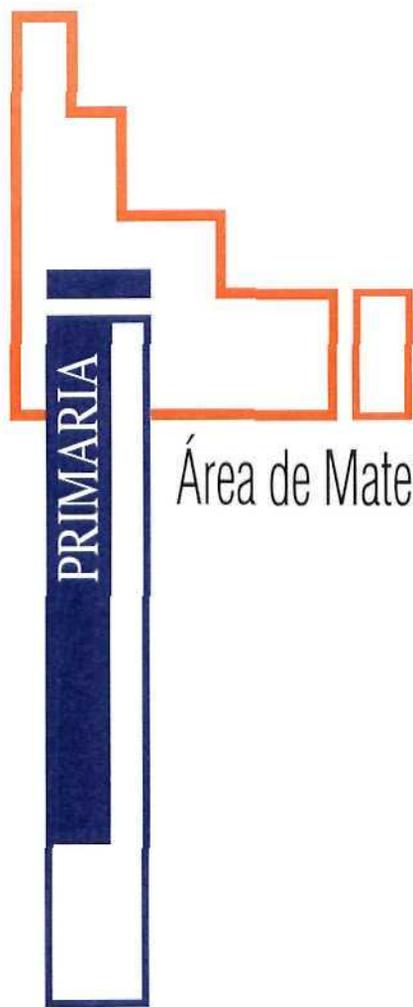


PRIMARIA

Área de Matemáticas



Ministerio de Educación y Ciencia



Área de Matemáticas



Ministerio de Educación y Ciencia



Ministerio de Educación y Ciencia

Secretaría de Estado de Educación

N. L. P. O.: 176-92-105-2

I. S. B. N.: 84-369-2133-X

Depósito legal: M-8863-1992

Realización: MARÍN ÁLVAREZ HNOS.

Prólogo

Este volumen recoge la normativa y la información necesaria para el desarrollo del área de Matemáticas de la Educación Primaria. Contiene, por consiguiente, elementos legales, de obligado cumplimiento, junto con otros elementos de carácter orientador o meramente informativo. Cada una de sus secciones tiene diferente rango normativo y también un contenido diverso.

1) La primera sección presenta los objetivos, contenidos curriculares y criterios de evaluación que para el área completa, y para su desarrollo a lo largo de la etapa, han sido fijados en el Anexo del **Real Decreto** por el que se establece el currículo de la Educación Primaria. Se trata, por consiguiente, de una norma oficial, que corresponde al primer nivel de concreción del currículo para esta área: el nivel del **currículo oficialmente establecido**, que constituye base y marco de sucesivos niveles de elaboración y concreción curricular. En el preámbulo del citado Real Decreto se recogen los principios básicos del currículo así como el sentido de cada uno de los elementos que lo componen: objetivos, contenidos, criterios de evaluación y principios metodológicos.

En el ámbito de su responsabilidad y dentro del marco del ordenamiento educativo, los profesores han de contribuir a determinar, concretar y desarrollar los propósitos educativos a través de los proyectos de etapa, de las programaciones y de su propia práctica docente. El Real Decreto establece, ante todo, que los equipos docentes elaboren para la correspondiente etapa **proyectos curriculares** de carácter general, en los que el currículo establecido se adecue a las circunstancias del alumnado, del centro educativo y de su entorno sociocultural. Esta concreción ha de referirse principalmente a la distribución de los contenidos por ciclos, a las líneas generales de aplicación de los criterios de evaluación, a las adaptaciones curriculares, a la metodología y a las actividades de carácter didáctico. Por otro lado, cada profesor, en el marco de estos proyectos, ha de realizar su propia programación, en la que se recojan los procesos educativos que se propone desarrollar en el aula.

2) La segunda sección del libro tiene también carácter oficial, pero no estrictamente normativo. Está extraída del Anexo de una **Resolución**

del Secretario de Estado de Educación, en el apartado correspondiente a esta área. Para facilitar el trabajo de los profesores en esa concreción y desarrollo curricular a partir de los objetivos, contenidos y criterios de evaluación establecidos, dicha Resolución ha concretado, con carácter **orientador**, una posible **secuencia** de contenidos por ciclos, así como posibles criterios de evaluación también por ciclos, para todas y cada una de las áreas.

Como elemento de juicio, al elaborar los proyectos y programaciones curriculares, puede ser útil tomar en cuenta esta propuesta de secuencia que, en todo caso, les servirá para su propia reflexión. Por otro lado, en la hipótesis de que, por cualquier razón, un equipo docente no llegue a diseñar su propio proyecto curricular, o no llegue a hacerlo en todos sus elementos, la secuencia y organización de contenidos y criterios de evaluación de la Resolución adquieren automáticamente valor normativo en suplencia del proyecto inexistente o incompleto.

Esta segunda sección tiene dos partes claramente diferenciadas: unas indicaciones para la secuencia de los objetivos y contenidos en los ciclos y unos criterios de evaluación para los ciclos. En cada caso, un cuadro resumen presenta, en esquema, los elementos más destacados de la secuencia y permite comparar los ciclos con mayor comodidad. El cuadro, de todas formas, ha de leerse como un resumen esquemático del texto completo y en ninguna manera lo sustituye.

3) La tercera sección presenta **Orientaciones** didácticas y para la evaluación, cuyo carácter, reflejado en su denominación, es orientativo y también informativo. Son orientaciones y recomendaciones de la Dirección General de Renovación Pedagógica, que recogen y amplían las que en su día aparecieron en el Diseño Curricular Base y que serán de utilidad para el profesorado en su práctica diaria en esta área concreta. Con ellas se pretende ayudar a los profesores a colmar la brecha que va de las intenciones a las prácticas, del diseño al desarrollo curricular, es decir, y en concreto, del currículo establecido y de los proyectos y programaciones curriculares a la acción y a las realidades educativas.

Esta sección tiene, a su vez, dos grandes apartados: las orientaciones propiamente **didácticas** y las orientaciones para la **evaluación**. En ella se contienen reflexiones de carácter variado acerca de cómo entender y poner en práctica, para la docencia en esta área, los principios metodoló-

gicos fundamentales que sobre la enseñanza y el aprendizaje se contienen en el currículo establecido. Se recogen también los problemas y los planteamientos didácticos específicos de esta área, y, en general, se trata de proporcionar indicaciones y sugerencias que faciliten al profesor su tarea en relación con un conjunto de cuestiones a las que el currículo oficial no responde, precisamente por tratarse de un currículo abierto que las deja en manos del propio profesor. Son cuestiones relativas a cómo enseñar, cómo evaluar, cuándo evaluar y, en cierta medida, también qué evaluar. Todas estas reflexiones pueden servir al profesorado, primero, para la elaboración del proyecto y de la programación curricular, y también, más adelante, como material de referencia al que cabe acudir cuando sea preciso en cualquier momento.

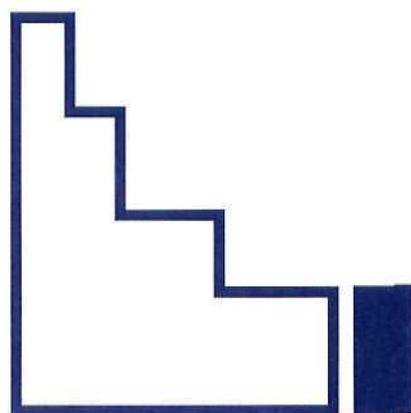
4) La cuarta sección, con la que el libro concluye, es una **Guía de Recursos didácticos, bibliográficos y otros**. En ella se contiene amplia **información** acerca de libros, materiales curriculares, fuentes de información y, en general, recursos útiles para el desarrollo curricular de la respectiva área, con breve noticia descriptiva y comentario valorativo acerca de ellos. Es una información no exhaustiva, sino seleccionada. Como sucede en cualquier selección de ese género, hay en ella opciones y valoraciones que hubieran sido quizá otras de haber sido otros los autores. El Ministerio de Educación y Ciencia, que ha coordinado este trabajo a través del Servicio de Innovación, agradece a los autores su colaboración en esta obra, que seguramente le será de gran utilidad para los profesores.

En esta cuarta sección el profesorado encontrará un repertorio suficientemente completo de los recursos bibliográficos y de otros materiales curriculares con los que puede contar para poner en práctica en el aula el currículo establecido. La Guía no tiene el propósito de ser exhaustiva. No pretende presentar en listado completo todo lo que existe en el mercado nacional o internacional. Más bien, en ella se presenta una selección de aquello que puede resultar especialmente útil y valioso. Los comentarios que acompañan a la presentación de cada material contribuyen a facilitar al profesorado su propia selección y servirle como instrumento de reflexión estructurada y organizada, que conecta los elementos del currículo establecido con los materiales curriculares y didácticos ya existentes.

Sumario

| | <i>Páginas</i> |
|--|----------------|
| CURRÍCULO OFICIAL..... | 11 |
| Introducción..... | 13 |
| Objetivos generales..... | 18 |
| Contenidos..... | 19 |
| Criterios de evaluación..... | 26 |
| SECUENCIA POR CICLOS..... | 31 |
| Secuencia de los objetivos y contenidos por ciclos..... | 33 |
| Criterios de evaluación por ciclos..... | 53 |
| ORIENTACIONES DIDÁCTICAS..... | 65 |
| Orientaciones generales..... | 69 |
| Orientaciones específicas..... | 79 |
| Orientaciones para la evaluación..... | 97 |
| GUÍA DOCUMENTAL Y DE RECURSOS..... | 105 |
| Material impreso..... | 109 |
| Recursos materiales..... | 123 |
| Otros datos de interés..... | 141 |

Matemáticas



Currículo Oficial

Matemáticas

Introducción

A partir de la necesidad de contar y clasificar y organizadas durante mucho tiempo como ciencia formal del espacio y la cantidad, las Matemáticas constituyen hoy un conjunto amplio de modelos y procedimientos de análisis, de cálculo, medida y estimación, acerca de relaciones necesarias entre muy diferentes aspectos de la realidad no sólo espaciales y cuantitativos. A semejanza de otras disciplinas, constituyen un campo en continua expansión y de creciente complejidad, donde los constantes avances dejan anticuadas las aco-taciones y concepciones tradicionales. Los más recientes progresos, así como un mejor conocimiento de la naturaleza misma del conocimiento matemático, tienen también consecuencias sobre la educación en Matemáticas, un área que si bien ha estado presente tradicionalmente en la enseñanza académica, sin embargo, puede y merece ser enseñada con contenidos y mediante procedimientos a menudo bien distintos de los tradicionales. La misma introducción y aplicación de nuevos medios tecnológicos en Matemáticas obliga a un planteamiento diferente tanto en los contenidos como en la forma de enseñanza.

Las Matemáticas deben mucho de su prestigio académico y social al doble carácter que se les atribuye de ser una ciencia exacta y deductiva. La cualidad de la exactitud, sin embargo, representa sólo una cara de la moneda, la más tradicional en las Matemáticas, que en la actualidad comprenden también ámbitos tales como la teoría de la probabilidad, la de la estimación o la de los conjuntos borrosos en los que la exactitud juega un papel diferente. De modo semejante, la tradicional idea de las Matemáticas como ciencia puramente

deductiva, idea ciertamente válida para el conocimiento matemático en cuanto producto desarrollado y ya elaborado, ha de corregirse con la consideración del proceso inductivo y de construcción a través del cual ha llegado a desarrollarse ese conocimiento. La especial trascendencia que para la educación matemática tiene el proceso, tanto histórico como personal, de construcción empírica e inductiva, del conocimiento matemático, y no sólo formal o deductiva, invita a resaltar dicho proceso de construcción.

Conviene resaltar por eso que en el desarrollo del aprendizaje matemático en el niño y el adolescente desempeña un papel de primer orden la experiencia y la inducción. A través de operaciones concretas, como contar, comparar, clasificar, relacionar, el sujeto va adquiriendo representaciones lógicas y matemáticas, que más tarde valdrán por sí mismas de manera abstracta y serán susceptibles de formalización en un sistema plenamente deductivo, independiente ya de la experiencia directa.

Es preciso, por tanto, que el currículo refleje el proceso constructivo del conocimiento matemático, tanto en su progreso histórico como en su apropiación por el individuo. La formalización y estructuración del conocimiento matemático como sistema deductivo no es el punto de partida, sino más bien un punto de llegada de un largo proceso de aproximación a la realidad, de construcción de instrumentos intelectuales eficaces para interpretar, representar, analizar, explicar y predecir determinados aspectos de la realidad.

La constante referencia a la realidad, a los aspectos de construcción inductiva y empírica, que se encierran en la actividad matemática no ha de hacer olvidar, por otro lado, los elementos por los que las Matemáticas precisamente se distancian de la realidad en actividades y operaciones que tienen que ver con la creatividad, la crítica, el poder de imaginar y representar no sólo espacios multidimensionales, sino, con generalidad mayor, una "realidad" alternativa. La exploración en la posibilidad pura y el desarrollo de modelos "puramente" matemáticos casi siempre contribuyen a describir, comprender y explicar mejor la complejidad del mundo.

La enseñanza de las Matemáticas ha estado a menudo muy determinada, no sólo por la estructura interna del conocimiento matemático, sino también por objetivos de desarrollo intelectual general: se destacaba que las Matemáticas contribuyen al desarrollo de capacidades cognitivas abstractas y formales, de razonamiento, abstracción, deducción, reflexión y análisis. Ciertamente, las Matemáticas han de

contribuir a lograr objetivos educativos generales vinculados al desarrollo de capacidades cognitivas. Sin embargo, y en conexión con ello, hay que destacar también el valor funcional que poseen como conjunto de procedimientos para resolver problemas en muy diferentes campos, para poner de relieve aspectos y relaciones de la realidad no directamente observables, y para permitir anticipar y predecir hechos, situaciones o resultados antes de que se produzcan o se observen empíricamente. Ambos aspectos, el funcional y el formativo, son indisolubles y complementarios, no antagónicos.

Apenas hace falta resaltar, por otro lado, que en la sociedad actual es imprescindible manejar conceptos matemáticos relacionados con la vida diaria, en el ámbito del consumo, de la economía privada y en muchas situaciones de la vida social. Por otra parte, a medida que los alumnos progresan a través de los ciclos de la educación obligatoria, unas Matemáticas crecientemente más complejas son precisas para el conocimiento, tanto en las Ciencias de la Naturaleza como en las Ciencias Sociales. En relación con ello, y de acuerdo con la naturaleza de las Matemáticas en cuanto lenguaje con características propias, su aprendizaje ha de llevar a la capacidad de utilizar el lenguaje matemático en la elaboración y comunicación de conocimientos.

Así pues, a lo largo de la educación obligatoria las Matemáticas han de desempeñar, indisoluble y equilibradamente, un papel formativo básico de capacidades intelectuales, un papel aplicado, funcional, a problemas y situaciones de la vida diaria, y un papel instrumental en cuanto armazón formalizador de conocimientos en otras materias. Todo ello justifica, en una línea no siempre coincidente con la tradicional, los contenidos de las Matemáticas en esta etapa, así como las características didácticas básicas de su enseñanza.

De las consideraciones expuestas sobre el modo de construcción del conocimiento matemático, en la historia y en el aprendizaje de las personas, así como de las funciones educativas de esta área en la educación obligatoria, se siguen los principios que presiden la selección y organización de sus contenidos. Son principios que no se aplican por igual al comienzo de la Educación Primaria y al final de la Educación Secundaria, pero que mantienen su vigencia a lo largo de los años de la educación obligatoria:

1. Las Matemáticas han de ser presentadas a alumnos y alumnas como un conjunto de conocimientos y procedimientos que han evolucionado en el transcurso del tiempo, y que, con seguridad, conti-

nuarán evolucionando en el futuro. En esa presentación han de quedar resaltados los aspectos inductivos y constructivos del conocimiento matemático, y no sólo los aspectos deductivos de la organización formalizada que le caracteriza como producto final. En el aprendizaje de los propios alumnos hay que reforzar el uso del razonamiento empírico inductivo en paralelo con el uso del razonamiento deductivo y de la abstracción.

2. Es necesario relacionar los contenidos de aprendizaje de las Matemáticas con la experiencia de alumnos y alumnas, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de resolución de problemas y de contraste de puntos de vista en esta resolución. En relación con ello, hay que presentar las Matemáticas como un conocimiento que sirve para almacenar una información de otro modo inasimilable, para proponer modelos que permiten comprender procesos complejos del mundo natural y social y para resolver problemas de muy distinta naturaleza, y que todo ello es posible gracias a la posibilidad de abstracción, simbolización y formalización propia de las Matemáticas.

3. La enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas ha de atender equilibradamente a sus distintos objetivos educativos: a) al establecimiento de destrezas cognitivas de carácter general, susceptibles de ser utilizadas en una amplia gama de casos particulares, y que contribuyen, por sí mismas, a la potenciación de las capacidades cognitivas de los alumnos; b) a su aplicación funcional, posibilitando que los alumnos valoren y apliquen sus conocimientos matemáticos fuera del ámbito escolar, en situaciones de la vida cotidiana; c) a su valor instrumental, creciente a medida que el alumno progresa hacia tramos superiores de la educación, y en la medida en que las Matemáticas proporcionan formalización al conocimiento humano riguroso y, en particular, al conocimiento científico.

Las características de la adquisición del conocimiento matemático, así como los diferentes aspectos (formativo, funcional, instrumental) a que ha de atender esta área, son de máxima importancia en la etapa de Primaria. Gran parte de los conceptos y procedimientos matemáticos, por su grado de formalización, abstracción y complejidad, escapan a las posibilidades de comprensión de alumnos y alumnas hasta la adolescencia. La capacidad del niño, en los distintos momentos de esta etapa, condiciona la posibilidad misma de asimilar y aprehender la estructura interna del saber matemático. Por ello, en esta etapa, y a semejanza de lo que debe hacerse con otras áreas, el punto de par-

tida del proceso de construcción del conocimiento matemático ha de ser la experiencia práctica y cotidiana que niños y niñas poseen. Las relaciones entre las propiedades de los objetos y de las situaciones que alumnos y alumnas establecen de forma intuitiva y espontánea en el curso de sus actividades diarias han de convertirse en objeto de reflexión, dando paso de ese modo a las primeras experiencias propiamente matemáticas. Se trata de experiencias sencillas y cotidianas tales como la organización del espacio y la orientación dentro de él (en casa, en el colegio, en la vecindad), los ciclos y rutinas temporales (días de la semana, horas de comer, etc.), las operaciones de medición que realizan los adultos (contando, pesando, etc.), el uso del dinero en las compras cotidianas o la clasificación de objetos de acuerdo con determinadas propiedades.

Inicialmente, tales experiencias matemáticas serán de naturaleza esencialmente intuitiva y estarán vinculadas a la manipulación de objetos concretos y a la actuación en situaciones particulares. Son experiencias, sin embargo, que constituyen únicamente un punto de partida, donde, por otra parte, puede ser preciso detenerse durante períodos de tiempo dilatados. Un punto de partida que es preciso en algún momento abandonar, procediendo a la construcción del conocimiento matemático a través de una abstracción y formalización crecientes. En esta formalización, a menudo será preciso además corregir los errores, distorsiones y, en general, insuficiencias de la intuición espontánea, gracias a los conceptos y a los procedimientos matemáticos. La orientación de la enseñanza y del aprendizaje en esta etapa se sitúa a lo largo de un continuo que va de lo estrictamente manipulativo, práctico y concreto hasta lo esencialmente simbólico, abstracto y formal. Es preciso, por otra parte, destacar que sin necesidad de alcanzar la comprensión plena de algunos conceptos y procedimientos matemáticos, éstos pueden cumplir sus funciones instrumentales en un nivel que se corresponde con las necesidades y capacidades de los alumnos de Primaria.

Sin necesidad de conocer sus fundamentos matemáticos, es importante que los alumnos tengan dominio funcional de estrategias básicas de cómputo, de cálculo mental, de estimaciones de resultados y de medidas, así como también de utilización de la calculadora. Junto con ello, los alumnos y alumnas tendrán que adquirir una actitud positiva hacia las Matemáticas, siendo capaces de valorar y comprender la utilidad del conocimiento matemático, así como de experimentar satisfacción por su uso, por el modo en que permite ordenar la información, comprender la realidad y resolver determinados problemas.

Objetivos generales

La enseñanza de las Matemáticas en la etapa de Educación Primaria tendrá como objetivo contribuir a desarrollar en los alumnos y alumnas las capacidades de:

1. Utilizar el conocimiento matemático para interpretar, valorar y producir informaciones y mensajes sobre fenómenos conocidos.
2. Reconocer situaciones de su medio habitual en las que existan problemas para cuyo tratamiento se requieran operaciones elementales de cálculo, formularlos mediante formas sencillas de expresión matemática y resolverlos utilizando los algoritmos correspondientes.
3. Utilizar instrumentos sencillos de cálculo y medida decidiendo, en cada caso, sobre la posible pertinencia y ventajas que implica su uso y sometiendo los resultados a una revisión sistemática.
4. Elaborar y utilizar estrategias personales de estimación, cálculo mental y orientación espacial para la resolución de problemas sencillos, modificándolas si fuera necesario.
5. Identificar formas geométricas en su entorno inmediato, utilizando el conocimiento de sus elementos y propiedades para incrementar su comprensión y desarrollar nuevas posibilidades de acción en dicho entorno.
6. Utilizar técnicas elementales de recogida de datos para obtener información sobre fenómenos y situaciones de su entorno; representarla de forma gráfica y numérica y formarse un juicio sobre la misma.
7. Apreciar el papel de las matemáticas en la vida cotidiana, disfrutar con su uso y reconocer el valor de actitudes como la exploración de distintas alternativas, la conveniencia de la precisión o la perseverancia en la búsqueda de soluciones.
8. Identificar en la vida cotidiana situaciones y problemas susceptibles de ser analizados con la ayuda de códigos y sistemas de numeración, utilizando las propiedades y características de éstos para lograr una mejor comprensión y resolución de dichos problemas.

Contenidos

1. Números y operaciones

Conceptos

1. Números naturales, fraccionarios y decimales:
 - Necesidad y funciones: contar, medir, ordenar, expresar cantidades o particiones, etc.
 - Relaciones entre números (mayor que, menor que, igual a, diferente de mayor o igual que, menor o igual que, aproximadamente igual) y símbolos para expresarlas.
 - Correspondencias entre fracciones sencillas y sus equivalentes decimales.
 - El tanto por ciento de una cantidad.
2. Números positivos y negativos.
3. Números cardinales y ordinales.
4. Sistema de Numeración Decimal:
 - Base, valor de posición y reglas de formación de los números.
5. Numeración romana.
6. Las operaciones de suma, resta, multiplicación y división:
 - Situaciones en las que intervienen estas operaciones.
 - La identificación de las operaciones inversas (suma y resta: multiplicación y división).
 - Cuadrados y cubos.
7. Algoritmos de las operaciones.
8. Reglas de uso de la calculadora de cuatro operaciones.
9. Correspondencia entre lenguaje verbal, representación gráfica y notación numérica.

Procedimientos

1. Utilización de diferentes estrategias para contar de manera exacta y aproximada.
2. Comparación entre números naturales, decimales (de dos cifras decimales) y fracciones sencillas mediante ordenación, representación gráfica y transformación de unos en otros.
3. Utilización del Sistema de Numeración Decimal:
 - Lectura y escritura de números en diferentes contextos.
 - Composición y descomposición de números.
4. Interpretación, cálculo y comparación de tantos por ciento.
5. Formulación y comprobación de conjeturas sobre la regla que sigue una serie o clasificación de números y construcción de series y clasificaciones de acuerdo con una regla establecida.
6. Utilización de diferentes estrategias para resolver problemas numéricos (reducir una situación a otra con números más sencillos, aproximación mediante ensayo y error, etc.).
7. Explicación oral del proceso seguido en la realización de cálculos y en la resolución de problemas numéricos.
8. Representación matemática de una situación utilizando sucesivamente diferentes lenguajes (verbal, gráfico y numérico) y estableciendo correspondencias entre los mismos.
9. Decisión sobre la conveniencia o no de hacer cálculos exactos o aproximados en determinadas situaciones.
10. Estimación del resultado de un cálculo y valoración de si una determinada respuesta numérica es o no razonable.
11. Automatización de los algoritmos para efectuar las cuatro operaciones con números naturales.
12. Automatización de los algoritmos para efectuar las operaciones de suma y resta con números decimales de hasta dos cifras y con fracciones sencillas.
13. Utilización de la composición y descomposición de números para elaborar estrategias de cálculo mental:

- Suma, resta, multiplicación y división con números de dos cifras en casos sencillos.
- Porcentajes sencillos.

14. Identificación de problemas de la vida cotidiana en los que intervienen una o varias de las cuatro operaciones, distinguiendo la posible pertinencia y aplicabilidad de cada una de ellas.

15. Utilización de la calculadora de cuatro operaciones y decisión sobre la conveniencia o no de usarla.

Actitudes

1. Curiosidad por indagar y explorar sobre el significado de los códigos numéricos y alfanuméricos y las regularidades y relaciones que aparecen en conjuntos de números.

2. Sensibilidad e interés por las informaciones y mensajes de naturaleza numérica apreciando la utilidad de los números en la vida cotidiana.

3. Rigor en la utilización precisa de los símbolos numéricos y de las reglas de los sistemas de numeración.

4. Interés por conocer estrategias de cálculo distintas a las utilizadas habitualmente.

5. Confianza en las propias capacidades y gusto por la elaboración y uso de estrategias personales de cálculo mental.

6. Gusto por la presentación ordenada y clara de los cálculos y de sus resultados.

7. Confianza en el uso de la calculadora.

8. Perseverancia en la búsqueda de soluciones a un problema.

2. La medida

Conceptos

1. Necesidad y funciones de la medición:

- Identificación de magnitudes.
- Comparación de magnitudes.

2. Unidad de referencia. Unidades no convencionales.
3. Las unidades de medida del Sistema Métrico Decimal:
 - Longitud.
 - Superficie.
 - Capacidad.
 - Masa.
4. Las unidades de medida de uso local.
5. Las unidades de medida de tiempo.
6. La unidad de medida de ángulos: el grado.
7. Unidades monetarias.

Procedimientos

1. Mediciones con unidades convencionales y no convencionales.
2. Utilización de instrumentos de medida convencionales y construcción de instrumentos sencillos para efectuar mediciones.
3. Elaboración y utilización de estrategias personales para llevar a cabo estimaciones de medidas en situaciones cotidianas.
4. Toma de decisiones sobre las unidades de medida más adecuadas en cada caso atendiendo al objetivo de la medición.
5. Transformación de las unidades de medida de la misma magnitud.
6. Explicación oral del proceso seguido y de la estrategia utilizada en la medición.
7. Utilización del sistema monetario aplicando las equivalencias y operaciones correspondientes.

Actitudes

1. Valoración de la importancia de las mediciones y estimaciones en la vida cotidiana.

2. Interés por utilizar con cuidado diferentes instrumentos de medida y emplear unidades adecuadas.
3. Gusto por la precisión apropiada en la realización de mediciones.
4. Curiosidad e interés por averiguar la medida de algunos objetos y tiempos familiares.
5. Valoración del Sistema Métrico Decimal como sistema de medida aceptado internacionalmente.
6. Tendencia a expresar los resultados numéricos de las mediciones manifestando las unidades de medida utilizadas.

3. Formas geométricas y situación en el espacio

Conceptos

1. Puntos y sistemas de referencia:
 - La situación de un objeto en el espacio.
 - Distancias, desplazamientos, ángulos y giros como elementos de referencia.
 - Sistemas de coordenadas cartesianas.
2. Los elementos geométricos:
 - Relaciones entre elementos geométricos: paralelismo y perpendicularidad.
3. Formas planas:
 - Las figuras y sus elementos.
 - Relaciones entre figuras.
 - Regularidades y simetrías.
4. Formas espaciales:
 - Los cuerpos geométricos y sus elementos.
 - Relaciones entre cuerpos geométricos.
 - Regularidades y simetrías.

5. La representación elemental del espacio:
 - Planos, mapas, maquetas.
 - Escalas: doble, mitad, triple, tercio, etc.
 - Escalas gráficas.
6. Los instrumentos de dibujo (regla, compás, escuadra, cartabón, círculo graduado).

Procedimientos

1. Descripción de la situación y posición de un objeto en el espacio con relación a uno mismo y/o a otros puntos de referencia apropiados.
2. Representación y lectura de puntos en los sistemas de coordenadas cartesianas.
3. Elaboración, interpretación y descripción verbal de croquis e itinerarios.
4. Lectura, interpretación y construcción de planos y maquetas utilizando una escala gráfica.
5. Lectura, interpretación y reproducción de mapas.
6. Utilización de los instrumentos de dibujo habituales para la construcción y exploración de formas geométricas.
7. Utilización adecuada del vocabulario geométrico básico en la descripción de objetos familiares.
8. Construcción de formas geométricas a partir de datos previamente establecidos.
9. Comparación y clasificación de figuras planas y cuerpos geométricos utilizando diversos criterios.
10. Formación de figuras planas y cuerpos geométricos a partir de otras por composición y descomposición.
11. Búsqueda de elementos de regularidad y simetría en figuras y cuerpos geométricos.
12. Elaboración y utilización de estrategias personales para llevar a cabo mediciones y estimaciones de perímetros y áreas.

Actitudes

1. Valoración de la utilidad de los sistemas de referencia y de la representación espacial en actividades cotidianas.

2. Sensibilidad y gusto por la elaboración y por la presentación cuidadosa de las construcciones geométricas.

3. Precisión y cuidado en el uso de instrumentos de dibujo y disposición favorable para la búsqueda de instrumentos alternativos.

4. Interés y perseverancia en la búsqueda de soluciones a situaciones problemáticas relacionadas con la organización y utilización del espacio.

5. Gusto por la precisión en la descripción y representación de formas geométricas.

4. Organización de la información

Conceptos

1. La representación gráfica:

— Características y funciones (presentación global de la información, lectura rápida, realce de sus aspectos más importantes, etcétera).

2. Las tablas de datos.

3. Tipos de gráficas estadísticas: bloques de barras, pictogramas, diagramas lineales, etc.

4. La media aritmética y la moda.

5. Carácter aleatorio de una experiencia.

Procedimientos

1. Exploración sistemática, descripción verbal e interpretación de los elementos significativos de gráficas sencillas relativas a fenómenos familiares.

2. Recogida y registro de datos sobre objetos, fenómenos y situaciones familiares utilizando técnicas elementales de encuesta, observación y medición.

3. Interpretación de tablas numéricas y alfanuméricas (de operaciones, horarios, precios, facturas, etc.) presentes en el entorno habitual.
4. Elaboración y utilización de códigos numéricos y alfanuméricos para representar objetos, situaciones, acontecimientos y acciones.
5. Utilización de estrategias eficaces de recuento de datos.
6. Elaboración de tablas de frecuencia a partir de los datos obtenidos sobre objetos, fenómenos y situaciones familiares.
7. Elaboración de gráficas estadísticas con datos poco numerosos relativos a situaciones familiares.
8. Obtención e interpretación de la media aritmética y de la *moda en situaciones familiares concretas*.
9. Expresión sencilla del grado de probabilidad de un suceso.

Actitudes

1. Disposición favorable para la interpretación y producción de informaciones y mensajes que utilizan una forma gráfica de representación.
2. Tendencia a explorar todos los elementos significativos de una representación gráfica evitando interpretaciones parciales y precipitadas.
3. Valoración de la expresividad del lenguaje gráfico como forma de representar muchos datos.
4. Apreciación de la limpieza, el orden y la precisión en la elaboración y presentación de gráficas y tablas.
5. Sensibilidad y gusto por las cualidades estéticas de los gráficos observados o elaborados.
6. Sensibilidad por la precisión y veracidad en el uso de las técnicas elementales de recogida y recuento de datos.

Criterios de evaluación

- 1. En un contexto de resolución de problemas sencillos, anticipar una solución razonable y buscar los procedimien-**

tos matemáticos más adecuados para abordar el proceso de resolución.

Este criterio está dirigido especialmente a comprobar la capacidad del alumno o la alumna en la resolución de problemas, atendiendo al proceso que ha seguido. Se trata de verificar que el alumnado trata de resolver un problema de forma lógica y reflexiva.

2. Resolver problemas sencillos del entorno aplicando las cuatro operaciones con números naturales y utilizando estrategias personales de resolución.

Con este criterio se pretende evaluar que el alumnado sabe seleccionar y aplicar debidamente las operaciones de cálculo en situaciones reales. Se deberá atender a que sean capaces de transferir los aprendizajes sobre los problemas propuestos en el aula a situaciones fuera de ella.

3. Leer, escribir y ordenar números naturales y decimales, interpretando el valor de cada una de sus cifras (hasta las centésimas), y realizar operaciones sencillas con estos números.

Con este criterio se pretende comprobar que el alumnado maneja los números naturales y decimales; igualmente, se trata de ver que sabe operar con estos números y que, en situaciones de la vida cotidiana, interpreta su valor.

4. Realizar cálculos numéricos mediante diferentes procedimientos (algoritmos, uso de la calculadora, cálculo mental y tanteo) utilizando el conocimiento sobre el sistema de numeración decimal.

Este criterio trata de comprobar que los alumnos y las alumnas conocen las relaciones existentes en el sistema de numeración y que realizan cálculos numéricos eligiendo alguno de los diferentes procedimientos. Igualmente, se pretende detectar que saben usar la calculadora de cuatro operaciones.

5. Realizar estimaciones y mediciones escogiendo entre las unidades e instrumentos de medida más usuales, los que se ajusten mejor al tamaño y naturaleza del objeto a medir.

Con este criterio se trata de que alumnos y alumnas demuestren su conocimiento sobre las unidades más usuales del SMD y sobre los instrumentos de medida más comunes. También se pretende detectar si saben escoger los más pertinentes en cada caso y si saben estimar la medida de magnitudes de longitud, superficie, capacidad, masa y tiempo. En cuanto a las estimaciones, se pretende que hagan previsiones razonables.

6. Expresar con precisión medidas de longitud, superficie, masa, capacidad y tiempo utilizando los múltiplos y submúltiplos usuales y convirtiendo unas unidades en otras cuando sea necesario.

Con este criterio se pretende detectar que alumnos y alumnas saben utilizar con corrección las unidades de medida más usuales, que saben convertir unas unidades en otras (de la misma magnitud), y que los resultados de las mediciones que realizan los expresan en las unidades de medida más adecuadas y utilizadas.

7. Realizar e interpretar una representación espacial (croquis de un itinerario, plano, maqueta) tomando como referencia elementos familiares y estableciendo relaciones entre ellos.

Este criterio pretende evaluar el desarrollo de las capacidades espaciales topológicas en relación con puntos de referencia, distancias, desplazamientos y ejes de coordenadas. La evaluación deberá llevarse a cabo mediante representaciones de espacios conocidos o mediante juegos.

8. Reconocer y describir formas y cuerpos geométricos del entorno próximo, clasificarlos y dar razones del modo de clasificación.

Este criterio pretende comprobar que el alumno o la alumna conoce algunas propiedades básicas de los cuerpos y formas geométricas, que elige alguna de esas propiedades para clasificarlos y que explica y justifica la elección.

9. Utilizar las nociones geométricas de simetría, paralelismo, perpendicularidad, perímetro y superficie para describir y comprender situaciones de la vida cotidiana.

En este criterio es importante detectar que los alumnos han aprendido estas nociones y saben utilizar los términos correspondientes para dar y pedir información.

10. Realizar, leer e interpretar representaciones gráficas de un conjunto de datos relativos al entorno inmediato.

Este criterio trata de comprobar que el alumno o la alumna es capaz de recoger y registrar una información que se pueda cuantificar, que sabe utilizar algunos recursos sencillos de representación gráfica, tablas de datos, bloques de barras, diagramas lineales, etc., y que entiende y comunica la información así expresada.

11. Hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado de juegos de azar sencillos y comprobar dicho resultado.

Se trata de comprobar que los alumnos empiezan a constatar que hay sucesos imposibles, sucesos que con toda seguridad se producen, o que se repiten, siendo más o menos probable esta repetición. Estas nociones estarán basadas en su experiencia.

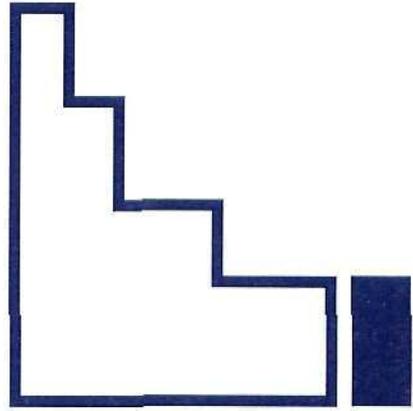
12. Expresar de forma ordenada y clara los datos y las operaciones realizadas en la resolución de problemas sencillos.

Este criterio trata de comprobar que el alumno o la alumna comprende la importancia que el orden y la claridad tienen en la presentación de los datos de un problema para la búsqueda de una buena solución, para detectar los posibles errores y para explicar el razonamiento seguido. Igualmente, trata de verificar que comprende la importancia que tiene el cuidado en la disposición correcta de las cifras al realizar los algoritmos de las operaciones propuestas.

13. Perseverar en la búsqueda de datos y soluciones precisas en la formulación y la resolución de un problema.

Se trata de ver si el alumno valora la precisión en los datos que recoge y en los resultados que obtiene y si persiste en su búsqueda, en relación con la medida de las distintas magnitudes, con los datos recogidos para hacer una representación gráfica y con la lectura de representaciones.

Matemáticas



Secuencia por Ciclos

Secuencia de los objetivos y contenidos por ciclos

En Matemáticas, ciertas capacidades necesitan un largo desarrollo, su graduación por ciclos vendrá dada por las matizaciones que se hacen de dichas capacidades y, especialmente, por la secuencia de los contenidos propuestos para cada uno de los ciclos.

Esta secuencia se establece atendiendo a criterios propios de la naturaleza de las Matemáticas, relativos a la jerarquía que ordena muchos de los contenidos (la suma es anterior a la multiplicación, los números naturales anteriores a los fraccionarios...) y a criterios psicopedagógicos relacionados con los aprendizajes previos, las características psicoevolutivas del alumnado de estos ciclos y con la experiencia de equipos docentes.

En la pormenorización o matización de algunas capacidades y en la secuencia de algunos contenidos cabe señalar el criterio pedagógico que se deriva del tratamiento cíclico. Por ello, muchos de los contenidos que han podido ser objeto de aprendizaje en un ciclo se retoman en los ciclos siguientes, aumentando la complejidad y completando así su aprendizaje.

La secuencia de capacidades y contenidos que se apunta se presenta en torno a los siguientes grupos:

- Lo que se refiere a números y operaciones, incluyendo el cálculo mental y la estimación de resultados.
- Lo relacionado con las unidades e instrumentos de medida.
- Lo que permite situarse en el espacio y reconocer las formas de los objetos que están en él.
- Lo que ayuda a organizar la información.
- Lo relacionado con el proceso de resolución de problemas.

Primer ciclo

El manejo de los números y de las operaciones que con ellos se realizan en la resolución de problemas y situaciones es, probablemente, la capacidad más característica del ámbito de las Matemáticas. Es propio de este ciclo el inicio del aprendizaje del sistema de numeración decimal y de las cifras, sin sobrepasar las centenas, pero entendiendo ya el valor posicional de unidades, decenas y centenas.

La capacidad de efectuar operaciones se centra en la suma y la resta, siendo posible la incursión en el terreno de la multiplicación en determinados casos y en contextos adecuados. Esto supone tanto el conocimiento de dichos algoritmos (con los números naturales y hasta las centenas), como la escritura de mensajes matemáticos y representaciones de la realidad cotidiana en las que aparezcan algunos signos convencionales (más, menos, igual a, mayor que, menor que). Entendiendo que la resta, en algunos casos, es una operación muy compleja, se aconseja completar su adquisición en el segundo ciclo, incluido el aprendizaje del algoritmo con “llevadas”.

Igualmente, es necesario destacar el papel del cálculo mental en el desarrollo de la capacidad de operar (suma y resta) con números, así como el apoyo que la estimación de resultados o el cálculo aproximado suponen para la consolidación de una operatoria eficaz por parte del alumnado. Conviene fomentar, ya en estas edades, el desarrollo de estrategias personales de cálculo mental en la resolución de algún problema sencillo y en situaciones descontextualizadas de cálculo numérico (operaciones).

Procurar en la escuela el desarrollo de la capacidad de medir, muy unida a la necesidad de comparar, supone promover en una primera fase la búsqueda de estrategias e instrumentos no convencionales que satisfagan esa necesidad para, posteriormente, introducir unidades e instrumentos progresivamente más convencionales y eficaces.

La introducción de unidades de tiempo (año, día, hora), de longitud (metro, centímetro), de capacidad (litro) o de masa (kilogramo) debe suponer en este ciclo el remate de unas actividades iniciales que impliquen la medida con el auxilio de objetos diversos (palmo, pie, vaso, etc.) y el inicio en el uso de instrumentos de medida convencionales sencillos (regla sencilla, reloj, balanza doméstica de lec-

tura directa). Es importante, ya en este ciclo, desarrollar la capacidad de estimar resultados ligados a la medida, haciendo énfasis en la utilidad de la estimación, así como en la importancia de elegir tanto instrumentos como unidades adecuadas a aquello que se quiere medir.

A partir del conocimiento del propio cuerpo y del adecuado desarrollo de la lateralidad, es importante en este primer ciclo progresar en la capacidad de establecer puntos de referencia en el entorno que permitan al alumnado situarse y desplazarse por él, así como dar y recibir instrucciones de forma convencional partiendo siempre de un punto de vista propio (izquierda-derecha, giro, distancias, desplazamientos, etc.).

También se considera una característica de este ciclo la capacidad de reconocer en el entorno y en los objetos que en él se encuentran distintos cuerpos y formas geométricas (esfera, cubo, cilindro, círculo, rectángulo, triángulo) que ayuden a entenderlo mejor, a describirlo y a comunicarse con los demás acerca de él.

A lo largo de este primer ciclo es conveniente empezar a desarrollar estrategias de organización de la información que, evolucionando progresivamente de las más individuales y personales hacia las colectivas y convencionales, y a través de distintas actividades, pretenden registrar un suceso (recuento, agrupación), representarlo (tablas, gráficos sencillos) y comunicarlo a los demás (lectura, comprensión, expresión) o utilizar su información en actividades posteriores.

Parece conveniente que ya a estas edades se realicen representaciones gráficas sobre situaciones y hechos muy concretos, y que incluso se interpreten, cuando el alumnado ha participado en su elaboración.

Es oportuno que alumnos y alumnas comprendan y sean capaces de expresar, a su manera, la situación matemática que se les proponga; esto significa que entienden el enunciado o las consignas dadas y que saben lo que es necesario averiguar.

Igualmente, parece indicado favorecer el desarrollo de estrategias personales de resolución y de organización de los datos necesarios de problemas, como puede ser su representación mediante objetos o de forma gráfica. En este sentido, es conveniente que el alumnado exprese oralmente las decisiones que ha ido tomando en cada momento.

Del mismo modo, resulta indicado desarrollar la capacidad de persistir en la exploración de un problema, de adquirir confianza en sí mismo y de tener interés y curiosidad en cualquier actividad matemática.

En este ciclo, y especialmente ligado a la resolución de problemas, conviene iniciar el desarrollo de ciertas actitudes de orden y de limpieza que faciliten una buena presentación del proceso y del resultado, y que eviten posibles errores de cálculo; asimismo, e igualmente unido a la resolución de problemas, es oportuno iniciar el desarrollo de actitudes de respeto y colaboración con los demás.

Segundo ciclo

Conocer y utilizar los procedimientos de cálculo numérico siguen siendo capacidades que merecen una atención prioritaria en este ciclo, puesto que son necesarias para el trabajo con otros contenidos de esta área y, en general, para la resolución de problemas planteados en distintos ámbitos.

El conocimiento del número natural puede ampliarse hasta las cinco cifras y en la realización de operaciones de cálculo se puede incluir la división. Es necesario consolidar el contenido de la resta en cualquiera de las situaciones en las que se hace necesario su uso; de la misma manera, y aunque también ya se haya iniciado su aprendizaje en el ciclo anterior, se procurará completar la adquisición de la operación de multiplicar con cantidades del campo numérico propuesto para este ciclo. Es conveniente poner de manifiesto la relación de operación inversa suma-resta y multiplicación-división.

De la misma manera, es aconsejable desarrollar en el alumnado estrategias personales para efectuar cálculos mentales mediante composición y descomposición de números. La calculadora puede utilizarse como instrumento de exploración y de revisión de resultados.

Igualmente, parece indicado el manejo y trabajo gráfico de números fraccionarios y decimales muy sencillos, sin que sea necesario en este ciclo realizar operaciones de cálculo con ellos. A medida que se va aumentando el número de cifras con los naturales y en la inclusión de los decimales se procurará el dominio en la comprensión de su valor posicional.

En este ciclo hay que fomentar un mayor desarrollo de la capacidad de medir, utilizando con más seguridad los instrumentos de medida indicados para el primer ciclo y expresando los resultados en unidades de medida más ajustadas.

En algunos casos es conveniente utilizar instrumentos más precisos o que suponen mayor dificultad en el manejo que en años anteriores (regla milimetrada y más larga, reloj con minutos...), y en otros casos se inicia el uso de instrumentos y unidades de medida convencionales no utilizados hasta el momento. Es importante que se comprenda la necesidad de medir y de expresar la medición en unidades convencionales.

Las unidades de medida utilizadas serán algunos múltiplos y submúltiplos usuales de las magnitudes consideradas para el primer ciclo. Las unidades de medida de longitud (Km, dm, mm), masa (medio Kg, cuarto Kg, g), capacidad (medio l, cuarto l) y tiempo (media h, cuarto de h, minutos, semana, mes, siglo) contribuyen a expresar con más precisión el resultado de las mediciones. La medida de superficie podría iniciarse en este ciclo con unidades no convencionales. La estimación de resultados debería formar parte del proceso de medición y habría que procurar realizarla en todos los casos.

La descripción de la situación de un objeto y los desplazamientos ya pueden realizarse desde un punto de vista distinto al propio, la representación gana en precisión y el mayor dominio de los instrumentos de dibujo contribuye a realizar croquis más exactos y a realizar planos y maquetas. De esta manera se contribuye a desarrollar la capacidad de orientación espacial y de transmisión a los demás de informaciones sobre situaciones en el espacio. Con el mismo fin, es conveniente el conocimiento de la simetría de una figura y de figuras entre sí.

El análisis de formas planas y espaciales se realiza de forma más completa y la descripción atenderá a los elementos geométricos más importantes (vértices, ángulos y lados o caras). Con todo esto, y mediante el trabajo manipulativo de composición y descomposición de polígonos, se desarrolla la capacidad de identificación de formas geométricas y de la noción de ángulo.

En la recogida de información los datos son más numerosos que en el primer ciclo y las técnicas de recogida más elaboradas; la multiplicación, por ejemplo, ayuda en el recuento. Parece indicada la

utilización de tablas de recogida de datos con dos criterios. La representación mediante diagramas de barras se hará más compleja en cuanto al número y diversidad de valores.

Es conveniente el desarrollo progresivo de la lectura e interpretación de las representaciones gráficas de manera que se expliquen con más detalle las semejanzas y diferencias existentes. En este ciclo ya se pueden interpretar gráficos en los que no se ha participado en su elaboración. Igualmente se puede iniciar en la comprensión de la media y la moda en casos muy sencillos.

En estos años de escolaridad se debería perfeccionar el desarrollo de las estrategias personales de resolución e iniciar algunas más generales que permitan enfrentarse a otras situaciones-problema con más probabilidad de éxito.

En este sentido se brindará al alumnado la oportunidad de familiarizarse con procesos progresivamente más rigurosos que faciliten la exploración y resolución de problemas (mayor comprensión, estimación de resultados, elección de las operaciones más indicadas, expresión adecuada del resultado, comprobación, explicación del proceso seguido...).

Al mismo tiempo que se procura un mayor desarrollo de las actitudes expresadas para el primer ciclo, se tratará de despertar la curiosidad por explorar diferentes formas de resolución. En relación con esto, se puede presentar la calculadora como instrumento que permite desarrollar esta curiosidad.

Por último, mediante la resolución de problemas en pequeños grupos, se pretende desarrollar actitudes de cooperación que, a su vez, mejoren la confianza en las propias capacidades.

Tercer ciclo

Aunque ya haya sido objeto de aprendizaje en los ciclos anteriores, en este tercer ciclo se persigue un conocimiento amplio de los números naturales y el progreso en la capacidad de operar con ellos. Igualmente se pretende llegar al manejo de los decimales y de las fracciones y a efectuar correspondencias entre ellos en casos sencillos.

Habrá que procurar que el alumnado sepa leer y escribir fracciones, compararlas y ordenarlas, y efectuar cálculos con ellas, teniendo

en cuenta que siempre se manejarán fracciones sencillas en contextos familiares de resolución de problemas. En cuanto a los números decimales, se podrá operar con ellos partiendo del conocimiento que el alumnado posee sobre las operaciones con números naturales.

Con relación al cálculo mental, se debería continuar con su práctica, utilizando los conocimientos nuevos sobre las propiedades numéricas y el dominio que se tiene de las operaciones. Igualmente, se reafirman las estrategias personales para conseguir cálculos exactos o aproximados. El dominio en el uso de calculadoras sencillas permite realizar cálculos rápidos y exactos con cantidades grandes, al mismo tiempo que permite reflexionar sobre el cálculo.

En este ciclo ya se conocen las unidades principales del sistema métrico decimal que sirven en las mediciones directas. Para aumentar el desarrollo de la capacidad de medir se exige un trabajo de transformación de unas en otras (siempre de la misma magnitud), y de expresión (unida al manejo de los números decimales), así como el uso de unidades e instrumentos más pertinentes en cada situación.

Al mismo tiempo se amplía el conocimiento de unidades de medida útiles en la resolución de problemas, y algunas hacen referencia a una realidad menos cercana. Así pues, se incluye el Km como medida de longitud, la Tm como medida de masa y el Hl, dl, cl y metro cúbico como medidas de capacidad; igualmente se introducen las medidas convencionales de superficie más utilizadas (kilómetro cuadrado, metro cuadrado, centímetro cuadrado, área y hectárea).

Se pretende ampliar el manejo de instrumentos de medida fundamentales a otros progresivamente más complejos, sofisticados y precisos (balanza de pesas, cronómetro, cinta métrica larga...) y se procura fomentar la capacidad para elaborar y utilizar estrategias personales en las mediciones de manera exacta y, en muchos casos, solamente aproximada.

Las nociones geométricas de paralelismo, perpendicularidad e intersección de rectas son necesarias para un mayor desarrollo de la capacidad de orientarse y de transmitir información relativa a la situación en el espacio, así como para realizar representaciones geométricas más ajustadas (croquis, planos y maquetas) y para reproducir e interpretar mapas. Por ello es conveniente introducir la representación de la situación de un objeto mediante coordenadas cartesianas.

En cuanto a las formas planas y espaciales se debe procurar una clasificación progresiva atendiendo a los elementos geométricos que se van introduciendo en el aprendizaje de las Matemáticas.

En este ciclo las capacidades de recoger, tratar y expresar la información aumentarán atendiendo a un mayor número de datos y a una representación gráfica más compleja y rigurosa. En el caso concreto de la media y la moda se podrán obtener e interpretar.

Igualmente, habrá que procurar el desarrollo de la capacidad crítica a la hora de analizar la información, admitiendo la posible variabilidad de los datos utilizados para su representación o para su interpretación.

De la misma manera, en este ciclo habrá que considerar los sucesos más o menos posibles, imposibles o seguros, para que el alumno, mediante experiencias repetidas, sea capaz de diferenciar unos de otros y así pueda iniciarse en el campo de la probabilidad.

Es pertinente que se conozcan las grandes fases del proceso en la resolución de un problema, de manera que sistemáticamente se tengan en cuenta. En cualquier caso sencillo de resolución habrá que procurar que el alumnado, después de comprender el problema planteado (el vocabulario, sus partes, lo que tiene que averiguar), organice, de forma sencilla y personal, un plan de resolución.

Es importante que se comience por anticipar una solución estimada (en qué magnitud va a estar dado el resultado, qué cantidad razonable resultará), que se piense y decida sobre las operaciones de cálculo necesarias (medir, comparar, sumar, dividir...), que se elijan los procedimientos más adecuados para llevar a cabo esos cálculos (mentales, calculadora, tanteo, algoritmos) y que, después de la realización del problema, se haga una revisión del resultado comparándolo con la estimación hecha.

En los casos que se vea pertinente habrá que habituar al alumnado a comunicar el resultado, a contrastarlo con los demás y a explicar el proceso que se ha llevado a cabo. En esta fase de la resolución, y en todo el proceso cuando el problema se resuelve en equipo, habrá que propiciar un mayor desarrollo de actitudes de ayuda y colaboración en lo que concierne a la buena disposición para aceptar puntos de vista distintos al propio y a la valoración del trabajo bien hecho realizado por los demás.

Igualmente, habrá que atender al desarrollo de capacidades relacionadas con las actitudes de rigor y precisión, especialmente en lo que se refiere a la expresión de los resultados y a su estimación, procurando que sean cada vez más ajustados o más exactos.

Estos cuadros, que son un complemento de la secuencia de objetivos y contenidos descrita anteriormente, facilitan al profesor una visión conjunta de la gradación que se ha establecido entre los ciclos. No sustituyen al texto de la secuencia, por el contrario sólo pueden interpretarse correctamente acompañados de la lectura de la misma.

Primer ciclo

- Naturales (3 cifras):
 - Unidades, decenas y centenas.
 - Valor posicional.

- Suma y resta.
 - Algoritmos:
 - Suma.
 - Resta “sin llevadas”.
- Iniciación a la multiplicación

- Cálculo mental (suma y resta).
 - Estrategias personales.

- Estimación de resultados y cálculo aproximado.

Segundo ciclo

- Naturales (5 cifras).
- Representación gráfica de fracciones y decimales:
 - Valor posicional de decimales.
- Completar la resta.
 - Algoritmos:
 - Resta "con llevadas".
- Multiplicación y división.
 - Algoritmos:
 - Multiplicación.
 - División.
 - Operaciones inversas: (+ -; x :).
- Cálculo mental (composición y descomposición).
 - Estrategias personales.
- Estimación de resultados.
- Calculadora (exploración y revisión de resultados).

Tercer ciclo

- Naturales.
- Números decimales y fraccionarios.
- Correspondencia:
 - Números decimales - fraccionarios.
- Leer, escribir, comparar, ordenar, fracciones.
- Operaciones con fracciones y decimales.
- Cálculo mental (uso de las propiedades numéricas y dominio de operaciones).
 - Estrategias personales.
- Estimación de resultados.
- Dominio en el uso de la calculadora.

Primer ciclo

- Instrumentos de medida.
 - No convencionales.
 - Convencionales:
 - Regla.
 - Reloj.
 - Balanza.

- Unidades de medida.
 - Tiempo (año, día, hora).

 - Longitud (m., cm.).

 - Capacidad (l.).

 - Masa (Kg.).

- Elección de unidades e instrumentos adecuados.

- Estimación de resultados.

Segundo ciclo

- Instrumentos de medida.
 - No convencionales.
 - Convencionales:
 - Regla milimetrada.
 - Reloj con minutos.

- Unidades de medida.
 - Tiempo (1/2 y 1/4 h. mn., semana, mes, siglo).
 - Longitud (Km., dm., mm.).
 - Superficie (no convencionales).

 - Capacidad (1/2 y 1/4 l.).
 - Masa (1/2 y 1/4 Kg., g.).

- Elección de unidades e instrumentos adecuados.

- Estimación sistemática de resultados.

Tercer ciclo

- Instrumentos de medida:
 - Convencionales:
 - Cinta métrica larga.
 - Cronómetro.
 - Balanza de pesas.

- Unidades de medida:
 - Tiempo (segundo).
 - Longitud (Km).
 - Superficie (Km², m², cm²; área y Ha).
 - Capacidad (Hl, dl, cl, m³).
 - Masa (Tm).

- Transformación de unidades de la misma magnitud.

- Pertinencia en el uso de instrumentos y de unidades y estrategias personales en la medición.

- Estimación sistemática de resultados.

Primer ciclo

- Situación con respecto a un punto de referencia propio.
 - Izquierda/derecha, giro, distancia, desplazamientos.

- Reconocimiento de cuerpos y formas geométricas:
 - Esfera, cubo, cilindro, círculo, rectángulo, triángulo.

Segundo ciclo

- Situación con respecto a puntos de vista distintos al propio:
 - Croquis más exactos, planos y maquetas.

- Simetría de una figura.
- Simetría de figuras entre sí.

- Descripción y análisis de formas y cuerpos geométricos:
 - Vértices, ángulos, lados, caras.

- Composición y descomposición de polígonos.
- Noción de ángulo.

Tercer ciclo

- Representación mediante coordenadas cartesianas.
 - Croquis, planos, maquetas más ajustadas, y reproducción e interpretación de mapas.

- Paralelismo, intersección de rectas.

- Clasificación de cuerpos y figuras planas.

Primer ciclo

- Registro de un suceso:
 - Recuento, agrupación.

- Representación:
 - Tablas de una entrada, gráficos sencillos.

- Lectura, comprensión y expresión de tablas y gráficos realizados por los alumnos.

Segundo ciclo

- Registro de un suceso con mayor número de datos y mayor detalle:
 - Recuento con la multiplicación.

- Representación:
 - Tablas de dos criterios, diagramas más complejos, con más datos.

- Lectura, comprensión y expresión de gráficos no elaborados por el alumno e interpretación.

- Iniciación media y moda.

Tercer ciclo

- Mayor número de datos.

- Representación:
 - Tablas más complejas y rigurosas.

- Análisis crítico de la información.

- Obtención e interpretación de media y moda.

- Iniciación a la probabilidad.
 - Diferenciar un suceso (impreciso, posible, imposible, seguro).

Primer ciclo

- Persistencia en la resolución.
- Confianza en sí mismo.
- Interés y curiosidad.
- Orden y limpieza en la presentación del proceso y del resultado.
- Respeto y colaboración con los demás.

Segundo ciclo

- Mayor desarrollo de las actitudes del primer ciclo.

- Iniciación de estrategias generales de resolución.

Tercer ciclo

- Mayor desarrollo de las actitudes del segundo ciclo.

- Rigor y precisión en la expresión de resultados y en su estimación.

- Plan de resolución:
 - Anticipar soluciones.
 - Operaciones de cálculo.
 - Procedimientos.
 - Revisión de resultados.
- Comunicación del resultado.
- Contraste con compañeros.
- Explicación del proceso.

Criterios de evaluación por ciclos

Primer ciclo

1. Resolver problemas sencillos relacionados con objetos, hechos y situaciones de la vida cotidiana, seleccionando las operaciones de suma y resta, y utilizando los algoritmos básicos correspondientes u otros procedimientos de resolución.

Este criterio de evaluación está principalmente dirigido a comprobar que el alumnado sabe identificar cuál de las operaciones indicadas (suma o resta) es la adecuada para solucionar el problema y que sabe resolverla mediante el algoritmo —aplicando correctamente todos sus pasos—, mentalmente o mediante la expresión gráfica. El resultado de estas operaciones, aun siendo un aspecto básico de la evaluación, es sin embargo menos importante en este ciclo. Hay que precisar que, al finalizar este ciclo, puede no haberse consolidado la capacidad de seleccionar la operación de la resta para resolver un problema; por tanto, solamente se plantearán problemas muy sencillos que puedan resolverse mediante esta operación.

2. Contar, leer y escribir números hasta el 100 utilizando el conocimiento sobre el valor que indica la posición de la cifra.

Este criterio se dirige a comprobar que el alumno o la alumna es capaz de utilizar el número como un instrumento que le ayuda a manejar la realidad, pasando sucesivamente por la manipulación de objetos concretos, de gráficos y de símbolos. Es decir, que cuenta cuando quiere conocer una cantidad, habiendo superado así otras

estrategias más rudimentarias como establecer relaciones uno a uno, y que interpreta correctamente los números y que los utiliza espontáneamente para dar información cuantitativa.

3. Comparar cantidades pequeñas tanto estimando como contando, así como interpretar y expresar los resultados de la comparación.

Con este criterio queremos saber si el alumnado comprende el concepto de cantidad y si es capaz de solucionar problemas en los que tenga que tomar decisiones que impliquen comparar objetos o hechos. Es muy importante que compare contando si es necesario, pero también estimando cuando sea posible y conveniente.

La expresión de resultados puede realizarse mediante el uso de símbolos siempre que se utilicen como una forma más precisa y económica de comunicación.

4. Medir objetos, espacios y tiempos familiares con unidades de medida no convencionales (palmos, pasos, baldosas...) y convencionales (kilo; metro y centímetro; litro; día y hora), utilizando para ello los instrumentos a su alcance más pertinentes en cada caso.

En este criterio lo más importante es la capacidad de medir para solucionar problemas, entendiendo que ello exige una unidad fija. Los alumnos deben ser capaces de utilizar unidades de medida no convencionales, pero que sean adecuadas, en el sentido de que sean apropiadas para el objeto o espacio medido. Con respecto a las medidas convencionales lo fundamental es que comprendan el porqué de su necesidad como medio que facilita la comunicación. Es asimismo importante que también en la medida se realicen estimaciones.

En el uso de los instrumentos de medida los aprendizajes básicos son aquellos que se refieren a utilizarlos con corrección y, sobre todo, a saber elegir en cada momento el más adecuado.

5. Reconocer en el entorno objetos y espacios con formas rectangulares, triangulares, circulares, cúbicas y esféricas.

En este criterio se trata de comprobar que el alumnado ha empezado a desarrollar una capacidad espacial que le sirve para percibir

de manera más organizada el espacio, para aumentar su conocimiento sobre las propiedades de los objetos y tenerlo en cuenta a la hora de manejarlos. Es muy importante, entonces, que comprobemos esa capacidad con objetos y espacios reales.

6. Definir la situación de un objeto en el espacio y de un desplazamiento en relación a sí mismo, utilizando los conceptos de izquierda-derecha, delante-detrás, arriba-abajo y proximidad-lejanía.

Este criterio pretende evaluar si el alumno o la alumna ha desarrollado o no las capacidades espaciales topológicas y si las usa para situarse y moverse en el espacio. Es importante que la evaluación se lleve a cabo sobre espacios con los que el alumno esté familiarizado.

Segundo ciclo

1. Resolver problemas sencillos relacionados con el entorno aplicando las operaciones de cálculo (las cuatro operaciones con números naturales de hasta cinco cifras) y utilizando estrategias personales de resolución.

En este criterio se pretende evaluar que el alumnado sabe seleccionar y aplicar debidamente las operaciones de cálculo en situaciones reales. Se debe atender a que sean capaces de transferir los aprendizajes sobre los problemas propuestos en el aula a situaciones fuera de ella.

2. Leer y escribir correctamente números naturales de hasta cinco cifras, interpretando el valor posicional de cada una de ellas.

Este criterio trata de comprobar que el alumno sabe leer y escribir cantidades de cinco cifras y que conoce el valor de cada una de ellas. En este criterio, como en los restantes de este ciclo, se buscarán situaciones reales o de fácil comprensión para los alumnos.

3. Realizar cálculos mentalmente y por escrito con números naturales sencillos, utilizando la composición y descomposición aditiva de números, y efectuar comprobaciones con ayuda de la calculadora.

Con este criterio se pretende detectar la capacidad para calcular con agilidad utilizando estrategias sencillas de cálculo. Se trata de que realicen cálculos de forma exacta o aproximada dependiendo de la complejidad del cálculo. Es preciso que los alumnos sean capaces de emplear la calculadora para verificar resultados. Los cálculos se harán con números de hasta cinco cifras.

4. Realizar estimaciones y mediciones escogiendo, entre las unidades e instrumentos de medida más usuales, los que se ajusten mejor al tamaño y naturaleza del objeto a medir.

En este criterio se pretende que los alumnos demuestren su conocimiento sobre las unidades más usuales del SMD y sobre los instrumentos de medida más comunes. También se pretende detectar si saben escoger el instrumento y la unidad más pertinente en cada caso, y si saben estimar la medida de magnitudes de longitud, superficie, capacidad, masa y tiempo. En cuanto a las estimaciones, se pretende que hagan previsiones razonables.

5. Reconocer y describir formas y cuerpos geométricos del espacio en el que se mueve (polígonos, círculos, cubos, prismas, pirámides, cilindros y esferas).

Este criterio pretende comprobar que el alumnado describe las formas y los cuerpos geométricos utilizando los elementos básicos (lado, ángulo, vértice...) y que realiza comparaciones de semejanza y diferencia entre ellos y con los objetos del entorno.

6. Realizar e interpretar una representación espacial (croquis de un itinerario, plano, maqueta) tomando como referencia elementos familiares y estableciendo relaciones entre ellos.

Este criterio pretende evaluar el desarrollo de las capacidades espaciales topológicas en relación con puntos de referencia, distancias, desplazamientos y ejes de coordenadas. La evaluación deberá llevarse a cabo mediante representaciones de espacios conocidos (casa, escuela, barrio) o mediante juegos (barcos, en busca del tesoro...).

7. Recoger datos sobre hechos y objetos de la vida cotidiana utilizando técnicas sencillas de recuento, ordenar estos datos atendiendo a un criterio de clasificación, y

expresar el resultado de forma gráfica (tabla de datos o bloques de barras).

En este criterio la capacidad fundamental es la de recoger y registrar información que se puede cuantificar. Los recursos gráficos que realicen no son en sí tan importantes como el que sean capaces de utilizarlos para registrar datos.

8. Expresar de forma ordenada y clara los datos y las operaciones realizadas en la resolución de problemas sencillos.

Este criterio trata de comprobar que el alumno o la alumna comprende la importancia que el orden y la claridad tienen en la presentación de los datos de un problema, para la búsqueda de una buena solución, para detectar los posibles errores y para explicar el razonamiento seguido. Igualmente, trata de verificar que comprende la importancia que tiene el cuidado en la disposición correcta de las cifras al realizar los algoritmos de las operaciones propuestas. Mediante cualquiera de los ejercicios realizados sobre el papel se puede comprobar la adquisición de estas actitudes para el desarrollo de la capacidad expuesta en el criterio.

Tercer ciclo

1. En un contexto de resolución de problemas sencillos, anticipar una solución razonable y buscar los procedimientos matemáticos más adecuados para abordar el proceso de resolución.

Este criterio está dirigido especialmente a comprobar la capacidad del alumno ante la resolución de problemas, atendiendo a un proceso dado. Se trata de verificar que el alumnado ante un problema trata de resolverlo de forma lógica y reflexiva.

2. Leer, escribir y ordenar números decimales, interpretando el valor de cada una de sus cifras (hasta las centésimas), y realizar operaciones sencillas con estos números.

Este criterio pretende constatar que el niño maneja los números decimales; igualmente, se trata de ver que sabe operar con estos números y que, en situaciones de la vida cotidiana, interpreta correctamente su valor.

3. Realizar cálculos numéricos mediante diferentes procedimientos (mentales, calculadora, tanteo, algoritmos), utilizando el conocimiento sobre el sistema de numeración decimal.

Este criterio trata de comprobar que los alumnos y alumnas conocen las relaciones existentes en el sistema de numeración y que realizan cálculos eligiendo alguno de los diferentes procedimientos. Igualmente, se pretende detectar que saben usar la calculadora de cuatro operaciones.

4. Expresar con precisión medidas de longitud, superficie, masa, capacidad y tiempo, utilizando múltiplos y submúltiplos usuales y convirtiendo unas unidades en otras cuando sea necesario.

Con este criterio se pretende detectar que los alumnos y alumnas saben utilizar con corrección las unidades de medida más usuales, que saben convertir unas unidades en otras (de la misma magnitud), y que los resultados de las mediciones que realizan los expresan en las unidades de medida más adecuadas y más utilizadas.

5. Clasificar formas y cuerpos geométricos dando razones del modo de clasificación.

Este criterio pretende comprobar que el alumno conoce algunas propiedades básicas de los cuerpos y formas geométricas.

Asimismo, pretende verificar que puede clasificarlos atendiendo al número de lados, a la forma de estos lados, al tipo de ángulos..., que elige alguna de estas propiedades para clasificarlos y que explica y justifica la elección.

6. Utilizar las nociones geométricas de simetría, paralelismo, perpendicularidad, perímetro y superficie para describir y comprender situaciones de la vida cotidiana.

En este criterio es importante detectar que los alumnos han aprendido estas nociones y saben utilizar los términos correspondientes para dar y pedir información.

7. Realizar, leer e interpretar representaciones gráficas de un conjunto de datos relativos al entorno inmediato.

Este criterio trata de comprobar que el alumno o la alumna es capaz de recoger y registrar una información que se pueda cuantificar, que sabe utilizar algunos recursos sencillos de representación gráfica (tablas de datos, bloques de barras, diagramas lineales...) y que entiende y comunica la información así expresada.

8. Hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (posible, imposible, seguro, más o menos probable) de pequeños juegos de azar, y comprobar dicho resultado.

Se trata de comprobar que los alumnos empiezan a constatar que hay hechos que se repiten o no, y que puede ser más o menos probable esta repetición. Estas nociones estarán basadas en su experiencia, especialmente con juegos (dados, monedas...).

9. Perseverar en la búsqueda de datos y soluciones precisas en la resolución de un problema.

Se trata de ver si el alumno valora la precisión en los datos que recoge y en los resultados que obtiene y si persiste en su búsqueda. (En relación con la medida de las distintas magnitudes, con los datos recogidos para hacer una representación gráfica, con la lectura de representaciones...). Esta actitud se puede comprobar con cualquiera de las tareas realizadas sobre recogida y tratamiento de la información en las que demuestre interés por la búsqueda de precisión.

Primer ciclo

1. Resolver problemas sencillos relacionados con objetos, hechos y situaciones de la vida cotidiana, seleccionando las operaciones de suma y resta, y utilizando los algoritmos básicos correspondientes u otros procedimientos de resolución.
2. Contar, leer y escribir números hasta el 100 utilizando el conocimiento sobre el valor que indica la posición de la cifra.
3. Comparar cantidades pequeñas tanto estimando como contando, así como interpretar y expresar los resultados de la comparación.
4. Medir objetos, espacios y tiempos familiares con unidades de medida no convencionales (palmos, pasos, baldosas...) y convencionales (kilo; metro y centímetro; litro; día y hora), utilizando para ello los instrumentos a su alcance más pertinentes en cada caso.
5. Reconocer en el entorno, objetos y espacios con formas rectangulares, triangulares, circulares, cúbicas y esféricas.

Segundo ciclo

1. Resolver problemas sencillos relacionados con el entorno aplicando las operaciones de cálculo (las cuatro operaciones con números naturales de hasta 5 cifras) y utilizando estrategias personales de resolución.
2. Leer y escribir correctamente números naturales de hasta cinco cifras, interpretando el valor posicional de cada una de ellas.
3. Realizar cálculos mentalmente y por escrito con números naturales sencillos, utilizando la composición y descomposición aditiva de números, y efectuar comprobaciones con ayuda de la calculadora.
4. Realizar estimaciones y mediciones escogiendo, entre las unidades e instrumentos de medida más usuales, lo que se ajusten mejor al tamaño y naturaleza del objeto a medir.
5. Reconocer y describir formas y cuerpos geométricos del espacio en el que se mueve (polígonos, círculos, cubos, prismas, pirámides, cilindros y esferas).

Tercer ciclo

1. En un contexto de resolución de problemas sencillos, anticipar una solución razonable y buscar los procedimientos matemáticos más adecuados para abordar el proceso de resolución.
2. Leer, escribir y ordenar números decimales, interpretando el valor de cada una de sus cifras (hasta las centésimas), y realizar operaciones sencillas con estos números.
3. Realizar cálculos numéricos mediante diferentes procedimientos (mentales, calculadora, tanteo, algoritmos), utilizando el conocimiento sobre el sistema de numeración decimal.
4. Expresar con precisión medidas de longitud, superficie, masa, capacidad y tiempo, utilizando múltiplos y submúltiplos usuales y convirtiendo unas unidades en otras cuando sea necesario.
5. Clasificar formas y cuerpos geométricos dando razones del modo de clasificación.

Primer ciclo

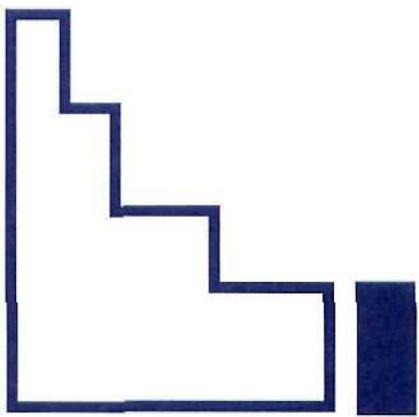
6. Definir la situación de un objeto en el espacio y de un desplazamiento en relación a sí mismo, utilizando los conceptos de izquierda-derecha, delante-detrás, arriba-abajo y proximidad-lejanía.

Segundo ciclo

6. Realizar e interpretar una representación espacial (croquis de un itinerario, plano, maqueta) tomando como referencia elementos familiares y estableciendo relaciones entre ellos.
7. Recoger datos sobre hechos y objetos de la vida cotidiana, utilizando técnicas sencillas de recuento, ordenar estos datos, atendiendo a un criterio de clasificación, y expresar el resultado de forma gráfica (tabla de datos o bloques de barras).
8. Expresar de forma ordenada y clara los datos y las operaciones realizadas en la resolución de problemas sencillos.

Tercer ciclo

6. Utilizar las nociones geométricas de simetría, paralelismo, perpendicularidad, perímetro y superficie para describir y comprender situaciones de la vida cotidiana.
7. Realizar, leer e interpretar representaciones gráficas de un conjunto de datos relativos al entorno inmediato.
8. Hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado (posible, imposible, seguro, más o menos probable) de pequeños juegos de azar, y comprobar dicho resultado.
9. Perseverar en la búsqueda de datos y soluciones precisas en la resolución de un problema.



Matemáticas

Orientaciones Didácticas



En estas Orientaciones se hacen algunas sugerencias para ayudar al profesorado en las tareas de planificación de Proyectos Curriculares y Programaciones y en su intervención directa en el aula.

Con el fin de facilitar instrumentos de utilidad para que el profesorado realice las funciones señaladas, se ha publicado una Resolución de la Secretaría de Estado, en la que aparece una Secuencia de Objetivos y Contenidos, y Criterios de Evaluación para los tres ciclos de Educación Primaria, recogida en el documento anterior.

La información que se incluye a continuación aporta otras sugerencias que completan y amplían las anteriores. Se trata, fundamentalmente, de ofrecer *planteamientos metodológicos abiertos* que permitan adaptar el currículo oficial a la situación concreta.

Este documento consta de tres apartados: Orientaciones Generales, Orientaciones Específicas y Orientaciones para la Evaluación.

Indice

| | <u>Páginas</u> |
|---|----------------|
| ORIENTACIONES GENERALES..... | 69 |
| Situación inicial | 69 |
| Partir de las experiencias del alumnado | 70 |
| Conocimientos previos | 71 |
| Ritmos de aprendizaje..... | 72 |
| El alumno como protagonista de su aprendizaje..... | 72 |
| El papel del profesor..... | 73 |
| Actividades | 75 |
| Recursos..... | 76 |
| ORIENTACIONES ESPECÍFICAS | 79 |
| Relación con otras áreas | 79 |
| Organización de contenidos..... | 80 |
| Tipos de contenidos..... | 81 |

| | <i>Páginas</i> |
|---|----------------|
| Temas transversales | 83 |
| Contenidos específicos | 87 |
| Cálculo mental | 87 |
| El lenguaje | 88 |
| Estimación | 89 |
| Resolución de problemas | 91 |
| Geometría | 93 |
| Azar y probabilidad | 94 |
| El uso de la calculadora | 95 |
| | |
| ORIENTACIONES PARA LA EVALUACIÓN..... | 97 |
| | |
| Qué hay que evaluar del aprendizaje..... | 98 |
| Cómo evaluar el aprendizaje..... | 100 |
| Cuándo evaluar el aprendizaje | 102 |
| Evaluación de la intervención educativa | 103 |

Orientaciones generales

En este apartado, y en consonancia con los principios del currículo sobre aprendizaje significativo e intervención pedagógica, se indican algunas pautas para llevar a cabo el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas en esta etapa. En primer lugar, parece importante señalar cuál es la situación del alumnado al comenzar la escolaridad obligatoria, en cuanto a las experiencias vividas relacionadas con conocimientos matemáticos.

A continuación se destacan los siguientes aspectos psicopedagógicos: la necesidad de relacionar los aprendizajes con la vida real de alumnas y alumnos, la importancia de los conocimientos previos al abordar nuevos aprendizajes, la atención a los distintos ritmos, el alumno como protagonista de su aprendizaje, la función del profesor en el aula y los recursos más adecuados.

Situación inicial

Cuando alumnos y alumnas inician la Educación Primaria poseen ya un **bagaje considerable de experiencias matemáticas** intuitivas y directamente relacionables con los principales contenidos de aprendizaje del área.

Así, por ejemplo, han tenido múltiples oportunidades de entrar en contacto con los números naturales y han adquirido probablemente algunos conocimientos al respecto (nombres de determinados números, presencia de los mismos en diferentes tipos de actividades cotidianas, acciones que tienen un correlato numérico como añadir o quitar, posibilidad de establecer correspondencias término a término

entre conjuntos de objetos, etc.); han tenido que organizar mínimamente los espacios (domicilio familiar y dependencias del mismo, edificios próximos al domicilio familiar, etc.) en los que transcurren sus actividades habituales con el fin de poder orientarse en los mismos; han interiorizado algunas de las rutinas temporales que encuadran su actividad y la de los adultos próximos (sucesión, periodicidad, simultaneidad, etc.); han tenido oportunidad de contemplar múltiples operaciones de medición; han podido constatar la importancia que les atribuyen los adultos, han llevado a cabo ellos mismos mediciones de distinto tipo y conocen los términos para designar algunas unidades de medida (kilogramo, litro, metro, etc.); han asistido y participado directamente en transacciones monetarias que implican un conocimiento del valor del dinero y cálculos más o menos complejos; han manipulado numerosos objetos y han podido explorar directamente algunas de sus propiedades estableciendo relaciones entre las mismas (forma, peso, tamaño, color, textura, dureza, etc.); y, sobre todo, han elaborado una amplia gama de estrategias personales para enfrentarse con tareas y situaciones problemáticas.

Este amplio bagaje de conocimientos matemáticos lo han ido adquiriendo en diferentes experiencias, a lo largo de los primeros años de su vida. Todas estas experiencias proporcionadas por el medio familiar, la Escuela Infantil, la televisión, etc., han sido el motor en la adquisición de estos conocimientos —algunos erróneos, otros incompletos— con los que el maestro va a contar para iniciar el tratamiento de los contenidos matemáticos de esta etapa.

Sin embargo, en este punto inicial de la Educación Obligatoria existen **grandes diferencias entre los alumnos**, debidas éstas, en parte, a los estímulos que el medio sociocultural en que se desenvuelven les ha proporcionado y al hecho de que unos niños hayan asistido a la Educación Infantil y otros no. En Matemáticas, como en otras áreas, la maestra o el maestro debe tener en cuenta estas diferencias y proporcionar al alumno, en el momento oportuno, los apoyos que le ayuden a superar los diferentes niveles con los que inicia esta etapa.

Partir de las experiencias del alumnado

Siempre que sea posible hay que asegurar la relación de los aprendizajes con la vida real de alumnas y alumnos, partiendo de las

experiencias que poseen. **El acercamiento a los contenidos matemáticos debe apoyarse en actividades prácticas y en la manipulación de objetos concretos y familiares**, para después seguir avanzando hacia formas más figurativas y simbólicas que faciliten la abstracción.

Mediante la manipulación de objetos diversos se asegurarán los primeros pasos en el proceso del aprendizaje matemático. No obstante, desde el momento en que se abordan estos contenidos, será conveniente buscar relaciones con los de otras áreas y hacer posible su utilización para la resolución de problemas, tanto en el medio escolar como extraescolar.

Conviene tener en cuenta, sin embargo, que la experiencia práctica en el trabajo matemático sólo constituye un punto de partida, en el que será preciso detenerse en ocasiones durante un buen período de tiempo, y que **la construcción del conocimiento matemático obliga a una abstracción y una formalización permanente**. Quiere esto decir que la experiencia práctica y la comprensión intuitiva de nociones, relaciones y propiedades matemáticas ha de ir enriqueciéndose progresivamente con formas de representación (por ejemplo, dibujos, esquemas y otras formas gráficas) que permitan trascender la manipulación concreta de objetos y situaciones hasta llegar, en último término, a una comprensión plena de las mismas mediante el manejo adecuado de las notaciones y operaciones simbólicas de tipo numérico o geométrico.

Conocimientos previos

Para facilitar el aprendizaje hay que favorecer la relación entre lo que el alumnado ya sabe y los nuevos contenidos.

Por esta razón, en cualquier momento del proceso de enseñanza y aprendizaje, antes de abordar nuevos contenidos, habrá que **comprobar los conocimientos que el alumnado posee** y hasta qué punto los posee. Puede suceder que el niño o la niña sepa perfectamente sumar y no sepa que tiene que utilizar la suma en las situaciones-problema en que se hace necesaria; en este caso, conoce la operación de la suma, pero si no sabe utilizarla cuando es preciso, demuestra que no posee completamente este conocimiento; si esto es así, el alumnado puede tener enormes problemas con los nuevos

aprendizajes (en este caso, con la resta y con la multiplicación). Por ello, es importante que el profesorado se cerciore del grado de conocimiento que los alumnos tienen sobre ciertos contenidos que son imprescindibles para poder avanzar en la enseñanza y aprendizaje de los nuevos. Hay que tener en cuenta que el estudio prematuro de ciertos contenidos matemáticos puede ser origen de bloqueos y fracasos.

Además de verificar los conocimientos asimilados por el alumno, el docente deberá contar con ellos para abordar el nuevo aprendizaje. Por seguir con el mismo ejemplo, conviene introducir la resta como una operación opuesta a la suma, y la multiplicación, como sumas repetidas. En la mayor parte de los casos, es solamente así, contando con los conocimientos previos, como el niño podrá incorporar nuevos contenidos que faciliten su desarrollo.

Ritmos de aprendizaje

Hay que contar con que los niños aprenden Matemáticas a ritmos muy diferentes, como también son diferentes los procesos de desarrollo. Por lo cual hay que considerar las peculiaridades de cada grupo y los ritmos de aprendizaje de cada niño o niña, para adaptar las actividades a las diferentes situaciones. Habrá que **buscar estrategias de actuación que, en algunos casos, convengan a toda la clase y, en otros, atiendan a la diversidad.**

Para que cada niño o niña progrese y afiance sus conocimientos habrá que buscar las causas de los errores que va cometiendo y se deberá, si es necesario, modificar la planificación hecha, con el fin de procurar que los alumnos no experimenten repetidos fracasos y, de esta manera, evitarles el desaliento.

El alumno como protagonista de su aprendizaje

El alumno construye su propio conocimiento; es, pues, el protagonista de su aprendizaje. Atendiendo a este principio psicopedagógico, el maestro deberá elegir situaciones y problemas (abiertos,

cerrados, con solución única o varias soluciones, con preguntas o sin ellas, con falta de datos o con datos no necesarios...), con el fin de despertar interés y así fomentar la actividad creadora.

Las actividades deberán ir encaminadas a **posibilitar que el alumno construya conceptos matemáticos** y adquiera las destrezas necesarias y demás contenidos en diversas situaciones. Para ello, se partirá de su experiencia, aprovechando los espacios escolares comunes, la calle, el jardín, etc, en diferentes actividades y se utilizará el carácter lúdico que ofrecen los juegos, los problemas creativos o los de desarrollo lógico, como un factor motivante y atrayente en la enseñanza de las Matemáticas.

En la interacción del alumno o la alumna con los objetos, si está convenientemente planificada por el maestro, se irá construyendo el armazón de los conocimientos matemáticos básicos. El interés que el niño tiene por el conocimiento está en relación directa con la parte activa que toma él mismo en su adquisición.

No obstante, se recuerda que la progresión, desde los conocimientos matemáticos intuitivos, incompletos, y a menudo erróneos hacia un sistema de conceptos y procedimientos matemáticos articulado y coherente, no es homogénea en todos los ámbitos de contenido —numeración, cálculo, medida, geometría, etc.— ni finaliza con la Educación Primaria. Sin embargo, aunque a estas edades no se llegue a una comprensión plena de muchos contenidos matemáticos, algunos de estos conceptos y procedimientos (por ejemplo, sistema de numeración decimal, estrategias de conteo, operaciones aritméticas, unidades de medida, etc.) pueden cumplir sus funciones instrumentales en un nivel que corresponde a las necesidades de este alumnado.

El papel del profesor

El maestro es el mediador entre los conocimientos que el niño posee y los que se pretende que adquiera; es el **guía en la construcción del conocimiento matemático del propio alumno**. Esta función consiste en ayudar al niño a que establezca relaciones sustantivas entre lo que ya conoce y lo que aprende, y a que reflexione sobre el contenido matemático investigando, discutiendo sus ideas y escribiendo lo que ha descubierto. La verbalización por parte

del niño de lo que va descubriendo, además de la importancia que tiene en la construcción del conocimiento, dará indicadores al maestro sobre lo que saben sus alumnos y sobre cómo lo van aprendiendo. Es, igualmente y como se indicará en el apartado correspondiente, un indicador necesario para la evaluación.

Asimismo, el maestro debe tratar de **ajustar el nivel de ayuda pedagógica a las diferentes necesidades**; esto comporta un trato personal con cada alumno, una determinada organización del trabajo en el área (trabajo individual, de grupos o de toda la clase), e incluso la utilización de diferentes métodos. La metodología adoptada por el maestro deberá ser flexible: atenderá a los diferentes ritmos de aprendizaje, a las estrategias más idóneas para cada contenido, a su propia preparación y a los recursos de que disponga.

Igualmente, el docente debe impulsar las relaciones entre iguales proporcionando pautas que permitan la confrontación y modificación de puntos de vista, la coordinación de intereses, la toma de decisiones colectivas, la ayuda mutua, y la superación de conflictos mediante el diálogo y la cooperación.

En ocasiones, los docentes suponen que la heterogeneidad del grupo-aula ralentiza el proceso de enseñanza y aprendizaje. Sin embargo, esta idea es sólo cierta en los casos en que se lleva a cabo una enseñanza tradicional puramente transmisiva; en las demás situaciones, las investigaciones en psicopedagogía y las constataciones de maestras y maestros indican que es una creencia infundada. El enriquecimiento que supone el aprendizaje entre iguales puede verse notablemente potenciado en los grupos heterogéneos y, además, el aprendizaje de determinadas actitudes (por ejemplo, la confianza en las propias capacidades), necesarias para el aprendizaje de las matemáticas, únicamente puede llevarse a cabo a través de esa heterogeneidad.

Además de las indicaciones ya hechas en todo lo anterior sobre el papel del profesor en la enseñanza de las Matemáticas hay que señalar el papel importantísimo que desempeña como **modelo de valores**. Con su actitud puede impulsar la colaboración y solidaridad entre el alumnado, contribuyendo así a una mayor riqueza de las relaciones en la clase. Esta buena actitud condicionará igualmente en el niño el gusto por las Matemáticas, el interés por aprenderlas y, en gran medida, el éxito en las mismas.

Actividades

Atendiendo a lo anteriormente expuesto habrá que realizar una programación minuciosa y atenta a las necesidades del alumnado para que todos ellos adquieran confianza y buena comprensión de los contenidos matemáticos.

Las unidades didácticas que integrarán la programación deberán constar de diferentes actividades que, en la medida de lo posible, estarán relacionadas unas con otras.

En primer lugar se realizarán **actividades de presentación del tema**. La propuesta de trabajo se hará en torno a cuestiones y problemas referidos a la experiencia próxima del alumnado o a situaciones imaginadas. También puede referirse a temas de estudio, emprendidos en clase, relativos a otras áreas, para cuya resolución el alumno o la alumna pueda utilizar conocimientos que ya posee, es decir que pueda movilizar esquemas de conocimiento previos. Estas actividades de presentación del tema tienen la finalidad de facilitar el máximo significado a los nuevos aprendizajes y de despertar el interés hacia ellos por parte de todo el alumnado.

Es conveniente plantear las actividades de forma que el alumnado desee descubrir algún elemento desconocido. El planteamiento de esta situación-problema comienza con una "exploración" oral, tras la cual surgen las preguntas que van a posibilitar centrarse en el tema y que informarán al profesor sobre el conocimiento que el alumnado puede ya poseer.

Las **actividades de desarrollo** permiten el trabajo concreto con los contenidos: son las actividades de matematización propiamente dichas. Los contenidos matemáticos se presentarán y servirán como instrumentos para analizar la situación: búsqueda de datos, comparación, cálculo numérico, etc. La búsqueda de soluciones y la explicación a la situación planteada implica la abstracción y la generalización que puede dar lugar a la reconstrucción de un concepto o a la elaboración de uno nuevo. El trabajo se realizará mediante la manipulación de objetos y mediante la expresión gráfica hasta llegar a la notación simbólica.

Estas actividades de desarrollo comportarán, igualmente, ejercicios y pequeños problemas que permitan el conocimiento del código matemático y que ayuden a sistematizar y mecanizar procesos matemáticos ya comprendidos (algoritmos de las operaciones, cálculo mental, estimación de medidas...).

Asimismo se llevarán a cabo **actividades que permitan la generalización** (volviendo al planteamiento inicial y retomando la situación planteada en su conjunto) y la transferencia de los aprendizajes realizados (mediante la presentación de cuestiones y situaciones nuevas, escolares y de ámbito extraescolar).

Finalmente, se insistirá en los contenidos trabajados con **actividades que sirvan de refuerzo y profundización**. Puede ser útil algún pequeño problema, la utilización de otros procedimientos de cálculo, el refuerzo de algoritmos, etc. Estas tareas deberían ser múltiples hasta constatar que los alumnos no tienen dificultad para realizarlas. En este momento del aprendizaje puede ser especialmente útil hacer pequeños grupos heterogéneos para que la interacción de los alumnos contribuya a la adquisición de los contenidos trabajados.

El conjunto de actividades que forman una unidad didáctica están encaminados a conseguir unos objetivos marcados previamente. Aunque cualquier situación de enseñanza y aprendizaje lleva implícitos unos objetivos didácticos, es aconsejable definirlos, es decir, establecer unos criterios concretos sobre lo que se pretende conseguir para asegurar cierto rigor en el trabajo. En consecuencia, al finalizar las actividades arriba señaladas habrá que **comprobar si los objetivos se han cumplido**.

Recursos

Es importante que el profesor, teniendo en cuenta las consideraciones hechas, y con la ayuda de los distintos tipos de recursos, pueda llevar a cabo su labor de mediador en el proceso de aprendizaje de todos los alumnos y alumnas.

Será conveniente proporcionarse todos los recursos **que faciliten la actividad docente y que contribuyan al aprendizaje del alumno**. Es aconsejable que cada profesor o profesora elija materiales de fácil utilización atendiendo a su formación y experiencia.

Así pues, se sugieren materiales diversos que pueden ser, desde objetos concretos cotidianos y familiares para el niño o la niña, a materiales más convencionales y más sofisticados.

En estas edades, como se ha indicado repetidas veces, la manipulación de **objetos concretos y familiares** constituye el primer paso en

el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. Por esta razón, parece indispensable poder contar con materiales sencillos y de fácil adquisición para trabajar el aspecto manipulativo (frutas, bolas, corchos, etc.), junto a los materiales comercializados (ábacos, regletas, bloques, etc.). Igualmente se acostumbrará a los niños a utilizar instrumentos alternativos de medida (cartulinas o libros para el trazado de líneas, cuerdas o hilos para trazar circunferencias, etc.), junto a los instrumentos propios de esta etapa (regla, escuadra, compás, semicírculo, etc.).

También debe contemplarse la existencia en el aula, además de los libros de texto, de un amplio **material impreso**: fichas de trabajo, catálogos, folletos, hojas de publicidad, etc.

Los **materiales audiovisuales** pueden enriquecer ciertas actividades matemáticas y generar una actitud positiva hacia el área. Estos materiales pueden consistir en presentaciones históricas e ilustraciones que sirvan de apoyo o de punto de partida de actividades matemáticas. También pueden ser de gran utilidad documentos con referencias matemáticas, procedentes del entorno audiovisual, y otros creados especialmente para tal fin.

Asimismo, **el ordenador** puede considerarse un recurso didáctico que aporta nuevas posibilidades a la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas por su versatilidad, atención a los distintos ritmos de aprendizaje y atención a la diversidad. Un uso adecuado del mismo puede facilitar la adquisición y consolidación de conceptos y destrezas matemáticas. Determinados tipos de interacción con los ordenadores pueden ser el elemento que permita avanzar desde actividades de manipulación de objetos concretos hacia niveles más avanzados de abstracción y de formalización. Son aconsejables los programas que se adaptan al ritmo de aprendizaje del alumnado que interactúa con ellos, proponiendo distintos tipos de ejercicios en relación con los errores que se cometan.

La evolución en el campo de las nuevas tecnologías permite prevenir la aparición de programas informáticos y audiovisuales que amplíen las posibilidades de aplicación de estos medios a la enseñanza de las Matemáticas, así como de otras áreas, en la Educación Primaria. Es importante señalar que estos programas no deben sustituir a la experiencia real del alumno ni deben utilizarse, excepto en raros casos, en actividades aisladas, mecánicas y repetitivas.

Para más información se incluye una **Guía Documental y de Recursos** al final de este documento, que puede ser de gran utilidad en la formación y perfeccionamiento del profesorado.

Orientaciones específicas

Este segundo apartado hace referencia a distintos aspectos de los contenidos matemáticos. Contiene información sobre su relación con otras áreas de la etapa, sobre su organización en los distintos ciclos y en las unidades didácticas, sobre cómo están incluidos los temas transversales, los tipos de contenidos que aparecen en el currículo y, de forma más exhaustiva, sobre el tratamiento de algunos contenidos específicos.

Relación con otras áreas

El carácter distintivo de las Matemáticas es su enorme poder como instrumento de comunicación conciso y sin ambigüedades y, gracias a la amplia utilización de diferentes sistemas de notación simbólica (números, letras, tablas, gráficos, etc.), las Matemáticas son útiles para representar la realidad. Desde esta óptica, **el área de Matemáticas proporciona instrumentos para el estudio del medio** y, como consecuencia, contribuye a desenvolverse en él. Recíprocamente, en el trabajo matemático se necesita la aportación de otros contenidos curriculares para llevarlo a cabo.

Así pues, las Matemáticas se relacionan con otras áreas del currículo. Por un lado, **los contenidos matemáticos constituyen una herramienta necesaria para el estudio de otras áreas** (por ejemplo, el friso del tiempo necesita de la representación gráfica del número; la construcción de maquetas, de contenidos geométricos; algunas actividades de Educación Física exigen medidas de distancias y de tiempos...). Por ello, puede decirse que las Matemáticas

“se hablan”, “se dibujan” y “se construyen” y que de esta manera se enriquece el lenguaje, la expresión artística, la tecnología...

Y por otro lado, **el aprendizaje de otras áreas contribuye a la adquisición de contenidos matemáticos**. Así, por ejemplo, puede decirse que el grado de dominio del lenguaje habitual condicionará el aprendizaje de los contenidos matemáticos, y que el estudio del entorno en el que el niño se mueve proporcionará situaciones idóneas y familiares para el trabajo de contar, medir, buscar formas, distancias, representar fenómenos y situaciones, etc.

Organización de contenidos

Como ya se ha indicado, en la **Secuencia por ciclos** se orienta sobre la distribución de los contenidos en los tres ciclos de la Educación Primaria, así como se indican pautas de temporalización de ciertos contenidos con respecto a otros. Este documento puede ser de gran utilidad en proyectos curriculares y programaciones; como trabajo previo a la actividad didáctica en el aula.

No obstante, en relación con la secuencia de contenidos y su organización en unidades didácticas, se sugieren algunas indicaciones que están en consonancia con la fundamentación que para el área de Matemáticas se hace en los Reales Decretos de Currículo.

Muchos contenidos matemáticos tienen una **ordenación jerárquica** debida a la propia naturaleza de las Matemáticas (la suma es anterior a la multiplicación, los números naturales anteriores a los fraccionarios...). Este carácter jerarquizado de los contenidos matemáticos indica que la posibilidad de pasar de un tema a otro depende con frecuencia de una buena comprensión de las cuestiones anteriores.

Las Matemáticas poseen una estructura particularmente rica y coherente en la que todos sus elementos están interrelacionados y resulta difícil entenderlos por separado. Así pues, aunque los contenidos del área están organizados en grandes bloques para una descripción más clara, esto no significa que los bloques deban tratarse por separado.

Por esta razón, las unidades de programación deberán **relacionar varios bloques** en torno a diferentes temas y, además, debe-

rán **relacionar distintos tipos de contenido**. Sería difícil imaginar el tratamiento de los números sin ligarlo a las operaciones que se pueden realizar con ellos en distintas situaciones y sin que el niño viera la importancia de su utilidad. Igualmente sería difícil, por poner otro ejemplo, abordar las formas geométricas sin los números, sin la medida, sin que los niños construyan, comparen y relacionen diferentes formas y sin que, además, se haya despertado en ellos curiosidad e interés.

En coherencia con todo lo anterior, las actividades de Matemáticas deben diseñarse de manera cíclica, de modo que **los mismos contenidos se trabajen varias veces** durante la Educación Primaria y algunos, incluso, después, en Secundaria Obligatoria, apareciendo bajo formas cada vez más elaboradas y complejas. Volviendo al ejemplo de los números, el campo numérico se amplía a través de la Educación Primaria y continúa ampliándose en Secundaria Obligatoria, así como las relaciones que se establecen entre ellos van siendo cada vez más complejas en el transcurso de la escolaridad.

Sería, sin embargo, un error interpretar las afirmaciones precedentes en el sentido de que la enseñanza de las Matemáticas tiene en la Educación Primaria un valor exclusivamente preparatorio, es decir, de introducción de conceptos y procedimientos básicos que han de ser posteriormente objeto de ampliación y profundización. Desde el inicio mismo de la Educación Primaria, el aprendizaje de contenidos matemáticos ha de vincularse al desarrollo y utilización de nuevos instrumentos y recursos de exploración, comprensión y actuación. De ahí la importancia que se concede al dominio funcional de determinados contenidos (algoritmos de cálculo, estrategias de conteo, estrategias básicas de cálculo mental, utilización de la calculadora, estimaciones de resultados, estimaciones de medidas, etc.) a los que no siempre se ha prestado la atención que merecen.

Tipos de contenidos

Los contenidos se asimilan casi siempre a un solo tipo: a los conceptuales. El uso y el abuso de contenidos de tipo conceptual va unido a una aproximación metodológica de tipo memorístico y transmisivo. En el currículo oficial, para evitar este error, se recogen los

contenidos culturales abordables desde varias ópticas (conceptuales, procedimentales, actitudinales). Esta división en los tres tipos de contenido es sobre todo de naturaleza pedagógica.

Todos los tipos de contenido deben ser objeto de aprendizaje y, consecuentemente, objeto de enseñanza. No hay que confundir un concepto, como contenido matemático de Educación Primaria, con un concepto científico acabado. La mayor parte de aprendizajes no suponen la adquisición de **conceptos** acabados, sino que progresivamente se irán haciendo más elaborados a medida que van modificando los esquemas mentales. El preconcepto inicial de número, por ejemplo, se va completando y elaborando a lo largo de la escolaridad, a medida que el campo numérico se amplía y que se va operando con esos números.

Se entiende por **procedimientos** el conjunto de acciones encaminadas a la consecución de una meta. A menudo se utilizan los términos de "destreza", "técnica", "estrategia" y "método" como sinónimos de procedimiento. En Matemáticas, la mayoría de los aprendizajes tienen una entrada procedimental; así, por ejemplo, para llegar al concepto de "número natural, necesidad y funciones" se hará a partir de contenidos procedimentales como: "utilización de códigos numéricos para representar objetos", "utilización de diferentes estrategias para contar de manera aproximada", "técnicas de recuento"...

Sin embargo, esto no debe interpretarse como que los procedimientos son una mera aproximación metodológica para la adquisición de conceptos, puesto que la mayoría de ellos son contenidos educativos transferibles a distintas situaciones útiles para desenvolverse en el medio.

En cuanto a las **actitudes**, son contenidos que hay que ir trabajando durante todo el proceso de enseñanza y aprendizaje. Se considera indispensable que el profesorado sea consciente de la importancia de estos contenidos como aprendizajes propiamente dichos y para la adquisición de otros de tipo conceptual o procedimental. El gusto por las Matemáticas, la perseverancia en la búsqueda de soluciones, la flexibilidad necesaria para poder cambiar de punto de vista en el enfoque de una situación, el espíritu de colaboración, la concentración ante las tareas..., además del valor que puedan tener en sí mismos, son contenidos que contribuyen enormemente, y hasta cabe decir que son necesarios, para aprender otros contenidos matemáticos considerados hasta la actualidad más propiamente académicos.

Para terminar, conviene señalar que los contenidos actitudinales deben ocupar un lugar preferente en la enseñanza de las Matemáticas durante la Educación Primaria. En este sentido es importante considerar que las actitudes de ayuda y colaboración con los demás, especialmente adquiridas mediante el trabajo en grupos, contribuyen al aprendizaje matemático y, especialmente, a la superación de bloqueos e inhibiciones que algunos alumnos o alumnas poseen. Igualmente es importante que, al término de la Educación Primaria, los alumnos hayan adquirido una actitud positiva hacia las Matemáticas, sean capaces de valorar y comprender la utilidad del conocimiento matemático, que hayan experimentado el placer de su uso y que tengan un nivel aceptable de confianza en sí mismos en lo que concierne a su dominio. De todo ello depende, en gran parte, que puedan seguir progresando de forma satisfactoria en la construcción del conocimiento matemático durante la Educación Secundaria Obligatoria.

Temas transversales

Mediante la inclusión de los temas denominados transversales (*Educación para la Paz, Educación Moral y Cívica, Educación para la Salud, Educación Sexual, Educación para la Igualdad de Oportunidades de ambos sexos, Educación del Consumidor, Educación Ambiental y Educación Vial*) se pretende contribuir a una formación completa y acorde con las necesidades de la sociedad, para que las personas puedan integrarse en ella de forma autónoma y solidaria.

Ha parecido oportuno señalar estos temas como transversales para que “impregnen” toda la actividad educativa. Así pues, en las distintas áreas de Educación Primaria se establecen contenidos vinculados a estos aspectos transversales, y en todas ellas, se indica la importancia de buscar estrategias didácticas que permitan un *tratamiento adecuado*.

Desde esta perspectiva, el currículo de Matemáticas contribuye a asegurar el desarrollo integral de alumnos y alumnas, no limitándose a los contenidos ligados a conocimientos tradicionalmente académicos, y aconseja diseñar las actividades de enseñanza y aprendizaje en unidades didácticas que faciliten esta formación.

Existen contenidos matemáticos, especialmente de tipo actitudinal, muy relacionados con varios de estos temas; son los contenidos referentes a actitudes de confianza, respeto y colaboración con los

demás. Mediante un trabajo continuo para la adquisición de estas actitudes positivas se contribuye a una **educación moral y cívica**, a una **educación para la paz**, etc., y, en definitiva, a la formación de las personas para una convivencia pacífica y solidaria.

Se trata, pues, de destacar este tipo de actitudes que favorecen el desarrollo equilibrado de todas las capacidades en niños y niñas, a través del trabajo en equipo, en los intercambios verbales y en la organización de todas las tareas a realizar. Estos contenidos pueden ser comunes a todos los temas transversales y, al mismo tiempo, con ellos se contribuye a la adquisición de otros propiamente matemáticos.

Del mismo modo, es conveniente organizar los contenidos en torno a temas de interés expuestos de forma sencilla y que contribuyan al mismo tiempo a la sensibilización del alumnado ante problemas de nuestra época y de nuestro entorno; es el caso del impacto de la actividad humana sobre el ambiente, de la información sobre problemas del pueblo o del barrio en el que viven, de la salud e higiene corporal, de la formación para una vida sana y equilibrada, de la formación ante el consumo, del conocimiento de normas de seguridad que pueden permitir desenvolverse en el entorno, etc.

El tratamiento de estos temas permite, además de la facilidad para interrelacionar contenidos de distintas áreas, numerosas posibilidades matemáticas. En estas situaciones prácticas se pueden emprender trabajos que requieren el empleo de una o varias destrezas matemáticas, como clasificar, contar, medir, calcular, estimar, representar en forma de tablas o gráficos, etc. Del mismo modo, contribuyen a la adquisición de hábitos y al desarrollo de actitudes de gran importancia en estas edades, como la higiene, el consumo moderado de golosinas, el respeto a normas de convivencia, colaboración y ayuda a los demás, solidaridad, actitud crítica, etc. Así, por ejemplo, en relación con la **Educación para la Salud**, pueden realizarse actividades como las siguientes: confección de menús calculando calorías, realización de encuestas y gráficos estadísticos sobre hábitos de higiene, consumo...

En cuanto a **la Educación Ambiental**, se sugiere realizar tareas del tipo siguiente: mediciones de superficies en las que el paisaje se ha modificado, cálculo de los metros cúbicos de agua que se consumen en la escuela, interpretación de datos estadísticos...

La Educación Vial es otro tema que para su atención es indicado relacionarlo con contenidos matemáticos, en particular de situación y orientación espacial. Por ejemplo, "puntos y sistemas de

referencia: situación de un objeto en el espacio, distancias, desplazamientos, ángulos y giros..."; "representación elemental del espacio: planos, mapas y maquetas, escalas...", etc.

Para este trabajo pueden sugerirse actividades del tipo siguiente: estimar distancias, dibujar y describir un itinerario, leer e interpretar planos, leer y reproducir mapas, indicar el camino más corto para desplazarse de casa a la escuela, indicar el camino menos peligroso, dar indicaciones orales precisas y apropiadas sobre un itinerario, realizar itinerarios usando señales de circulación...

Igualmente, existen contenidos matemáticos muy estrechamente vinculados con la **Educación del Consumidor** y que pueden trabajarse en torno a centros de interés motivadores para el alumnado. Así por ejemplo, pueden sugerirse actividades sobre cálculo y medida como las siguientes: administrar presupuestos pequeños, elaborar una lista de la compra y tener en cuenta el presupuesto antes de comprar, realizar una compra de acuerdo con el presupuesto dado, conocer el precio de los productos y establecer relaciones de cantidad y precio, comparar precios y analizar el ticket de caja, habituarse a comprobar el ticket de caja, comparar cantidades y precios del mismo producto en distintas marcas, redondeos de precios a fin de facilitar la comparación, calcular mentalmente el precio de una compra, cálculo de tantos por ciento y aplicación a los precios de rebajas...

Del mismo modo, puede aprovecharse este tema para realizar actividades de enseñanza y aprendizaje sobre la recogida, tratamiento y representación de datos sencillos.

En relación con la **Educación para la Igualdad de Oportunidades de ambos sexos**, parece importante señalar con más detenimiento las aportaciones de la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, con el fin de modificar la idea, ampliamente extendida, sobre la escasa influencia del currículo de Matemáticas en este tema.

Como se ha indicado, las actitudes positivas ayudan al aprendizaje de las Matemáticas, mientras que las negativas no sólo lo inhiben, sino que suelen persistir durante toda la escolaridad y afectar a la elección de empleo. Por esto, es de vital importancia que en estas edades la educación no esté condicionada por estereotipos sexistas o de otra índole que impidan el desarrollo integral de niños y niñas.

La familia y toda la sociedad han fomentado actitudes diferentes para niños y niñas, mostrando distintas exigencias y expectativas y

creando situaciones y experiencias que marcan el conocimiento inicial y condicionan el aprendizaje de contenidos matemáticos.

A menudo, las niñas reciben más calor y afecto, están más protegidas, mientras que a los niños se les impulsa a que sean más independientes, se les estimula para “conquistar más espacio”, se crean más ambiciones para ellos. La asociación de la identidad de niño o niña a una serie de creencias o comportamientos estereotipados condiciona el desarrollo de capacidades necesarias en Matemáticas.

Ya en estas edades, las situaciones o experiencias vividas no son las mismas (las actividades habituales relacionadas con una organización mínima de los espacios con el fin de poder orientarse en los mismos, la manipulación de los objetos en las que han podido explorar directamente algunas de sus propiedades para establecer relaciones entre las mismas, la elaboración de una amplia gama de estrategias personales para enfrentarse con tareas y situaciones problemáticas, etc.) son más enriquecedoras para los niños que para las niñas. La sencilla observación de sus juegos y juguetes, de otros objetos que manipulan, de los espacios en los que se mueven, etc., indica experiencias menos propicias para la formación del bagaje matemático en las niñas.

Aunque, aparentemente, en estas edades no se detecta menor nivel en la adquisición de contenidos matemáticos de las niñas, sin embargo, el escaso desarrollo de actitudes de confianza y de capacidades relacionadas especialmente con la orientación espacial van a sentirse en las etapas superiores y en la vida adulta.

Por estas razones, la educación escolar no debe limitarse a impartir una enseñanza igualitaria para niños y niñas, sino que debe corregir las desigualdades de partida compensando el escaso bagaje de los conocimientos matemáticos que las niñas poseen y reforzando la autoconfianza en el trabajo matemático.

Para ello hay que buscar situaciones cercanas enriquecedoras, que tengan en cuenta sus experiencias previas y los intereses diferentes, y encontrar actividades para su motivación y estímulo. Al mismo tiempo, habría que valorar deportes y juegos que potencien las capacidades de organización y orientación espacial, descuidadas en las niñas (ajedrez, damas, juegos de construcción en el plano y en el espacio...).

Si fuera necesario, habría que buscar estrategias concretas, puntuales (organización espacio-temporal flexible, diferentes recursos...),

para que las niñas superen bloqueos e inhibiciones que condicionan el aprendizaje de Matemáticas.

Para cada tema transversal existe un documento en el que se señalan algunas sugerencias didácticas para poner en práctica el proceso de enseñanza y aprendizaje en relación con estos aspectos.

Contenidos específicos

Parece oportuno hacer varias indicaciones sobre el tratamiento de algunos contenidos específicos del currículo de Matemáticas que aparecen a continuación: el cálculo mental, el lenguaje, la estimación, la resolución de problemas, la geometría, el azar y la probabilidad, y el uso de la calculadora.

Cálculo mental

Durante bastante tiempo se ha olvidado en las aulas el cálculo mental, aunque últimamente se haya hecho un esfuerzo por recuperarlo. Su olvido se ha debido, en parte, a la idea de que las calculadoras podían suplirlo, pero sobre todo a que no se reconoce la importancia que tiene en las Matemáticas de Educación Primaria. Sin embargo, es obvia su utilidad, dado que **la mayor parte de las operaciones que se necesitan en la vida diaria se hacen mentalmente** y que, además, el cálculo mental contribuye de una manera especial al desarrollo de algunas capacidades propias de esta etapa.

Por medio del cálculo mental se desarrollan: la concentración, la atención, el interés y la reflexión para decidir y elegir; la autoafirmación y la confianza en sí mismo, la flexibilidad en la búsqueda de soluciones, y la capacidad para relacionar, comparar, seleccionar o dar prioridad a unos datos frente a otros a la hora de operar.

Las bases del cálculo mental son el dominio de la secuencia contadora y de las combinaciones aritméticas básicas. Para conseguir un buen cálculo mental se hace necesario, además, el aprendizaje de una serie de métodos y estrategias que permitan al alumno operar tanto en el cálculo mental aditivo (conmutación, descomposición, redondeo, conteo, duplicado, etc.), como en el cálculo mental multiplicativo (distribución, factorización, etc.). Todo ello mediante un

proceso de exploración que permita no sólo conocer la existencia de determinadas estrategias, sino también reflexionar sobre ellas para elegir o utilizar la más adecuada en cada situación.

A medida que se avanza en la adquisición de estrategias de cálculo mental, se irá incrementando la dificultad en rapidez y en complejidad.

El aprendizaje del cálculo mental supone la reflexión y verbalización de diversas estrategias utilizadas en una determinada operación, mediante lo cual el profesor podrá detectar errores, evaluar y reconducir el proceso seguido.

El cálculo mental debe estar estrechamente ligado al aprendizaje de todos los contenidos del área de Matemáticas, y cualquier situación será buena para trabajarlo. Junto al cálculo mental expresado oralmente se realizarán una serie de actividades escritas que favorezcan y afiancen las estrategias y métodos que se utilizan (tablas de doble entrada, seriaciones, gráficos, etc.).

El lenguaje

Aunque ya en apartados anteriores se han señalado las estrechas vinculaciones que unen la Lengua y las Matemáticas, se cree importante hacer hincapié en esta interrelación por las siguientes consideraciones:

- El papel del lenguaje en las Matemáticas es importantísimo porque gran parte del trabajo en esta área se perderá si las actividades y los resultados obtenidos no son objeto de discusión con los alumnos.
- Las Matemáticas enriquecen el léxico y, especialmente, desarrollan la precisión y la sensibilidad en el uso de la lengua.

El trabajo oral en Matemáticas confiere significado a los conceptos mediante las relaciones que se pueden establecer con la propia experiencia de los alumnos y, especialmente, mediante las tareas que se hayan realizado con anterioridad (por ejemplo, asociación de contorno-perímetro), hace posibles los procedimientos basados en la verbalización (por ejemplo, “explicación oral de un problema numérico u operatorio y del proceso de resolución desarrollado”), contribuye a la adquisición y mejora de ciertas actitudes (por ejemplo, “valoración de la precisión del lenguaje matemático para comunicar situaciones”), y, además, con el lenguaje se suscita el inte-

rés por el conocimiento, se adquiere confianza en sí mismo, se favorece el espíritu de colaboración, etc.

Los niños cuando llegan a la escuela muestran diferencias en cuanto a las destrezas lingüísticas. Poseen un mayor o menor dominio de la lengua oral y, concretamente, cuentan con un bagaje de léxico matemático más o menos rico (mayor que, menor que, más, menos, recta, plana, etc.), en función de sus diversas experiencias cotidianas. A través de las actividades y de las discusiones en Matemáticas se va desarrollando la comprensión de expresiones y términos de este tipo y se va progresando en el **desarrollo del lenguaje matemático** en la etapa, enriqueciendo así su lenguaje habitual.

Muy a menudo, las indicaciones que se dan a los niños para realizar ciertas operaciones se presentan mediante formas lingüísticas variadas (por ejemplo, se puede expresar “cuatro y cinco”, “cuatro más cinco”, “a cuatro se le suma cinco”). Otras veces, con distintas palabras se expresa un mismo concepto (por ejemplo, superficie, área y extensión). El niño ha de interpretar estas expresiones, que son, sólo en apariencia, diferentes. En este sentido habrá que tener en cuenta que el alumno, si no está familiarizado con las muchas formas en que puede expresarse la misma idea matemática, experimentará dificultades al realizar ejercicios y al resolver problemas expresados verbalmente.

Estimación

Hasta ahora, la práctica habitual en la escuela es el trabajo, casi exclusivo, de los aspectos referentes a la exactitud en Matemáticas. Es corriente asociar el trabajo en Matemáticas a un tipo de actividades y preguntas como: “haz el cálculo exacto”, “¿cuánto mide exactamente?”, o “¿qué resultado te da?” (resultado entendido siempre como respuesta exacta).

Sin embargo, cabe observar que **en la vida cotidiana una gran parte de problemas se resuelven haciendo estimaciones** —“tardaré más o menos una hora”, “había más de cien personas”, “con este trozo de tela tendré suficiente”—. Igualmente, en estudios posteriores, muchos contenidos en Matemáticas están basados en la estimación (formulación de hipótesis, cálculos probabilísticos...).

Sin quitar la importancia debida a la búsqueda de la exactitud, sería útil darle el valor que se debe al desarrollo de la capacidad de

estimar, porque, además, la estimación puede ser el método más eficaz de llegar a la exactitud, cuando ésta se hace necesaria.

La estimación es útil antes de efectuar el cálculo o la medición, como una respuesta aproximada. Esto puede permitir verificar si el resultado de la operación es de un orden de magnitud correcto (por ejemplo, “ $26 + 60$ ” dará un resultado “inferior a 90”).

La estimación también es útil después de la operación para juzgar si el resultado parece razonable (por ejemplo, “3.000” no puede ser el resultado de “ 26×10 ”). Igualmente, es útil para seleccionar la unidad adecuada en situaciones concretas de medida (por ejemplo, no es adecuado medir la página de un libro en metros).

Para realizar estimaciones de medida y cálculo habría que adquirir ciertas habilidades que se consiguen con la práctica. A este respecto, se hacen a continuación las siguientes consideraciones:

- Por una parte, **la estimación está muy relacionada con el cálculo**, la resolución de problemas y, sobre todo, con el concepto de medida (longitud, áreas, capacidad, masa, etc.), por lo cual se trabajará vinculada a estos aspectos.
- Por otra parte, es imposible desarrollar la estimación si no se realizan, previa y paralelamente, mediciones de objetos reales. De este modo, el error cometido disminuye con el número de estimaciones realizadas. También será necesario practicarla con cada una de las unidades que se van presentando al niño, para favorecer la propia estimación y el aprendizaje sobre unidades que hay que usar en una medición concreta.

En la **estimación vinculada a la medida**, el niño comienza realizando comparaciones entre los objetos, atendiendo a su longitud; esto le permite interiorizar y clarificar los conceptos de “mayor que”, “menor que”... Posteriormente, apoyado en la experiencia e interiorización del valor de las unidades corporales de medida (palmo, pie, paso, etc.), estima la medida de objetos cercanos (medida de la puerta, largo de la clase, etc.), después realiza la medida exacta de los mismos y compara los resultados para descubrir el error cometido en la estimación. Se repite el mismo proceso con unidades de medida convencionales.

Se ha de acostumbrar a los niños a que sepan la medida de su pie, palmo, etc., para que puedan utilizarlos como instrumentos de medida aproximada.

Es necesario realizar en voz alta muchos de estos cálculos, pensar, discutir y dialogar sobre los mismos, insistiendo en la comparación de los datos obtenidos por estimación y los obtenidos por medidas directas.

Existen algunas estrategias que facilitan la estimación: visualizar la unidad que se va a usar y repetirla mentalmente sobre el objeto que se va a medir, comparar la longitud que hay que medir con la de un objeto conocido, servirse de objetos iguales que aparecen en una longitud, hallar mitades, etc.

La estimación aplicada al cálculo está muy vinculada al cálculo mental y debe hacerse a partir del redondeo de cantidades como respuesta aproximada. Es conveniente que desde los primeros momentos se realicen actividades de suma de cantidades por redondeo (por ejemplo, " $8 + 9$ " es "menos de 20", " $24 + 23$ " es "menos de 50" o "entre 40 y 50"), y que se verbalicen muchos de estos cálculos relacionando la medida práctica realizada y la cantidad que la expresa.

Se habituará al niño a estimar resultados en los problemas antes de calcularlos y a comprobar la congruencia de los resultados después de haber realizado el problema; se favorecerá la estimación a través de técnicas de aproximación numérica y cálculo mental.

Es necesario trabajar la estimación desde los primeros momentos de la escolaridad, de forma progresiva e insistente. Se hará a partir de situaciones concretas vinculadas al cálculo y a la medida, desarrollando simultáneamente los dos aspectos de la estimación y estimulando a los niños a ejercitarla en longitudes, áreas, capacidades, masas y números. Igualmente, habrá que estimularles a conocer y comprender las estrategias para la estimación realizadas por compañeras y compañeros.

Resolución de problemas

La resolución de problemas dentro del currículo de Matemáticas es un contenido prioritario porque es un medio de aprendizaje y refuerzo de los demás contenidos, da sentido aplicativo al área y permite la relación entre los distintos bloques de Matemáticas y con las restantes áreas.

La resolución activa de problemas es considerada como el método más conveniente de aprender Matemáticas; es la

aplicación de las Matemáticas a diversas situaciones. Las situaciones-problema presentadas pueden ser más o menos complejas, pueden aparecer con datos completos o incompletos, pueden tener una solución o varias, estar presentados de forma gráfica o no, con datos numéricos o sin ellos...

Los problemas elegidos en la escuela deberán sacarse de situaciones que partan de la realidad de los alumnos, excluyendo enunciados que reproduzcan estereotipos sexistas (situaciones de la vida cotidiana del colegio, de la economía familiar, con juegos y juguetes, con deportes...), que provoquen su interés y que mantengan su atención, y de situaciones imaginadas que sean sugerentes y atractivas para el niño. Es interesante proponer problemas abiertos con dificultades crecientes, de manera que sea posible hacer conjeturas, buscar analogías y referirlos a situaciones más generales para que pueda encontrar respuesta a las nuevas situaciones-problema que se le plantean.

La dificultad que ha supuesto para los alumnos la resolución de problemas proviene, en general, de unos planteamientos metodológicos inadecuados y, especialmente, de la falta de motivación.

En los planteamientos metodológicos se ha de tener en cuenta que **el alumno debe desarrollar y perfeccionar sus propias estrategias, a la vez que adquiere otras generales y específicas** que le permiten enfrentarse a las nuevas situaciones con probabilidad de éxito. En este sentido, se brindará a los niños la oportunidad de familiarizarse con procesos que facilitan la exploración y resolución de problemas como: comprensión y expresión de la situación matemática (verbalización, dramatización, discusión en equipo), extracción de datos y análisis de los mismos, representación en forma gráfica del problema o situación, formulación de conjeturas y *verificación de su validez o no, exploración mediante ensayo y error*, formulaciones nuevas del problema, comprobación de resultados y comunicación de los mismos. Se hace necesario, asimismo, desarrollar la capacidad de persistir en la exploración de un problema.

La motivación se puede conseguir con problemas bien seleccionados por el maestro, con enunciados sencillos, tomados todos ellos en diferentes situaciones y contextos que faciliten la adquisición de los contenidos. No habrá que olvidar que tienen que estar formulados en *términos familiares, y que habrá que buscar diversos apoyos manipulativos y gráficos*. En cuanto a la formulación, el maestro deberá cuidar que pueda comprenderse fácilmente, no solamente el vocabulario

matemático, sino también las expresiones usuales, aparentemente sencillas, pero a veces difíciles de entender por el alumno.

Como conclusión, si al niño no se le permite abordar problemas de un nivel adecuado a sus conocimientos y su esfuerzo no se ve compensado por el éxito, sus capacidades de resolución de problemas no se desarrollan de forma satisfactoria.

Geometría

Los contenidos geométricos contribuyen, especialmente, al **desarrollo de capacidades de organización y orientación espacial**, de gran importancia para el alumnado desde el comienzo de la escolaridad. Por esta razón, y para considerar las posibilidades de su tratamiento, parece indicado señalar la Geometría como uno de estos puntos concretos de las Orientaciones Didácticas.

El estudio de la Geometría se ha dejado casi siempre para el final de los programas de todos los niveles y no se le ha dado la importancia que merece, a pesar del interés que pueden despertar en los niños los temas geométricos, de la facilidad manipulativa a la que se prestan, del carácter lúdico que se les puede impregnar y de la *interrelación de estos contenidos con otros matemáticos y de otras áreas*. A menudo, los aprendizajes de Geometría se han basado, casi exclusivamente, en un estudio memorístico de áreas, volúmenes, definiciones geométricas, y en construcciones de tipo mecanicista y completamente descontextualizadas.

El entorno del niño está lleno de formas geométricas: en su casa, en la escuela y en otros espacios en los que se mueve hay multitud de objetos con formas geométricas (paredes, puertas, ventanas, mesas, libros, lápices, etc.); sus juegos están relacionados con figuras y cuerpos geométricos (balones, tres en raya, parchís, ajedrez, etc.), y se mueve en el plano y en el espacio describiendo líneas.

Este entorno próximo y familiar para el niño facilita el estudio de la Geometría desde el comienzo de la escolaridad, por la motivación e interés que puede despertar y por ser fuente inagotable de objetos susceptibles de observación y manipulación.

Los contenidos geométricos deberán tratarse desde el comienzo de la etapa a partir de la curiosidad que el niño tiene por descubrir los objetos que le rodean y las relaciones que existen entre ellos. El

maestro deberá buscar situaciones reales o imaginarias que sean familiares para el niño (recorrido más corto, instrucciones de desplazamiento, formas de objetos conocidos...). En el estudio de elementos del plano, polígonos y cuerpos geométricos, las actividades serán de reconocimiento en el espacio y manipulativas, como plegado, recorte y modelado, sin entrar en la formalización de los conocimientos o en fórmulas matemáticas, con alguna excepción al final de la etapa (por ejemplo, el área del rectángulo).

Los contenidos geométricos interrelacionan los diferentes contenidos matemáticos y están en estrecha relación con las demás áreas de la Educación Primaria, especialmente con el “Conocimiento del Medio” y con el área de “Educación Artística”. A través de las actividades propias de este apartado, el maestro podrá verificar el grado de adquisición de ciertos contenidos, no solamente geométricos, sino también de medida, de operativa, etc., así como de otras áreas del currículo.

Azar y probabilidad

Desde los primeros ciclos de la escolaridad es conveniente introducir al alumnado en los conceptos de azar y probabilidad. Se trata de una iniciación a estos aprendizajes.

En estas edades los alumnos ya pueden **apreciar el carácter aleatorio de un suceso** mediante la observación de fenómenos de la vida cotidiana (resultado de un partido, la estatura que se va a alcanzar, el peso al nacer, la duración de la lluvia, los días soleados...) y mediante la realización de juegos y actividades (lanzamiento de dados y monedas, reparto de cartas, extracción de bolas...).

Igualmente, los niños pueden **decidir de forma sencilla e imprecisa el grado de probabilidad de un suceso**. *Esto significa* que tras haber realizado experiencias y juegos como los señalados, los alumnos pueden indicar si el fenómeno es imposible, posible o seguro; e incluso, dentro del resultado posible, pueden expresar cuándo es más o menos probable que el hecho o fenómeno ocurra.

Las actividades que se proponen para el tratamiento de estos contenidos son en su mayoría lúdicas y motivadoras, y suponen el trabajo con objetos concretos y conocidos, por lo cual no ofrecen gran dificultad para la enseñanza y aprendizaje.

Esta iniciación al azar y a la probabilidad puede favorecer en gran medida aprendizajes posteriores que no siempre se realizan con facilidad.

El uso de la calculadora

El uso de las máquinas simples de cuatro operaciones amplía y modifica la lista de contenidos de Matemáticas en Educación Primaria. Igualmente, la calculadora puede considerarse como un **instrumento de cálculo que mejora la enseñanza actual de las Matemáticas** y que abre nuevas posibilidades educativas (dominio funcional de medios tecnológicos).

Hasta ahora, ciertos padres y educadores han manifestado resistencia al uso de la calculadora por creer que su introducción hace descuidar ciertos contenidos básicos (algoritmos, cálculo mental...).

Sin embargo, este temor no parece justificado; fundamentalmente, porque la calculadora contribuye al desarrollo de las capacidades de los objetivos de Matemáticas (comprobar resultados, operar...), y porque, además, la calculadora es un buen instrumento motivador para **realizar tareas exploratorias y de investigación, verificar los resultados y en la corrección de errores** (instrumento de autoevaluación).

Para el maestro es un recurso didáctico de gran utilidad que le **permite simplificar las tareas de cálculo**, motivar a los alumnos...

Sin embargo, es necesario determinar cómo debe incluirse este aprendizaje para un uso válido, sin suscitar este tema de estudio de forma aislada. Puede introducirse como instrumento de exploración para despertar la curiosidad del alumnado y para la revisión de resultados en los cálculos, hasta conseguir un manejo completo de las calculadoras sencillas. Habría que incorporar las calculadoras entre los aprendizajes matemáticos, de forma que los niños las utilicen razonablemente.

Orientaciones para la evaluación

Como se ha indicado en las *Orientaciones Didácticas para la etapa* y como se infiere de los principios metodológicos referidos al currículo de Matemáticas, y expresados en el apartado Orientaciones Generales de este documento, la evaluación es parte integrante del proceso de enseñanza y aprendizaje.

La evaluación consiste en **realizar un seguimiento del proceso que permita obtener información para reajustar la intervención educativa** en relación a los datos obtenidos. En consecuencia, el principal agente evaluador es el docente: es quien necesita conocer de forma continua el proceso en el que lleva a cabo su intervención.

En estas orientaciones para la evaluación de Matemáticas se expresan algunas sugerencias con el propósito de guiar al profesorado en la tarea de evaluar las principales variables que intervienen en la enseñanza y aprendizaje.

En Matemáticas es tal vez más importante que en otras áreas revisar el proceso en sus dos vertientes de aprendizaje y enseñanza, debido esto a la estructura jerarquizada de los contenidos matemáticos.

Como ya se ha señalado en la Introducción al área de Matemáticas (en los Reales Decretos de enseñanzas mínimas y currículo) y en algún apartado de este documento de Orientaciones Didácticas, el aprendizaje de muchos contenidos se ve condicionado por la adquisición de los anteriores, por lo cual la planificación docente requiere una revisión constante.

A continuación se presentan los indicadores que arrojan información sobre el aprendizaje de los alumnos y se informa sobre cómo y

cuándo llevar a cabo la evaluación. Seguidamente se exponen otros factores relacionados con la práctica docente en el aula y en el ámbito del Centro.

Qué hay que evaluar del aprendizaje

Mediante la evaluación de alumnos y alumnas, el profesorado recoge información sobre el grado de adquisición de los aprendizajes. Esto significa conocer **los progresos y dificultades del alumnado** en relación con los objetivos educativos del currículo, con la consiguiente posibilidad de ampliar y modificar las actividades previamente diseñadas.

Así pues, se hace necesaria una evaluación continua que informe sobre la situación en la que se encuentran todos y cada uno de los alumnos.

Se trata de una evaluación diferente a la que comúnmente se ha utilizado. Esencialmente, se pretende con ella hacer un seguimiento en el proceso de aprendizaje, que conlleve apoyo y estímulo y que en ningún caso origine sentimiento de fracaso.

Como es obvio, la respuesta al qué evaluar del aprendizaje vendría dada por los Objetivos Generales de Matemáticas. Sin embargo, al estar expresados en términos de capacidades, no son directa ni unívocamente evaluables. Evaluarlos exige diseñar objetivos didácticos en los que se señale el grado de aprendizaje que se espera encontrar a lo largo del proceso educativo.

Por tanto, la evaluación propuesta cumple una función **formativa** en tanto que ofrece al profesorado indicadores sobre los sucesivos niveles de aprendizaje de los alumnos, con la consiguiente aplicación de correctores.

Igualmente, como referentes para la **evaluación sumativa**, los Objetivos Generales, expresados en términos de capacidades interrelacionadas, pueden resultar ambiguos y de difícil evaluación.

Para salvar esta dificultad se han formulado los Criterios de Evaluación de etapa. Estos criterios establecen el tipo y el grado de aprendizaje que, se espera, hayan alcanzado los alumnos en relación con las capacidades indicadas en los Objetivos Generales.

Así pues, los Criterios de Evaluación orientan al profesorado a este respecto. Sin embargo, se cree importante señalar que no son los únicos aprendizajes evaluables, sino que más bien son los necesarios e imprescindibles para el paso a la siguiente etapa.

En los proyectos curriculares será necesario concretar los criterios de evaluación de etapa en criterios de evaluación por ciclos, adecuados a las características específicas del centro y del alumnado. Al final de cada uno de estos periodos, los criterios pueden ser indicadores para la promoción al ciclo siguiente, pero, esencialmente, cumplen una función formativa.

Para facilitar al profesorado la tarea de secuenciar los criterios de evaluación por ciclos, en la Resolución de la Secretaría de Estado se propone, con carácter orientador, una posible secuencia.

Así por ejemplo, en relación con números y operaciones, los criterios seleccionados para el primero y segundo ciclos son los siguientes:

1. Resolver problemas sencillos relacionados con objetos, hechos y situaciones de la vida cotidiana, *seleccionando las operaciones de suma y resta* y utilizando los algoritmos básicos correspondientes u otros procedimientos de resolución.
2. Resolver problemas sencillos relacionados con el entorno *aplicando las operaciones de cálculo (las cuatro operaciones con números naturales de hasta cinco cifras)* y utilizando estrategias personales de resolución.

Estos criterios por ciclos resultan más cercanos a la actividad en el aula. El tipo y el grado de capacidad está dado por los contenidos concretos indicados para cada uno de los ciclos. Sin embargo, no hay que entender que deben plantearse al finalizar un ciclo, sino que deberán atenderse mediante las múltiples actividades o tareas que se irán realizando durante dicho período.

Alguna de las actividades en relación con los criterios indicados anteriormente podrían ser las siguientes:

1. Calcular los cubiertos que hay que traer de la cocina para poner la mesa.
2. Calcular el presupuesto para la compra diaria de una familia de cuatro personas, conociendo el precio de los alimentos básicos y el menú. Estimar el gasto de un mes.

En los criterios, sin embargo, no aparecen todos los contenidos. Habrá que llevar a cabo actividades que permitan realizar una evaluación completa del alumnado y que, a su vez, permitan un seguimiento continuo de todo el proceso de enseñanza y aprendizaje.

En este proceso de desarrollo y concreción curricular, y más directamente relacionado con el trabajo en el aula, se establecen las unidades didácticas que forman la programación y que contienen actividades y tareas que permitan la evaluación de todos los objetivos y contenidos desarrollados.

En Matemáticas es importante recordar aspectos que hasta ahora no se han tenido en cuenta en la evaluación y a los que el currículo concede un papel relevante. Nos referimos especialmente a los contenidos actitudinales y a los referentes a la estimación. Tenerlos en cuenta supone seleccionar procedimientos e instrumentos distintos a los que habitualmente se han utilizado.

Así pues, hay que verificar **no solamente la adquisición de conceptos y destrezas, sino también todos los contenidos actitudinales** que aparecen en el área (colaboración, respeto a los demás, interés y perseverancia, etc.). Por otra parte, hay que comprobar no solamente los resultados exactos de las operaciones, sino también las medidas y cálculos estimativos que se realizan al inicio o al final de cualquier actividad en Matemáticas y el razonamiento lógico en los procesos seguidos.

Igualmente, con respecto a los problemas, es necesario fijarse en el proceso de resolución. No sería coherente con los principios psicopedagógicos del currículo de Matemáticas limitarse a una evaluación de resultados.

Cómo evaluar el aprendizaje

Una evaluación continua y diferenciada para cada uno de los alumnos y alumnas hace necesarios procedimientos e instrumentos de evaluación que, con carácter cualitativo, permitan al maestro comprobar la adquisición de los diferentes contenidos.

Los procedimientos e instrumentos para llevar a cabo esta evaluación serán variados, con el fin de recoger una información lo más completa posible.

El procedimiento más indicado para averiguar logros y dificultades es **la observación sistemática**. Quiere esto decir un seguimiento directo de las actividades, dentro y fuera del aula, relacionadas con todos los contenidos propuestos. El profesor o la profesora deberá precisar para ello qué interesa observar.

En la evaluación, como parte intrínseca del aprendizaje, habrá que tener en cuenta especialmente los momentos de discusión del grupo con el maestro cuando los niños manifiestan —implícita o explícitamente— certezas, dudas y errores. El profesor deberá analizar y aprovechar estas intervenciones para verificar adquisiciones, descubrir errores y encontrar la forma de rectificarlos. Estos momentos brindan al maestro la oportunidad de seguir el proceso realizado por el niño, para reorientarlo —si hace falta— aprovechando los errores cometidos.

De lo anterior se desprende una visión nueva, por parte del maestro, de los errores de los alumnos, no como faltas que hay que sancionar, sino como medio de acceso a otros conocimientos o a la rectificación de algunos. Esta visión es menos traumatizadora y más estimulante para el niño.

Mediante la observación, el profesor podrá comprobar el grado de adquisición del aprendizaje, y especialmente podrá ver las actitudes y los hábitos ante el trabajo escolar, las características del grupo y las interrelaciones que se establecen. La observación hecha por el maestro y la **recogida de elementos concretos a observar en fichas o plantillas individuales o de grupo** es una de las piezas clave en el proceso de la evaluación propuesta.

Igualmente, los cuadernos de problemas y ejercicios, la exposición de los trabajos realizados individualmente o en grupo, las pruebas escritas, etc., pueden informar al profesorado sobre la situación en la que se encuentran sus alumnos.

Durante los primeros meses de la escolaridad no tiene mucho sentido hacer pruebas escritas para recoger información sobre los avances de los alumnos; como es natural, el alumnado en esta edad tiene dificultad para plasmar por escrito los conocimientos que posee. Más bien, y aún más detenidamente que en otros momentos, habrá que fijarse en el trabajo que los alumnos realizan en la manipulación de objetos, en la expresión gráfica, y en comentarios, dudas y pequeñas conclusiones que manifiestan oralmente.

De forma progresiva, y sin olvidar la información valiosísima que aporta la **verbalización de las acciones realizadas**, se podrá pensar en trabajos con fichas y otras pruebas escritas. Estas pruebas más formales pueden ser muy útiles, pero nunca deben ser las únicas.

En relación con las consideraciones hechas anteriormente, no se entenderán las pruebas como exámenes tradicionales, sino más bien como actividades prácticas y pruebas abiertas que no supongan una barrera selectiva. Por todo ello, la evaluación sumativa no se limitará a recoger información en momentos terminales, sino que será el conjunto de datos que el profesor posee al finalizar un período escolar.

En coherencia con lo anterior, las correcciones del maestro no se limitarán a tachar faltas y errores cometidos. Y, como es obvio, una puntuación convencional no reflejaría el proceso de aprendizaje del alumno ni le ayudaría a él o al profesor a optimizar el trabajo. Por todo lo cual, no se debería hacer una simple valoración numérica y menos aún observaciones infravaloradoras.

Cuándo evaluar el aprendizaje

El rendimiento en Matemáticas varía enormemente en cada niño. Teniendo en cuenta que el aprendizaje de ciertos contenidos va a estar condicionado por el grado en que se han adquirido otros previamente, habrá que tener presente que es inútil avanzar si no se poseen ciertos conocimientos que permitan progresar en la adquisición de otros nuevos.

Todo ello exige, en primer lugar, saber el punto de partida de los alumnos al comienzo de cada momento de aprendizaje, bien sea **al empezar la escolaridad, un ciclo o una unidad didáctica**. Es necesario, en este momento inicial, comprobar que los alumnos tienen adquiridos y activados los conocimientos previos necesarios para los aprendizajes que se proponen.

En el desarrollo de la actividad educativa debe mantenerse este seguimiento para ayudar, orientar y ofrecer la ayuda pertinente. Es la tarea básica de esta evaluación formativa.

Finalmente, la evaluación sumativa pretende precisar el grado de los contenidos trabajados **al finalizar una unidad didáctica, un ciclo o la etapa**. Como ya se ha indicado, los criterios de evalua-

ción serán la referencia en la evaluación sumativa de ciclo y etapa; para las unidades de programación, lo serán los objetivos didácticos que previamente se hayan marcado.

Evaluación de la intervención educativa

La evaluación educativa se refiere igualmente a otras variables que influyen en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, y que repercuten positiva o negativamente en él.

Muy directamente influye la intervención docente, considerada ésta en su sentido amplio **de planificación y desarrollo (elección de materiales y espacios, formación de grupos y otras decisiones tomadas en los proyectos curriculares y en las programaciones)**, e indirectamente, pero de enorme importancia para el aprendizaje de Matemáticas de algunas alumnas y alumnos, es la influencia que puede ejercer **el clima creado en el Centro** (valoración y estímulo del alumnado, valores de solidaridad, apertura al barrio o localidad...).

Se trataría de constatar en qué medida los logros o dificultades observadas en el alumnado se deben a su situación particular, o se deben al acierto o no de los proyectos curriculares o de las programaciones que se han puesto en práctica.

Son varios aspectos los que el profesor debe comprobar para saber si están adaptados a las características del grupo de alumnos a quien va dirigido el proceso de enseñanza y aprendizaje. Puede suceder que la actividad práctica en el aula responda a los principios señalados sobre el aprendizaje e intervención didáctica, pero que la planificación en el diseño del proyecto curricular y de la programación no se adecue, en alguno de sus elementos, a la situación concreta.

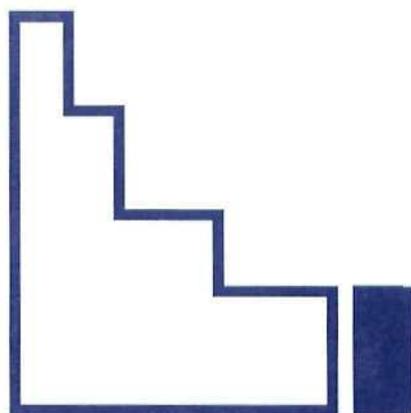
Esta revisión, aparentemente larga y compleja, no conlleva tanta dificultad, habida cuenta que el docente ha tomado parte activa en dicha planificación. La reflexión y la toma de decisiones en el equipo e individualmente (proyecto curricular y programación) le permiten conocer, y por ello detectar fácilmente, los posibles fallos.

Así, por ejemplo, puede detectarse que ciertas opciones en la secuencia de contenidos hayan sido la causa de posibles fallos; una sobrecarga de contenidos en los primeros ciclos puede ser inadecua-

da (colocar la suma, resta y multiplicación en el primer ciclo; trabajar estas operaciones con un campo numérico excesivamente grande; pretender utilizar la calculadora, con todas sus posibilidades, en el primer ciclo, etc.). Igualmente, puede ser inadecuada la dificultad de las actividades propuestas, la metodología específica para el trabajo de ciertos contenidos, los recursos materiales, los agrupamientos, etc.

Sería conveniente que el profesorado esté vigilante ante su propia intervención, no solamente en la actuación anteriormente señalada, sino también en cuanto al clima escolar en el que conviven alumnas y alumnos como aspecto esencial en su formación integral.

Matemáticas



Guía Documental y de Recursos

Autoras: Montserrat Torra Biitloch
Encarnación Castro Martínez
Isabel Batlle Agell

Coordinación: Elisa Núñez Mateos del
Servicio de Innovación

En esta guía se pretende facilitar al profesorado la posibilidad de una autoformación para dar respuesta a las necesidades que le vayan surgiendo.

Consta de referencias sobre material impreso, audiovisual e informático y de otros recursos materiales que pueden ser de utilidad.

Igualmente, se incluyen direcciones sobre colectivos y centros conocidos por su experiencia en este campo.

Índice

| | <i>Páginas</i> |
|--|----------------|
| MATERIAL IMPRESO..... | 109 |
| Contenido disciplinar | 109 |
| Enseñanza y aprendizaje del área | 110 |
| Materiales para el aula | 118 |
| Revistas | 122 |
| RECURSOS MATERIALES..... | 123 |
| Materiales didácticos..... | 123 |
| Cálculo y numeración | 123 |
| Medida..... | 127 |
| Geometría..... | 131 |
| Probabilidad..... | 134 |
| Ludoteca matemática..... | 135 |
| Materiales audiovisuales..... | 137 |
| Materiales informáticos..... | 137 |
| OTROS DATOS DE INTERÉS..... | 141 |
| Grupos de renovación pedagógica y sociedades de profesores..... | 141 |
| Bases de datos | 142 |
| Organizaciones internacionales..... | 142 |

Material impreso

En este primer apartado se hace una relación de material impreso en general. En él se incluyen libros sobre el contenido disciplinar del área para una actualización en los conocimientos matemáticos.

A continuación aparece una selección de libros sobre la enseñanza y el aprendizaje del área. Se organizan en torno a aspectos generales; a otros más específicos (geometría, medida, problemas, números, nuevas tecnologías y tratamiento de la información, recursos y materiales...); y a la evaluación. En todos estos materiales hay una parte más teórica sobre la didáctica y otra con propuestas prácticas.

Seguidamente se hace una relación de materiales para el aula, unos para uso del profesor y otros para un uso más autónomo por parte de los alumnos.

Finalmente se indican algunas revistas que pueden ser útiles para una actualización sobre la didáctica de las Matemáticas.

Contenido disciplinar

- BERTHOLD, G., *et al.* *Pequeña enciclopedia de Matemáticas*, 1.ª ed. en español. Atenas: Pagoulatos, 1981.

Se presenta un desarrollo de las Matemáticas teniendo en cuenta sus distintos aspectos y la relación que éstos tienen entre sí.

Es un libro útil para consulta y ampliación de conocimientos matemáticos.

- SÁINZ, M. A. *Matemáticas*. Barcelona: Editorial Crítica, 1987.

Pertenece a una colección de manuales destinados a los profesores/as de Enseñanza Primaria y Secundaria. Este número trata de Lógica, Conjuntos, Geometría y Estadística. Presenta una bibliografía comentada que amplía la información que en este texto se incluye.

- SKEMP, R. *Psicología del aprendizaje de las Matemáticas*. Matemáticas y Pedagogía. Madrid: Morata, 1980.

La primera parte del libro es un estudio del proceso de aprendizaje de las Matemáticas desde un punto de vista psicológico. La segunda parte está dedicada al desarrollo de algunos temas matemáticos aplicando las ideas expuestas en la primera.

Enseñanza y aprendizaje del área

- ALSINA, C.; BURGÚES, C., y FORTUNY, J. María. *Materiales para construir la Geometría*. Matemáticas: Cultura y Aprendizaje. Madrid: Síntesis, 1988.

Después de una reflexión sobre el concepto y uso del material didáctico en la enseñanza/aprendizaje de la Geometría y de su interés didáctico, se presenta el espacio desde cinco ópticas distintas: visualizado, construido, dibujado, medido y lúdico.

En todos estos casos se sugiere el material adecuado, describiéndolo de forma que pueda ser realizado fácilmente e indicando los conceptos que se pueden trabajar con estos materiales.

- ALSINA, C.; BURGÚES, C., y FORTUNY, J. María. *Invitación a la didáctica de la Geometría*. Matemáticas: Cultura y Aprendizaje. Madrid: Síntesis, 1987.

Desarrollo de cuestiones que tienen relación con la enseñanza/aprendizaje de la Geometría, como son: intuición, percepción, entorno natural, razonamiento, representación, reflexiones históricas y de tipo curricular. Se incluyen propuestas de actividades para realizar en el aula indicando los niveles para las que son adecuadas.

- BAROODY, A. *El pensamiento matemático de los niños*. Aprendizaje. Madrid: Visor-M. E. C., 1988.

Sobre un marco de referencia construido a partir de enfoques teóricos del aprendizaje, puntos de vista sobre el currículo, la evaluación y la enseñanza de apoyo; se contempla la aritmética formal de manera significativa, las técnicas de contar y el desarrollo del número. En el desarrollo de estos puntos van apareciendo una serie de juegos y actividades.

- BRIALES, FRANCISCO J., y JIMÉNEZ, M. *Matemática viva*. Biblioteca de Recursos Didácticos. Madrid: Alhambra, 1988.

Este libro está dedicado a la exposición de los siguientes temas: posición relativa, números enteros, fracciones, ecuaciones, proposiciones, matemática comercial, producto cartesiano y sistemas numéricos. Todos ellos reciben un tratamiento común, que consiste en una introducción y en una presentación de situaciones de la vida real que tienen relación con el tema. Estas situaciones aportan ideas para plantear problemas. Un último apartado está dedicado a las soluciones.

- CAJARAVILLE PEGITO, J. A. *Ordenadores y educación matemática*. Matemáticas: Cultura y Aprendizaje. Madrid: Síntesis, 1989.

Obra dirigida fundamentalmente al profesorado de Primaria. Está dividida en tres apartados. En el primero se hace una presentación de la metodología de la programación; el segundo trata de las posibilidades que presenta el ordenador en la enseñanza de las Matemáticas, y en el tercero se analiza su potencialidad en la enseñanza de la Geometría.

- CASCALLANA, M. T. *Iniciación a las Matemáticas. Materiales y recursos*. Aula XXI. Madrid: Santillana, 1988.

Se presentan los materiales más representativos: bloques lógicos, ábacos, bloques multibase, regletas Cuisenaire, geoplanos y tangram. Igualmente, se presentan otros relacionados con los números y sus operaciones, y con la medida. De cada uno de ellos se hace una descripción, se señala su utilidad y se indican actividades a realizar.

-
- CASTELNUOVO, E. *La matemática. La Geometría*. Traducido del italiano al catalán. Barcelona: Ketres, 1981.

El texto lo consideramos muy apropiado para la biblioteca del profesor. Trata la geometría del plano y del espacio con gran sencillez y claridad, y presenta gran riqueza de situaciones, lo cual ayudará al profesor en su tarea de la enseñanza de la Geometría.

Gran parte del libro se dedica a la recopilación de ejercicios sobre los temas expuestos. Al final, una colección de fotografías muestra la relación de la Geometría con el arte.

- CASTRO, Ec.; RICO, L., y CASTRO, Er. *Números y operaciones*. Matemáticas: Cultura y Aprendizaje. Madrid: Síntesis, 1987.

Partiendo de los planteamientos psicológicos actuales sobre la comprensión y adquisición de los conceptos numéricos, se dan distintos enfoques didácticos con los que el profesorado de Primaria puede abordar el tema de los números y sus operaciones.

- CENTENO PÉREZ, J. *Números decimales, ¿por qué? y ¿para qué?* Matemáticas: Cultura y Aprendizaje. Madrid: Síntesis, 1988.

La autora hace en esta obra una presentación de los números racionales desde los puntos de vista social, histórico y curricular para pasar a realizar un análisis didáctico, y a presentar situaciones y propuestas didácticas de los números decimales.

- CHAMORRO, C., y BELMONTE, J. *El problema de la medida*. Matemáticas: Cultura y Aprendizaje. Madrid: Síntesis, 1988.

El concepto de magnitud y medida, así como el desarrollo psicológico de los niños constituyen la base para el desarrollo didáctico del tema. Se lleva a cabo una reflexión sobre el tema y se incluye una serie de actividades atendiendo a todas las magnitudes y a los distintos niveles.

- DE GUZMÁN, M. *Para pensar mejor*. Barcelona: Labor, 1991.

Dos citas del autor en este libro describen perfectamente su contenido. "Está dirigido a todos aquellos que tienen interés por mejorar

los procesos de su pensamiento en el enfrentamiento con problemas de tipo general”, y “La intención de esta obra es utilizar la actividad propia y la de otros alrededores de algunos de estos juegos y problemas para poner de manifiesto cuáles son los modos adecuados de pensar para desentrañar los misterios que proponen”.

- DEL OLMO, María A.; MORENO, M., y GIL, F. *Superficie y volumen. Algo más que un trabajo con fórmulas*. Matemáticas: Cultura y Aprendizaje. Madrid: Síntesis, 1989.

Presentación de una metodología novedosa sobre los contenidos de área y volumen. Todas las ideas y actividades están avaladas por la investigaciones realizadas sobre el tema.

- DÍAZ, J.; BATANERO, M.ª C., y CAÑIZARES, M.ª J. *Azar y probabilidad*. Matemáticas: Cultura y Aprendizaje. Madrid: Síntesis, 1987.

Partiendo del estudio de las últimas investigaciones realizadas sobre el tema se presentan aquí los aspectos psicológicos y conceptuales del azar y la probabilidad. Se hace además una recopilación de los modelos concretos que facilitan el tratamiento del tema en los niveles obligatorios.

- DIKSON, L.; BROWN, M., y GIBSON, O. *El aprendizaje de las Matemáticas*. Madrid: Labor-M. E. C., 1991.

Es una recopilación de las investigaciones más recientes en educación matemática. A partir de ellas se elabora información útil a los docentes sobre la enseñanza/aprendizaje de los aspectos matemáticos siguientes: medida, número, palabras y símbolos. La lectura del libro puede ayudar a comprender y a corregir errores y obstáculos de los alumnos en estos temas.

- FERRERO, L. *Plantear y resolver problemas*. Papeles de Acción Educativa. Madrid: Alameda, 1982.

Presenta una serie de consideraciones didácticas y metodológicas en cuanto a la organización de la enseñanza a través de la resolución de problemas, y de las distintas formas en que pueden presentarse.

Se incluyen ejemplos de situaciones problemáticas y de formas de aprovechar una salida o visita para resolver problemas.

- GETE-ALONSO, J., y DEL BARRIO, V. *Medida y realidad*. Biblioteca de Recursos Didácticos. Madrid: Alhambra, 1988.

Es el resultado de un trabajo experimental referente a la enseñanza/aprendizaje de las magnitudes y su medida. Los dos primeros capítulos están dedicados a sistemas de numeración y a los números decimales; los siete restantes tratan las magnitudes: longitud, superficie, volumen, capacidad, masa, densidad, tiempo, temperatura y ángulos. Todas ellas se trabajan mediante actividades sacadas de la vida cotidiana.

- GUILLÉN SOLER, G. *Poliedros*. Matemáticas: Cultura y Aprendizaje. Madrid: Síntesis, 1991.

Texto dedicado al estudio de los poliedros. Entre otros, se tratan los aspectos siguientes: ideas generales y posibles clasificaciones, poliedros regulares, convexos, regularidades, truncamiento, despliegue y dualidad, poliedros arquimedianos y estrellados, el desarrollo de los caleidoscopios, poliedros y retículas espaciales.

En la exposición de estos contenidos no se olvida la utilización de recursos y la resolución de problemas.

- GROS SALVAT, B. *Aprender mediante el ordenador. Posibilidades pedagógicas de la informática en la escuela*. Barcelona: Biblioteca universitaria de Pedagogía, 1987.

Análisis de las posibilidades de la informática como medio y recurso de aprendizaje.

- HERNÁN, F., y CARRILLO, E. *Recursos en el aula de Matemáticas*. Matemáticas: Cultura y Aprendizaje. Madrid: Síntesis, 1988.

Son ideas y recursos para que la clase resulte agradable y divertida. Los autores proponen situaciones abiertas y materiales a utilizar en el trabajo sobre contenidos geométricos. Se completa el libro con un capítulo dedicado al cálculo mental y al uso de la calculadora en el aula.

- ❑ KAMII, C. K. *El niño reinventa la aritmética*. Aprendizaje. Madrid: Visor, 1985.

Utilizando e interpretando la teoría de Piaget se hace una presentación de la enseñanza de la aritmética a través de juegos y situaciones de la vida del niño. El libro tiene cuatro partes: la primera se dedica a los fundamentos teóricos; la segunda, a los objetivos del primer curso; la tercera es una recopilación de actividades a partir de situaciones cotidianas y de juegos, y la última es una reflexión de una maestra que ha desarrollado un programa basado en los juegos.

- ❑ KIELKER, D. *Usando las calculadoras con niños de diez años*. Valencia: Generalitat Valenciana, Conselleria de Cultura Educación y Ciencia, 1986.

El libro es fruto de una investigación en la que se pretendía conocer los resultados obtenidos por los estudiantes en su aprendizaje aritmético usando calculadoras. Se exponen los diálogos mantenidos en situaciones didácticas "vivas" en el aula, referidas a operaciones aritméticas y resolución de problemas numéricos.

- ❑ LOVELL, K. *Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos de los niños*. 3.ª ed. Madrid: Morata, 1977.

Las investigaciones que Lovell y sus colaboradores realizaron sobre la formación de conceptos matemáticos, la lógica y la intuición, entre otros, dan lugar a este libro. Pretende, según el autor, estimular a los docentes a reflexionar sobre su actividad profesional.

- ❑ MARTINEZ RECIO, A., y JUAN RIVALLA, F. *Una metodología activa y lúdica en la enseñanza de la Geometría*. Matemáticas: Cultura y Aprendizaje. Madrid: Síntesis, 1989.

Se expone una metodología para la enseñanza de la Geometría basada en la psicomotricidad; es una metodología de aprendizaje por descubrimiento, donde el juego tiene un papel relevante.

- ❑ M. E. C. *La enseñanza de las Matemáticas a debate*. Madrid: M. E. C. Subdirección General de Perfeccionamiento del Profesorado, 1985.

Actas de un simposio celebrado en Madrid en 1984, en el que participó un amplio colectivo de profesionales de la enseñanza. Por la importancia de los temas tratados, este documento merece ser conocido por todos los enseñantes de educación obligatoria.

- M. E. C. *Las Matemáticas sí cuentan. Informe Cockroft*. Madrid: M. E. C. Subdirección General de Perfeccionamiento del Profesorado, 1985.

Informe realizado en el Reino Unido sobre la enseñanza de las Matemáticas por una comisión de expertos. En muchos casos, la problemática presentada es similar a lo que ocurre en nuestro país.

Se indica, de forma novedosa, el tratamiento de los contenidos matemáticos en la escolaridad obligatoria.

- MORRISON, P. *Potencias de diez. Sobre el tamaño de los objetos del Universo*. Barcelona: Labor, Prensa Científica, 1984.

Las sucesivas potencias de diez facilitan la toma de contacto con los grandes números. La presentación de la información a través de ilustraciones tomadas de la realidad hace que el lector tome conciencia de lo que significa añadir un cero a la derecha de un número. *Este libro tiene su origen en una película del mismo título.*

- N. C. T. M. *Estándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. Sevilla: S. A. E. M. Thales, 1991. Traducido al español.

Documento elaborado con el fin de servir de ayuda a los profesores de Matemáticas norteamericanos para mejorar la calidad de enseñanza. Por su contenido, visión de la enseñanza y sus sugerencias es un material especialmente útil para los profesionales implicados en la reforma.

- NORTES CHECA, A. *Encuestas y precios*. Matemáticas: Cultura y Aprendizaje. Madrid: Síntesis, 1987.

Estudio detallado de una encuesta desde su realización hasta la puesta en práctica, así como de las herramientas necesarias para la interpretación de los resultados. Todos los capítulos contienen propuestas para el aula y ejercicios de autoevaluación.

- ORTHON, A. *Didáctica de las Matemáticas*. Pedagogía. Educación Infantil y Primaria. Madrid: Morata-M. E. C., 1988.

Cada uno de los nueve capítulos del libro se plantea a partir de una pregunta que, durante el desarrollo del mismo, se trata de responder. Se relacionan con el desarrollo cognitivo del niño o con los procedimientos utilizados en la enseñanza.

- POLYA, G. *Cómo plantear y resolver problemas*. Serie de Matemáticas, 8.ª ed. México: Trillas, 1979.

Un estudio sobre los métodos de resolución de problemas realizado por el autor dio origen a este libro, el cual ha servido de base a otros autores en muchas investigaciones posteriores. Está dividido en cuatro partes: en el salón de clase, cómo resolver problemas, breve diccionario de heurística, problemas, sugerencias y soluciones. Las respuestas a las preguntas que se van planteando en el desarrollo de la obra dan lugar a las nociones fundamentales.

- PUIG, L., y CERDÁN, F. *Problemas aritméticos escolares*. Matemáticas: Cultura y Aprendizaje. Madrid: Síntesis, 1988.

Tomando como marco de referencia las investigaciones realizadas en los últimos años sobre resolución de problemas, los autores realizan un análisis de los problemas que se resuelven en la escuela, señalan las dificultades más frecuentes con que se encuentran los alumnos/as y las estrategias que utilizan. Las sugerencias para los profesionales de la enseñanza completan el texto.

- ROTGER AMENGUAL, B. *Nuevas tecnologías y enseñanza*. Barcelona: Graó-I. C. E. Universidad de Barcelona, 1989.

Estudio y exposición de las aplicaciones y utilidad que pueden tener los progresos tecnológicos, realizados en los últimos tiempos, para la enseñanza. El contenido está basado en experiencias realizadas por el autor y va dirigido a los enseñantes.

- SANZ, I.; ARRIETA, M., y PARDO, E. *Por los caminos de la lógica. Lógica y conjuntos en la E. G. B.* Matemáticas: Cultura y Aprendizaje. Madrid: Síntesis, 1988.

Desde una fundamentación teórica psicológica y curricular se presentan unas propuestas didácticas en el campo del pensamiento lógico-matemático, y una serie de recursos y materiales que ayuden a su desarrollo.

- SEGOVIA, I.; CASTRO, Er.; CASTRO Ec., y RICO L. *Estimación en cálculo y medida*. Matemáticas: Cultura y Aprendizaje. Madrid: Síntesis, 1989.

Después de dar respuestas a las preguntas de qué es la estimación y qué y por qué hay que enseñar a los niños/as a estimar se presenta una propuesta curricular para desarrollar esta habilidad, tanto en cálculo como en medida.

- ÚDINA I., y ABELLÓ, F. *Aritmética y calculadoras*. Matemáticas: Cultura y Aprendizaje. Madrid: Síntesis, 1989.

Se presentan las calculadoras como herramientas potentes para el aprendizaje de cuestiones relacionadas con los números, así como un auxiliar y ayuda en los cálculos tediosos.

Materiales para el aula

- AGOSTINI, Francos. *Juegos de lógica y matemática*. Madrid: Pirámide, 1985.

Recopilación de juegos lógico-matemáticos relacionados con: números, figuras, probabilidades, paradojas y antinomias, todos ellos de gran interés didáctico. De este mismo autor y colección se pueden encontrar los títulos: *Juegos de la inteligencia* y *Juegos de la mente*.

- BOLT, Brian. *Divertimentos matemáticos*. Barcelona: Labor, 1984.

Colección de pasatiempos y rompecabezas matemáticos. En algunos casos las acciones que se proponen son para realizar con cerillas o monedas, en otros se trata de cuadros mágicos y paradojas matemáticas. En cualquier caso, el objetivo es presentar formas de hacer Matemáticas de una manera divertida. La segunda parte del libro expone las soluciones comentadas.

- CALABRIA GARCÍA, M. *Juegos matemáticos*. El Mochuelo Pensativo. Madrid: Akal, 1990.

Colección de juegos y actividades para realizar individualmente o en grupo. Los problemas a resolver aparecen después de una breve exposición que siempre va acompañada de una ilustración. Los temas son variados. Tiene un apartado dedicado a soluciones.

- CARLAVILLA FERNÁNDEZ, J. L., y FERNÁNDEZ GARCÍA, G. *Historia de la Matemática*. Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha. C. E. C., 1988.

Historia de la Matemática realizada en divertidas ilustraciones. El recorrido comprende las Matemáticas prehistóricas, la Antigüedad (Egipto, Mesopotamia, Grecia), Oriente (China, India), Edad Media y los siglos XVII, XVIII y XIX. A lo largo del libro van apareciendo sencillos problemas y acertijos que lo hacen más ameno.

- ELFFERS, J. *El tangram. Juego de formas chino*. Barcelona: Labor, 1989.

Se presenta una introducción histórica de este juego y una descripción de las posibilidades de formar figuras combinando las distintas piezas. El libro también presenta una reproducción gráfica de 1.600 figuras para realizar y un apartado con las soluciones. Se acompaña de un tangram de material plástico resistente.

- FERNÁNDEZ BRAVO, J. A. *Los números en color de G. Cuisnaire*. Madrid: Seco Olea, 1989.

Manual muy amplio sobre el uso de los números en color, también llamados regletas. Después de una descripción general del material y sus características se presentan una progresión de actividades para trabajar sobre: las cuatro operaciones, la base de un sistema de numeración, fracciones, potencias, divisibilidad, logaritmos y combinatoria.

- FERNÁNDEZ SUCASAS, J., y RODRÍGUEZ VELA, M.ª I. *Juegos y pasatiempos para la enseñanza de la Matemática elemental*. Matemática: Cultura y Aprendizaje. Madrid: Síntesis, 1989.

El libro ofrece una colección de juegos de contenido aritmético, algunos individuales y otros colectivos, clasificados según el aspecto aritmético con el que se relacionen. Constituye una muestra de ejemplos prácticos para llevar al aula.

- FISCHER, R., y VINCE, A. *Investigando las Matemáticas*. Madrid: Akal, 1990.

Colección de cuatro libros, que presentan una serie de actividades para que los niños/as investiguen y resuelvan problemas. Los dos primeros pueden ser útiles entre los seis y diez años, los dos restantes entre ocho y doce. Su encuadernación permite realizar copias para que el alumnado trabaje con ellas.

- GARDNER, M. *Matemáticas para divertirse*. Barcelona: Gránica, S. A., 1988.

Libro de acertijos agrupados por secciones (aritméticos, con dinero, sobre velocidad, geometría, de probabilidad, topológicos); cada sección incluye una breve explicación de la Matemática relacionada con su contenido.

- GUTIÉRREZ, A., y FERNÁNDEZ, A. *Actividades en el geoplano para E. G. B.* Valencia: Escuela Universitaria del Profesorado de E. G. B. Universidad de Valencia, 1985.

Se hace una descripción del geoplano y de los diversos formatos existentes. A continuación se presenta una serie de actividades, clasificadas por temas, para realizar con la ayuda del geoplano.

- KARL, H. PARAQUIN. *Juegos visuales*. Bolsillo Juvenil. Barcelona: Labor, 1975. Edición española, 1978.

Se presenta una colección interesante de problemas de ilusión óptica y una serie de juegos relacionados con la percepción.

- LANDER, I. *Magia matemática*. Bolsillo Juvenil. Barcelona: Labor, 1985.

El libro tiene seis capítulos; todos ellos hacen referencia a los números y están diseñados para que las Matemáticas sean objeto de entretenimiento de juego y de magia.

- LANGDON, N., y Cook, J. *Introducción a las Matemáticas*. Madrid: Plesa-S. M., 1987.

Gran variedad de conceptos matemáticos: números, geometría, probabilidad, estadística, conjuntos, medida van apareciendo a través de informaciones, juegos, adivinanzas, puzzles y experimentos. La presentación a través de viñetas y dibujos es apropiada para los niños/as de estas edades.

- MABBA, T. *El hombre que calculaba*. 5.ª ed. Barcelona: Aedo, 1986.

El objetivo del autor fue enseñar deleitando. El libro presenta un relato que transcurre en los pueblos orientales, y a través de él y de interesantes leyendas e historias que va contando introduce al lector en el mundo del cálculo.

- MARCOLINI, P. *Signos, símbolos, códigos secretos*. Madrid: Montena, 1987.

El lenguaje simbólico es el tema central del libro, especialmente el de los números. Se narra, a modo de libro de aventuras, cómo los hombres han utilizado los símbolos para comunicarse sin usar las palabras.

- Museo de la Ciencia. *Breve viaje al mundo de las Matemáticas*. Barcelona: Fundación Caja de Pensiones, 1983.

Sa da una visión de cómo las Matemáticas están presentes en el mundo que nos rodea y han influido en los grandes progresos realizados por el hombre. El libro recoge el contenido de una exposición con el mismo título del Museo de la Ciencia.

- PONTS-LAJUS, S., y DAVOT, F. *Robots y ordenadores*. Explorer. Madrid: Larousse, 1990.

La obra introduce a los niños en el mundo de los ordenadores y les proporciona una visión de las posibilidades actuales. Los temas son tratados de forma sencilla y con una presentación atractiva para los niños/as.

- SEGARRA, L. *La cuadratura del círculo. Matemática recreativa*. Barcelona: Graó, 1987.

Serie de juegos y actividades que pueden realizar los niños/as. Están agrupados en siete apartados con los títulos: Curiosidades

numéricas, Rompecabezas, Juegos de transmisión de pensamiento, Paradojas matemáticas, Cuadrados mágicos, Cerillas y Geometría. Unos indicadores en cada actividad dan información sobre el grado de dificultad de la misma. Incluyen la solución.

- ❑ SOFIO, Andrés. *La base de las Matemáticas*. El Búho Viajero. Penthalon Contacto, 1989.

Se trata de una historia de la Matemática contada de una forma amena y sencilla. La lectura de algunos capítulos es adecuada para el alumnado de Primaria; sin embargo, otros referidos a trigonometría y funciones tan sólo son indicados para alumnos de mayor desarrollo cognitivo.

- ❑ TYLER, Jenny. *Puzzles de números. Para pensar*. Madrid: Cisma. Comercial de S. M., 1980.

A modo de un cuento con formato de viñetas se presentan laberintos, números mágicos, fotos mezcladas y rompecabezas. Las últimas páginas están dedicadas a las soluciones. En esta misma colección: Puzzles de Ingenio, Puzzles Gráficos.

Revistas

- ❑ *Enseñanza de las Ciencias*. I. C. E. de la Universidad Autónoma. Edificio del Rectorado. 08193 Bellaterra. Barcelona.
- ❑ *Épsilon*. Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Talhes". Facultad de Matemáticas. Apdo. 1160. 41080 Sevilla.
- ❑ *Números*. Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas. Apdo. 329. La Laguna. Santa Cruz de Tenerife.
- ❑ *Suma*. Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas. Apdo. 1304. 21080 Huelva.

Recursos materiales

En ese apartado se presenta una selección de recursos materiales. Aparecen en primer lugar materiales didácticos, los cuales permiten materializar y manipular aspectos matemáticos que, sin esta ayuda, podrían resultar excesivamente abstractos; se presentan agrupados por bloques de contenidos, el último de los cuales incluye aquellos que ayudan a automatizar aprendizajes por medio del juego.

Igualmente se indican algunos recursos de interés con soporte audiovisual e informático.

Materiales didácticos

Cálculo y numeración

Regletas

Material ideado por G. CUISNAIRE y divulgado básicamente por C. GATEGNO; también es conocido por el nombre “números en color”.

Consiste en unas barritas o reglas pequeñas de un centímetro de sección y de longitudes que van desde uno a diez centímetros. Cada longitud se presenta pintada de un color característico.

Permiten representar los números y muchas de sus propiedades y operaciones, y trabajar aspectos como: ordenación, descomposición aditiva y factorial, divisibilidad, operaciones aritméticas, bases de numeración, potencias, fracciones, combinatoria, etc.

Es útil desde final de parvulario y durante toda la etapa primaria. Se pueden encontrar comercializados en madera o plástico y en cantidades adecuadas para uso individual o de grupo.

Existen guías que sugieren ejercicios y situaciones de aprendizaje con este material.

Fabricado por Cuisenaire de España y Schubi, entre otros.

Cubos encajables

Consiste en cubos de 1 cm. de lado que pueden encajarse por cualquiera de sus caras y permiten representar las unidades de orden de la numeración decimal (la unidad con un cubo; la decena con una barra de 10; la centena con una placa de 10 x 10, y el millar con un cubo de 10 x 10 x 10). Algunas marcas además presentan otra propiedad: cada cubo de 1 cm³ pesa exactamente 1 gr., lo cual permite establecer equivalencia entre masa y volumen.

El mismo material sirve para representar la numeración en otras bases y para representar números y fracciones decimales, así como para iniciar las potencias (cuadrados, cubos, etc.).

Es un material útil durante toda la etapa.

Fabricantes: Ascó, Jergo, Philip & Tracey, Tauvi, Arnold y Osmiroid, entre otros.

Ábaco

Es uno de los instrumentos de cálculo más antiguos que se conocen. Consiste en varias columnas en las que hay diez bolas o anillas enhebradas. Cada columna representa una unidad de orden, y diez piezas de una columna equivalen a una de la columna anterior. También se pueden encontrar ábacos presentados en filas horizontales en lugar de columnas.

Con el ábaco se pueden representar cantidades indicando el número de las unidades de orden, observar las equivalencias entre ellas y realizar operaciones, básicamente la suma y la resta.

Puede ser útil durante toda la etapa, en el primero y segundo ciclo para trabajar los números naturales, y en el tercero para representar números decimales, así como múltiplos y divisores del Sistema Métrico Decimal.

Es un instrumento fácil de conseguir y del que se ha comercializado una gran variedad de formas y calidades.

Números y signos aritméticos

Números y signos aritméticos, grabados en placas o recortados en siluetas, realizados en material plástico, cartón o madera.

Son útiles para expresar cantidades, realizar juegos, comparar, escribir operaciones, etc.

Adecuados en el primer ciclo para suplir la falta de dominio del grafismo que todavía tienen muchos niños.

Se comercializan materiales de este tipo en una gran variedad de modelos, materiales, tamaños y calidades.

Calculadora

Máquina calculadora de bolsillo. Las más simples son las más adecuadas para la etapa primaria.

Es importante que las teclas tengan un tamaño aproximado de 1 cm^2 y que funcionen con energía solar, ya que éstas no precisan pilas de repuesto, ni hay que abrirlas y cerrarlas.

Sirven para realizar comprobaciones de cálculos aproximados, deducir propiedades de las operaciones, buscar estrategias de cálculo, redondear resultados, realizar cálculos difíciles o tediosos, etc.

Se puede usar durante toda la etapa, aprendiendo en primer lugar su funcionamiento (localización de las teclas, aparición de los números en la pantalla, etc.).

Casi todas las marcas disponen de un modelo que se adapta a estas características.

Juegos electrónicos de cálculo

Con un formato parecido al de las calculadoras, se han comercializado juegos que ayudan a adquirir habilidades de cálculo de una manera atractiva. Algunos de los juegos que presentan son:

- Encontrar por tanteo un número entre 0 y 100.
- Encontrar series de cuatro operaciones (suma, resta, multiplicación o división). La máquina propone la operación, y el

niño debe marcar el resultado; si es correcto le felicita, de lo contrario le da una nueva oportunidad.

- Juegos para mecanizar las descomposiciones del número 10, etcétera.

Pueden ser útiles durante toda la etapa, graduando la dificultad del juego y la del manejo del aparato.

Texas Instruments y Canon son las casas que han comercializado este tipo de juegos en nuestro país hasta el momento; sin embargo, éste es un campo en el que cada día se producen novedades.

Spirograf

Material formado por ruedas dentadas de plástico, de número de dientes y tamaños variados y encajables entre sí. Cada rueda tiene un agujero en el centro que permite, colocando un lápiz en él y moviendo el mecanismo, describir dibujos de formas periódicas, distintas según el número de dientes y el tamaño de las mismas. El material viene acompañado de algunos modelos.

Permite relacionar geometría y numeración a través de los problemas de divisibilidad que surgen de la relación entre el número de dientes y los dibujos resultantes.

Es adecuado para tercer ciclo.

Fabricado por Arnold.

Fracciones

Para representar las fracciones de una forma concreta existen distintos materiales:

- Plantillas que representan la unidad con la superficie de una figura, círculo, cuadrado, rectángulo..., dividida en partes iguales y encajables.
- El tangram y el geoplano se pueden usar también con este objetivo.
- Dominós con expresiones y representaciones de fracciones para buscar equivalencias.

Estos materiales permiten la identificación de un número fraccionario con una o varias representaciones geométricas, la relación entre fracciones equivalentes, la ordenación de varias fracciones, operaciones de suma y resta de números fraccionarios, etc.

Son adecuados para el segundo y tercer ciclos.

Se puede encontrar material fabricado por Taskmaster, Schubi.

Medida

Longitud

Cinta métrica, regla, metro

Instrumentos para medir longitudes: el metro de carpintero, la cinta métrica y reglas de distintos tamaños.

El metro de carpintero y la cinta métrica son utilizables desde el primer ciclo, ya que permiten desplegar tan sólo la parte necesaria para medir un objeto determinado, proporcionando así —en la medida de lo posible— un instrumento adaptado a la magnitud a medir.

A partir del segundo ciclo, en cambio, es importante presentar variedad de instrumentos a fin de desarrollar la capacidad del niño para seleccionar la unidad y el instrumento más adecuados para la magnitud a medir.

Rueda de un metro

Rueda de un metro de perímetro, con un mango largo para sujetarla. Indica con un sonido la realización de una vuelta completa; permite medir grandes distancias.

Es adecuada a partir del segundo ciclo.

Está comercializada por las casas Invicta y Schubi.

Calibradores

Instrumentos para realizar mediciones de precisión.

Para utilizar en el tercer ciclo cuando se dominan ya las descomposiciones del Sistema Métrico Decimal.

Se pueden encontrar en ferreterías, aunque también se comercializan en plástico como material didáctico.

Masa

Juego de percepción de pesos

Material consistente en seis bolas con una misma apariencia: volumen, color, etc., y con pesos distintos.

Permiten ordenar pesos, ya sea con las manos o con las balanzas.

Adecuado a partir del primer ciclo.

Fabricado por Bagul Verd.

Balanzas

Instrumentos para comparar pesos y medirlos. Las balanzas más adecuadas en la etapa primaria son las de dos platos, que muestran la igualdad a través del equilibrio horizontal.

Para experimentar comparando el peso de dos objetos, equilibrando la balanza, valorando el peso de un objeto, etc.

Para utilizar durante toda la etapa.

Se pueden encontrar distintas variedades, comercializadas como material didáctico.

Pesas

Material para confeccionar un juego de pesas con los múltiplos y submúltiplos: cubos encajables de 1 cm^3 y un gramo de peso.

Permiten componer las pesas a partir del gramo y comprender mejor las equivalencias.

Útil a partir del segundo ciclo.

Se encuentran comercializados con el nombre "Números en peso".

Capacidad

Juego de medidas de capacidad

Consta de cuatro recipientes de capacidades correspondientes al litro y sus principales submúltiplos.

Para experimentar equivalencias comparando la capacidad de recipientes diversos con la medida convencional.

Utilizable desde el primer ciclo. En el tercer ciclo se pueden usar recipientes graduados.

Comercializados por distintas casas de material didáctico.

Tiempo

Relojes

Reloj de agujas, preferentemente despertador y con los números grandes.

También puede ser práctico disponer de un reloj de ensayo, que permita mover las agujas manualmente.

Para realizar la traducción de reloj de agujas al digital, existen juegos con sellos de goma que representan las esferas del reloj analógico y las casillas de numeración del reloj digital.

Necesario para aprender a realizar la lectura del reloj en las dos notaciones, analógica y digital.

Útil en los tres ciclos.

Sistema monetario

Simulación de monedas y billetes reales

Juegos con reproducciones de monedas y billetes imitando las de curso legal; algunos de estos juegos, además, incluyen letras de cambio, tarjetas de crédito, cheques, etc.

Muy útil para trabajar equivalencias dentro del sistema monetario, buscando distintas maneras de conseguir la misma cantidad, jugando a comprar y vender, pagando y devolviendo cambio, etc.

Se pueden usar durante toda la etapa, limitando la cantidad de las monedas y billetes al conocimiento numérico de los niños.

Superficie

Tramados

Parrillas cuadrículadas de 1 x 1 cm., sobre plástico transparente, para sobreponer a cualquier figura plana y calcular el área y, en formas poligonales, el perímetro.

Para utilizar en el tercer ciclo.

Fabricado por Invicta, Taskmaster y Anroid, entre otros.

Pentaminos, tetraminos, etc.

Material en plástico o madera, compuesto de piezas planas de forma distinta y de superficie equivalente; formadas por la unión de un número determinado de cuadrados (pentamino: 5, tetramino: 3, hexamino: 6, etc.).

Permite cubrir una superficie combinando las distintas formas, así como buscar equivalencia de superficie entre formas de apariencias distintas.

Utilizable a partir del segundo ciclo.

Se puede encontrar comercializado por distintas marcas.

Medida de ángulos

Transportador de ángulos y clinómetro

El transportador de ángulos es un instrumento para medir ángulos sobre superficies planas; el clinómetro, en cambio, es para medir ángulos de inclinación o declinación, la pendiente de una calle, de una montaña, etc.

Ambos instrumentos son adecuados durante el tercer ciclo para realizar la medida de ángulos.

Fabricado pro Invicta y Schubi, entre otros.

Brújula

Instrumento para la aplicación de la medida de ángulos a situaciones reales.

Para realizar juegos de orientación sobre un mapa o un plano, descubrir un recorrido descrito a partir de distancias y ángulos, etc.

Utilizable a partir del tercer ciclo.

Geometría

Tiras de mecano, geotiras

Tiras metálicas o de plástico, de distintas longitudes, con perforaciones equidistantes que pueden unirse con tornillos y roscas o botones de plástico.

Permite la construcción de polígonos, ángulos y figuras planas en general. Facilita el estudio de polígonos, su clasificación y transformación, las diagonales, la rigidez del triángulo, los polígonos estrellados, etc.

Útil durante toda la etapa.

Fabricado por Taskmaster, entre otros.

Cañas y nudos de unión

Juego de cañas o varillas huecas de distintas longitudes, que se unen por medio de nudos múltiples.

Permite la construcción de poliedros y cuerpos geométricos en el espacio. Si las varillas son flexibles, pueden construirse también cuerpos cilíndricos y esféricos.

La figura, sin embargo, viene determinada únicamente por las aristas y los vértices; si se sumerge en una solución jabonosa se puede visualizar la superficie de las caras.

Puede usarse desde el primer ciclo para experimentar; sin embargo, un análisis detallado es más propio del segundo y tercer ciclos.

Fabricado por Philip and Tacey.

Geoplano

Consiste en una placa de madera o plástico con unos pivotes a los que se sujetan gomas elásticas tensadas. Los más conocidos son cuadrados con pivotes distribuidos en filas de 3 x 3, 4 x 4, o 5 x 5, aunque también pueden ser triangulares o circulares.

Es indicado para trabajar las formas poligonales en el plano, ángulos, superficies, áreas, movimientos, simetrías y fracciones.

En los circulares se pueden trabajar polígonos inscritos, circunscritos y estrellados.

La principal utilidad de este material es que permite conseguir un dibujo preciso sin necesidad de tomar medidas ni utilizar instrumentos de dibujo, y con una gran rapidez.

Existen libros con propuestas para realizar con este material.

Adecuado durante toda la etapa.

Fabricado por Invicta, Bagul Verd y Arnold, entre otros.

Polydrón

Piezas de plástico encajables para ensamblarlas y construir figuras en dos y tres dimensiones.

Indicado para la construcción y estudio de poliedros: clasificación en cóncavos y convexos, número de caras, regularidades, estrellados o no, simetrías, etc.

Se puede usar desde primer ciclo de forma experimental; sin embargo, un estudio más a fondo es propio de segundo y tercer ciclos.

Fabricado por Taskmaster.

Plantillas geométricas

Material de plástico o madera con la principales formas planas, poligonales y no poligonales.

Para identificar las principales formas geométricas, reconocerlas por su nombre, dibujarlas usando las plantillas, clasificarlas según diversas características, etc.

Recomendado a partir del primer ciclo.

Fabricado por Creative Productions, Arnold y Taskmaster.

Plantillas para la construcción de poliedros

Plantillas con descomposiciones planas de los principales poliedros.

Es útil para reconocer el desarrollo plano de los distintos poliedros y para construirlos.

Adecuado a partir del segundo ciclo.

Papiroflexia

No es un material, sino una técnica que consiste en obtener figuras a partir del plegado de papel.

Muy útil para experimentar, a través de la realización de ángulos, particiones, figuras en tres dimensiones, etc.

Es adecuado a partir del segundo ciclo.

Existen libros que explican las bases de esta técnica y sugieren atractivas realizaciones en papel.

Tangram

Juego chino compuesto de siete piezas que, convencionalmente colocadas, forman un cuadrado.

Actualmente existen también tangrams en formas de huevo, rectángulo, triángulo, etc.

Su práctica obliga a realizar un estudio de las formas, sus posibles descomposiciones, áreas, equivalencias, perímetros, fracciones, etc. Es considerado un juego recreativo.

Adecuado desde el primer ciclo.

Existen libros que sugieren juegos y utilidades didácticas de este material.

Fabricados por Diset y Didacta, entre otros.

Mosaicos y teselas

Juegos compuestos por polígonos regulares (triángulos, cuadrados, pentágonos y hexágonos) de lados iguales, y formas encajables, poligonales o curvas. Realizados en madera, plástico o cartón grueso.

Sirven para componer mosaicos, analizar superficies, ángulos, simetrías, traslaciones y giros.

Es apropiado desde el primer ciclo para experimentar, aunque un trabajo de análisis más profundo no puede realizarse hasta el segundo y tercer ciclos.

Fabricado por Arnold y Taskmaster, entre otros.

Espejos irrompibles

Material de plástico reflectante que sirve de espejo. Se presenta en varios formatos, sueltos, unidos formando ángulo, cóncavos, convexos, deformables... y con dibujos para su reproducción, así como libros de actividades.

Es adecuado para realizar actividades relacionadas con la simetría axial y especular.

Se puede presentar en el primer ciclo para realizar trabajos de tipo perceptivo; en el segundo y tercer ciclos ya es posible realizar con él un trabajo de análisis.

Fabricado por Didacta, Arnold, Creative Productions, Taskmaster, Osmiroid...

Probabilidad

Probability kit y caja varga

Cajas con material variado (dados, bolas, cubiletes, etc.).

Para experimentar la probabilidad e iniciar el registro y la estimación de la misma.

Para usar a partir de segundo ciclo.

Dados y ruletas

Existen en el mercado dados de formas plásticas poliédricas y series numéricas variadas, ruletas no convencionales, cartas, peonzas, fichas de colores, etc.

Se pueden utilizar también estos materiales para el estudio de la probabilidad.

Útiles desde el primer ciclo.

Fabricados por Arnold, entre muchas otras marcas.

Ludoteca matemática

El juego es una estrategia didáctica muy adecuada para conseguir la repetición necesaria en algunos aprendizajes hasta alcanzar la mecanización.

A través del juego se pueden desarrollar habilidades, sin acusar el cansancio que a menudo provocan las repeticiones.

Relacionamos aquí algunos materiales que pueden servir para practicar matemáticas, en forma de juego, con el fin de conseguir un mayor dominio.

Dominós

El juego del dominó propone siempre una comparación y búsqueda de semejanzas.

Existen dominós comercializados para relacionar:

- Una cantidad y su descomposición.
- Una operación y su resultado.
- Una fracción y su representación en área.
- Una fracción y un número decimal.
- Expresiones equivalentes en unidades del sistema métrico decimal, etc.

La mayoría de dominós siguen la forma clásica, con fichas rectangulares y ensamblaje lineal; sin embargo, algunos tienen las fichas triangulares y crecen en forma de estrella.

Utilizables en todos los ciclos, siempre que el tema del dominó sea adecuado.

Taskmaster fabrica muchas variedades de dominós didácticos, aunque existen muchas otras marcas.

Cartas

Las barajas de cartas permiten realizar agrupaciones con criterios distintos: relacionar las semejantes, buscar las complementarias, ordenar, seguir una serie, etc.

Además de las barajas de cartas de uso habitual en juegos de sociedad se comercializan algunas con finalidades didácticas, con áreas de polígonos, fracciones, operaciones aritméticas, etcétera.

Utilizables en todos los ciclos, si el tema es adecuado.

Fabricado por Mat y Taskmaster, entre otros.

Juegos de sobremesa

Parchís, oca, loterías, ajedrez, Reversi, Mastermind, etc.

Cada uno de ellos fomenta unas estrategias y habilidades que, en algún momento del aprendizaje, pueden resultar especialmente útiles. Por ejemplo, jugar al parchís utilizando dos dados puede fomentar un gran dominio en cálculo mental.

Algunos de estos juegos desarrollan habilidades lógicas y estratégicas.

La posibilidad de utilizar dados no convencionales (con otros números y más caras) ofrece un campo de expansión para muchos de los juegos convencionales que vale la pena explorar.

Utilizables durante toda la etapa.

Materiales audiovisuales*

Razonar es fácil (14')

- Producción: VIPE, S. A. (1987).
- Distribución: Video Didáctico, S. A.
- Tercer ciclo de Primaria.
- Diversos juegos lógicos: series, desplazamientos, palillos, intercambio de posiciones, enunciados, paradójicos.
- Imagen fija: dibujos, gráficas generadas por ordenador.

Donald en el país de las matemáticas

- Producción: Walt Disney.
- Distribución: Filmayer Video.
- Segundo y tercer ciclos de Primaria.
- Video adecuado para motivar, dar información, modificar actitudes y estimular la imaginación. Puede ser fuente de gran cantidad de actividades complementarias.

La aventura del cuadrado (29')

- Producción: Film 7.
- Distribución: Mare Nostrum.
- Segundo y tercer ciclos de Primaria.
- Video motivador que relaciona la topología con la plástica. Se trabaja el cuadrado, el cubo, cuadrados mágicos, etc.

Materiales informáticos*

Logo

- Todos los ciclos de Primaria.

* La información de estos apartados ha sido realizada con la colaboración del Programa de Nuevas Tecnologías de la información y de la comunicación. La mayor parte de los materiales que en ellos se citan, se pueden encontrar en los Centros de profesores y han sido utilizados y evaluados por el Programa de Nuevas Tecnologías.

-
- Lenguaje de programación en castellano diseñado especialmente para la enseñanza. Permite el aprendizaje por descubrimiento. El alumnado puede explorar y desarrollar conceptos abstractos a través de realizaciones concretas. Al ser un lenguaje formalizado, es en sí mismo una estructura matemática, y expresarse en este lenguaje ayuda a adquirir un modo matemático de pensamiento.

Picsou, cazador del tesoro

- Distribución: Sytem 4 de España (1990).
- Segundo y tercer ciclos de Primaria.
- Trabaja el cálculo, la descomposición numérica, el sistema métrico, el sistema monetario e inicia al conocimiento de coordenadas geográficas.

Se presenta en forma de juego en el que hay que seguir un itinerario que se puede elegir libremente y en el que lo fundamental es realizar actividades de compraventa. Principalmente aporta conocimientos de Matemáticas y permite ser utilizado en actividades de globalización.

Cálculo intuitivo

- Distribución: EDICINCO (1990).
- Primer ciclo de Primaria.
- Este programa trabaja reconocimiento de cantidades, suma y resta hasta el 20. Relaciona cantidades con conjuntos de objetos. Permite graduar el nivel de ayuda, activar o desactivar el sonido, determinar la duración de la sesión.

La sencillez de utilización corresponde con el nivel al que va dirigido.

Lógica I (Autos locos)

- Distribución: Alea (1986).
- Tercer ciclo de Primaria.
- Juegos y ejercicios para pensar. Permite la manipulación de objetos de un universo delimitado, a partir del cual se pueden

inferir las reglas generales que lo rigen, que son las reglas precisas de la lógica simbólica. El planteamiento es fundamentalmente gráfico, lo que evita las dificultades inherentes a la ambivalencia del lenguaje.

Aventura matemática en Mesopotamia

- Distribución: Grupo Anaya, S. A. (1989).
- Tercer ciclo de Primaria.
- Programa en forma de juego que exige la realización de ejercicios, de dificultad graduada, para acceder a distintas etapas de un itinerario. Se debe contestar a cuestiones con varias alternativas, eligiendo una respuesta entre ellas. Presenta cuatro bloques de contenidos (número natural, número decimal, introducción a fracciones, general) con tres niveles de dificultad cada uno.

Lógica matemática

- Distribución: CNREE y PNTIC-MEC (1990).
- Primer ciclo de Primaria.
- Secuencias temporales y espaciales, ordenaciones... Son aplicaciones que pueden utilizar los niños de forma sencilla.

Otros datos de interés

En este apartado, se pueden encontrar direcciones útiles. En primer lugar, direcciones de grupos de renovación pedagógica y sociedades de profesores. Se mencionan solamente los que hacen pública su dirección. A continuación, bases de datos donde poder conseguir informaciones sobre temas relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas y, finalmente, algunas direcciones de organizaciones internacionales.

Grupos de renovación pedagógica y sociedades de profesores

Acción Educativa. Príncipe, 35, 2.º. 28012 Madrid.

Grup Almosta. Associació de Mestres "Rosa Sensat". Córcega, 271. 08008 Barcelona

Grup Zero. Escola de Mestres "San Cugat". Universitat Autònoma de Barcelona. 08193 Bellaterra

Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales". Facultad de Matemáticas. Apartado de Correos 1160. 41080 Sevilla.

Sociedad Aragonesa de Profesores de Matemáticas "Pedro Sánchez Ciruelo". ICE Ciudad Universitaria. 50006 Zaragoza.

Sociedad Canaria de Profesores de Matemáticas "Isaac Newton". Apartado de Correos 329. 38080 La Laguna (Tenerife).

Sociedad Castellonense de Matemáticas. Calle Mayor, 89.
12001 Castellón.

**Sociedad Navarra de Profesores de Matemáticas “Tornami-
ra”**. Matematika Iraskasleen Nafar Elkarte. Departamento de
Matemáticas EUPEGB: Plaza de San José, s/n. 31001 Pamplona.

Bases de datos

**Centro de Documentación en Didáctica de la Matemática
“Thales”**. Facultad de Ciencias. Profesora responsable: Inmacu-
lada Serrano Gómez. Polígono del Río San Pedro, s/n. Apartado
de Correos 82. 11510 Puerto Real (Cádiz)

**Centro de Investigación, Documentación y Evaluación
(CIDE)**. Ciudad Universitaria, s/n. 28040 Madrid.

Fichero de las publicaciones de los CEP. Madrid. Dirección
General de Renovación Pedagógica. Subdirección General de
Formación del Profesorado. 1991.

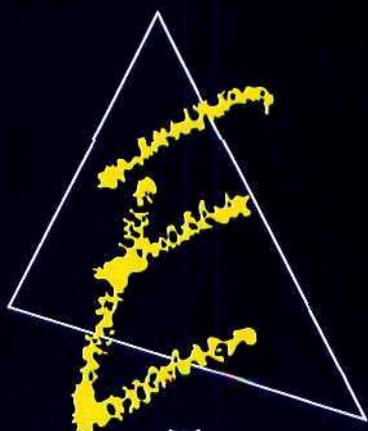
En este fichero se recogen las publicaciones realizadas por los CEP. En ellas se pueden encontrar experiencias de muy distinta naturaleza (experiencias de aula, unidades didácticas, programaciones, innovaciones y propuestas curriculares...) elaboradas por equipos de profesores. Las referencias concretas de los equipos que han realizado los trabajos pueden permitir ponerse en contacto a profesores que sienten las mismas preocupaciones y trabajan en un mismo campo de investigación o reflexión. Es una publicación abierta a la que se irán incorporando nuevas fichas.

Organizaciones internacionales

Citation Index del Institute for Scientific Information (ISI).
131 High Street. Uxbridge, Middlesex UB8 1DP (Gran Bretaña).

ICME (Comisión Internacional de Educación Matemática).
Claudi Alsina. Secció Matemàtiques ETSAB. Universidad Politéc-
nica de Cataluña. Diagonal, 649. 08028 Barcelona.

National Council of Teachers of Mathematics (N. C. T. M.).
Reston VA 22091 (Estados Unidos).



Ministerio de Educación y Ciencia