utilización adecuada de ordenadores, calculadoras, transparencias, diapositivas, fotografías, vídeos y otros materiales en el aula puede introducir cambios metodológicos en una línea de investigación e innovación. Pero no sólo eso: la sola existencia de las nuevas tecnologías debe producir una modificación en el currículo, haciendo variar la importancia relativa de determinadas técnicas y conceptos.

Objetivos

El desarrollo de esta materia ha de contribuir a que las alumnas y alumnos adquieran las siguientes capacidades:

1. *Comprender los conceptos, procedimientos y estrategias matemáticas que les permitan desarrollar estudios posteriores más específicos de ciencias o técnicas y adquirir una formación científica general.*
2. *Aplicar sus conocimientos matemáticos a situaciones diversas, utilizándolos en la interpretación de las ciencias, en la actividad tecnológica y en las actividades cotidianas.*
3. *Analizar y valorar la información proveniente de diferentes fuentes, utilizando herramientas matemáticas, para formarse una opinión propia que les permita expresarse críticamente sobre problemas actuales.*
4. *Utilizar, con autonomía y eficacia, las estrategias características de la investigación científica y los procedimientos propios de las Matemáticas (plantear problemas, formular y contrastar hipótesis, planificar, manipular y experimentar) para realizar investigaciones y en general explorar situaciones y fenómenos nuevos.*
5. *Expresarse oral, escrita y gráficamente en situaciones susceptibles de ser tratadas matemáticamente, mediante la adquisición y el manejo de un vocabulario específico de términos y notaciones matemáticos.*
6. *Mostrar actitudes asociadas al trabajo científico y a la investigación matemática, tales como la visión crítica, la necesidad de verificación, la valoración de la precisión, el cuestionamiento de las apreciaciones intuitivas y la apertura a nuevas ideas.*
7. *Utilizar el discurso racional para plantear acertadamente los problemas, justificar procedimientos, adquirir rigor en el pensamiento científico, encadenar coherentemente los argumentos y detectar incorrecciones lógicas.*

8. *Abordar con mentalidad abierta los problemas que la continua evolución científica y tecnológica plantea a la sociedad dominando el lenguaje matemático necesario.*
9. *Apreciar el desarrollo de las Matemáticas como un proceso cambiante y dinámico, íntimamente relacionado con el de otras áreas del saber, mostrando una actitud flexible y abierta ante opiniones de los demás.*

Contenidos

Estadística y probabilidad

La popularización en el mundo laboral de las herramientas informáticas hace posible el tratamiento de grandes cantidades de informaciones y datos. Con estos contenidos se pretende que el alumno profundice en el tratamiento del azar, cada vez más importante en la toma de decisiones en diferentes ramas de la actividad humana.

— *Distribuciones bidimensionales.*

Partiendo de la representación gráfica de nube de puntos, realizar la interpretación de situaciones reales en las que intervengan dos variables y la posible relación entre ellas.

— *Estudio del grado de relación entre dos variables. Correlación y regresión lineal.*

Partiendo de distribuciones bidimensionales en las que se conoce el coeficiente de correlación y el ajuste a una recta, analizar el grado de relación entre las variables.

— *Profundización en el estudio de las probabilidades compuestas, condicionadas, totales y a posteriori.*

— *Introducción a las distribuciones de probabilidad a partir de las distribuciones de frecuencias para variables discretas y continuas.*

Partiendo de las distribuciones de frecuencia se inicia el estudio de una función de probabilidad de variable discreta (distribución binomial) y una de variable continua (distribución normal) para obtener probabilidades de sucesos que se ajusten a estas distribuciones.

— *Distribuciones binomial y normal como herramienta para asignar probabilidades a sucesos. Manejo de tablas.*

— *Aproximación de una distribución binomial mediante la normal. Ajuste de un conjunto de datos a una distribución binomial o normal.*

Geometría

- *Estudio de las razones trigonométricas a partir de la proporcionalidad en un triángulo rectángulo.*
- *Estudio y resolución de problemas geométricos que requieran la resolución de triángulos de cualquier tipo.*
- *Ampliación del concepto de razones trigonométricas. Extensión a cualquier ángulo real.*
- *Iniciación a la geometría plana: Ecuación de la recta. Resolución de problemas de posiciones relativas, distancias y ángulos.*

Estos dos últimos núcleos de contenidos nos permiten enlazar con las funciones a través de la introducción del concepto de función lineal y función trigonométrica.

Funciones

El empleo creciente de calculadoras científicas, así como el desarrollo de programas informáticos, con mayores posibilidades de realización de cálculos complicados, incide en el predominio de la adquisición de los conceptos sobre el dominio de técnicas de cálculo. En este núcleo de contenidos se pretende, por tanto, lograr una aproximación a los conceptos fundamentales del análisis sin que para ello sea imprescindible adquirir unas destrezas en el dominio de algoritmos complejos.

- *Familias habituales de funciones: polinómicas, racionales sencillas, trigonométricas, exponenciales y logarítmicas. Reconocimiento y estudio de sus peculiaridades y de su relación con fenómenos reales.*
- *Interpretación de las propiedades globales de las funciones mediante el análisis de sus dominios, recorridos e intervalos de crecimiento y decrecimiento.*
- *Tratamiento intuitivo y gráfico de ramas infinitas, continuidad, derivabilidad y área bajo una curva. Utilización de estos conceptos en la interpretación de todo tipo de fenómenos con relaciones funcionales.*

Aritmética y Álgebra

Este núcleo de contenidos tiene dos finalidades: por un lado, proporcionar las herramientas numéricas necesarias para abordar los problemas de esta etapa y de otras posteriores; por otro lado, contribuir a la formación de una cultura científica básica.

- *Números factoriales y combinatorios. Binomio de Newton. Utilización de estos instrumentos numéricos y algebraicos como herramientas de cálculo.*

A partir de los números enteros y racionales, la introducción de estos conceptos supone la adquisición de nuevos instrumentos numéricos y algebraicos que se utilizarán como herramientas en el desarrollo de otros temas de ésta y otras áreas.

- *Utilización de la notación científica para expresar cantidades muy pequeñas y muy grandes y para realizar cálculos.*
- *Resolución de ecuaciones y sistemas.*

- *Introducción al número real. Existencia de medidas y de ecuaciones cuyas soluciones no pueden expresarse con números racionales: números irracionales.*
- *Utilización de los números racionales e irracionales mediante estimaciones y aproximaciones, controlando los márgenes de error acordes con las situaciones estudiadas.*
- *Introducción al número complejo. Notación en forma binómica y polar. Operaciones elementales con estos números.*

Partiendo de la existencia de soluciones no reales de ecuaciones, se introduce el concepto de número complejo, la notación en forma binómica y polar y las operaciones elementales con estos números.

Resolución de problemas

- *Selección de estrategias y planificación del trabajo en situaciones de resolución de problemas. Aplicación de recursos técnicos y herramientas matemáticas adecuadas.*

La resolución de problemas constituye uno de los ejes fundamentales del proceso de aprendizaje de las Matemáticas y de la propia estructuración de los contenidos del currículo.

Siempre que sea posible, la aproximación a conceptos nuevos, en todos los contenidos, debe producirse desde una situación de aprendizaje de resolución de problemas amplios, que exigen interpretarlos, encuadrarlos, seleccionar estrategias de resolución, realizar planificaciones de trabajo, aplicar correctamente herramientas matemáticas y recursos técnicos adecuados y dar sentido a la solución obtenida.

Orientaciones didácticas y para la evaluación

Se aprenden Matemáticas "haciendo Matemáticas". Por esto es aconsejable utilizar actividades de grupo que favorezcan la discusión, la confrontación y la reflexión sobre las experiencias matemáticas, y como fuente de experiencias matemáticas utilizar diferentes espacios de actividad de los alumnos y las alumnas, dentro y fuera de lo meramente académico.

La incorporación masiva de las nuevas tecnologías a esferas de actividad cada vez más variadas aconsejan la incorporación de estas tecnologías en las actividades de enseñanza y aprendizaje, no de una manera puntual, sino como una práctica habitual y sistemática y dentro de su propio entorno de aprendizaje.

La informática y los medios audiovisuales (ordenadores, calculadoras, transparencias, diapositivas, fotografías, vídeos y otros materiales) proporcionan nuevos instrumentos y recursos en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas introduciendo los cambios metodológicos necesarios en una línea de investigación e innovación en el aula.

Esta programación está basada en las siguientes teorías generales imprescindibles para analizar los procesos de aprendizaje que se dan en el aula.

De la teoría de Piaget extraemos dos ideas fundamentales:

- El alumno es el motor de su propio aprendizaje.
- El aprendizaje efectivo se consigue a través de la acción.

De la teoría de la asimilación de Ausubel aplicaremos las siguientes ideas fundamentales:

- La existencia de cuatro tipos de aprendizaje en el aula: el aprendizaje receptivo, el memorístico, el significativo y el aprendizaje por descubrimiento.
- El aprendizaje significativo tiene lugar cuando las ideas son relacionadas de manera no arbitraria con algún aspecto de la estructura de conocimientos del que aprende.

Fundamentación teórica

- El aprendizaje es memorístico si el alumno crea relaciones arbitrarias entre el nuevo material y las ideas existentes en su estructura cognoscitiva o lo memoriza sin conectar.
- No siempre el aprendizaje por descubrimiento es significativo, y de hecho hay aprendizaje receptivo que es significativo.

Para lograr un aprendizaje significativo es necesario, en principio, una significación potencial de los nuevos contenidos, permitiendo que pueda ser relacionado de forma no arbitraria; en segundo lugar, disponer de las ideas pertinentes en la estructura cognoscitiva del que aprende y, por último, la voluntad o disposición para el aprendizaje significativo por parte del que aprende.

El aprendizaje significativo se facilita cuando en primer lugar se introducen ideas muy generales o conceptos poco diferenciados, o bien se aprovechan los que ya posee el alumno, y posteriormente, mediante el aprendizaje por inclusión, se modifican y adquieren nuevos significados por diferenciación progresiva introduciendo nuevos atributos que lo hagan más preciso.

Para el diseño de materiales de enseñanza es preciso tener en cuenta las siguientes condiciones:

- Deben estimular la enseñanza activa, reflexiva y analítica, reformulando el alumno con su propio vocabulario las nuevas ideas, sus experiencias y su estructura de ideas.
- Los contenidos deben seleccionarse y ordenarse en torno de las ideas más amplias e integradoras y organizarse de acuerdo con los principios de *diferenciación progresiva y reconciliación integradora*. Por tanto, deben buscarse las relaciones entre los diferentes conceptos.
- Emplear los organizadores apropiados, lo que exige un conocimiento previo de las ideas que ya posee la persona que aprende.

Diferencias con respecto a la etapa anterior

A lo largo de la Educación Secundaria Obligatoria los alumnos han seguido un proceso de construcción del conocimiento matemático basado en la aproximación de forma intuitiva y práctica a contenidos matemáticos conceptuales y procedimentales fundamentales, accediendo al mismo tiempo a niveles intermedios de abstracción, simbolismo y formalización, según se recoge en el Decreto de Currículo de la Educación Secundaria Obligatoria.

En esta etapa se introducen nuevos conceptos y se modifican las estructuras conceptuales; se profundiza en el tratamiento de procedimientos de la etapa anterior, ajustándolos a la evolución intelectual y cognitiva del alumno; se utilizan algoritmos y técnicas de mayor complejidad, y se propicia el desarrollo de destrezas matemáticas más sofisticadas y ajustadas al mayor margen de autonomía del alumno en el diseño de su itinerario formativo y en la aplicación de sus propias estrategias de aprendizaje.

El desarrollo de las capacidades cognitivas generales del alumno posibilita la puesta en práctica de razonamientos de tipo formal más complejos y la utilización de lenguajes simbólicos más completos. En esta etapa el alumno debe desarrollar la capacidad de realizar inferencias y de abstraer relaciones formales,

a partir de operaciones aplicadas a representaciones simbólicas basadas en modelos matemáticos de complejidad creciente.

Esto no implica un tratamiento de los contenidos ajeno a la realidad inmediata y cotidiana del alumno, sino que se debe propiciar que el alumno, a partir del estudio de situaciones problemáticas abiertas del mundo físico y social de su entorno, sea capaz de formular conjeturas, plantear y contrastar hipótesis, construir modelos abstractos y dominar un lenguaje simbólico y formal como mecanismo para la introducción al razonamiento hipotético deductivo y a un nivel de formalización suficiente para abordar estudios o actividades productivas posteriores.

Los contenidos en esta etapa están organizados contemplando una doble funcionalidad: por un lado, han de servir para proporcionar al alumno los conocimientos y herramientas matemáticas imprescindibles para la continuación de estudios posteriores, pero, por otra parte, han de proporcionar al alumno los conocimientos necesarios para desenvolverse eficazmente en una sociedad en continua evolución tecnológica, que demanda y utiliza, de manera creciente, conceptos y procedimientos matemáticos en áreas de la actividad humana cada vez más diversas y variadas.

Por último, en esta etapa, las Matemáticas han de contribuir a la adquisición de nuevas actitudes y al desarrollo de las adquiridas en la etapa anterior, como la curiosidad ante situaciones nuevas, el interés por investigar a fondo una situación, la actitud crítica ante informaciones y apreciaciones intuitivas, la mentalidad abierta y receptiva a las ideas de los demás, confianza en las propias capacidades para abordar situaciones nuevas y madurez y reflexión ante la toma de decisiones.

En la actualidad la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas tienen una triple finalidad: formativa, utilitaria y preparatoria para posteriores estudios.

Las Matemáticas sirven para desarrollar capacidades, que, por un lado, contribuyen al desarrollo de la persona y, por otro, tienen una incidencia relevante en la comprensión e interpretación del mundo de la tecnología, las ciencias y el trabajo.

Es en su vertiente utilitaria donde más claramente se puede observar su relación con otras asignaturas de estas modalidades, pues van a servir como herramienta y apoyo teórico al desarrollo de la Física, la Química, las Ciencias Naturales y al estudio de las distintas tecnologías.

Relaciones con otras asignaturas

A lo largo de estas modalidades, los conocimientos matemáticos han de contemplar, además de conceptos y técnicas, una organización general que incluya estructuras conceptuales propias de las Matemáticas, estrategias generales, procesos, apreciaciones, habilidades y destrezas, y que determine el lugar de los conceptos y técnicas en el desarrollo global del aprendizaje.

Contenidos específicos

Las estructuras conceptuales resultan básicas para hacer Matemáticas de forma significativa. Las Matemáticas sólo tendrán sentido para los alumnos si éstos llegan a asimilar sus conceptos y a entender sus significados e interpretaciones.

La resolución de problemas de carácter abierto y general proporcionará al alumno instrumentos para enfrentarse, no sólo con situaciones matemáticas, sino también en los ámbitos más variados de otras ciencias y de la realidad, a la que el alumno deberá enfrentarse como ciudadano en una sociedad en continua evolución y con constantes cambios tecnológicos.

La posibilidad de contar con poderosas herramientas de tratamiento numérico y de información hace que el esfuerzo de aprendizaje se desplace de la adquisición de técnicas y algoritmos de cálculo a la comprensión significativa y aplicación práctica de los conceptos matemáticos.

Los contenidos de *Estadística y probabilidad* constituyen una herramienta eficaz para abordar múltiples problemas prácticos de numerosas ciencias (Biología, Medicina, etc.) ante los que hay que tomar decisiones basadas en el análisis de grandes cantidades de datos numéricos.

Un enfoque geométrico de la *Trigonometría* es una potente herramienta para la resolución de múltiples problemas prácticos y cotidianos de la vida real. El estudio análítico de la *Geometría del plano* debe desarrollarse de forma creativa e imaginativa, superando la presentación clásica de forma algebraica, teniendo en cuenta que un estudio exclusivo de las ecuaciones de la recta en el plano da soluciones a muy pocos problemas próximos al entorno cognitivo real del alumno.

Funciones y Aritmética y álgebra constituyen dos herramientas imprescindibles para el desarrollo de estudios posteriores.

Actividades adecuadas

El aprendizaje efectivo se consigue a través de la acción. El alumno debe ser el motor de su propio aprendizaje. Por tanto, hay que huir de una concepción de las Matemáticas como un cuerpo de conocimientos acabado y de una metodología de mera transmisión que condena al alumno a una posición pasiva.

La resolución de problemas constituye uno de los ejes fundamentales del proceso de aprendizaje de las Matemáticas y de la propia estructuración de los contenidos del currículo.

Siempre que sea posible, la aproximación a conceptos nuevos, en todos los contenidos, debe producirse desde una situación de aprendizaje de resolución de problemas amplios, que exigen interpretarlos, encuadrarlos, seleccionar estrategias de resolución, realizar planificaciones de trabajo, aplicar correctamente herramientas matemáticas y recursos técnicos adecuados y dar sentido a la solución obtenida.

Coeducación: acción compensatoria

La discriminación que experimenta la alumna fuera del aula de Matemáticas puede ser contrarrestada dentro de ésta. Se debe tener en cuenta que la situación de partida es desigual: desarrollar mecanismos equilibradores y evitar el refuerzo de los roles.

Para que el centro escolar intervenga como instancia compensadora que estimule la autoestima de las alumnas en el aprendizaje de las Matemáticas se debe generar una mayor confianza en las capacidades y aptitudes de las chicas y un mayor respeto a sus actuaciones.

Por esto incluimos una serie de propuestas para eliminar el desequilibrio social y emprender una acción compensatoria:

1. Aproximar las Matemáticas a la vida real de las alumnas.

Buscar ejemplos o modelos que resulten interesantes para ellas.

2. Promover la cooperación en clase.

Enseñar a trabajar en equipos mixtos, evitando marginaciones por razón de sexo.

3. Eliminar las diferencias psicológicas.

Se debe reducir la ansiedad, en clase de Matemáticas, de las alumnas y aumentar su autoconfianza. La ansiedad es un factor de inhibición del aprendizaje, y no la propia Matemática. Muchas chicas piensan que tener éxito en Matemáticas es opuesto a femineidad.

4. Dar a conocer la contribución de la mujer en la historia de las Matemáticas.

En general, se ignora la contribución de la mujer al desarrollo de las Matemáticas a lo largo de la Historia. Según encuestas, las alumnas desconocen la existencia de mujeres que hayan contribuido al desarrollo de las Matemáticas. Los alumnos y alumnas tienen el convencimiento de que no ha habido mujeres que hayan sido o sean buenas investigadoras en Matemáticas. Es importante informar al profesorado de la contribución de las mujeres a su desarrollo, cuestión prácticamente desconocida por casi todos. Así éstos podrán, al hacer una introducción histórica de cada tema, hablar de las mujeres matemáticas.

5. La clase de Matemáticas debe ser un “lugar de pensamiento”.

El aprendizaje de las Matemáticas tiene lugar en un ambiente que influye en dicho aprendizaje. Convertir el aula en un lugar donde alumnos y alumnas tengan tiempo para reflexionar, abstraer y llevar a cabo un trabajo intelectual. Esto es conveniente para todos, pero beneficia al proyecto sin discriminación a la mujer en el sentido de que la alumna tiene menos oportunidades en la vida cotidiana para dedicarse a pensar. Al ser más capaces de pensar y de abstraer, aprenderán Matemáticas. Es preciso hacer Matemáticas en la clase de Matemáticas y proporcionar a nuestras alumnas y alumnos ocasiones de desarrollar su razón. Es tarea del profesor estimular la curiosidad intelectual, el deseo de saber y descubrir por sí mismos.

6. Discutir el lugar que ocupa el entrenamiento matemático en la actividad profesional.

Las Matemáticas son útiles en muchas profesiones. El alumno varón puede estar, *a priori*, más motivado, ya que el hombre para el desempeño de algunas profesiones ha necesitado saber Matemáticas, profesiones de las que la mujer ha estado tradicionalmente apartada. La incorporación de las mujeres al desempeño de nuevos papeles en la sociedad impone la conveniencia de estimular la apreciación de las alumnas respecto a la necesidad y a la utilidad de la matemática para múltiples profesiones. Se debe hacer hincapié en el aula en lo fundamental del entrenamiento matemático para ser un miembro activo de la sociedad actual.

7. Abstracción del concepto de espacio y su geometría.

A la chica se le pide más que colabore en las tareas domésticas, mientras el chico tiene más tiempo para correr, caminar, jugar y observar lo que le rodea. Por esto el concepto de realidad y el desarrollo de la visión espacial que poseen los alumnos y las alumnas no suelen ser los mismos. Las diferencias en la concepción del espacio son debidas a diferencias previas en la actividad física, por lo que proponemos, al aprender geometría, utilizar todo tipo de materiales, además de dejar tiempo en la clase para trabajar en geometría; no pensar que pueden aprenderlo en casa. Resolver problemas geométricos, siempre que sea posible, dentro de otros temas de las Matemáticas, y resolverlos en clase, trabajando en grupos y dejando el tiempo necesario para ello.

Papel del profesor y el alumno

El factor determinante en el proceso de enseñanza y aprendizaje debe ser el alumno, no el profesor ni los propios contenidos matemáticos. Por esto es necesario replantearse cuál es el papel del alumno y del profesor en este proceso.

La enseñanza de las Matemáticas en estas modalidades debe producirse en un marco de investigación de situaciones problemáticas. En este contexto el papel del profesor cobra nueva relevancia.

La planificación y la organización de las actividades de los alumnos tienen una especial significación en su tarea docente, por encima de la mera transmisión de contenidos. El profesor debe huir de la tentación de secuestrar la investigación al alumno, adelantando resultados, marcando de manera rígida las líneas de avance, actuando de único juez de los resultados.

El profesor debe actuar como elemento dinamizador y catalizador de las ideas, descubrimientos y vías de avance de los alumnos, actuando más como formulador de preguntas que como expendedor de respuestas. Es preciso estimular al alumno en su investigación con sugerencias concretas cuando éstas sean necesarias, sin olvidar que es el alumno el que debe encontrar sus propios resultados.

Orientaciones para la evaluación

Se deben tener en cuenta cuatro preguntas básicas: ¿para qué evaluar?, ¿cómo evaluar?, ¿qué evaluar? y, por último, ¿cuándo evaluar?

¿Para qué evaluar?

La evaluación ha de servir de base para identificar la evolución de los alumnos, para orientar acerca de sus líneas de avance y, al mismo tiempo, para introducir modificaciones en la planificación del proceso.

Uno de los objetivos de la evaluación es ayudar al profesor a comprender mejor lo que los alumnos conocen y, teniendo esto en cuenta, tomar decisiones docentes significativas. Es preciso, por tanto, plantear la manera en que se controla el avance en la consecución de los objetivos de los alumnos y los métodos que se emplean para ello.

El aprendizaje de las Matemáticas es un proceso acumulativo que va incrementando y modificando las estructuras conceptuales de los alumnos. Lo que se pretende con la evaluación es conseguir una imagen válida y fiable, en cada momento, de la adquisición y la modificación de las estructuras conceptuales y de las destrezas procedimentales de los alumnos.

¿Cómo evaluar?

Los instrumentos de evaluación deben reflejar, por un lado, el alcance del programa docente y propiciar que los alumnos resuelvan problemas, razonen y se comuniquen. Por otro lado, dichos instrumentos deben capacitar al profesor para entender la forma en que los alumnos perciben las ideas y los procesos matemáticos y su capacidad de funcionamiento en un contexto matemático. También deben contribuir a que el profesor pueda identificar aspectos concretos del proceso de enseñanza y aprendizaje que resulten problemáticos con objeto de mejorarlo. No son suficientes, por tanto, los instrumentos de examen que sólo requieran la identificación de respuestas correctas sin relación entre sí.

Los mecanismos de evaluación han de ser diversos, ya que distintos tipos de contenidos necesitan diferentes métodos de evaluación. Todos los métodos de evaluación deben hacer uso de múltiples técnicas que estén en consonancia con el currículo y tengan en cuenta el propósito final de la evaluación.

Cuando se valora un proceso y se evalúa a los alumnos, debe acumularse la información que se recoja para darle sentido a lo que se ha observado o medido. La mera asignación de un número al examen escrito no puede dar una imagen completa de los conocimientos de los alumnos.

Para que la evaluación mantenga la coherencia adecuada, el conjunto de tareas del proceso de evaluación debe reflejar las metas, objetivos y amplitud de temas que se especifican en el currículo. Los mecanismos de evaluación han de ser coherentes con los métodos de docencia.

Uno de los instrumentos de evaluación, especialmente significativo, es la apreciación del profesor acerca del progreso de los alumnos, lo que convierte a la evaluación en un proceso cotidiano, continuo y dinámico.

Una evaluación de la actitud matemática de los alumnos requiere información acerca de sus ideas y acciones en una gran variedad de situaciones por medio de la observación directa de los alumnos, mientras participan en discusiones de clase, tratan de resolver problemas o trabajan en tareas diversas por separado o en grupo. Este tipo de observaciones debe reflejarse de manera clara y sistemática durante la clase o inmediatamente después, siendo interesante la elaboración de fichas que recojan algunos de los indicadores siguientes: iniciativa e interés por el trabajo, participación, capacidad de trabajo en equipo, hábitos de trabajo, destrezas, comunicación con los compañeros, etc.

También ofrecen una valiosa información sobre su actitud matemática los trabajos escritos, las investigaciones y trabajos a largo plazo, tareas para realizar fuera del aula, las exposiciones orales...

Es importante desarrollar en el alumno la actitud crítica sobre su propio trabajo y el de sus compañeros. En este sentido, es conveniente incorporar al proceso de evaluación del aprendizaje la opinión del sujeto activo del mismo, mediante técnicas de autoevaluación.

Los objetivos de esta autoevaluación son:

- Contrastar las opiniones del alumno y las del profesor a lo largo del proceso de evaluación.
- Implicar al alumno en todas las fases del desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje.
- Enjuiciar críticamente el trabajo propio, la planificación de las actividades y el material utilizado.

¿Qué evaluar?

No son sólo los alumnos el objeto de la evaluación: también el proceso debe ser evaluado.

En cuanto al grado de adquisición de los contenidos por parte de los alumnos, debemos tener en cuenta que no todos los contenidos desarrollados a lo largo de un programa son del mismo tipo.

Los métodos de evaluación deben centrarse en la capacidad de los alumnos para discriminar entre los atributos relevantes e irrelevantes de un concepto, a la hora de seleccionar modelos válidos y no válidos, de representar conceptos de diversas maneras y de reconocer sus distintos significados, lo que excluye una mera memorización de definiciones y el simple reconocimiento de ejemplos comunes.

La adquisición de los conceptos matemáticos es un proceso dinámico en el tiempo, no estático y cerrado. Por tanto, los aspectos de las estructuras conceptuales que se deben evaluar han de ser seleccionados de acuerdo con la evolución intelectual del alumno. La evaluación de las estructuras conceptuales de los alumnos debe contemplar este aspecto.

La evaluación del conocimiento procedimental no debe limitarse a una valoración de la soltura con que los alumnos ejecuten procedimientos; además, deben saber cuándo y cómo aplicarlos, por qué funcionan y cómo validar las respuestas que ofrecen, así como entender los conceptos sobre los que se apoyan y la lógica que los sustenta. El conocimiento procedimental está íntimamente entrelazado con el conocimiento conceptual.

El aprendizaje de las Matemáticas también implica desarrollar actitudes como la tendencia a pensar y actuar de forma positiva, valorando las Matemáticas como una herramienta potente para analizar y transformar la realidad. La evaluación del conocimiento matemático incluye una valoración de estos indicadores y del reconocimiento que haga el alumno del papel y el valor de las Matemáticas. La evaluación de la actitud de los alumnos ofrece información sobre los cambios que es preciso introducir en el desarrollo de las actividades y en el entorno de trabajo.

¿Cuándo evaluar?

Hay que entender la evaluación como un proceso enmarcado dentro del propio proceso de enseñanza y aprendizaje, en el que cabe distinguir tres fases:

- Una primera de carácter inicial, que sirva para conocer el nivel de los alumnos y que posibilite la modificación de la planificación inicial.

- Una segunda fase, de evaluación de la forma y grado de adquisición de contenidos por parte de los alumnos y del desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje, de carácter regulador y orientador del propio proceso y que permita posibles modificaciones en el desarrollo de lo planificado.
- Una fase final, que sirva de análisis de la consecución de objetivos por los alumnos, del proceso de enseñanza y aprendizaje y del de evaluación. Esta fase debe servir para posibles modificaciones de la planificación del año siguiente, además de servir de base para la evaluación inicial de estos alumnos en su próximo curso académico.

Criterios de evaluación

1. *Interpretar probabilidades y asignarlas a sucesos correspondientes a fenómenos aleatorios simples y compuestos utilizando técnicas de conteo directo, recursos combinatorios y las propiedades elementales de la probabilidad de sucesos.*

Este criterio persigue evaluar la capacidad para tomar decisiones ante situaciones que exijan un estudio probabilístico de varias alternativas no discernibles a priori, enmarcados en un contexto de investigación o de juego.

2. *Tomar decisiones ante situaciones que se ajusten a una distribución de probabilidad binomial o normal, estudiando las probabilidades de uno o varios sucesos.*

En este criterio se pretende que, mediante el uso de las tablas de las distribuciones normal y binomial, los alumnos sean capaces de determinar la probabilidad de un suceso, analizar una situación y decidir la opción más conveniente.

3. *Utilizar el coeficiente de correlación y la recta de regresión para valorar e interpretar el grado y carácter de la relación entre dos variables en situaciones reales definidas mediante una distribución bidimensional.*

Se pretende evaluar la capacidad del alumno para interpretar la relación entre dos variables, siendo secundaria la destreza en la obtención del coeficiente de correlación y la recta de regresión.

4. *Transcribir una situación real problemática a una esquematización geométrica y aplicar las diferentes técnicas de medida de ángulos y longitudes y de resolución de triángulos para encontrar las posibles soluciones, valorándolas e interpretándolas en su contexto real.*

Con este criterio se pretende evaluar la capacidad del alumno de seleccionar y utilizar las herramientas trigonométricas adecuadas para dar solución a problemas prácticos de medidas que exijan la utilización de los métodos trigonométricos de resolución de triángulos.

5. Reconocer las familias de funciones elementales (polinómicas, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas), relacionar sus gráficas y fórmulas algebraicas con fenómenos que se ajusten a ellas y valorar la importancia de la selección de los ejes, unidades, dominio y escalas.

Se pretende evaluar la capacidad del alumno para interpretar cuantitativa y cualitativamente situaciones expresadas mediante relaciones funcionales que se presenten en forma de gráficas o expresiones algebraicas.

6. Interpretar informaciones y elaborar informes sobre situaciones reales, susceptibles de ser presentadas en forma de gráficas, que exijan tener en cuenta intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos, tendencias de evolución y continuidad.

Se pretende que el alumno sepa extraer conclusiones a partir de un estudio local de las funciones, resolviendo mediante el estudio directo de la función y su gráfica, sin necesidad de un aparato analítico complicado, problemas de optimización, de tendencia y de evolución de una situación.

7. Utilizar los números racionales e irracionales, seleccionando la notación más conveniente en cada situación, para presentar e intercambiar información, resolver problemas e interpretar y modelizar situaciones extraídas de la realidad social y de la naturaleza.

Se pretende comprobar las destrezas adquiridas por el alumno en la utilización de los números reales y en la elección de la notación más conveniente en cada caso, seleccionando las aproximaciones y determinando las cotas de error acordes con las situaciones estudiadas y utilizando la notación científica para la presentación de los números muy grandes o muy pequeños.

8. Utilizar las operaciones con distintos tipos de números para afrontar ecuaciones con soluciones de diferentes campos numéricos y resolver problemas surgidos de ellas, eligiendo la forma de cálculo apropiada e interpretando los resultados obtenidos.

Este criterio evalúa las destrezas de los alumnos en la utilización de los distintos tipos de números como instrumento para interpretar las soluciones de ecuaciones a las que es necesario dotar de un significado.

9. Organizar y codificar informaciones, seleccionar estrategias, comparándolas y valorándolas, para enfrentarse a situaciones nuevas con eficacia, y utilizar las herramientas matemáticas adquiridas.

Se pretende que el alumno utilice la modelización de situaciones, la reflexión lógico-deductiva, los modos de argumentación propios de las matemáticas y las destrezas matemáticas adquiridas para realizar investigaciones enfrentándose con situaciones nuevas.

Programación

Esquema general

Introducción: Relación de los contenidos con los objetivos generales.

Secuencia: Unidades didácticas.

Desarrollo de las Unidades didácticas:

- Objetivos.
- Contenidos.
- Actividades.

Justificación

La resolución de problemas de carácter general y abierto que exigen ser encuadrados e interpretados, seleccionar estrategias de resolución y planificación de tareas y dotar de significado concreto a las soluciones constituye la línea fundamental de avance en la adquisición de los distintos conocimientos matemáticos en esta programación, por lo que pretendemos que sea el hilo conductor en el desarrollo de todos los núcleos temáticos. Esto proporciona a la resolución de problemas un carácter transversal a lo largo de todo el curso. El núcleo transversal de resolución de problemas comienza al principio del curso y no termina hasta el final del mismo.

La secuencia de los contenidos en los otros núcleos no pretende ser un modelo rígido y cerrado, y responde a un intento de conectar los nuevos conocimientos con los adquiridos en la etapa anterior de manera gradual, evitando al alumno saltos bruscos en la construcción de estructuras conceptuales.

Otras programaciones alternativas podrían fundamentarse en la introducción de conceptos y procedimientos incluidos en los distintos núcleos de contenidos

mediante uno o varios centros de interés que vertebran la incorporación de los conocimientos, técnicas y herramientas matemáticas contenidos en la programación. Esta programación respondería a unos criterios no lineales en el desarrollo de los núcleos y a una secuencia en espiral en la que los conceptos y herramientas de cualquier núcleo temático se introducen en el momento en que la investigación lo requiere para seguir avanzando.

De cualquier manera, ninguna programación puede hacerse al margen de las consideraciones impuestas por las condiciones del entorno académico, social y geográfico de los alumnos y de las experiencias y posibilidades del propio profesor.

Estadística y probabilidad

Introducción

Con este núcleo temático se pretende que el alumno profundice en el tratamiento del azar, cada vez más importante en la toma de decisiones en diferentes ramas de la actividad humana y se van a desarrollar las capacidades enunciadas en los objetivos generales; en concreto: se van a introducir conceptos, utilizar procedimientos y estrategias matemáticas, aplicándolos a situaciones diversas, desarrollando la capacidad de expresión oral, escrita y gráfica en situaciones susceptibles de ser tratadas estadísticamente, mediante la adquisición y el manejo de un vocabulario específico.

Un objetivo fundamental es que el alumno sea capaz de analizar y valorar críticamente la información proveniente de diferentes fuentes para formarse una opinión propia sobre los problemas actuales.

Las nociones de Estadística y la Probabilidad dotarán al alumno de los instrumentos para el desarrollo de estudios posteriores y para abordar los problemas que la continua evolución científica y tecnológica plantea a la sociedad.

Secuencia: Unidades didácticas

Unidad 1:

Distribuciones bidimensionales. Correlación y regresión.

Tiempo: dos semanas.

Unidad 2:

Probabilidad. Probabilidades compuestas, condicionadas, totales y a *posteriori*.

Tiempo: tres semanas.

Unidad 3:

Distribuciones de probabilidad. Distribuciones binomial y normal.

Tiempo: tres semanas.

Desarrollo de las Unidades Didácticas

UNIDAD 1:

Distribuciones bidimensionales. Correlación y regresión.

Objetivos

En esta unidad se pretende que el alumno o la alumna sea capaz de:

- Representar e interpretar un conjunto de valores de dos variables mediante una nube de puntos.
- Identificar un conjunto de valores de dos variables dados en forma de tabla o de nube de puntos como una distribución bidimensional.
- Interpretar la relación entre las dos variables a partir del análisis de la nube de puntos, determinando de forma intuitiva si es positiva o negativa, si es funcional o no y, en este caso, si se aproxima a una recta.
- Analizar el grado de relación entre las dos variables, dado el coeficiente de correlación.
- Encontrar una recta que se ajuste a la nube de puntos.

Contenidos

Hechos, conceptos y principios

- Tabla numérica de dos variables, nube de puntos.
- Distribuciones bidimensionales. Dominios, recorridos y escalas.
- Relación entre las variables. Coeficiente de correlación.

Procedimientos

- Interpretación de una serie de datos numéricos mediante una tabla numérica de dos variables y/o una nube de puntos.
- Obtención de datos numéricos sobre una situación, consultando diversas fuentes.
- Traducción del lenguaje numérico al gráfico, pasando de tablas de dos variables a nube de puntos y viceversa.
- Utilización de métodos gráficos para determinar la relación entre las variables y su ajuste a una recta.
- Aplicación del coeficiente de correlación para estimar el grado de relación entre las variables.

Actitudes

- Valoración de la Estadística como instrumento útil para describir y estudiar la realidad.
- Creación y desarrollo de hábitos de investigación sistemáticos.
- Disposición a realizar abstracciones partiendo de situaciones concretas.

- Actitud crítica ante las informaciones presentadas en forma de datos estadísticos.
- Tendencia a consultar varias fuentes de información ante una situación dada.

Actividades

Se plantea a los alumnos una investigación sobre una situación de su entorno cotidiano como por ejemplo:

- ¿Tiene relación la estatura de los propios alumnos de la clase y el porcentaje de aciertos en lanzamientos a diferentes distancias a canasta en baloncesto? Con lo que se obtienen varios conjuntos de datos (aciertos de tiros libres, canastas de tres puntos, etc.).
- ¿Depende la nota de Matemáticas de las horas semanales ante la televisión?, ¿Existe relación entre la nota de Educación Física con el tiempo que tarda en llegar al centro?

El alumno debe planificar la obtención de los datos, representarlos en forma de tablas y traducirlos a nubes de puntos.

Ante la comparación de las varias nubes de puntos así obtenidas, el alumno debe hacer una primera interpretación intuitiva de la relación entre las variables en cada caso.

El profesor introduce el concepto de correlación y el coeficiente de correlación como medida del grado de relación lineal entre las variables.

Ante varias nubes de puntos y varias situaciones, al margen de la investigación inicial, los alumnos deben asociarlas.

Entre varias nubes de puntos y/o situaciones y varios coeficientes de correlación el alumno debe asignarlos correctamente. Interpretar el significado de los distintos valores y signos del coeficiente de correlación y descubrir el tipo de relación entre las variables ante situaciones concretas.

Buscar mediante métodos gráficos rectas que se ajusten a una distribución bidimensional.

Al final de la unidad el alumno debe aplicar las herramientas adquiridas a la investigación planteada al principio de la unidad.

UNIDAD 2:

Probabilidad. Probabilidades compuestas, condicionadas, totales y a posteriori.

Objetivos

- Distinguir cuándo los sucesos elementales son equiprobables.
- Asignar probabilidades a sucesos compuestos, distinguiendo previamente si pueden utilizar la probabilidad *a priori* o *a posteriori*.
- Adquirir el concepto de probabilidad condicionada.
- Asignar probabilidades a sucesos condicionados.

- Tomar decisiones fundamentadas en distintas situaciones utilizando el cálculo de probabilidades.

Contenidos

Hechos, conceptos y principios

- Sucesos aleatorios. Sucesos elementales y sucesos compuestos.
- Probabilidad *a priori* y *a posteriori*.
- Probabilidad condicionada.

Procedimientos

- Distinción entre sucesos aleatorios y deterministas.
- Aplicación de distintas técnicas para el cálculo de probabilidades.
- Formulación y validación de conjeturas sobre fenómenos aleatorios.
- Utilización de programas informáticos de simulación para estudiar fenómenos complejos.
- Aplicación del cálculo de probabilidades a juegos de azar.
- Utilización del cálculo de probabilidades para tomar decisiones.

Actitudes

- Valoración de la probabilidad para valorar expectativas y tomar decisiones.
- Disposición a investigar el papel del azar en las situaciones cotidianas.
- Sentido crítico y cautela ante las aparentes soluciones intuitivas.

Actividades

Se parte de la investigación sobre un fenómeno o situación en la que el azar juegue un papel no evidente. Por ejemplo:

En una ciudad se ha realizado una encuesta sobre la conveniencia de prohibir el tráfico en el centro urbano.

Se obtienen así una serie de datos de respuestas afirmativas y negativas, además de otros sobre edad, sexo, partido al que votó en las últimas elecciones, nivel de estudios, profesión, etc.

Con estos datos de una muestra se plantea realizar un estudio probabilístico sobre toda la población:

- Probabilidad de encontrar una persona que esté a favor de prohibir el tráfico.
- Probabilidad de obtener una respuesta negativa al preguntar a una mujer, a un parado, a un ejecutivo, a un joven, etc.
- Probabilidad de que al elegir una encuesta sea de una mujer con estudios superiores.
- Probabilidad de que al elegir una encuesta afirmativa sea de un votante del partido Z.

A lo largo de este estudio el alumno tiene que encontrar las diferencias entre los distintos tipos de probabilidad, así como aplicar los mecanismos para calcularlas.

Al mismo tiempo se investigará sobre la dependencia o independencia de varios supuestos.

Con los resultados obtenidos en este estudio y con otros datos hipotéticos sobre mantenimiento de la intención de voto, trasvase de votos de un partido a otro, resultados de las últimas elecciones y otros datos de interés se pide a los alumnos diseñar una estrategia electoral basada en la respuesta que los distintos partidos deben ofrecer a esta cuestión.

Otras opciones de enfoque de esta unidad pueden ser trabajar sobre estudios monográficos del tipo: máquina tragaperras, loto, descodificación de mensajes, quinielas, etc.

Cualquiera que sea la investigación propuesta es interesante utilizar las posibilidades que ofrecen los medios informáticos mediante el uso de simulación de situaciones complejas y para la obtención y el tratamiento de gran número de datos. Se tendrá que aplicar el cálculo de probabilidades y tomar decisiones vinculadas a la investigación.

UNIDAD 3:

Distribuciones de probabilidad. Distribuciones binomial y normal.

Objetivos

- Conocer las características que definen una distribución de probabilidad.
- Asignar probabilidades de sucesos mediante una distribución de probabilidad sencilla.
- Interpretar el significado de la esperanza matemática y de la varianza.
- Distinguir cuándo una distribución de probabilidad es binomial o normal.
- Conocer el significado de sus parámetros.
- Asignar probabilidades de sucesos mediante distribuciones binomiales y normales.
- Realizar inferencias a partir de un conjunto de datos estadísticos utilizando una distribución binomial o normal y validar los resultados.
- Normalizar una distribución binomial.

Contenidos

Hechos, conceptos y principios

- Distribuciones de probabilidad.
- Parámetros: esperanza matemática y varianza.
- Probabilidad como área bajo la curva de una función de densidad.
- Distribución binomial.
- Distribución normal.

Procedimientos

- Interpretación de los parámetros (n , p , q) en una distribución binomial.
- Cálculo de probabilidades mediante una distribución binomial.
- Interpretación de los parámetros (μ , σ) en una distribución normal.
- Ajuste de una distribución binomial a una normal.
- Tipificación de una distribución normal y utilización de las tablas de la normal para calcular probabilidades.
- Cálculo de los parámetros de una distribución binomial o normal a partir de los de una distribución de frecuencias.
- Utilización de la binomial o la normal para inferir datos en una distribución de frecuencias.

Actitudes

- Cautela y sentido crítico ante las aparentes soluciones intuitivas.
- Apreciar la importancia del tratamiento matemático del azar para tomar decisiones fundadas ante problemas cotidianos.

Actividades

Se presenta una situación de la que se tienen datos estadísticos y en la que hay que tomar una decisión como por ejemplo:

Una empresa mediana se plantea la necesidad de construir un aparcamiento para los trabajadores. Se ha hecho un estudio del número de trabajadores que acuden en coche. La empresa, teniendo en cuenta el precio del terreno, el absentismo laboral y la intención de primar la puntualidad de sus empleados, pretende garantizar una plaza para al menos las tres cuartas partes de éstos.

A partir de esta situación o de otras similares hay que construir una distribución de probabilidad, identificar e interpretar sus parámetros, calcular probabilidades utilizando la distribución binomial. En el caso de que el número de empleados sea muy grande tendrá que ajustar estos datos a una distribución normal, tipificarla y aplicar las tablas de la normal para realizar estos cálculos.

En ambos casos tendrá que inferir los resultados para tomar la decisión más conveniente.

Introducción

Se aborda la Trigonometría como herramienta básica para la Física, la Tecnología y las propias Matemáticas. El alumno ha de conocer y manejar con destreza las razones trigonométricas y sus aplicaciones inmediatas como la resolución de triángulos.

El enfoque de este núcleo es fundamentalmente geométrico, ya que se inicia con proporciones de segmentos y medidas de ángulos, utilizando instrumentos

Geometría

clásicos como regla, compás y transportador de ángulos junto a otros como tramas de cuadrícula, de puntos, triangulares, varillas de mecano, acetatos, etc. Asimismo se propiciará la confección y utilización de instrumentos de medida de ángulos (teodolitos).

Se aplicarán los conceptos relacionados con las razones trigonométricas a problemas tanto geométricos en el plano y en el espacio (cálculo de alturas y distancias inaccesibles, relaciones entre las dimensiones de pirámides, prismas, etc.) como extraídos de la Física (planos inclinados, fuerzas, movimientos, etc.) y de otras ciencias (interpretación de mapas topográficos, navegación, etc.).

Se amplían los conceptos de razones de ángulos a los de una circunferencia utilizando coordenadas cartesianas y polares y posteriormente se introduce el carácter funcional del seno, coseno y tangente ampliando su dominio a la recta real. Esto permite enlazar este núcleo con el de funciones de manera natural.

El estudio de la Geometría es fundamental y no debe olvidarse a lo largo del resto de los núcleos de contenidos. Siempre que sea posible es conveniente dotar de un contenido geométrico a los problemas y dedicar en el aula el tiempo necesario para resolverlos, ya que si esto es importante para todos, no hay que olvidar lo remarcado en el del epígrafe “Coeducación: acción compensatoria”.

Esto no implica tomar partido por la enseñanza de una Geometría sintética o analítica. Ambas pueden y deben complementarse. Así, el estudio de los cuerpos geométricos (esfera y poliedros) y sus secciones puede completarse con la utilización del ordenador para estudiar secciones de superficies mediante coordenadas cartesianas o polares, desbordando el estrecho margen de un enfoque exclusivamente algebraico de la Geometría que sólo posibilita el estudio de formas lineales.

Secuencia: Unidades didácticas

Unidad 1:

Razones trigonométricas. Resolución de triángulos rectángulos.

Tiempo: dos semanas.

Unidad 2:

Teoremas del seno y del coseno. Resolución de triángulos de cualquier tipo.

Tiempo: dos semanas.

Unidad 3:

Ampliación del concepto de razones trigonométricas, extendiendo el dominio a una circunferencia y a cualquier ángulo.

Tiempo: dos semanas.

Unidad 4:

Iniciación a la Geometría. Ecuación de la recta. Resolución de problemas de posiciones relativas, distancias y ángulos.

Tiempo: dos semanas.

Desarrollo de las Unidades didácticas

UNIDAD 1:

Razones trigonométricas. Resolución de triángulos rectángulos.

Objetivos

- Expresar la medida de un ángulo en grados y radianes.
- Convertir la expresión de la medida de un ángulo de grados a radianes y viceversa.
- Adquirir el concepto de las razones trigonométricas.
- Relacionar medidas de ángulos y longitudes en triángulos rectángulos aplicando la proporcionalidad y las razones trigonométricas.
- Conocer y aplicar las relaciones fundamentales entre las razones trigonométricas.
- Resolver triángulos rectángulos.

Contenidos

Hechos, conceptos y principios

- El número irracional π .
- El radián como unidad de medida de ángulos.
- Seno, coseno y tangente de un ángulo en un triángulo rectángulo.
- Relaciones fundamentales de las razones trigonométricas.

Procedimientos

- Utilización del transportador de ángulos para medir ángulos en grados.
- Conversión de grados en radianes y viceversa.
- Cálculo de longitudes de arcos utilizando la medida de su ángulo.
- Cálculo de senos, cosenos y tangentes utilizando métodos gráficos.
- Utilización de la calculadora para obtener las razones trigonométricas.
- Cálculo de las razones trigonométricas de un ángulo a partir de una dada.
- Traducción a un lenguaje geométrico de situaciones de la vida real (distancias, ángulos, alturas...) susceptibles de ser expresadas mediante triángulos rectángulos.
- Aplicación de las técnicas de resolución de triángulos.

Actitudes

- Valoración de la Geometría como instrumento útil para resolver problemas de la vida real.
- Tenacidad y constancia en la realización de investigaciones geométricas.

- Aprecio de la componente estética de los objetos y las formas.
- Gusto por la precisión en la medida.

Actividades

Comienza la actividad proponiendo una investigación sobre el escalonamiento en la posición de salida, en una carrera de 200 metros, en las pistas de atletismo; como la longitud de los tramos rectos es de 100 metros, en una carrera de 200 metros se tiene que utilizar una semicircunferencia en cada calle.

Esta situación nos lleva a la necesidad de calcular longitudes de arcos y medidas de ángulos, y de dotarnos de una unidad de medida de ángulos más cómoda que los grados sexagesimales: el radián.

Una vez familiarizados con el uso del radián se introduce una nueva investigación sobre la medida de distancias o alturas no accesibles, como por ejemplo interpretación de mapas topográficos, la altura del centro escolar, anchura de un río...

Estas situaciones nos fuerzan al estudio de las relaciones entre los ángulos y la proporcionalidad de longitudes, dando pie a la introducción de las razones trigonométricas y su aplicación a la resolución de triángulos rectángulos. Una herramienta de cálculo interesante para estas investigaciones es la utilización de representaciones, en papel cuadriculado, de las situaciones mediante triángulos semejantes, el uso de regla, compás y transportador de ángulos para calcular las razones trigonométricas.

Es recomendable trabajar, en este momento, con la calculadora científica para:

- Transformar medidas de ángulos en grados, minutos y segundos a radianes y viceversa.
- Calcular razones trigonométricas de ángulos.
- Calcular medidas de ángulos conociendo alguna de sus razones trigonométricas.

Se concluye esta unidad consolidando las nociones adquiridas con el planteamiento de una situación en el espacio tridimensional que requiera buscar un triángulo rectángulo y resolverlo, como por ejemplo estudiar la Pirámide de Keops; también se puede abordar el estudio de situaciones clásicas de la Física, descomposición de fuerzas, planos inclinados, etc.

UNIDAD 2:

Teoremas del seno y del coseno. Resolución de triángulos de cualquier tipo.

Objetivos

- Conocer los teoremas del seno y el coseno.

- Aplicar estos teoremas a la resolución de triángulos cualesquiera.
- Transcribir situaciones y fenómenos de la vida real a una representación geométrica mediante triángulos.

Contenidos

Hechos, conceptos y principios

- Relaciones entre lados y ángulos de un triángulo.
- Teorema del seno.
- Teorema del coseno.
- Instrumentos de medida de ángulos.

Procedimientos

- Medida de longitudes y de ángulos mediante teodolitos y otros instrumentos.
- Estimación de medidas de longitudes y ángulos.
- Construcción de instrumentos de medida de ángulos.
- Reconocimiento de las condiciones para que tres datos correspondan a un triángulo.
- Aplicación de las relaciones entre lados y ángulos de un triángulo para su resolución.
- Utilización de métodos gráficos y de la calculadora.

Actitudes

- Confianza en las propias capacidades para afrontar los problemas geométricos de la vida cotidiana.
- Disposición a investigar los aspectos geométricos de muchas situaciones.
- Planificación cuidadosa de las tareas a realizar.
- Desarrollo de la apreciación intuitiva de medidas de longitudes y ángulos.
- Capacidad para formularse problemas nuevos a partir de uno dado y de explorar al máximo una situación.
- Valoración de la calculadora como instrumento útil.

Actividades

Esta unidad se proyecta como una continuación de las investigaciones desarrolladas en la unidad anterior, en las que los triángulos rectángulos nos permiten abordar determinadas situaciones, como medir alturas de pie inaccesible, triangulaciones de terrenos...

Es conveniente que los alumnos descubran por métodos gráficos y manipulativos las condiciones para que tres datos (lados o ángulos) determinen uno, dos o ningún triángulo.

Lo importante de esta unidad es que los alumnos sepan aplicar los teoremas del seno y del coseno en situaciones diversas, determinando previamente las herramientas geométricas más convenientes en cada caso.

En esta unidad se puede abordar el estudio de cuerpos geométricos sencillos en el espacio y de figuras geométricas en el plano para obtener relaciones métricas: distancias y ángulos (alturas, distancia de un vértice a una cara, a una arista, entre dos vértices, distancia de un punto a una cara, ángulo entre dos aristas, entre dos caras, entre una arista y una cara, etc.). La Trigonometría, a través de la resolución de triángulos, nos proporciona unas herramientas poderosas para resolver estos problemas.

UNIDAD 3:

Ampliación del concepto de razones trigonométricas, extendiendo el dominio a una circunferencia y a cualquier ángulo.

Objetivos

- Utilizar la calculadora científica como herramienta para el cálculo de razones trigonométricas de cualquier ángulo.
- Interpretar el seno y el coseno de un ángulo mediante la circunferencia trigonométrica.
- Determinar la relación entre el signo de estas razones y el cuadrante en el que esté el ángulo.
- Utilizar las razones trigonométricas para pasar de coordenadas cartesianas a polares y viceversa.
- Reconocer las funciones seno, coseno y tangente mediante la construcción de una tabla de valores obtenidos mediante una calculadora.
- Descubrir las propiedades de las funciones trigonométricas: recorrido, periodicidad, máximos y mínimos, intersecciones con los ejes, discontinuidades...

Contenidos

Hechos, conceptos y principios

- Ampliación del concepto de razón trigonométrica a una circunferencia y a toda la recta real.
- Carácter funcional del seno, coseno y tangente.
- Periodicidad.
- Acotación del seno y el coseno.

Procedimientos

- Cálculo de los valores de las razones trigonométricas de cualquier ángulo mediante la calculadora.

- Interpretación de la ubicación del ángulo a través del signo de sus razones.
- Dibujo de un ángulo en la circunferencia trigonométrica conociendo alguna de sus razones y viceversa.
- Utilización del seno y el coseno para pasar de coordenadas cartesianas a polares y viceversa.
- Construcción de tablas de valores del seno, coseno y tangente.
- Representación gráfica mediante las tablas e interpolación.

Actitudes

- Disposición a realizar abstracciones partiendo de situaciones concretas.
- Aprecio por cualidades como armonía, regularidad, pautas, cadencias, etc., en las Matemáticas.
- Tenacidad y actitud crítica a la hora de investigar las soluciones de un problema.
- Curiosidad por investigar relaciones entre magnitudes.

Actividades

Se comienza la unidad con la investigación sobre una situación como la pantalla del radar. Estudiamos puntos que estén a la misma distancia del centro y se analizan las coordenadas de los puntos de los cuadrantes segundo, tercero y cuarto, para lo que es preciso extender los conceptos de seno y coseno de un ángulo a ángulos mayores de 90° . Es el momento adecuado para introducir las coordenadas polares y la transformación de coordenadas cartesianas a polares y viceversa.

Se planteará la reflexión sobre el hecho de que a un valor dado de una razón trigonométrica le corresponden dos ángulos.

Asimismo se introduce una interpretación geométrica, mediante su representación en la circunferencia de las tres razones trigonométricas.

Las actividades continúan con una nueva investigación que nos permita el tratamiento de las razones trigonométricas como funciones (evolución de la altura de la válvula de una rueda de bicicleta al moverse, análisis del movimiento de un cangilón de una noria, la distancia respecto de la vertical de un péndulo, órbitas circulares, etc.), en la que aparezcan las propiedades periódicas, los puntos notables, discontinuidades, etc.

Estos estudios se deben enfocar desde tres puntos de vista: gráfico, con modelos y utilizando las teclas de las funciones trigonométricas de la calculadora para la obtención de las tablas de valores y realizar la representación gráfica de estas funciones.

El mundo físico proporciona múltiples ejemplos en que aparecen estas funciones. Es interesante abordar el estudio de sus propiedades buscando siempre la interpretación física de estos fenómenos.

UNIDAD 4:

Iniciación a la Geometría. Ecuación de la recta. Resolución de problemas de posiciones relativas, distancias y ángulos.

Objetivos

- Analizar, organizar y sistematizar los conocimientos espaciales.
- Adquirir conocimientos del espacio real a través de la intuición geométrica.
- Traducir a diversos lenguajes los conceptos y relaciones geométricos.
- Familiarizarse con el lenguaje analítico de la Geometría.
- Relacionar formas geométricas con sus expresiones analíticas.
- Utilizar con criterio la Trigonometría como herramienta para la resolución de problemas de medida geométricos.

Contenidos

Hechos, conceptos y principios

- Punto y recta.
- Representaciones cartesiana y polar.
- Expresión analítica de la recta.
- Ángulos entre rectas. Paralelismo y perpendicularidad.
- Distancia. Distancia entre puntos, entre punto y recta y entre rectas.

Procedimientos

- Tomografías. Secciones de cuerpos geométricos.
- Construcción de cuerpos mediante tramas triangulares y cuadradas.
- Utilización del ordenador para representar figuras y sus secciones, para calcular coordenadas, asociar formas y fórmulas y calcular distancias y ángulos.
- Utilización del vídeo en su función vicarial para el análisis de formas y figuras presentes en el mundo de la imagen y en diferentes entornos.
- Utilización de tramas y transparencias para lograr una aproximación empírica a los conceptos propios de la Geometría Analítica.
- Aplicación de la Trigonometría para el cálculo de ángulos y distancias en figuras planas y cuerpos geométricos.

Actitudes

- Valoración de la importancia de la interrelación entre las distintas ramas de las Matemáticas para la resolución de problemas complejos.

- Aprecio de las Nuevas Tecnologías como herramientas para describir y comprender la realidad.
- Creación y desarrollo de hábitos de investigación sistemáticos.
- Aprecio de la componente estética de los objetos y formas.
- Valoración de la importancia de la Geometría en la vida cotidiana, como herramienta para otras ciencias y como nexo de comunicación entre distintas ramas de las Matemáticas.

Actividades

El desarrollo de esta unidad pretende recoger la amplia experiencia geométrica adquirida por los alumnos en la Educación Secundaria Obligatoria para, continuando con una metodología similar, iniciar a los alumnos en un lenguaje analítico y capacitarlos para el estudio más profundo de la Geometría Analítica en cursos posteriores.

Las actividades se inician con el visionado de secuencias de varios vídeos en los que se resaltan aspectos y relaciones geométricas concretos en entornos de la vida real en la perspectiva de relacionarlos con expresiones analíticas.

Las medidas de ángulos y distancias se introducen de forma práctica, utilizando objetos reales y sus representaciones mediante la aplicación de las herramientas trigonométricas adquiridas en las unidades anteriores. La utilización de secciones y tomografías, permite realizar el estudio en el plano de las relaciones espaciales de los cuerpos geométricos. De manera paralela, la utilización de tramas nos permite el estudio en el otro sentido.

El ordenador es, en esta unidad, un instrumento muy útil para:

- Realizar simulaciones dinámicas de formas.
- Relacionar las formas geométricas con expresiones analíticas.
- Realizar cálculos de medidas de distancias y ángulos.
- Estudiar posiciones relativas.
- Realizar diseños de figuras que se ajusten a condiciones definidas analíticamente.

El estudio de la ecuación de la recta, unido al carácter funcional de las razones trigonométricas, nos posibilita un enlace natural y coherente con el núcleo temático de funciones.

Introducción

Su tratamiento se hará en dos vertientes: la primera es la de proporcionar un conocimiento ágil de las diversas familias de funciones que aparecen en una calculadora científica (polinómicas, racionales del tipo k/x , exponencial, logarítmica, circulares, sucesiones), sus peculiaridades y algunas de las situaciones reales en que aparecen.

Funciones

La segunda vertiente propicia una aproximación al Análisis. Se trata de un aprendizaje de algunos aspectos de las funciones (dominio, periodicidad, recorrido, ramas infinitas, continuidad, derivabilidad, puntos de derivada nula, área bajo la curva) y su tratamiento por procedimientos intuitivos. No se pretende que los alumnos adquieran destreza en el manejo de poderosas técnicas, sino que conozcan su existencia, su razón de ser y el papel que juegan en la búsqueda de las características sobresalientes de una función dada por su expresión analítica o por su gráfica.

El empleo creciente de calculadoras científicas, así como el desarrollo de programas informáticos, con mayores posibilidades de realización de cálculos complicados, incide en el predominio de la adquisición de los conceptos sobre el dominio de técnicas de cálculo. En este núcleo temático se pretende, por tanto, lograr una aproximación a los conceptos fundamentales del análisis sin que para ello sea imprescindible adquirir unas destrezas en el dominio de algoritmos complejos.

Secuencia: Unidades didácticas

Unidad 1:

Las familias habituales de funciones: sucesiones, polinómicas, racionales del tipo k/x , trigonométricas, exponenciales y logarítmicas.

Tiempo: tres semanas.

Unidad 2:

Interpretación de propiedades globales: dominios, recorridos, intervalos de crecimiento y decrecimiento y puntos notables, periodicidad.

Tiempo: tres semanas.

Unidad 3:

Tratamiento intuitivo de ramas infinitas, continuidad, derivabilidad y área bajo la curva.

Tiempo: tres semanas.

Desarrollo de las Unidades didácticas

UNIDAD 1

Las familias habituales de funciones: sucesiones, polinómicas, racionales del tipo k/x , trigonométricas, exponenciales y logarítmicas.

Objetivos

- Representar las funciones a partir de las tablas de valores.
- Reconocer las familias habituales de funciones a partir de su gráfica y de su expresión analítica.

- Asociar tipos de funciones a distintos fenómenos naturales, técnicos y sociales.
- Encontrar modelos que se ajusten a diversos tipos de funciones habituales.
- Utilizar con criterio una calculadora científica.

Contenidos

Hechos, conceptos y principios

- Fenómenos físicos funcionales.
- Carácter funcional de la relación entre dos variables.
- Tablas de valores de una función.
- Expresión algebraica de una función.
- Unidades, escalas y ejes.
- Gráfica de una función.

Procedimientos

- Obtención de información numérica sobre fenómenos concretos.
- Elaboración de tablas de valores a partir de datos.
- Elección de unidades, ejes y escalas.
- Representación gráfica de tablas numéricas.
- Interpretación de fenómenos a través de sus gráficas.
- Asignación de la expresión algebraica a una gráfica y viceversa.

Actitudes

- Valoración de la potencia de las Matemáticas para la interpretación de la realidad.
- Valoración de las nuevas tecnologías para el tratamiento de información y representación gráfica de funciones.
- Curiosidad para abordar matemáticamente situaciones y fenómenos de la naturaleza y la técnica.
- Disposición a realizar abstracciones y modelizar.
- Actitud crítica ante las informaciones recibidas en forma de gráficas.

Actividades

Las actividades de las tres unidades de este núcleo no se pueden fraccionar, por lo que se presentan en la última unidad.

UNIDAD 2:

Interpretación de propiedades globales: dominios, recorridos, intervalos de crecimiento y decrecimiento y puntos notables, periodicidad.

Objetivos

- Determinar el dominio de un fenómeno funcional y de una función.
- Interpretar el significado del recorrido de una función.
- Interpretar la evolución de un fenómeno mediante el estudio del crecimiento y decrecimiento de su función asociada.
- Distinguir si un fenómeno es periódico o no mediante su gráfica asociada.
- Determinar e interpretar los puntos de especial significación en una gráfica.

Contenidos

Hechos, conceptos y principios

- Dominio de una función.
- Recorrido de una función.
- Variación de una función.
- Puntos significativos en una gráfica.

Procedimientos

- Asignación del dominio de la función asociada a un fenómeno concreto.
- Representación gráfica de funciones utilizando sus propiedades globales.
- Utilización de la calculadora para investigar las propiedades de una función.
- Utilización de programas informáticos para estudiar las familias de funciones.
- Utilización del ordenador para determinar las analogías y diferencias en las propiedades de las familias de funciones.
- Utilización de medios audiovisuales para facilitar la comprensión de las relaciones funcionales de fenómenos y de las propiedades de las funciones.
- Utilización de simulaciones de fenómenos funcionales.

Actitudes

- Aprecio de los medios tecnológicos como instrumento útil para analizar la realidad.
- Creación y desarrollo de hábitos de investigación sistemática.
- Incorporación del lenguaje gráfico a la forma de tratar la información.
- Tendencia a formularse preguntas a partir de un fenómeno dado y a explotar al máximo esta situación.

Actividades

Las actividades de esta unidad se plantean de forma global y conjunta con la anterior y la siguiente, desarrollándose al final de la tercera unidad.

UNIDAD 3:

Tratamiento intuitivo de ramas infinitas, continuidad, derivabilidad y área bajo la curva.

Objetivos

- Conocer algunos aspectos de la historia del nacimiento y evolución del análisis matemático.
- Extrapolar el comportamiento de una función para valores muy alejados del origen.
- Dominar el uso de la calculadora para analizar la tendencia de una función.
- Aproximarse al concepto de asíntota.
- Determinar los puntos de discontinuidad de una función.
- Adquirir el concepto de tasa de variación.
- Determinar, de forma aproximada, el área encerrada bajo curvas elementales.

Contenidos

Hechos, conceptos y principios

- Problema histórico de la tangente a una curva.
- Asíntota de una curva.
- Puntos de discontinuidad.
- Tasa de variación media.
- Tasa de variación instantánea.
- Área bajo una curva.

Procedimientos

- Representación gráfica de la tangente a una curva en un punto.
- Utilización de la calculadora para analizar tendencias, tasas de variación y cálculo de áreas.
- Búsqueda de la recta de máxima aproximación, cuando existe, a una curva al alejarnos del origen, mediante recursos materiales (acetatos).
- Determinación de máximos y mínimos mediante los intervalos de crecimiento y decrecimiento.
- Aplicación de la tasa de variación media para interpretar la evolución de una función.

- Relación entre la tasa de variación media y la pendiente de la recta secante.
- Interpretación de la tasa de variación instantánea como pendiente de la recta tangente.
- Interpretación de la tasa de variación media e instantánea, como velocidad, aceleración, etc.
- Utilización de métodos gráficos y geométricos para el cálculo de áreas bajo una curva elemental.

Actitudes

- Valoración de la investigación de la evolución histórica en la génesis de los conceptos fundamentales del Análisis.
- Gusto por la precisión en la medida.
- Aprecio de la potencia del Análisis matemático como instrumento para analizar e interpretar la realidad.
- Sensibilidad y gusto por la elaboración y presentación cuidadosa de las gráficas.

Actividades

Se suministran al alumno una serie de datos numéricos en forma de tablas de doble entrada, como, por ejemplo, número de lados de un polígono y suma de sus ángulos interiores, o extraídos por ellos mismos de problemas geométricos o de experimentos físicos.

A partir de estos datos se intenta investigar sobre su carácter determinista o aleatorio, y, en el primer caso, se revisa el concepto de función y se analizan los que constituyen relaciones funcionales.

Se continúa la actividad con la representación gráfica de las tablas anteriores y se determinan los criterios para que una curva en forma de gráfica sea una función.

Se proporcionan al alumno gráficas que representan fenómenos y situaciones, iniciando un estudio de la interpretación de dichos fenómenos a la luz de la información proporcionada por la gráfica (dominios, crecimiento, puntos de interés especial, continuidad, tendencias, etc.). Del mismo modo, el alumno ha de ser capaz de traducir a una forma gráfica informaciones dadas en lenguaje verbal o numérico, como, por ejemplo, precios de aparcamientos según el tiempo, precios de llamadas telefónicas, desplazamientos en distintos medios de comunicación, etc.

Se continúan las actividades con la representación gráfica de fenómenos expresados a través de fórmulas algebraicas, utilizando calculadoras o medios informáticos para el cálculo de valores y para dibujarlas.

Se revisan las familias de funciones estudiadas en la etapa anterior, identificando las propiedades de las funciones con las características de los fenómenos asociados a ellas.

A continuación se investigan nuevas familias de funciones identificándolas con fenómenos concretos y deduciendo y analizando sus propiedades características. En esta fase de la actividad es conveniente la utilización de distintos

medios que permitan la visualización de múltiples situaciones (vídeo, *software* informático, transparencias, etc.).

Es importante que el alumno descubra de forma significativa las similitudes, diferencias y relaciones entre estas familias de funciones identificando las formas de las gráficas con las expresiones algebraicas de las funciones.

El estudio de las propiedades globales se inicia resaltando la importancia de la selección del dominio de la función ajustada al fenómeno que representa y al tipo de función; por ejemplo, la relación entre presión y volumen en un gas ideal, evolución de un cultivo de bacterias cada cierto intervalo de tiempo, reproducción de una pareja de conejos (sucesión de Fibonacci), etc.

En cada una de las familias de funciones analizaremos la tendencia mediante el uso de la calculadora. El estudio de las ramas infinitas debe abordarse de forma gráfica e intuitiva. Es interesante realizar siempre una interpretación real de las situaciones estudiadas en estos casos; por ejemplo, qué ocurre con el gas al disminuir el volumen hasta acercarse a cero.

La interpretación y el análisis de los intervalos de crecimiento y decrecimiento proporciona una importante información sobre la forma global de la función y las especiales propiedades de los fenómenos. Es interesante relacionar el crecimiento o decrecimiento con las pendientes de las rectas tangentes a la curva en puntos de ese intervalo. Una actividad que nos permite relacionar este núcleo con el de Geometría es proceder a la medida del ángulo de las rectas tangentes a la curva y al cálculo del valor de la tangente de ese ángulo (en el desarrollo de estas actividades intervienen aspectos como la selección de escalas iguales en ambos ejes, el dibujo cuidadoso de la curva y de la recta tangente y la precisión en la medida).

Es importante que el alumno realice representaciones gráficas aproximadas conociendo las propiedades globales de un fenómeno —además de las citadas anteriormente, es conveniente revisar otras como simetrías, periodicidad, recorrido— y algunos puntos especialmente interesantes como los puntos de intersección con los ejes.

La aproximación al concepto de derivada de una función en un punto se realizará desde dos puntos de vista:

- A partir de una investigación sobre el problema histórico de la recta tangente a una curva en un punto.
- A partir del estudio de la tasa de variación media de una función en un intervalo hasta llegar al concepto de tasa de variación instantánea en un punto.

Ambos puntos de vista permiten simultanear los enfoques analítico y geométrico de la derivada.

Este planteamiento conduce, de manera natural, a asociar (cuando sea posible) los máximos y los mínimos con los puntos cuya tangente es horizontal y, por tanto, de derivada nula.

El estudio de las familias de funciones se completa con el cálculo en forma gráfica del área bajo una curva mediante aproximaciones utilizando áreas de rec-

tángulos y/o de trapezios como introducción intuitiva, asociada a la evolución histórica, del concepto de integral definida.

Aritmética y álgebra

Introducción

Este núcleo tiene dos finalidades: por un lado, proporcionar las herramientas numéricas necesarias para abordar los problemas de esta etapa y de etapas posteriores; por otro lado, contribuir a la formación de una cultura científica básica.

Las capacidades enunciadas en los objetivos generales que se van a desarrollar en este núcleo son las derivadas de adquirir actitudes propias del trabajo científico y de la investigación matemática como: la visión crítica, la necesidad de verificación, la valoración de la precisión mediante la adquisición y el manejo de un vocabulario específico de términos y notaciones matemáticas.

Como afirma Ausubel, los contenidos deben seleccionarse y ordenarse en torno a las ideas más amplias e integradoras y deben organizarse de acuerdo con los principios de diferenciación progresiva: estructurar la materia en núcleos cerrados y estratificados.

Si esta reflexión hay que tenerla en cuenta en el diseño de todos los núcleos, en éste adquiere una especial significación. Por tanto, aunque formalmente el núcleo aparece secuenciado linealmente y al final de la programación, lo procedente es integrarlo, en la medida de lo posible, en el desarrollo del resto de los núcleos: los números combinatorios deben ser tratados previamente al estudio de las distribuciones binomiales, el número irracional antes de las unidades de Geometría, y, sin embargo, los números complejos deben tratarse después del estudio de las coordenadas polares.

Se inicia este núcleo con los conceptos de combinatoria clásica: números combinatorios, factoriales y el binomio de Newton; que suponen nuevos instrumentos numéricos y algebraicos, los cuales se utilizarán como herramientas en el desarrollo de otros temas de este núcleo (números complejos) y de otros (Probabilidad y Estadística), así como en otras áreas.

Como introducción al número real, los alumnos descubrirán la existencia de medidas y de ecuaciones cuyas soluciones no pueden ser expresadas exactamente con números racionales. Se utilizarán los números irracionales mediante estimaciones y aproximaciones controlando los márgenes de error acordes con las situaciones estudiadas, profundizando en el tratamiento numérico aprendido en la etapa anterior.

Es importante prestar atención al estudio y utilización de la notación científica para expresar cantidades muy pequeñas o muy grandes, así como al uso de la calculadora para la realización de ciertos cálculos numéricos.

Se completa el estudio del campo numérico con la introducción de los números complejos y sus operaciones en forma binómica y polar.

Secuencia: Unidades didácticas

Unidad 1:

Números factoriales y combinatorios. Binomio de Newton.

Tiempo: dos semanas.

Unidad 2:

Introducción al número real. Existencia del número irracional. Estimaciones, aproximaciones y determinaciones de cotas de error. Notación científica.

Tiempo: dos semanas.

Unidad 3:

Introducción al número complejo. Forma binómica y polar. Operaciones.

Tiempo: dos semanas.

Desarrollo de las Unidades didácticas

UNIDAD 1:

Números factoriales y combinatorios. Binomio de Newton.

Objetivos

En esta unidad se pretende que el alumno o la alumna sea capaz de:

- Comprender las distintas interpretaciones de los números combinatorios.
- Calcular el valor de números combinatorios y factoriales.
- Conocer y aplicar sus propiedades.
- Aplicar la fórmula del binomio de Newton al cálculo de potencias.

Contenidos

Hechos, conceptos y principios

- Factorial de un número natural. Factorial de 0.
- Números combinatorios.
- Binomio de Newton.

Procedimientos

- Cálculo de la factorial de un número natural.
- Simplificación de expresiones factoriales.
- Traducción de productos y cocientes a expresiones factoriales.
- Cálculo de números combinatorios mediante su expresión factorial.
- Utilización del triángulo de Tartaglia para el cálculo y el estudio de las propiedades de los números combinatorios.

- Utilización de la calculadora.
- Aplicación del binomio de Newton al cálculo de potencias.

Actitudes

- Curiosidad por explorar las relaciones y regularidades que aparecen en los números combinatorios.
- Gusto por el uso de estrategias personales de cálculo mental.
- Valoración de la utilidad de la calculadora como herramienta de trabajo.

Actividades

Se inicia la unidad con el estudio de una situación que consiste en investigar el número de rutas alternativas que se pueden seguir para ir de un lugar a otro, como, por ejemplo, en una ciudad con estructura de cuadrícula ir de un punto A a un punto B sin retroceder y teniendo que elegir en cada encrucijada entre dos direcciones prefijadas al principio (por ejemplo, Norte y Este).

Al estudiar el número de caminos posibles aparecen una serie de números que responden a la estructura del triángulo de Tartaglia y a partir de éste podemos estudiar las propiedades de estos números e introducir el concepto de número combinatorio.

En una segunda fase se desarrollan las destrezas para el cálculo de estos números, sin tener que recurrir al triángulo de Tartaglia, utilizando factoriales de números naturales y de 0.

Estas destrezas se deben adquirir no de forma mecánica, sino a través de la aplicación de los números combinatorios al estudio de casos concretos: binomio de Newton, para el cálculo de potencias, y distribuciones binomiales.

Otras posibles situaciones de investigación de partida pueden ser:

- Estudio del aparato de Galton u otros instrumentos análogos.
- Distribuciones binomiales, en el caso de que en la programación se estudie previamente el núcleo de Estadística y probabilidad.
- Agrupaciones y problemas de combinatoria.
- Grafos.

UNIDAD 2:

Introducción al número real. Existencia del número irracional. Estimaciones, aproximaciones y determinaciones de cotas de error. Notación científica.

Objetivos

- Descubrir la existencia de números que no son racionales.
- Utilizar estos números en situaciones de cálculo y medida, mediante estimaciones y aproximaciones.

- Decidir los márgenes de error adecuados a cada situación.
- Controlar las cotas de error y descubrir la incidencia que las operaciones tienen sobre ellas.
- Expresar números muy grandes o muy pequeños mediante el uso de la notación científica.
- Utilizar eficazmente la calculadora como herramienta habitual.

Contenidos

Hechos, conceptos y principios

- El número irracional ($\sqrt{2}$, π , e , σ).
- La recta real. Densidad.
- Estimaciones de medidas.
- Aproximación de números irracionales.
- Cotas de error.
- Notación científica.

Procedimientos

- Resolución gráfica y algebraica de ecuaciones de segundo grado.
- Aplicación de los teoremas clásicos de la Geometría para obtener medidas de longitudes irracionales.
- Representación de números irracionales en la recta real.
- Utilización de números racionales para aproximar números reales.
- Determinación de cotas de error acordes a cada situación.
- Utilización de la calculadora científica para la realización de operaciones con números reales.
- Expresión e interpretación de números en notación científica.

Actitudes

- Apreciación de los números como instrumento útil para describir y estudiar la realidad.
- Gusto por la precisión en el desarrollo de las actividades cotidianas.
- Disposición a mejorar las soluciones obtenidas.
- Incorporación del lenguaje numérico, de la estimación y de la aproximación a la forma de proceder habitual.
- Reconocimiento y valoración crítica de la calculadora como instrumento útil.
- Confianza en las propias capacidades para realizar cálculos, estimaciones y aproximaciones.
- Apreciación de la belleza, armonía, regularidad de las propiedades de los números.

Actividades

Partiendo de los conocimientos de resolución de ecuaciones y sistemas adquiridos en la etapa educativa anterior, se plantea la resolución de ecuaciones de segundo grado cuyas soluciones no son racionales, pero sí reales, y de problemas geométricos elementales, como la diagonal de un cuadrado, se justifica la necesidad de ampliar el campo numérico.

Una actividad adecuada para este fin podría ser el estudio de la propiedad del formato DIN de las hojas de papel estándar de que al partirlas por la mitad adecuadamente obtenemos una hoja semejante (de DIN A3 pasamos a DIN A4, etc.).

De esta forma se introducen la existencia de los números irracionales y la necesidad de conocer algunos de ellos.

Ante la imposibilidad de trabajar con ellos en la vida real, en situaciones prácticas de medida, se introduce la necesidad de utilizar estimaciones y aproximaciones de estos números, analizando el margen de error más adecuado a cada situación y aplicando las técnicas para acotar dicho error.

En esta situación es conveniente realizar un estudio práctico del funcionamiento de la calculadora (cómo redondea o trunca, el número de cifras significativas, cómo expresa números en notación científica y cómo opera con ellos, cómo se introducen números en esta notación).

El estudio de números muy grandes o muy pequeños se ha de realizar en problemas reales en que estos números aparecen de forma habitual: problemas de Astronomía —traducción de unidades astronómicas a kilómetros, (U. A., año luz, *parsec*...)—, problemas de Química —número de Avogadro, radios atómicos, ley de los gases ideales...—, problemas de Biología, etc.

UNIDAD 3:

Introducción al número complejo. Forma binómica y polar. Operaciones.

Objetivos

- Descubrir la existencia de números que no son reales.
- Expresar un número complejo en forma binómica, polar y gráfica.
- Seleccionar la forma más adecuada para realizar las operaciones con números complejos: suma, producto, cociente, potencias y raíces.
- Conocer que un polinomio de grado n tiene siempre n raíces en el campo complejo, aplicando los números complejos a la resolución de ecuaciones polinómicas sencillas.

Contenidos

Hechos, conceptos y principios

- Unidad imaginaria.

- Números complejos: forma binómica y polar.
- Representación gráfica. El plano complejo.

Procedimientos

- Resolución de ecuaciones de segundo grado cuyas soluciones no sean reales.
- Representación de números complejos en el plano.
- Transformación de un complejo de forma polar a binómica y viceversa.
- Utilización de los algoritmos polinómicos para realizar operaciones en forma binómica.
- Utilización de la forma polar para realizar operaciones con complejos en forma polar.
- Utilización de las operaciones con números complejos para la interpretación de los movimientos en el plano.
- Resolución de ecuaciones polinómicas sencillas.

Actitudes

- Aprender a apreciar los números complejos como instrumento para dar solución a cualquier ecuación polinómica.
- Valorar el avance histórico de las Matemáticas para dar solución a problemas presentes en la realidad.
- Reconocer la utilidad de los números complejos para interpretar geométricamente algunos resultados.

Actividades

Partiendo de la resolución de ecuaciones de segundo grado que no tienen soluciones reales, se justifica la necesidad de introducir los números complejos.

Una actividad en este sentido sería investigar los puntos de intersección de una circunferencia por distintas rectas entre las que al menos una no corte a la circunferencia dada. Analizando esta situación u otras semejantes se llega al concepto y a la interpretación del significado del número complejo como ampliación del campo numérico.

Éste es el momento de hacer una reflexión sobre la aparición en la Historia de los números complejos, las dudas que planteó su existencia, su no aceptación y cómo su representación gráfica les validó como herramienta matemática.

Se trabaja ahora con su representación gráfica en el plano complejo, obteniendo sus distintas formas de expresión.

Al mismo tiempo que se van adquiriendo destrezas en las operaciones con números complejos es conveniente, siempre que sea posible, dotarlas de una interpretación geométrica, como por ejemplo la simetría entre conjugados, entre opuestos, giro al multiplicar por i y por sus potencias, la semejanza en el producto, etc.

Se concluye esta unidad con la aplicación de los números complejos a la resolución de ecuaciones polinómicas sencillas, resaltando la existencia del Teorema Fundamental del Álgebra.

Bibliografía y recursos

Bibliografía académica

- BOYER, C. B. *Historia de la Matemática*. Madrid: Alianza Universidad, 1986.
- COXETER, H. S. M. *Fundamentos de Geometría*. México: Limusa-Wiley, 1971.
- ENGEL, A. *La enseñanza de las probabilidades y la estadística*. Valencia: Mestral, 1989.
- GUZMÁN, M., y RUBIO, B. *Integración: Teoría y técnicas*. Madrid: Alhambra, 1979.

Bibliografía didáctica

- AZCARATE, C., y DEULOFEU, J. *Funciones y gráficas*. Madrid: Ed. Síntesis, 1990.
- BROMEY, R. *How to solve it by computer*. Nueva York: Prentice Hall, 1982.
- CASTELNUOVO, E. *Didáctica de la Matemática moderna*. México: Trillas, 1975.
- CASTELNUOVO, E. *La Geometría*. Barcelona: Ketres, 1981.
- CASTELNUOVO, E.; GORI GIORGI, C., y VALENTÍ, D. *La Matematica nella Realtà*. Florencia: La Nuova Italia, 1986.
- COURANT, R., y ROBBINS, H. *¿Qué es la Matemática?* Madrid: Aguilar, 1955.
- DÍAZ GODINO, J.; BATANERO, M. C., y CAÑIZARES, M. J. *Azar y probabilidad*. Madrid: Colección Matemáticas: Cultura y Aprendizaje, Editorial Síntesis, 1988.
- DIENES, Z. P. *Las seis etapas del aprendizaje de las Matemáticas*. Barcelona: Teide, 1971.
- FREUDENTHAL, H. *Mathematics as an educational task*. Dordrecht, Reidel, 1973.

- FREUDENTHAL, H. *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht, Reidel, 1983.
- GELFAND y otros. *El método de las coordenadas*. Moscú: Mir, 1981.
- GRUPO AZARQUIEL. *Ideas y actividades para enseñar Álgebra*. Madrid: Editorial Síntesis, 1991.
- GRUPO CERO. *De 12 a 16, un proyecto de currículo de Matemáticas*. Valencia: Mestral, 1987.
- HERNÁN, F., y CARRILLO, E. *Recursos en el aula de Matemáticas*. Madrid: Editorial Síntesis, 1988.
- I. C. M. I. *Las Matemáticas en Primaria y Secundaria en la década de los 90*. (Kuwait, 1986), Valencia: Mestral, 1987.
- JOHNSON, B. *Descubre las Matemáticas con tu micro*. Madrid: Anaya Multimedia, 1984.
- KLEIN, F. *Matemática elemental desde un punto de vista superior*. Madrid: Biblioteca Matemática J. Rey Pastor, 1808.
- MARTÍNEZ BLANCO, J. M. *Las funciones elementales*. Barcelona: Teide, 1983.
- PAPERT, S. *Desafío a la mente*. Buenos Aires: Ediciones Galápagos, 1981.
- PEDOE, D. *La Geometría en el Arte*. Barcelona: Gustavo Gili, 1979.
- PERELMAN, Y. *Álgebra recreativa*. Moscú: Editorial Mir, 1969.
- POLYA, G. *Mathematical Discovery*. Nueva York: John Wiley, 1962.
- POLYA, G. *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Ed. Trillas, 1965.
- PUIG ADAM, P. *La Matemática y su enseñanza actual*. Madrid, 1960.
- PUIG ADAM, P. *El material para la enseñanza de las Matemáticas*. Madrid: Aguilar, 1967.
- SALVADOR, A. *La informática en la acción educativa*. Madrid: Castalia, 1991.
- SHILOV, G. E. *¿Cómo construir las gráficas?* Moscú: Mir, 1978.
- SKEMP, R. *Psicología del aprendizaje de las Matemáticas*. Madrid: Morata, 1980.
- SHELL CENTRE FOR MATHEMATICAL EDUCATION. *El lenguaje de las funciones y las gráficas*. Bilbao: M. E. C. y Universidad de País Vasco, 1990.

Medios materiales

Calculadora.

Binostato.

Teodolitos.

Plantillas cuadrículadas, triangulares, de puntos...

Transportador de ángulos.

Reglas, compás, escuadras.

Varillas de mecano.

Acetatos.

Dados, ruletas, tableros de juegos.

Dominós.

Aparato de Galton.

Cuerpos geométricos.

Poliespán.

Polidron, *creator*, *plot*.

Medios audiovisuales

En un marco de trabajo como la clase de Matemáticas los medios audiovisuales son un instrumento de uso cotidiano, y no sólo en su concepción más habitual de estudio de imagen dinámica (vídeo), sino también en el análisis de imagen fija.

Desde este punto de vista el material a utilizar sería:

- Proyector de diapositivas.
- Retroproyector de transparencias.
- Máquina fotográfica.
- Magnetoscopio y monitor de televisión.
- Cámara de vídeo.

La utilización de este material abarca todas las fases de cada actividad práctica, ya que se puede utilizar como introducción de un tema a investigar, como herramienta de trabajo en el desarrollo de la investigación, como soporte para la presentación de resultados e incluso como instrumento para la evaluación de los alumnos y de la actividad.

Vídeos didácticos

Funciones trigonométricas II

TV Ontario

Distribuidora: B. B. C. Enterprises

C/ Campoamor, 18, 2.º. 28004 Madrid

La estadística por dentro

Annemberg TV

Distribuidora: B. B. C. Enterprises

C/ Campoamor, 18, 2.º. 28004 Madrid

I. M. 10 Investigaciones matemáticas

B. B. C. TV

Distribuidora: B. B. C. Enterprises
C/ Campoamor, 18, 2.º. 28004 Madrid

El ojo matemático (1.ª y 2.ª partes)

Yorkshire TV

Distribuidora: Imagen 35 & Asociados

Ctra. de Algete, Km 5,500. P. I. "Los Nogales", nave 68
28110 Algete. Madrid

El teorema de los binomios

Clasificando cúbicos

Funciones inversas

Símbolos y ecuaciones

Open University. B. B. C. TV

Distribuidora: Áncora Audiovisual S. A.

Gran Vía de les Corts Catalanes, 645. 08010 Barcelona

Espirales

Escher: Geometría y mundos imposibles

Simetría y espacio

Michele Emmer. Film 7. Roma

Distribuidora: Mare Nostrum

C/ Augusto Figueroa, 39. 28004 Madrid

Del plano al espacio

J. Carvajal, F. Hernán, A. Salar

Sertel, S. A.

Distribuidora: Subdirección General de Perfeccionamiento del Profesorado.
M. E. C.

L'Estrella de la Felicitat

Generalitat de Catalunya

Material informático

El uso del ordenador ha de contemplarse desde dos aspectos diferenciados:

- Como herramienta de apoyo en el desarrollo de la actividad (hoja de cálculo, programas de EAO, programas de diseño, programas de estadística, base de datos, tratamiento de textos para guardar información...).
- Como instrumento para la presentación de resultados (programas de diseño de gráficos, autoedición, tratamiento de textos...).

En cualquier caso hay que evitar en este campo confundir el fin con los medios y evitar utilizar herramientas cuyo dominio exija un esfuerzo en tiempo y medios que no se vea compensado con el resultado final.



CENTRO DE DESARROLLO CURRICULAR

DIRECCIÓN GENERAL DE RENOVACIÓN PEDAGÓGICA

CENTRO DE DESARROLLO CURRICULAR